

Un modelo de fuente sísmica para el tremor volcánico basado en la turbulencia elástica del magma andesítico y el lodo volcánico

Ing. Sebastián Araujo
jaraujo@ups.edu.ec

© Patrick Taschler



© Patrick Taschler

Resumen

Este artículo tiene como objetivo presentar un modelo de fuente sísmica para el tremor volcánico basado en un fenómeno de turbulencia en los fluidos involucrados en la actividad del volcán. Este modelo se presenta como una necesidad para explicar ciertas características caóticas y no lineales del contenido espectral del tremor que no son entendidas desde el modelo clásico de la sismicidad volcánica, que es el de la grieta resonante. El modelo presentado hace uso de la hipótesis de que los fluidos involucrados en la actividad magmática de los volcanes sigue un régimen de flujo viscoelástico. Dado que este tipo de fluidos presentan fenómenos de turbulencia elástica a bajas velocidades de flujo y a altas viscosidades, queda establecido que se trata de un fenómeno plausible en los magmas volcánicos de tipo andesítico. Una extensión del modelo para el caso de la actividad freática propone que el fluido involucrado en este tipo de actividad, es el lodo volcánico, que, a su vez, es un fluido viscoelástico. Una expresión para la frecuencia del tremor es deducida en función de las características de los fluidos y de las dimensiones del conducto volcánico. Finalmente, se recalca la importancia del modelo como un avance para predecir los cambios en la dinámica del volcán.

Palabras clave:

tremor volcánico, fluidos viscoelásticos, turbulencia elástica.

1. Introducción

Durante una erupción volcánica la señal más significativa que registran los sismómetros es el tremor. Debido a sus características de forma, duración y contenido espectral, el tremor se diferencia inmediatamente de los sismos tectónicos que son comunes para los sismólogos.

El tremor volcánico es una señal sísmica que puede durar horas e incluso días, por lo tanto, no presenta un inicio y final preciso en la forma de la onda. Pero quizá las características más interesantes esté en su contenido espectral, donde se pueden registrar comportamientos diversos, tal como pueden ser ejemplificados en las bandas de tremor registradas por un experimento sísmico del IRD en el volcán Guagua Pichincha, durante el mes de septiembre de 1998, que corresponden al periodo de actividad freática intensa del volcán:

1. Espectros mono-frecuenciales: oscilaciones con un único pico de frecuencia muy marcado (Figura 1).

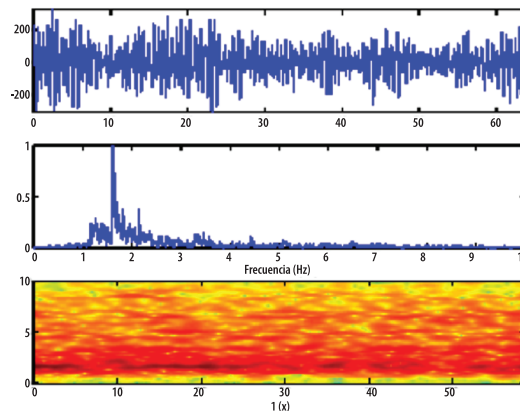


Figura 1. Tremor volcánico mono-frecuencial relacionado con la actividad freática del volcán Guagua Pichincha en octubre de 1998. Están representados el registro de velocidad, el espectro de Fourier y el espectrograma.

2. Oscilaciones armónicas: frecuencia múltiplos de la frecuencia fundamental.

3. Desdoblamiento espectral: cambio súbito del valor de los armónicos a la mitad de su valor frecuencial (Figura 2).

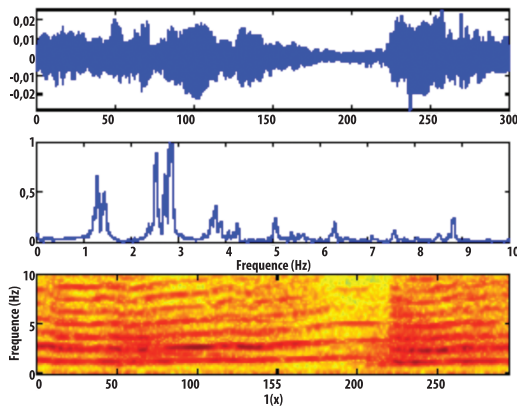


Figura 2. Otro tipo de tremor en que se observan claramente la presencia de armónicos, así como la brusca caída de éstos a la mitad de su valor en frecuencia, fenómeno conocido como desdoblamiento espectral.

