

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE CUENCA**

CARRERA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA

**TRABAJO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL
TÍTULO DE INGENIERA ELECTRÓNICA**

**“ANÁLISIS DE ELIMINACIÓN DE INTERFERENCIAS EN
ARREGLOS DE ANTENAS LINEALES INTELIGENTES
BASADOS EN ALGORITMOS ADAPTATIVOS DE
GRADIENTE ESTOCÁSTICO”**

Autora:

Lisset Valeria Bermeo Chimbo

Director:

Ing. Walter Orozco Tupacyupanqui. MSc.

**Cuenca – Ecuador
Febrero 2015**

CERTIFICACIÓN

En calidad de Director de la Tesis: “ANÁLISIS DE INTERFERENCIAS EN ARREGLOS DE ANTENAS LINEALES INTELIGENTES BASADOS EN ALGORITMOS ADAPTATIVOS DE GRADIENTE ESTOCÁSTICO”, elaborado por la Srta. **Lisset Valeria Bermeo Chimbo**, declaro y certifico la aprobación del presente trabajo de tesis basándome en la supervisión y revisión de su contenido.

Cuenca, Febrero del 2015


Msc. **Walter Orozco. PhD (c)**
DIRECTOR DE TESIS

DECLARATORIA DE RESPONSABILIDAD Y DERECHOS DE AUTOR

El trabajo de grado denominado “Análisis De Eliminación De Interferencias En Arreglos De Antenas Lineales Inteligentes Basados En Algoritmos Adaptativos De Gradiente Estocástico”, está basado en el proceso de investigación y/o adaptación tecnológica establecido en la Carrera de Ingeniería Electrónica de la Universidad Politécnica Salesiana. En tal virtud los fundamentos teóricos - científicos y los resultados son exclusiva responsabilidad del autor.

A través de la presente declaración cedo los derechos de propiedad intelectual correspondiente a este trabajo, a la Universidad Politécnica Salesiana, según lo establecido por la Ley de Propiedad Intelectual, por su Reglamento y por la Normativa Institucional Vigentes



Lisset Valeria Bermeo Chimbo

AUTORA

DEDICATORIA

A Dios el máximo ingeniero de todos. A la Virgen por cubrirme con su manto desde que nací.

A Iván y Aida... mis padres... que han estado a mi lado brindándome su apoyo incondicional, en cada etapa de mi vida... y a pesar de las circunstancias es más valioso entender el valor de los momentos! Gracias infinitas... los quiero

A Vanessa y Steeven... mis hermanos... que con sus palabras de aliento, consejos y ayuda han estado ahí para mí! Y aunque tomemos distintas direcciones tendremos siempre las mismas raíces y la vida de cada uno de Uds. será parte esencial de la mía... Los quiero.

AGRADECIMIENTO

A Dios por permitirme cumplir una meta más, a mi familia por el apoyo a lo largo de los años, a mi estimado director y amigo Ing. Walter Orozco por brindarme su guía para el desarrollo de este trabajo. Y a todas aquellas personas que de alguna manera, en este camino han sabido brindarme su apoyo e infundido ánimo para lograr la consecución de este objetivo de vida.

LA AUTORA

“El miedo llamó a la puerta... la confianza abrió y afuera no había nadie”

Anónimo

CONTENIDO GENERAL

Lista de Figuras	I
Lista de Tablas.....	VI
Introducción.....	IX
CAPÍTULO 1: FILTRADO ADAPTATIVO	1
1.1 INTRODUCCIÓN AL FILTRADO ADAPTATIVO	2
1.2 CONCEPTOS Y TERMINOLOGÍA BÁSICA.....	2
1.2.1 ESTRUCTURA DE FILTRADO ADAPTATIVO	4
1.3 FUNDAMENTOS DE FILTRADO ADAPTATIVO	5
1.3.1 VARIABLES ALEATORIAS	6
1.3.2 VALOR ESPERADO	7
1.3.3 MATRIZ DE CORRELACIÓN	7
1.3.4 MATRIZ DE AUTOCORRELACIÓN	8
1.3.5 FUNCIÓN DE CORRELACIÓN CRUZADA.....	8
1.3.6 VARIANZA.....	8
1.3.7 COVARIANZA	9
1.3.8 PROCESOS ESTOCÁSTICOS.....	9
1.3.9 ERGODICIDAD.....	10
1.4 APLICACIÓN DE FILTROS ADAPTATIVOS.....	11
1.5 BEAMFORMING DE ANTENAS	14
CAPÍTULO 2: ALGORITMOS DE GRADIENTE ESTOCÁSTICO	16

2.1 CRITERIO Y CONCEPTOS DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO (MSE)	17
2.1.1 FILTRADO DE WIENER.....	17
2.2 PRINCIPIO DE ORTOGONALIDAD.....	19
2.3 ALGORITMOS DE GRADIENTE ESTOCÁSTICO: DEFINICIONES, MÉTODOS ESTANDAR.....	20
2.4 IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DESCENSO MÁS RÁPIDO	23
2.5 MÉTODO DE NEWTON.....	24
2.6 CURVA DE APRENDIZAJE	25
2.7 CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO.....	26
2.8 ALGORITMOS LMS Y SUS VARIACIONES.....	26
2.8.1 ALGORITMO MÍNIMO CUADRÁTICO PROMEDIADO (LEAST MEAN SQUARE).....	26
2.8.2 ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS (NLMS)....	28
2.8.3 ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS CON POTENCIA NORMALIZADA (NLMS WITH NORMALIZED POWER).....	29
2.9 ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RECURSIVE LEAST SQUARE)	30
2.9.1 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS	30
2.9.2 SUMA MÍNIMA DE ERRORES AL CUADRADO	32
2.9.3 REPRESENTACIÓN EN ECUACIONES NORMALES.....	32
2.9.4 FORMULACIÓN MATRICIAL ECUACIONES NORMALES.....	33
2.9.5 MATRIZ DE CORRELACIÓN DE PROMEDIOS TEMPORALES φ	33
2.9.6 MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS).....	34

CAPÍTULO 3: ANTENAS INTELIGENTES Y BEAMFORMING.....	36
3.1 INTRODUCCIÓN AL BEAMFORMING.....	38
3.2 ANTENAS INTELIGENTES: TÉRMINOS Y CONCEPTOS.....	38
3.3 CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS DE ARREGLOS DE ANTENAS.....	43
3.4 REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE ARREGLOS DE ANTENAS INTELIGENTES.....	43
3.5 CLASIFICACIÓN Y FORMULACIÓN MATEMÁTICA DE LOS BEAMFORMERS.....	45
3.5.1 DESEMPEÑO DE UN ARREGLO EN UN BEAMFORMER.....	48
3.5.2 CLASIFICACIÓN DE LOS BEAMFORMERS.....	49
CAPÍTULO 4: SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS ALGORITMOS ESTÁNDAR APLICADOS.....	52
4.1 CONSIDERACIONES GENERALES: SEÑALES DE INGRESO AL FILTRO....	54
4.2 SIMULACIONES: ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS), CURVA DE APRENDIZAJE FUNCIÓN DE COSTO, EFICIENCIA SINR ENTRADA VS. SALIDA.....	55
4.2.1 CONSIDERACIONES.....	55
4.2.2 CURVAS DE APRENDIZAJE ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS).....	55
4.2.3 EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA PARA ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS).....	58
4.2.4 LÓBULOS DE RADIACIÓN ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS).....	59

4.3 SIMULACIONES: ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS NORMALIZADOS (NLMS), CURVA DE APRENDIZAJE FUNCIÓN DE COSTO, EFICIENCIA SINR ENTRADA VS. SALIDA.....	67
4.3.1 CONSIDERACIONES	67
4.3.2 CURVAS DE APRENDIZAJE ALGORITMO NORMALIZADO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS).....	67
4.3.3 EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA ALGORITMO NORMALIZADO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS)	70
4.3.4 LÓBULOS DE RADIACIÓN ALGORITMO NORMALIZADO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS).....	71
4.4 SIMULACIONES: ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA, CURVA DE APRENDIZAJE FUNCIÓN DE COSTO, EFICIENCIA SINR ENTRADA VS. SALIDA.....	78
4.4.1 CONSIDERACIONES	78
4.4.2 CURVAS DE APRENDIZAJE ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA....	79
4.4.3 EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA	81
4.4.4 LÓBULOS DE RADIACIÓN ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA	82
4.5 SIMULACIONES: ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS), CURVA DE APRENDIZAJE FUNCIÓN DE COSTO, EFICIENCIA SINR ENTRADA VS. SALIDA	91
4.5.1 CONSIDERACIONES:.....	91

4.5.2 CURVAS DE APRENDIZAJE ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS)	91
4.5.3 EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS	93
4.5.4 LÓBULOS DE RADIACIÓN ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS)	94
4.6 CURVAS DE APRENDIZAJE PROMEDIO PARA LOS DISTINTOS ALGORITMOS EMPLEADOS	100
CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	102
5.1 CONCLUSIONES:	103
5.2 RECOMENDACIONES	104
BIBLIOGRAFÍA	X
ANEXOS	XIV
ANEXO 1: TABLAS Y GRÁFICAS CORRESPONDIENTES A LA SIMULACIÓN DEL ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS)	XV
GRÁFICAS DE CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO Y TABLA CORRESPONDIENTE A M=16 ANTENAS	XVI
EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA PARA ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS)	XVII
LÓBULOS DE RADIACIÓN Y TABLA PARA M=16 ELEMENTOS	XVII
ANEXO 2: TABLAS Y GRÁFICAS CORRESPONDIENTES A LA SIMULACIÓN DEL ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS)	XXIII
GRÁFICAS DE CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO Y TABLA CORRESPONDIENTE A M=16 ANTENAS	XXIV

EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA.....	XXV
LÓBULOS DE RADIACIÓN Y TABLA PARA M=16 ELEMENTOS.....	XXV
ANEXO 3: TABLAS Y GRÁFICAS CORRESPONDIENTES A LA SIMULACIÓN DEL ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA (NLMS-P).....	XXXI
GRÁFICAS DE CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO Y TABLA CORRESPONDIENTE A M=16 ANTENAS.....	XXXII
EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA.....	XXXIII
LÓBULOS DE RADIACIÓN Y TABLAS PERTENECIENTE A M= 16 ELEMENTOS	XXXV
ANEXO 4: TABLAS Y GRÁFICAS CORRESPONDIENTES A LA SIMULACIÓN DEL ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS).....	XLII
GRÁFICAS DE CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO Y TABLA CORRESPONDIENTE A M=16 ANTENAS.....	XLIII
EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA.....	XLIII
LÓBULOS DE RADIACIÓN Y TABLA PARA M=16 ELEMENTOS.....	XLIV
ANEXO 5: CÓDIGO FUENTE DEL PROGRAMA DE SIMULACIÓN ELABORADO EN MATLAB ® Rb2013	L
ALGORITMO LMS	LI
ALGORITMO NLMS	LIII
ALGORITMO NLMS – POTENCIA NORMALIZADA.....	LVI
ALGORITMO RLS	LIX
SEÑALES PORTADORA, DE INTERFERENCIA, Y DE INGRESO EN LOS ARREGLOS DE ANTENAS	LXII

LÓBULOS DEL PATRÓN DE RADIACIÓN DE LOS ARREGLOS DE ANTENAS

..... LXIV

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Diagrama de filtro adaptativo, izquierda: detallado, derecha: simplificado	3
Figura 1.2: Representación gráfica de la actualización de los coeficientes del filtro.....	3
Figura 1.3: Estructura Filtro FIR	4
Figura 1.4: Estructura de Filtro IIR	5
Figura 1.5: Procesos estocásticos: realizaciones y variables aleatorias	10
Figura 1.6: Esquema de Cancelación de eco	11
Figura 1.7: Esquema de representación de Identificación de un sistema	12
Figura 1.8: Esquema para predicción donde $x(n) = d(L-n)$ es una versión retrasada de $d(n)$	12
Figura 1.9: a) Ecualizador adaptativo en modo entrenamiento b) ecualizador adaptativo en modo de decisión directa	13
Figura 1.10: Arreglo de antenas uniformemente espaciado	14
Figura 2.1: Superficie del error cuadrático medio.....	19
Figura 2.2: Analogía de tazón método Descenso por gradiente (a) Descenso al mínimo (b) Trayectoria pelota (c) Pelota se queda en puntos muertos y no descendiendo al fondo	20
Figura 2.3: MSE para un único coeficiente del filtro FIR.....	21
Figura 2.4: Método de descenso del gradiente	22
Figura 2.5: Ilustración de la Curva de aprendizaje.....	25
Figura 2.6: Curva de aprendizaje promedio para tres algoritmos obtenida por promedio de 300 experimentos.....	26
Figura 2.7: Filtro Transversal empleado para la demostración del método de mínimos cuadrados	31

Figura 3.1: Antenas Inteligentes.....	38
Figura 3.2: Arreglo de antenas lineal uniforme.....	39
Figura 3.3: a) Diagrama de radiación: lóbulos principales y secundarios b) Diagrama de radiación en coordenadas polares c) Diagrama de radiación en coordenadas cartesianas	40
Figura 3.4: Ancho de banda representado (a) En coordenadas polares y en (b) Coordenadas cartesianas.....	41
Figura 3.5: Representación de Ancho de haz a media potencia a) Patrón de campo en escala linear, b) Patrón de potencia en escala linear, c) Patrón de radiación en dB.....	42
Figura 3.6: Analogía de funcionamiento antenas inteligentes.....	43
Figura 3.7: Geometría de un arreglo de antenas.....	44
Figura 3.8: Esquema representativo un sistema de arreglo de antenas	45
Figura 3.9: Combinación lineal a la salida de los sensores "Banda estrecha o angosta" ...	46
Figura 3.10: Combinación lineal a la salida de los sensores "Banda ancha"	46
Figura 3.11: Arreglo con líneas de retrasos que proporcionan un muestreo de propagación de las fuentes espacio/temporal.	47
Figura 3.12: Arreglo de dos elementos para ejemplificar eliminación de interferencia. ...	48
Figura 3.13: Clasificación de beamformers.....	50
Figura 3.14: Métodos del Beamforming estadísticamente óptimo.....	50
Figura 4.1: Diagrama de flujo general para algoritmos usados en las simulaciones.....	53
Figura 4.2: Señales al ingreso caso particular: algoritmo LMS con SINR ingreso=10, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$	54
Figura 4.3: Señales de los 4 primeros elementos de un arreglo de 8 antenas.....	54

Figura 4.4: Algoritmo LMS: μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (derecha).....	56
Figura 4.5: Algoritmo LMS: señal de salida para un arreglo $M=8$ antenas con $\mu=0.01$ SINR ingreso=10 dB $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), señal de salida para un arreglo de $M=24$ antenas con $\mu=0.07$ SINR ingreso=10 $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (derecha).....	59
Figura 4.6: Algoritmo LMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16 y 24 antenas con $\mu=0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)	60
Figura 4.7: Algoritmo LMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16, 24 antenas con $\mu= 0.07$, SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)	61
Figura 4.8: Algoritmo LMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)	62
Figura 4.9: Algoritmo LMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas LMS con $\mu= 0.07$, SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)	63
Figura 4.10: Algoritmo NLMS: μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (derecha).....	68
Figura 4.11: Algoritmo NLMS: señal de salida para un arreglo de $M=8$ antenas con $\mu=0.01$ SINR ingreso=10 dB $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (izquierda) Y señal de salida para un arreglo de $M=24$ antenas con $\mu=0.07$ y SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (derecha).....	71
Figura 4.12: Algoritmo NLMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)	72

Figura 4.13: Algoritmo NLMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.07$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)	73
Figura 4.14: Algoritmo NLMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)	74
Figura 4.15: Algoritmo NLMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.07$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)	75
Figura 4.16: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: μ : 0.0008, 0.001, 0.003, 0.005 SINR ingreso=10, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$, M=8 (izquierda), μ : 0.0008, 0.001, 0.003, 0.005 SINR ingreso=5, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$, M=24 (derecha).....	79
Figura 4.17: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: señal de salida para un arreglo de 8 antenas con $\mu=0.0008$ SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (izquierda) y señal de salida para un arreglo de 24 antenas con $\mu=0.005$ SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (De izquierda a derecha).....	82
Figura 4.18: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.0008$ (de izquierda a derecha), SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)	83
Figura 4.19: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.005$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)	84
Figura 4.20: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.0008$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)	85
Figura 4.21: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.005$, SINR ingreso=5 dB, $\lambda=0.5$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha).....	86

Figura 4.22: Algoritmo RLS: Factor de olvido: 0.95, 0.99, 1 SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ Y Factor de olvido: 0.95, 0.99, 1 SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha).....	92
Figura 4.23: Algoritmo RLS: señal de salida para un arreglo de $M=8$ en algoritmo RLS con $\lambda =0.95$ SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (izquierda) y señal de salida para $M=24$ en algoritmo RLS con $\lambda =1$ SINR ingreso=10 dB (derecha), $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$	94
Figura 4.24: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda =0.95$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)	95
Figura 4.25: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda =1$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)	96
Figura 4.26: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda =0.95$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)	97
Figura 4.27: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda =1$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)	98
Figura 4.28: Curvas de aprendizaje promedio para los distintos algoritmos	101

LISTA DE TABLAS

Tabla 1: Costo computacional por iteración de ciertos algoritmos para valores reales y complejos, en este caso.....	30
Tabla 2: Tipo de ventaneo para minimización del error.....	32
Tabla 3: Parámetros Algoritmo LMS	55
Tabla 4: Algoritmo LMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=8 antenas, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	57
Tabla 5: Algoritmo LMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad Con M=24 SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	58
Tabla 6: Algoritmo LMS valores de Potencia máxima y ángulo máximo para un arreglo de M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	64
Tabla 7: Algoritmo LMS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	65
Tabla 8: Algoritmo LMS valores de Potencia máxima y Ángulo máximo para un arreglo M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	66
Tabla 9: Algoritmo LMS Valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\pi/3$	66
Tabla 10: Parámetros Algoritmo LMS Normalizado	67
Tabla 11: Algoritmo NLMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=8, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	69
Tabla 12: Algoritmo NLMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=24, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	70
Tabla 13: Algoritmo NLMS valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=8, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	76

Tabla 14: Algoritmo NLMS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	76
Tabla 15: Algoritmo NLMS valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	77
Tabla 16: Algoritmo NLMS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	77
Tabla 17: Parámetros Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada	78
Tabla 18: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada con valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$.	80
Tabla 19: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada con valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=24, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$.	81
Tabla 20: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada, valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=8, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	87
Tabla 21: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	88
Tabla 22: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada, valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=24, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	89
Tabla 23: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	90
Tabla 24: Parámetros Algoritmo RLS	91
Tabla 25: Algoritmo RLS, valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=8, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$	92

Tabla 26: Algoritmo RLS, valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con $M=24$, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda= 1/4, 1/2$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$ 93

Tabla 27: Algoritmo RLS, valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con $M=8$, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda= 1/4, 1/2$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$ 99

Tabla 28: Algoritmo RLS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de $M=8$, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda= 1/2, 1/4$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$ 99

Tabla 29: Algoritmo RLS, valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con $M=24$, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda= 1/4, 1/2$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$ 100

Tabla 30: Algoritmo RLS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de $M=24$, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda= 1/2, 1/4$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$ 100

INTRODUCCIÓN

Hoy en día los sistemas de comunicaciones modernos atraviesan por un ritmo constante de crecimiento en los servicios y aplicaciones que pueden proporcionar. Ejemplos comunes de estos servicios incluyen equipos de control de telemetría, infrarrojos y dispositivos de control remoto de ultrasonido, sistemas de radio móvil especializado (RME) utilizado habitualmente por las empresas, la industria y las entidades de seguridad pública, los equipos de radionavegación en sistemas de control de tráfico aéreo, sistemas de posicionamiento global (SPG), y por supuesto, los teléfonos celulares y redes inalámbricas Ad-Hoc para usos tanto personales como de negocios. Como consecuencia de este incremento y uso del espectro electromagnético, existe una mayor posibilidad de tener un número considerable de interferencias en los sistemas de recepción. Por tal motivo, continuamente se proponen y analizan las posibles mejoras técnicas que puedan permitir satisfacer las demandantes necesidades de los clientes, tratando así de sortear y minimizar el uso ineficiente de recursos tecnológicos.

En los últimos 20 años un número considerable de estos análisis y estudios están enfocados a maximizar aspectos relacionados con la selectividad del lóbulo principal del patrón de radiación de las antenas y minimizar los efectos de ruido e interferencia. Por consiguiente una de las técnicas de mayor utilización, los denominados “*sistemas de beamforming*” o “*arreglos de antenas inteligentes*”. La utilización de estos “*arreglos*” permite tener acceso a una explotación de la dimensión espacial, logrando encontrar una forma de selectividad que se enfoque en concentrar la potencia transmitida a un usuario específico e impedir que la irradiación hacia los otros usuarios que conforman el sistema causen interferencias. Lo que se pretende es la concentración de una señal más robusta hacia la localización específica del receptor; gracias a los “*arreglos*” de antenas inteligentes con ayuda del filtrado adaptativo, siendo esta técnica aplicada en una gran variedad de campos que van desde el procesamiento de voz, imágenes médicas, hasta la identificación de fuentes de ruido en vehículos. Por consiguiente es necesario realizar un análisis de los algoritmos adaptativos que involucran este método, permitiendo así efectuar un estudio minucioso de la relación señal a ruido más interferencia (*del inglés*, SINR), garantizando un aporte considerable a la eficiencia energética del sistema a través de la potencia del lóbulo principal del patrón de radiación del arreglo.

CAPÍTULO 1: FILTRADO ADAPTATIVO

1.1 INTRODUCCIÓN AL FILTRADO ADAPTATIVO

Al hablar de filtrado adaptativo se lo relaciona directamente con un ambiente cambiante en el tiempo, debido a la capacidad de adecuación que posee a un sinnúmero de aplicaciones en tiempo real; que se da, gracias al uso de algoritmos resultantes de los avances tecnológicos en términos de la capacidad computacional.

Estos algoritmos vienen siendo el mecanismo de ajuste que proporciona al filtro digital los coeficientes que permiten una auto-modificación de éste, con el fin de llevar a cabo de manera óptima el fin propuesto y minimizar así la función de error (función de costo). En otras palabras la señal de error es la encargada de adaptar los parámetros respectivos del filtro.

Vale la pena mencionar que en la práctica, al tomar la información del entorno en cuestión, no se dispone de un conocimiento *a priori* de las propiedades estadísticas de la señal de ingreso al filtro; razón por la que se realizan aproximaciones muy cercanas a dichas propiedades para alcanzar los objetivos anhelados.

Existen por lo tanto ciertos aspectos que definen un filtro adaptativo:

- Tipo de Aplicación: depende exclusivamente del tipo de señales de referencia tomadas del ambiente.
- Estructura del filtro: es la manera en la que la señal de salida del filtro es calculada a partir de la señal de ingreso, siendo las principales el filtro de respuesta finita del impulso (FIR), para estructuras no recursivas y el filtro de respuesta infinita del impulso (IIR); para estructuras recursivas.(Diniz, 2013)
- Algoritmo Adaptativo: detalla la manera en la que los parámetros son ajustados de un instante a otro.

1.2 CONCEPTOS Y TERMINOLOGÍA BÁSICA

De cierta manera el filtro adaptativo realiza una estimación lo bastante cercana de la señal deseada a partir de una señal de referencia inicial (con interferencias), aproximación observada en la señal de salida del filtro. En la **Figura 1.1** se ilustra el diagrama básico de un filtro adaptativo tanto su estructura detallada como la versión simplificada.

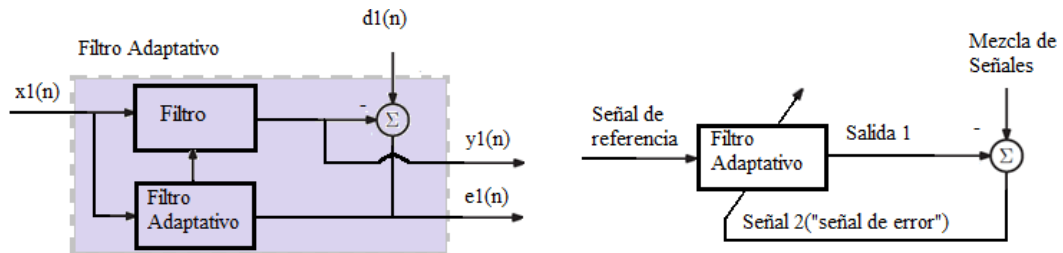


Figura 1.1: Diagrama de filtro adaptativo, izquierda: detallado, derecha: simplificado

Fuente: Adaptado de Vítor H. Nascimento and Magno T. M. Silva, Adaptive Filters. In: Rama Chellappa, Sergios Theodoridis, editors, *Academic Press Library in Signal Processing. Vol 1, Signal Processing Theory and Machine Learning*. Capítulo 12

El diagrama detallado consta de: $x(n)$ que es la señal de entrada, $d(n)$ la señal deseada a la salida del filtro, $y(n)$ que es la señal a la salida del filtro adaptativo y por último se encuentra la señal de error $e(n)$; la misma que se representa de la manera siguiente: (Mathews & Scott, 2003)

$$e(n) = d(n) - y(n) \quad (1.1)$$

La señal de error es la que se encarga de forzar la adaptación del filtro en un instante de tiempo a otro; es decir, que a través del algoritmo se actualizan los coeficientes del filtro, cuya representación gráfica puede visualizarse en la **Figura 1.2**; ilustrados por el vector $w(n)$; en dónde la disminución del error garantiza la convergencia entre $y(n)$ y $d(n)$; realizando una aproximación estadísticamente satisfactoria de la señal deseada.

En la **Figura 1.2**, se tiene ciertos valores iniciales del vector de pesos $w_o(n)$, señal de salida $y_o(n)$ y ruido $v(n)$ respectivamente, que a medida que alcanza la convergencia las señales de salida se igualan; llegando así a cumplir su cometido.

