

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA UNIDAD DE POSGRADOS

## MAESTRÍA EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIALES

Tesis previa a la obtención del Grado de Magister en Control y Automatización Industriales

# **"DISEÑO DE UN SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN EVENTOS DISCRETOS PARA UN SISTEMA DE NIVEL DE LÍQUIDO"**

Autor: Joffre Benjamin Ortiz Ortiz.

Director: Mariela Cerrada Lozada, Ph.D.

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA UNIDAD DE POSGRADOS

## MAESTRÍA EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIALES

Autor: Joffre Benjamin Ortiz Ortiz. Director: Mariela Cerrada Lozada, Ph. D.

### **"DISEÑO DE UN SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN EVENTOS DISCRETOS PARA UN SISTEMA DE NIVEL DE LÍQUIDO"**

Este trabajo de tesis presenta el diseño de un diagnosticador de fallas basado en eventos discretos para un sistema continuo controlado, el cual se basa en la representación de la dinámica híbrida del sistema a diagnosticar, representación que es el resultado de la combinación de las dinámicas de eventos discretos y continuos representados en un autómata de estados finitos. Para este diseño se utiliza el enfoque basado en la determinación de residuos, los mismos que son determinados en base a un análisis cualitativo del sistema, cuyo análisis para este trabajo se ha realizado en base a simulaciones. Estos residuos se usan para generar el lenguaje híbrido del sistema y extender el autómata híbrido con eventos observables para construir el autómata diagnosticador de estados.

Con este trabajo se pretende incentivar al empleo de sistemas de diagnostico de fallas de procesos en base al análisis cualitativo, sin tener que diseñar sistemas más complejos basados en modelos. "DISEÑO DE UN SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN EVENTOS DISCRETOS PARA UN SISTEMA DE NIVEL DE LÍQUIDO"

### "DISEÑO DE UN SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN EVENTOS DISCRETOS PARA UN SISTEMA DE NIVEL DE LÍQUIDO"

### **AUTOR:**

### JOFFRE BENJAMIN ORTIZ ORTIZ

Ingeniero Electrónico Egresado de la Maestría en Control y Automatización Industriales

### **DIRIGIDO POR:**

### MARIELA CERRADA LOZADA, Ph.D.

Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela Investigadora del Programa Prometeo



CUENCA – ECUADOR

2015

Datos de catalogación bibliográfica

#### ORTIZ ORTIZ JOFFRE BENJAMIN

#### "DISEÑO DE UN SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN EVENTOS DISCRETOS PARA UN SISTEMA DE NIVEL DE LÍQUIDO"

Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca - Ecuador, 2015

MAESTRÍA EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIALES

Formato 170 x 240 mm

Paginas: 94

Egresado de la Maestría en Control y Automatización Industriales

Breve reseña de los autores e información de contacto:

Ingeniero Electrónico

joffreortiz@gmail.com



Dirigido por:



MARIELA CERRADA LOZADA, Ph.D. Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela Investigadora del Programa Prometeo cerradam@ula.ve

JOFFRE BENJAMIN ORTIZ ORTIZ

Todos los derechos reservados.

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS ©2015 Universidad Politécnica Salesiana. CUENCA – ECUADOR ORTIZ ORTIZ JOFFRE BENJAMIN "DISEÑO DE UN SISTEMA DE DIAGNÓSTICO DE FALLAS BASADO EN EVENTOS DISCRETOS PARA UN SISTEMA DE NIVEL DE LÍQUIDO"

IMPRESO EN ECUADOR - PRINTED IN ECUADOR

# ÍNDICE GENERAL

1
1
1
4
4
4
4
7
7
7
8
.10
.11
.15
.17
.18
.18
.19
.20
.21
.22
.23
.24
.25
.26
.26
.27
.27
.27
.28
.28

2.5.4.2	Lenguaje híbrido y trayectoria híbrida	29
2.5.4.3	Comportamiento autómata híbrido	29
2.5.4.4	Condición necesaria y suficiente de diagnosticabilidad de	
sistema	ıs híbridos	30
CAPÍTULO 3	8	31
3. MODELA	ACIÓN DEL SISTEMA CONTINUO DE NIVEL DE LÍQUIDO	
Y ANÁLISIS	DE CONDICIONES DE FUNCIONAMIENTO	31
3.1 Siste	ma de nivel de líquido	31
3.1.1	Fallas del sistema	32
3.2 Mod	elado matemático del sistema de tanques interconectados	33
3.2.1	Sistema sin fallas	34
3.2.2	Sistema con fallas	35
3.2.3	Modelo lineal del sistema nominal	35
3.3 Cont	rol Model Matching	37
3.3.1	Cálculo del controlador continuo tolerante a fallas utilizando la	
técnica M	odel Matching	37
3.3.2	Realización mínima	39
CAPÍTULO 4	k	45
4. DIAGNÓ	STICO DE FALLAS EN SISTEMAS HÍBRIDOS APLICADO	
A UN SISTEM	1A DE NIVEL DE LÍQUIDO CONTROLADO	45
4.1 Anál	isis cualitativo del comportamiento del sistema	45
4.1.1	Rangos de $k3$ y $\Delta k$ para el sistema de control tolerante a fallas	46
4.1.2	Definición de umbral para comportamiento discreto	47
4.1.3	Condiciones de funcionamiento normal	49
4.1.4	Condiciones de funcionamiento del sistema cuando existe falla 1	50
4.1.5	Condiciones de funcionamiento del sistema cuando existe falla 2	52
4.1.6	Condiciones de funcionamiento del sistema ante fallas simultáneas	53
4.1.6.1	Ocurrencia de la falla 1 seguido de la ocurrencia de la falla 2	53
4.1.6.2	Ocurrencia de la falla 2 seguido de la ocurrencia de la falla 1	55
4.2 Dise	ño del diagnosticador híbrido	56
4.2.1	Construcción del diagnosticador híbrido para la identificación	
por separa	ado de la falla 1 o de la falla 2	56
4.2.1.1	Definición de los residuales	57
4.2.1.2	Definición de las firmas espejo y reflexivas	58
4.2.1.3	Definición de las firmas de modo	59

4.2.1.4 Construcción del sistema híbrido extendido	60
4.2.1.5 Diseño del diagnosticador de las fallas	61
4.2.2 Construcción del diagnosticador híbrido para fallas simultáneas	66
4.2.2.1 Definición de los residuales	67
4.2.2.2 Definición de las firmas espejo y firmas reflexivas	68
4.2.2.3 Definición de las firmas de modo	70
4.2.2.4 Construcción del sistema híbrido extendido	71
4.2.2.5 Diseño del diagnosticador del sistema con fallas simultáneas	74
4.3 Análisis de resultados	79
4.3.1 Análisis de la diagnosticabilidad del sistema híbrido	80
4.4 Presentación del programa de simulación de los	
diagnosticadores diseñados	86
Conclusiones	89
Recomendaciones	91
Bibliografia	93

# ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Sistema dinámico continuo	8
Figura 2: Sistema de control en lazo cerrado	9
Figura 3: Arquitectura del control tolerante a fallas	10
Figura 4: Realimentación unitaria	11
Figura 5: Primera configuración de dos parámetros	12
Figura 6: Segunda configuración de dos parámetros con sustitución de C1 y C2.	13
Figura 7: Configuración de dos parámetros	14
Figura 8: Diagrama de transición de estados, el conjunto de eventos es	
$\Sigma = \{a, b, g\}, y \text{ el conjunto de estados es } X = \{x, y, z\}.$ El estado inicial es	
x (indicado por una flecha), y el conjunto de estados marcados son	
{x, z} (doble circulo)	17
Figura 9: Problema de diagnóstico de sistemas de variable continua	19
Figura 10: Clasificación de los métodos de generación de residuos	20
Figura 11: Sistema de control Híbrido	24
Figura 12: Sistema híbrido	25
Figura 13: Propiedades del lenguaje híbrido	29
Figura 14: Sistema de Tanques interconectados	32
Figura 15: Sistema de Tanques interconectados con falla 1 y 2	33
Figura 16: Esquema de control lineal, configuración de dos parámetros,	
para el sistema no lineal de tanques interconectados	39
<b>Figura 17:</b> Salidas del sistema controlado, ante las fallas $k_3=3.17$ y $\Delta k=0$	40
Figura 18: Señal de control del sistema controlado, ante las fallas	
k <sub>3</sub> =3.17 y Δk=0	40
<b>Figura 19:</b> Salidas del sistema controlado, ante las fallas $k_3=0$ y $\Delta k=0.958$	41
Figura 20: Señal de control del sistema controlado, ante las fallas	
k3=0 y Δk=0.958	41
Figura 21: Salidas del sistema controlado, ante la ocurrencia secuencial	
de las falla 1 ( $k_3$ =3.17) v falla 2 ( $\Delta k$ =0.45)	42
Figura 22: Señal de control del sistema controlado, ante la ocurrencia	
secuencial de las falla 1 ( $k_3$ =3.17) y falla 2 ( $\Delta k$ =0.45)	42
<b>Figura 23:</b> Respuesta del sistema en condiciones normales	49
<b>Figura 24:</b> Respuesta de la señal de control en condiciones normales	50
<b>Figura 25:</b> Respuesta del sistema ante la falla, q <sub>i</sub> <9 gpm	50
<b>Figura 26:</b> Señal de control ante la presencia de falla 1, q <sub>i</sub> <9 gpm	51
<b>Figura 27:</b> Respuesta del sistema ante la falla 1, q <sub>i</sub> =9gpm	51
<b>Figura 28:</b> Señal de control ante la falla 1, qi=9gpm	52
Figura 29: Respuestas del sistema ante la falla 2	53

Figura 30: Señal de control ante la falla 2	53
Figura 31: Respuestas del sistema ante la ocurrencia secuencial de las falla 1 y 2	54
Figura 32: Señal de control ante la ocurrencia secuencial de fallas 1 y 2	54
Figura 33: Respuestas del sistema ante la ocurrencia secuencial de las	
falla 2 y falla 1	55
Figura 34: Señal de control ante la ocurrencia secuencial de fallas 2 y falla 1	55
Figura 35: Sistema híbrido de fallas independientes	57
Figura 36: Sistema híbrido extendido de fallas independientes	61
Figura 37: Diagnosticador de las fallas 1 y 2 independientes	63
Figura 38: Diagnosticador de las fallas 1 y 2 por separado, calculado	
por el DESUMA	65
Figura 39: Sistema híbrido para fallas simultáneas	66
Figura 40: Sistema Híbrido Extendido de fallas simultáneas	73
Figura 41: Diagnosticador de las fallas simultáneas	76
Figura 42: Diagnosticador de las fallas 1 y 2 simultáneas, calculado	
por el DESUMA	78
Figura 43: Autómata de estado no determinístico G' del sistema	
híbrido extendido	81
Figura 44: Resultado de la prueba de diagnosticabilidad realizado	
por el DESUMA	86
Figura 45: HMI para la simulación del diagnosticador de fallas	
separadas,(a)Vista general del HMI, (b)Señales de salida y control	
del sistema, (c)Panel de alarmas, (d)Panal de ingreso de datos	88
Figura 46: Panel de alarmas del HMI para la simulación del diagnosticador	
de fallas simultáneas	88

# ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1: Tabla de residuales para el diseño del diagnosticador para el sistema	
de fallas independientes.	57
Tabla 2: Tabla de residuales para cada modo de funcionamiento del sistema	
con fallas independientes.	58
<b>Tabla 3:</b> Tabla de las firmas espejo y reflexivas para el sistema	
de fallas independientes.	58
Tabla 4: Tabla de firmas de modo para el sistema de fallas independiente	59
Tabla 5: Firmas de modo para el sistema de fallas independientes	59
Tabla 6: Evaluación de la observabilidad de los eventos del sistema	
con fallas independientes	60
Tabla 7: Alcance inobservable de cada estado del sistema con fallas	
independientes	62
Tabla 8: Alcance inobservable del sistema con fallas independientes	62
Tabla 9: Tabla de funciones de transición para el sistema con fallas	
independientes	63
Tabla 10: Detalle de los estados del diagnosticador calculado por el	
DESUMA para el sistema con fallas independientes	64
Tabla 11: Tabla de residuales para el diseño del diagnosticador de fallas	
simultáneas	67
Tabla 12: Tabla de residuales para cada modo de funcionamiento	
del sistema con fallas simultáneas	68
Tabla 13: Tabla de las firmas espejo y reflexivas para el sistema	
con fallas simultáneas	69
Tabla 14: Tabla de las firmas de modo para el sistema con fallas simultáneas	70
Tabla 15: Firmas de modo para el sistema con fallas simultáneas	71
Tabla 16: Evaluación de la observabilidad de los eventos del sistema	
con fallas simultáneas	72
Tabla 17: Tabla de los alcances inobservables de cada estado para	
el sistema con fallas simultáneas	74
Tabla 18: Tabla de alcances inobservables del sistema con fallas simultáneas	75
Tabla 19: Funciones de transición de estados para el sistema con fallas	
simultáneas	75
Tabla 20: Detalle de los estados del diagnosticador de fallas simultáneas	
calculado por el DESUMA	77
Tabla 21: Ciclos del autómata G'	82
Tabla 22: Ciclos del diagnosticador híbrido del sistema	82
Tabla 23: Comparación de los ciclos del autómata G' con los del diagnosticador.	84

### DEDICATORIA

Este trabajo está dedicado a toda mi familia y de una forma muy especial a mis padres que siempre están brindando su apoyo incondicional, sin importar el esfuerzo que les toque emplear para ayudarme a salir adelante.

Gracias papá y mamá.

Joffre Benjamin Ortiz Ortiz

### PREFACIO

En el presente trabajo de tesis se presenta el diseño de un sistema de diagnóstico de fallas basado en eventos discretos para un sistema de nivel de líquido, cuyo sistema tiene implementado un sistema de control tolerante a fallas, el mismo que debido a una limitación física del actuador, una servoválvula, no puede controlar el nivel del líquido a su punto de operación deseado, para toda la amplitud de las fallas bajo estudio. Por esta razón el diagnosticador estará orientado al diagnóstico e identificación de este rango de fallas que no han podido ser toleradas por el sistema de control continuo, diagnóstico que alertará sobre la ocurrencia de fallas severas y por lo tanto se podrá tomar acciones correctivas en el sistema.

El diseño del diagnosticador se basará en la representación híbrida del sistema, el cual contiene la combinación entre las dinámicas de eventos discretos y continuos representados en un autómata de estados finitos, de donde el enfoque utilizado para el diseño está basado en la determinación de residuos, estos residuos extraerán toda la información de las variables continuas y las representará de forma discreta, por lo tanto para determinar la diagnosticabilidad del sistema híbrido se aplica las condiciones necesarias y suficientes muy similares a las aplicadas para sistemas de eventos discretos.

Para determinar los residuos se realiza un análisis cualitativo del sistema, para lo que será necesario realizar simulaciones del sistema de forma de conocer el funcionamiento del sistema en estado normal y ante la presencia de cada una de las fallas. Para todo esto se utilizará la representación en espacio de estados del sistema y una herramienta de simulación.

Por último se presentará una simulación con una interfaz hombre máquina donde se podrá evidenciar el desempeño del diagnosticador ante la presencia de las fallas.

# PRÓLOGO

En el presente trabajo de tesis presenta el diseño de un sistema de diagnóstico de fallas basado en eventos discretos para un sistema de nivel de líquido, el cual está dividido en cuatro capítulos, cada uno de ellos tiene el objetivo de ir orientando, para llegar a diseñar el diagnosticador híbrido.

El capitulo 1 presenta el estado del arte sobre el tema, además los objetivos planteados y un aporte que brinda el trabajo realizado.

El capitulo 2 es el encargado de dar la información teórica para cumplir el objetivo planteado, dentro de este contexto se encuentra información básica sobre sistemas continuos y control tolerante a fallas basados en la técnica *Model Matching*, también se presentan los fundamentos sobre sistemas de eventos discretos y su representación formal con autómatas de estados finitos, además el procedimiento para construir un diagnosticador discreto y el análisis de diagnosticabilidad. Por último se presenta el enfoque de Bayoudh, Travé-Massuyès, y Olive, (2008) para la diagnosticabilidad de sistemas discretos y el formalismo matemático para extraer la información continua de las respuestas del sistema así como el análisis de diagnosticabilidad de sistemas híbridos.

En el capítulo 3 se presenta la descripción del sistema y el modelo matemático del sistema con y sin fallas, además se hace una revisión del controlador tolerante a fallas basado en la técnica *Model Matching* diseñado por Urbina Candales (2014).

En el capítulo 4 se realiza el análisis cualitativo del sistema, el cual sirve para determinar el umbral de operación del sistema para diferenciar entre fallas leves y fallas severas, además en base al análisis cualitativo y el umbral de operación se podrá determinar los residuales que traducirán el comportamiento del sistema continuo a discreto, este conjunto de residuales forman las firmas que definen cada uno de los modos en los que se encuentran el sistema, estas firmas son la base para el diseño del diagnosticador híbrido que se ha calculado en base a nuestro análisis. Por último se presentan las conclusiones y recomendaciones sobre el trabajo realizado.

Cabe recalcar que en este trabajo el sistema de nivel de líquido es concebido de naturaleza híbrida y que las fallas diagnosticadas son fallas que el controlador tolerante a fallas no puede enfrentar correctamente, además se debe tener en cuenta que la elección de residuales se ha realizado en base del análisis cualitativo del sistema, lo que evita la realización de diseños más complejos para este efecto. También se debe tomar en cuenta que el análisis cualitativo del sistema se ha realizado considerando que las fallas se producen una a la vez, la cual puede mantenerse durante la ocurrencia de la otra falla y su identificación se lo realiza en función del orden de ocurrencia de los eventos de falla.

### AGRADECIMIENTO

Agradezco a toda mi familia por sus palabras de aliento y apoyo para salir adelante, a todos mis amigos que con sus ideas me encaminaron para el inicio de este trabajo, también agradezco al Ing. Eduardo Calle por ponerme en contacto con la Dra. Mariela Cerrada a quien agradezco de una manera muy especial por todo su interés, paciencia y tiempo que ha dedicado para el desarrollo de este trabajo.

Gracias a todos,

Joffre Benjamin Ortiz Ortiz

XVIII

## CAPÍTULO 1

## **1. INTRODUCCION**

Todo proceso industrial está expuesto a un mal funcionamiento o el desgaste de sus partes, que pueden llegar a generar fallas en el proceso, que de no ser identificadas a tiempo y tomar acciones correctivas pueden producir pérdidas económicas, humanas, entre otras; por este motivo es necesario la implementación de sistemas de control tolerantes a fallas, de forma que el sistema se acople a las condiciones de sus partes y sigan funcionando con la misma capacidad y eficiencia. Para aplicar un control tolerante a fallas es necesario identificarlas y diagnosticarlas para saber que acciones de control se debe aplicar al sistema, sin embargo, existe procesos que cuentan con sistemas de control tolerantes a fallas, que bajo ciertas condiciones estos controles dejan de ser eficientes y por lo tanto se requiere otra fase de control para mitigar estos comportamientos, por esta razón, en este trabajo realizaremos un estudio sobre un sistema que tiene estas características al cual se le realizará la identificación y diagnóstico de fallas, en base al comportamiento híbrido, continuo y de eventos discretos.

Dentro de este capítulo introductorio se realizará una revisión de las investigaciones realizadas sobre diagnóstico de fallas para esta clase de sistemas, de los cuales se presentará un breve extracto de cada uno de los trabajos revisados; a continuación se definen los objetivos planteados en esta investigación y por último se presentará la contribución del trabajo planteado.

### 1.1 Diagnóstico de fallas en un sistema híbrido

Diagnosticar fallas en un proceso tiene su complicación, se debe conocer completamente el proceso de forma que se pueda identificar los lugares donde se pueden generar las fallas y de qué manera afectarían al proceso, además, se debe identificar la naturaleza del proceso, existe procesos que tienen dinámica continua, dinámica discreta y otros que tiene la combinación de los dos como es el caso que estaremos tratando, que son los sistemas híbridos.

Para la identificación y diagnóstico de fallas para sistemas continuos, Prada (2008) en su trabajo de tesis plantea la detección de fallas a través del diseño de filtros de detección basados en los observadores generalizados de Luenberger, que es un observador estimador de estados, que permite estimar los estados ocultos del sistema a partir de la medición de su entrada y salida; en base a estas salidas y sus derivadas generan unos residuales que sirven para determinar la existencia de fallas en el proceso, pero antes se debe determinar si las variables del sistema son observables y

posterior a ésto se debe determinar si las fallas son separables de forma que se pueda determinar con exactitud que falla ocurrió.

Por su parte Hanane Louajri, M. S. M., y Labarre, C. (2013) propone la construcción de un módulo de diagnóstico (llamado diagnosticador) capaz de diagnosticar fallos paramétricos<sup>1</sup> y discretos<sup>2</sup>, ya que, la mayoría de los sistemas reales son sistemas híbridos en el que las dinámicas discretas y continuas cohabitan. Por lo tanto, el diagnóstico de estos sistemas debe hacer frente a la evolución y la interacción de ambas dinámicas. Este módulo de diagnóstico consta de tres partes el diagnosticador de tipo discreto, diagnosticador de tipo continuo y el coordinador. El diagnosticador discreto utiliza el enfoque de Sampath, M., Sengupta, R., Lafortune, S., Sinnamohideen, K., y Teneketzis, D. (1995) para determinar su diagnosticabilidad y con el fin de eliminar ciclos indeterminados se basan en el comportamiento continuo del sistema tal como propone Bhowal P., Sarkar D., Mukhopadhyay S., Basu A. (2007). El diagnosticador continuo se diseña en base a dos pasos, el primero generación de residuos en función de las variables medidas y estimadas del sistema, donde es cero cuando el sistema está funcionando en condiciones normales y diferente de cero cuando se produce un fallo; en el segundo paso se analiza los residuos para determinar: si se ha producido la falla, que lo ha producido y la amplitud de la falla. Por su parte el objetivo del coordinador es detectar todas las fallas que requieren la interacción entre los diagnosticadores discretos y continuos, o sea si se ha detectado la misma falla como paramétrica y discreta al mismo tiempo, el coordinador es el encargado de definir a que categoría pertenece la falla diagnosticada; el coordinador se construye en base a una tabla de condiciones que contiene unas firmas que definen cada una de las fallas.

Vento, J., Puig, V., y Sarrate, R. (2010) propone un sistema de aislamiento y detección de fallas (ADF<sup>3</sup>) de sistemas híbridos utilizando diagnosticadores que combinan dinámicas discretas y continuas, para esto se basa en principio en el método clásico ADF que es la comparación del comportamiento del sistema obtenido a partir de un modelo no defectuoso con el comportamiento real, a través de dos pasos. Primero se realiza una generación de residuos a través de cualquier método (los observadores, la ecuación de paridad, entre otros) y el segundo la evaluación de los residuos. A partir de esto la propuesta de Vento, J., Puig, V., y Sarrate, R. (2010) trata de un método extendido del ADF, que se trata de la identificación del modelo del sistema, de un modelo actual a otro posterior, esto debido al cambio que puede sufrir un proceso, y por lo tanto la posterior actualización de sus residuales en función del nuevo modelo.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Fallas paramétricas son aquellas que afectan al sistema dinámico continuo (HananeLouajri, M. S. M., y Labarre, C., 2013).

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Fallos discretos afectan la dinámica discreta del sistema (HananeLouajri, M. S. M., y Labarre, C. ,2013).

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Las siglas en ingles son FDI (fault detection and isolation).

Vento, J., Trave-Massuyes, L., Sarrate, R. y Puig, V. (2013) en este artículo propone la construcción incremental de un autómata híbrido para el diagnóstico en línea, el cual trata del seguimiento del modo del sistema híbrido y su diagnóstico sin construir un diagnosticador completo fuera de línea, sino más bien de la construcción de forma incremental, desarrollando solo lo que se requiera con el objetivo que se adapte a la vida útil del sistema. Para ello se han basado en Vento, J., Puig, V. y Sarrate, R. (2011) y Bayoudh, M., Travé-Massuyes, L., Olive, X., y Space, T. A. (2008) donde se utilizan residuos de espacio de paridad para hacer el seguimiento del modo y diagnosticar el sistema híbrido. En Vento, J., Puig, V. y Sarrate, R. (2011), los modos de funcionamiento representan el comportamiento nominal y el diagnóstico se centra en la detección y aislamiento de fallas no estructurales, es decir, los fallos que no cambian la estructura del modelo (por ejemplo, fallos aditivos en sensores y actuadores). En Bayoudh, M., Travé-Massuyes, L., Olive, X., y Space, T. A. (2008), los modos de operación pueden ser nominales o defectuosos, lo que lleva a la capacidad de detectar y aislar las fallas estructurales (por ejemplo, un actuador atascado en una posición dada, abierto o cerrado). En ambos casos, un conjunto de relaciones de redundancia analítica (ARR) se infiere a partir del conjunto de ecuaciones en cada modo y se utilizan para generar un conjunto de residuos. En el caso de fallas no estructurales, el efecto de la falla en los residuales de cada modo se asume conocido y es capturado por las firmas de falla teóricos. El seguimiento del modo del sistema que implica la detección de los residuos del modo actual, son diferentes de cero y comprueban las firmas de falla teóricos contra los residuos evaluados con mediciones. En el caso de fallas estructurales, se supone que los modelos de falla son conocidos y se espera que los residuos del modo defectuoso se hagan cero cuando ocurra la falla. Los métodos presentados se basan en el enfoque de Sampath, M., Sengupta, R., Lafortune, S., Sinnamohideen, K., y Teneketzis, D. (1995) que es una máquina de estados finitos llamada diagnosticador.