4. Tremor espasmódico: tremor sin ninguna frecuencia específica de oscilación en forma de ruido (Figura 3).

5. Transiciones bruscas de oscilaciones armónicas a otras totalmente caóticas y vice-versa. (Figura 3).

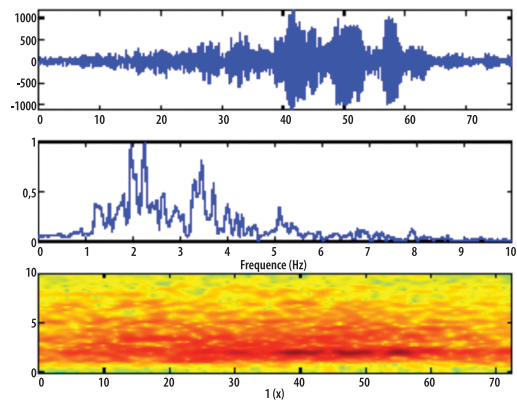


Figura 3. Tremor espasmódico en forma de ruido que se transforma en una oscilación mono-frecuencial, la misma que luego desaparece.

Todos estos signos del tremor indican que se trata de una señal cuyo origen no corresponde a procesos de fractura de materiales, sino que está relacionada con el movimiento de fluidos dentro del volcán. La presencia de armónicos, es decir, frecuencias que son múltiplos enteros de la frecuencia

fundamental y que en el espectrograma se presentan como bandas paralelas, dieron indicios para tratar de modelizar la fuente del tremor como cavidades llenas de fluido que entran en resonancia. Se han ensayado varios tipos de forma para las cavidades resonantes desde esféricas hasta cilíndricas, pero la modelización que mejores resultados ofrece es la de considerar una cavidad en forma de paralelepípedo para simular la grietas llenas de fluido en el volcán como se representa en la Figura 2 (Chouet, 1988).

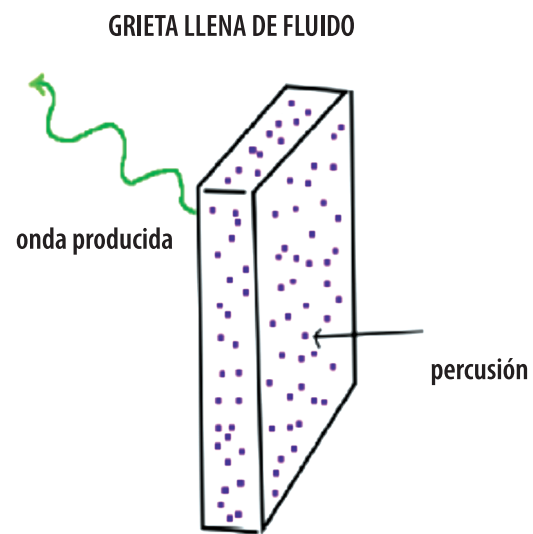


Figura 4. Modelo clásico para modelizar la sismicidad de periodo largo y tremor. Una grieta en forma de paralelepípedo llena de fluido entra en resonancia al ser excitada por una perturbación externa.

Si bien este modelo de grieta resonante permite representar buena parte de las características del tremor, no explica fenómenos como el desdoblamiento espectral. Este fenómeno consiste en el repentino apareamiento de armónicos cuyas frecuencias caen a la mitad de su valor inicial, como se observa en la segunda parte de la Figura 1. Desde el modelo de las cavidades resonantes este cambio frecuencial puede ser explicado, por ejemplo, como la transformación de un resonador abierto a un resonador cerrado. Este es el fenómeno que se observa cuando un

tubo resonante abierto es cerrado en uno de sus extremos; se registra entonces un apareamiento de armónicos que son la mitad del valor de las frecuencias iniciales. Sin embargo este problema no ha sido estudiado en el modelo de grieta.