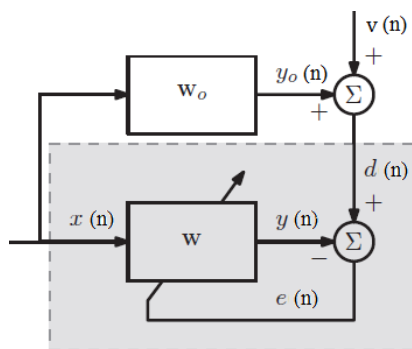


Figura 1.2: Representación gráfica de la actualización de los coeficientes del filtro

Fuente: Adaptado de José A. Apolinário Jr., Sergio L. Netto, , *Introduction to adaptive filters*, capítulo 2.

1.2.1 ESTRUCTURA DE FILTRADO ADAPTATIVO

Partiendo de la estructura transversal básica definida como sigue (Behrouz Farhang, 2013):

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} w_i(n)x(n-i) \quad (1.2)$$

En donde la salida del filtro adaptativo es igual a una combinación lineal de muestras retrasadas provenientes de la secuencia de entrada $x(n-i)$ y los coeficientes (pesos) del sistema $w_i(n) = [w_0(n), w_1(n), \dots, w_{N-1}(n)]^T$, los mismos que al ser variables en el tiempo, son controlados por el algoritmo adaptativo.

El interés real radica en encontrar la mejor relación lineal posible entre las señales de ingreso y deseada, respectivamente. Por lo que tratándose de dicha cuestión, se tienen los filtros de respuesta finita (FIR) y los de respuesta infinita (IIR). En la **Figura 1.3** se observa la estructura del filtro FIR, donde los retrasos son representados como z^{-1} . Lo que implica que es un filtro no recursivo, debido al empleo de muestras actuales y previas.

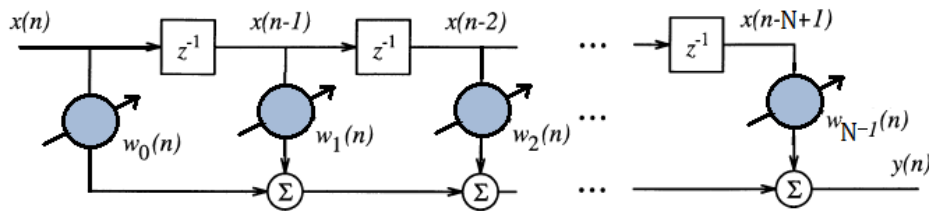


Figura1.3: Estructura Filtro FIR

Fuente: Adaptado de Douglas, S.C. "Introduction to Adaptive Filters" *Digital Signal Processing Handbook* Ed. Vijay K. Madisetti and Douglas B. Williams Boca Ratón: CRC Press LLC, 1999, Capítulo 18.

Los filtros IIR tienen como base ecuaciones recursivas: (Behrouz Farhang, 2013)

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n)x(n-i) + \sum_{i=1}^{M-1} b_i(n)y(n-i) \quad (1.3)$$

En donde $a_i(n)$ y $b_i(n)$ son los pesos progresivos y de realimentación respectivamente. Este tipo de filtros tienen limitaciones a la hora de la aplicación en el campo de filtrado adaptativo.

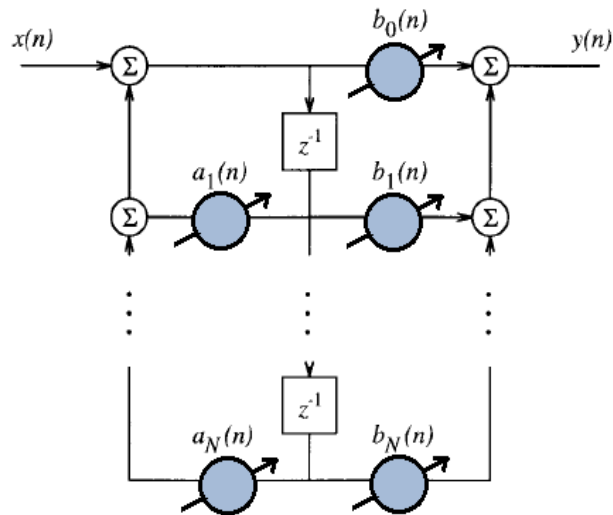


Figura1.4: Estructura de Filtro IIR

Fuente: Adaptado de Douglas, S.C. "Introduction to Adaptive Filters" *Digital Signal Processing Handbook* Ed. Vijay K. Madisetti and Douglas B. Williams Boca Ratón: CRC Press LLC, 1999, Capítulo 18.

Vale recalcar que los filtros IIR son de naturaleza recursiva; es decir que además del uso de los valores muestrales actuales y previos, emplea también los valores de salida previos, con una continua realimentación del filtro.

1.3 FUNDAMENTOS DE FILTRADO ADAPTATIVO

La principal característica de los filtros adaptativos es la capacidad de poder operar en ambientes donde se complica conocer la exacta naturaleza de la señal de ingreso.

Para el diseño de un filtro adaptativo, la formulación determinística o estocástica a emplearse dependerá en gran medida de si en primera instancia son conocidos los valores y pueden ser descritos a través de promedios calculados con los datos que el filtro debe procesar, o si deben realizarse aproximaciones de naturaleza estadística, debido a la ausencia de conocimiento de los estadísticos de la señal (media, funciones de correlación, etc.)

La ergodicidad es el término que va ligado a los procesos estocásticos debido a que los vuelve estacionarios; permitiendo de esta manera alcanzar los estadísticos tan necesarios. Ahora, para evitar un uso poco eficiente de esta información, están los algoritmos adaptativos que en pocas palabras toman el error lo correlacionan con las muestras de la señal de ingreso y al final por medio de una ecuación recursiva realizan la actualización de los pesos respectivos. (Behrouz Farhang, 2013)

En cuanto a la aplicación de los filtros adaptativos, en la actualidad, es amplia e incluso se trabaja con combinaciones que permiten adquirir novedosos alcances; la selección del más adecuado se encuentra condicionada por aspectos tales como: (Azpicueta, 2011)

- **Desajuste final o error residual:** es una medida que indica el alejamiento de la estimación obtenida por el filtro adaptativo, del error cuadrático medio mínimo que produciría el filtro óptimo de Wiener, en un ambiente estacionario obviamente.
- **Velocidad de convergencia:** hace referencia al número de iteraciones necesarias para alcanzar un nivel de error relacionado con el desajuste final.
- **Seguimiento:** es la capacidad que tiene un sistema para seguir las variaciones en entornos no estacionarios.
- **Robustez:** es la insensibilidad del sistema de sufrir alteraciones que podrían causar errores en la estimación.
- **Requerimientos computacionales:** básicamente depende de la capacidad computacional destinada a almacenar los datos necesarios para la ejecución, actualización y posteriormente albergar las instrucciones respectivas.

1.3.1 VARIABLES ALEATORIAS

Una variable aleatoria “es cualquier regla que asocia un número con cada resultado en el espacio muestral”.(Devore, 2008) Se las denota con letras mayúsculas y con minúsculas su valor asociado.

$$Y = \text{variable aleatoria}$$

$$Y(s) = y \rightarrow \text{valor asociado}$$

Existen dos tipos distintos de variables aleatorias, siendo:

- **Variable aleatoria discreta:**

Es aquella cuyos valores posibles pueden ser colocados en una secuencia infinita.

- **Variable aleatoria continua:**

Es aquella cuyos valores posibles son todos los números que existen en un solo intervalo sobre la línea de numeración.

1.3.2 VALOR ESPERADO

El valor esperado o esperanza matemática de una variable aleatoria, de manera intuitiva, es el valor medio que puede tomar. Siendo X una variable aleatoria discreta, el valor esperado, valor medio o media; el cual se lo representa por $E\{X\}$ o μ_x es: (Evans & Rosenthal, 2005)

$$E(X) = \sum_i x_i p_i \quad (1.4)$$

En un proceso estocástico $X(n) = \{x(n, s)\}$ la esperanza del elemento n se denota:

$$m_x(n) = E[X(n)] \quad (1.5)$$

Vale la pena recalcar que no existe la posibilidad de obtener la esperanza de un proceso estocástico promediando en tiempo una realización del mismo, a menos que tenga cierta propiedad especial denominada ergodicidad; la misma que se detallará más adelante. (Frías, 2005)

1.3.3 MATRIZ DE CORRELACIÓN

La matriz de correlación se define como sigue: (Diniz, 2013)

$$\mathbf{R} = E[x(n)x^H(n)] \quad (1.6)$$

Donde $x^H(n)$ es la Hermitiana de $x(n)$, que quiere decir transposición seguida de conjugación compleja o viceversa.

Las características de la matriz de correlación cruciales para entender adecuadamente los algoritmos adaptativos, serán descritas posteriormente.

La matriz de correlación para una secuencia de datos de ingreso es:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} E[|x_0(n)|^2] & E[x_0(n)x_1^*(n)] \dots & E[x_0(n)x_N^*(n)] \\ E[x_1(n)x_0^*(n)] & E[|x_1(n)|^2] \dots & E[x_1(n)x_N^*(n)] \\ \vdots & \vdots & \ddots \\ E[x_N(n)x_0^*(n)] & E[x_N(n)x_1^*(n)] & E[|x_N(n)|^2] \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

Las principales propiedades de la matriz de correlación son:

- La matriz es positiva semidefinida; a menos que las señales que conforman el vector de entrada sean linealmente dependientes.
- La matriz \mathbf{R} es simétrica.

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}^H \rightarrow \mathbf{R}^H = E\{[x(n)x^H(n)]^H\} = E[x(n)x^H] = \mathbf{R}$$

- La matriz \mathbf{R} es Toeplitz si los elementos que conforman la diagonal principal y cualquier secundaria son iguales. Cuando el vector de entrada está conformado de versiones retardadas $x_i(n) = x_0(n - i)$, para $i = 1, 2, \dots, N$ tomado de un proceso estacionario en sentido amplio. (Diniz, 2013)

1.3.4 MATRIZ DE AUTOCORRELACIÓN

Para un proceso estocástico $X(n)$ la autocorrelación se define como:

$$\varphi_{xx}(n, m) = E[X(n)X^*(m)] \quad (1.8)$$

Las señales que se manejan pueden ser reales o complejas, por esa razón se representa el conjugado de la señal con el asterisco.

Si $x = [x(0), x(1), \dots, x(p)]^T$ es un vector de secuencia finita variable; la matriz de autocorrelación se representa teniendo en cuenta que la transpuesta de un vector columna es un vector fila con los mismos componentes y viceversa, de la siguiente manera: (Poularikas & Ramadan, 2006)

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_x = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\} &= \begin{bmatrix} E\{x(0)x(0)\} & E\{x(0)x(1)\} & \dots & E\{x(0)x(p)\} \\ E\{x(1)x(0)\} & E\{x(1)x(1)\} & \dots & E\{x(1)x(p)\} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ E\{x(p)x(0)\} & E\{x(p)x(1)\} & \dots & E\{x(p)x(p)\} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} r_x(0) & r_x(-1) & \dots & r_x(p) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x(-p+1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_x(p) & r_x(p-1) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.9)$$

1.3.5 FUNCIÓN DE CORRELACIÓN CRUZADA

Definida para dos procesos estocásticos como sigue: (Frías, 2005)

$$\varphi_{XY}(n, m) = E[X(n)Y^*(m)] \quad (1.10)$$

La correlación es una forma de estimar el grado de relación entre un proceso y otro.

1.3.6 VARIANZA

Se denota por $V(X)$ o σ_x^2 o solo, σ^2 : (Apolo & Córdoba, 2010)

$$V(X) = \sum (x - \mu)^2 \cdot p(x) = E[(X - \mu)^2] \quad (1.11)$$

Y siendo la raíz cuadrada de σ la desviación estándar.

1.3.7 COVARIANZA

Hace referencia a la medida de la variabilidad conjunta de dos variables numéricas; definida como: (Rius & Julia, 2005)

$$S_{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) \quad (1.12)$$

1.3.8 PROCESOS ESTOCÁSTICOS

La palabra estocástico hace referencia a las variables aleatorias, las mismas que son empleadas para la descripción de perturbaciones tan cercanas a la realidad que es posible la formulación de problemas con ellas.

Un proceso estocástico se encuentra definido como:

$$X(t, w) \quad (1.13)$$

Donde t es la variable temporal y w es una variable aleatoria. Al considerar un valor fijo de w ($w = w_o$) estamos hablando de una “realización” del proceso, esto quiere decir que la función se vuelve temporal, sin ningún tipo de representación aleatoria. De otra manera si consideramos un instante de tiempo fijo t ($t = t_o$) se tiene una variable aleatoria.

En la **Figura 1.5** se observa que el valor de la función en cada instante es un valor aleatorio que en la ilustración se considera variable; dentro de un rango determinado. En tanto que al hablar de la realización la función hace referencia a una muy común que depende exclusivamente de t . (Rodríguez & Bordóns, 2005)

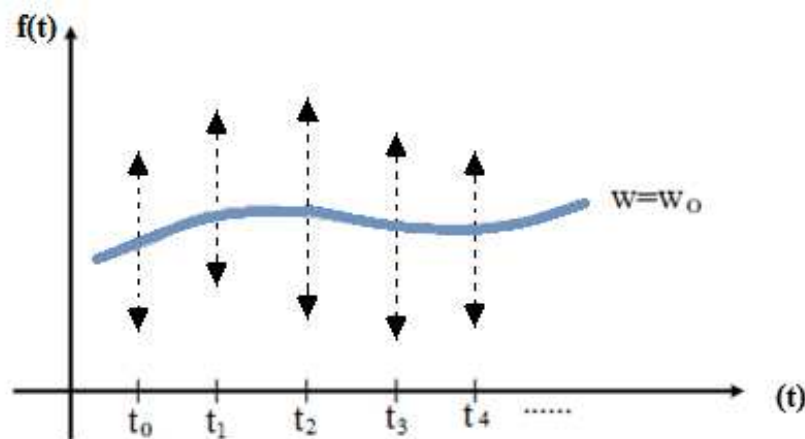


Figura 1.5: Procesos estocásticos: realizaciones y variables aleatorias

Fuente: Adaptado de Daniel, R.; Carlos B. “*Apuntes de ingeniería de control análisis y control de sistemas en espacio de estado identificación de sistemas control adaptativo - control predictivo*”.

Por lo tanto un proceso estocástico determinista, es aquel cuya evolución se la puede predecir de manera exacta con un predictor lineal; es decir, haciendo evolucionar hacia adelante un modelo lineal, en base a medidas pasadas. (Rodríguez & Bordóns, 2005)

En tanto que un proceso estocástico estacionario, es aquel cuya distribución estadística no varía con el tiempo conjuntamente con sus parámetros estadísticos. Entre los que determinan la estacionariedad de una señal están: la media, la varianza, la densidad de potencia espectral y los momentos de orden superior. De la misma manera puede una señal ser estacionaria por partes debido a que los parámetros estadísticos pueden ser estacionarios en ciertos niveles y en otros no.

Los procesos estacionarios pueden ser:

- **Proceso estacionario en sentido estricto:** Si los parámetros estadísticos tales como la media, auto correlación y densidad de potencia espectral son invariantes en el tiempo.
- **Proceso estacionario en sentido amplio:** Aquellos en los que se requiere únicamente que la media y la auto correlación sean invariantes en el tiempo.

1.3.9 ERGODICIDAD

Término empleado para denominar un proceso estocástico cuando posee las mismas características estadísticas a lo largo del eje de tiempo de una sola realización como a través del espacio o ensamble de diferentes realizaciones del proceso (Frías, 2005). De esta manera puede adquirir las mismas características estadísticas en todo el espacio del

proceso con una sola realización del mismo que es muestreada para un número grande de elementos.

1.4 APLICACIÓN DE FILTROS ADAPTATIVOS

Entre la gran diversidad de aplicaciones se encuentran los campos: biomédicos, radar, sonar, comunicaciones, ingeniería, control activo de ruido, etc. Razón por la que es factible agrupar las aplicaciones de la siguiente manera:(Chellapa Rama, 2014)

- Cancelación de interferencia
- Identificación de sistemas
- Predicción
- Identificación inversa de sistemas

En los primeros 3 grupos lo que se persigue es una aproximación a la señal de salida $\hat{y}(n) \rightarrow y(n)$; difiriendo en el objetivo que cada uno tiene. En la cancelación de interferencia, el clásico ejemplo es el Cancelador de eco; donde $x(n)$ es la señal en el extremo más lejano (con respecto al Cancelador de eco), $y(n)$ es el eco, $v(n)$ es la voz de la persona que utiliza manos libres (suponiendo el caso de que se hable por celular dentro del auto).En este caso en particular hay que tener en cuenta que el valor del error no debe ser cero, debido a que la señal que nos interesa recuperar se perdería; en tanto que la aproximación resultante de la convergencia no es tan precisa. En la **Figura 1.6** se observa el esquema de un Cancelador de eco, respectivamente.

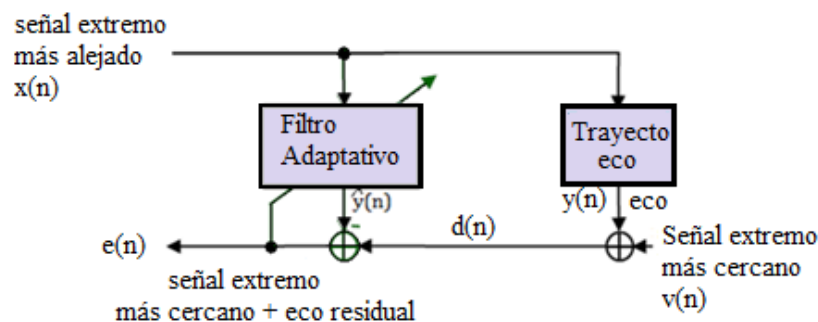


Figura 1.6: Esquema de Cancelación de eco

Fuente: Adaptado de Vítor H. Nascimento and Magno T. M. Silva, Adaptive Filters. In: Rama Chellappa, Sergios Theodoridis, editors, *Academic Press Library in Signal Processing. Vol 1, Signal Processing Theory and Machine Learning*. Capítulo 12

En cuanto a la aplicación de identificación de un sistema, nos obliga a alcanzar una aproximación lo más precisa posible para la relación de la función de transferencia que es desconocida; la misma que se visualiza en la **Figura 1.7**; en donde se encuentra representado el diagrama para la identificación de un sistema. La diferencia radica en que $y(n)$ es la señal de salida de este sistema y que la señal de ingreso $x(n)$ posee unos requisitos que deben ser satisfechos, teniendo en cuenta que mientras más pequeño sea el valor del ruido la modelación del sistema será más simple.

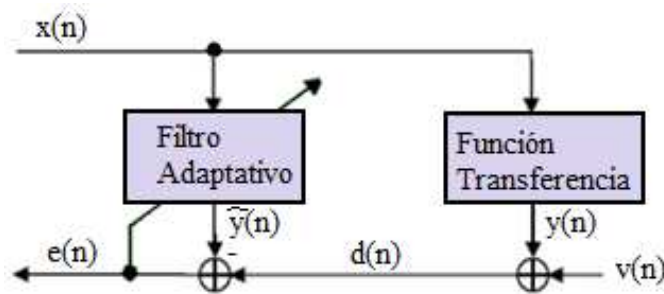


Figura 1.7: Esquema de representación de Identificación de un sistema

Fuente: Adaptado de Vítor H. Nascimento and Magno T. M. Silva, Adaptive Filters. In: Rama Chellappa, Sergios Theodoridis, editors, *Academic Press Library in Signal Processing. Vol 1, Signal Processing Theory and Machine Learning*. Capítulo 12

Para el caso de predicción, la meta es hallar la relación entre las muestras actuales y las anteriores de la señal deseada $d(n)$. En este caso la señal de referencia es una versión retrasada de la señal deseada, que puede observarse en la gráfica del esquema de predicción en la **Figura 1.8**; este sistema es aplicado en campos tales como: código lineal predictivo (PCL), análisis auto regresivo espectral, etc.

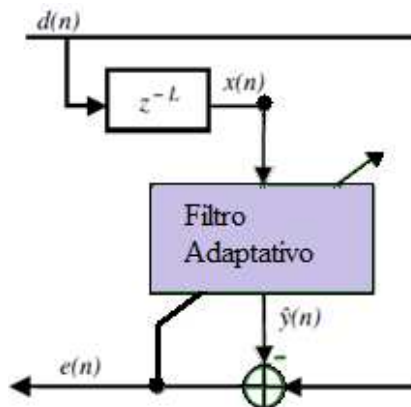


Figura 1.8: Esquema para predicción donde $x(n) = d(L-n)$ es una versión retrasada de $d(n)$

Fuente: Adaptado de Vítor H. Nascimento and Magno T. M. Silva, Adaptive Filters. In: Rama Chellappa, Sergios Theodoridis, editors, *Academic Press Library in Signal Processing. Vol 1, Signal Processing Theory and Machine Learning*. Capítulo 12

En la gráfica anterior se tiene la clásica mejora en la línea de adaptación (ALE), en donde se busca separar una señal de banda estrecha $y(n)$ partiendo de una señal de banda ancha $v(n)$.

Ahora, en la identificación inversa de un sistema, se encuentra la ecualización de un canal, aplicación muy popular en el campo de las comunicaciones. Esencialmente se busca reducir la interferencia intersímbolo (ISI).

En donde $s(n)$ es la señal transmitida por el canal, $\eta(n)$ representa el ruido, $H(z)$ es la función de transferencia de un filtro FIR, $x(n)$ es la señal del receptor y L representa muestras de retraso. Con esto, en la denominada fase de entrenamiento el filtro se adaptará, enviando el transmisor una señal previamente acordada y se envía una secuencia de entrenamiento, que vienen siendo una secuencia retrasada de la señal transmitida $d(n) = s(n - L)$. Para luego en la fase de modo de decisión directa, la señal deseada cambia a la estimación de la secuencia de entrenamiento $d(n) = \hat{s}(n - L)$. En tanto que el dispositivo de decisión, depende de la constelación de la señal. En la **Figura 1.9**, se pueden apreciar los procesos de modo entrenamiento y modo de decisión directa para un ecualizador adaptativo.

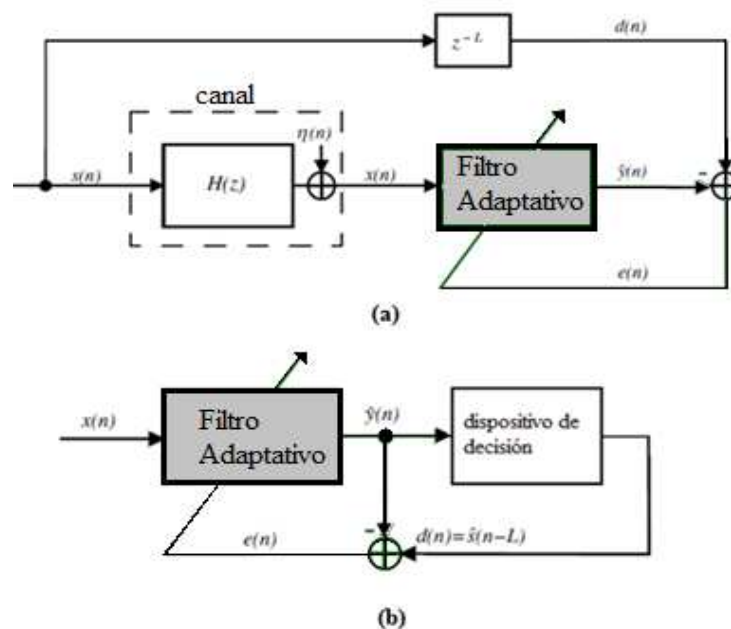


Figura 1.9: a) Ecualizador adaptativo en modo entrenamiento b) Ecualizador adaptativo en modo de decisión directa

Fuente: Adaptado de Vítor H. Nascimento and Magno T. M. Silva, Adaptive Filters. In: Rama Chellappa, Sergios Theodoridis, editors, *Academic Press Library in Signal Processing. Vol 1, Signal Processing Theory and Machine Learning*. Capítulo 12

1.5 BEAMFORMING DE ANTENAS

Siendo esta la aplicación que nos interesa, iniciaremos diciendo que los arreglos de antenas adaptativos en comparación con las limitaciones que ofrece un solo elemento permiten un aumento de la capacidad en términos de la directividad. Empleando procesadores adaptativos se permite aportar una disminución importante frente a señales corruptas y la presencia de señales interferentes en la transmisión y recepción en los distintos sistemas de comunicaciones. En esta aplicación se desea combinar los parámetros de un arreglo de antenas y así maximizar su ganancia a lo largo de una dirección en particular. En la **Figura 1.10** se aprecia un arreglo adaptativo de antenas.