La parte común de estos trabajos es la generación de firmas que definen un modo del sistema, estas firmas están compuestas por residuales que son obtenidos de la observación del comportamiento de las variables físicas del sistema. Estas firmas hacen que la dinámica continua del sistema se convierta en discreta y por medio del enfoque de Sampath, M., Sengupta, R., Lafortune, S., Sinnamohideen, K., y Teneketzis, D. (1995) para diagnosticadores discretos se llegue a diseñar un diagnosticador de tipo discreto, que al final llega a ser híbrido debido a que los residuales son determinados a partir de variables continuas.

### 1.2 Objetivos

Basado en los trabajos descritos en la sección 1.1 nos planteamos los objetivos citados a continuación, para un sistema de control de nivel de líquido el cual tiene naturaleza híbrida, para el que diseñaremos un diagnosticador de fallas.

### 1.2.1 Objetivo General

• Diseñar un sistema de diagnóstico de fallas basado en eventos discretos para un sistema de naturaleza híbrida.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Conocer los formalismos para el modelado de SED
- Desarrollar el modelado del SED basado en el formalismo de autómatas de estados finitos, orientado a la detección de fallas para el caso de estudio de un sistema de control de nivel de líquido.
- Construir un diagnosticador de estados basado en el modelo de eventos desarrollado.
- Validar el sistema de diagnóstico realizado, mediante simulaciones del sistema.

### **1.3** Contribución de la tesis

Diagnosticar e identificar fallas para luego controlarlo o tomar acciones correctivas sobre el sistema es importante en un proceso, por esta razón existen muchas teorías y estudios realizados sobre sistemas de diagnóstico, identificación y controladores tolerantes a fallas, que se complementan para garantizar el buen funcionamiento del proceso.

En este trabajo se ha propuesto realizar el diseño de un diagnosticador de sistemas híbridos para un sistema de control de nivel de líquido, el modelo del sistema utilizado para este trabajo investigativo es el de un banco de pruebas "DAC 603" cuyas características se detalla más adelante. Este trabajo tiene la característica que el diagnosticador se diseñará en base a un sistema que cuenta con un controlador tolerante a fallas, que teóricamente dicho controlador tiene un funcionamiento excelente, pero como todo proceso tiene una limitación física, que le impide realizar el control una vez que la falla sobrepasa de un cierto rango de severidad. Por esta razón es aplicable un sistema de detección y diagnóstico de fallas para estos casos, de forma que alerte sobre la presencia de estas fallas severas y se pueda tomar acciones correctivas sobre el sistema.

El diagnosticador híbrido tiene la característica de complementar la dinámica continua con la discreta, de donde para nuestro diseño utilizaremos el enfoque empleado por Bayoudh, M., Travé-Massuyes, L., Olive, X., y Space, T. A. (2008), con la característica que los residuales que se generarán para el diseño se obtendrán de un análisis cualitativo del proceso que para nuestro caso lo realizaremos en base al conocimiento del modelo del proceso, luego verificado con simulaciones, pero también se podría realizar directamente en la planta a base de mediciones y un conocimiento a priori del proceso; este análisis cualitativo nos evitará diseñar generadores de residuos más complejos como los basados en observadores, entre otros.

## CAPÍTULO 2

## 2. SISTEMAS CONTINUOS Y SISTEMAS DE EVENTOS DISCRETOS

Tradicionalmente la teoría de control ha tratado con el comportamiento dinámico de procesos, cuyas variables son numéricas y cuya evolución puede modelarse mediante ecuaciones diferenciales, o también en diferencias. Con la amplia utilización del computador como componente esencial de los sistemas, han aparecido sistemas de complejidad creciente que no puede ser convenientemente descrito por los modelos convencionales(García, 1999). Al analizar ciertos procesos nos podemos dar cuenta que muchas de las cantidades con las que tratamos son "discretas", como por ejemplo contar un número de piezas que son números enteros, y por otro lado lo que gobierna un proceso son "eventos" instantáneos tal como presionar un botón, abrir o cerrar una válvula, entre otros, lo que ha llevado a desarrollar investigación sobre este tipo de control basado en el cambio de un estado a otro debido a la ocurrencia de un evento.

### 2.1 Sistemas continuos

Para un sistema dinámico continuo, el estado de un sistema se describe en función de un conjunto de variables de estado  $x(t) = [x_1(t), x_2(t), x_3(t) \dots, x_n(t)], x(t) \in \mathbb{R}^n$ , estas variables son las que determinan el comportamiento futuro de un sistema cuando se conoce el estado presente y las señales de excitación. Conociendo las condiciones iniciales de las variables de estado  $x(t_0) = [x_1(t_0), x_2(t_0), x_3(t_0), \dots, x_n(t_0)]$  para un tiempo inicial  $t_0$  y las señales de entrada  $u(t) \forall t \ge t_0$ , es suficiente para determinar los valores futuros de las salidas y de las variables de estado como se ilustra en la Figura 1(Dorf & Bishop, 2005).

Para comprender y controlar sistemas continuos complejos, tales como los sistemas mecánicos, hidráulicos, eléctricos, entre otros, hay que obtener modelos cualitativos o cuantitativos de ellos. Algunas veces, es posible analizar las relaciones entre las variables del sistema y obtener un modelo matemático. Como los sistemas considerados son de naturaleza dinámica, las ecuaciones descriptivas son generalmente ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden invariantes en el tiempo que describen el comportamiento del sistema que se esté estudiando.



Figura 1: Sistema dinámico continuo

De esta manera, el estado de un sistema se describe por el conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden, que se representan de forma general en la ecuación (1):

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)), \quad x(t_0) = x_0$$

$$y(t) = h(x(t))$$
(1)

De donde,  $f(x, u) \neq h(x)$  son funciones continuas no lineales,  $x \in \mathbb{R}^n$  es el vector de estados,  $u \in \mathbb{R}^p$  son los controles o las señales de entrada y  $y \in \mathbb{R}^q$  son las señales de salida del sistema.

A partir de estas ecuaciones diferenciales no lineales (1) y por intermedio de una linealización aproximada utilizando expansión de series de Taylor, un sistema puede representarse como una dinámica lineal, a través de matrices Jacobianas (A,B,C) como se muestra en las ecuaciones (2) y (3):

$$\dot{\mathbf{x}}_{\delta}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}_{\delta}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}_{\delta}(t); \ \dot{\mathbf{x}}_{\delta}(t_0) = x_{0\delta}$$
(2)  
$$\mathbf{y}_{\delta}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}_{\delta}(t)$$
(3)

Mas detalle sobre la representación de sistemas en ecuaciones diferenciales se puede encontrar en (Dorf & Bishop, 2005) para casos lineales y (Sira Ramírez, Márquez, Rivas Echeverría, & Llanes Santiago, 2005) para sistemas no lineales.

La representación entrada salida del sistema lineal (2) y (3) en el dominio de la frecuencia está asociada a una función de transferencia G(s), tal que Y(s) = G(s)U(s) donde U(s) es la transformada de Laplace de la señal de entrada y Y(s) es la transformada de Laplace de la señal de salida.

### 2.2 Control tolerante a fallas

Un sistema de control es una interconexión de componentes que proporcionan una respuesta deseada, que se basa en la relación entrada – salida del sistema. La relación entrada – salida representa la relación entre causa y efecto del proceso, que es el tratamiento de la señal de entrada en función del comportamiento de la salida para proporcionar una nueva señal de salida. Estrategias comunes de control consiste en generar un algoritmo, que produce una señal de control de entrada a la planta del sistema. Esta señal de control es determinada por el error que se produce entre la señal de referencia deseada para la salida y la salida real del sistema, ver Figura 2.

Los procesos industriales gobernados por controladores automáticos pueden presentar fallas. Por lo que es necesario aumentar su fiabilidad y una de las formas de hacerlos es implementando un sistema de control tolerante a fallas. Se entiende por falla a todo cambio en el comportamiento de alguno de los componentes del sistema (desviación no permitida de alguna de sus propiedades o parámetros característicos) de manera que éste ya no puede satisfacer la función para la cual ha sido diseñado. Las fallas pueden presentarse en sensores, actuadores, controladores, o componentes del proceso durante su operación. Por otro lado, tolerancia a fallas es la capacidad de un sistema de control para mantener sus objetivos, a pesar de la aparición de una falla, admitiéndose una cierta degradación de su desempeño(Blanke, Kinnaert, & Lunze, 2006).



Figura 2: Sistema de control en lazo cerrado

La Figura 3 muestra la arquitectura del control tolerante a fallas donde f representa las fallas que entran al sistema y d son perturbaciones. Se observa que este control extiende la realimentación habitual del controlador, agregando un nivel supervisor, que incluye los bloques de diagnóstico, y rediseño del controlador. Si no existen fallas, el nivel de supervisión prácticamente desaparece, pero por el contrario, si existen perturbaciones pequeñas éstas serán atenuadas por el control nominal, sin embargo, cuando existan fallas que sean de una magnitud superior las cuales el control nominal no puede controlar, entra en función el nivel supervisor, donde el bloque de diagnóstico identifica la falla y el bloque de rediseño del controlador actúa sobre el control nominal para solucionar la falla.

Se consideran dos tipos de control tolerante a fallas: el control pasivo y el control activo. El control pasivo, utiliza la propiedad que tienen los sistemas realimentados de hacer frente a perturbaciones, cambios en la dinámica del sistema e incluso fallas en el mismo. El control tolerante pasivo consiste en un diseño robusto del sistema de control realimentado para hacerlo inmune a determinados fallos. Por otro lado, el control tolerante activo consiste en el diagnóstico en línea de la falla y, a partir de dicha información, activar algún mecanismo de acomodación del mismo o de

reconfiguración del control o incluso, dependiendo de la gravedad, la parada del sistema.



Figura 3: Arquitectura del control tolerante a fallas

### 2.2.1 Controlador tolerante a fallas basado en *Model Matching*

La técnica de control *Model Matching* es una de las técnicas aplicadas sobre plantas de modelo lineal invariante en el tiempo, además de ello, es una técnica de control tolerante a fallas activo, que se utiliza para atenuar ciertas perturbaciones que se presenten en la planta para asegurar el seguimiento de la señal de referencia. La técnica *Model Matching* utiliza un modelo o un conjunto de modelos admisibles, que proporcionan estabilidad y garantía de rendimiento. El principal aporte de este enfoque es acomodar el controlador garantizando que el comportamiento de lazo cerrado se encuentra en el conjunto de comportamientos admisibles. Esta acomodación consiste en la reconfiguración del controlador en línea cuando se presentan fallas o en todo caso, si el modelo nominal en sus variaciones debido a fallas esta dentro de los comportamiento admisibles, también puede usarse el *Model Matching* para garantizar de modo pasivo estos desempeños (Montes de Oca et al., Puig, Theilliol, y Tornil-Sin, 2011)(Staroswiecki, 2005).

En este trabajo se prestará especial interés en el *Model Matching* en su función de atenuar las perturbaciones que se presente en la planta para asegurar el seguimiento de la señal de referencia dentro de una estrategia de control tolerante a fallas pasivo. Un sistema de control alcanza a eliminar una perturbación si la salida de la planta excitada por cualquier perturbación eventualmente se desvanece, es decir, el valor de la perturbación tiende a cero cuando el tiempo tiende al infinito. El diseño de este controlador se basa en la correcta elección del modelo nominal de referencia con el fin disminuir el efecto de la perturbación, sin embargo, es posible que no se elimine completamente, para lo que sería necesario aumentar el orden del modelo nominal hasta que la perturbación se elimine completamente.

#### 2.2.2 Configuración de dos parámetros en el control Model Matching

En este trabajo, se estudiará un sistema controlado con la técnica *Model Matching*, bajo la configuración de dos parámetros. Pero es importante saber que su punto de partida es la configuración de realimentación unitaria (ver Figura 4), hasta llegar a la configuración de dos parámetros. La configuración de realimentación unitaria se puede utilizar para lograr cualquier colocación de polos, pero no cualquier *Model Matching*. Los diseños se llevan a cabo comparando los coeficientes del controlador con polinomios deseados; si el numerador y el denominador de la función de transferencia de la planta tienen factores comunes no es posible realizar la colocación de polos o el *Model Matching*. Por lo tanto, es necesario que el denominador y el numerador no tengan factores comunes. Bajo este supuesto, las condiciones para realizar el *Model Matching* dependen del grado del controlador, entre mayor sea el grado más son los parámetros que se tienen que ajustar. Es decir, si el grado del controlador es suficientemente grande, siempre será posible realizar el ajuste de parámetros(Chen, 2006).



Figura 4: Realimentación unitaria Fuente: Chen, (2006)

Si se aumenta el orden del controlador, la configuración de realimentación unitaria puede ser usada para lograr colocación de polos y seguimiento robusto, sin embargo, si el diseño no es satisfactorio hay que repetir el diseño. En cambio en la configuración de dos parámetros se escogen unas especificaciones de diseño, y solo hasta que una planta nominal satisfactoria es escogida se diseña el controlador. Por lo tanto es más fácil y simple obtener un buen controlador por *Model Matching* en la configuración de dos parámetros, que por colocación de polos en configuración de realimentación unitaria. La configuración de dos parámetros se encuentra, partiendo de la configuración de realimentación unitaria, y a diferencia de ésto, si permite lograr cualquier *Model Matching*, es por ello que estudiaremos esta configuración a continuación.

Analizando la Figura 4, se tiene que la señal de control sin tomar en cuenta la perturbación, queda definida en la ecuación (4):

$$U(s) = C(s)(R(s) - Y(s)) = C(s)R(s) - C(s)Y(s)$$
(4)

Donde C(s) es la función de transferencia del controlador U(s) y R(s) son las funciones de transferencia de las señales de referencia y de control, respectivamente.

Es decir, el mismo controlador se aplica a la entrada de referencia y a la salida de la planta para generar la señal de control. La configuración de dos parámetros generalizada se muestra en la ecuación (5):

$$U(s) = C1(s)R(s) - C2(s)Y(s)$$
(5)

de tal forma que sean diferentes controladores los que se apliquen a la entrada y a la salida, como se muestra en el diagrama de bloques de la Figura 5. Esta es la manera más general de encontrar el controlador en esta configuración, siendo C1(s)un control en realimentación anticipativo, y C2(s) un control por realimentación.



Figura 5: Primera configuración de dos parámetros Fuente: Chen, (2006)

Asumiendo que cada controlador está definido según las ecuaciones (6) y (7):

$$C1(s) = \frac{L(s)}{A1(s)} \tag{6}$$

$$C2(s) = \frac{M(s)}{A2(s)} \tag{7}$$

o bien por motivos de simplificación asumiendo que A1(s) = A2(s) = A(s), se obtiene:

$$C1(s) = \frac{L(s)}{A(s)} \tag{8}$$

$$C2(s) = \frac{M(s)}{A(s)} \tag{9}$$

al sustituir C1 y C2 en la forma general del controlador de la Figura 5, se encuentra el diagrama de bloques de la Figura 6.



Figura 6: Segunda configuración de dos parámetros con sustitución de C1 y C2 Fuente: Chen, (2006)

El problema con esta configuración es que durante el proceso de diseño A(s) podría llegar a tener raíces inestables. Si esto ocurriera la señal de salida de L(s) / A(s) tendería al infinito, y el sistema seria inestable.

Otras configuraciones a partir de la Figura 6 son ampliamente estudiadas en Chen (2006), para lidiar con el problema de estabilidad o cancelacion de polos y ceros inestables en el sistema de control, durante el proceso de diseño de L(s), A(s) y M(s). A partir de los análisis presentados por Chen (2006), la configuración de dos parámetros apta para su implementación, se logra sustituyendo las ecuaciones (8) y (9), en la ecuación (5), encontrando así la siguiente ecuación (10):

$$U(s) = \frac{L(s)}{A(s)}R(s) - \frac{M(s)}{A(s)}Y(s)$$
<sup>(10)</sup>

Reescribiendo la ecuación (10) en forma matricial se tiene que:

$$\begin{bmatrix} \underline{L(s)} & -\underline{M(s)} \\ \overline{A(s)} & -\underline{M(s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R(s) & Y(s) \end{bmatrix}$$
(11)

Quedando el controlador de la siguiente manera:

$$C(s) = [C1(s) - C2(s)] = \begin{bmatrix} L(s) \\ \overline{A(s)} & -\frac{M(s)}{\overline{A(s)}} \end{bmatrix} = A^{-1}(s)[L(s) - M(s)]$$
(12)

Partiendo de la ecuación (12), se obtiene la configuración de dos parámetros de la Figura 7. La misma no es diferente de las analizadas en Chen (2006), sin embargo si se implementa C(s) el problema de la cancelación de polos no surgiría.

El diagrama de bloques que representa la configuración de dos parámetros se muestra en la Figura 7:



Figura 7: Configuración de dos parámetros Fuente: Chen, (2006)

La función de transferencia del sistema controlado viene dado por la ecuación (13).

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{L(s)A^{-1}(s)G(s)}{1 + A^{-1}(s)G(s)M(s)}$$
(13)

Si se sustituye G(s) = N(s) / D(s) en la función de transferencia (13) e introduciendo el factor A(s)D(s) / A(s)D(s), se tiene la expresión de la ecuación (14):

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{L(s)A^{-1}(s)\frac{N(s)}{D(s)}}{1 + A^{-1}(s)\frac{N(s)}{D(s)}M(s)} \times \frac{A(s)D(s)}{A(s)D(s)}$$
(14)

Simplificando la expresión (14) se obtiene la función de transferencia del sistema controlado bajo la configuración de dos parámetros en la ecuación (15):

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{L(s)N(s)}{A(s)D(s) + N(s)M(s)}$$
(15)

Sea  $G_o(s)$  la función de transferencia nominal deseada del sistema controlado. Entonces, el diseño de control *Model Matching*, el cual permite encontrar los polinomios L(s), M(s) y A(s), se logra a partir de la solución de la ecuación (16):

$$\frac{L(s)N(s)}{A(s)D(s) + N(s)M(s)} = G_o(s) = \frac{N_o(s)}{D_o(s)}$$
(16)

En Chen (2006) se demuestra que la solución (16) se obtiene con la solucion de las ecuaciones (17) y (18):

$$L(s) = N_p(s)\overline{D}_p(s) \tag{17}$$

$$A(s)D(s) + N(s)M(s) = D_p(s)\overline{D}_p(s)$$
<sup>(18)</sup>

donde  $\frac{N_p(s)}{D_p(s)} = \frac{G_o(s)}{N(s)}$  y  $\overline{D}_p(s)$  es un polinomio de Hurwitz tal que  $deg\overline{D}_p(s) \ge 2n - 1 - p$  donde *n* es el grado de la planta y *p* es el grado de  $D_p(s)$ .

Nótese que la ecuación (18) plantea una igualdad que se resuelve con la Ecuación Diofantina.

### 2.3 Sistemas de eventos discretos

Cuando el espacio de estado de un sistema se describe de forma natural por un conjunto discreto como {0, 1, 2,...}, y las transiciones de estado sólo se observan en puntos discretos en el tiempo, asociamos estas transiciones de estado con "eventos" y se refiere a un "sistema de eventos discretos" (SED). Dicho de otra forma, se llama SED a la transición de un estado a otro, asociado a la ocurrencia de un determinado evento. La transición de un estado a otro o la sucesión de determinados eventos no están regido por una sincronía en el tiempo, sino más bien los tiempos de transición son asíncronos dependiendo del requerimiento o la naturaleza del sistema.

No existe una definición formal para "evento". Tiene un concepto primitivo con una buena base intuitiva. Únicamente se debe pensar un evento como algo que ocurre instantáneamente y realiza una transición de un estado a otro. Un evento puede ser identificado como una acción específica por ejemplo, alguien presiona un botón. Un evento también puede ser visto como una ocurrencia espontánea, o por la reunión de resultados de una serie de condiciones.

Se entiende por estado en un SED a las posibles situaciones a las que puede llegar el sistema que se está describiendo, después de la ocurrencia de un evento.

En las últimas décadas, la rápida evolución de las tecnologías de computación, comunicación e información ha ayudado a la proliferación de "nuevos" sistemas dinámicos más complejos. Su comportamiento se caracteriza por la existencia de un conjunto de estados discretos finito o infinito delimitados por eventos que ocurren de manera asíncrona(Cassandras & Lafortune, 2008). Algunos ejemplos de estos sistemas son:

- Redes de computadoras y de comunicaciones
- Sistemas de manufactura automáticos
- Sistemas de control de tráfico
- Sistemas de control, comunicación e información.
- Sistemas avanzados de monitoreo y control.
- Sistemas inteligentes de transporte
- Sistemas distribuidos.

De esta manera, en una amplia variedad de sistemas puede existir fuertes y complejas interacciones entre sus variables y que éstas respondan a eventos discretos, algunos de ellos como la existencia de una falla o la llegada imprevista de una orden sin una causa o una temporalidad conocida, lo que dificulta el conocer cómo evolucionará el sistema en su conjunto (Quinteros Henao, 2010).

Las principales características de un sistema que deben ser consideradas por un formalismo que represente el control de un sistema a eventos discretos son:

- a) Son asíncronos: porque algunos eventos pueden ocurrir en cualquier momento, sin ningún tipo de periodicidad ni de continuidad.
- b) Están dirigidos por eventos: cuando ocurre un suceso cambia el estado del sistema.
- c) Son secuenciales: porque puede haber eventos que guarden una cierta secuencia, tal que para que ocurra uno, antes debe de haber ocurrido el anterior.
- d) Presentan sincronización: es el problema de retrasar la ejecución de un proceso hasta que se cumpla una determinada condición.
- e) Presentan concurrencia: porque varios eventos pueden ocurrir al mismo tiempo, este es, existe uno o más procesos que trabajan de forma conjunta para realizar una determinada tarea.
- f) Pueden representar conflictos o exclusión mutua: el conflicto se presenta cuando un recurso es compartido por varias entidades y se resuelve haciendo que no se puedan presentar al mismo tiempo dos solicitudes del recurso.
- g) Pueden presentar parada por interbloqueo: por ejemplo, el robot ha cogido una pieza de la máquina 1 y la máquina 2 requiere la pieza y no la recibe (Quinteros Henao, 2010).

### 2.3.1 Formalismos del modelado de SED

Mediante paradigma o formalismo se referencia a un conjunto de conceptos, leyes y medios que sirven para definir un conjunto de modelos. Hay varios paradigmas para especificar formalmente SED y la mayoría de ellos tienen existencia conceptual independiente de los lenguajes de simulación que pueden usarse para llevar a cabo las simulaciones (Quinteros Henao, 2010).

Una forma sencilla de definir un SED es decir que se trata de un sistema que se compone de eventos discretos, variables discretas de estado y que el avance de un estado a otro es provocado por la ocurrencia de eventos (Saadallah, Meling, & Daireaux, 2011). Uno de los formalismos a considerar es la representación de un autómata, que es un dispositivo capaz de representar un lenguaje de acuerdo a reglas bien determinadas. La forma más sencilla de presentar el concepto de autómata es considerar su representación a través de un grafo dirigido o diagrama de transición de estados, como se ilustra en la Figura 8 (Cassandras & Lafortune, 2008).



**Figura 8:** Diagrama de transición de estados, el conjunto de eventos es  $\Sigma = \{a, b, g\}$ , y el conjunto de estados es  $X = \{x, y, z\}$ . El estado inicial es x (indicado por una flecha), y el conjunto de estados marcados son  $\{x, z\}$  (doble circulo) **Fuente:** Cassandras & Lafortune, (2008)

En esta línea, otro de los formalismos ampliamente difundidos para modelar y controlar SED, son los basados en las denominadas Redes de Petri. Las Redes de Petri tienen una representación matemática sencilla empleando álgebra lineal y teoría de conjuntos, lo que las hace particularmente útiles para modelar y analizar SED (Quinteros Henao, 2010).