Otro problema es el desaparecimiento repentino de las oscilaciones armónicas que son reemplazadas por otras de carácter caótico, que corresponden a un tremor espasmódico. Podríamos interpretar esto, desde el modelo de grieta, como una repentina destrucción de la cavidad resonante, pero una vez más este problema tampoco ha sido abordado con la suficiente profundidad.

Es por ello que para explicar el apareamiento de estos fenómenos caóticos asociados a las frecuencias del tremor se han intentado modelizaciones diferentes de su fuente de origen. Una de ellas considera que el tremor en lugar de ser generado por la resonancia de una cavidad, lo estaría por el movimiento de los fluidos volcánicos a una gran velocidad, lo que da apareamiento a procesos físicos no lineales que pueden explicar el desdoblamiento espectral en el tremor (Julian, 1994).

Cuando la velocidad de flujo crece de manera apreciable se presenta turbulencia en el fluido, y en el caso de actividad freática en los volcanes donde los fluidos involucrados son principalmente el agua y el vapor de agua, ésta parece ser una explicación plausible (Hellweg, 2000). Pero en el caso de la actividad magmática de volcanes andesíticos y dacíticos, donde los fluidos involucrados presentan una gran viscosidad y por ende una baja velocidad de flujo, la modelización no lineal del tremor parece no tener suficiente asidero.

En este artículo expondremos un modelo turbulento de tremor tanto para el caso freático como magmático, haciendo uso de un fenómeno recientemente estudiado por la física que es la turbulencia elástica de los fluidos complejos. Empezaremos por tanto dando una revista a las características de este tipo de fluidos.

2. Los fluidos viscoelásticos en los volcanes

Cuando a un fluido como el agua se le somete a un esfuerzo tangencial, éste fluye libremente. Una vez retirado el esfuerzo el fluido jamás recupera su estado original. Este tipo de fluidos se les conoce con el nombre de 'fluidos newtonianos' ya que para su estudio basta con aplicar las leyes de Newton de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento, para llegar a las ecuaciones de Navier-Stokes que son las que matemáticamente describen el comportamiento de este tipo de fluidos.

Existen, por otra parte, otro tipo de fluidos en los cuales al aplicarles un esfuerzo tangencial, éstos se deforman como si se tratara de un material elástico y una vez que el esfuerzo deja de actuar hay una tendencia del fluido a volver a su estado de partida. Si el esfuerzo continúa aumentando se produce el flujo pero con gran dificultad. A estos fluidos se les conoce como 'fluidos no newtonianos' para diferenciarlos de los anteriores. Un nombre general más usado es el de fluidos complejos y están caracterizados, además de su viscosidad y densidad, por una magnitud conocida como tiempo de relajación que no es sino el tiempo que tarda el fluido en recuperar su forma original después de retirado el esfuerzo.

Las ecuaciones que gobiernan los fluidos complejos son básicamente las mismas ecuaciones de Navier-Stokes, a las que se añade un término para tener en cuenta sus características específicas.

Existen varios tipos de fluidos complejos y su diferenciación depende de la forma como reaccionan al esfuerzo aplicado. Uno de los tipos más comunes son los fluidos viscoelásticos que como su nombre lo indica, al aplicárseles un esfuerzo de deformación, su estado cambia como si se tratara de un material elástico; si el esfuerzo continúa aumentando entonces fluyen como si de un fluido viscoso se tratara.