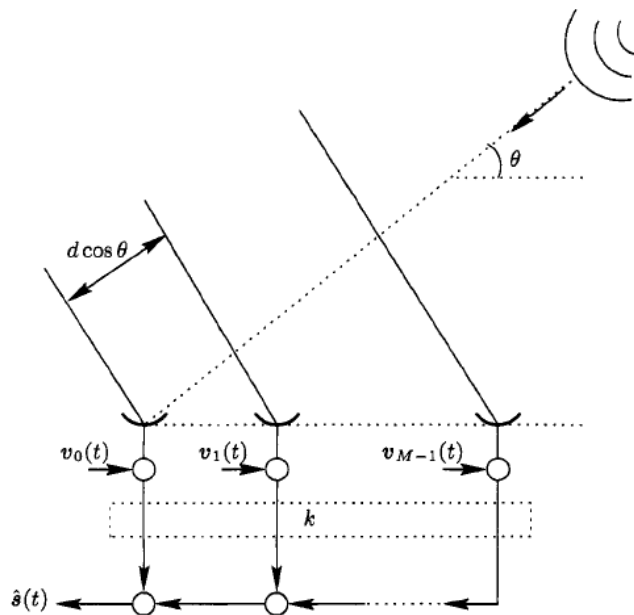


Figura 1.10: Arreglo de antenas uniformemente espaciado

Fuente: Adaptado de Sayed, Ali. "Adaptive Filters" Application: Antenna Beamforming Wiley. Williams EE.UU: CRC Press LLC, 1999, Capitulo 6

El arreglo lineal que se observa en la figura anterior se encuentra uniformemente espaciado con separación d entre un par de elementos; además se asume que se encuentra alejado de la fuente de radiación electromagnética y se lo representa como:

$$r(t) = s(t)e^{jw_c t} \quad (1.14)$$

Donde w_c es la frecuencia de la portadora y $s(t)$ es la señal de banda base; al estar la fuente lo suficientemente lejos del arreglo de antenas los frentes de onda en el arreglo se los considera planos. La salida del arreglo se encuentra también sujeto a ruido. En resumen lo que persigue esta aplicación es atenuar interferencia y aumentar la directividad. (Sayed,

2008). Aplicando los algoritmos adaptativos y en base a pruebas y los análisis respectivos se determinará el caso más idóneo para optar por un algoritmo u otro.

CAPÍTULO 2: ALGORITMOS DE GRADIENTE ESTOCÁSTICO

Los algoritmos de gradiente estocástico tienen como meta minimizar el error cuadrático medio (MSE), para lo cual, pretenden realizar una aproximación a la solución de manera recursiva, persiguiendo la dirección del gradiente de la curva de superficie de error.

2.1 CRITERIO Y CONCEPTOS DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO (MSE)

2.1.1 FILTRADO DE WIENER

Teniendo como base la clásica estructura de un filtro FIR transversal y tomando en cuenta sus características de estabilidad y respuesta lineal en fase, el cálculo de la salida será: (Mathews & Scott, 2003)

$$y[n] = \sum_{i=0}^{L-1} w_i[n] x[n-i] \quad (2.1)$$

La ecuación (2.1) donde, con un L conjunto de coeficientes $w[n] = \{w_0[n], w_1[n], \dots, w_{L-1}[n]\}^T$ y la señal de entrada definida como:

$x[n] = \{x[n], x[n-1], \dots, x[n-L+1]\}^T$, puede ser representada vectorialmente como sigue:

$$\begin{aligned} y[n] &= w^T[n]x[n] \\ &= x^T[n]w[n] \end{aligned} \quad (2.2)$$

La señal de salida es comparada con la señal deseada $d[n]$; originando la señal de error; por lo tanto queda representada como:

$$\begin{aligned} e[n] &= d[n] - y[n] \\ &= d[n] - w^T[n]x[n] \end{aligned} \quad (2.3)$$

Lo que se busca, a continuación, es minimizar la señal de error empleando algoritmos adaptativos. Pretendiendo hallar el filtro óptimo, es decir aquel sistema que constituye la mejor solución de acuerdo a cierto criterio. (Azpicueta, 2011)

Por lo que se procede a minimizar el error cuadrático medio (MSE) o función de costo, definida como:

$$J(n) = E \left\{ (e(n))^2 \right\} = E \{ [d(n) - y(n)]^2 \} \quad (2.4)$$

Donde E es la esperanza matemática. Considerando que $w[n]$ es una secuencia y reemplazando (2.3) se tiene:

$$\xi[n] = J[n] = E\{(d[n] - w^T[n]x[n])(d[n] - w^T[n]x[n])\} \quad (2.5)$$

Por lo tanto:

$$\xi[n] = J[n] = E\{d^2[n]\} - 2\mathbf{P}^T w[n] + w^T[n]\mathbf{R}w[n] \quad (2.6)$$

Donde \mathbf{P} es el vector de correlación cruzada y \mathbf{R} la matriz de autocorrelación, representadas como sigue:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= E\{d[n]x[n]\} \\ &= [r_{dx}(0)r_{dx}(1) \dots r_{dx}(L-1)]^T \end{aligned} \quad (2.7)$$

Y la representación de la función de correlación cruzada está definida como sigue:

$$r_{dx}(k) = E\{d[n]x[n-k]\} \quad (2.8)$$

Donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E\{x[n]x^T[n]\} \\ &= \begin{bmatrix} r_{xx}(0) & r_{xx}(1) & \dots & r_{xx}(L-1) \\ r_{xx}(1) & r_{xx}(0) & \dots & r_{xx}(L-2) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ r_{xx}(L-1) & r_{xx}(L-2) & \dots & r_{xx}(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.9)$$

$$r_{xx}(k) = E\{x[n]x[n-k]\} \quad (2.10)$$

Donde la ecuación (2.10) representa la función de autocorrelación.

Para hallar el filtro óptimo se realiza, a través del empleo del gradiente, una minimización de la función de costo $\xi[n]$, la misma que es igualada a cero.

$$\nabla \xi[n] = 2\mathbf{R}w[n] - 2\mathbf{P} = 0 \quad (2.11)$$

$$\mathbf{R}w^o[n] = \mathbf{P} \quad (2.12)$$

$$w^o[n] = \mathbf{P}\mathbf{R}^{-1} \quad (2.13)$$

Donde w^o , representa el peso óptimo, por lo tanto la ecuación anterior simboliza la solución a un filtro lineal óptimo, y recibe el nombre de solución de Wiener (Diniz, 2013).

La superficie de desempeño o superficie de error cuadrático medio es la representación gráfica de la función de costo, que se visualiza en la **Figura 2.1**.

Es preciso recalcar que sin el conocimiento de los parámetros antes mencionados (estadísticos de la señal), la usanza de la solución de Wiener deja de ser práctica.

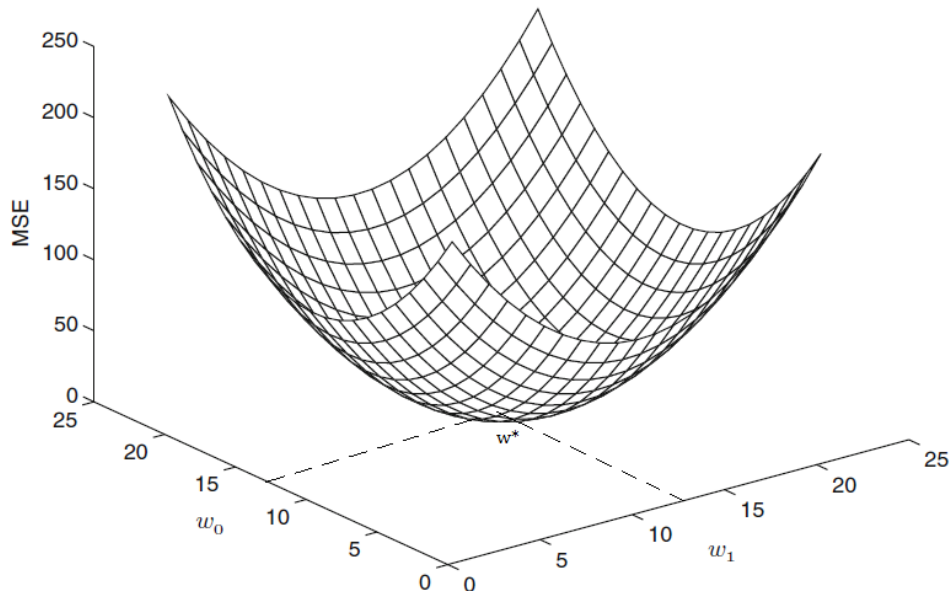


Figura 2.1: Superficie del error cuadrático medio

Fuente: Adaptado de Diniz, Paulo. “Adaptive Filters”, Algorithms and Practical Implementation. EE.UU: Springer, 2013, Capítulo 2.

2.2 PRINCIPIO DE ORTOGONALIDAD

La condición necesaria y suficiente para que la función J alcance su valor mínimo, es que el valor correspondiente a la estimación del error sea ortogonal a cada muestra que permite obtener la respuesta deseada en el instante de tiempo n . Prácticamente lo que se hace es reducir las diferencias al cuadrado entre las observaciones y lo que se visualizaría en ausencia de ruido.

$$\sum_{i=M}^N x(i-k)e_{min}^*(i) = 0, \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.14)$$

2.3 ALGORITMOS DE GRADIENTE ESTOCÁSTICO: DEFINICIONES, MÉTODOS ESTANDAR

Entre los procesos de optimización de la función de costo se encuentran la optimización de descenso por gradiente, como es de suponerse, se necesita el conocimiento previo de los estadísticos de la señal de entrada, que como sabemos es casi imposible en la vida real; razón por la que se trabaja con un acercamiento; a dichas aproximaciones se las conoce como algoritmos de gradiente estocástico.(Mathews & Scott, 2003)

Para entrar en términos del gradiente se aplica la analogía siguiente ilustrada en la **Figura 2.2**: una pelota que se encuentra en el borde de un tazón, la misma que por la gravedad descenderá hasta llegar al fondo, estando esta dirección perpendicular siempre a la línea tangencial en cada nivel del tazón según donde se ubique la pelota. Hay que tener presente también que la velocidad de descenso aumentará en los niveles más empinados. La descripción anterior es ideal, debido a que la forma del tazón es lo suficientemente cóncava y no presenta ningún punto “muerto” (mínimo local), en donde la pelota permanezca quieta; ya que si esto sucede es un indicativo de que la pelota no llegaría al fondo exactamente (mínimo global).

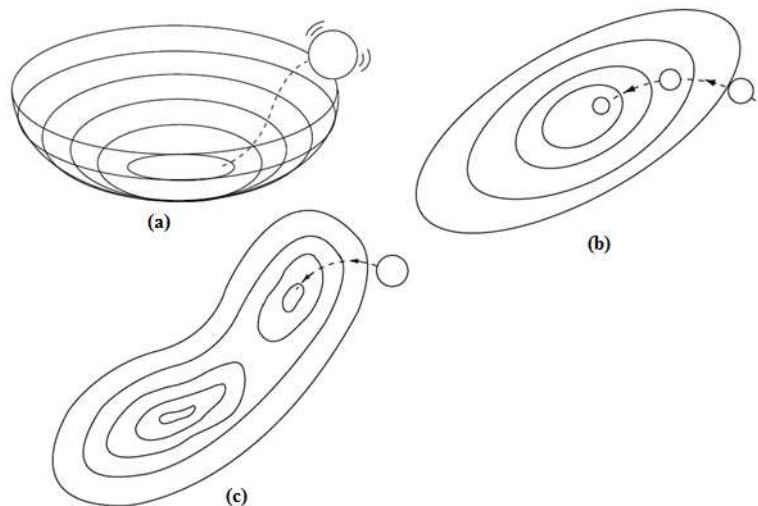


Figura 2.2: Analogía de tazón método Descenso por gradiente(a) Descenso al mínimo (b) Trayectoria pelota (c) Pelota se queda en puntos muertos y no descendiendo al fondo

Fuente: Adaptado de Mathews, John; Scott, Douglas. “Adaptive Filters”, Wiley. Williams EE.UU: Prentice Hall, 2003, Capítulo 4.

De la analogía anterior se pueden obtener las siguientes observaciones:

- Se basa en la pendiente, sea está que se encuentre en cualquier punto de la superficie (en este caso el tazón), la misma que indicará la mejor dirección en la cual moverse.
- La dirección de descenso más rápido brinda un cambio mayor en la función de costo (bordes del tazón) para un paso dado.
- El procedimiento del descenso más rápido emplea el conocimiento anterior para de manera iterativa desplazarse a un punto más bajo y así hallar el punto mínimo de la superficie (fondo del tazón).

Asumiremos que la **Figura 2.3**, es el resultado de la función de costo para un único coeficiente de un filtro FIR transversal estudiado con anterioridad.

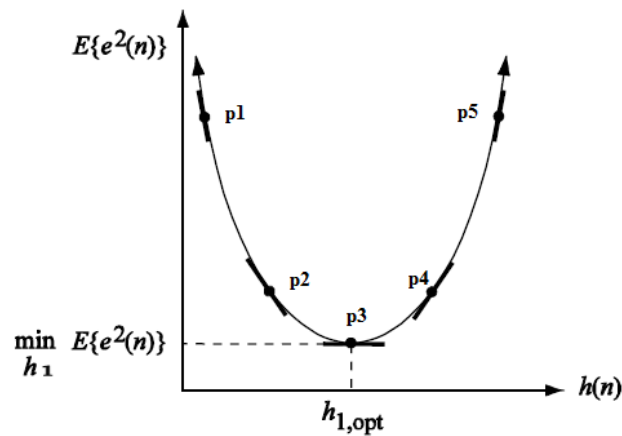


Figura 2.3: MSE para un único coeficiente del filtro FIR

Fuente: Adaptado de Mathews, John; Scott, Douglas. “Adaptive Filters”, Wiley. Williams EE.UU: Prentice Hall, 2003, Capítulo 4.

Se observa que:

- Posee un mínimo global, donde el valor de pendiente es cero ($p_3=0$).
- Las pendientes representadas por: p_1, p_2, p_3, p_4, p_5 ; son positivas hacia la derecha (p_4, p_5) y negativas hacia la izquierda (p_2, p_1).
- Mientras mayor sea la distancia de un punto hacia el valor óptimo, la pendiente de la función de coste correspondiente a dicho punto será mayor.

Por lo tanto, las observaciones anteriores sugieren, que el movimiento del parámetro actual es en la dirección opuesta a la pendiente de la función de costo de manera iterativa; de esta manera se puede encontrar el valor asociado con el valor mínimo de la función de costo. Los ajustes se realizarán en base a la cercanía en la que se encuentre el valor del parámetro del valor óptimo; es decir el algoritmo realizará grandes ajustes del valor del

parámetro cuando éste se encuentre lejos de ser el valor óptimo y serán más pequeños los ajustes cuando esté próximo al valor óptimo

En la **Figura 2.4**, se visualiza el proceso iterativo del algoritmo de descenso más rápido.

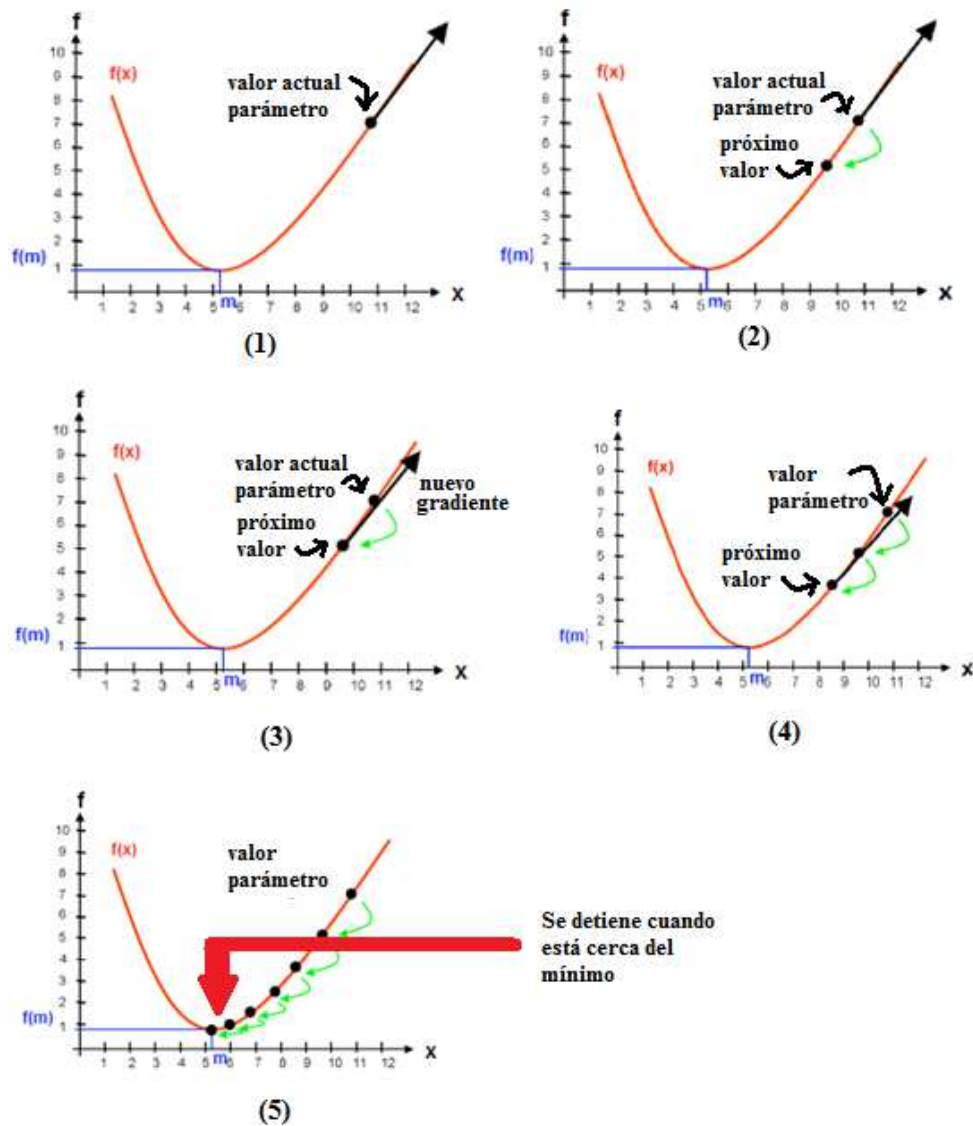


Figura 2.4: Método de descenso del gradiente

Fuente: Adaptado de. “Lecture 10: DescentMethods”, http://bayen.eecs.berkeley.edu/bayen/?q=webfm_send/246.

Como es evidente cada valor de un coeficiente (peso) corresponde a un solo punto en la superficie (MSE); razón por la cual, existirá una orientación específica a la misma descrita por las derivadas direccionales en dicho punto, las mismas que cuantifican la tasa de cambio de la superficie con respecto a los ejes coordenados. Es decir; en un punto determinado, se encuentra una pendiente a la superficie a lo largo de una línea paralela a cada eje de los pesos (w_i), la misma que tiene valores definidos por las derivadas

direccionales. Siendo el gradiente de la superficie de error el vector de dichas derivadas; por lo tanto el concepto más simple de descenso queda expresado como:(Mathews & Scott, 2003)

$$W(n+1) = W(n) - \frac{\mu}{2} \frac{\partial E\{e^2(n)\}}{\partial W(n)} \quad (2.15)$$

Donde, μ es el factor de convergencia denominado “tamaño de paso” y es el que controla la velocidad de descenso hacia el fondo del tazón así como la estabilidad, en tanto que $\partial E\{e^2(n)\}/\partial W(n)$ representa el gradiente de la función de error con respecto a los pesos, y representando el signo negativo el descenso (dirige el vector de coeficientes en dirección negativa al gradiente).

El término gradiente estocástico hace referencia al gradiente ruidoso como también es conocido, esto se debe a la dirección de reajuste del algoritmo que se halla ligada con determinados movimientos aleatorios. Es por esta razón que alcanzan un J_{min} , que es el costo del filtro óptimo de Wiener, a esto se adiciona un J_{ex} que es un exceso de error cuadrático ocasionado por el gradiente ruidoso antes mencionado; todo se visualiza a continuación:

$$J(\infty) = J_{min} + J(\infty)_{ex} \quad (2.16)$$

2.4 IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DESCENSO MÁS RÁPIDO

Iniciamos evaluando las derivadas parciales de la función de costo para los coeficientes del filtro (pesos). (Mathews & Scott, 2003)

$$\begin{aligned} \frac{\partial E\{e^2(n)\}}{\partial W(n)} &= E \left\{ \frac{\partial e^2(n)}{\partial W(n)} \right\} \\ &= E \left\{ 2e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial W(n)} \right\} \\ &= E \left\{ 2e(n) \frac{\partial (d(n) - W^T(n)X(n))}{\partial W(n)} \right\} \\ &= -2E\{e(n)X(n)\} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Por lo tanto el algoritmo de máxima pendiente quedaría descrito como sigue:

$$w(n + 1) = w(n) + \mu E\{e(n)X(n)\} \quad (2.18)$$

Y en términos de la correlación y correlación cruzada tendremos:

$$\begin{aligned} E\{e(n)X(n)\} &= E\{X(n)(d(n) - \hat{d}(n))\} \\ &= E\{(d(n)X(n)) - E\{X(n)X^T(n)W(n)\} \\ &= P_{dx}(n) - R_{xx}(n)W(n) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Y finalmente:

$$W(n + 1) = W(n) + \mu(P_{dx}(n) - R_{xx}(n)W(n)) \quad (2.20)$$

Una vez alcanzado el mínimo, la actualización de pesos se detiene; el principal inconveniente que presenta es su baja velocidad de convergencia, que se debe a una alta correlación entre los datos de la señal de referencia; lo que se traduce en valores de μ muy pequeños; en el otro extremo, es decir con el tamaño de paso muy grande, potencialmente existirán resultados erróneos. A pesar de esto, existen estrategias que permiten mejorar esta deficiencia, como el empleo de los valores característicos (eigenespaciales), tema que no se abarcará en los contenidos.

2.5 MÉTODO DE NEWTON

Es muy parecido al anteriormente descrito, únicamente difiere en que el gradiente apunta hacia la dirección en la que se encuentra la solución óptima, dejando de lado la dirección de minimización de la función de costo. En este método, la convergencia es más rápida, debido a la rotación del gradiente; resultado del producto del gradiente por la matriz inversa de correlación.(Frías, 2005)

En términos de convergencia con el algoritmo anterior se tiene inconvenientes en cuanto a la dispersión de la solución, es decir, las componentes de la solución se propagan a distintas velocidades. Por lo que se selecciona una matriz \mathbf{B} , que en un inicio era de Identidad ($\mathbf{B} = \mathbf{I}$) como la inversa de la matriz Hessiana (matriz cuadrada de las segundas derivadas parciales), la cual, premultiplica a la dirección de máximo descenso y encuentra una dirección adecuada usando una aproximación cuadrática de la función objetivo.(Caballero, 2011)

Obteniendo la siguiente expresión:

$$w(n + 1) = w(n) + \mu R^{-1}[P - R w(n)] \quad (2.21)$$

La convergencia, se garantiza para los valores de tamaño de paso que se encuentren dentro del rango $0 < \mu < 2$, además de que la condición de convergencia no depende de ningún estadístico de la señal $x(n)$.

En cuanto al costo computacional, es elevado. Debido a que se necesita invertir la matriz de autocorrelación. Por tal motivo, a métodos como el filtro de Wiener, Descenso por máxima pendiente y Newton, que representan el conocimiento a priori de los estadísticos de la señal que debe adquirirse con anterioridad; se ve en la necesidad de utilizarlos de la mano de otras técnicas, las mismas que nos permitan realizar una “estimación” para alcanzar la solución óptima anhelada.

La razón por la que los algoritmos de gradiente estocástico son convenientes, se centra en que por su naturaleza iterativa pueden aprender los parámetros estadísticos de las señales presentes en el proceso de filtrado, además de ajustarse a los cambios de los mismos. Los algoritmos adaptativos más populares se describen a continuación: Least Mean Square (mínimo cuadrático promedio), Normalized Least Mean Square (mínimo cuadrático promedio normalizado), Normalized Least Mean Square with power normalization (mínimo cuadrático promedio normalizado con potencia normalizada), Recursive Least Square (mínimos cuadrados recursivos), etc.

2.6 CURVA DE APRENDIZAJE

Es la curva obtenida al ir graficando el error medio cuadrático (MSE), versus el número de iteraciones n . La misma que se visualiza en la **Figura 2.5**.

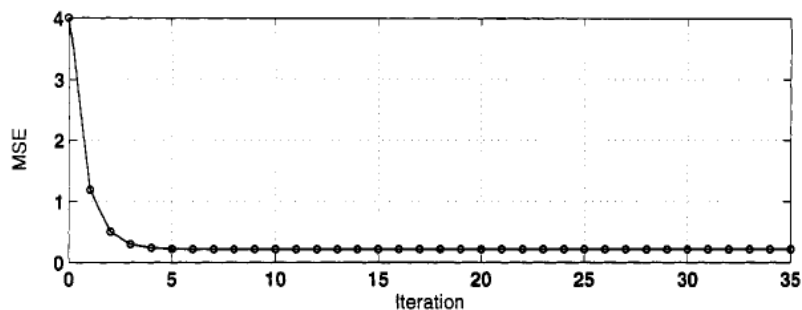


Figura 2.5: Ilustración de la Curva de aprendizaje

Fuente: Adaptado de Sayed, Ali; “Adaptive Filters”. EE.UU: Wiley Interscience, 2008, Capítulo 10.

2.7 CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO

Cuando se tiene un L número de experimentos: (Sayed, 2008)

$$\{|e^1(i)|^2, |e^2(i)|^2, \dots, |e^L(i)|^2\}, 0 \leq i \leq N$$

Donde se hace correr el algoritmo para un cierto número de ensayos:

$0 \leq i \leq N$, la curva promedio está definida para los L experimentos como:

$$\hat{J}(i) = \triangleq \frac{1}{L} \left(\sum_{j=1}^L |e^j(i)|^2 \right), i \geq 0 \quad (2.22)$$

Donde la ecuación 2.22 representa la aproximación de la verdadera curva de aprendizaje $J(i)$. En la **Figura 2.6**, se aprecia las curvas de aprendizaje para 3 algoritmos definidos con 300 experimentos.