### 2.3.2 Autómata de estado finito

Un autómata de estado finito es una máquina con un número finito de estados que lee símbolos de entrada infinita. El comportamiento del autómata está determinado únicamente por el estado en que se encuentra y el símbolo en la entrada. Al leer un símbolo de entrada cambia de estado y avanza a la siguiente entrada. Cuando ya no quedan símbolos por leer el sistema se detiene. Aún cuando los símbolos de entrada sean infinitos, la cadena que guía el comportamiento del autómata no lo es. Por tanto, esta cadena de comportamiento puede ser tan larga como se quiera, pero siempre finita.

Una definición formal de un autómata determinístico, esta denotado por una 6tupla(Cassandras & Lafortune, 2008):

$$G = (X, \Sigma, f, \Gamma, x_0, X_m)$$
<sup>(19)</sup>

Donde:

- X es el conjunto de estados  $x_i$ .
- $\Sigma$  es el conjunto de eventos  $e_i$ .
- f = X × Σ → X es la función de transición: f(x, e) = y significa que hay una transición definida por un evento e de un estado x a un estado y; en general, f es una función parcial en su dominio.
- $\Gamma: X \to 2^{\Sigma}$  es la función de eventos activos (o función de evento factible);  $\Gamma(x)$  es el conjunto de todos los eventos *e* para que *f* (*x*, *e*) se define y se llama *conjunto de eventos activos* (o conjunto de eventos factibles) de *G* en *x*.
- $x_0$  es el estado inicial.
- $X_m \subseteq X$  es el conjunto de estados marcados.

El modelado de máquinas de estados finito tiene la debilidad de la explosión de estados que hace inadecuado para algunas aplicaciones prácticas, surgiendo enfoques modulares para el tratamiento de sistemas y eventos de alta dimensionalidad (Cerrada, Ferrarini, & Dedè, 2010).

### 2.4 Diagnóstico de fallas

Diagnosticar una falla es identificar un comportamiento diferente en cualquier componente que forme parte del sistema con el que se esté trabajando. Una falla es una desviación de la estructura o parámetros del sistema con respecto a sus valores normales, que deben ser diagnosticadas para posteriormente ser aisladas o atenuadas por acciones de control.

### 2.4.1 Diagnóstico de fallas de sistemas continuos

Generalmente, los sistemas de variables continuas son modelados por ecuaciones diferenciales o funciones de transferencia. Un principio básico de detección de fallas consiste en usar un modelo del sistema para generar a partir de una señal de entrada, una secuencia de salida, y verificar en cada instante de tiempo t la consistencia del sistema con el modelo, mediante la relación:

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t)$$
 (20)

lo cual no es otra cosa que el principio de diagnóstico basado en consistencia (Blanke, Kinnaert, & Lunze, 2006), ver Figura 9. Esta diferencia toma el nombre de residuo y contiene la información del sistema. En ausencia de fallas el residuo debe ser cero o tender a éste y cualquier otro valor, en caso contrario.

El algoritmo de diagnóstico consta de dos pasos: generación de residuos (problema de detección) y evaluación de los mismos (problema de separabilidad). En este último se aísla e identifica la falla mediante la información contenida en los residuos. La evaluación proporciona información sobre el tiempo en la que ocurrió la falla y sobre el elemento en el cual esta falla está actuando. En este paso se necesita una función de evaluación de residuos, así como un valor de umbral determinado. Este valor es necesario para evitar falsas alarmas debido a condiciones iniciales, pequeñas perturbaciones o dinámicas no modeladas. Generalmente la evaluación se realiza de forma estadística o determinística. La primera está basada en el cálculo de desviación estándar, varianza, media, entre otros, mientras que la segunda está basada en la noción de distancias definida en los espacios vectoriales, tales como normas, siendo las más utilizadas la norma 2 o euclidiana y la norma infinita ( $N_2 y N_{\infty}$ )(Blanke, Kinnaert, & Lunze, 2006).



Figura 9: Problema de diagnóstico de sistemas de variable continua Fuente: Prada Velásquez, (2008)

En la literatura existen tres grandes grupos de técnicas para la generación de los residuos tal como se observa en la Figura 10. En vista que para hacer diagnóstico se necesita llegar al nivel más profundo de las etapas de diagnóstico, las técnicas de diagnóstico basadas en modelo (DBM) son las más utilizadas, ya que, proporcionan de forma natural herramientas para realizar dicha estimación. Mayor detalle sobre las técnicas de diagnóstico de residuos están resumidos en Blanke & Kinnaert (2006).



Figura 10: Clasificación de los métodos de generación de residuos Fuente: Prada Velásquez, (2008)

### 2.4.1.1 Detección y diagnóstico de fallas basados en observadores

Una de las técnicas más utilizadas para la detección de fallas en un sistema continuo es el empleo de observadores para su detección. Un observador de estados es un sistema dinámico cuyos estados convergen a los del sistema observado. Para un sistema dinámico lineal modelado como en las ecuaciones (2) y (3), se puede construir un observador de Luenberger bajo el cumplimiento de que el par (A, C) sea observable.

Un observador de Luenberger de orden completo, tiene la característica de ser simple en su construcción, que estima los estados del proceso mediante el uso de señales de entrada y salida del mismo, para luego producir los residuos a través de la diferencia entre la salida real y la estimada.

La ecuación del observador de Luenberger, está definida como:

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + D(y(t) - C\hat{x}) \qquad \hat{x}(0) = \hat{x}_{0} 
\hat{y}(t) = C\hat{x}(t)$$
(21)

Donde  $\hat{y} \neq \hat{x}$  son las salidas y los estados estimados respectivamente, y *D* la ganancia del observador.

Si este observador de Luenberger es asumido como el modelo en la Figura 9, cualquier desviación de la planta respecto a su modelo nominal generara una desviación del residual a un valor distinto de cero.

Una variación del observador de Luenberger de orden completo, es el observador generalizado de Luenberger, que no es más que una extensión del observador clásico. La diferencia consiste en que el observador generalizado considera, además del error de la salida del sistema, la diferencia entre sus derivadas sucesivas y las derivadas estimadas, las cuales serán igualmente afectadas por la aparición de una falla. Esta extensión permite, además de la ubicación de los autovalores, la asignación de una estructura particular de la matriz dinámica del error de estimación bajo condiciones de detectabilidad y separabilidad de las fallas, las condiciones de detectabilidad y separabilidad se deben satisfacer en el sistema si se quiere un proceso de detección y diagnóstico satisfactorio. Para ello es necesario analizar la propagación de las fallas dentro de la dinámica del error de estimación y que propiedades direccionales deben caracterizarlas. Los detalles de la formalización matemática para el diseño de observadores de Luenberger generalizados pueden revisarse en Tarantino, Szigeti, y Colina-Morles (2000) y Prada Velásquez (2008) donde se muestra el desarrollo de este observador para la detección de fallas en un sistema de nivel de líquido.

En ausencia de un modelo matemático de la planta, es posible construir residuos en base al conocimiento cualitativo, a partir de las salidas del proceso. Este trabajo apunta a construir los residuos en base a este conocimiento cualitativo.

### 2.4.2 Diagnóstico de fallas de sistemas de eventos discretos

Para realizar un diagnóstico es preciso tener el modelo a ser diagnosticado, en donde se tenga levantado toda la información referente al sistema, esto incluye sensores actuadores y todo elemento que tenga acciones discretas.

Recordando el modelo de un SED, dado por la ecuación (19):

$$G = (X, \Sigma, f, \Gamma, x_0, X_m)$$

algunos de los eventos en  $\Sigma$  son observables, es decir que se pueden ser observados por algún agente externo, mientras el resto son inobservables, por lo tanto, el conjunto de eventos queda compuesto por la unión de conjunto de eventos observables e inobservables  $\Sigma = \Sigma_0 \cup \Sigma_{uo}$ , de donde  $\Sigma_o$  es el conjunto de los eventos observables y  $\Sigma_{uo}$  es el conjunto de los eventos inobservables. Los eventos observables pueden ser la respuesta de un sensor, el accionar de una máquina, entre otros, mientras que los eventos inobservables son aquellos eventos que se producen por acciones de fallas u otro tipos de eventos que produzcan cambios en la planta sin el conocimiento de que esto va a ocurrir, a partir de ésto podemos decir que el conjunto de eventos de falla es  $\Sigma_f \subseteq \Sigma_{uo}$ . A menudo, no podemos exigir que cada evento de fallo se identifique; podemos simplemente estar interesados en saber si uno de una serie de eventos de fallo ha ocurrido, como por ejemplo, cuando el efecto de la serie de fallos en el sistema es el mismo, o bien, cuando la acción de control que sigue el diagnóstico es el mismo para todas estas fallas. En tales casos, dividimos el conjunto de eventos de fallo en diferentes tipos de fallo y requieren identificación única no del evento de fallo en sí, sino del tipo de falla, cuando tal evento ocurre en el sistema. Quedando representado así:

$$\Sigma_f = \Sigma_{f1} \cup \dots \cup \Sigma_{fm} \tag{22}$$

Donde  $\Sigma_{fi}$ ,  $i = \{1, ..., m\}$ , denota conjuntos disjuntos de eventos de falla correspondientes a diferentes tipos de fallas, y esta partición se denota  $\Pi_f$ . Cada elemento de falla se identifica por una etiqueta de falla  $F_i \in \Delta_f$ ;  $\Delta_f = \{F_1, ..., F_n\}$ .

Al igual que en los sistemas continuos también se pueden construir diagnosticadores de estados para los SED que están representados por un autómata. Este diagnosticador es también un autómata de estados finitos, cuyos eventos son solo eventos observables provenientes de los sensores o de los actuadores, por ejemplo si se tiene un sensor de corriente que dé un 0 si el motor de una bomba está encendida y un 1 si el motor está apagado, si este sensor indica que la bomba está encendida cuando la bomba debería estar apagada existiría un evento de falla que indica que el sistema de control de la bomba no está funcionando correctamente, de esa forma diagnosticaríamos las fallas del sistema, siempre y cuando estén modeladas para el diseño del diagnosticador. La existencia de su evento de falla puede estar indicada en un estado del diagnosticador, al cual se entra por la sucesión de eventos observables específicos.

### 2.4.2.1 Características de un autómata diagnosticador

- Seguir el comportamiento del sistema
- Diagnosticar, si es posible, la ocurrencia de un evento inobservable de falla (e<sub>f</sub>).
- El estado s<sub>diag</sub> es aumentado con una etiqueta asociada a la ocurrencia del evento de falla, s<sub>diag</sub> = (x, l) de donde x ∈ 2<sup>{x}</sup> es el estado del autómata en estudio y l ∈ 2<sup>{Δ<sub>f</sub>}</sup> es la etiqueta de falla.
- Se puede considerar la ocurrencia de eventos de falla simples, o un conjunto de eventos de falla e<sub>f</sub> ∈ Σ<sub>f</sub> donde Σ<sub>f</sub> ⊆ Σ<sub>uo</sub>.
- Se usa la etiqueta N para indicar que el (los) eventos(s) de interés no han ocurrido y la etiqueta  $F_i$  para indicar que el evento  $e_f$  ha ocurrido,  $e_f \in \Sigma_f$ .

### 2.4.2.2 Construcción de un diagnosticador

Un diagnosticador se construye en base al modelo observable de una planta, por lo tanto, podemos decir que el diagnosticador se construye de forma similar al del observador de estados discretos (Cassandras & Lafortune, 2008).

El modelo del autómata de un diagnosticador deterministico está definido en (23)

$$G_{diag} = (X_{diag}, \Sigma_{diag}, \delta_{diag}, x_{0, diag}, X_{m, diag})$$
(23)

De donde:

$$\begin{split} x_{0,diag} &= UR(x_0) \\ X_{m,diag} &= \left\{ B \in X_{diag} \colon B \cap X_m \neq \emptyset \right\} \\ \delta_{diag}(B,e) &= UR(\left\{ x \in X \colon (\exists x_e \in B) [x \in \delta(x_e,e)] \right\}) \end{split}$$

El alcance inobservable UR(x) está definido en la ecuación (24).

$$UR(x) = \{ y \in X : \exists t \in \Sigma_{uo}^* [y = \delta(x, t)] \}$$

$$(24)$$

Si B es un conjunto de estados, el alcance inobservable de B es igual a la unión de los alcances inobservables de cada uno sus elementos:  $UR(B) = \bigcup_{x \in B} UR(x)$ .

Para construir un diagnosticador se debe seguir los siguientes pasos:

- 1. Para cada  $x \in X$  determine UR(x).
- 2. Determine  $x_{0,diag} = UR(x_0)$ , y fije  $X_{0,diag} = \{x_{0,diag}\}$ ,
  - a. Adjuntar la etiqueta N a todos los estados que puede ser alcanzados desde  $x_0$  con cadenas inobservables definidas en  $[\Sigma_{uo} \setminus \Sigma_f]^*$ .
  - b. Adjuntar le etiqueta  $F_i$  a los estados que son alcanzados desde  $x_0$  por cadenas definidas en  $F_i \subset \Sigma_f$ .
- 3. Para cada  $B \in X_{diag}$  y  $e \in \Sigma_0$ , defina  $\delta_{diag}(B, e) = UR(\{x \in X : (\exists x_e \in B) [x \in \delta(x_e, e)]\}).$ 
  - a. Si un estado z puede alcanzarse con o sin la ocurrencia del evento de interés, entonces se crean dos estados: uno con la etiqueta N y otro con la etiqueta  $F_i$ .
- 4. Repetir el paso 2, hasta que se construya todas las partes accesibles de G.
  - a. Propague en un próximo estado la etiqueta  $F_i$  asociada al evento de interés ya ocurrido y aumente dicha etiqueta si otro evento de interés ocurre en la construcción de UR(x).
- 5. Se determina  $X_{m,diag} = \{B \in X_{diag} : B \cap X_m \neq \emptyset\}.$

Siguiendo este proceso se puede construir el diagnosticador de cualquier sistema que se esté analizando. Para profundizar estos conceptos así como el planteamiento de las condiciones necesarias y suficientes para la diagnosticabilidad de un SED, referirse a Sampath, Sangupta, Lafortune, Sinnamohideen, & Teneketzis (1996). El planteamiento de estas condiciones se retomará nuevamente en la sección 2.5.3.

### 2.5 Sistemas híbridos

Un sistema de control híbrido es aquel que está conformado por la unión de los sistemas dinámicos continuos y los sistemas dinámicos discretos. La dinámica continúa esta modelado por un conjunto de ecuaciones diferenciales mientras que la dinámica discreta está dada por un sistema de eventos discretos que pueden ser modelados con un autómata. Los sistemas híbridos por lo general se encuentran presentes en los sistemas de fabricación flexibles, control de procesos químicos, entre otros (Stiver & Antsaklis, 1993).

Desde el punto de vista funcional la arquitectura de un sistema de control híbrido contiene una planta continua en el tiempo, un controlador de eventos discretos y una interface entre estos dos elementos, tal como se puede observar en la Figura 11 (Stiver & Antsaklis, 1993).

Según Stiver & Antsaklis (1993) es posible modelar un sistema de control híbrido a partir de la interacción de dos SED, de donde el primer SED es el controlador y el segundo SED representa la combinación de la planta y la interface. Modelando el sistema de esta manera permite que las técnicas desarrolladas para el análisis y diseño de controladores SED se puedan aplicar a sistemas híbridos. Las técnicas SED deben adaptarse, debido a que los modelos SED utilizados para representar los sistemas de control híbridos no son los mismos que los utilizados típicamente en el estudio de SED lógicos.



Figura 11: Sistema de control Híbrido Fuente: Stiver & Antsaklis, (1993)

### 2.5.1 Modelado de sistemas híbridos

De acuerdo en lo expuesto por Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive (2008) en su trabajo de investigación, un sistema híbrido puede ser descrito como un autómata híbrido definido como una tupla:  $S = (\zeta, Q, \Sigma, T, C, (q_0, \zeta_0))$  donde:

- ζ es el conjunto de variables continuas, que incluye variables observables e inobservables.
- Q es el conjunto de estados del sistema discreto. Cada estado  $q_i \in Q$  representa un modo funcional del sistema. Esto incluye modos de fallas nominales y esperadas.
- $\Sigma$  es el conjunto de eventos. Los eventos corresponden a entradas de control discretas, cambios de modo espontáneos y eventos de falla.  $\Sigma o \subseteq \Sigma$  es el conjunto de eventos observables. Sin pérdida de generalidad, se asume que los eventos de falla son inobservables.
- T Es la función de transición,  $T: Q \times \Sigma \rightarrow Q$ .
- C Es el conjunto de restricciones del sistema que vincula las variables continuas. Esto representa el conjunto de ecuaciones diferenciales y algebraicas que modelan el comportamiento continuo del sistema.
- $(\zeta_0, q_0) \in \zeta \times Q$ , son las condiciones iniciales del sistema híbrido.

En la Figura 12 se presenta un sistema híbrido, el sistema se encuentra en un estado  $q_i$ , donde el sistema está funcionando bajo ciertas condiciones descritas en la función  $f_1$ , pero debido a cualquier circunstancia normales o de falla que pueden ser de naturaleza continua o discreta producen un evento e que hace que el sistema se mueva al estado  $q_j$  donde las condiciones de funcionamiento están denotadas por la función  $f_2$ .



Figura 12: Sistema híbrido

La parte discreta del autómata híbrido, está representada por  $M = (Q, \Sigma, T, q_0)$ , que es un autómata discreto que describe la dinámica discreta del sistema, por ejemplo la evolución entre los modos funcionales de Q. Los modos incluyen modos nominales y modos de falla. Un modo desconocido puede ser adicionado para modelar todas las situaciones de falla no anticipadas. El comportamiento continuo del sistema híbrido es modelado por un sistema continuo subyacente  $\Xi = (\zeta, Q, C, \zeta_0)$  que describe el comportamiento total del sistema continuo. Las transiciones entre los modos están implícitas y en consecuencia no están limitadas. Por tanto, llamamos a este sistema un sistema multimodal.

El comportamiento continuo subyacente en cada modo  $q_i$  es modelado por un conjunto de restricciones  $C_i$ . Un conjunto de restricciones que une las variables continuas sólo observables se calcula a partir  $C_i$ . Este conjunto es denotado por  $C_{obsi}$ . Cada restricción de  $C_{obsi}$  puede ser evaluado por variables observables. Esto debe ser satisfecho cuando el sistema evoluciona al modo  $q_i$ . El comportamiento híbrido es el resultado de la contribución subyacente del sistema continuo y el SED.

La diagnosticabilidad del sistema híbrido es analizado teniendo en cuenta las propiedades diagnosticables de sus dos sistemas subyacentes(Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive, 2008), los cuales se explican a continuación.

### 2.5.2 Diagnosticabilidad del sistema continuo subyacente

Diagnosticar un sistema multimodal consiste en determinar el modo actual del sistema. La propiedad de diagnosticabilidad de un sistema multimodal garantiza que el modo del sistema pueda ser determinado sin ambigüedad usando observaciones continuas. (Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive, 2008) en su investigación presenta una teoría para analizar la diagnosticabilidad de sistemas continuos subyacentes, donde presentan el concepto de *firmas espejo* y *firmas de modo*.

Para verificar la consistencia del modelo del sistema con respecto a observaciones (diagnóstico basado en consistencia para sistemas continuos), un conjunto de indicadores de consistencia están vinculados con cada modo de funcionamiento del sistema. Para cada restricción  $C_{obs_i}^k$  de  $C_{obs_i}$  un indicador de consistencia llamado residual es asociado y se denota con  $r_{ik}$ . El residual es un indicador booleano. El residual es cero cuando la restricción  $C_{obs_i}^k$  es satisfecha, y para los otros casos es igual a 1(Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive, 2008).

### 2.5.2.1 Firmas espejo y firmas reflexivas

La firma  $q_k$  - espejo del modo  $q_j$  es el vector de residuales del modo  $q_k$  evaluado cuando el sistema está en modo  $q_j$ . Se usa el término *espejo* debido a que está representada la firma de  $q_j$  visto en el modo  $q_k$ .

**Definición 1** (Firma espejo): Dada la tupla  $S_r^{q_k} = [r_{k1}, r_{k2}, ..., r_{kN_{r(q_k)}}]$  de sistema residual en modo  $q_k$ , la firma  $q_k$  - espejo del modo  $q_j$  esta dado por el vector  $S_{j/k} = [s_{1_{j/k}}, ..., s_{N_{r(q_k)_{j/k}}}]^T = [S_r^{q_k} (\zeta_{OBS_{q_j}})]^T$ , donde  $\zeta_{OBS_{q_j}}$  es el valor de la variable observable en modo  $q_j$ .

La firma reflexiva es un caso particular de la firma espejo  $S_{i/k}$ , con j = k.

**Definición 2** (Firma reflexiva): La firma reflexiva del modo  $q_j$ ,  $S_{j/j} = \left[S_r^{q_j}\left(\zeta_{OBS_{q_j}}\right)\right]^T = [0,0,...,0]^T$ , es el vector de residuales del modo  $q_j$ , calculado con observaciones cuando el sistema está en modo  $q_j$ .

### 2.5.2.2 Las firmas de modo

**Definición 3** (Firmas de modo): La firma de modo  $q_i$  es el vector obtenido por la concatenación de todas las firmas espejo de  $q_i$ ,  $Sig(q_i) = [S_{i/1}^T, S_{i/2}^T, ..., S_{i/i}^T, ..., S_{i/m}^T]^T$ , donde m es el número de modos del sistema.

### 2.5.3 Diagnosticabilidad del SED subyacente

La diagnosticabilidad basada en eventos introduce aspectos temporales en las observaciones y la definición de diagnosticabilidad se da a continuación (Sampath, Sangupta, Lafortune, Sinnamohideen, Teneketzis, 1996):

**Definición 4:** Una falla f es diagnosticable si su ocurrencia es siempre seguido por una secuencia finita de eventos observables que permitan diagnosticar f con certeza(Pencolé, 2004). El sistema se dice diagnosticable si y solo si todas las fallas esperadas son diagnosticables.

### 2.5.3.1 Enfoque del diagnosticador

Se asume que *M* no contiene ciclos inobservables. El conjunto de eventos de falla  $\Sigma_F$  es dividido en conjuntos disjuntos correspondientes a diferentes tipos de fallas Fi,  $\Sigma_F = \Sigma_{F_1} \cup \Sigma_{F_2} \cup ... \cup \Sigma_{F_n} y \Sigma_{F_i} \cap \Sigma_{F_j} = \emptyset$ , para  $i \neq j$ . El objetivo del diagnóstico es hacer deducciones acerca de sucesos pasados de tipos de fallas en base a los eventos observados. A fin de resolver este problema, el modelo del sistema se convierte en un diagnosticador.

El diagnosticador  $Diag(M) = (Q_{Diag}, \Sigma_{Diag}, T_{Diag}, q_{0Diag})$  es una máquina de estados finitos deterministicos construido a partir del modelo del sistema *M*. Esto puede ser utilizado para hacer diagnóstico en línea y/o análisis de diagnoticabilidad.

**Definición 5:** Dado un estado del diagnosticador  $q_{Diag} \in Q_{Diag}$ , este estado es Fi-incierto si Fi no pertenece a todas las etiquetas de estado, considerando que Fi pertenece al menos a una etiqueta de estado. **Teorema 1:** El sistema M no es diagnosticable(Sampath, Sengupta, Lafortune, Sinnamohideen, & Teneketzis, 1995) si y solo si el diagnosticador asociado Diag(M):

- contiene un ciclo incierto, es decir, un ciclo en el que hay al menos un estado diagnosticador Fi-incierto para algún Fi.
- los estados del sistema original involucrados en los diferentes diagnosticadores de estados cíclicos también definen un ciclo en el sistema original M.

#### 2.5.4 Diagnosticabilidad del sistema híbrido

Diagnosticar un sistema híbrido consiste en seguir el modo del sistema mediante la observación del comportamiento de la parte continua y discreta. El sistema híbrido es diagnosticable si y sólo si la ocurrencia de cualquier evento de fallo no observable se detecta con un número finito de eventos discretos y observaciones continuas. El comportamiento del sistema híbrido es el resultado de comportamientos continuos y discretos. Por lo tanto, el análisis de diagnosticabilidad híbrido debe pedir información a ambos eventos discretos y continuos.

# 2.5.4.1 Abstracción de la dinámica continua en términos de eventos discretos

Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive (2008) asumen que la dinámica de las entradas de control discretas es más lenta que la dinámica del generador residual y definen una función  $f_{SC-SED}$ , para cada modo de transición del SED subyacente, se asocia un evento emitido desde el dominio continuo, que representa el cambio de la firma de modo, según la ecuación (25).