El estudio de la dinámica de los fluidos complejos es de gran importancia para entender los fenómenos volcánicos, pues numerosas experiencias demuestran este tipo de comportamiento en los magmas:

1. Experimentos con materiales analógicos no newtonianos han sido usados por ejemplo para simular el flujo la lava en una erupción (Bagdassarov y Pinkerton, 2003).
2. El comportamiento visco-plástico ha sido utilizado para modelizar el colapso de los domos de lava (De la Cruz Reyna *et al.*, 2001; Balmforth *et al.*, 2000; Fink *et al.*, 1998).
3. Los fluidos viscoelásticos han permitido mejorar la comprensión del fenómeno eruptivo (Bagdassarov y Pinkerton, 2004; Ozzerov *et al.*, 2003; Maeda, 2000; Lejeune *et al.*, 1999).
4. Finalmente, existen pruebas concluyentes de laboratorio que ratifican el comportamiento viscoelástico en diversos tipos de magmas: rhyolita, andesita, basalto y nephelinita (Webb y Dingwell, 1990).

Para el caso de la actividad freática, es obvio que ni el agua ni el vapor de agua pueden exhibir comportamientos viscoelásticos que justifiquen una aproximación en este sentido. Pero lo que si se puede considerar es que suspensiones y soluciones de sólidos volcánicos en agua pueden formar lodos que presenten un comportamiento viscoelástico. Específicamente existen evidencias de este fenómeno en lodos volcánicos de similar composición a los encontrados en los Andes Ecuatorianos (De Pablo *et al.*, 2001).

Con estos antecedentes es lícito tratar de modelizar la fuente de tremor volcánico como un resultado de la dinámica de los fluidos viscoelásticos. Específicamente, el fenómeno que usaremos en esta modelización es el de la turbulencia elástica.

3. La turbulencia elástica

La turbulencia de los fluidos es uno de los grandes polos abiertos tanto para la investigación teórica como la de fines prácticos. La turbulencia es un fenómeno que se produce cuando un fluido pasa de un flujo laminar a otro completamente caótico. Para caracterizar la turbulencia utilizamos una magnitud a dimensional conocida como el número de Reynolds:

$$Re = \frac{\rho v D}{\nu}$$

(1)

donde (ρ) es la densidad del fluido; (u) su velocidad y (ν) su viscosidad. La magnitud (D) representa las dimensiones del conducto a través del cual el fluido realiza su movimiento. Por ejemplo, en el caso de los volcanes supondremos que existen grietas de anchura (D) por las cuales el fluido realiza su movimiento turbulento (Figura 3).

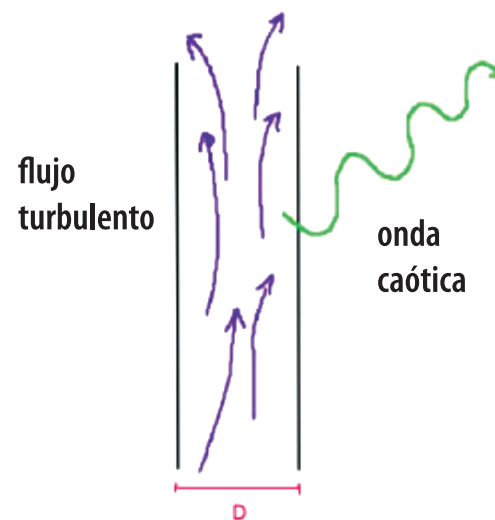


Figura 5. Modelo turbulento de tremor volcánico. Un fluido viscoelástico atraviesa un conducto de anchura D y genera ondas fruto de la turbulencia elástica.

El número de Reynolds da una descripción de la dinámica del fluido. La turbulencia se produce cuando el número de Reynolds crece debido a un incremento en la velocidad del fluido. Otra forma de tener Re muy grande sería trabajar con fluidos de baja viscosidad.

Si bien existen evidencias de que el tremor volcánico puede estar relacionado con procesos de carácter turbulento en el volcán (Luongo y Mazarella, 2003), las condiciones para que ésta se produzca son precisamente aquellas que no se espera encontrar en un flujo de magma andesítico o dacítico, pues sabemos que éstos son fluidos con altísimas viscosidades y velocidades de flujo realmente lentas. Es por ello que el pensar que el tremor volcánico pueda estar generado por este tipo de fenómenos no lineales de flujo (Julian, 1994) ha recibido justificada oposición.