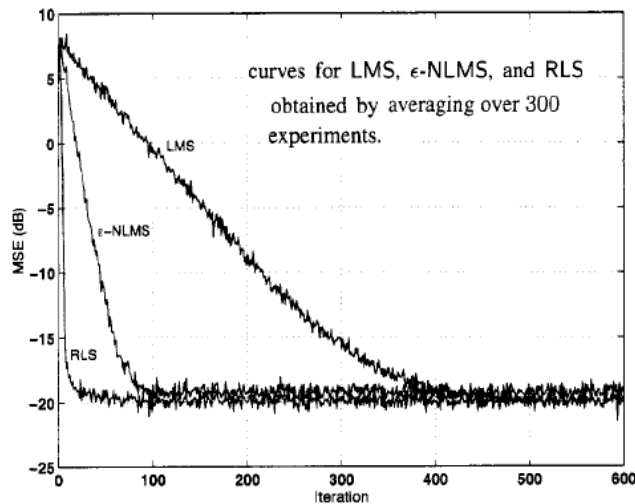


Figura 2.6: Curva de aprendizaje promedio para tres algoritmos obtenida por promedio de 300 experimentos

Fuente: Adaptado de Sayed, Ali; "Adaptive Filters". EE.UU: Wiley Interscience, 2008, Capítulo 10.

2.8 ALGORITMOS LMS Y SUS VARIACIONES

2.8.1 ALGORITMO MÍNIMO CUADRÁTICO PROMEDIADO (LEAST MEAN SQUARE)

El algoritmo LMS, se encuentra basado en los mismos principios del método de descenso por gradiente, la diferencia radica en que los estadísticos son estimados de manera continua; lo que provoca un ruido de gradiente, el mismo que hace que el algoritmo no alcance J_{min} .

Lo que se pretende es minimizar $E = \{ |e(n)|^2 \}$, basado en el desconocimiento de los estadísticos de la señal. Por lo que se procede a realizar una estimación de la matriz de autocorrelación \mathbf{R} y el vector de correlación cruzada \mathbf{P} . (Sayed, 2008)(Orozco, Nakano, & Pérez, Filtro Híbrido Adaptativo en Cascada para Arreglos Lineales Uniformes de Antenas, 2013)(Orozco & Meana, Beamforming based on constrained linear estimation: analysis and simulation, 2012)

$$\hat{\mathbf{R}}(n) = x(n)x^*(n) \quad (2.23)$$

$$\hat{\mathbf{P}}(n) = d(n)x^*(n) \quad (2.24)$$

Por lo tanto el gradiente estimado quedaría:

$$-\nabla_w J(w_{n-1}) \approx \hat{\mathbf{P}}(n) - \hat{\mathbf{R}}(n)w_{n-1} = x_n^*[d(n) - x_n w_{n-1}] \quad (2.25)$$

Y la ecuación de actualización de los pesos:

$$w_n = w_{n-1} + \mu x_n^*[d(n) - x_n w_{n-1}] \quad (2.26)$$

En donde w_{-1} es la muestra inicial y $n \geq 0$. Además μ es el tamaño de paso positivo generalmente de un valor pequeño. Existe el riesgo de que el algoritmo tienda a divergir si no se escoge μ adecuadamente. En la siguiente expresión se define la convergencia en sentido medio cuadrático: (Cousseau, 2001)

$$J(n) \rightarrow J(\infty), \text{ cuando } n \rightarrow \infty \quad (2.27)$$

En donde $J(n)$ es el error medio cuadrático producido por el algoritmo LMS y $J(\infty)$ que es su valor final, es una constante. Para cumplir este criterio μ debe satisfacer ciertas condiciones en relación con autovalores de la matriz de correlación de entrada.

Además, es importante tener en cuenta los siguientes criterios:

- **Exceso de error medio cuadrático: (J_{ex}):** Diferencia entre el valor constante $J(\infty)$ y el valor mínimo J_{min} alcanzado por la solución de Wiener, que representa el precio pagado por el empleo de un mecanismo adaptativo para controlar los coeficientes del algoritmo LMS.(Cousseau, 2001)
- **Desajuste (\mathcal{M}):** es el cociente entre el error medio cuadrático y el valor mínimo alcanzado por la solución de Wiener; que representa la lejanía de la solución obtenida por el algoritmo LMS (en estado estacionario) de la solución antes mencionada.(Cousseau, 2001)

Es necesario tener presente que para valores pequeños de tamaño de paso, el algoritmo converge lentamente; reduciendo los efectos de ruido de gradiente y una posterior reducción del desajuste.

En síntesis, la convergencia y estabilidad dependen de aspectos tales como: factor de convergencia, propiedades estadísticas de la señal de entrada o deseada y de la cantidad de coeficientes asignados para el trabajo del filtro. Además, el algoritmo LMS es popularmente extendido por las siguientes razones:(Mathews & Scott, 2003)

- Fácil implementación en software y hardware debido a su simplicidad computacional y la capacidad de almacenamiento de memoria.
- Permite la actualización del sistema por parte del usuario de manera fácil, sin la necesidad de un conocimiento profundo de las señales de entrada y deseada respectivamente.

2.8.2 ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS (NLMS)

En el algoritmo NLMS, para solucionar el problema de amplificación de ruido de gradiente presente en el algoritmo LMS, se realiza la actualización normalizada de los pesos con respecto a la norma cuadrada del vector de ingreso (norma euclidiana al cuadrado); es decir, la estimación de potencia de la señal de referencia.(Durán, 2010)

Otro punto de vista es considerar que el tamaño de paso no es constante, sino que depende de la potencia de la señal de referencia.

El tamaño de paso para el vector de actualización se encuentra representado por:
(Durán, 2010)

$$\mu(n) = \frac{\beta}{c + \|x(n)\|^2} \quad (2.28)$$

Donde β es el tamaño de paso normalizado ($0 < \beta < 2$), c es una constante positiva de valor pequeño, denominada “factor de seguridad”.

Como sabemos existe dificultad en la selección del tamaño de paso adecuado en el algoritmo LMS, por lo que para evitar problemas relacionados con la falta de información en cuanto a límites se refiere se tiene:

$$0 < \mu < \frac{2}{\text{traza}(\mathbf{R}_x)} \quad (2.29)$$

Donde:

$$\text{traza}(\mathbf{R}_x) = (p + 1)E\{|x(n)|^2\} \quad (2.30)$$

Teniendo en cuenta que $p = 0, 1, 2, \dots$ y $E\{|x(n)|^2\}$ es la potencia de la señal de entrada. Empleando un estimador de la potencia y realizando las sustituciones respectivas del caso, se tiene:

$$0 < \mu < \frac{2}{x^H(n)x(n)}$$

$$\mu(n) = \frac{\beta}{\|x(n)\|^2} \quad (2.31)$$

Siendo β , el tamaño de paso normalizado. Ahora realizando el reemplazo en la ecuación de actualización de pesos en el algoritmo LMS:

$$w(n + 1) = w(n) + \mu(n)e(n)x^*(n)$$

A:

$$w(n + 1) = w(n) + \frac{\beta}{\|x(n)\|^2} e(n)x^*(n) \quad (2.32)$$

Para impedir que el vector de pesos cambie dependiendo de la señal de ingreso, se adiciona un constante que permitirá evitar los cálculos con valores de $x(n)$ pequeños.

$$w(n + 1) = w(n) + \frac{\beta}{c + \|x(n)\|^2} e(n)x^*(n) \quad (2.33)$$

Generalmente este algoritmo converge más rápido que el LMS.

2.8.3 ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS CON POTENCIA NORMALIZADA (NLMS WITH NORMALIZED POWER)

Para los pesos NLMS la recursión puede ser descrita como: (Sayed, 2008)(Durán, 2010)

$$w(n + 1) = w(n) + \frac{\mu/M}{\frac{c}{M} + \sum_{k=0}^{N-1} x^2(n-k)/M} x(n)e(n) \quad (2.34)$$

Donde, M hace referencia al peso del filtro (es decir el número de coeficientes (pesos), los mismos que definirán la dimensión) que permite el reemplazo de la potencia por la potencia estimada de la señal representada por $p(i)$ como sigue:

$$p(i) = \beta p(i - 1) + (1 - \beta)|x(i)|^2 p(-1) = 0 \quad (2.35)$$

Donde β es un valor positivo escalar dentro del rango $0 < \beta < 1$; por lo tanto reemplazando (2.35) en (2.34), se tendría:

$$w(n + 1) = w(n) + \frac{\mu}{\alpha + p(i)} x(n)e(n) \quad (2.36)$$

Los valores referentes a μ y α deben ser M veces más pequeños que con el NLMS convencional. El parámetro β añade memoria en la recursión de potencia estimada $p(i)$, de tal manera que la señal de entrada en el pasado remoto tenga menor peso que los datos más recientes.

A continuación, la **Tabla 1**, muestra el costo computacional por iteración para los distintos algoritmos a emplearse en este trabajo.

Tabla 1: Costo computacional por iteración de ciertos algoritmos para valores reales y complejos, en este caso.

VALORES REALES			
Algoritmo	Multiplicaciones	Sumas	División
LMS	2M+1 (2M)	2M	
NLMS	3M+1 (3M)	3M	1
PNLMS	2M+4 (2M+1)	2M+2	1
RLS	$M^2 + 5M + 1$	$M^2 + 3M$	1
VALORES COMPLEJOS			
Algoritmo	Multiplicaciones	Sumas	División
LMS	8M+2 (8M)	8M	
NLMS	10M+2 (10M)	10M	1
PNLMS	8M+6 (8M+2)	8M+4	1
RLS	$4M^2 + 16M + 1$	$4M^2 + 12M - 1$	1

Fuente: Adaptado de Sayed, Ali;. "Adaptive Filters". EE.UU: Wiley Interscience, 2008, Capítulo 12.

2.9 ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RECURSIVE LEAST SQUARE)

2.9.1 MÉTODO DE MÍNIMOS CUADRADOS

A diferencia del filtro de Wiener que se obtiene de promedios estadísticos; el método de cuadrados mínimos es una solución determinística, debido a que involucra el empleo de los promedios temporales. (Cousseau, 2001)

Dado el siguiente modelo de regresión múltiple:

$$d(i) = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{M-1} w_{ok}^* x(i-k) + e_o(i) \quad (2.37)$$

Donde w_{ok} son los parámetros desconocidos del sistema y $e_o(i)$ representa el error de medición. Que usualmente es blanco con media cero y varianza σ^2 .

Lo que implica:

$$E[d(i)] = \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{M-1} w_{ok}^* x(i-k) \quad (2.38)$$

Y teniendo un error residual, derivado de un modelo de filtro transversal lineal el mismo que se visualiza en la **Figura 2.7**.

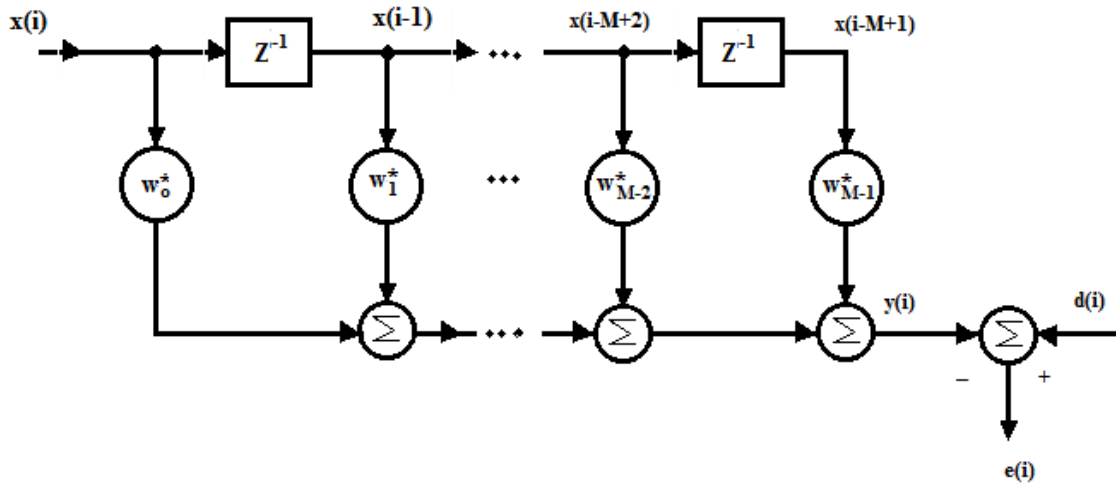


Figura 2.7: Filtro Transversal empleado para la demostración del método de mínimos cuadrados

Fuente: Adaptado de Cosseau; "Procesamiento de señales adaptativo", 2001, Capítulo 9.

Se tiene:

$$e(i) = d(i) - y(i) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k^* x(i-k) \quad (2.39)$$

Lo que se busca es minimizar la función de costo, que consiste en la suma de cuadrados eligiendo los coeficientes del filtro transversal w_k .

$$\mathcal{E}(w_0, \dots, w_{M-1}) = \sum_{i=i_1}^{i_2} |e(i)|^2 \quad (2.40)$$

Donde los subíndices i_1 e i_2 definen los límites entre los cuales ocurre la minimización del error; los mismos que dependerán del tipo de ventana de datos empleada. Siendo M el número de coeficientes empleados en el filtro transversal y N la ventana construida de datos de entrada. En la **Tabla 2**, se visualizan los tipos de ventaneo.

Tabla 2: Tipo de ventaneo para minimización del error

TIPO DE VENTANEO	LIMITE i_1	LIMITE i_2	CARACTERISTICA
Covarianza	M	N	No hace ninguna suposición fuera de los datos del intervalo [1,N]
Auto correlación	1	N+M-1	Supone que los datos previos a $i=1$ y los que están después de $i=N$ son cero.
Pre-ventana	1	N	Supone que los datos previos a $i=1$ son cero, pero no hace suposiciones sobre los datos después de $i=N$.
Post Ventana	M	N+M-1	No hace suposiciones sobre los datos previos a $i=1$, pero supone que los datos posteriores a $i=N$ son cero.

Fuente: Adaptado de Cosseau; "Procesamiento de señales adaptativo", 2001, Capítulo 9.

2.9.2 SUMA MÍNIMA DE ERRORES AL CUADRADO

Para obtener el valor mínimo de la función de costo es posible escribir:

$$d(i) = \hat{d}(i|X_n) + e_{min}(i) \quad (2.41)$$

$$\mathcal{E}_d = \mathcal{E}_{est} + \mathcal{E}_{min} \quad (2.42)$$

Donde la respuesta deseada es igual a la suma de la estimación de la respuesta deseada más el error de estimación como se ve en la ecuación (2.41).

2.9.3 REPRESENTACIÓN EN ECUACIONES NORMALES

Otra manera de definir la condición de cuadrados mínimos es a través de las ecuaciones normales; y a través de las siguientes interpretaciones de función de autocorrelación de promedio temporal, ecuación (2.43) y correlación cruzada, ecuación (2.44) respectivamente:

$$\varphi(n, k) = \sum_{i=M}^N x(i-k)x^*(i-n), \quad 0 \leq (n, k) \leq M-1 \quad (2.43)$$

$$z(-k) = \sum_{i=M}^N x(i-k)d^*(i), \quad 0 \leq k \leq M-1 \quad (2.44)$$

Por lo que la representación del sistema expandido de las ecuaciones normales para el filtro lineal de cuadrados mínimos quedaría:

$$\sum_{n=0}^{M-1} \hat{w}_n \varphi(n, k) = z(-k), \quad k = 0, 1, \dots, M-1 \quad (2.45)$$

2.9.4 FORMULACIÓN MATRICIAL ECUACIONES NORMALES

Teniendo en cuenta la formulación matricial siguiente:(Cousseau, 2001)

Matriz de correlación de promedios temporales $x(i), x(i-1), \dots, x(i-M+1)$

$$\varphi = \begin{bmatrix} \varphi(0,0) & \varphi(1,0) & \dots & \varphi(M-1,0) \\ \varphi(0,1) & \varphi(1,1) & \dots & \varphi(M-1,1) \\ \varphi(0,M-1) & \varphi(1,M-1) & \dots & \varphi(M-1,M-1) \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

El vector de correlación cruzada de promedios temporales entre las entradas $x(i), x(i-1), \dots, x(i-M+1)$ y la respuesta deseada $d(i)$.

$$z = [z(0), z(-1), \dots, z(-M+1)]^T \quad (2.47)$$

El vector de coeficientes del filtro de cuadrados mínimos:

$$\hat{w} = [\hat{w}_0, \hat{w}_1, \dots, \hat{w}_{M-1}]^T \quad (2.48)$$

Por lo que las ecuaciones normales reescritas serían:

$$\varphi = \hat{w}z \quad (2.49)$$

$$\hat{w} = \varphi^{-1}z \quad (2.50)$$

En tanto que la suma mínima de errores al cuadrado quedaría representada como sigue:

$$\mathcal{E}_{est} = \hat{w}^H \varphi \hat{w} = \hat{w}^H z = z^H \hat{w} \quad (2.51)$$

$$\mathcal{E}_{min} = \mathcal{E}_d - z^H \hat{w} = \mathcal{E}_d - z^H \varphi^{-1}z \quad (2.52)$$

2.9.5 MATRIZ DE CORRELACIÓN DE PROMEDIOS TEMPORALES φ

Puede representarse como sigue:(Cousseau, 2001)

$$\varphi = \sum_{i=M}^N x(i)x^H(i) \quad (2.53)$$

Y tiene las siguientes características:

- La matriz de correlación es Hermitiana $\varphi^H = \varphi$
- La matriz correlación φ es no negativa definida
- Los autovalores de la matriz de correlación son todos reales y no negativos
- La matriz correlación es el producto de dos matrices rectangulares Toeplitz que son la transpuesta Hermitiana una de otra.

El método de mínimos cuadrados, presenta ciertas ventajas al emplearse como base en algoritmos, entre ellas la eficiencia en la obtención de los parámetros debido a su robustez, estabilidad y convergencia a través del ruido. Entre las desventajas se encuentran la inversión de una matriz involucrando problemas numéricos, que deriva en un desempeño numérico muy pobre y no emplea de manera eficiente la información contenida en la matriz de covarianzas. (López, 2006)

2.9.6 MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS)

El algoritmo de mínimos cuadrados recursivos calcula la solución de Wiener a través del empleo del método de mínimos cuadrados, antes descrito. El cual recursivamente minimiza la suma del error cuadrático sobre un período de tiempo determinado. (Velasco, 2013).

$$\min_w \{J_{LS}\} = \min_w \sum_{i=1}^k \beta(n) |e(n)|^2 \quad (2.54)$$

Donde $\beta(n)$ es el factor de olvido y $e(n)$ es la diferencia entre la señal deseada $d(n)$ y la señal de salida $y(n) = w^H x(n)$.

El factor de olvido es aquel que provee distintos pesos de acuerdo al instante de tiempo, haciendo énfasis en los datos recientes y deja atrás los datos del pasado.

$$\beta(n) = \lambda^{n-1}, \quad n = 0, 1, \dots, n \quad 0 < \lambda \leq 1 \quad (2.55)$$

Si se da el caso, $\lambda = 1$, los datos pasados y presentes tendrán el mismo peso de acuerdo con un sistema de memoria infinita. Al reemplazar (2.55) en (2.54) se tiene:

$$J_{LS} = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-1} |d(n) - w^H x(n)|^2 \quad (2.56)$$

El vector de pesos óptimos es obtenido diferenciando la función de costo con respecto a cada peso e igualando a cero:

$$\frac{\partial J_{LS}}{\partial w} = - \sum_{i=1}^n \lambda^{n-1} d(n)x(n) + \sum_{i=1}^n x(n)x(n)^H w(n) = 0 \quad (2.57)$$

$$w_{opt}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-1} d(n)x(n) \left[\sum_{i=1}^n \lambda^{n-1} x(n)x(n)^H w(n) \right]^{-1} \quad (2.58)$$

Teniendo en cuenta las matrices de correlación $\mathbf{R}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-1} x(n)x(n)^H$ y correlación cruzada $\mathbf{P}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-1} x(n)d^*(n)$, entonces (2.57) quedaría:

$$w_{opt}(n) = \mathbf{R}^{-1}(n)\mathbf{P}(n) \quad (2.59)$$

Representando las ecuaciones de correlación y correlación cruzada iterativamente:

$$\mathbf{R}(n) = \lambda \mathbf{R}(n-1) + x(n)x(n)^H \quad (2.60)$$

$$\mathbf{P}(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-1} d(n)x(n) = \lambda \mathbf{P}(n-1) + x(n)d^*(n) \quad (2.61)$$

Es necesaria la aplicación de la inversión de la matriz a la correspondiente de correlación; para luego definir el vector de ganancia:

$$k(n) = \lambda^{-1} \mathbf{R}^{-1}(n-1)x(n) - k(n)\lambda^{-1}x(n)^H \mathbf{R}^{-1}(n-1)x(n) \quad (2.62)$$

Y reescribiendo de manera recursiva la ecuación de la matriz de correlación para ser reemplazada en la ecuación de la ganancia, tendríamos:

$$k(n) = \mathbf{R}^{-1}(n)x(n) \quad (2.63)$$

Quedando la ecuación de peso óptimo como sigue:

$$w_{opt} = w(n-1) + k(n)\epsilon^*(n) \quad (2.64)$$

Donde $\epsilon(n) = d(n) - w^H(n-1)x(n)$ es la estimación del error.

Quedando las ecuaciones del algoritmo RLS descritas como sigue:

$$k(n) = \frac{\lambda^{-1} \mathbf{R}^{-1}(n-1)x(n)}{1 + \lambda^{-1} x(n)^H \mathbf{R}^{-1}(n-1)x(n)} \quad (2.65)$$

$$\epsilon(n) = d(n) - w^H(n-1)x(n) \quad (2.66)$$

$$w(n) = w(n-1) + k(n)\epsilon^*(n) \quad (2.67)$$

$$\mathbf{R}^{-1}(n) = \lambda^{-1} \mathbf{R}^{-1}(n-1) - \lambda^{-1} k(n)x(n)^H \mathbf{R}^{-1}(n-1) \quad (2.68)$$

El factor de olvido λ , es quien determina el rango de estabilidad y convergencia del sistema; el mismo, cuando está cercano a 1 tiende a adquirir una buena estabilidad y obtiene un bajo desajuste siendo incapaz de realizar un seguimiento adecuado a la señal de ingreso. En su lugar, si este valor es cercano a cero, mejora la capacidad de seguimiento al aumentar el desajuste y los problemas de estabilidad. En resumen, el algoritmo RLS converge mucho más rápido que el LMS, a coste del aumento de la complejidad computacional.

CAPÍTULO 3: ANTENAS INTELIGENTES Y BEAMFORMING

3.1 INTRODUCCIÓN AL BEAMFORMING

La manipulación y estudio de los arreglos de antenas para la recepción y transmisión de señales es considerada hoy en día una característica que conlleva un sinnúmero de beneficios, puesto que permite manejar las interferencias y señales corruptas que se encuentran presentes en el medio de las comunicaciones. Debido a que ofrece una mayor directividad, superando limitaciones relacionadas con ancho de banda e interferencias que presenta un solo elemento.(Orozco, Nakano, & Pérez, Filtro Híbrido Adaptativo en Cascada para Arreglos Lineales Uniformes de Antenas, 2013)

En la actualidad los arreglos adaptativos junto con los algoritmos de la misma clase son objeto de un amplio estudio, además de contar con la ventaja de prestaciones de alta capacidad computacional y del procesamiento de señales que permiten alcanzar los objetivos más ambiciosos. La idea básica es filtrar las señales a través de procesadores adaptativos por medio de los sensores, generando así, un lóbulo principal en la dirección de interés; es decir, la actualización de los pesos se vuelve adaptativa, siendo este en pocas palabras el concepto general de antena inteligente.

Para alcanzar dicha meta, se emplean algoritmos basados en los métodos de mínimos cuadrados, mínimos cuadrados promediados, etc. Y es a través del error mínimo cuadrado promedio, que el arreglo logra adaptarse (Sayed, 2008)(Diniz, 2013).

3.2 ANTENAS INTELIGENTES: TÉRMINOS Y CONCEPTOS

Una antena inteligente es la suma de un arreglo de antenas y un procesador de señales (DSP), como se visualiza en la **Figura 3.1**.



Figura3.1: Antenas Inteligentes

Fuente: propia

Arreglo de antenas uniformes: Es un conjunto o formación de elementos (antenas) de idénticas características separadas por una distancia fija. **Figura 3.2**

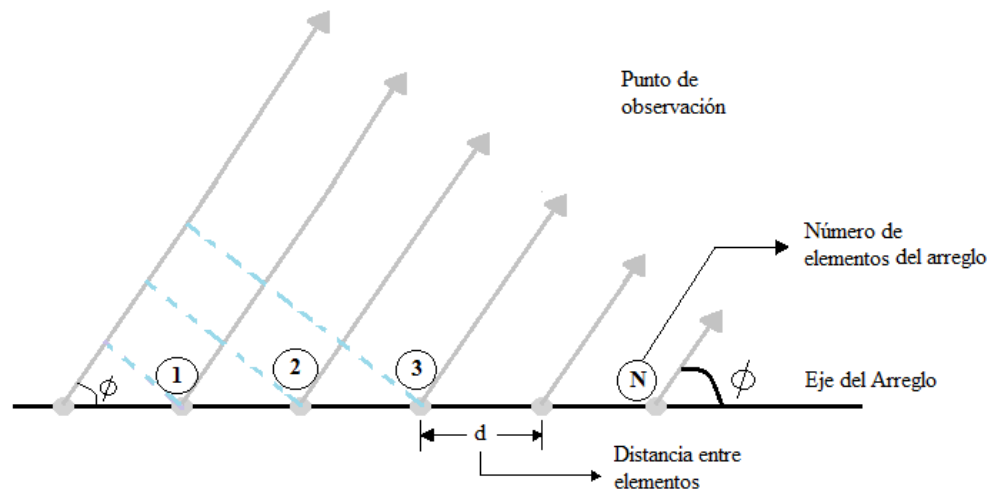


Figura 3.2: Arreglo de antenas lineal uniforme

Fuente: propia

Factor de arreglo: permite establecer un parámetro del efecto resultante de la combinación de elementos de radiación. Si cada elemento del arreglo es una fuente puntual isotrópica (misma radiación en todas la direcciones), entonces el patrón de radiación del arreglo de antenas, dependerá únicamente de la geometría del arreglo y de los cambios de amplitud y fase de la onda incidente. Para la geometría de un arreglo lineal de N elementos con un espaciado d entre elementos, que es el que nos compete; se lo representa como sigue:

$$AF(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n e^{jnkdcos(\theta)} \quad (3.1)$$

Donde; w_n simboliza un arreglo complejo de pesos en el elemento n, θ es el ángulo de incidencia de un plano de onda electromagnética del eje del arreglo, k es igual a $(2\pi/\lambda)$ y λ es la longitud de onda.