Esta función tiene como objetivo definir  $\Sigma^{Sig}$ , como el conjunto de eventos discretos emitidos desde la abstracción de la dinámica continua del sistema multimodo.

$$\begin{cases} f_{SC-SED}: Q \times T(Q, \Sigma) \to \Sigma^{Sig} \\ (q_i, q_j) \mapsto \begin{cases} Ro_{ij} \in \Sigma_o^{Sig} \text{ if } Sig(q_i) \neq Sig(q_j) \\ Ruo_{ij} \in \Sigma_{uo}^{Sig} \text{ if } Sig(q_i) = Sig(q_j) \end{cases}$$
(25)

- $\Sigma_{o}^{Sig}$  es un conjunto de eventos observables, generado cuando la firma de modo del modo fuente es diferente que la firma de modo del modo destino.
- $\Sigma_{uo}^{Sig}$  es un conjunto de eventos inobservables generados cuando la firma de modo del modo fuente es igual a la firma de modo del modo destino.
- $\Sigma^{Sig}$  Está definido como  $\Sigma_0^{Sig} \cup \Sigma_{uo}^{Sig}$ .

### 2.5.4.2 Lenguaje híbrido y trayectoria híbrida

La abstracción de los cambios de la dinámica continua en términos de eventos discretos nos permite definir el lenguaje del sistema híbrido, que describe la evolución del comportamiento del sistema. Se denota por  $\Sigma_{hybrid} = \Sigma \cup \Sigma^{sig}$  el alfabeto que contiene los eventos discretos "naturales" y los eventos modelados de cambia de modo. Se modela el comportamiento híbrido del sistema como un lenguaje prefijo cerrado  $L(s) \subset \sum_{hibrid}^{*}$  sobre los eventos del alfabeto  $\Sigma_{hybrid}$ , donde  $\sum_{hibrid}^{*}$  denota el conjunto de todas las cadenas infinitas de elementos del conjunto  $\Sigma_{hybrid}$  incluido la cadena vacío ( $\sum_{hibrid}^{*}$  se llamada la cerradura de Kleen de  $\Sigma_{hybrid}$ ). Una trayectoria del sistema híbrido es representado por una cadena de eventos del alfabeto híbrido  $\Sigma_{hybrid}$  (Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive, 2008).

### 2.5.4.3 Comportamiento autómata híbrido

El lenguaje híbrido L(s) puede ser generado por su representación general de estados finitos (Ramadge & Wonham, 1989). En su trabajo Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive (2008) lo llama *el comportamiento autómata* y mezcla los dos eventos discretos los "naturales" y los de cambio de firmas.

El lenguage híbrido  $L(s) \subset \Sigma_{hybrid}^*$  tiene la propiedad que mezcla eventos discretos "naturales"  $\Sigma$  y los eventos emitidos desde la abstraccion de la dinámica continua  $\Sigma^{Sig}$ . Por lo tanto se puede enunciar la propiedad especifica (ver Figura 13).

**Propiedad 1:**  $\forall \omega \in L(s), \omega = e'.R'.\omega', donde e' \in \Sigma, R' \in \Sigma^{Sig}, \omega' \in L(s).$ 

$$(qi)$$
  $e' \rightarrow (qij)$   $R' \rightarrow (qj) - W'$   
 $W=e'R'W'$ 

. . . . . . . . . .

Figura 13: Propiedades del lenguaje híbrido Fuente: Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive, (2008)

La diagnosticabilidad de un sistema híbrido está definida en Bayoudh, Travé-Massuyès, Olive, (2008), como sigue:

**Definición 6:** Un evento de falla f es diagnosticable si su ocurrencia puede ser detectada siempre después de un conjunto finito de observaciones continuas y discretas, es decir, después de una secuencia finita de eventos observables y un conjunto finito de observaciones de variables continuas. El sistema se dice que es diagnosticable si y solo si todas las fallas previas son diagnosticables.

Además Bayoudh, Travé-Massuyès, Olive (2008) cita dos teoremas y un corolario que dan el criterio suficiente para determinar la diagnosticabilidad del sistema híbrido, el teorema 2 hace referencia al criterio suficiente para SED subyacente, el teorema 3 al criterio suficiente para sistemas continuos subyacentes y el corolario 1 define una condición suficiente para que un sistema híbrido sea diagnosticable, donde  $q_i$  es un modo fuente y  $q_j$  es un modo destino, esto en base a la prueba 3 del teorema 4 del artículo (Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive, 2008):

**Teorema 2:** El sistema híbrido  $S = (\zeta, Q, \Sigma, T, C, (q_0, \zeta_0))$  es diagnosticable si su sistema de eventos discretos subyacente  $M = (Q, \Sigma, T, q_0)$  es diagnosticable.

En la práctica, los SED subyacentes son raramente diagnosticables porque no incluyen información explicita acerca de los eventos que ocurren después de la ocurrencia de un fallo. La diagnosticabilidad puede solo ser decidida en base a la observación de entradas de control discretas y salidas discretas de sensores.

**Teorema 3:** El sistema híbrido  $S = (\zeta, Q, \Sigma, T, C, (q_0, \zeta_0))$  es diagnosticable si el sistema continuo subyacente  $\Xi = (\zeta, Q, C, \zeta_0)$  es diagnosticable.

**Corolario 1:** Dos modos  $q_i y q_j$ ,  $i \neq j$  del sistema híbrido S son diagnosticables si  $Sig(q_i) \neq Sig(q_j)$ . Si todo par de modos  $(q_i, q_j)$ ,  $i \neq j$  del sistema híbrido son diagnosticables entonces el sistema es diagnosticable.

### 2.5.4.4 Condición necesaria y suficiente de diagnosticabilidad de sistemas híbridos

Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive (2008) construye el diagnosticador de sistemas híbridos, por considerar el comportamiento autómata. La propiedad de diagnosticabilidad del sistema híbrido se analiza en este diagnosticador por extensión del teorema de diagnosticabilidad de SED (Teorema 1), para sistemas híbridos.

**Proposición 1:** El sistema  $S = (\zeta, Q, \Sigma, T, C, (q_0, \zeta_0))$  no es diagnosticable si y solo si:

- el diagnosticador asociado calculado a partir de los correspondientes comportamiento autómata contiene un ciclo incierto, es decir, un ciclo en el que hay al menos un estado diagnosticador Fi-indeterminado para algún Fi.
- los estados del comportamiento del autómata involucrados en los diferentes estados cíclicos del diagnosticador también definen un ciclo en el comportamiento autómata.

# CAPÍTULO 3

# 3. MODELACIÓN DEL SISTEMA CONTINUO DE NIVEL DE LÍQUIDO Y ANÁLISIS DE CONDICIONES DE FUNCIONAMIENTO

Modelación se refiere a la representación matemática a través de ecuaciones del modelo físico en estudio, tanto en condiciones normales como en condiciones de falla. El modelado matemático servirá para la implementación de controladores, además a través de su respuesta se podrá analizar las diferentes condiciones de funcionamiento del sistema, los cuales servirán para establecer estados de funcionamientos que podrán ser elevados a nivel de modos y eventos discretos que es uno de los objetivos de este trabajo de investigación.

### 3.1 Sistema de nivel de líquido

El proceso a estudiar corresponde a la configuración de dos tanques interconectados, que consta de un ingreso de caudal directamente al tanque 1 donde se asumirá que existe una válvula controlable y un sistema de medición de caudal qi, el tanque 1 se encuentra interconectado con el tanque 2 por medio de una tubería colocado en la base de los dos tanques, por donde existe circulación de un caudal  $q_{12}$ , cada tanque tiene un sistema de medición de altura ( $H_1$ ,  $H_2$ ). El tanque 2 tiene una salida de líquido ( $q_2$ ) que es constante, y por último unas constantes de las tuberías<sup>4</sup> de interconexión y de salida  $k_1$  y  $k_2$  respectivamente; el proceso antes descrito se encuentra representado en la Figura 14. Este sistema de control ha sido ampliamente estudiado en Prada Velásquez (2008), Rondón Rivas (2012) y Urbina Candales (2014).

El proceso antes mencionado va ha ser objeto de estudio a lo largo de este trabajo, por lo que será necesario realizar cálculos y simulaciones, para lo cual se necesita tener datos reales de alguna planta física, por lo que se ha tomado de Prada Velásquez (2008) datos de un sistema de tanques interconectados en el equipo de entrenamiento DAC 603 propiedad del Laboratorio de Control y Automatización de la Escuela de Ingeniería Sistemas de la Universidad de Los Andes Mérida, Venezuela, estos datos se refieren en otros trabajos tales como (Cerrada, Cardillo, & Prada, 2011),(Rondón Rivas, 2012) y (Urbina Candales, 2014) que han realizado trabajos

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Las constantes de las tuberías está relacionado con los valores de la sección de la tubería y la influencia de la gravedad en el comportamiento de los fluidos.

sobre este mismo equipo, por lo que podemos considerar estos datos como válidos para nuestro proyecto de investigación.

Prada Velásquez (2008) en su trabajo tesis diseña un observador de Luenberger generalizado para la deteccion y diagnóstico de fallas, por su parte Rondón Rivas (2012) diseña un control supervisorio donde diseña un banco de controladores PI que son cambiados dependiendo de la falla que se presenta en el sistema para lo cual hace uso de lo propuesto por Prada Velásquez (2008), mientras que Urbina Candales (2014) diseña un sistema de control tolerante a fallas basado en la técnica *Model Matching* al cual le realiza un análisis de robustes y un estudio de sensibilidad. Todos estos trabajos lo han realizado sobre el mismo banco DAC 603, considerando el mismo modelo y las mismas condiciones de fallas que se esta utilizando para el desarrollo de este trabajo.

De acuerdo a la Figura 14 los parámetros básicos del modelo son:

- $A_1$  es el área del tanque 1 y es igual a 95,52  $pulg^2$
- $A_2$  es el área del tanque 2 y es igual a 64  $pulg^2$
- $k_1$  y  $k_2$  son constantes y sus valores son 0,9580 y 1,3635 respectivamente.
- $h_1$  y  $h_2$  representan la altura en los tanques 1 y 2 respectivamente.
- $q_i$  es el flujo de entrada o alimentación del sistema.



Figura 14: Sistema de Tanques interconectados Fuente: Autor

### 3.1.1 Fallas del sistema

En un sistema se puede presentar diferentes fallas ya, sea directamente en su estructura así como en sus actuadores o sensores, para este trabajo hemos considerado tomar las fallas consideradas en (Prada Velásquez, 2008),(Rondón Rivas, 2012) y(Urbina Candales, 2014), que son fisura en el tanque 1 y taponamiento de la tubería de interconexión del tanque 1 con el tanque 2, representadas en la Figura 15. Como Falla 1, se va a denominar la presencia de una fisura en el tanque 1, que será

representada como una salida adicional de este tanque, y se lo denominará  $q_3$  que está en función de la constante  $k_3$  y la altura del líquido en el tanque, por lo tanto, la constante  $k_3$  será la variable que defina la severidad de la falla 1. Si  $k_{3min} = 0$ significa que no existe falla, y un valor máximo de  $k_{3max} = 3.17$ , para encontrar este valor máximo es necesario recordar el análisis físico que define el caudal, para este caso  $q_3 = A\sqrt{2gh} = A\sqrt{2g}\sqrt{h}$  de donde  $k_3 = A\sqrt{2g}$  de donde A es el área del orificio por donde se produce la fuga y g es la gravedad. Tomando el dato de área de la válvula que simula esta falla en el banco DAC 603 y suponiendo que está totalmente abierta se llega a determinar el valor de  $k_{3max}$  (Urbina Candales, 2014).

La Falla 2 es la que representa la obstrucción de la tubería de interconexión entre los dos tanques, esto quiere decir que de alguna manera se reducirá la sección de dicha tubería haciendo que el caudal  $q_{12}$  disminuya, esto significa que la constante de esta tubería  $k_1$  se verá disminuida en un  $\Delta k$ , por lo tanto, representando matemáticamente seria:  $k_{\alpha} = k1 - \Delta k$  de donde, si  $k_{\alpha} = 0$  quiere decir que  $k_1 = \Delta k$ y el caudal  $q_{12}$  será nulo, pero si,  $k_{\alpha} = k_1$  esto significa que  $\Delta k = 0$  y el caudal  $q_{12}$ estará en su valor máximo permitido por la tubería sin ninguna obstrucción. Una vez hecho este análisis podemos definir el valor máximo y mínimo de  $\Delta k$  que sería:  $\Delta k_{min} = 0$  y  $\Delta k_{max} = k_1 = 0,958$ .



Figura 15: Sistema de Tanques interconectados con falla 1 y 2 Fuente: Autor

## 3.2 Modelado matemático del sistema de tanques interconectados

Para realizar el modelado matemático de un sistema, es necesario recurrir a conceptos relacionados con la física y química del sistema en estudio, para nuestro caso se ha realizado el análisis del balance de masas y energías, que no se presenta en este trabajo pero el resultado de este análisis son los modelos presentados más adelante. A continuación se modelará matemáticamente el sistema de los tanques

interconectados sin fallas presentados en la Figura 14 y el sistema de tanques interconectados con fallas presentado en la Figura 15.

### 3.2.1 Sistema sin fallas

En nuestro caso de estudio, podemos observar en la Figura 14 que se tiene dos tanques: el caudal de ingreso al tanque 1 es el mismo caudal de ingreso de todo el sistema (qi) y el caudal de salida es  $q_{12}$ , para el tanque 2 el caudal de ingreso es  $q_{12}$  y el caudal de salida es  $q_2$  por lo que tenemos dos ecuaciones diferenciales de primer orden que describe la dinámica del proceso (Prada Velásquez, 2008).

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A_1} q_i - \frac{1}{A_1} q_{12} \tag{26}$$

$$\frac{dh_2}{dt} = \frac{1}{A_2}q_{12} - \frac{1}{A_2}q_2 \tag{27}$$

De donde:

- Área del tanque 1 (A<sub>1</sub>)
- Área del tanque 2 (A<sub>2</sub>)
- Caudal de ingreso  $(q_i)$
- Caudal que circula del tanque 1 al tanque 2  $(q_{12})$
- Caudal de salida del tanque 2  $(q_2)$

El caudal  $q_{12}$  estaría representado por la ecuación (28) y el caudal  $q_2$  está representado por la ecuación (29).

$$q_{12} = k_1 \sqrt{h_1 - h_2} \tag{28}$$

$$q_2 = k_2 \sqrt{h_2} \tag{29}$$

Remplazamos las ecuaciones (28) y (29) en las ecuaciones (26) y (27) respectivamente obtenemos las ecuaciones diferenciales (30) y (31) que definen el comportamiento del sistema dinámico representado en la Figura 14.

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{1}{A_1} q_i - \frac{k_1}{A_1} \sqrt{h_1 - h_2}$$
(30)

$$\frac{\partial t}{\partial t} = \frac{A_1}{A_2} \sqrt{h_1 - h_2} - \frac{k_2}{A_2} \sqrt{h_2}$$
(30)

$$y_1 = h_1 \tag{32}$$

$$y_2 = h_2 \tag{33}$$

donde h1 y h2 representan las alturas en el tanque 1 y tanque 2 respectivamente.

### 3.2.2 Sistema con fallas

Para modelar el sistema con falla 1 y falla 2 (ver Figura 15) mencionadas y explicadas en la sección 3.1.1, a la ecuación (26) que modela el comportamiento del tanque 1 le adicionaremos una salida de caudal  $q_3$  que simula la falla 1, quedando modelado como se presenta en la ecuación (34).

$$\frac{dh_1}{dt} = \frac{1}{A_1}q_i - \frac{1}{A_1}q_{12} - \frac{1}{A_1}q_3 \tag{34}$$

Haciendo las sustituciones correspondientes y sabiendo que  $q_3 = k_3\sqrt{h_1}$ , la ecuación (34) queda representada en la ecuación (35).

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{1}{A_1} q_i - \frac{k_1}{A_1} \sqrt{h_1 - h_2} - \frac{k_3}{A_1} \sqrt{h_1}$$
(35)

Como se explicó en secciones anteriores la falla 2 se refiere a la disminución del valor de la constante k1, por lo que para representar esta falla utilizaremos directamente las ecuaciones (31) y (35) donde remplazaremos k1 por  $k1 - \Delta k$ , quedando representado el sistema con fallas de la Figura 15 en las ecuaciones (36) hasta (39):

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = \frac{1}{A_1} q_i - \frac{k_1 - \Delta k}{A_1} \sqrt{h_1 - h_2} - \frac{k_3}{A_1} \sqrt{h_1}$$
(36)

$$\frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{k_1 - \Delta k}{A_2} \sqrt{h_1 - h_2} - \frac{k_2}{A_2} \sqrt{h_2}$$
(37)

$$y_1 = h_1 \tag{38}$$

$$y_2 = h_2 \tag{39}$$

#### 3.2.3 Modelo lineal del sistema nominal

En Prada Velásquez (2008) se desarrolló el modelo lineal del sistema a fin de poder diseñar el observador generalizado de Luenberger para el diagnóstico de fallas usando la linealización aproximada basado en la expansión en series de Taylor, alrededor de un punto de equilibrio constante(Sira Ramírez, Márquez, Rivas Echeverría, & Llanes Santiago, 2005), el modelo del sistema se presenta a continuación.

Utilizaremos las ecuaciones de la (30) a la (33) que son las que representan el modelo matemático del sistema sin fallas, para el cual el punto de equilibrio esta

alrededor de un valor de caudal de ingreso, que define el punto de operación de altura para cada tanque, y están definidos de la siguiente forma:  $\frac{Q_i^*}{k_1} = \sqrt{H_1 - H_2} \quad \frac{Q_i^*}{k_2} = \sqrt{H_2}$ .

A continuación se representa cada una de las matrices Jacobianas que definen la aproximación lineal.

$$A = \frac{\partial f}{\partial h_{(H,Q_i)}} = \begin{bmatrix} -\frac{k_1}{2A_1\sqrt{H_1 - H_2}} & \frac{k_1}{2A_1\sqrt{H_1 - H_2}} \\ \frac{k_1}{2A_2\sqrt{H_1 - H_2}} & -\frac{k_1}{2A_2\sqrt{H_1 - H_2}} - \frac{k_2}{2A_2\sqrt{H_2}} \end{bmatrix}$$
(40)

$$B = \frac{\partial f}{\partial q i_{H,Qi}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{A_1} \\ 0 \end{bmatrix}$$
(41)

$$C = \frac{\partial y}{\partial q_{i_H}} = \begin{bmatrix} 1 & 0\\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(42)

Quedando el modelo linealizado de la siguiente forma:

$$\dot{h}_{\delta} = \begin{bmatrix} -\frac{k_{1}}{2A_{1}\sqrt{H_{1} - H_{2}}} & \frac{k_{1}}{2A_{1}\sqrt{H_{1} - H_{2}}} \\ \frac{k_{1}}{2A_{2}\sqrt{H_{1} - H_{2}}} & -\frac{k_{1}}{2A_{2}\sqrt{H_{1} - H_{2}}} - \frac{k_{2}}{2A_{2}\sqrt{H_{2}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1\delta} \\ h_{2\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{A_{1}} \\ 0 \end{bmatrix} q i_{\delta}$$
(43)  
$$y_{\delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1\delta} \\ h_{2\delta} \end{bmatrix}$$
(44)

La relación de las variables incrementales con las variables reales del sistema, se presenta en la ecuación (45).

$$h_{\delta} = \begin{bmatrix} (h_1 - H_1) \\ (h_2 - H_2) \end{bmatrix} \qquad q_{i\delta} = (q_i - Q_i^*) \tag{45}$$

Usando los parámetros definidos en la sección 3.1 y definido el punto de operación para el caudal de entrada  $Q_i^* = 3$  gpm, se obtiene el modelo de las ecuaciones (46) y (47).

$$\dot{h}_{\delta} = \begin{bmatrix} -0.0016 & 0.0016\\ 0.0024 & -0.0072 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1\delta}\\ h_{2\delta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0105\\ 0 \end{bmatrix} q_{i\delta}$$
(46)

$$y_{\delta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_{1\delta} \\ h_{2\delta} \end{bmatrix}$$
(47)

A continuación obtenemos la función de transferencia a lazo abierto utilizando la expresión  $G_U(s) = C(U)[sI - A(U)]^{-1}B(U)$ . Por ser un sistema que tiene dos salidas obtendremos dos funciones de transferencia, para h1 y h2, las cuales se encuentran expresadas en las ecuaciones (48) y (49) respectivamente.

$$G_{h1} = \frac{0.01047s + 7.571e - 005}{s^2 + 0.008833s + 7.753e - 006}$$
(48)

$$G_{h2} = \frac{2.502e - 005}{s^2 + 0.008833s + 7.753e - 006}$$
(49)

### **3.3** Control *Model Matching*

El sistema en estudio como todo sistema requiere de un sistema de control que haga que la respuesta del mismo se mantenga estable ante la presencia de perturbaciones, sin embargo, debido a que el cálculo de un controlador de esta naturaleza no es objetivo de nuestro estudio, se ha recurrido a la tesis realizada por Urbina Candales (2014) que implementa un controlador continuo tolerante a fallas utilizando la técnica *Model Matching*. A continuación se hará una breve descripción del proceso de cálculo que realiza Urbina Candales (2014) para obtener el controlador utilizando la técnica *Model Matching*.

# 3.3.1 Cálculo del controlador continuo tolerante a fallas utilizando la técnica *Model Matching*

A partir de la función de transferencia del sistema representada en la ecuación (48) y reescrita en la ecuación (50) se presenta el cálculo del controlador tolerante a fallas para mantener el nivel h1 en valores aceptables.

$$G_{h1} = \frac{0.01047s + 7.571e - 005}{s^2 + 0.008833s + 7.753e - 006}$$
(50)

Como se menciona anteriormente, el diseño de este tipo de controladores se inicia a partir de un modelo nominal, es decir, un modelo admisible que garantice estabilidad y rendimiento. Conociendo el modelo nominal y el modelo de la planta en la ecuación (50), proceden a diseñar el controlador *Model Matching*, en la configuración de dos parámetros, ecuación (51).

$$\frac{G_0(s)}{N(s)} = \frac{0.812}{s^3 + 1,01s^2 + 0,0157s + 0,0000615} = \frac{N_p(s)}{D_p(s)}$$
(51)

A continuación se elige  $\overline{D}_p(s)$ . El grado de D(s) es n = 2 y el grado de  $D_p(s)$ es p = 3. Por lo tanto  $\overline{D}_p(s)$  debe ser por lo menos de grado 2n - 1 - p = 0. Por lo tanto escogen este valor, es decir, grado  $\overline{D}_p(s) = 0$  y su valor  $\overline{D}_p(s) = 1$ .

Luego a partir de la ecuación (17) se busca el polinomio L(s) en la ecuación (52):

$$L(s) = N_p(s)\overline{D}_p(s) = 0.812 \times 1 = 0.812$$
(52)

Los polinomios  $A(s) = A_0 + A_1(s)$  y  $M(s) = M_0 + M_1(s)$  resuelven usando las ecuaciones (53) y (54).

$$F(s) = D_p(s)\overline{D}_p(s) = (s^3 + 1,01s^2 + 0,0157s + 0,0000615) \times 1 = s^3 + 1,01s^2 + 0,0157s + 0,0000615$$
(53)

0,00000775	0,0000757	0	0 -	1	$[A_0]$		[0,0000615 <sup>-</sup>	1
0,008833	0,01047	0,00000775	0,0000757	_	$M_0$	_	0,0157	(54)
1	0	0,008833	0,01047	-	$ A_1 $	-	1,01	(34)
0	0	1	0 _		$[M_1]$		L 1 .	

Resolviendo se obtiene  $A(s) = A_0 + A_1(s) = s + 0,007230$  y  $M(s) = M_0 + M_1(s) = 94.6673s + 0.8111$  y el controlador está definido en la ecuación (55).

$$C(s) = [C1(s) - C2(s)] = \left[\frac{0,812}{s+0,00723} - \frac{94,6673s+0,8111}{s+0,00723}\right]$$
(55)

Ya con el controlador proceden a cerrar el lazo empleando la ecuación (15), encontrando la función de transferencia de la ecuación (56).

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0,0085s + 0,00006146}{s^3 + s^2 + 0,0157s + 0,00006146}$$
(56)

### 3.3.2 Realización mínima

Después de conocer el controlador es necesaria cierta manipulación, para poder simular su comportamiento en el sistema, e implementarlo en tiempo real. Es por ello que se requiere de la realización mínima.

Las ecuaciones (57) y (58) definen al controlador *Model Matching* expresado en ecuaciones de estado, luego de encontrar la realización mínima (Urbina Candales, 2014).

$$\dot{x}3 = -0,00723x3 + 0,812r - 0,1267h_{1\delta} \tag{57}$$

$$q_{i\delta} = x3 - 94,6673h_{1\delta} \tag{58}$$

En la Figura 16 se presenta el diagrama de bloques de la configuración de dos parámetros para el sistema de tanques interconectados DAC 603, en base al sistema no lineal.