Pero cuando tratamos con fluidos viscoelásticos, éstos pueden exhibir regímenes de flujo, sorprendentemente diferentes a los encontrados en los fluidos newtonianos. Uno de los fenómenos más interesantes recientemente estudiados (Groisman y Steinberg, 2000) es el llamado *turbulencia elástica* que consiste en un tipo de turbulencia que se produce a números de Reynolds tan pequeños como $Re = 0.001$ lo cual implica hablar de fluidos de alta viscosidad a velocidades muy bajas.

Por lo expuesto en la sección anterior, es lícito pensar que los fluidos viscoelásticos volcánicos pueden dar origen a este tipo de turbulencia y utilizar la modelización de este fenómeno para comprender la fuente del tremor volcánico.

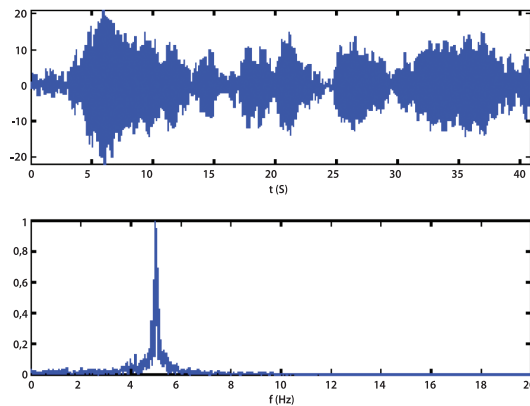


Figura 6. Solución numérica por el método de Runge-Kutta de la ecuación que describe el proceso de turbulencia elástica. Para el ejemplo se eligió una frecuencia fundamental de 5 Hz que se recupera bien en el espectro de Fourier. Podemos ver que la forma y el espectro de la señal obtenida se corresponden con la esperada para un tremor volcánico mono-frecuencial.

4. Aplicación al tremor volcánico

Siguiendo una aproximación estocástica para la turbulencia, puede demostrarse que la velocidad de flujo u de un fluido en transición hacia la turbulencia queda descrita por la ecuación (Araujo, 2003):

$$(2) \quad \ddot{v} + 2\gamma\dot{v} + (\gamma^2 + \zeta^2)v = \dot{\varphi} + \gamma\varphi$$

La expresión (2) es una ecuación estocástica debido a que se introduce un ruido aleatorio. Una solución numérica de esta ecuación puede verse en la Figura 5, donde se presenta como ejemplo una oscilación de frecuencia fundamental $f = 5\text{Hz}$. Puntualizaremos además que la expresión (2) tiene la forma de la ecuación de un oscilador forzado que puede dar lugar a oscilaciones mono-frecuenciales, armónicas, desdoblamientos de periodo y oscilaciones caóticas (Sornette, 2002). La frecuencia de la oscilación funda-

mental, el primer armónico, pueden calcularse por la expresión (Feynman, 1969):

$$(3) \quad (\omega_0)^2 = \gamma^2 + \zeta^2 = |\xi|^2$$

donde E es una magnitud que está relacionada con las características del fluido complejo por la expresión (Araujo, 2003):

$$(4) \quad |\xi|^2 = \left(\frac{dr\eta_0}{m}\right)^2 \left(\frac{1}{1 + \omega^2\tau^2}\right)$$

aquí η_0 es la viscosidad del fluido complejo y τ su tiempo de relajación. Las otras magnitudes dependen de la forma de la célula de fluido que estamos considerando en la modelización. En nuestro caso se trata de filamentos que por su forma cilíndrica les corresponde r la longitud del filamento, m su masa y d un factor de forma que se escribe como:

$$(5) \quad d = 4/\ln\left(\frac{3,7\eta}{\rho r v}\right)$$

La masa de la célula de fluido puede ser escrita en función de la densidad ρ . El volumen de la célula de fluido por ser un hilo cilíndrico es $V = \pi r D^2$ donde D es el ancho de la célula que asumiremos igual a la anchura del conducto por el cual circula. Así debemos resolver la ecuación cuadrática:

$$(6) \quad \tau^2\omega^4 + \omega^2 - \left(\frac{dr\eta_0}{\pi\rho D^2}\right)^2 = 0$$