Cuando el factor del arreglo es adaptable, se conoce como arreglo de antenas adaptativas o inteligentes.

Diagrama de radiación: es una gráfica en la que se visualiza las distintas intensidades de campo que se tienen en los diferentes puntos del plano horizontal o vertical, en la cual se diferencian los lóbulos principales (de máxima radiación) y los lóbulos secundarios (máximos de valor inferior al principal). La representación del diagrama se lo hace mediante coordenadas polares o cartesianas ver **Figura 3.3**; en la primera se representa el ángulo y el radio, exhibiendo la intensidad de campo eléctrico o la densidad de potencia

radiada; en tanto que en la segunda se observa el ángulo en el eje de las abscisas y el campo o la densidad de potencia en las ordenadas. (Cardama, 1998)

Vale la pena recalcar que, el patrón de radiación adquiere distintas formas, las mismas que se encuentran relacionadas directamente con la distancia a la que se encuentre de la antena el punto de observación, siendo estas regiones en orden de aumento del trecho: región de campo cercano, región de Fresnel y la región de campo lejano.

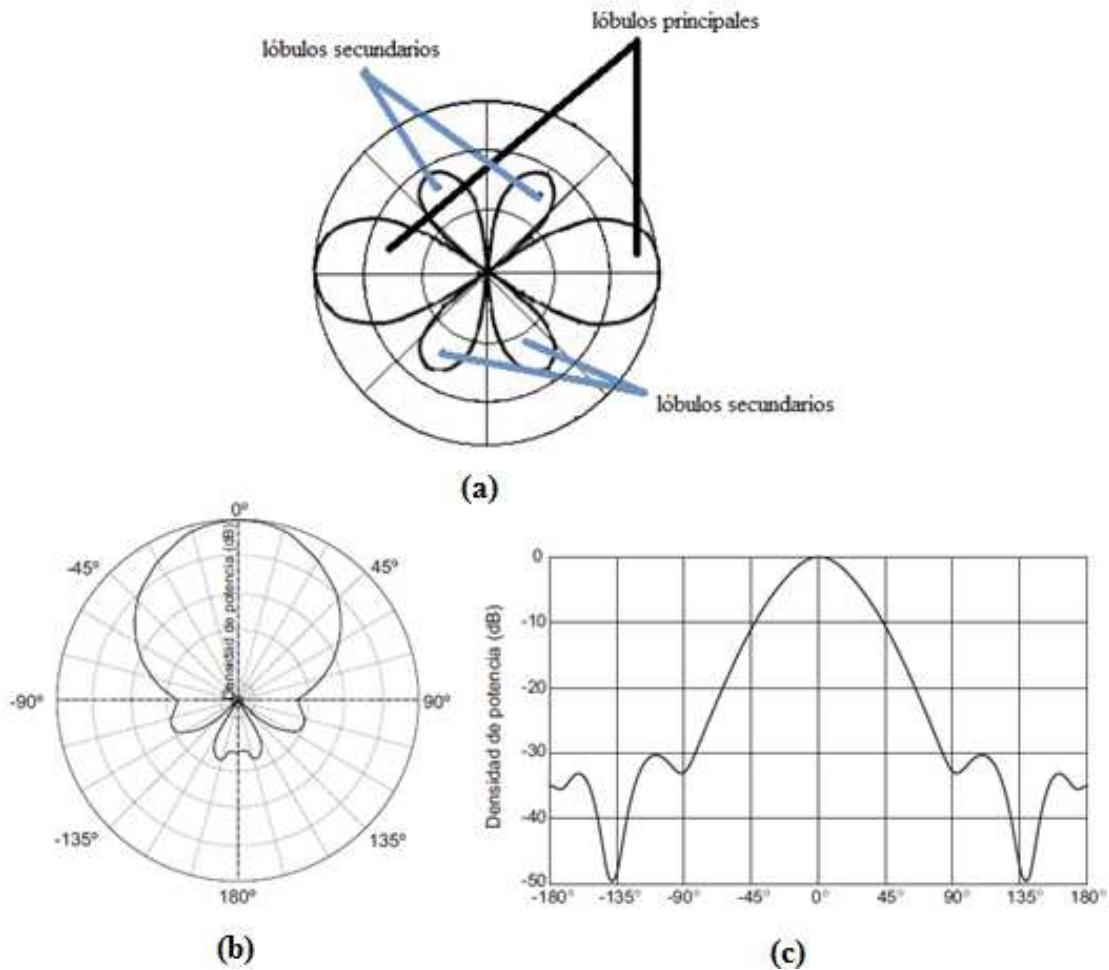


Figura 3.3: a) Diagrama de radiación: lóbulos principales y secundarios b) Diagrama de radiación en coordenadas polares c) Diagrama de radiación en coordenadas cartesianas

Fuente: Adaptado de Cardama, Á; “Antenas”. España: Ediciones UPC, 1998, Capítulo 1.

Ganancia: es la concentración de energía en un área dada; es decir, el radio de intensidad, en una dirección dada, a la radiación de intensidad que debería obtenerse si la potencia aceptada por la antena fuera radiada isotrópicamente.(Balanis, Antenna Theory, 2005)

Directividad: es la característica que posee una antena de recibir o transmitir la energía irradiada en una dirección en particular.

Ancho de haz (BW): es el ancho angular en grados entre los dos puntos en el lóbulo principal completo de un patrón de radiación (Bakshi, Godse, & Bakshi, 2008), como se ve en la **Figura 3.4**.

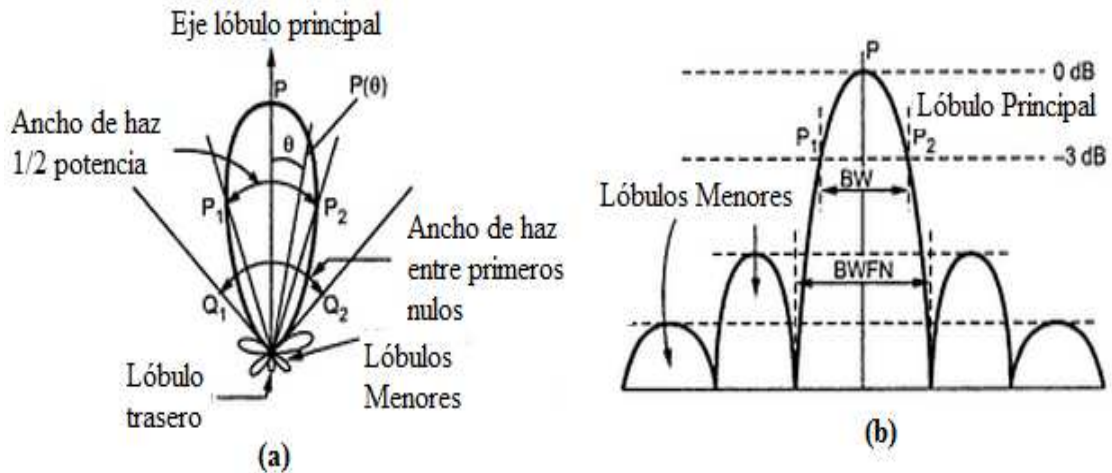


Figura 3.4: Ancho de banda representado (a) En coordenadas polares y en (b) Coordenadas cartesianas

Fuente: propia, Adaptado de Bakshi, U.A, Godse A, Bakshi, K.A. “Antenna and Wave propagation”. India: Technical publications Pune, 2008, Capítulo 2

Ancho de haz a media potencia (HPBW): Existen maneras de especificar el ancho angular de un lóbulo principal, entre ellas se encuentra el ancho de haz a -3dB (HPBW), que es el ancho angular entre los puntos del diagrama donde se radia la mitad de la potencia máxima, al ser un valor pequeño el diagrama será muy directivo.

En la **Figura 3.5**, se observa la representación del ancho de haz a media potencia, donde se diferencia la representación del patrón de campo en el que la gráfica resultante es la magnitud del campo eléctrico o magnético como función del espacio angular, la segunda gráfica del patrón de potencia en escala lineal, es la gráfica del cuadrado de la magnitud del campo eléctrico o magnético. Y por último, se encuentra la representación gráfica del patrón de potencia en dB, que muestra la magnitud del campo eléctrico o magnético en dicha unidad. (Balanis, Antenna Theory, 2005)

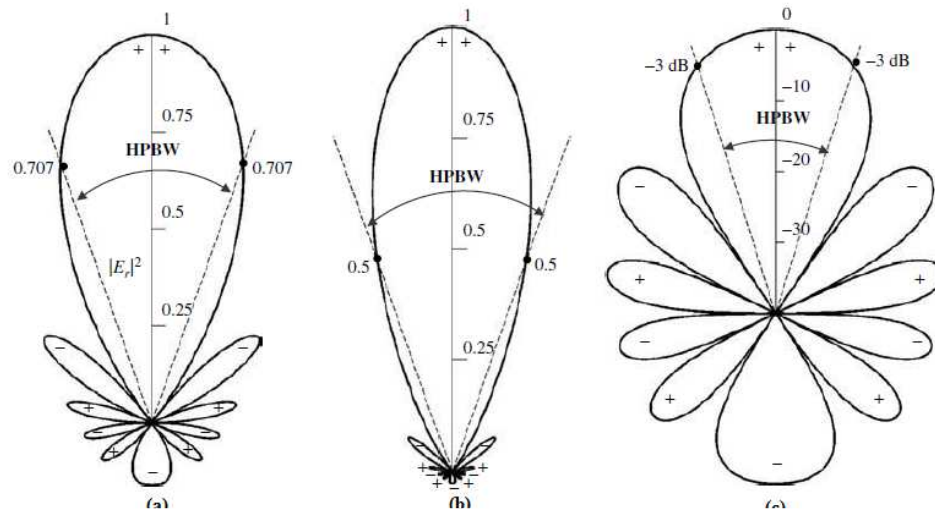


Figura 3.5: Representación de Ancho de haz a media potencia **a)** Patrón de campo en escala lineal, **b)** Patrón de potencia en escala lineal, **c)** Patrón de radiación en dB.

Fuente: Adaptado de Balanis, Constantine. “Antenna Theory”. Hoboken New Jersey: Ediciones Jhon Wiley & sons, 2005, Capítulo 2.

Una antena inteligente trabaja como el sistema auditivo del ser humano, de la siguiente manera; imaginemos que el cerebro humano hace las veces de “procesador de señales”, en una habitación aislada en la que se hallan dos personas hablando y una tercera que es capaz de determinar la localización del que habla a través de los sensores que posee; es decir cada oreja, teniendo en cuenta que el timbre de voz llega a cada “sensor” a distinto tiempo. Entonces es el cerebro, el encargado de determinar desde donde proviene la voz; dejando de lado los retrasos de recepción, para luego sumar la intensidad de las señales de cada oreja para concentrarse en el sonido de la dirección calculada; es decir, de donde viene la voz. Así mismo el cerebro humano es capaz de reconocer la voz hablada de interés, distinguiéndola de entre varias, al ir descartándolas. Esto indica que puede centrar su atención en una conversación a la vez dejando de lado las interferencias al ser capaz de responder, el oyente, orientando su transmisor (boca) hacia la voz hablante (Balanis, Introduction to Smart Antennas, 2007); como se ve en la **Figura 3.6**



Figura 3.6: Analogía de funcionamiento antenas inteligentes

Fuente: Adaptado de Rokata, Max; “La encrucijada sistémica: La atomización social y el individualismo aislacionista”. 2014,

Por lo tanto la persona es capaz de determinar la dirección de llegada (DoA) para la señal de interés, de esta manera produce un patrón de radiación sobre ella.

3.3 CLASIFICACIÓN DE SISTEMAS DE ARREGLOS DE ANTENAS

Existen dos grandes tipos de configuraciones: (Balanis, Introduction to Smart Antennas, 2007)

- **Haz conmutado:** Básicamente lo que hace, es de un patrón predefinido y ya existente, realiza la selección de uno de entre varios fijos ya establecidos, para así, mejorar la señal recibida. Un ejemplo es la sectorización en la que trabaja la telefonía móvil.
- **Arreglo adaptativo:** Poseen un infinito número de patrones teóricamente hablando, debido a que pueden adaptarse en tiempo real de acuerdo a los cambios espaciales en base a la señal de interés y a las señales interferentes.

3.4 REPRESENTACIÓN MATEMÁTICA DE ARREGLOS DE ANTENAS INTELIGENTES

La señal que llega hasta la n-ésima antena al tiempo t se encuentra representada como sigue: (Sayed, 2008)

$$s(t)e^{jw_c t} e^{j\frac{2\pi n}{\lambda} d \cos \theta}, \quad n = 0, 1, \dots, M - 1$$

$$s(t)e^{j\frac{2\pi n}{\lambda}d\cos\theta}, \quad n = 0, 1, \dots, M - 1 \quad (3.2)$$

En donde la señal de ingreso quedaría de la siguiente manera: (Sayed, 2008) (Rao & Sarma, 2014) (Orozco, Nakano, & Pérez, Filtro Híbrido Adaptativo en Cascada para Arreglos Lineales Uniformes de Antenas, 2013)

$$x = S(t) \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi d\cos\theta/\lambda} \\ e^{j4\pi d\cos\theta/\lambda} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)\pi d\cos\theta/\lambda} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_0(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \\ \vdots \\ v_{N-1}(t) \end{bmatrix}$$

$$x_n(t) = S(t)e^{j2\pi nd\cos(\theta)/\lambda} + v_n(t) \quad n = 0, 1, \dots, N - 1 \quad (3.3)$$

Donde, $s(t)$ es la envolvente de la señal (banda base), θ es el ángulo con el que llega la señal incidente, d es el espaciado entre elementos, λ es la señal portadora y $v_n(t)$ es el ruido en el n -ésimo elemento del arreglo. Se sobreentiende que la señal interferente se encuentra adicionada a la señal de interés. En la **figura 3.7**, se encuentra plasmado el arreglo lineal uniformemente espaciado de antenas a emplearse, donde S_1 es la señal envolvente y S_M hace referencia a las señales incidentes del arreglo en las direcciones $\theta_1, \theta_2, \theta_M$

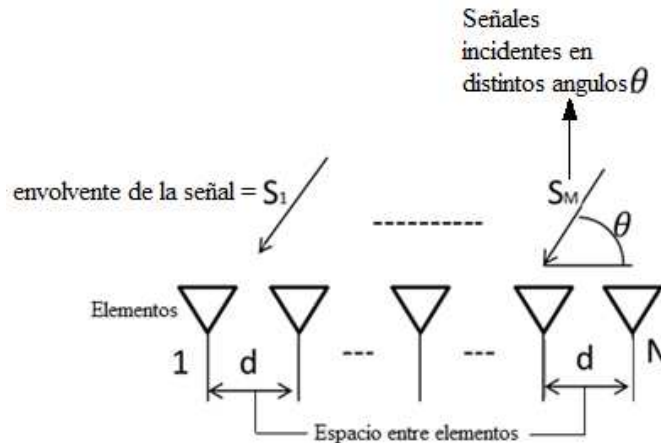


Figura 3.7: Geometría de un arreglo de antenas

Fuente: Adaptado de Rao, M; Sarma, N; "Adaptive Beamforming Algorithms for Smart Antenna Systems". 2014, Volumen 3

La salida total del arreglo se expresa de la siguiente manera:

$$Y(t) = \mathbf{W}^H(t)\mathbf{X}(t) \quad (3.4)$$

En dónde, $\mathbf{W}^H(t)$ representa la matriz de pesos y $\mathbf{X}(t)$ es el vector de ingreso.

A continuación, se requiere a través del empleo de algoritmos de optimización previamente estudiados, la adaptación continua de los pesos respectivos para obtener la señal deseada, como se visualiza en la **Figura 3.8**

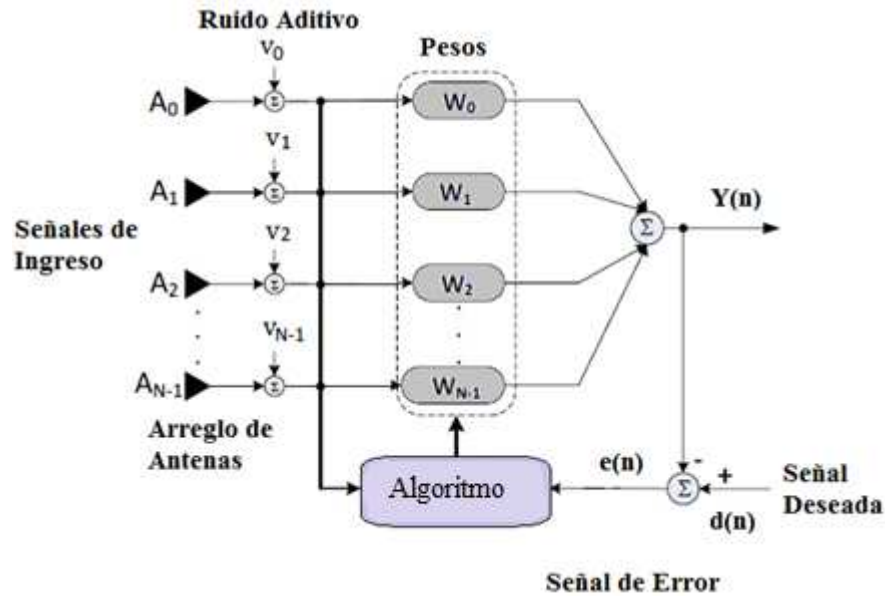


Figura 3.8: Esquema representativo un sistema de arreglo de antenas

Fuente: Adaptado de Orozco, W; Mariko, N; Pérez, H; “ Filtro Híbrido Adaptativo en Cascada para Arreglos Lineales Uniformes de Antenas”. 2013, Volumen 7

3.5 CLASIFICACIÓN Y FORMULACIÓN MATEMÁTICA DE LOS BEAMFORMERS

En la **Figura 3.9**, se aprecia un beamformer que se emplea comúnmente para procesar señales de banda estrecha; el mismo que muestrea el campo de ondas en el espacio.

Representado por la ecuación:

$$y(n) = \sum_{l=1}^L w_l^* x_l(n) \quad (3.5)$$

En donde *, hace referencia al valor complejo conjugado, ya que se asume que datos y pesos son conjugados en ciertas aplicaciones.

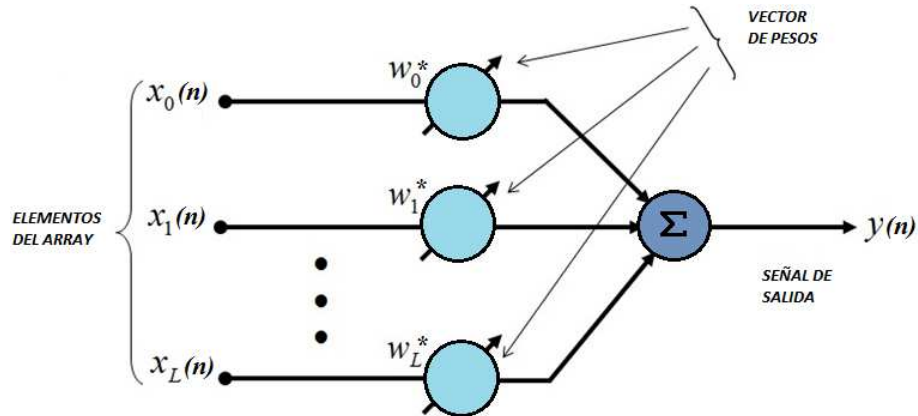


Figura 3.9: Combinación lineal a la salida de los sensores "Banda estrecha o angosta"

Fuente: Propia

En la **Figura 3.10**, en su lugar, se observa un beamformer para señales de banda ancha, muestrea el campo de ondas que son propagadas en tiempo y espacio. Se usa generalmente cuando se tiene interés en señales con vasta extensión en frecuencia (Van Veen & Buckley, 1999)

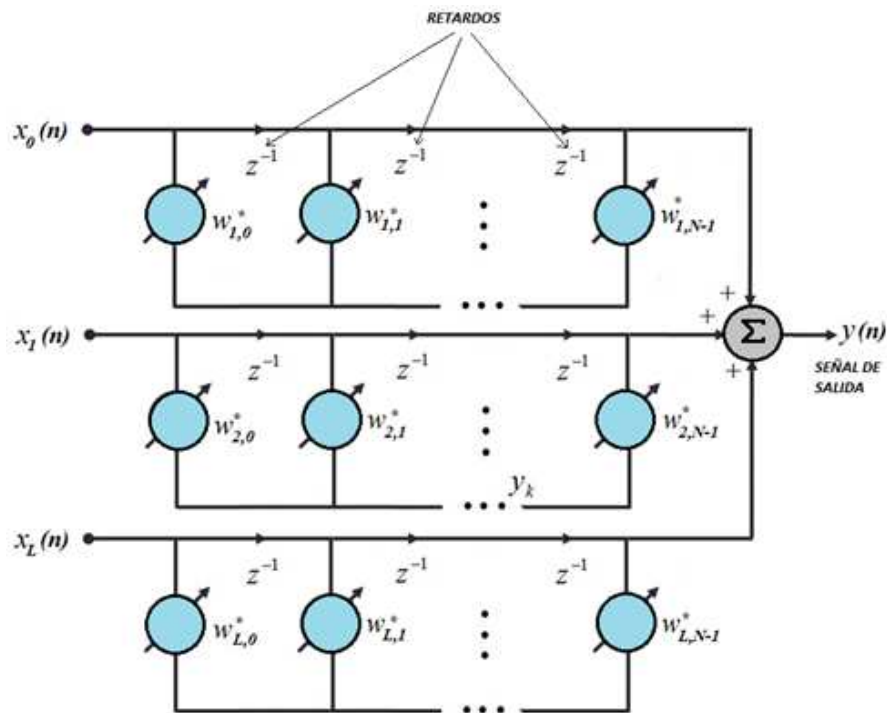


Figura 3.10: Combinación lineal a la salida de los sensores "Banda ancha"

Fuente: Propia

Y la ecuación:

$$y(n) = \sum_{l=1}^L \sum_{p=0}^{K-1} w_{l,p}^* x_l(n-p) \quad (3.6)$$

Donde $K-1$, indica el número de retardos en cada uno de los sensores. Se nota que el beamformer es la representación de múltiples entradas con una sola salida.

La respuesta de un beamformer es básicamente la amplitud y fase de una onda compleja, en función de la localización y la frecuencia, respectivamente. A menudo se centra el interés en una Dirección de Llegada (*del inglés* Direction of Arrival), o DOA (θ) y frecuencia (ω).

La **Figura 3.11**, ilustra el muestreo de una onda plana con un determinado DOA θ , mediante un arreglo.

En donde, $T(\theta)$ hace referencia a la duración de tiempo desde la primera muestra del primer sensor, hasta la última (apertura temporal de la observación de la fuente en θ) en función del DOA, z^{-1} son los retardos.

Hay que tener en consideración que los efectos del muestreo temporal son idénticos al muestreo espacial, y también es indispensable manejar un adecuado espaciado de elementos en el arreglo para evitar inconvenientes que puedan surgir.

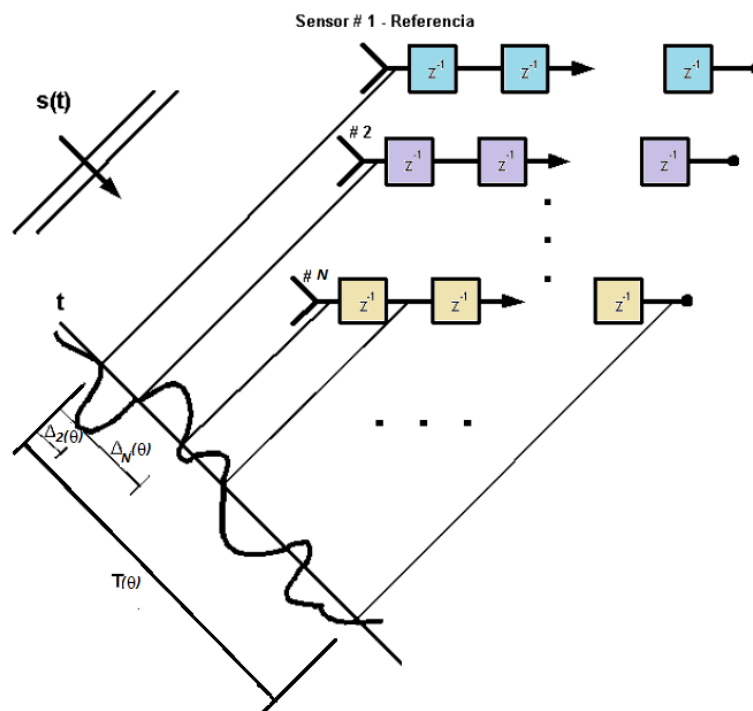


Figura 3.11: Arreglo con líneas de retrasos que proporcionan un muestreo de propagación de las fuentes espacio/temporal.

Fuente: Adaptado de Van Veen, B. (2000). *Beamforming Techniques For Spatial Filtering*. (p.6).Universidad de Wiconsin, Villanova University.