Figura 16: Esquema de control lineal, configuración de dos parámetros, para el sistema no lineal de tanques interconectados

Utilizando las ecuaciones (57) y (58) y el modelo del sistema de nivel de líquido representado en las ecuaciones (36) y (37) se realizan las simulaciones del sistema controlado de forma que podamos observar el funcionamiento del control tolerante a fallas. La simulación presentada en la Figura 17 y Figura 18 se ha realizado con un valor de  $k_3 = 3.17$  y un  $\Delta k = 0$  (falla 1), donde se puede apreciar que las salidas del sistema  $h_1$  y  $h_2$  sufren una variación de 0,11 pulg y 0.036 pulg respectivamente y la señal de control se eleva de 3 gpm a 15.08 gpm, de acuerdo a estos valores obtenidos de la simulación y considerando que la falla simulada es la máxima el controlador a respondido correctamente.



**Figura 17:** Salidas del sistema controlado, ante las fallas  $k_3=3.17$  y  $\Delta k=0$ **Fuente:** Autor



**Figura 18:** Señal de control del sistema controlado, ante las fallas  $k_3=3.17$  y  $\Delta k=0$ **Fuente:** Autor

También se realiza una simulación del sistema con un valor de  $k_3 = 0$  y  $\Delta k = 0.958$  (falla 2) ver Figura 19 y Figura 20, donde se puede ver que la altura  $h_1$  presenta una variación de 0.02 pulg que es bastante pequeña si consideramos que la falla simulada es la máxima para este caso, sin embargo, la salida  $h_2$  disminuye drásticamente, pero esto es inevitable ya que esta fuera del alcance de cualquier sistema de control, a no ser que se colocara otra entrada de caudal directamente al tanque 2, pero eso significaría cambiar el modelo considerado. Por otro lado, si analizamos la señal de control (ver Figura 20) se puede ver que disminuye a cero para mantener la altura  $h_1$  pero para regular la altura  $h_2$  la única entrada de caudal que puede hacerlo esta con restricción debido a la falla.



**Figura 19:** Salidas del sistema controlado, ante las fallas  $k_3=0$  y  $\Delta k=0.958$ **Fuente:** Autor



**Figura 20:** Señal de control del sistema controlado, ante las fallas k3=0 y  $\Delta k=0.958$ **Fuente:** Autor

Ahora presentamos en la Figura 21 y Figura 22 el resultado de la simulación cuando ocurran las dos fallas secuencialmente  $k_3 = 3.17$  y  $\Delta k = 0.45$  en este caso hemos elegido un valor  $\Delta k$  menor, de forma que el bloqueo de la tubería que conecta a los dos tanques no sea total. Para este caso se ha simulado que ocurre primero la falla 1, mientras no ocurra la falla 2 el sistema está controlado prácticamente perfecto, el momento que ocurre la falla 2 la altura  $h_1$  se mantiene controlada pero la altura  $h_2$  disminuye de igual forma que en la simulación de la Figura 19. En la Figura 22 se presenta el comportamiento de la señal de control, donde se ve que ante la ocurrencia de la falla 1 la señal de control aumenta su valor, cuando ocurre la falla 2 el valor de la

señal de control disminuye, por lo tanto podemos concluir que siempre que ocurra la falla 1 el caudal de ingreso aumentara y cuando ocurra la falla 2 el caudal siempre disminuirá independientemente del orden en el que ocurran las fallas.



Figura 21: Salidas del sistema controlado, ante la ocurrencia secuencial de las falla 1 ( $k_3$ =3.17) y falla 2 ( $\Delta k$ =0.45) Fuente: Autor



**Figura 22:** Señal de control del sistema controlado, ante la ocurrencia secuencial de las falla 1  $(k_3=3.17)$  y falla 2 ( $\Delta k=0.45$ ) **Fuente:** Autor

Como podemos observar en cada una de las simulaciones presentadas en las Figura 17 a la Figura 22 el control tolerante a fallas diseñado utilizando la técnica

Model *Matching* ante la ocurrencia de la falla 2 la altura  $h_1$  es controlada adecuadamente (objetivo de control).

Ahora bien, existe una restricción física sobre la válvula que regula el flujo de entrada, esta es, no puede proporcionar más de 9 gpm. Cuando ocurre la falla 1 el controlador funciona correctamente, pero debemos tomar en cuenta que el requerimiento del controlador es una entrada de caudal (señal de control) superior a los 9 gpm. El momento que el controlador requiere un caudal superior a éste el sistema no podrá tolerar la falla y por lo tanto se debe generar las alarmas para indicar que se han generado fallas no toleradas por el sistema de control. Esto dará lugar a la concepción de un sistema híbrido que debe ser diagnosticado en los modos no tolerados por el control. Este análisis se hará en el capítulo 4.

# CAPÍTULO 4

# 4. DIAGNÓSTICO DE FALLAS EN SISTEMAS HÍBRIDOS APLICADO A UN SISTEMA DE NIVEL DE LÍQUIDO CONTROLADO

En este capítulo se realizará un análisis cualitativo del sistema de tanques interconectados, tomando en cuenta que el sistema ya dispone de un controlador tolerante a fallas de naturaleza continua, sin embargo, el sistema tiene una limitación física que frente a la ocurrencia de una falla severa, el sistema de control tolerante a fallas pierde su efectividad generando un error en estado estable demasiado grande, razón por la cual es necesario un sistema de detección de fallas, de forma que se alerte del mal funcionamiento del sistema para poder tomar medidas correctivas.

Bajo estas condiciones, el sistema se considera un sistema híbrido ya que ante condiciones de fallas severas se considera que el sistema cambiará de un modo de funcionamiento tolerante a fallas a otros modos, según la falla que esté ocurriendo (modos discretos).

### 4.1 Análisis cualitativo del comportamiento del sistema

La limitación física del sistema (entrada de caudal limitada) hacen que el control no actúe correctamente, por esta razón, a partir de este análisis se diseñará un diagnosticador de fallas híbrido teniendo en consideración que el sistema de control tolerante a fallas funciona para un cierto rango de fallas denominadas leves y deja de ser efectivo para otro rango de fallas que lo denominaremos severas. Para diferenciar entre fallas leves y severas es necesario definir un umbral de operación que no es más que un error en estado estable tolerable, las respuestas del sistema se mantendrán dentro del umbral de operación cuando existen fallas leves que el control puede manejar y las salidas del sistema saldrán del umbral de operación debido a la presencia de fallas severas que el control no puede mantener dentro del umbral de operación. El umbral de operación será una restricción importante ( $C_{obs_i}^k$  sección 2.5.2) que ayudará a definir los residuales  $(r_{ik})$  del sistema, cada restricción puede definirse en función de variables continuas observables, cada vez que una restricción es violentada se lo asociará a un evento discreto que hace que el sistema pase de un estado a otro, la asociación entre una restricción que es de naturaleza continua que genera un evento discreto produce un sistema híbrido.

### 4.1.1 Rangos de $k_3$ y $\Delta k$ para el sistema de control tolerante a fallas

Las constantes  $k_3 y \ \Delta k$  están asociadas a la falla 1 y falla 2 respectivamente del sistema en estudio, por razones de simulación es necesario conocer los valores de estas constantes para las cuales el sistema está controlado adecuadamente y a partir de que valores el sistema presenta errores en estado estable no tolerables. Para definir el valor de estas constantes es necesario recordar que el sistema tiene una limitación física en el caudal de ingreso al sistema, el caudal de ingreso no puede ser mayor a 9gpm, la cual es la consecuencia principal de la aparición de fallas severas. Para este análisis utilizamos el modelo matemático del sistema no lineal con fallas representado en las ecuaciones (36) y (37), se considera que el sistema se encuentra en estado estable donde  $\frac{dh}{dt} = 0$  ya que por estar en estado estacionario no existe incremento en las señales de salida del sistema, hecho las debidas sustituciones en las ecuaciones (3.11) y (3.12) se presenta las ecuaciones (59)(60):

$$q_i - (k_1 - \Delta k)\sqrt{h_1 - h_2} - k_3\sqrt{h_1} = 0$$
(59)

$$(k_1 - \Delta k)\sqrt{h_1 - h_2} - k_2\sqrt{h_2} = 0$$
(60)

Considerando que el sistema se encuentra en ausencia de fallas y adecuadamente controlado<sup>5</sup>, se calcula el punto de equilibrio del sistema con las relaciones  $\frac{Q_i^*}{k_1} = \sqrt{H_1 - H_2}$   $\frac{Q_i^*}{k_2} = \sqrt{H_2}$ , para definir los valores de las salidas del sistema en estado estacionario, de donde, si  $Q_i^* = 3$  gpm,  $k_1 = 0.958$ ,  $k_2 = 1.3635$  tenemos  $H_1 = 14.6474$ ,  $H_2 = 4.8410$ .

Si se toma la ecuación (59), y se considera una parametrización para  $Q_i^*$  en términos de  $H_1$  y  $H_2$  deseados y en ausencia de falla 2 (esto es  $\Delta k = 0$ ), se puede determinar el valor de  $k_3$  para el cual  $Q_i^* < 9$  gpm. Esto es:

$$\begin{array}{l}
q_i = k_1 \sqrt{h_1 - h_2} + k_3 \sqrt{h_1} \\
0,958 \sqrt{14,6474 - 4,841} + k_3 \sqrt{14,6474} < 9 \\
k_3 < 1,5677
\end{array} \tag{61}$$

Del cálculo realizado en (61), podemos concluir que la falla producida por un valor de  $k_3 < 1,5677$ , podrá ser tolerado por el controlador continuo tolerante a fallas, y para valores de  $k_3 \ge 1,5677$  la falla producirá un mayor error en estado estable conforme aumente el valor de  $k_3$  y por lo tanto requerirá una acción correctiva sobre el sistema.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Adecuadamente controlado, se refiere a que la respuesta del sistema está muy cerca o es igual al puto de operación.

Por otro lado realizaremos el análisis cuando existe falla 2 producida por  $\Delta k$  y por lo tanto asumiremos  $k_3 = 0$ , de forma de identificar el comportamiento del sistema ante la falla 2.

$$q_{i} = (k_{1} - \Delta k)\sqrt{h_{1} - h_{2}}$$
  
(0,958 - \Delta k)\sqrt{14,6474 - 4,841} < 9  
\Delta k > -1,916 (62)

Este resultado implica que, considerando la restricción física de  $\Delta k \ge 0$ , cualquier magnitud de la falla 2 no compromete el valor máximo permitido para el control. Sin embargo, desde el punto de vista del funcionamiento adecuado del sistema, se considera más adelante un valor de desviación adecuado de  $h_2$  respecto a su valor deseado  $H_2$ .

Hecho este análisis podemos concluir por el momento que la falla que llevaría al sistema a generar un error en estado estable en el objetivo de control de nivel  $h_1$  es la falla 1, ya que el sistema requiere un aumento del caudal de ingreso superior a 9 gpm, cuando  $k_3 > 1,5677$ .

#### 4.1.2 Definición de umbral para comportamiento discreto

Como ya se mencionó anteriormente es necesario definir un umbral de operación que servirá de restricción para definir el comportamiento discreto del sistema en función del cumplimiento o incumplimiento de las condiciones de funcionamiento basado en variables continuas, al elegir el umbral de operación se evita falsas alarmas. El umbral de operación estará definido por un valor  $\Delta hi$  a ambos lados del punto de equilibrio  $H_i$ , el valor de  $\Delta hi$  se define con la relación matemática presentada en las ecuación (63).

$$\Delta h1 = |H_1 - h_1| \Delta h2 = |H_2 - h_2|$$
(63)

En nuestro caso de estudio las alturas del sistema están relacionadas, por lo tanto el umbral de operación  $\Delta h2$  tendrá que ser definido en función de  $\Delta h1$ , de forma que las salidas del sistema crucen el umbral de funcionamiento el mismo instante de tiempo. Por asunto de simulación y poder verificar el comportamiento del sistema elegiremos un umbral de operación  $\Delta h1 = 1$  pulg para calcular los valores de  $k_3$  y  $\Delta k$  que son los que producen que las respuestas del sistema salgan de este umbral.

Primeramente se determinara los valores de  $h_2$  y  $k_3$ , cuando  $\Delta k = 0$  y el caudal qi = 9 gpm, ya que bajo estas condiciones el control tolerante a fallas no funciona correctamente. Es necesario señalar que ante la presencia de cualesquiera de las fallas el nivel de los tanques siempre disminuyen, por tanto, el umbral que tomaremos en

cuenta será el que está por debajo del punto de operación. Por lo tanto ante estas condiciones utilizaremos las ecuaciones (60) y (59) donde  $h_1 = H_1 - \Delta h 1 = 14,6474 - 1 = 13,6474$  pulg.

$$(0,958 - 0)\sqrt{13,6474 - h_2} - 1,3635\sqrt{h_2} = 0$$
  

$$h_2 = 4,5106 \text{ pulg}$$
(64)

$$9 - (0,958 - 0)\sqrt{13,6474 - 4,5106} - k_3\sqrt{13,6474} > 0$$

$$k_3 \ge 1,6524$$
(65)

Por lo tanto, con un valor de  $k_3 \ge 1,6524$  obtendremos un valor de  $h_1 \le 13,6474$  pulg,  $h_2 \le 4,5106$  pulg.

Ahora procederemos a calcular el valor de  $\Delta k$  que genere una variación similar a la generada por el valor de  $k_3$  en la altura  $h_2$  del sistema, ya que la altura  $h_1$  no presenta un cambio significativo ante la presencia de la falla producida por  $\Delta k$ . Para realizar este cálculo asumimos que no existe falla 1 por tanto  $k_3 = 0$ ,  $h_1 = H_1 =$ 14,6474 pulg ya que falla 1 no presenta cambios en  $h_1$ , y para su cálculo utilizaremos la ecuación (60).

$$(0.958 - \Delta k)\sqrt{14.6474 - 4.5106} - 1.3635\sqrt{4.5106} = 0$$
  
$$\Delta k = 0.0485$$
 (66)

Por lo tanto el umbral de operación quedaría definido con un  $\Delta h1 = 1$  pulg que fue impuesto anteriormente y  $\Delta h2 = H_2 - h_2 = 4,841 - 4,5106 = 0,3304$  pulg. Umbrales que serán cruzados siempre y cuando  $k_3 > 1,6524$  o  $\Delta k > 0,0485$ , estos últimos valores serán útiles para realizar simulaciones y comprobación del sistema.

Para continuar con el análisis cualitativo del sistema controlado vamos hacer un recuento de los parámetros que se tomarán en cuenta para realizar las simulaciones no sin antes mencionar, que todos este análisis se podrían realizar directamente en el sistema físico a través de mediciones de cada una de las variables de salida, estos cálculos son únicamente útiles para simulación de las que nos serviremos para este análisis, mas no serán tomados en cuenta para el diseño posterior.

- Punto de equilibrio estará alrededor de una entrada de caudal  $Q_i^* = 3$  gpm, lo que genera una  $H_1 = 14,6474$  pulg y  $H_2 = 4,8410$  pulg.
- Falla 1 es la presencia de una fisura en el tanque 1 y se genera por la presencia de un valor de  $k_3$ , y la falla 2 es el bloqueo de la tubería de interconexión entre el tanque 1 y tanque 2, y se genera al existir un valor de  $\Delta k$ .

- Valores limites de las constantes de acuerdo al modelo k<sub>3</sub>min = 0, k<sub>3</sub>max = 3,17, Δkmin = 0, Δkmax = 0,958 (útil solo para simulación).
- Valor de las constantes que llevan al sistema a una situación de falla no tolerada, k<sub>3</sub> > 1,6524 y Δk > 0,0485 (útil solo para simulación).
- Valores del umbral de operación Δh1 = 1 pulg y Δh2 = 0,3304 pulg, lo que genera que cuando las salidas del sistema estén: 15,6474 > h<sub>1</sub> > 13,6474 y 5.1714 > h<sub>2</sub> > 4,5106 el sistema se encuentra en estado normal, si sale de este umbral ya sea debido a la ocurrencia de falla 1 o falla 2 el sistema se encuentra en estado de falla. Pero para nuestro análisis tomaremos el valor del umbral de operación por debajo del punto equilibrio ya que por naturaleza del sistema las alturas de los niveles de los tanques siempre disminuya.

### 4.1.3 Condiciones de funcionamiento normal

En condiciones normales el sistema responde correctamente, ya que sus salidas tanto  $h_1$  y  $h_2$  llegan a estabilizarse alrededor de su punto de equilibrio dentro del umbral de operación como se puede observar en la Figura 23, la señal de control no sufre ningún cambio (Figura 24) debido a que el sistema no ha sufrido ninguna perturbación.



Figura 23: Respuesta del sistema en condiciones normales Fuente: Autor

El umbral de operación dentro de las que se tiene que encontrar las salidas del sistema  $(h_1 \text{ y } h_2)$  para estar en estas condiciones, son:  $H_1 + \Delta h1 > h_1 > H_1 - \Delta h1$  y  $H_2 + \Delta h2 > h_2 > H_2 - \Delta h2$ , los valores numéricos se encuentran en la sección 4.1.2.



Fuente: Autor

### 4.1.4 Condiciones de funcionamiento del sistema cuando existe falla 1

Cuando existe la presencia de la falla 1, el sistema requiere un ingreso de caudal  $q_i > 3$  gpm. Ante esta falla el sistema tiene dos comportamientos: primero, cuando el sistema controlado requiere una señal de control 3 gpm  $< q_i < 9$  gpm y el segundo comportamiento cuando el sistema requiere una señal de control  $q_i > 9$  gpm.

Para el primer caso cuando el caudal requerido por el control es 3 gpm  $< q_i <$ 9 gpm, el sistema de control *Model Matching* responde correctamente y los valores de  $h_1$  y  $h_2$  se encuentran alrededor del punto de equilibrio o sea dentro del umbral de operación, tal como se puede observar en la Figura 25, pero la señal de control (Figura 26) presenta un cambio que evidencia la acción del sistema de control.



**Figura 25:** Respuesta del sistema ante la falla,  $q_i < 9$  gpm **Fuente:** Autor



**Figura 26:** Señal de control ante la presencia de falla 1, q<sub>i</sub><9 gpm **Fuente:** Autor

Para el segundo caso, cuando el caudal de ingreso requerido por el sistema de control *Model Matching* está en el rango de  $q_i > 9$  gpm, se hace presente la limitación física de la válvula de control de ingreso, la cual no permite un caudal superior a 9 gpm haciendo que la entrada se sature (Figura 28), por lo tanto, la señal de control no puede llegar al nivel requerido, haciendo que el nivel en el tanque1 ( $h_1$ ) disminuya al igual que en el tanque 2 ( $h_2$ ) produciendo que las dos señales se salgan del umbral de operación generando una falla que debe ser diagnosticada, como se muestra en la Figura 27. En base al análisis realizado y a los cálculos de la sección 4.1.2 la falla 1 será identificada cuando se cumpla las siguientes condiciones:  $h_1 < H_1 - \Delta h1$  y  $h_2 < H_2 - \Delta h2$ .



**Figura 27:** Respuesta del sistema ante la falla 1, q<sub>i</sub>=9gpm **Fuente:** Autor

Si se analiza nuevamente la gráfica de la Figura 27, se evidencia que las alturas de los tanques  $(h_1 \ y \ h_2)$  en estado normal y alrededor de su punto de operación  $(H_1, H_2 \ y \ q_i = 3 \text{ gpm})$  mantienen una relación que se lo ha expresado de la siguiente manera:  $k = \frac{H_1 - H_2}{H_1}$ , de donde el valor de k = 0.669, si se analiza nuevamente la gráfica de la Figura 27 el momento que ocurre la falla 1, las salidas del sistema  $(h_1 \ y \ h_2)$  disminuyen y cruzan el umbral de operación a tiempos similares (para este caso  $\Delta h1 = 1 \text{ pulg y } \Delta h2 = 0,3304 \text{ pulg}$ ), lo que significa que  $h_1 = H_1 - \Delta h1 \ y \ h_2 = H_2 - \Delta h2$ , si se calcula la relación  $\frac{(H_1 - \Delta h1) - (H_2 - \Delta h2)}{(H_1 - \Delta h1)}$  obtenemos como resultado 0.669, que es igual al valor de k calculado en función de los valores del punto de operación, esto demuestra que ante la ocurrencia de la falla 1, la relación entre las salidas del sistema  $(h_1 \ y \ h_2)$  es igual a la relación que mantienen sus puntos de operación  $(H_1 \ y \ H_2)$ .



Fuente: Autor

#### 4.1.5 Condiciones de funcionamiento del sistema cuando existe falla 2

Frente a la presencia de la falla 2 en el sistema, la entrada de caudal (señal de control) tiende a disminuir por debajo del punto de equilibrio que es de 3 gpm (Figura 30), de forma de mantener el equilibrio del sistema, pero, debido a que existe una sola entrada de caudal y esta es directamente hacia el tanque 1, el controlador solo puede mantener el nivel del tanque 1  $(h_1)$ , ya que debido a la reducción en la tubería de interconexión entre los tanques es inevitable la disminución del nivel en el tanque 2  $(h_2)$  haciendo que salga del umbral de operación, convirtiéndose en una falla severa que debe ser diagnosticada, tal como se puede observar en la Figura 29.

La falla 2 podrá ser identificada cuando se cumpla las siguientes condiciones:  $H_1 + \Delta h1 > h_1 > H_1 - \Delta h1$  y  $h_2 < H_2 - \Delta h2$ , esto en base a lo expuesto en la sección 4.1.2.


Figura 29: Respuestas del sistema ante la falla 2 Fuente: Autor



#### 4.1.6 Condiciones de funcionamiento del sistema ante fallas simultáneas

En esta sección se hará el análisis con las condiciones de falla en las que el controlador *Model Matching* no es efectivo para controlar el sistema o sea cuando la señal de control este saturada. Primeramente analizaremos cuando ocurre la falla 1 y seguidamente la falla 2, y posteriormente analizaremos la ocurrencia de las fallas de forma invertida.

## 4.1.6.1 Ocurrencia de la falla 1 seguido de la ocurrencia de la falla 2

En este caso el instante que ocurre la falla 1 siempre y cuando no ocurra aun la falla 2 las alturas de los tanques tanto  $h_1$  como  $h_2$  disminuyen buscando alcanzar un punto estable, pero manteniendo una relación entre ellas, para identificar esta situación

se debe tomar en cuenta la siguiente restricción  $h_1 < H_1 - \Delta h1$  y  $h_2 < H_2 - \Delta h2$ , el momento que se presenta la falla 2 la altura  $h_1$  sufre un incremento en su altura, pero la altura  $h_2$  sigue disminuyendo, razón por la cual la relación entre las alturas  $h_1$ y  $h_2$  cambia, las restricciones que definen este comportamiento son:  $h_{1n} - h_{1n-1} > 0^6$ y  $h_2 < H_2 - \Delta h2$ , tal como se puede observar en la Figura 31, por otro lado la señal de control va del punto de operación a saturación cuando ocurre falla 1, pero el momento que ocurre la falla 2 no siempre se puede apreciar su cambio de comportamiento, esto dependerá mucho de la severidad de la falla 2, para el caso de la simulación de la Figura 31 el comportamiento de la señal de control se puede observar en la Figura 32.



Figura 31: Respuestas del sistema ante la ocurrencia secuencial de las falla 1 y 2 Fuente: Autor



**Figura 32:** Señal de control ante la ocurrencia secuencial de fallas 1 y 2 **Fuente:** Autor

<sup>6</sup> La representación  $h_{1_n}$  hace referencia a un valor actual de la señal de salida  $h_1$  y  $h_{1_{n-1}}$  hace referencia a un valor anterior de la señal de salida  $h_1$ .

#### 4.1.6.2 Ocurrencia de la falla 2 seguido de la ocurrencia de la falla 1

Para este caso el instante que ocurre la falla 2 siempre y cuando no ocurre aun la falla 1 la altura del tanque 1  $(h_1)$  se mantiene en equilibrio dentro del umbral de operación y la altura del tanque 2  $(h_2)$  disminuye saliendo del umbral de funcionamiento buscando estabilizarse, las condiciones que identifican este comportamiento son:  $H_1 + \Delta h 1 > h_1 > H_1 - \Delta h 1$  y  $h_2 < H_2 - \Delta h 2$ , el momento que se presenta la falla 1 la altura  $h_1$  y  $h_2$  sufre una disminución en su altura quedando las dos alturas fuera del umbral de funcionamiento, se puede verificar este comportamiento analizando las siguientes condiciones:  $h_1 < H_1 - \Delta h 1$  y  $h_2 < H_2 - \Delta h 2$ , el comportamiento antes descrito se puede observar en la Figura 33, mientras que la señal de control primero disminuye y posteriormente se va a saturación, como se puede observar en la Figura 34.