La frecuencia medible en hertzios es $f = \omega / 2\pi$, por tanto la solución buscada es:

$$(7) \quad f = \frac{1}{2\pi\tau} \sqrt{\frac{\sqrt{1 + 4\left(\frac{dr\eta_0\tau}{\pi\rho D^2}\right)^2} - 1}{2}}$$

Finalmente, usando la fórmula para el factor de forma y la definición del número de Reynolds podemos aproximar una expresión para la frecuencia fundamental de las oscilaciones provocadas por el flujo turbulento del fluido viscoelástico:

$$(8) \quad f \approx \frac{1}{2\pi D} \sqrt{\frac{4}{\ln(3,7/Re)} \frac{\eta_0}{\pi\rho\tau}}$$

La forma de esta ecuación coincide con la obtenida en otros modelos viscoelásticos que parten de modelizar las oscilaciones del fluido viscoelástico mediante las ecuaciones de Navier-Stokes (Ozerov, 2003).

Podemos utilizar esta última expresión para calcular la frecuencia del tremor volcánico. Los parámetros del fluido que usaremos están considerados para el caso de un magma andesítico (Ozerov *et al.*, 2003) y un lodo freático (De Pablo-Galán, 2001). En el caso de las dimensiones del conducto tomaremos para el caso magmático las proporcionadas por modelos anteriores (Ozerov *et al.*, 2003) y en el caso freático haremos una estimación del tamaño de las grietas en el volcán. Toda esta información puede ser resumida en la siguiente tabla:

	Magmático	Freático
η_0 (Pas)	10 ⁹	190
τ (s)	0,4	34,33
ρ (kg/m ³)	2400	1000
D (m)	50	0.01
Re	0.001	0.1
v (m/s)	8.3333	1.9
f (Hz)	1.2789	0.7031

5. Conclusiones

Utilizando la hipótesis de que tanto el magma como el lodo volcánicos presentan un comportamiento viscoelástico se ha planteado un modelo de fuente sísmica para el tremor basado en las oscilaciones caóticas producidas cuando el fluido se mueve en un régimen de turbulencia elástica.

Mediante un enfoque estocástico para resolver el problema de la turbulencia se ha deducido una fórmula que relaciona la frecuencia de las oscilaciones con las magnitudes características del fluido, así como también con las dimensiones del conducto por el cual se mueve.

La ecuación que describe el flujo turbulento exhibe la forma de un oscilador forzado, que puede producir oscilaciones mono-frecuenciales, oscilaciones armónicas, desdoblamiento periódico y oscilaciones caóticas, que son algunas de las características que distinguen al tremor volcánico.

La principal oposición al hecho de que se produzca turbulencia en los magmas volcánicos que se consideran que se mueven con un pequeño número de Reynolds, es sobrepasada por el hecho de que el fenómeno de turbulencia elástica se produce en fluidos con alta viscosidad y una velocidad de flujo muy pequeña, es decir, a bajo número de Reynolds.

Otra hipótesis manejada en este artículo es que la actividad freática de los volcanes puede estar producida por el flujo de lodos volcánicos en lugar de simplemente agua o vapor de agua.

El modelo de turbulencia elástica para el tremor es probado en el caso freático y magmático calculando las frecuencias fundamentales de oscilación. Las frecuencias obtenidas son de 1,2789 Hz y 0,7031 Hz respectivamente, que están en el rango de los valores de frecuencia medidos en los espectros de los tremores volcánicos.

Es remarcable que la expresión obtenida para la frecuencia de las oscilaciones del fluido viscoelástico con la mode-

lización estocástica propuesta coincide con las obtenidas por otros modelos que hacen uso de las ecuaciones clásicas de Navier-Stokes. Además la expresión para la frecuencia propuesta en este trabajo es más exacta.