3.5.1 DESEMPEÑO DE UN ARREGLO EN UN BEAMFORMER

Un arreglo de antenas junto con un beamformer (procesador de señales), ofrece la posibilidad de realizar varias tareas en una, además de mejorar el desempeño de un determinado proceso de recepción, simultáneamente logra también suprimir la interferencia indeseada y además conserva una señal de interés. En cuanto al arreglo de antenas existen ciertos factores a tener en cuenta, entre ellos están: capacidad de resolución, la cobertura angular, el número de elementos del arreglo y el nivel del lóbulo lateral. (Mozingo, Haupt, & Miller, 2011)

Mientras el número de elementos del arreglo sea más cuantioso se logra evitar la degradación de la cobertura angular deseada. Hay que tener presente también la existencia de cierta compensación entre los parámetros antes mencionados, adicionalmente de una relación directamente proporcional entre mejora y costo.

Para ilustrar la compensación a través de la selección adecuada del valor de un peso complejo y alcanzar la meta de un mejoramiento de la dirección, cobertura angular deseada y supresión de interferencia se visualiza la **Figura 3.12**.

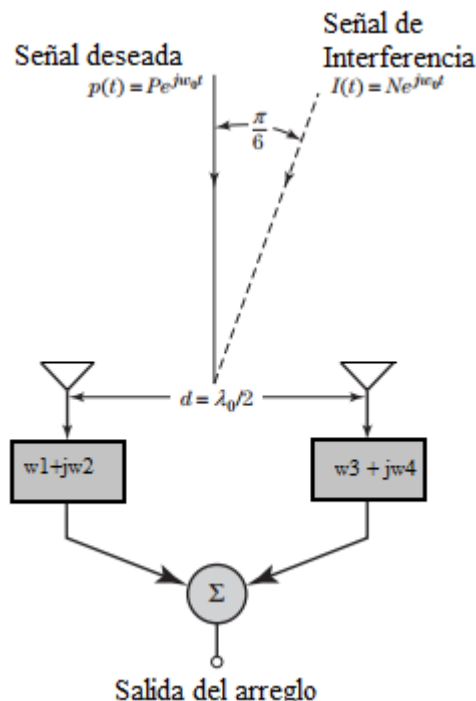


Figura 3.12: Arreglo de dos elementos para ejemplificar eliminación de interferencia.

Fuente: Adaptado de Mozingo R., Haupt R., Miller T., (2011). "Introduction to Adaptive Arrays". (p.48). Segunda edición, Scitech Publishing Inc.

Prestando atención a las siguientes consideraciones: la señal de interferencia como la señal deseada poseen la misma frecuencia f_o , la dirección de incidencia de la señal deseada es a un ángulo $\theta=0^\circ$, la señal de interferencia llega a un ángulo $\theta=30^\circ$ y ambas se encuentran en fase. Siendo $p(t)$ la señal deseada e $I(t)$ la señal interferente se tiene: (Mozingo, Haupt, & Miller, 2011)

$$Pe^{jw_o t}\{[w_1 + w_3] + j[w_2 + w_4]\} \quad (3.7)$$

Donde se trata de mejorar la recepción de la señal deseada $p(t)$ mientras se rechaza la señal interferente $I(t)$. Entonces, para lograr $p(t) = Pe^{jw_o t}$, se tendría:

$$\left. \begin{aligned} w_1 + w_3 &= 1 \\ w_2 + w_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

Prestando atención, al hecho de que la señal de ruido interferente muestra un adelanto de fase al incidir en el valor de peso $w_3 + jw_4$ igual a $2\pi\left(\frac{1}{4}\right)\text{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right) = \pi/4$ y un retraso de fase al chocar con el otro peso complejo alcanzando un valor igual a $-\pi/4$. Entonces, a la salida del arreglo considerando el ruido incidente se tendrá:

$$Ne^{j(w_o t - \pi/4)}[w_1 + jw_2] + Ne^{j(w_o t + \pi/4)}[w_3 + jw_4] \quad (3.9)$$

$$\text{Con: } e^{j(w_o t - \pi/4)} = 1/\sqrt{2} [e^{jw_o t}(1 - j)] \text{ y } e^{j(w_o t + \pi/4)} = 1/\sqrt{2} [e^{jw_o t}(1 + j)]$$

Por lo tanto, para que la respuesta del ruido sea cero, es necesario que:

$$\left. \begin{aligned} w_1 + w_2 + w_3 - w_4 &= 0 \\ -w_1 + w_2 + w_3 + w_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.10)$$

Y al resolver (3.8) y (3.10) se obtiene:

$$w_1 = \frac{1}{2}, w_2 = -\frac{1}{2}, w_3 = \frac{1}{2}, w_4 = \frac{1}{2} \quad (3.11)$$

De esta manera se logra rechazar el ruido y al mismo tiempo conservar la señal de interés.

3.5.2 CLASIFICACIÓN DE LOS BEAMFORMERS

De acuerdo a como son seleccionados los pesos, la **Figura 3.13** representa la clasificación de los beamformers.

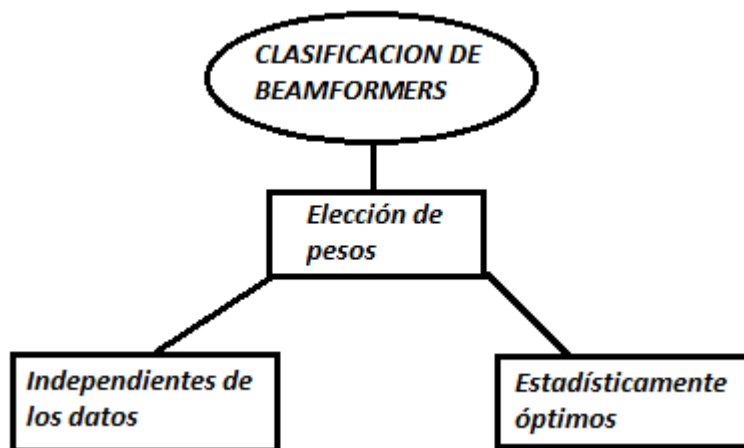


Figura 3.13: Clasificación de beamformers

Fuente: Propia

Los beamformers que se encuentran en la categoría de independientes de los datos, son diseñados para que la respuesta a la salida del mismo no dependa de las características de los datos de ingreso del arreglo, y pueden ser elegidos para presentar una respuesta específica (deseada).

En cuanto a los que pertenecen a la categoría de estadísticamente óptimos son seleccionados basados en las estadísticas de los datos recibidos, mejorando la respuesta del beamformer, de manera que la señal de salida posea mínimas contribuciones de ruido y de señales interferentes que vienen de direcciones indeseadas. Por lo que existen distintos métodos que se visualizan en la **Figura 3.14**.

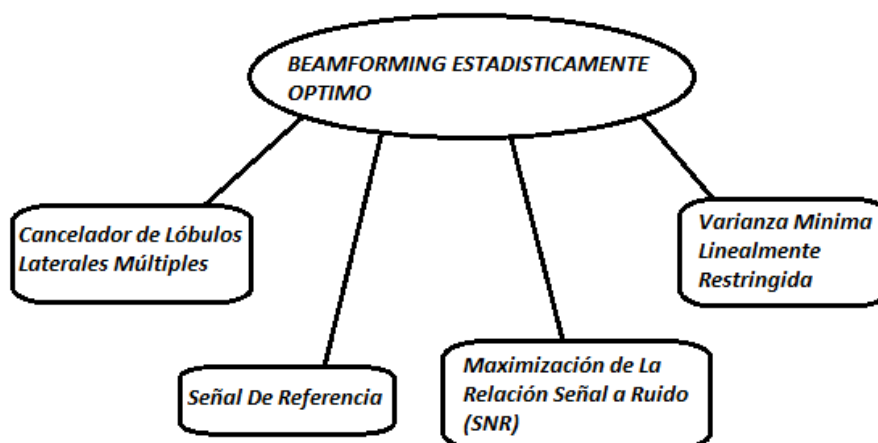


Figura 3.14: Métodos del Beamforming estadísticamente óptimo.

Fuente: Propia

- **Cancelador de lóbulos laterales múltiples (MSC):** consta de un haz principal que apunta a la dirección deseada y de otros auxiliares que registran las señales interferentes. Lo que se busca es la anulación de la componente de interferencia en el haz principal.
- **Señal de referencia:** A través del conocimiento de la señal deseada o realizando una aproximación de la señal referente que la represente se pretende minimizar el error mínimo entre la salida y la señal deseada del beamformer.
- **Maximización de la relación señal a ruido (SNR):** Es decir las perturbaciones indeseadas se atenúan por el fenómeno de directividad o selectividad espacial del arreglo.
- **Varianza mínima linealmente restringida:** Hace referencia al uso de restricciones lineales al vector de pesos; de esta manera se tiene bajo control la respuesta adaptada del beamforming.

CAPÍTULO 4: SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS ALGORITMOS ESTÁNDAR APLICADOS

Aplicando los conocimientos previamente revisados y con base en los algoritmos estándar para arreglos de antenas, se presenta una comparación entre la parte conceptual frente a los resultados simulados.

Básicamente los algoritmos que se muestran tienen la siguiente estructura general, independientemente de la característica particular que diferencia uno de otro, la misma que se visualiza en la **Figura 4.1**.

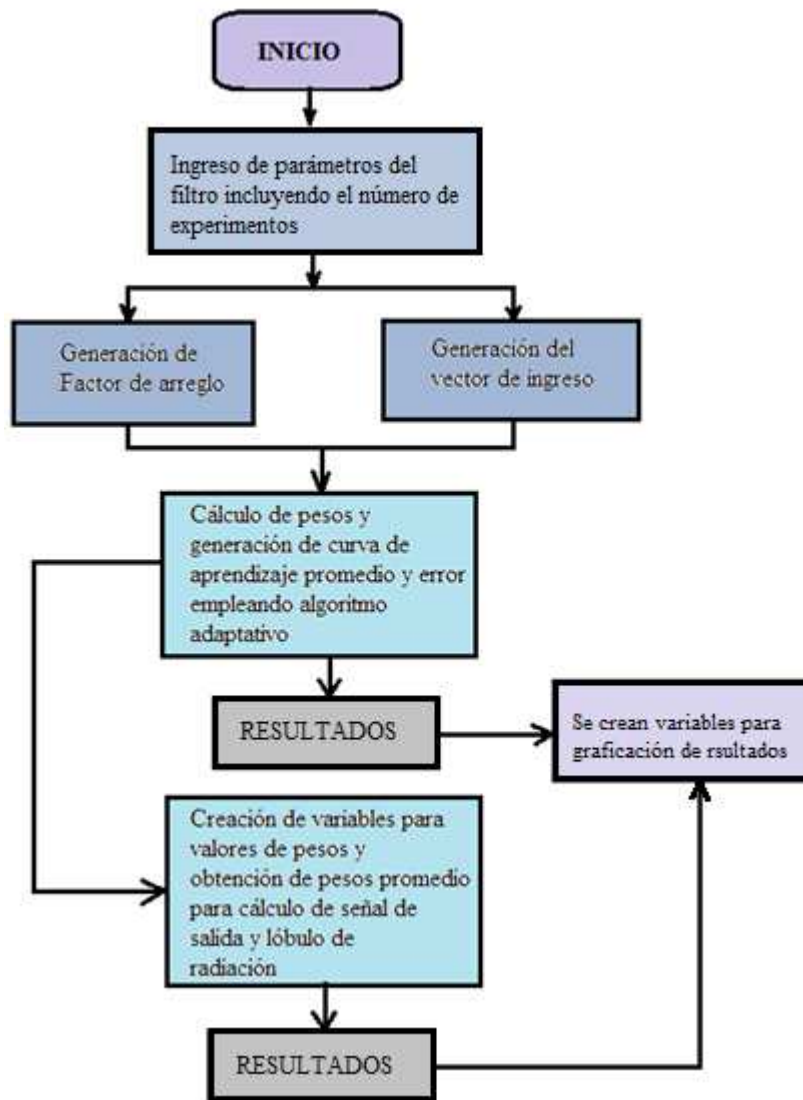


Figura 4.1: Diagrama de flujo general para algoritmos usados en las simulaciones

Fuente: Propia

El software a emplearse para la simulación de los casos a ser expuestos es el laboratorio de matemáticas (MATLAB® R2013b)

4.1 CONSIDERACIONES GENERALES: SEÑALES DE INGRESO AL FILTRO

A continuación se aprecia las señales que intervienen en el proceso que abarcaran a todos los algoritmos, indistintamente del tipo. **Figura 4.2**; así como el vector de ingreso **Figura 4.3**, de acuerdo al número de antenas con las que se trabaja. En cada antena se tiene la parte real e imaginaria.

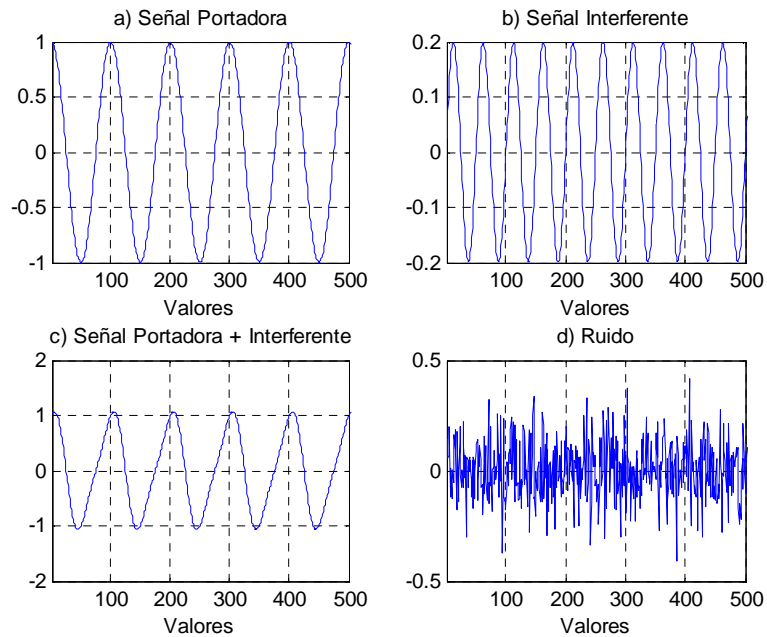


Figura 4.2: Señales al ingreso caso particular: algoritmo LMS con SINR ingreso=10, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta=\pi/6$
Fuente: Propia

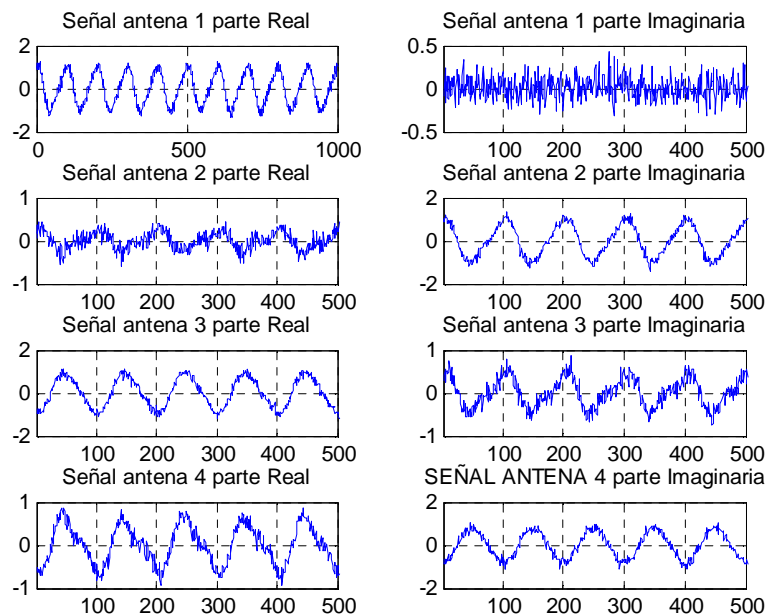


Figura 4.3: Señales de los 4 primeros elementos de un arreglo de 8 antenas

Fuente: Propia

4.2 SIMULACIONES: ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS), CURVA DE APRENDIZAJE FUNCIÓN DE COSTO, EFICIENCIA SINR ENTRADA VS. SALIDA

4.2.1 CONSIDERACIONES

Para la simulación respectiva se considera un arreglo lineal uniforme de antenas, además de los vectores de pesos inicializados en cero, y los siguientes datos. **Tabla 3:**

En términos de la varianza del ruido al trabajar con los valores de SINR ingreso=10dB y 5dB, implica tener 0.03 y 0.14 de contaminación lo que se traduce, en trabajar inicialmente con una cantidad mínima de ruido para en lo posterior incrementar su valor.

Tabla 3: Parámetros Algoritmo LMS

ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS)	
PARÁMETRO	VALOR
μ =Tamaño de paso	0,01; 0,03; 0,05; 0,07
SINR ingreso = Relación señal a interferencia más ruido de ingreso	5; 10 dB
M = Número de antenas en el arreglo	8; 16; 24
d / λ = Longitud de onda	$\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$
N = Número de iteraciones	1000
pruebas = Número de experimentos	120
θ = Ángulo de incidencia señal deseada	$\pi/6, \pi/3$
θ_2 = Ángulo de incidencia señal interferente	$\pi/4$
A1+s1 = Amplitud + Señal de interés	$\text{Cos}(2\pi)$
A2+s2 = Amplitud+ Señal interferente	$0.2*\text{Sen}(4\pi)$

Fuente: Propia

4.2.2 CURVAS DE APRENDIZAJE ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS)

Las curvas de aprendizaje promedio se muestran para los siguientes casos. **Figura 4.4**

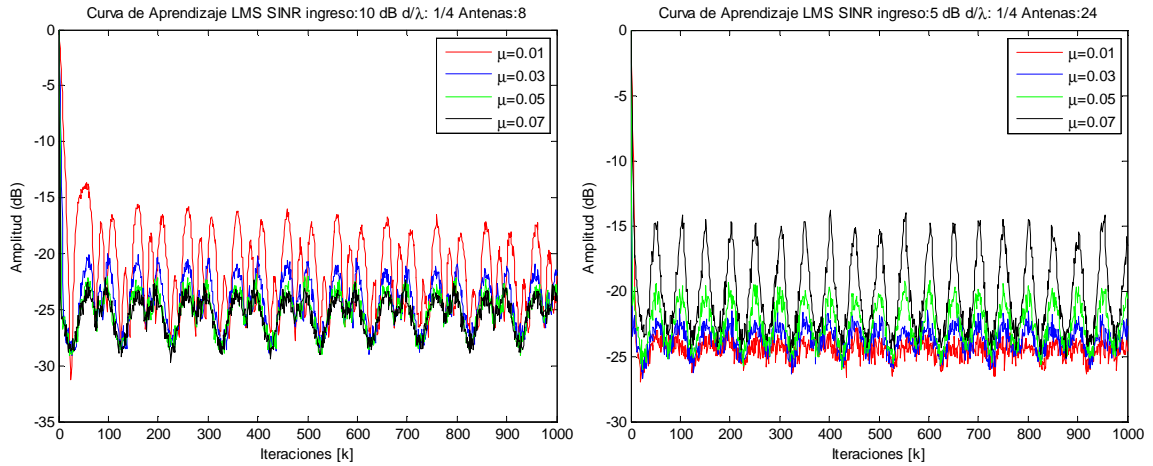


Figura 4.4: Algoritmo LMS: μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

Se observa la notoria mejoría en las curvas de aprendizaje promedio al aumentar el número de elementos del arreglo (de 8 a 24), así como la influencia del uso del tamaño de paso (μ).

A continuación se muestran valores calculados del número de iteraciones necesarias a partir de las cuáles este algoritmo empieza a estabilizarse en la curva de aprendizaje. Ver **Tablas 4-5**

En la **Tabla 4** se nota que para el número de antenas propuesto las iteraciones indican que para alcanzar la estabilidad se necesita un número considerable de las mismas.

En la **Tabla 5** se nota que a medida que el número de antenas se incrementa; se requiere una cantidad menor de iteraciones para alcanzar la estabilidad.

Para más curvas de aprendizaje y los datos para el valor de $M=16$ antenas, ir (**Anexo 1 Figura: 1 y Tabla: a**).

Tabla 4: Algoritmo LMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=8 antenas, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO LMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$					ALGORITMO LMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$	
SINR SALIDA (dB)	N° DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	SINR SALIDA (dB)	N° DE ITERACIONES ESTABILIDAD
-17,5	825	0.01	$1/4$	10	-19,5	760
-24	850	0.01	$1/2$	10	-26	300
-15	562	0.01	$1/4$	5	-16	650
-18	560	0.01	$1/2$	5	-19	350
-23	550	0.03	$1/4$	10	-22	300
-25	600	0.03	$1/2$	10	-25,5	250
-17	500	0.03	$1/4$	5	-18	200
-19	400	0.03	$1/2$	5	-19	300
-23	360	0.05	$1/4$	10	-24	250
-25	400	0.05	$1/2$	10	-25	310
-18	400	0.05	$1/4$	5	-18	560
-19	450	0.05	$1/2$	5	-19	200
-24	450	0.07	$1/4$	10	-24	250
-25	400	0.07	$1/2$	10	-25	300
-18	450	0.07	$1/4$	5	-18	250
-18	250	0.07	$1/2$	5	-18	150
-20,53	500,44	PROMEDIO			-21	336,25

Fuente: Propia

Tabla 5: Algoritmo LMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad Con M=24 SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO LMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$				ALGORITMO LMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/3$		
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD
-31	200	0.01	$\frac{1}{4}$	10	-30	300
-31	200	0.01	$\frac{1}{2}$	10	-31	300
-25	200	0.01	$\frac{1}{4}$	5	-24	200
-24	200	0.01	$\frac{1}{2}$	5	-24	150
-30	200	0.03	$\frac{1}{4}$	10	-30	200
-30	200	0.03	$\frac{1}{2}$	10	-30	150
-22	150	0.03	$\frac{1}{4}$	5	-23	200
-23	200	0.03	$\frac{1}{2}$	5	-23	200
-27	150	0.05	$\frac{1}{4}$	10	-27	200
-27	150	0.05	$\frac{1}{2}$	10	-27	200
-20	150	0.05	$\frac{1}{4}$	5	-20	250
-20	200	0.05	$\frac{1}{2}$	5	-20	250
-23	150	0.07	$\frac{1}{4}$	10	-24	200
-23	150	0.07	$\frac{1}{2}$	10	-24	150
-16	200	0.07	$\frac{1}{4}$	5	-16	150
-15,5	150	0.07	$\frac{1}{2}$	5	-15	200
-24,22	178,125	PROMEDIO			-30	206,25

Fuente: Propia

Comparando los valores de las tablas anteriores se nota que el algoritmo adquiere una estabilidad más rápida a medida que el arreglo de antenas crece en términos de los elementos que lo conforman.

4.2.3 EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA PARA ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS)

A continuación se muestra la señal recuperada (capacidad de recuperación de la señal deseada) luego de realizado el proceso adaptativo con el algoritmo de turno, en este caso Mínimos Cuadrados Promediados (Least Mean Square); es decir, después de la aplicación de los pesos óptimos obtenidos. **Figura 4.5.**

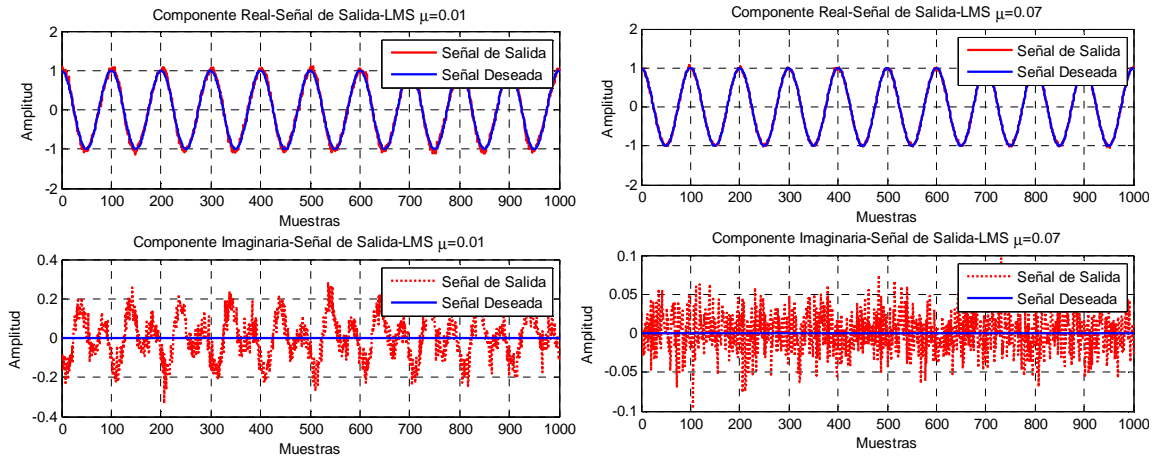


Figura 4.5: Algoritmo LMS: señal de salida para un arreglo $M=8$ antenas con $\mu=0.01$ SINR ingreso=10 dB $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), señal de salida para un arreglo de $M=24$ antenas con $\mu=0.07$ SINR ingreso=10 dB $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

En la gráfica anterior se observa, que la parte real de la señal recuperada posee una mayor exactitud al emplear un mayor número de elementos en el arreglo y de tamaño de paso. También se visualiza que al trabajar con un valor de varianza pequeño (10dB), comparado con uno superior (5dB), se presentan oscilaciones más notorias en este último, las mismas que van disminuyendo al usar 24 elementos en el arreglo (**Anexo 1 Figura 2**). En tanto que en la parte imaginaria al no existir una dispersión marcada en la recuperación, se encuentran presentes oscilaciones que se traducen en una diferencia de amplitud, que disminuye cuando el número de elementos del arreglo y el valor de μ crece. Para un valor de SINR de ingreso de 10 dB la diferencia de amplitud entre 8 y 24 elementos es menor (± 0.15) en comparación con SINR de ingreso de 5dB (± 0.3) (**Anexo 1 Figura 2**).

En cuanto a las gráficas con el valor angular de interés de $\theta=\pi/3$ se omiten, debido a que las observaciones implican los mismos comentarios antes mencionados.