Figura 33: Respuestas del sistema ante la ocurrencia secuencial de las falla 2 y falla 1 Fuente: Autor



Figura 34: Señal de control ante la ocurrencia secuencial de fallas 2 y falla 1 Fuente: Autor

Continuando con el análisis de este comportamiento, se ha determinado en base a simulación (ver Figura 33) que la relación entre las alturas de los tanques  $(h_1 ext{ y } h_2)$ ante la presencia de las dos fallas (falla 2 ext{ y falla 1}) ya no es la misma que cuando están alrededor del punto de operación, por esta razón se ha considerado una restricción adicional que determina este comportamiento, la restricción es:  $\frac{h_1 - h_2}{h_1} > k$ , de donde  $k = \frac{H_1 - H_2}{H_1}$  (ver sección 4.1.4).

## 4.2 Diseño del diagnosticador híbrido

En esta sección se realizará el diseño del diagnosticador híbrido en función del análisis cualitativo realizado en la sección anterior. El diagnosticador híbrido se diseñara basado en lo propuesta desarrollado por Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive (2008), que propone plantear los residuales en función de restricciones continuas. Se genera las firmas espejo y reflexivas las cuales definen las firmas de modo, que es la discretización de los residuales continuos, con esta firmas de modo que es de tipo discreto se podrá construir un diagnosticador híbrido, que acopla la parte continua con la discreta.

# 4.2.1 Construcción del diagnosticador híbrido para la identificación por separado de la falla 1 o de la falla 2

Basándonos en el análisis cualitativo del sistema controlado en estudio, realizamos el proceso para el diseño del diagnosticador, primero construyendo el sistema híbrido del sistema de tanques interconectados de la Figura 15, donde se considera 3 estados, el estado normal (qn), el estado de falla 1 (qf1) a la cual se llegará desde qn después de la ocurrencia de un evento de falla 1 (f1), el estado de falla 2 (qf2) a la cual se llegará desde qn después de la ocurrencia de un evento de falla 2 (f2), de cada uno de estos estados de falla (qf1, qf2) se retornará al estado normal (qn) después de un evento correctivo o de control que se tiene que realizar sobre el sistema, este evento lo representaremos por un evento e controlable y observable, además el evento o1 es aquel que se ejecuta si el sistema se encuentra en condiciones normales, las condiciones que debe cumplir son:  $H_1 + \Delta h1 > h_1 > H_1 - \Delta h1$  y  $H_2 + \Delta h2 > h_2 > H_2 - \Delta h2$  y el evento o2 se ejecuta si no se cumple las condiciones  $H_1 + \Delta h1 > h_1 > H_1 - \Delta h1$  y  $H_2 + \Delta h2 > h_2 > H_2 - \Delta h2$  lo que significa que el sistema ha sufrido una falla.



Figura 35: Sistema híbrido de fallas independientes Fuente: Autor

## 4.2.1.1 Definición de los residuales

Los residuales se definen en función del análisis cualitativo, por tanto, vamos a separar en tres grupos de residuales que son: residuales referente al estado normal, estado de falla 1 y estado de falla 2, los residuales se definen en función de las salidas del sistema que son  $h_1$  y  $h_2$  ver Tabla 1.

Recordemos de la sección 2.5.2 que  $r_{ik}$  es un indicador booleano, donde  $r_{ik} = 1$  si se viola la condición y  $r_{ik} = 0$  si se cumple.

TABLA DE RESIDUALES			
Residuales estados normales:	$\begin{array}{l} C_{obs}^{n1}:h_1>H_1-\Delta h1\implies rn1\\ C_{obs}^{n2}:h_2>H_2-\Delta h2\implies rn2 \end{array}$		
Residuales para el estado de falla 1:	$\begin{array}{c} C_{obs}^{f1h1}:h_1 < H_1 - \Delta h1 \implies rf1h1 \\ C_{obs}^{f1h2}:h_2 < H_2 - \Delta h2 \implies rf1h2 \end{array}$		
Residuales para el estado de falla 2:	$C_{obs}^{f2h2}: h_2 < H_2 - \Delta h2 \implies rf2h2$		

Tabla 1:Tabla de residuales para el diseño del diagnosticador para el sistema de fallas independientes

donde para nuestro caso se ha elegido los valores en la sección 4.1.2:

 $H_1 = 14,6474$  $H_2 = 4,841$  $\Delta h1 = 1$  pulg  $\Delta h2 = 0,3304$  pulg

# 4.2.1.2 Definición de las firmas espejo y reflexivas

Definimos en la Tabla 2 el sistema residual en cada uno de los modos<sup>7</sup>:

Tabla 2: Tabla de residuales para cada modo de funcionamiento del sistema con fallas independientes

RESIDUALES PARA CADA MODO		
Modo normal:	$S_r^{qn} = [rn1  rn2]$	
Modo de falla 1:	$S_r^{qf1} = [rf1h1  rf1h2]$	
Modo de falla 2:	$S_r^{qf2} = [rf2h2]$	

A continuación en la Tabla 3 se representa las firmas espejo y reflexiva de cada uno de los modos vistas en cada uno de los modos.

FIRMAS ESPEJO Y REFLEXIVAS			
Estado normal <i>qn</i> :	$\begin{split} S_{f1/n} &= [rn1 _{f1}  rn2 _{f1}]\\ S_{f2/n} &= [rn1 _{f2}  rn2 _{f2}]\\ S_{n/n} &= [rn1 _n  rn2 _n] \longrightarrow reflexiva \end{split}$		
Estado de falla 1 <i>qf</i> 1:	$\begin{split} S_{f1/f1} &= [rf1h1 _{f1}  rf1h2 _{f1}] \longrightarrow reflexiva\\ S_{f2/f1} &= [rf1h1 _{f2}  rf1h2 _{f2}]\\ S_{n/f1} &= [rf1h1 _n  rf1h2 _n] \end{split}$		
Estado de falla 2 <i>qf</i> 2:	$\begin{split} S_{f1/f2} &= [rf2h2 _{f1}]\\ S_{f2/f2} &= [rf2h2 _{f2}] \rightarrow reflexiva\\ S_{n/f2} &= [rf2h2 _n] \end{split}$		

 Tabla 3: Tabla de las firmas espejo y reflexivas para el sistema de fallas independientes

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> Modo se refiere a cada estado de funcionamiento.

#### 4.2.1.3 Definición de las firmas de modo

Las firmas de modo es la concatenación de todas las firmas de espejo y reflexivas vistas en cada uno de los modos, ver Tabla 4.

FIRMAS DE MODO						
$Sig(qn) = [S_{n/n}  S_{n/f1}  S_{n/f2}] = [rn1 _n  rn2 _n  rf1h1 _n  rf1h2 _n  rf2h2 _n]$						
$Sig(qf1) = [S_{f1/n}]$	$S_{f1/f1}$	$S_{f1/f2}] = [rn1 _{f1}$	$rn2 _{f1}$	$rf1h1 _{f1}$	$rf1h2 _{f1}$	$rf2h2 _{f1}$
$Sig(qf2) = [S_{f2/n}]$	$S_{f2/f1}$	$S_{f2/f2}] = [rn1 _{f2}$	$rn2 _{f2}$	$rf1h1 _{f2}$	$rf1h2 _{f2}$	$rf2h2 _{f2}$ ]

 Tabla 4: Tabla de firmas de modo para el sistema de fallas independiente

Haciendo la evaluación cada una de las firmas en función de los residuales, podemos definir el valor de cada uno de los componentes de las firmas. La forma de evaluar cada una de las componentes de la firma de modo es: consideraremos que las salidas del sistema están en estado normal o sea dentro del umbral de operación, por esta razón la firma que se debe elegir para evaluar es la firma en estado normal Sig(qn), ahora si tomamos el primer elemento  $rn1|_n$  y las salidas  $h_1$  del sistema están dentro del rango que determina el residual elegido, que para este caso será  $rn1 \Rightarrow$  $h_1 > 13,6474$ , si cumple esta condición el valor del residual será 0 si no cumple será 1, para este caso particular  $rn1|_n = 0$ , de forma similar proseguimos con los cuatro residuales restantes. Se debe tomar en cuenta que para la evaluación de cada firma el sistema debe estar en la situación a la que corresponda la firma a ser evaluadas o sea si se va evaluar la firma Sig(qf1) el sistema debe encontrarse en situación de falla 1 o sea en el estado qf1. Las firmas para cada modo se presentan en la Tabla 5.

Tabla 5: Firmas de modo para el sistema de fallas independientes

FIRMAS DE MODO PARA CADA UNO DE LOS ESTADOS				
Estado normal	$Sig(qn) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$			
Estado de falla 1	$Sig(qf1) = [1 \ 1 \ 0 \ 0]$			
Estado de falla 2	$Sig(qf2) = [0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0]$			

## 4.2.1.4 Construcción del sistema híbrido extendido

En el sistema híbrido extendido se representa para cada modo de transición del SED subyacente, se asocia un evento emitido desde el dominio continuo, que representa el cambio de la firma de modo, por lo tanto, ahora definiremos en la Tabla 6 el conjunto de eventos discretos emitidos desde la abstracción de la dinámica continua (ver sección 2.5.4.1).

Para los cuales definiremos si los eventos son observables o inobservables al aplicar la condición presentada en la ecuación (25):

Tabla 6: Evaluación de la observabilidad de los eventos del sistema con fallas independientes

EVALUACION DE LA OBSERVABILIDAD DE LOS EVENTOS
$(an af1) \mapsto \int Ronf1 \in \Sigma_0^{Sig} \text{ si } Sig(qn) \neq Sig(qf1)$
$(qn,q)$ $(qn,q)$ $(Ruonf1 \in \Sigma_{uo}^{Sig}$ si $Sig(qn) = Sig(qf1)$
$(Ronf2 \in \Sigma_{0}^{Sig} \text{ si } Sig(qn) \neq Sig(qf2))$
$(qn, qf2) \mapsto \begin{cases} Ruonf2 \in \Sigma^{Sig} \text{ si } Sig(an) = Sig(af2) \end{cases}$
$\left(\begin{array}{c} Pof1n \in \Sigma^{Sig} \text{ si } Sig(af1) \neq Sig(an) \end{array}\right)$
$(qf1,qn) \mapsto \begin{cases} \text{NO} \ 1n \in \mathbb{Z}_0  \text{si} \ Sig(qf) \ f \neq Sig(qn) \\ \text{sig} \end{cases}$
$(Ruof 1n \in \Sigma_{uo}^{sig} \text{ si } Sig(qf1) = Sig(qn))$
$(af2, an) \mapsto \int Rof2n \in \Sigma_0^{Sig} \text{ si } Sig(qf2) \neq Sig(qn)$
$(q_1 2, q_n) \longrightarrow (Ruof 2n \in \Sigma_{uo}^{Sig} \text{ si } Sig(qf2) = Sig(qn))$

Para este caso, todos los eventos son observables debido a que las firmas de cada uno de los estados son diferentes, por lo tanto, el conjunto de eventos quedan definidos de la siguiente forma:

$$\Sigma_{o}^{Sig} = \{Ronf1, Ronf2, Rof1n, Rof2n\}$$

$$\Sigma_{uo}^{Sig} = \{\emptyset\}$$

$$\Sigma^{Sig} = \{Ronf1, Ronf2, Rof1n, Rof2n\}$$
(67)

Por tanto el conjunto de eventos que describen la evolución del comportamiento del sistema híbrido es:  $\Sigma_{hybrid} = \Sigma \cup \Sigma^{sig}$ , de donde:

$$\Sigma = \{ f1, f2, o1, o2, e \}$$
(68)

Por lo tanto:

$$\Sigma_{hybrid} = \{ f1, f2, o1, o2, e, Ronf1, Ronf2, Rof1n, Rof2n \}$$
(69)

Una vez que tenemos definido todos los eventos podemos construir el sistema híbrido extendido tal como se observa en la Figura 36.



Figura 36:Sistema híbrido extendido de fallas independientes Fuente: Autor

## 4.2.1.5 Diseño del diagnosticador de las fallas

Para diseñar el diagnosticador se debe definir los eventos observables e inobservables del sistema en general, por lo que tenemos:

$$\begin{split} \Sigma_{hybrid} &= \Sigma_{o} \cup \Sigma_{uo} = \{f1, f2, o1, o2, e, Ronf1, Ronf2, Rof1n, Rof2n\} \\ \Sigma_{o} &= \{o1, o2, e, Ronf1, Ronf2, Rof1n, Rof2n\} \\ \Sigma_{uo} &= \{f1, f2\} \end{split}$$
(70)

Los eventos de falla son:

$$\Sigma_f = \{f1, f2\} \tag{71}$$

Por tanto la partición de fallas queda definida de la siguiente forma:

$$\Pi = \begin{cases} F1 = \{f1\}\\ F2 = \{f2\} \end{cases}$$
(72)

Realizamos el alcance inobservable de cada uno de los estados y le adjuntamos las etiquetas que definen la condición de cada estado, normal (N) o de falla (Fi), mostrado en la Tabla 7.

Tabla 7: Alcance inobservable de cada estado del sistema con fallas independientes

ALCANCE INOBSERVABLE	
$UR(qn) = \{qn\mathbf{N}, qnf1\mathbf{F1}, qnf2\mathbf{F2}\} \\ UR(qnf1) = \{qnf1\mathbf{F1}\} \\ UR(qnf2) = \{qnf2\mathbf{F2}\} \\ UR(qf1) = \{qf1\mathbf{F1}\} \\ UR(qf2) = \{qf2\mathbf{F2}\} \\ UR(qf1n) = \{qf1n\mathbf{F1}\} \end{cases}$	

Realizamos la unión de alcances inobservables que pueden estar dentro de un mismo alcance inobservable, ver Tabla 8.

Tabla 8: Alcance inob	servable del sistema	con fallas inde	pendientes
-----------------------	----------------------	-----------------	------------

#### ALCANCE INOBSERVABLE

 $UR(qn) = \{qn\mathbf{N}, qnf1\mathbf{F1}, qnf2\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s0$  $UR(qf1) = \{qf1\mathbf{F1}\} \Longrightarrow s1$  $UR(qf2) = \{qf2\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s2$  $UR(qf1n) = \{qf1n\mathbf{F1}\} \Longrightarrow s3$  $UR(qf2n) = \{qf2n\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s4$ 

Ahora definimos las funciones de transición de un alcance inobservable a otro alcance inobservable dado un evento observable, según la Tabla 9.

Tabla 9: Tabla de funciones de transición para el sistema con fallas independientes

FUNCIONES DE TRANSICION DE ESTADOS
$qn, diag = UR(qn) = \{qn\mathbf{N}, qnf1\mathbf{F1}, qnf2\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s0, Ronf1) = \{qf1\mathbf{F1}\} \Longrightarrow s1 - \mathbf{F1}$
$f(s0, Ronf2) = \{qf2\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s2 - \mathbf{F2}$
$f(s1, e) = \{qf1nF1\} \Longrightarrow s3 - F1$
$f(s2, e) = \{qf2n\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s4 - \mathbf{F2}$
$f(s3, Rof 1n) = \{qn\mathbf{N}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s4, Rof2n) = \{qn\mathbf{N}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s0, o1) = \{qn\mathbf{N}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s1, o2) = \{qf1\mathbf{F1}\} \Longrightarrow s1 - \mathbf{F1}$
$f(s2, o2) = \{qf2\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s2 - \mathbf{F2}$

Con esto tenemos diseñado el diagnosticador de fallas 1 y 2 por separado y el gráfico del autómata del diagnosticador está representado en la Figura 37.



**Figura 37:** Diagnosticador de las fallas 1 y 2 independientes **Fuente:** Autor

Ahora utilizaremos la herramienta DESUMA<sup>8</sup> para calcular el mismo diagnosticador para realizar una comparación de los dos resultados, el diagnosticador

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> DESUMA, es un software y una herramienta educativa utilizada para construir y analizar modelos de control de Sistemas de Eventos Discretos (DES) como autómatas de estados finitos (FSA).

calculado por el DESUMA se presenta en la Figura 38 y el detalle de cada uno de los estados en la Tabla 10.

Si comparamos los dos diagnosticadores podemos observar que el calculado por el DESUMA es más extenso, pero si analizamos minuciosamente encontramos que existen estados que se repiten por lo tanto el autómata de la Figura 38 admite una minimización del espacio de estados con una representación como la de la Figura 37 (Cassandras & Lafortune, 2006). Es importante recalcar, que el evento *e* lleva al sistema de nuevo a un estado *s*0 donde  $qn \in s0$ , sin embargo por el procedimiento constructivo de este diagnosticador la etiqueta de la falla que ya ha ocurrido será propagada aún para el estado normal y para los otros estados donde ya una falla ha ocurrido.

Total Diagnoser States = 12			
Id = 1	Id = 4	Id = 7	Id = 10
qn N	qf2n F2	qn F1	qf1n F1F2
qnf1 F1	Total pairs $= 1$	qnfl F1	Total pairs $= 1$
qnf2 F2	Certain: F2	qnf2 F1F2	Certain: F1 F2
Total pairs $= 3$	Rof2n -> 6	Total pairs $= 3$	Rof1n -> 12
Uncertain: F1 F2		Certain: F1	
o1 -> 1		Uncertain: F2	
Ronf2 -> 2		o1 -> 7	
Ronf1 -> 3		Ronf2 -> 9	
		Ronf1 -> 3	
Id = 2	Id = 5	Id = 8	Id = 11
qf2 F2	qf1n F1	qf1 F1F2	qf2n F1F2
Total pairs $= 1$	Total pairs $= 1$	Total pairs $= 1$	Total pairs $= 1$
Certain: F2	Certain: F1	Certain: F1 F2	Certain: F1 F2
e -> 4	Rof1n -> 7	e -> 10	Rof2n -> 12
o2 -> 2		o2 -> 8	
Id = 3	Id = 6	Id = 9	Id = 12
qf1 F1	qn F2	qf2 F1F2	qn F1F2
Total pairs $= 1$	qnf1 F1F2	Total pairs $= 1$	qnf1 F1F2
Certain: F1	qnf2 F2	Certain: F1 F2	qnf2 F1F2
e -> 5	Total pairs $= 3$	e -> 11	Total pairs $= 3$
o2 -> 3	Certain: F2	o2 -> 9	Certain: F1 F2
	Uncertain: F1		o1 -> 12
	o1 -> 6		Ronf2 -> 9
	Ronf2 -> 2		Ronf1 -> 8
	Ronf1 -> 8		

 Tabla 10: Detalle de los estados del diagnosticador calculado por el DESUMA para el sistema con fallas independientes



**Figura 38:** Diagnosticador de las fallas 1 y 2 por separado, calculado por el DESUMA **Fuente:** Autor

#### 4.2.2 Construcción del diagnosticador híbrido para fallas simultáneas

Para construir el diagnosticador que identifique las fallas 1 y 2 que pueden ocurrir de forma secuencial sin importar el orden, seguiremos el mismo procedimiento que se siguió para construir el diagnosticador de fallas separadas en la sección 4.2.1.

El sistema híbrido ante la presencia de la ocurrencia de fallas se encuentra en la Figura 39, que tiene la siguiente característica de funcionamiento:

El sistema por lo general se encontrara en un estado normal qn, que ante la ocurrencia de un evento de falla 1 (f1) se da la transición a un estado de falla 1 (qf1), donde si se da un evento de falla 2 (f2) el sistema pasa a un estado de falla 1 y falla 2 (qf1f2), lo que significa que ha ocurrido las dos fallas secuencialmente

Ahora si del estado qf1 o del estado qf1f2 se da un evento de restauración *e* el sistema regresa al estado normal.

Si Analizamos por el otro lado el comportamiento será similar si ocurre f2llevara al estado de falla 2 (qf2) y si se produce el evento e el sistema regresara al estado qn, pero si de qf2 sucede un evento f1 el sistema pasa a un estado qf2f1 lo que indica que ocurrió primero la falla 2 y luego la falla 1, de este estado para volver al estado normal debe ocurrir el evento e que es el evento correctivo del sistema.



Figura 39: Sistema híbrido para fallas simultáneas Fuente: Autor

## 4.2.2.1 Definición de los residuales

Basado en el mismo análisis cualitativo de la sección 4.1 se definirá los residuales que definen el funcionamiento del sistema, que para diagnosticar las fallas que coinciden en su ocurrencia será importante tener en cuenta el comportamiento del sistema en función del orden en ocurren las fallas. A continuación en la Tabla 11 definimos los residuales para el sistema híbrido de la Figura 39.

TABLA DE RESIDUALES			
Residuales estados normales (qn):	$C_{obs}^{n1}: h_1 > H_1 - \Delta h1 \implies rn1$ $C_{obs}^{n2}: h_2 > H_2 - \Delta h2 \implies rn2$		
Residuales para el estado de falla 1 ( <i>qf</i> 1):	$\begin{split} C^{f1h1}_{obs} &: h_1 < H_1 - \Delta h1 \implies rf1h1 \\ C^{f1h2}_{obs} &: h_2 < H_2 - \Delta h2 \implies rf1h2 \end{split}$		
Residuales para el estado de falla 1 y falla 2 ( <i>qf</i> 1 <i>f</i> 2):	$\begin{split} & C_{obs}^{f1f2h1} : h_{1n} - h_{1n-1} > 0 \Longrightarrow rf1f2h1 \\ & C_{obs}^{f1f2h2} : h_2 < H_2 - \Delta h2 \implies rf1f2h2 \end{split}$		
Residuales para el estado de falla 2 ( <i>qf</i> 2):	$C_{obs}^{f2h2}$ : $h_2 < H_2 - \Delta h2 \implies rf2h2$		
Residuales para el estado de falla 2 y falla 1 ( <i>qf</i> 2 <i>f</i> 1):	$C_{obs}^{f2f1h1}: h_1 < H_1 - \Delta h1 \implies rf2f1h1$ $C_{obs}^{f2f1h2}: h_2 < H_2 - \Delta h2 \implies rf2f1h2$ $C_{obs}^{f2f1h2h1}: \frac{h_1 - h_2}{h_1} > k \implies rf2f1h1h2$		

Tabla 11: Tabla de residuales para el diseño del diagnosticador de fallas simultáneas

donde para nuestro caso se ha elegido los valores en la sección 4.1.2:

 $H_1 = 14,6474$  $H_2 = 4,841$  $\Delta h1 = 1$  pulg  $\Delta h2 = 0,3304$  pulg

# 4.2.2.2 Definición de las firmas espejo y firmas reflexivas

En la Tabla 12 definimos el sistema residual en cada uno de los modos:

RESIDUALES PARA CADA MODO			
Modo normales:	$S_r^{qn} = [rn1  rn2]$		
Modo de falla 1:	$S_r^{qf1} = [rf1h1  rf1h2]$		
Modo de falla 1 y falla 2:	$S_r^{qf1f2} = [rf1f2h1  rf1f2h2]$		
Modo de falla 2:	$S_r^{qf2} = [rf2h2]$		
Modo de falla 2 y falla 1:	$S_r^{qf2f1} = [rf2f1h1  rf2f1h2  rf2f1h1h2]$		

Tabla 12: Tabla de residuales para cada modo de funcionamiento del sistema con fallas simultáneas

A continuación Tabla 13 se representa las firmas espejo y reflexiva de cada uno de los modos vistas en cada uno de los modos.