Un punto importante, que también debe resaltarse es que en el modelo propuesto las oscilaciones debidas a la turbulencia son auto-sustentadas; es decir, es el mismo movimiento del fluido el que crea la excitación y las ondas registradas. Esto lo diferencia del modelo de grieta en el cual el proceso de excitación de la grieta resonante no es del todo comprendido todavía.

Quizá el hecho más importante para el proceso de predicción de erupciones consiste en que el modelo propuesto postula que el apareamiento de fenómenos de carácter caótico en la señal del tremor como desdoblamientos de periodo o el paso intempestivo de oscilaciones armónicas a oscilaciones caóticas, es un signo inconfundible del incremento en la dinámica del volcán y por tanto un medio de predecir cambios en el estado del proceso eruptivo.

6. Referencias

- ARAUJO, S., 2003, La turbulenta y compleja ecuación de Langevin, Memorias del VIII Encuentro de Física, EPN, Quito.
- BAGDASSAROV, N. and H. Pinkerton, 2003, Transient phenomena in vesicular lava flows based on laboratory experiments with analogue materials, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 3002, 1-22.
- BALMFORTH, N. J., A., S., Burdidge, R., V., Craster, J., Salzig and A., Shen, 2000, Viscoplastic models of isothermal lava domes, *J. Fluid. Mech.*, 403, 37-65.
- CHOUET, B., 1988, Resonance of a fluid-driven crack: radiation properties and implications for the source of long-period events and harmonic tremor. *J. Geophys. Res.*, 93, 4375-4400.

- DE LA CRUZ REYNA, S. and G., A., Reyes-Dávila, 2001, A model to describe precursory material failure phenomena: applications to short-term forecasting at Colima volcano, Mexico, *Bulletin of Volcanology*, 63 (5), 297-308.
- DE PABLO GALÁN, L., J. J. de Pablo, M. de Lourdes Chávez García, 2001, Diagenesis and shear rheology of a Recent-Pleistocene volcanogenic sequence, Mexican Basin. Implications to swelling and stability, *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, v. 18, núm. 2, 175-185.
- FEYNMAN, R. P., 1969, *Le cours de physique de Feynman*, Tome I, Addison-Wesley, London.
- FINK, J. H. and R. W., Griffith, 1998, Morphology, eruption rates and rheology of lava domes: Insights from laboratory models. *Journal of Geophysical Research*, 103 (B1), 527-545.
- GROISMAN, A. and V. Steinberg, 2000, Elastic turbulence in a polymer solution flow, *Nature*, 405, 53-55.
- HELLWEG, M., 2000, Physical models for the source of Lascar's harmonic tremor, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 101, 183-198.
- JULIAN B. R., 1994, Volcanic tremor-nonlinear excitation by flow. *J. Geophys. Res.* 99 (B6), 11859-11877.
- LEJEUNE, A.M., Y. Bottinga, T.W. Trull, and P. Richet., 1999, Rheology of bubble-bearing magmas, *Earth and Planetary Science Letters*, 166, 71-84.
- LUONGO, G., A. Mazzarella, 2001, Is the state of Vesuvio Volcano turbulent?, *Mineralogy and Petrology*, 73: 39-45.
- MAEDA, I., 2000, Nonlinear visco-elastic volcano model and its application to the recent eruption of Mt. Unzen, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 95, 35-47.
- OZEROV, A., I. Ispotalov, J. Lees, 2003, Modeling Strombolian eruptions of Karymsky volcano, Kamchatka, Russia, *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, 122, 265-280.
- SORNETTE, D., 2002, *Critical phenomena in natural sciences*, Springer, Germany.
- Webb, S.L., D.B. Dingwell, 1990, Non-newtonian rheology of igneous melts at high stress and strain rates: experimental results for Rhyolite, Andesite, Basalt and Nephelinite, *J. Geophys. Res.*, 95, 15695-15701.