4.2.4 LÓBULOS DE RADIACIÓN ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS)

Se propone realizar el proceso adaptativo para un valor de $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$; respectivamente, con el objetivo de comprobar que al momento de obtener una directividad dirigida sea esta alcanzada sin importar el valor angular con el que se trabaje. Por lo que en este caso se visualizará los lóbulos pertenecientes a una dirección angular de $\theta=\pi/6$, como se muestra en las **Figura 4.6**.

Luego se presentan los lóbulos pertenecientes a un valor angular de $\theta=\pi/3$.

Vale la pena destacar que las representaciones expuestas, en un inicio, emplean el valor de $d/\lambda=1/4$ y luego $d/\lambda=1/2$. En este caso λ sobre d indica la longitud de onda del arreglo.

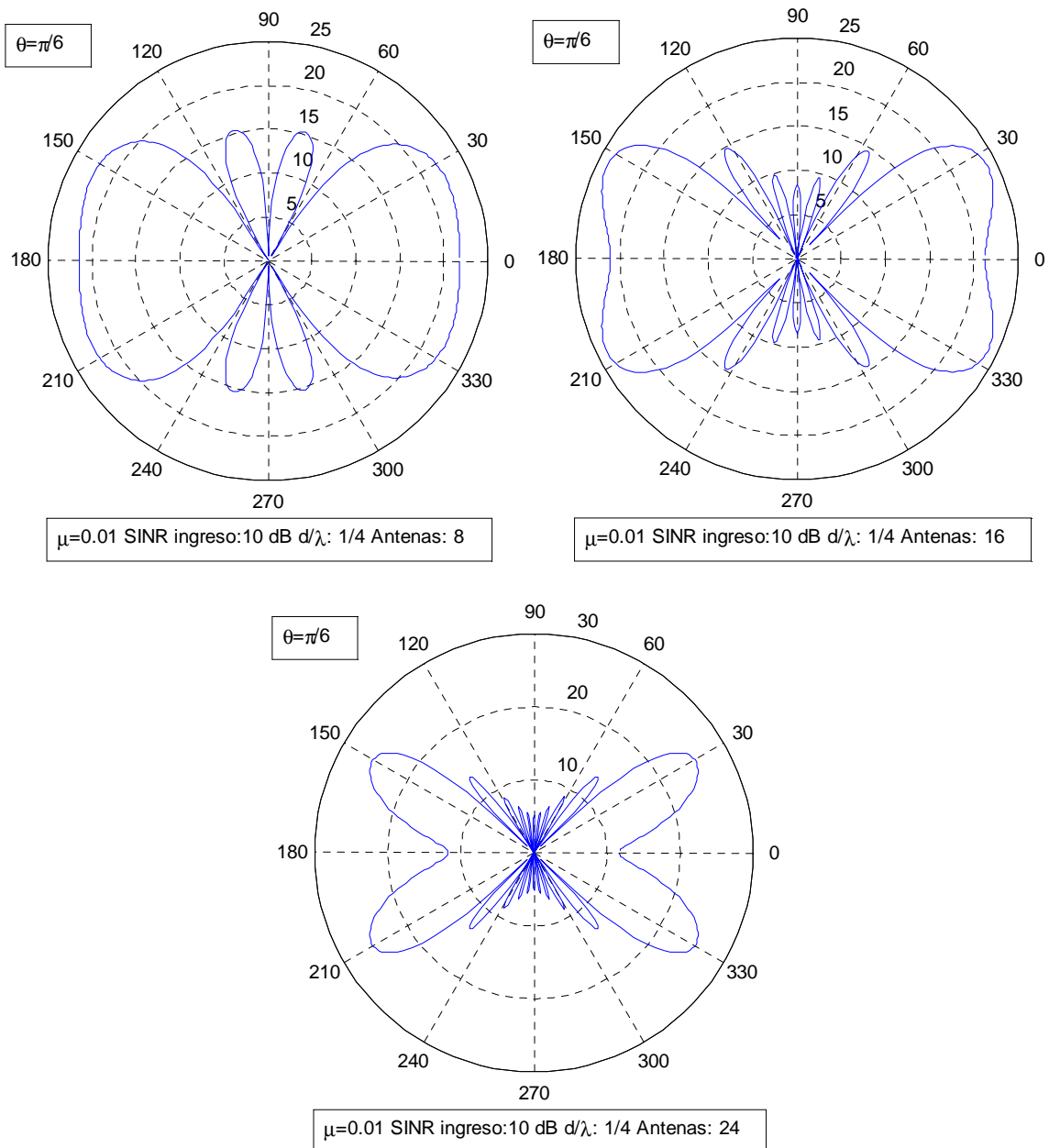


Figura 4.6: Algoritmo LMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16 y 24 antenas con $\mu=0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

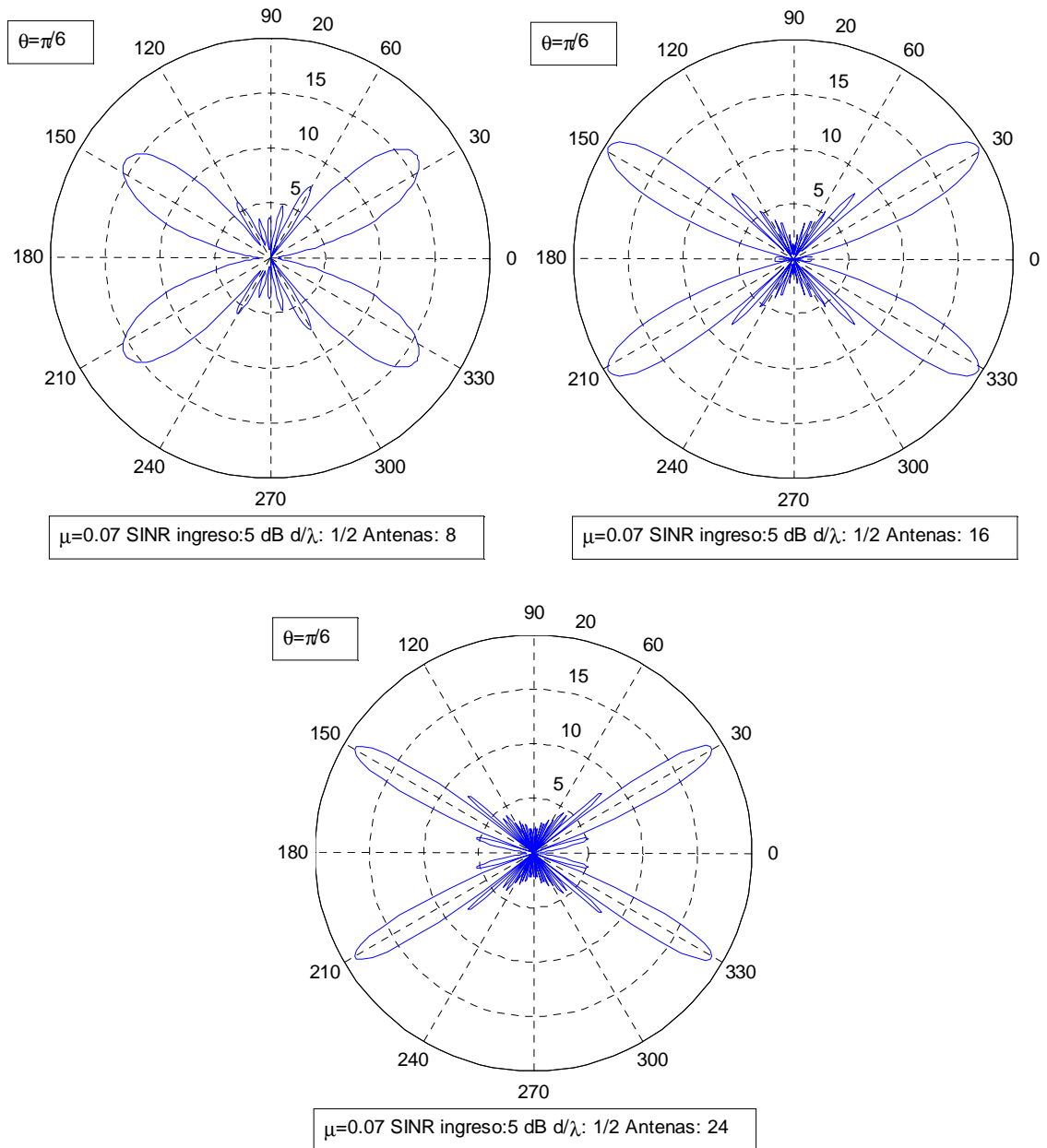


Figura 4.7: Algoritmo LMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16, 24 antenas con $\mu = 0.07$, SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta = \pi/6$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

Para la visualización de más casos de lóbulos de radiación con $\theta = \pi/6$ ir (**Anexo 1: Figuras: 3 – 4.**) Para el valor de $\theta = \pi/3$, se indican las **Figuras 4.8 – 4.9**

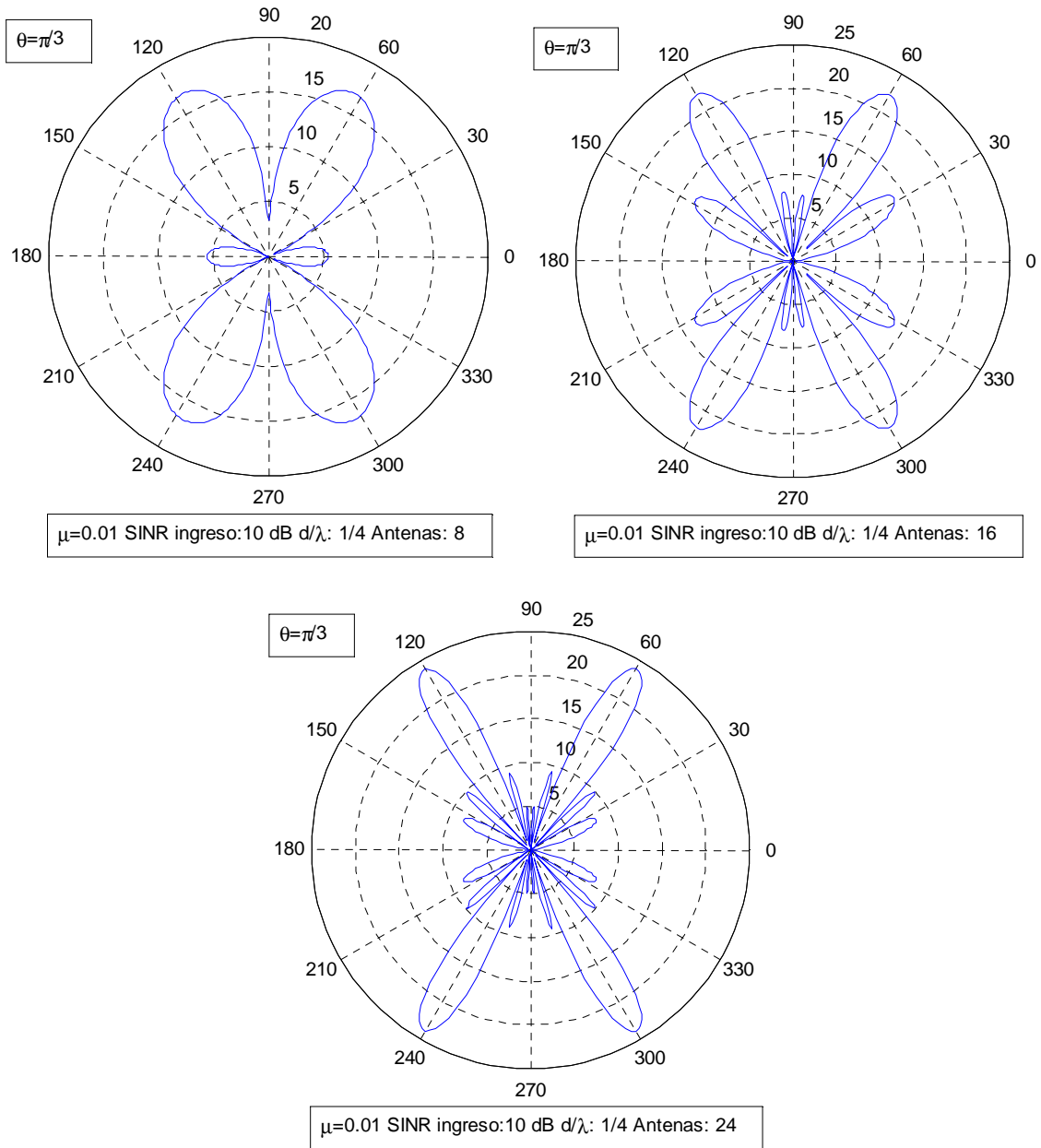


Figura 4.8: Algoritmo LMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

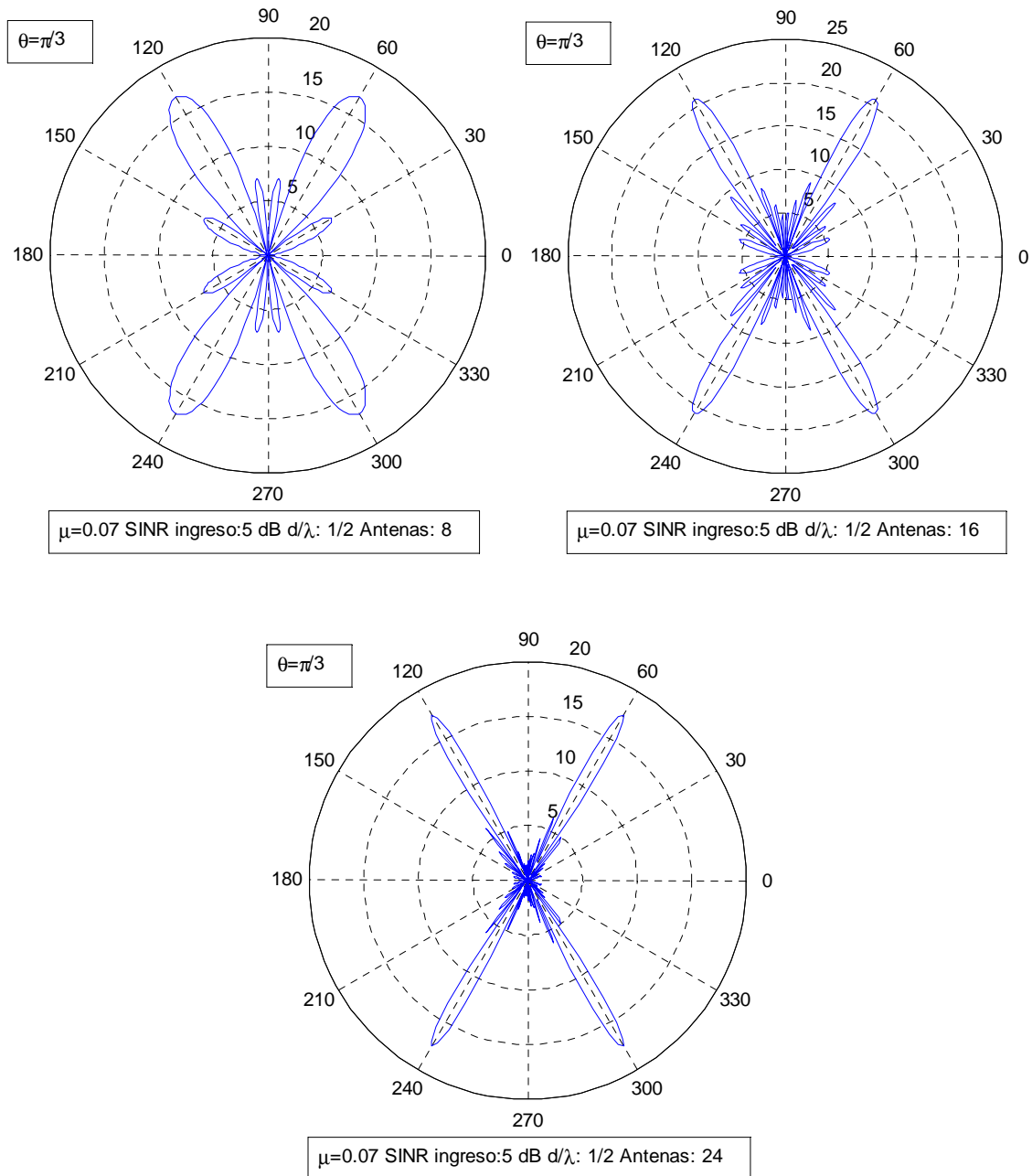


Figura 4.9: Algoritmo LMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas LMS con $\mu = 0.07$, SINR ingreso = 5 dB, $d/\lambda = 0.5$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

Claramente se visualiza que con una longitud de onda de $\frac{1}{4}$ los lóbulos inician su búsqueda del ángulo para el cual fueron programados y al trabajar con una longitud de onda de $\frac{1}{2}$ los lóbulos se vuelven más directivos para cada caso representado. Todo esto se aprecia de en la **Tabla 6 y 7**. Adicionalmente, para valores con $M=16$ elementos (**Ver Anexo 1 Tablas: b y c**)

Tabla 6: Algoritmo LMS valores de Potencia máxima y Ángulo máximo para un arreglo M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO LMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$					ALGORITMO LMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$	
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX. (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX. (°)
22,27	25	0.01	1/4	10	16,9	62
21,22	34	0.01	1/2	10	23,9	60,98
16,39	24	0.01	1/4	5	15,62	60
15,62	36	0.01	1/2	5	13,85	62,01
21,02	26	0.03	1/4	10	19,38	60
22,75	34	0.03	1/2	10	20,75	60
14,8	29	0.03	1/4	5	15,84	58
19,19	33	0.03	1/2	5	15,94	60
20,9	28	0.05	1/4	10	23,04	60
20,8	33,98	0.05	1/2	10	22,52	60
13,46	29	0.05	1/4	5	17,56	56
15,15	35	0.05	1/2	5	13,8	59
20,79	28	0.07	1/4	10	21,05	58
20,22	35	0.07	1/2	10	23,3	60
16,92	25	0.07	1/4	5	13,93	57
17,88	34	0.07	1/2	5	17,29	59

Fuente: Propia

En la **Tabla 6** se observa los valores de potencia máxima así como también el valor de ángulo máximo; vale la pena recalcar que en la dirección angular con valor de $\theta = \pi/6$, es menos directiva, al emplear una longitud de onda de $1/4$; característica que es mucho más notoria que en los lóbulos generados para un ángulo de valor $\theta = \pi/3$.

Tabla 7: Algoritmo LMS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO LMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$						ALGORITMO LMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$		
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
22,56	100	16,29	0.01	1/4	10	13,88	33	5,88
18,2	86	15,47	0.01	1/2	10	20,88	20	14,13
13,04	82	10,08	0.01	1/4	5	12,61	30	2,85
12,61	28	9,27	0.01	1/2	5	10,84	17	3,89
17,67	96	13,96	0.03	1/4	10	16,37	32	4,96
19,73	27	15,99	0.03	1/2	10	17,74	16	11,06
10,08	90	10,07	0.03	1/4	5	12,83	28	2,13
16,18	87	10,52	0.03	1/2	5	12,93	17	5,87
18,41	100	12,62	0.05	1/4	10	20,03	33	6,79
17,78	86	12,89	0.05	1/2	10	19,51	27	11,81
11,62	92	3,59	0.05	1/4	5	14,55	33	0,77
12,14	90	7,27	0.05	1/2	5	10,79	16	4,33
18,7	100	12,92	0.07	1/4	10	18,04	34	2,92
17,21	89	11,51	0.07	1/2	10	20,29	16	12,26
10,8	100	9,62	0.07	1/4	5	10,92	28	0
14,86	86	8,39	0.07	1/2	5	14,28	18	6,7

Fuente: Propia

La **Tabla 7** muestra los valores de ancho de haz de media potencia en dB y en grados, de los que se puede observar, la capacidad de incremento del nivel de directividad a medida que el valor de HPBW angular disminuye. También se muestra el Nivel del lóbulo lateral; que no es más que la diferencia entre el lóbulo principal y el lóbulo lateral mayor. El SLL (Nivel del Lóbulo Lateral), indica el nivel máximo de radiación total fuera del haz principal, lo que implica la reducción de los efectos de interferencia que estarían llegando al lóbulo principal.

A continuación se observan las **Tablas: 9-10**; donde se nota claramente la relación de mejoría y número de elementos en el arreglo.

Tabla 8: Algoritmo LMS valores de Potencia máxima y Ángulo máximo para un arreglo M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO LMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO LMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/3$			
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX. (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX. (°)
24,79	28	0.01	1/4	10	27,9	59
23,56	30	0.01	1/2	10	25,64	60
16,11	30	0.01	1/4	5	17,02	59
19,09	31	0.01	1/2	5	18,28	60
23,75	29	0.03	1/4	10	25,63	59
25,41	31	0.03	1/2	10	25,81	60
16,22	30	0.03	1/4	5	17,82	59
18,64	31	0.03	1/2	5	17,17	60
24,21	29	0.05	1/4	10	24,27	59
24,41	31	0.05	1/2	10	24,98	60
18,97	30	0.05	1/4	5	18,42	59
19,58	31	0.05	1/2	5	19,49	60
29,8	30	0.07	1/4	10	23,53	59
24,41	31	0.07	1/2	10	24,91	60
19,32	30	0.07	1/4	5	18,19	59
18,75	31	0.07	1/2	5	16,38	60

Fuente: Propia

Tabla 9: Algoritmo LMS: Valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4, \theta = \pi/6$ y $\pi/3$

ALGORITMO LMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO LMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/3$					
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
21,78	18	12,96	0.01	1/4	10	24,88	13	13,63
20,55	9	11,02	0.01	1/2	10	22,63	6	12,94
13,1	16	5,01	0.01	1/4	5	14	10	4,78
16,08	9	7,52	0.01	1/2	5	15,27	4	6,34
20,74	17	10,89	0.03	1/4	10	22,62	13	12,88
22,4	12	13,57	0.03	1/2	10	22,8	8	13,44
13,21	15	4,22	0.03	1/4	5	14,81	10	5,48
15,63	8	8,7	0.03	1/2	5	14,16	5	5,63
21,2	18	11,2	0.05	1/4	10	21,26	11	12,1
21,4	9	12,8	0.05	1/2	10	21,97	5	12,45
15,96	18	5,82	0.05	1/4	5	15,41	10	5,49
16,57	8	8,93	0.05	1/2	5	16,48	6	7,42
26,79	23	16,72	0.07	1/4	10	20,52	10	11,48
21,4	9	13,19	0.07	1/2	10	21,9	5	11,91
16,31	7	6,17	0.07	1/4	5	15,18	10	6,22
15,74	17	8,05	0.07	1/2	5	13,37	4	4,73

Fuente: Propia

4.3 SIMULACIONES: ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS NORMALIZADOS (NLMS), CURVA DE APRENDIZAJE FUNCIÓN DE COSTO, EFICIENCIA SINR ENTRADA VS. SALIDA

A continuación se analizará los resultados obtenidos para el algoritmo normalizado de mínimos cuadrados promediados (Normalized Least Mean Square).

4.3.1 CONSIDERACIONES

Se emplean los parámetros descritos a continuación, ver **Tabla 10**:

Tabla 10: Parámetros Algoritmo LMS Normalizado

ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS)	
PARÁMETRO	VALOR
μ =Tamaño de paso	0,01; 0,03; 0,05; 0,07
ε = constante positiva mínima	0.002
SINR ingreso = Relación señal a interferencia más ruido de ingreso	5; 10 dB
M = Número de antenas en el arreglo	8; 16; 24
d/λ = Longitud de onda	¼ ; ½
N = Número de iteraciones	1000
pruebas = Número de experimentos	120
θ = Ángulo de incidencia señal deseada	$\pi/6, \pi/3$
θ_2 = Ángulo de incidencia señal interferente	$\pi/4$
A1+s1 = Amplitud + Señal de interés	$\text{Cos}(2\pi)$
A2+s2 = Amplitud + Señal interferente	$0.2 * \text{Sen}(4\pi)$

Fuente: Propia

Se observa la adición de una constante ε , en particular en este algoritmo, la misma que evita errores de precisión, además brinda ciertas ventajas, las mismas mencionadas posteriormente.

4.3.2 CURVAS DE APRENDIZAJE ALGORITMO NORMALIZADO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS)

Las curvas de aprendizaje promedio se muestran para los siguientes casos, con valor angular de interés de $\theta = \pi/6$; ver **Figuras 4.14**.

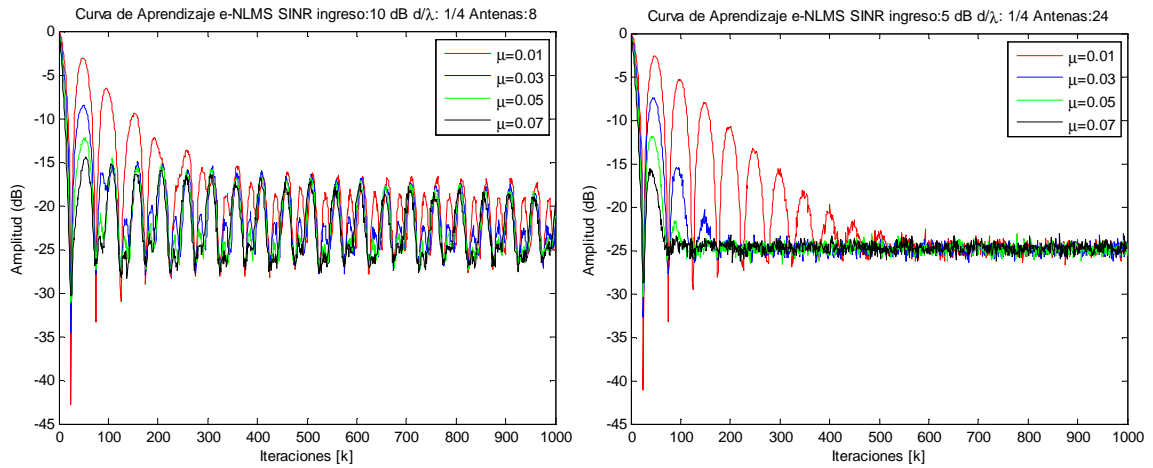


Figura 4.10: Algoritmo NLMS: μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

A diferencia del algoritmo anterior; en este existe una constante denominada épsilon (ϵ) cuyo valor es pequeño y debe ser también positivo (Sayed, 2008), permitiendo así, realizar una estimación de la potencia de la señal de entrada, al seleccionar el valor independientemente. En las simulaciones se trabaja con 0.002. Este algoritmo presenta teóricamente más robustez que el anterior.