<b>Fabla 13:</b> Tabla de las j	firmas espejo y reflexivo	as para el sistema con	fallas simultáneas
---------------------------------	---------------------------	------------------------	--------------------

	FIRMAS ESPEJO Y REFLEXIVAS
Estado normal qn:	$\begin{split} S_{n/n} &= [rn1 _n  rn2 _n] \to reflexiva\\ S_{f1/n} &= [rn1 _{f1}  rn2 _{f1}]\\ S_{f1f2/n} &= [rn1 _{f1f2}  rn2 _{f1f2}]\\ S_{f2/n} &= [rn1 _{f2}  rn2 _{f2}]\\ S_{f2f1/n} &= [rn1 _{f2f1}  rn2 _{f2f1}] \end{split}$
Estado de falla 1 qf 1:	$\begin{split} S_{n/f1} &= [rf1h1 _n  rf1h2 _n] \\ S_{f1/f1} &= [rf1h1 _{f1}  rf1h2 _{f1}] \rightarrow reflexiva \\ S_{f1f2/f1} &= [rf1h1 _{f1f2}  rf1h2 _{f1f2}] \\ S_{f2/f1} &= [rf1h1 _{f2}  rf1h2 _{f2}] \\ S_{f2f1/f1} &= [rf1h1 _{f2f1}  rf1h2 _{f2f1}] \end{split}$
Estado de falla 1 y falla 2 qf 1f 2:	$\begin{split} S_{n/f1f2} &= [rf1f2h1 _n  rf1f2h2 _n] \\ S_{f1/f1f2} &= [rf1f2h1 _{f1}  rf1f2h2 _{f1}] \\ S_{f1f2/f1f2} &= [rf1f2h1 _{f1f2}  rf1f2h2 _{f1f2}] \rightarrow reflexiva \\ S_{f2/f1f2} &= [rf1f2h1 _{f2}  rf1f2h2 _{f2}] \\ S_{f2f1/f1f2} &= [rf1f2h1 _{f2f1}  rf1f2h2 _{f2f1}] \end{split}$
Estado de falla 2 qf2:	$\begin{split} S_{n/f2} &= [rf2h2 _n] \\ S_{f1/f2} &= [rf2h2 _{f1}] \\ S_{f1f2/f2} &= [rf2h2 _{f1f2}] \\ S_{f2/f2} &= [rf2h2 _{f2}] \rightarrow reflexiva \\ S_{f2f1/f2} &= [rf2h2 _{f2f1}] \end{split}$
Estado de falla 2 y falla 1 qf2f1:	$\begin{split} S_{n/f2f1} &= [rf2f1h1 _n rf2f1h2 _n rf2f1h1h2 _n] \\ S_{f1/f2f1} &= [rf2f1h1 _{f1} rf2f1h2 _{f1} rf2f1h1h2 _{f1}] \\ S_{f1f2/f2f1} &= [rf2f1h1 _{f1f2} rf2f1h2 _{f1f2} rf2f1h1h2 _{f1f2}] \\ S_{f2/f2f1} &= [rf2f1h1 _{f2} rf2f1h2 _{f2} rf2f1h1h2 _{f2}] \\ S_{f2f1/f2f1} &= [rf2f1h1 _{f2f1} rf2f1h2 _{f2f1} rf2f1h1h2 _{f2f1}] \\ &\to reflexiva \end{split}$

#### 4.2.2.3 Definición de las firmas de modo

Las firmas de modo es la concatenación de todas las firmas espejo y reflexivas vistas en cada uno de los modos. La Tabla 14 muestra las firmas de modo para la ocurrencia de fallas simultáneas.

Tabla 14: Tabla de las firmas de modo para el sistema con fallas simultáneas

**FIRMAS DE MODO**  $Sig(qn) = [S_{n/n} \ S_{n/f1} \ S_{n/f1f2} \ S_{n/f2} \ S_{n/f2}]$  $Sig(qn) = \begin{bmatrix} rn1|_{n}, rn2|_{n}, rf1h1|_{n}, rf1h2|_{n}, rf1f2h1|_{n}, \\ rf1f2h2|_{n}, rf2h2|_{n}, rf2f1h1|_{n}, rf2f1h2|_{n}, rf2f1h1h2|_{n} \end{bmatrix}$  $Sig(qf1) = [S_{f1/n} \ S_{f1/f1} \ S_{f1/f1f2} \ S_{f1/f2} \ S_{f1/f2f1}]$  $Sig(qf1) = \begin{bmatrix} rn1|_{f1}, rn2|_{f1}, rf1h1|_{f1}, rf1h2|_{f1}, rf1f2h1|_{f1}, \\ rf1f2h2|_{f1}, rf2h2|_{f1}, rf2f1h1|_{f1}, rf2f1h2|_{f1}, rf2f1h1h2|_{f1} \end{bmatrix}$  $Sig(qf1f2) = [S_{f1f2/n} \ S_{f1f2/f1} \ S_{f1f2/f1f2} \ S_{f1f2/f2} \ S_{f1f2/f2f1}]$ Sig(qf1f2) $= \begin{bmatrix} rn1|_{f1f2}, rn2|_{f1f2}, rf1h1|_{f1f2}, rf1h2|_{f1f2}, rf1f2h1|_{f1f2}, \\ rf1f2h2|_{f1f2}, rf2h2|_{f1f2}, rf2f1h1|_{f1f2}, rf2f1h2|_{f1f2}, rf2f1h1h2|_{f1f2} \end{bmatrix}$  $Sig(qf2) = [S_{f2/n} \ S_{f2/f1} \ S_{f2/f1f2} \ S_{f2/f2} \ S_{f2/f2f1}]$  $Sig(qf2) = \begin{bmatrix} rn1|_{f2}, rn2|_{f2}, rf1h1|_{f2}, rf1h2|_{f2}, rf1f2h1|_{f2}, \\ rf1f2h2|_{f2}, rf2h2|_{f2}, rf2f1h1|_{f2}, rf2f1h2|_{f2}, rf2f1h1h2|_{f2} \end{bmatrix}$  $Sig(qf2f1) = [S_{f2f1/n} \ S_{f2f1/f1} \ S_{f2f1/f1f2} \ S_{f2f1/f2} \ S_{f2f1/f2f1}]$ Sig(qf2f1) $= \begin{bmatrix} rn1|_{f2f1}, rn2|_{f2f1}, rf1h1|_{f2f1}, rf1h2|_{f2f1}, rf1f2h1|_{f2f1}, \\ rf1f2h2|_{f2f1}, rf2h2|_{f2f1}, rf2h2|_{f2f1}, rf2f1h1|_{f2f1}, rf2f1h2|_{f2f1}, rf2f1h1h2|_{f2f1} \end{bmatrix}$ 

Realizamos la evaluación de cada unas de las firmas de modo de igual manera que en la sección 4.2.1.3 y las representamos en la Tabla 15.

FIRMAS DE MODO PARA CADA UNO DE LOS ESTADOS											
Estado normal	Sig(qn) =	[0	0	1	1	1	1	1	1	1	1]
Estado de falla 1	Sig(qf1) =	[1	1	0	0	1	0	0	0	0	1]
Estado de falla 1 y falla 2	Sig(qf1f2) =	[1	1	0	0	0	0	0	0	0	0]
Estado de falla 2	Sig(qf2) =	[0	1	1	0	1	0	0	1	0	0]
Estado de falla 2 y falla 1	Sig(qf2f1) =	[1	1	0	0	1	0	0	0	0	0]

Tabla 15: Firmas de modo para el sistema con fallas simultáneas

## 4.2.2.4 Construcción del sistema híbrido extendido

En el sistema híbrido extendido se representa para cada modo de transición del SED subyacente, se asocia un evento emitido desde el dominio continuo, que representa el cambio de la firma de modo, por lo tanto, ahora definiremos el conjunto de eventos discretos emitidos desde la abstracción de la dinámica continua.

Para ello definiremos si los eventos son observables o inobservables, ver Tabla 16, al aplicar la condición presentada en la ecuación (24):

 Tabla 16: Evaluación de la observabilidad de los eventos del sistema con fallas simultáneas.

EVALUACION DE LA OBSERVABILIDAD DE LOS EVENTOS
$(Ronf1 \in \Sigma_0^{Sig} \text{ si } Sig(qn) \neq Sig(qf1))$
$(qn, qf1) \mapsto \left\{ Ruonf1 \in \Sigma_{uo}^{Sig} \text{ si } Sig(qn) = Sig(qf1) \right\}$
$(qn, qf2) \mapsto \begin{cases} Ronf2 \in \Sigma_0^{sig} \text{ si } Sig(qn) \neq Sig(qf2) \\ Ruonf2 \in \Sigma_0^{sig} \text{ si } Sig(qn) = Sig(qf2) \end{cases}$
$\begin{cases} Rof1n \in \Sigma_0^{Sig} \text{ si } Sig(qf1) \neq Sig(qn) \end{cases}$
$(qf) = Sig(qn)$ $(Ruof 1n \in \Sigma_{uo}^{Sig} \text{ si } Sig(qf1) = Sig(qn))$ $(Ruof 1f1f2 \in \Sigma^{Sig} \text{ si } Sig(qf1) = Sig(qn))$
$(qf1, qf1f2) \mapsto \begin{cases} Rof If If 2 \in \Sigma_0^{Sig} \text{ si } Sig(qf1) \neq Sig(qf1f2) \\ Ruof 1f1f2 \in \Sigma_{u_0}^{Sig} \text{ si } Sig(qf1) = Sig(qf1f2) \end{cases}$
$(qf2,qn) \mapsto \begin{cases} Rof2n \in \Sigma_{o}^{Sig} \text{ si } Sig(qf2) \neq Sig(qn) \\ Ruof2n \in \Sigma_{uo}^{Sig} \text{ si } Sig(qf2) = Sig(qn) \end{cases}$
$(qf2,qf2f1) \mapsto \begin{cases} Rof2f2f1 \in \Sigma_{o}^{Sig} \text{ si } Sig(qf2) \neq Sig(qf2f1) \\ Ruof2f2f1 \in \Sigma_{uo}^{Sig} \text{ si } Sig(qf2) = Sig(qf2f1) \end{cases}$
$(qf1f2,qn) \mapsto \begin{cases} Rof1f2n \in \Sigma_{0}^{Sig} \text{ si } Sig(qf1f2) \neq Sig(qn) \\ Ruof1f2n \in \Sigma_{0}^{Sig} \text{ si } Sig(af1f2) = Sig(qn) \end{cases}$
$(qf2f1,qn) \mapsto \begin{cases} Rof2f1n \in \Sigma_{uo}^{Sig} \text{ si } Sig(qf2f1) \neq Sig(qn) \\ Ruof2f1n \in \Sigma_{uo}^{Sig} \text{ si } Sig(qf2f1) = Sig(qn) \end{cases}$

Para este caso podemos decir que todos los eventos son observables debido a que las firmas de cada uno de los estados son diferentes, por lo tanto, el conjunto de eventos quedan definidos de la siguiente forma:

$$\Sigma_{o}^{Sig} = \begin{cases} Ronf1, Rof1n, Rof1f1f2, Rof1f2n, \\ Ronf2, Rof2n, Rof2f2f1, Rof2f1n \end{cases}$$

$$\Sigma_{uo}^{Sig} = \{\emptyset\}$$

$$\Sigma^{Sig} = \begin{cases} Ronf1, Rof1n, Rof1f1f2, Rof1f2n, \\ Ronf2, Rof2n, Rof2f2f1, Rof2f1n \end{cases}$$
(73)

Por tanto el conjunto de eventos que describen la evolución del comportamiento del sistema híbrido es:  $\Sigma_{hybrid} = \Sigma \cup \Sigma^{sig}$ , de donde:

$$\Sigma = \{ f1, f2, o1, o2, e \}$$
(74)

Por lo tanto:

$$\Sigma_{hybrid} = \begin{cases} f1, f2, o1, o2, e, Ronf1, Rof1n, Rof1f1f2, Rof1f2n, \\ Ronf2, Rof2n, Rof2f2f1, Rof2f1n \end{cases}$$
(75)

Una vez que tenemos definido todos los eventos podemos construir nuestro sistema híbrido extendido tal como se observa en la Figura 40.



Figura 40: Sistema Híbrido Extendido de fallas simultáneas Fuente: Autor

## 4.2.2.5 Diseño del diagnosticador del sistema con fallas simultáneas

Para diseñar el diagnosticador debemos definir los eventos observables e inobservables del sistema en general, por lo que tenemos:

$$\Sigma_{hybrid} = \Sigma_{o} \cup \Sigma_{uo}$$

$$\Sigma_{hybrid} = \begin{cases} f1, f2, o1, o2, e, Ronf1, Rof1n, Rof1f1f2, Rof1f2n, \\ Ronf2, Rof2n, Rof2f2f1, Rof2f1n \end{cases}$$

$$\Sigma_{o} = \begin{cases} o1, o2, e, Ronf1, Rof1n, Rof1f1f2, Rof1f2n, \\ Ronf2, Rof2n, Rof2f2f1, Rof2f1n \end{cases}$$

$$\Sigma_{uo} = \{f1, f2\}$$
(76)

Los eventos de falla son:

$$\Sigma_f = \{f1, f2\}\tag{77}$$

Por tanto la partición de fallas queda definida de la siguiente forma:

$$\Pi = \begin{cases} F1 = \{f1\}\\ F2 = \{f2\} \end{cases}$$
(78)

Realizamos el alcance inobservable de cada uno de los estados mostrado en la Tabla 17:

Tabla 17: Tabla de los alcances inobservables de cada estado para el sistema con fallas simultáneas

ALCANCE INOBSERVABLE					
$IIP(an) = \{anN, anf1E1, anf2E2\}$					
$UR(anf1) = \{anf1F1, qnj2F2\}$					
$UR(af1) = \{af1F1, af1f1f2F1F2\}$					
$UR(qf1n) = \{qf1nF1\}$					
$UR(qf1f1f2) = \{qf1f1f2\mathbf{F1F2}\}$					
$UR(qf1f2) = \{qf1f2\mathbf{F1F2}\}$					
$UR(qf1f2n) = \{qf1f2n\mathbf{F1F2}\}$					
$UR(qnf2) = \{qnf2\mathbf{F2}\}$					
$UR(qf2) = \{qf2F2, qf2f2f1F1F2\}$					
$UR(q/2n) = \{q/2nF2\}$ $UR(qf2f2f1) = \{qf2f2f1\mathbf{F1}\mathbf{F2}\}$					
$IIR(af2f1) = \{af2f1F1F2\}$					
$UR(qf2f1n) = \{qf2f1nF1F2\}$					

Realizamos la unión de alcances inobservables que están dentro de un mismo alcance inobservable mostrado Tabla 18.

ALCANCE INOBSERVABLE
$UR(an) = \{an\mathbf{N}, anf \mathbf{1F1}, anf \mathbf{2F2}\} \Longrightarrow s0$
$UR(qf1) = \{qf1\mathbf{F1}, qf1f1f2\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s1$
$UR(qf1n) = \{qf1nF1\} \Longrightarrow s2$
$UR(qf1f2) = \{qf1f2\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s3$
$UR(qf1f2n) = \{qf1f2n\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s4$
$UR(qf2) = \{qf2\mathbf{F2}, qf2f2f1\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s5$
$UR(qf2n) = \{qf2n\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s6$
$UR(qf2f1) = \{qf2f1\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s7$
$UR(qf2f1n) = \{qf2f1n\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s8$

 Tabla 18: Tabla de alcances inobservables del sistema con fallas simultáneas

Ahora definimos las funciones de transición de un alcance inobservable a otro alcance inobservable dado un evento observable como se muestra en la Tabla 19.

Tabla 19: Funciones de transición de estados para el sistema con fallas simultáneas

FUNCIONES DE TRANSICIÓN DE ESTADOS
$qn, diag = UR(qn) = \{qn\mathbf{N}, qnf\mathbf{1F1}, qnf\mathbf{2F2}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s0, Ronf1) = \{qf1F1\} \Longrightarrow s1 - F1$
$f(s1, Rof1f1f2) = \{qf1f2\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s3 - \mathbf{F1F2}$
$f(s3, e) = \{qf1f2nF1F2\} \Longrightarrow s4 - F1F2$
$f(s4, Rof 1f2n) = \{qn\mathbf{N}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s1, e) = \{qf1nF1\} \Longrightarrow s2 - F1$
$f(s2, Rof1n) = \{qn\mathbf{N}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s0, Ronf2) = \{qf2\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s5 - \mathbf{F2}$
$f(s5, Rof2f2f1) = \{qf2f1\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s7 - \mathbf{F1F2}$
$f(s7, e) = \{qf2f1nF1F2\} \Longrightarrow s8 - F1F2$
$f(s8, Rof2f1n) = \{qn\mathbf{N}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s5, e) = \{qf2n\mathbf{F2}\} \Longrightarrow s6 - \mathbf{F2}$
$f(s6, Rof2n) = \{qn\mathbf{N}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s0, o1) = \{qn\mathbf{N}\} \Longrightarrow s0 - \mathbf{N}$
$f(s1, o2) = \{qf1\mathbf{F1}\} \Longrightarrow s1 - \mathbf{F1}$
$f(s5, o2) = \{qf2\mathbf{N}\} \Longrightarrow s5 - \mathbf{F2}$
$f(s3, o2) = \{qf1f2\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s3 - \mathbf{F1F2}$
$f(s7, o2) = \{qf2f1\mathbf{F1F2}\} \Longrightarrow s7 - \mathbf{F1F2}$



Con esto tenemos diseñado el diagnosticador de fallas simultáneas y el gráfico del autómata que representa el diagnosticador se muestra en la Figura 41.

Figura 41: Diagnosticador de las fallas simultáneas Fuente: Autor

De igual manera que en la sección 4.2.1.5 calcularemos el diagnosticador utilizando la herramienta DESUMA el cual se presenta en la Figura 42 y el detalle de cada uno de sus estados en la Tabla 20.

Al comparar los dos diagnosticadores de la Figura 41 y Figura 42 obtenemos resultados similares a los obtenidos en la sección 4.2.1.5; el diagnosticador calculado por el DESUMA es más extenso que el de la Figura 41 pero muchos de sus estados se repiten por lo que se admite una minimización del espacio de estados para obtener el diagnosticador como el de la Figura 41.

Total Diagnoser States = 16								
Id = 1 qn N qnf1 F1 qnf2 F2 Total pairs = 3 Uncertain: F1 F2 o1 -> 1 Ronf2 -> 2 Ronf1 -> 3	Id = 5 qf2n F2 Total pairs = 1 Certain: F2 Rof2n -> 9	Id = 9 qn F2 qnf1 F1F2 qnf2 F2 Total pairs = 3 Certain: F2 Uncertain: F1 o1 -> 9 Ronf2 -> 2 Ronf1 -> 13	Id = 13 qf1-f1f2 F1F2 qf1 F1F2 Total pairs = 2 Certain: F1 F2 Rof1-f1f2 -> 6 e -> 15 o2 -> 13					
Id = 2 qf2-f2f1 F1F2 qf2 F2 Total pairs = 2 Certain: F2 Uncertain: F1 Rof2-f2f1 -> 4 e -> 5 o2 -> 2	Id = 6 qf1f2 F1F2 Total pairs = 1 Certain: F1 F2 e -> 10 o2 -> 6	Id = 10 qf1f2-n F1F2 Total pairs = 1 Certain: F1 F2 Rof1f2-n -> 12	Id = 14qf2-f2f1 F1F2qf2 F1F2Total pairs = 2Certain: F1 F2Rof2-f2f1 -> 4e -> 16o2 -> 14					
Id = 3 qf1-f1f2 F1F2 qf1 F1 Total pairs = 2 Certain: F1 Uncertain: F2 Rof1-f1f2 -> 6 e -> 7 o2 -> 3	Id = 7 qf1n F1 Total pairs = 1 Certain: F1 Rof1n -> 11	Id = 11 qn F1 qnf1 F1 qnf2 F1F2 Total pairs = 3 Certain: F1 Uncertain: F2 o1 -> 11 Ronf2 -> 14 Ronf1 -> 3	Id = 15 qf1n F1F2 Total pairs = 1 Certain: F1 F2 Rof1n -> 12					
Id = 4 qf2f1 F1F2 Total pairs = 1 Certain: F1 F2 e -> 8 o2 -> 4	Id = 8 qf2f1-n F1F2 Total pairs = 1 Certain: F1 F2 Rof2f1-n -> 12	Id = 12 qn F1F2 qnf1 F1F2 qnf2 F1F2 Total pairs = 3 Certain: F1 F2 o1 -> 12 Ronf2 -> 14 Ronf1 -> 13	Id = 16 qf2n F1F2 Total pairs = 1 Certain: F1 F2 Rof2n -> 12					

Tabla 20: Detalle de los estados del diagnosticador de fallas simultáneas calculado por el DESUMA



Figura 42: Diagnosticador de las fallas 1 y 2 simultáneas, calculado por el DESUMA Fuente: Autor

## 4.3 Análisis de resultados

A continuación se muestra una prueba del funcionamiento del sistema de diagnóstico diseñado. Para efectos de esta ilustración, se toma el caso de la ocurrencia de fallas simultáneas, ya que el caso de fallas separadas es un caso particular de éste.

Al realizar una prueba de funcionamiento del diagnosticador de la Figura 42 nos daremos cuenta que las fallas se diagnostican correctamente, por ejemplo si nos posicionamos en el estado (1) del diagnosticador que contiene a los estados del sistema qn, qnf1, qnf2 que tiene la etiqueta N(normal), F1(falla 1), F2(falla 2) respectivamente (ver Tabla 20) estado al cual le vamos considerar como normal, porque no tenemos la certeza que se ejecutaron los eventos inobservables que llevan al sistema a los estados que tienen las etiquetas de falla, seguidamente si se produce el evento Ronf2 el sistema pasara del estado (1) al estado (2) el cual contiene al estado qf2 F2 que con certeza diagnostica que ha ocurrido la falla 2, sin embargo el estado (2) contiene al estado qf2f2f1F2F1 estado al cual el sistema accede tras un evento inobservable en el pasado que no se sabe si se produjo o no, por esa razón no existe la certeza que la falla 1 haya ocurrido, por lo tanto el estado (2) con certeza diagnostica que existió la falla 2. Si a partir del estado (2) se produce un evento e se accede al estado (5) donde se encuentra el estado qf2nF2 que me dice con certeza que ha existido la falla 2, si de aquí se produce el evento Rof2n avanzamos al estado (9) que contiene a los estados del sistema qnF2, qnf1F1F2, qnf2F2 donde con certeza podemos decir que la falla que ocurrió es la falla 2 ya que es la falla que se diagnosticó plenamente en estados anteriores, si comparamos el estado (1) con el estado (9) nos daremos cuenta que los dos contienen los mismos estados del sistema, lo que los diferencia son las etiquetas de falla, por esta razón podemos decir que el sistema regreso al estado inicial después de haber diagnosticado una falla.

En este punto cabe recordar la acción del evento e, el cual es encargado de restaurar el sistema a su estado normal, por lo tanto, podemos decir que las fallas diagnosticadas ya fueron solucionadas después que el evento e se haya ejecutado, una vez hecha esta aclaración y retomando el análisis, podemos decir que el estado (9) es igual al estado (1) del diagnosticador.

Continuando con el análisis y regresamos al estado (2) donde se diagnosticó que ocurrió la falla 2 y a partir de este estado se produce el evento Rof2f2f1 acedemos al estado (4) del diagnosticador el cual contiene los estados del sistema qf2f1F1F2 que con certeza diagnostica que después de haber ocurrido una cadena de eventos hasta llegar hasta este evento se produjo la falla 1 y la falla 2, si del estado (4) se produce el evento e se da el estado (8) que contiene el estado qf2f1nF1F2 que diagnostica con certeza que ha ocurrido las dos fallas 1 y 2, si del estado (8) se produce el evento Rof2f1n el sistema se pasa al estado (12) que al igual que los estados (1) y (9) contienen los estados qn, qnf1, qnf2 pero con diferente etiqueta de

falla, sin embargo aplicando el evento e podemos decir que el sistema nuevamente llego a su estado normal de funcionamiento.

Basándonos en la información de la Tabla 20 que nos brinda el DESUMA realizamos otro análisis análogo, pero suponiendo que lo que ocurrió primero es la falla 1. Partimos nuevamente del estado (1) que luego del evento Ronf1 pasa al estado (3) donde con certeza diagnostica la falla 1, si ocurre el evento e nos lleva al estado (7) que también diagnostica con certeza la ocurrencia de la falla 1, si ocurre el evento Rof1n pasamos al estado (11) que si analizamos su información es similar al estado (1), (9) y (12) por lo tanto podemos decir que se ha retornado al estado normal, si retomamos el estado (3) y ocurre el evento Rof1f1f2 nos movemos al estado (6) donde nos dice con certeza que ocurrió la falla 1 que ya fue diagnosticada y la falla 2, si de aquí ocurre el evento e nos traslada al estado (10) que también diagnostica la ocurrencia de las dos fallas 1 y 2 que ya fueron diagnosticadas, si del estado (10) ocurre el evento Rof1f2n nos lleva al estado (12) que es nuestro estado normal del sistema por lo expuesto anteriormente.

#### 4.3.1 Análisis de la diagnosticabilidad del sistema híbrido

El análisis de diagnosticabilidad del sistema se realizará al diagnosticador de fallas simultáneas, ya que si este diagnosticador es diagnosticable el diagnosticador de fallas separadas será diagnosticable, ya que el sistema de fallas separadas se encuentra inmerso en el sistema de fallas simultáneas.

Para definir la diagnosticabilidad del sistema híbrido, comenzaremos por analizar las condiciones necesarias que define Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive (2008) en su artículo:

Según el teorema 2 (ver sección 2.5.4.3) un sistema híbrido es diagnosticable si el SED subyacente es diagnosticable. Desde el punto de vista de nuestro caso de estudio, la dinámica del sistema discreto está dada por el autómata no extendido, al cual no le hemos determinado su diagnosticabilidad, pero podemos asegurar de cierta forma que ese sistema puede no ser diagnosticable, por cuanto solo están modelados en este autómata los eventos de los sensores o1 y o2 que no van a permitir definir qué falla ha ocurrido, debido a que tanto para falla 1 y falla 2 el único evento asociado es o2.

El teorema 3 (ver sección 2.5.4.3) por su parte define que un sistema híbrido es diagnosticable si el sistema continuo subyacente es diagnosticable. En este caso para el sistema continuo se definió cinco "modos": Normal, Falla 1, Falla 12, Falla 2, Falla 21; para cada uno de estos modos se ha determinado sus respectivas firmas de modo (ver Tabla 14), las cuales todas son diferentes, por lo tanto se cumple la condición de diagnosticabilidad de cada modo expuesto en la definición 4 de Bayoudh, Travé-

Massuyès, & Olive (2008) lo que da paso a que se cumpla la condicion suficiente y necesaria del teorema 1 de Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive (2008), por lo que comcluimos que el sistema continuo subyacente es diagnosticable, por tanto se cumple una de las condiciones necesarias de diagnosticabilidad del sistema híbrido.

Otra condición necesaria de diagnosticabilidad que propone Bayoudh, Travé-Massuyès, & Olive (2008) en su trabajo es el Corolario 1 de la sección 2.5.4.3, que dice, un sistema híbrido es diagnosticable si las firma de un modo fuente y un modo destino en el autómata híbrido son diferentes; esta condición es satisfecha ya que en análisis de las condiciones de observabilidad de la Tabla 16 realizadas en función de las firmas de modo de la Tabla 15, dio como resultado que todas las firmas de modo, entre un modo fuente y un modo destino en el autómata híbrido son diferentes, por lo tanto, con este resultado se cumple la condición suficiente de diagnosticabilidad del sistema híbrido.

Para continuar con el análisis de diagnosticabilidad del sistema es necesario determinar la existencia de ciclos inciertos en el diagnosticador del sistema híbrido. Para ello es necesario construir el autómata de estado no determinístico G' (ver Figura 43) a partir del autómata híbrido del proceso en análisis de la Figura 40, este autómata no determinístico G' ayudará a determinar si los ciclos inciertos del diagnosticador son Fi-indeterminados, lo que nos servirá para determinar la diagnosticabilidad del sistema en base a la condición necesaria y suficiente expresada en la proposición 1 de la sección 2.5.4.4. El procedimiento para construir el autómata G' puede revisarse en Cassandras & Lafortune (2008).



Figura 43: Autómata de estado no determinístico G' del sistema híbrido extendido Fuente: Autor

En la Tabla 21 detallamos los estados que determinan cada uno de los ciclos que contiene el autómata G' y en la Tabla 22 se detalla los ciclos del diagnosticador de la Figura 42.

CICLOS DEL AUTÓMATA G'				
1. $qn \rightarrow qf2 \rightarrow qf2n \rightarrow qn$				
2. $qn \rightarrow qf2 \rightarrow qf2f1 \rightarrow qf2f1n \rightarrow qn$				
3. $qn \rightarrow qf1 \rightarrow qf1n \rightarrow qn$				
4. $qn \rightarrow qf1 \rightarrow qf1f2 \rightarrow qf1f2n \rightarrow qn$				

 Tabla 21: Ciclos del autómata G'

<b>Tabla 22:</b> Ciclos del diagnosticador hibrido del sistem	Tabla 22:	Ciclos del	diagnosticador	híbrido	del sistema
---	-----------	------------	----------------	---------	-------------

CICLOS DEL DIAGNOSTICADOR HÍBRIDO DEL SISTEMA
1. $9 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 9$
2. $12 \rightarrow 14 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \rightarrow 12$
3. $12 \rightarrow 14 \rightarrow 16 \rightarrow 12$
4. $12 \rightarrow 13 \rightarrow 15 \rightarrow 12$
5. $12 \rightarrow 13 \rightarrow 6 \rightarrow 10 \rightarrow 12$
$6.  11 \to 3 \to 7 \to 11$

En función de la información de los ciclos de las Tabla 21, Tabla 22 y la información de los estados del diagnosticador de la Figura 42 presentada en la Tabla 20, realizamos el análisis de cada uno de los ciclos del diagnosticador con respecto a los ciclos del autómata G', para la verificación de la existencia o no existencia de ciclos inciertos, la comparación de estos ciclos se presentan en la Tabla 23.

De la comparación que se realiza en la Tabla 23, tenemos como resultado que los ciclos 2, 3, 4, 5 del diagnosticador (ver Tabla 22) contienen estados que forman ciclos en el autómata G', y diagnostican con certeza que las fallas F1 y F2 han ocurrido, por lo que se concluye que no son ciclos inciertos. Los ciclos 1 y 6 del diagnosticador también contienen estados que forman ciclos en el autómata G', pero el ciclo 1 diagnostica con certeza la falla F2 y sin certeza la ocurrencia de la falla F1, por su parte el ciclo 6 diagnostica con certeza la falla F1 y sin certeza la ocurrencia de la falla F2, por lo tanto los ciclos 1 y 6 del diagnosticador de la Tabla 22 son ciclos inciertos, por lo se debe verificar que los estados que forman estos ciclos inciertos, no definan ciclos en el autómata G' que conduzcan a una incertidumbre.

Si analizamos el ciclo 1 del diagnosticador (ver Tabla 22) que contiene los estados 9-2-5-9 podemos darnos cuenta que este ciclo contiene los estados qnF2-qf2F2-qf2nF2-qnF2 (ver Tabla 20), los cuales definen un ciclo en el autómata G', si volvemos analizar los estados que contiene el ciclo 9-2-5-9 del diagnosticador, nos podremos dar en cuenta que no existe otra sucesión de estados que formen otro ciclo en G', por lo tanto el único ciclo en G' es qnF2-qf2F2-qf2nF2-qnF2, el cual diagnostica con certeza la ocurrencia de la falla F2 y no hay otro ciclo asociado a la falla F1, lo que significa que este ciclo no lleva a una incertidumbre.

El ciclo 6 del diagnosticador (ver Tabla 22) contiene los estados 11-3-7-11, que si revisamos la Tabla 20 podemos darnos cuenta que contiene los estados qnF1qf1F1-qf1nF1-qnF1, los cuales forman un ciclo en el autómata G', pero si volvemos analizar, nos daremos cuenta que no existe otra sucesión de estados en el ciclo 11-3-7-11 del diagnosticador que genere otro ciclo en el autómata G', por lo que el único ciclo del autómata G' es qnF1-qf1F1-qf1nF1-qnF1, el cual diagnostica con certeza la ocurrencia de la falla F1 y no hay otro ciclo asociado a la falla F2, lo que significa que este ciclo tampoco produce incertidumbre.

COMPARACIÓN DE CICLOS DEL AUTÓMATA G' CON LOS DEL DIAGNOSTICADOR								
Diagnosticador Ciclo 1	<b>9</b> qnF2, qnf1F1F2, qnf2F2	<b>2</b> qf2f2f1F1F2, qf2F2	<b>5</b> qf2nF2	<b>9</b> qnF2, qnf1F1F2, qnf2F2				
Autómata Ciclo 1	qnF2	qf2F2	qf2nF2	qnF2				
Diagnóstico	Certeza F2 Sin certeza F1	Certeza F2 Sin certezaF1	Certeza F2	Certeza F2 Sin certeza F1				
Diagnosticador Ciclo 2	<b>12</b> qnF1F2, qnf1F1F2, qnf2F1F2	14 qf2f2f1F1F2, qf2F1F2	<b>4</b> qf2f1F1F2	<b>8</b> qf2f1nF1F2	<b>12</b> qnF1F2, qnf1F1F2, qnf2F1F2			
Autómata Ciclo 2	qnF1F2	<i>qf</i> 2F1F2	<i>qf2f</i> 1F1F2	qf2f1nF1F2	qnF1F2			
Diagnóstico	CertezaF1F2	Certeza F1F2	Certeza F1F2	Certeza F1 F2	Certeza F1 F2			
Diagnosticador Ciclo 3	<b>12</b> qnF1F2, qnf1F1F2, qnf2F1F2	14 qf2f2f1F1F2, qf2F1F2	<b>16</b> qf2nF1F2	<b>12</b> qnF1F2, qnf1F1F2, qnf2F1F2				
Autómata Ciclo 1	qnF1F2	<i>qf</i> 2F1F2	qf2nF1F2	qnF1F2				
Diagnóstico	CertezaF1F2	Certeza F1F2	Certeza F1F2	Certeza F1 F2				

 Tabla 23: Comparación de los ciclos del autómata G' con los del diagnosticador

84

	Diagnosticador Ciclo 4	<b>12</b> qnF1F2, qnf1F1F2, qnf2F1F2	<b>13</b> qf1f1f2F1F2, qf1F1F2	<b>15</b> qf1nF1F2	<b>12</b> qnF1F2, qnf1F1F2, qnf2F1F2	
	Autómata Ciclo 3	qnF1F2	<i>qf</i> 1F1F2	qf1nF1F2	qn F1F2	
	Diagnóstico	CertezaF1F2	Certeza F1F2	Certeza F1F2	Certeza F1 F2	
28	Diagnosticador Ciclo 5	<b>12</b> qnF1F2, qnf1F1F2, qnf2F1F2	<b>13</b> qf1f1f2F1F2, qf1F1F2	<b>6</b> qf1f2F1F2	<b>10</b> qf1f2nF1F2	<b>12</b> qnF1F2, qnf1F1F2, qnf2F1F2
	Autómata Ciclo 4	qnF1F2	<i>qf</i> 1F1F2	qf1f2F1F2	qf1f2nF1F2	qnF1F2
	Diagnóstico	CertezaF1F2	Certeza F1F2	Certeza F1F2	Certeza F1 F2	Certeza F1 F2
	Diagnosticador Ciclo 6	<b>11</b> qnF1, qnf1F1, qnf2F1F2	<b>3</b> <i>qf1f1f2</i> F1F2, <i>qf1</i> F1	7 qf1nF1	<b>11</b> qnF1, qnf1F1, qnf2F1F2	
	Autómata Ciclo 3	qnF1	<i>qf</i> 1F1	<i>qf</i> 1 <i>n</i> F1	qnF1	
	Diagnóstico	Certeza F1 Sin certeza F2	Certeza F1 Sin certezaF2	Certeza F1	Certeza F1 Sin certeza F2	

Para corroborar el análisis anterior utilizamos la herramienta DESUMA para realizar la prueba de diagnosticabilidad del diagnosticador de la Figura 42, cuyo resultado se presenta en la imagen presentada en la Figura 44, la ausencia de comentarios en la ventana de resultados significa que el sistema es diagnosticable.



Figura 44: Resultado de la prueba de diagnosticabilidad realizado por el DESUMA Fuente: Autor

En conclusión nuestro sistema híbrido, tal y como está concebido es diagnosticable, ya que cumple las condiciones necesarias y suficientes de la proposición 1 (ver sección 2.5.4.4), según confirma el análisis teórico llevado a cabo.

# 4.4 Presentación del programa de simulación de los diagnosticadores diseñados

En función de los códigos de simulación del modelo del sistema y el controlador *Model Matching*, además de las firmas de modo calculadas para el diseño de los dos diagnosticadores, se ha elaborado un código de simulación con un HMI<sup>9</sup> para cada uno de los diagnosticadores diseñados, el algoritmo utilizado para la elaboración de estos códigos de simulación sigue los siguientes pasos:

<sup>&</sup>lt;sup>9</sup> HMI, interface hombre máquina.

- 1. Definimos nuestro umbral y niveles de operación del proceso  $(\Delta h1, \Delta h2, H_1, H_2)$ .
- 2. Adquirimos las mediciones de  $h_1$  y  $h_2$  desde el proceso.
- 3. Evaluamos cada uno de los residuales  $r_{ik}$  en función de cada restricción  $C_{obs}$  de la Tabla 1 o Tabla 11 dependiendo si es el diagnosticador de fallas separadas o simultáneas respectivamente.
- 4. En función de lo realizado en el paso 3 definimos la firma de modo del estado actual Sig(p) del proceso.
- 5. Comparamos la firma de modo del estado actual del proceso con las firmas de modo calculadas previamente de la Tabla 5 o Tabla 15, dependiendo si es el diagnosticador de fallas separadas o simultáneas respectivamente.

Si Sig(p) == Sig(qn) entonces estado normal qn

Si Sig(p) == Sig(qf1f2) entonces estado de falla 2 y falla 1 qf2f1

- 6. En función de la comparación del paso 5, presentamos en qué modo se encuentra el sistema.
- 7. Para el caso del diagnosticador de fallas simultáneas, si ya se detecto una de las fallas y el sistema no es restablecido, el software diferencia que la única falla que puede ocurrir es la que aún no ha sido diagnosticada.
- 8. Regresamos al paso 2 mientras el proceso este funcionando.

En la Figura 45 presentamos la imagen del HMI del diagnosticador de fallas separadas, en este HMI se puede obtener las graficas de las salidas del sistema  $h_1$  y  $h_2$ , y la señal de control  $q_i$  (ver Figura 45 (b)), además cuenta con un panel de alarmas que nos indica en qué estado se encuentra el sistema (normal, falla 1, falla 2, Con Falla o Sin Falla) (ver Figura 45(c)), también cuenta con un panel de datos donde podemos ingresar los tiempos que queremos que se ejecuten cada una de las fallas, los valores de  $k_3$  y  $\Delta k$  para simular las fallas, el valor del umbral de operación  $\Delta h1$  en función del cual el programa calculara el umbral de operación  $\Delta h2$ , y los valores de k3min y  $\Delta kmin$  a partir de los cuales los valores de  $k_3$  y  $\Delta k$  pueden generar fallas (ver Figura 45(d)), los botones de "Inicio" sirve para correr el código de simulación en función de los datos ingresados en el panel de datos, el botón "Resetear" sirve para restaurar la respuesta del sistema al estado normal qn.



Figura 45: HMI para la simulación del diagnosticador de fallas separadas, (a)Vista general del HMI, (b)Señales de salida y control del sistema, (c)Panel de alarmas, (d)Panal de ingreso de datos Fuente: Autor

El HMI diseñado para el caso de fallas simultáneas es similar al HMI de fallas separadas, lo único que lo diferencia es el panel de alarmas (ver Figura 46), donde se ha adicionado dos alarmas que indican la ocurrencia de las dos fallas  $(qf1f2 \circ qf2f1)$  en el transcurso de un tiempo, y su operación es igual al HMI de fallas separadas.



Figura 46: Panel de alarmas del HMI para la simulación del diagnosticador de fallas simultáneas Fuente: Autor
## CONCLUSIONES

Para diseñar un diagnosticador es necesario conocer adecuadamente el proceso, de forma que el momento que se estudia una falla, se pueda identificar los efectos que esta falla provoque en las respuestas del sistema, ya que si no se identifica correctamente los efectos de las fallas obtendremos un diagnosticador erróneo.

El diseño del diagnosticador en este trabajo se basa en el análisis cualitativo del sistema, se lo podría realizar sin la necesidad de conocer el modelo matemático del proceso; si se cuenta con los instrumentos adecuados y confiables para realizar las mediciones de las variables que intervienen en el proceso, el análisis cualitativo se podría realizar directamente con las mediciones tomadas en la planta física.

Una vez realizado el análisis cualitativo, para este caso de estudio, nos pudimos dar en cuenta que la falla que produce la saturación de la señal de control es la falla 1, ya que al presentarse una salida adicional al sistema es natural que requiera mayor ingreso de caudal para compensar el líquido perdido, por esta razón el momento que la entrada se satura los niveles de líquido de cada tanque se establecen por debajo del punto de operación, esto permitió establecer una condición para determinar el comportamiento de eventos discretos del sistema bajo fallas severa y en presencia de fallas tolerables por el sistema de control.

También, en base al análisis cualitativo del sistema se pudo apreciar que el momento que ocurre la falla 2, es inevitable la diminución del nivel de líquido en el tanque 2, pues al sistema de control tolerante a fallas se le hace imposible mantener este nivel ya que la única forma de suministrar caudal a este tanque es a través de la tubería que presenta la obstrucción. Por otra parte debido a la obstrucción de esta tubería el caudal de ingreso debe disminuir para mantener el nivel del tanque 1, caso contrario este rebosaría.

Del análisis cualitativo podemos concluir que ante la ocurrencia de cualquiera de las fallas o en su efecto la ocurrencia simultanea de estas fallas, siempre producen una disminución de nivel en el tanque 2, mientras tanto que en el tanque 1 la disminución del nivel se produce siempre que ocurra la falla 1, en el caso que haya ocurrido la falla 1 y luego la falla 2 el comportamiento del nivel del tanque 1 baja con la falla 1 y sube cuando ocurre la falla 2 pero no más allá del punto de operación. De esta manera, para este caso de estudio, fue posible determinar las firmas de modo que permitieron construir el diagnosticador híbrido.

El enfoque utilizado para el diseño del diagnosticador híbrido, establece las condiciones necesarias y suficientes que determinan la diagnosticabilidad de un sistema híbrido. Para este caso de estudio, luego de ser analizado sus condiciones

necesarias y suficientes de diagnosticabilidad, se ha determinado que es diagnosticable.

Los resultados obtenidos del análisis del diagnosticador diseñado para nuestro sistema, fueron obtenidos en base a los modos definidos para el sistema continuo y al autómata definido para la secuencia de eventos en el sistema, para ir de un modo a otro; para nuestro caso el autómata está definido de forma que la secuencia de eventos de falla no pueden ocurrir al mismo tiempo, siempre debe ocurrir primero una de las dos fallas y el diagnostico se lo realiza en función del orden de ocurrencia de las fallas.

Aplicar un sistema de diagnostico de fallas en un sistema real serviría para garantizar la disponibilidad del proceso, ya que en función de la diagnosticabilidad de sus fallas se puede activar sistemas redundantes que mitiguen estas anomalías, haciendo referencia al proceso de estudio, la identificación de una fuga en el tanque 1 que hace que el sistema requiera un mayor ingreso de caudal para mantener el control, puede hacer que el sistema active una entrada adicional de caudal, de igual forma si se identifica el bloqueo de la tubería de interconexión de los tanques se podría activar una tubería de respaldo, todo esto si el proceso lo permita. De esta forma se cerraría el lazo en sistemas de control basados en eventos discretos, donde se identifica, diagnostica y controla el sistema.

## RECOMENDACIONES

Para trabajos posteriores de forma de ampliar el panorama se recomendaría considerar otra falla como el bloqueo de la servoválvula de forma de verificar el desempeño de un sistema de diagnóstico diseñado bajo el enfoque utilizado en este trabajo.

Se recomienda elegir otro tipo de procesos más complejos y utilizar el enfoque utilizado en este trabajo para realizar un diagnostico de fallas de forma que se pueda evaluar el desempeño del método y su radio de aplicabilidad.

Para trabajos futuros se recomienda realizar el análisis de diagnosticabilidad del sistema de nivel de líquido, con un modelo de autómata en donde se considere los modos normal, Falla 1, Falla 2 y Falla 12, modos a los cuales se puedan acceder sin importar el orden de ocurrencia de los eventos que llevan a cada uno de estos modos; para lo cual sería necesario realizar un análisis cualitativo del sistema bajo estas condiciones, de forma que se pueda redefinir las firmas de modo, en especial las del modo Falla 12 que son las firmas que seguramente se tendrán que cambiar.

Como una recomendación metodológica se recomienda hacer pruebas a todo sistema que ya tenga sistemas de control incorporados, de forma que se pueda verificar si los controladores implementados responden a situaciones extremas, de ser el caso, lo recomendable es tomar esa información para el diseño del diagnosticador utilizando el enfoque utilizado en este trabajo.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- Bayoudh, M., Travé-Massuyès, L., Olive, X. (2008). Coupling Continuous and Discrete Event System Techniques for Hybrid System Diagnosability Analysis. En M. Ghallab, C. D. Spyropoulos, N. Fakotakis, & N. Avouris (Ed.), *ECAI 2008*, 178, págs. 219-223.
- Bhowal, P., Sarkar, D., Mukhopadhyay, S., Basu, A. (2007). Fault diagnosis in discrete time hybrid systems-a case study. *Information Sciences*, 177(5), 1290-1308.
- Blanke, M., Kinnaert, M., Lunze, J. S. (2006). *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*. Springer Berlin Heidelberg: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Cassandras, C. G., Lafortune, S. (2008). *Introduction to discrete event systems*. Springer Science & Business Media, LLC.
- Cerrada, M., Cardillo, J., Prada, A. (Agosto Noviembre de 2011). Diagnostico de fallas basado en modelos. *Ciencia e Ingenieria*, *32*(3), 163-172.
- Cerrada, M., Ferrarini, L., Dedè, A. (2010). Modular fault diagnosis using temporized analysis for a class of Discrete Event Systems. *12th IFAC Simposium on Large Scale Complex Systems: Theory and Applications*, (págs. 180-185).
- Chen, C.-T. (2006). Analog and Digital Control System Design Transfer-Function, State-Space, and Algebraic Methods (Segunda edición ed.). New York: Oxford University.
- Dorf, R. C., Bishop, R. H. (2005). Sistemas de control modeno. Madrid: Pearson Educacion, S.A.
- García, E. (1999). Automatización de procesos industriales: robótica y automática. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia.
- HananeLouajri, M. S., Labarre, C. (2013). Diagnoser with Hybrid Structure for Fault Diagnosis of a Class of Hybrid Dynamic Systems. *Chemical engineering transactions*, 33, 85-90.
- Monsalve, O. (2011). Diagnostico de fallas para una clase de sistemas a eventos discretos usando un enfoque modular, Trabajo de grado. Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela.
- Montes de Oca, S., Puig, V., Theilliol, D., Tornil-Sin, S. (2011). Admisible Model Matching Fault Tolerant Control based on LPV Fault Representation. *IFAC World Congress."18th IFAC World Congress"*, (págs. 13735-13740).
- Pencolé, Y. (2004). Diagnosability analysis of distributed discrete event systems. Proceedings of the 16th European Conference on Artificial Intelligence, ECAI'2004, 16, págs. 43-47.
- Prada Velásquez, A. (2008). Diseño e implementación de un sistema de detección y diagnóstico de fallas para el DAC 603, Trabajo de grado. Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela.

- Quinteros Henao, L. (2010). Anexo 1- Control de sistemas de eventos discretos. Recuperado el 25 de AGOSTO de 2014, de HTTP://www.bdigital.unal.edu.co/1904/2/71770457.20102.pdf
- Ramadge, P., Wonham, W. (1989). The control of discrete event systems. *Proceedings* of the IEEE, 77(1), 81-98.
- Rondón Rivas, J. L. (2012). *Diseño de un control supervisorio para el DAC 603 implementando con funciones de bloque en un softPLC*, Trabajo de grado. Universisda de Los Andes, Mérida-Venezuela.
- Saadallah, N., Meling, H., Daireaux, B. (2011). Modeling a drilling control system, as a Discrete-Event-System. *Communications, Computing and Control Applications (CCCA), 2011 International Conference on*, (págs. 1-5).
- Sampath, M., Sangupta, R., Lafortune, S., Sinnamohideen, K., & Teneketzis, D. C. (1996). A Discrete Event Systems Approach to Failure Diagnosis. *IEEE Transactions on Control System Technology*, 4(2), 105-124.
- Sampath, M., Sengupta, R., Lafortune, S., Sinnamohideen, K., & Teneketzis, D. (1995). Diagnosability of discrete-event systems. *Automatic Control,IEEE Transactions on*, 40(9), 1555-1575.
- Sira Ramírez, H., Márquez, R., Rivas Echeverría, F., & Llanes Santiago, O. (2005). *Control de sistemas no lineales.* Madrid: Pearson Educación S.A.
- Staroswiecki, M. (2005). Fault tolerant control using an admissible model matching approach. *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC '05. 44th IEEE Conference on,* (págs. 2421-2426).
- Stiver, J. A., Antsaklis, P. J. (1993). On the controllability of hybrid control systems. *Conference on Decision and Control*, (págs. 294-299). San Antonio, Texas.
- Tarantino, R., Szigeti, F., Colina-Morles, E. (2000). Generalized Luenberger observerbased fault-detection filter design: an industrial application. *Control Engineering Practice*, *8*, 665-671.
- Urbina Candales, M. A. (2014). Sistema de Control Tolerante a fallas para el DAC 603, Trabajo de grado. Universidad de Los Andes, Mérida-Venezuela.
- Vento, J., Puig, V., Sarrate, R. (2010). Fault detection and isolation of hybrid system using diagnoser that combine discrete and continuous dynamics. *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on*, (págs. 149-154).
- Vento, J., Puig, V., Sarrate, R. (2011). A methodology for building a fault diagnoser for hybrid systems. 9th European Workshop on Advance Control and Diagnosis, (págs. 1-8).
- Vento, J., Travé-Massuyès, L., Sarrate, R., & Puig, V. (2013). Hybrid automaton incremental construction for online diagnosis. *International Workshop on Principles of Diagnosis. "Proceedings DX ". Jerusalem: 2013*, (págs. 186-191).