Se muestran a continuación los valores correspondientes al número de iteraciones en las que el algoritmo se estabiliza; **Tablas 11 – 12.**

Tabla 11: Algoritmo NLMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=8, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$					ALGORITMO NLMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$	
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-15	425	0.01	1/4	10	575	-18
-23	825	0.01	1/2	10	650	-26
-14	585	0.01	1/4	5	600	-17
-19	625	0.01	1/2	5	650	-20
-16	550	0.03	1/4	10	700	-17,5
-22,5	760	0.03	1/2	10	400	-26
-15	300	0.03	1/4	5	425	-16
-18	250	0.03	1/2	5	250	-20
-15	550	0.05	1/4	10	650	-18
-22,5	650	0.05	1/2	10	200	-25
-15	605	0.05	1/4	5	500	-16
-19	350	0.05	1/2	5	250	-20
-17	650	0.07	1/4	10	550	-18,5
-23,5	750	0.07	1/2	10	300	-26
-15	450	0.07	1/4	5	350	-16
-19	400	0.07	1/2	5	200	-20
-18,03	545,31	PROMEDIO			453,13	-20

Fuente: Propia

En cuanto al número de iteraciones al comparar los valores de la **Tabla 11**, con los de la **Tabla 4**; se observa que son mayores. Esto se debe a que para la normalización se emplea un número superior, que se traduce en la robustez e incremento de estabilidad que ofrece.

Las gráficas adicionales de curvas de aprendizaje para otros casos y la tabla que corresponde a un valor de M=16 antenas se las puede observar en el **Anexo 2 Figura 7 y Tabla d**, respectivamente.

De la misma manera se tiene la siguiente tabla para un arreglo con 24 elementos.

Tabla 12: Algoritmo NLMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$				ALGORITMO NLMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$		
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-32	650	0.01	1/4	10	690	-29
-32	625	0.01	1/2	10	700	-30
-25	625	0.01	1/4	5	790	-24
-25	625	0.01	1/2	5	700	-25
-31	300	0.03	1/4	10	800	-31
-31	300	0.03	1/2	10	725	-32
-25	275	0.03	1/4	5	400	-25
-25	250	0.03	1/2	5	300	-24
-31	300	0.05	1/4	10	800	-31
-31	300	0.05	1/2	10	625	-32
-25	200	0.05	1/4	5	500	-24
-25	250	0.05	1/2	5	325	-25
-31	300	0.07	1/4	10	675	-32
-31	360	0.07	1/2	10	675	-32
-24	175	0.07	1/4	5	400	-24
-24	200	0.07	1/2	5	350	-24
-28	358,44	PROMEDIO			590,94	-27,75

Fuente: Propia

4.3.3 EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA ALGORITMO NORMALIZADO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS)

Seguidamente se presenta la recuperación de la señal luego de la ejecución del algoritmo de turno, en este caso NLMS. **Figura: 4.11.**

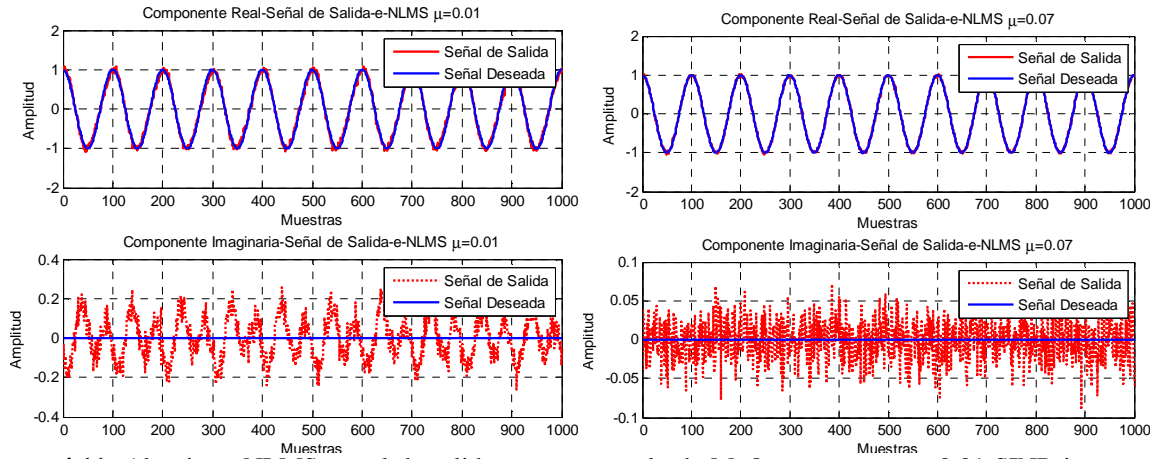


Figura 4.11: Algoritmo NLMS: señal de salida para un arreglo de $M=8$ antenas con $\mu=0.01$ SINR ingreso=10 dB $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (izquierda) Y señal de salida para un arreglo de $M=24$ antenas con $\mu=0.07$ y SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

Se nota que en la parte la real, la señal de salida presenta oscilaciones menos marcadas con un número de elementos superior en el arreglo, la señal es recuperada casi en su totalidad con un tamaño de paso de 0.07. En cuanto a la parte imaginaria la diferencia de amplitud con $\mu=0.01$ y 0.07 con SINR de ingreso igual a 10 dB es de ± 0.15 y con $\mu=0.01$, $\mu=0.07$ y SINR de ingreso de 5dB es de ± 0.1 . Decreciendo en cada caso. **(Ver Anexo 2: Figura 8).**

4.3.4 LÓBULOS DE RADIACIÓN ALGORITMO NORMALIZADO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS)

Se presentan a continuación los lóbulos correspondientes a un ángulo de $\theta=\pi/6$ para un valor de antenas de 8, 16 y 24 **Figuras 4.12 – 4.13.**

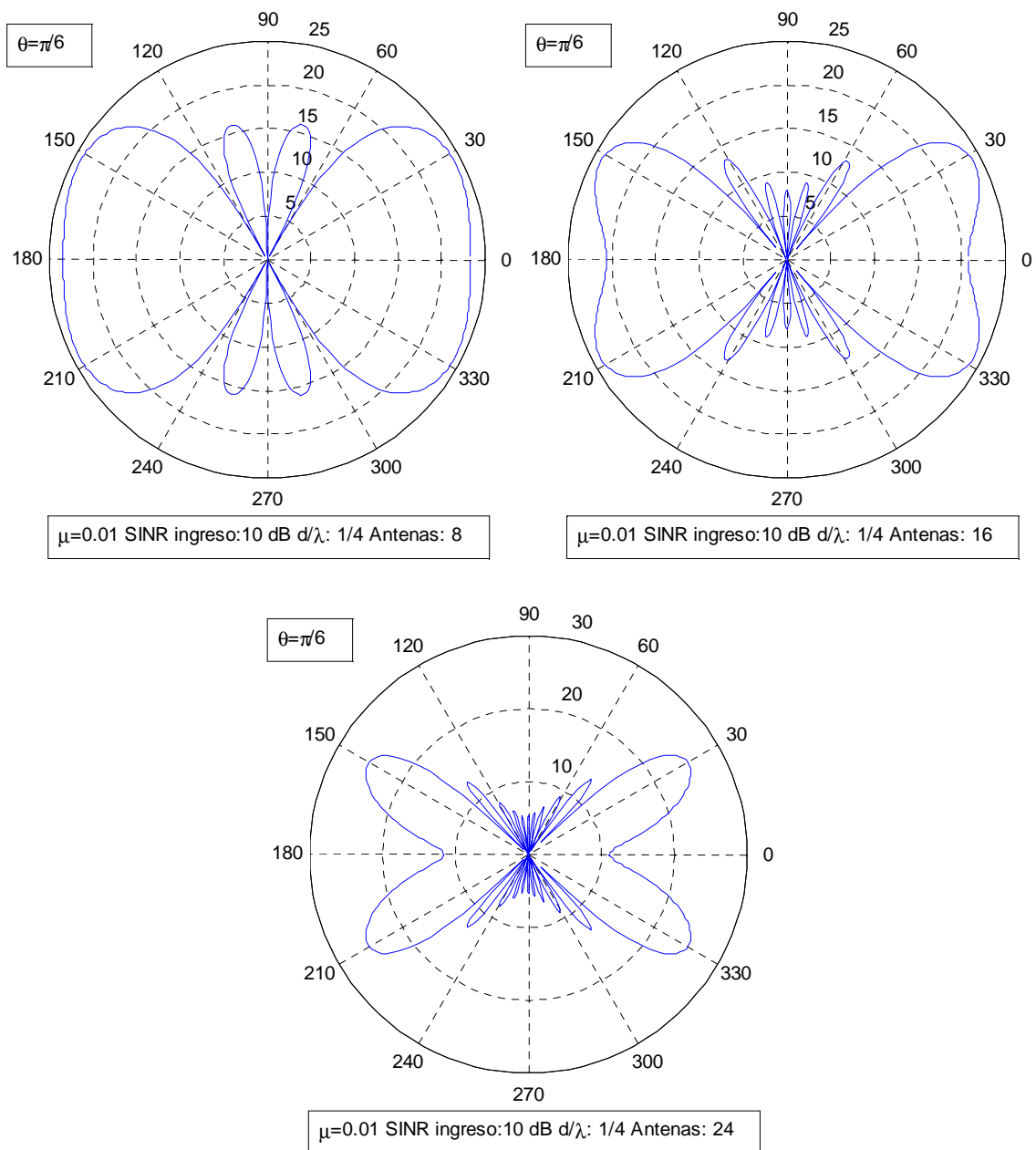


Figura 4.12: Algoritmo NLMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

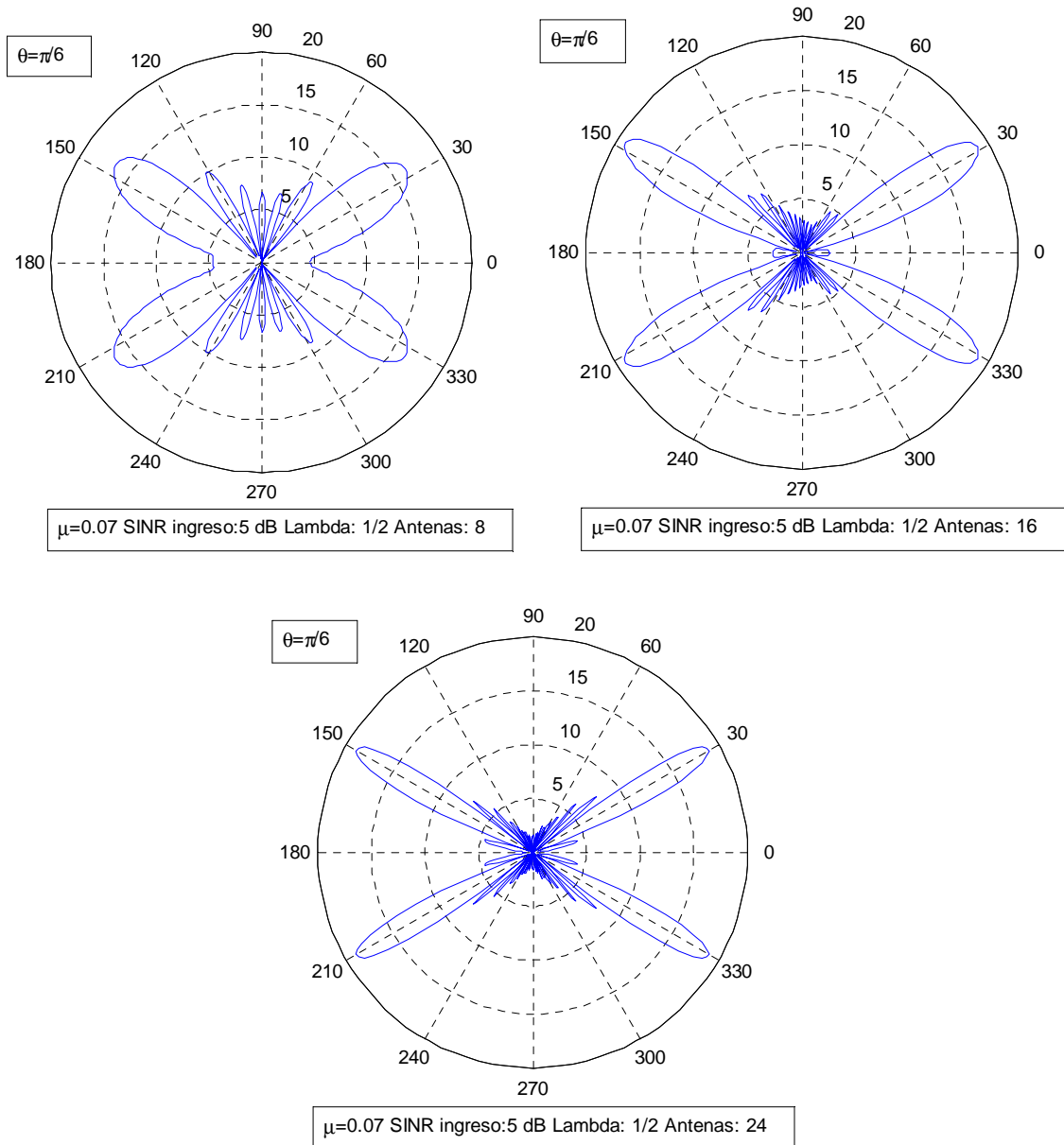


Figura4.13: Algoritmo NLMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.07$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

Para observar casos adicionales con valor de $\theta=\pi/6$; ver (**Anexo 2: Figuras: 9 - 10**).

Seguidamente se visualizan los lóbulos pertenecientes a un valor de $\theta=\pi/3$, en las **Figuras 4.14 – 4.15**

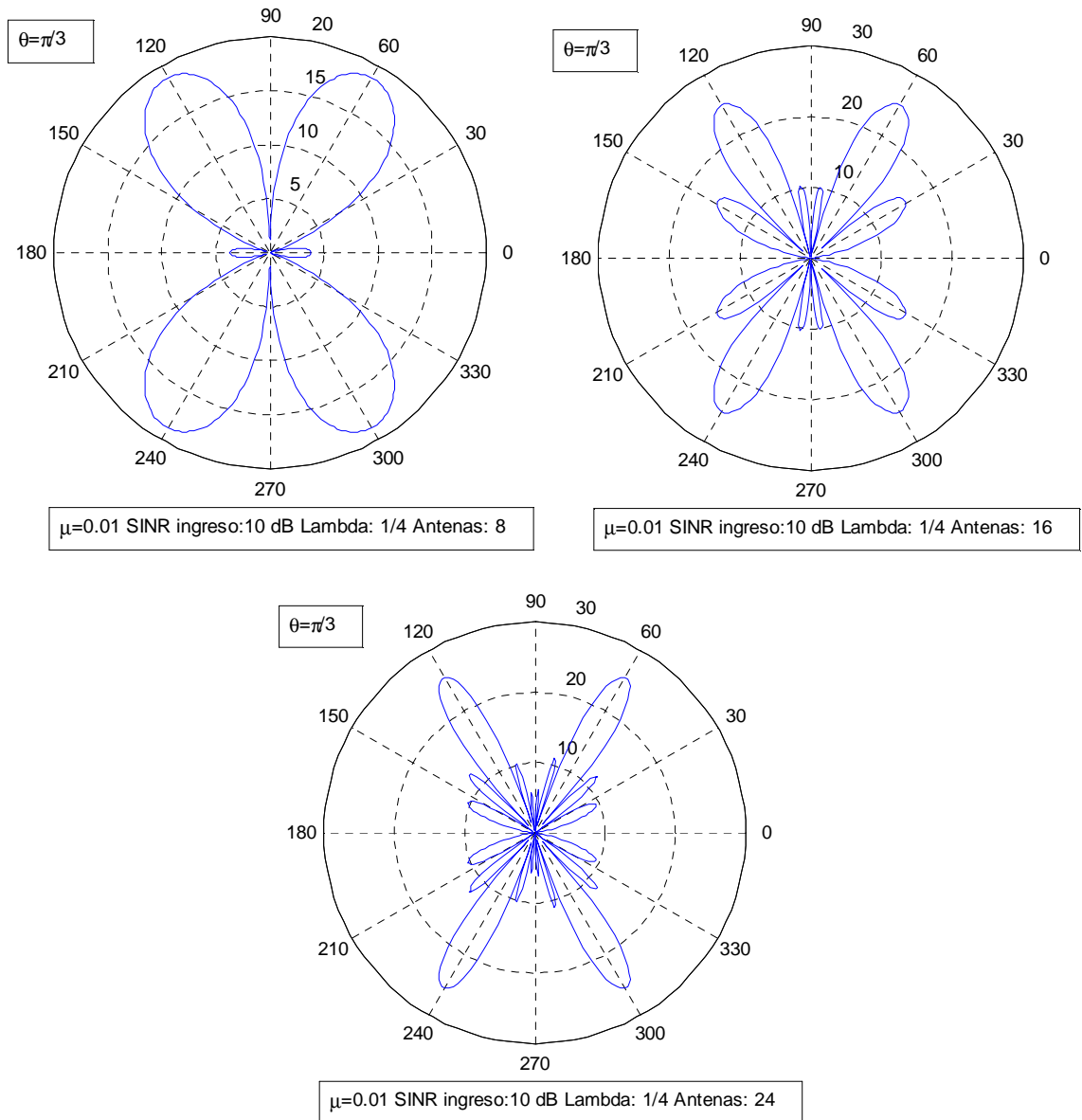


Figura 4.14: Algoritmo NLMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

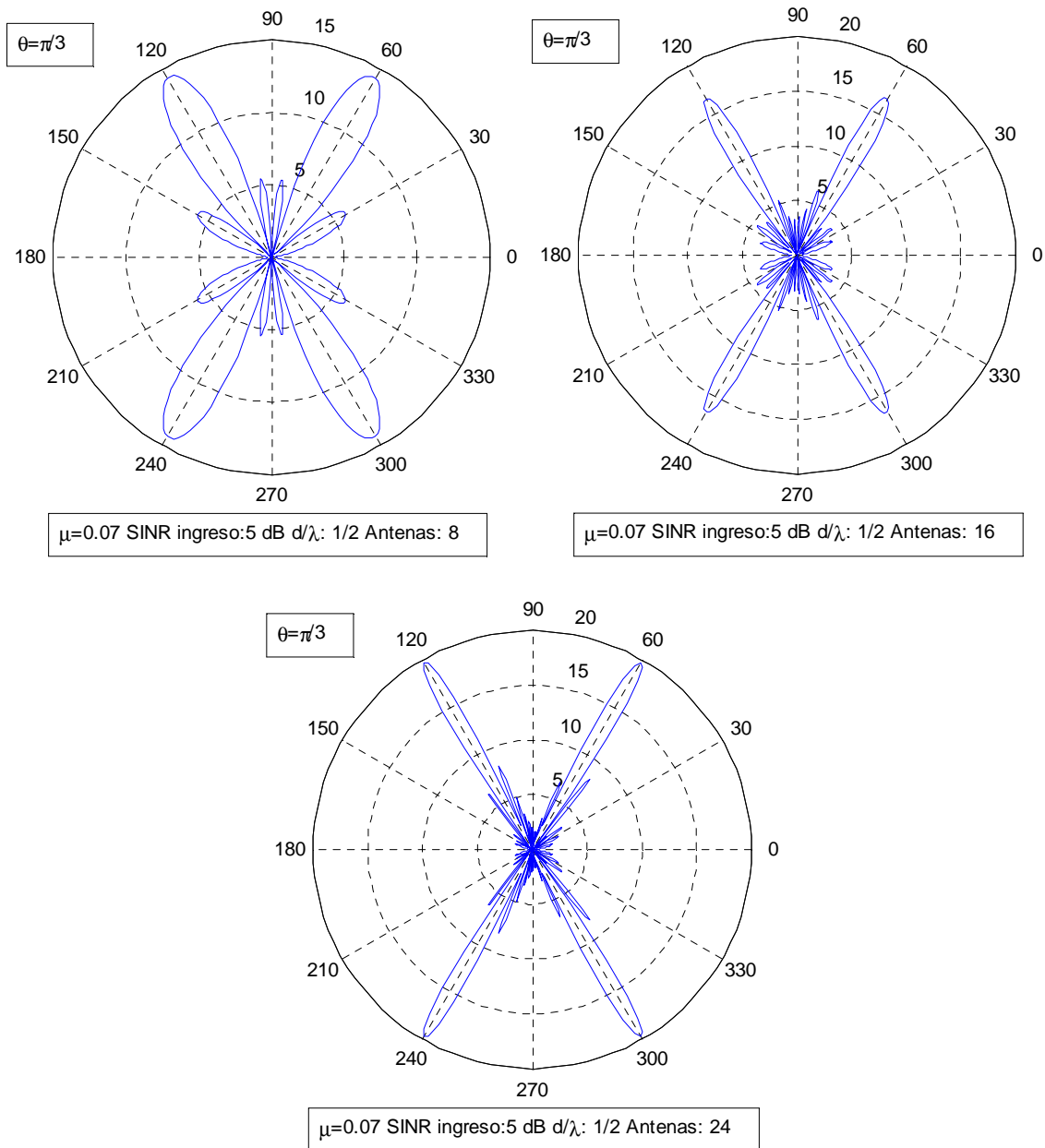


Figura 4.15: Algoritmo NLMS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.07$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

Para un mayor sustento se presentan las **Tablas 7-10**, en las cuales se observa el valor de las potencias máximas en cada caso y el ángulo máximo. Para luego ilustrar los valores de HPBW

Tabla 13: Algoritmo NLMS valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$							ALGORITMO NLMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$	
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)		
20,86	28	0.01	1/4	10	19,49	59		
23,05	33	0.01	1/2	10	24,68	60,62		
13,02	29	0.01	1/4	5	14,7	57		
15,03	33	0.01	1/2	5	16,15	60,5		
19,25	26	0.03	1/4	10	17,31	62		
22,95	33,34	0.03	1/2	10	23,81	60,27		
14,93	26,5	0.03	1/4	5	15,91	58		
16,51	33	0.03	1/2	5	16,34	60,31		
21,31	27	0.05	1/4	10	19,15	62		
24,77	33	0.05	1/2	10	26,29	60		
17,57	29	0.05	1/4	5	17	60		
13,84	33	0.05	1/2	5	14,52	60,47		
19,35	25	0.07	1/4	10	20,19	60,41		
22,54	33	0.07	1/2	10	24,95	60,18		
13,65	28	0.07	1/4	5	16,83	59		
21,66	34	0.07	1/2	5	17,5	61		

Fuente: Propia

Tabla 14: Algoritmo NLMS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$							ALGORITMO NLMS 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$		
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	
17,84	92	12,15	0.01	1/4	10	16,47	22	4,93	
20,03	38	15,35	0.01	1/2	10	21,66	16	14,08	
10,08	88	4,09	0.01	1/4	5	11,68	24	14,7	
12,01	32	7,01	0.01	1/2	5	13,13	16	8,17	
16,24	90	12,24	0.03	1/4	10	14,3	38	6,57	
19,93	36	16,72	0.03	1/2	10	20,8	18	14,79	
11,92	88	7,23	0.03	1/4	5	12,9	26	3,89	
13,5	36	9,46	0.03	1/2	5	13,33	16	6,48	
18,3	90	15,49	0.05	1/4	10	16,14	34	7,54	
21,75	24	18,81	0.05	1/2	10	23,27	20	17,23	
14,56	98	11,17	0.05	1/4	5	13,98	32	3,58	
10,82	22	7,35	0.05	1/2	5	11,51	16	5,5	
16,34	90	13,02	0.07	1/4	10	17,17	32	8,32	
19,53	22	16,11	0.07	1/2	10	21,94	20	15,84	
10,64	98	6,49	0.07	1/4	5	13,82	26	4,7	
18,65	22	14,78	0.07	1/2	5	14,49	18	7,6	

Fuente: Propia

Tabla 15: Algoritmo NLMS valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=24, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO NLMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/3$			
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)
24,68	29,57	0.01	1/4	10	24,65	59,01
23,79	30	0.01	1/2	10	23,44	60
19,28	29,51	0.01	1/4	5	18,26	59,41
18,91	30,25	0.01	1/2	5	18,33	59,8
25,84	30	0.03	1/4	10	24,68	59
23,48	30,47	0.03	1/2	10	25,4	60
18,32	30	0.03	1/4	5	19,8	59
18,35	30,12	0.03	1/2	5	18,59	60
25,9	29,67	0.05	1/4	10	24,69	59,29
26,27	30,25	0.05	1/2	10	25	60
19,23	29,63	0.05	1/4	5	18,96	59,4
19,87	30,72	0.05	1/2	5	17,68	60
24,25	30,01	0.07	1/4	10	25,43	59,13
26,15	30,63	0.07	1/2	10	25,38	60
19,76	29	0.07	1/4	5	16,41	59,32
19,55	30,5	0.07	1/2	5	18,3	60

Fuente: Propia

Tabla 16: Valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) Algoritmo NLMS para arreglo M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO NLMS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$					
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
21,67	18	12,57	0.01	1/4	10	21,64	10	11,74
20,78	8	11,47	0.01	1/2	10	20,43	5	10,91
16,27	18	7,5	0.01	1/4	5	15,25	9	6,57
15,89	10	7,25	0.01	1/2	5	15,32	4	7,16
22,83	22	13,97	0.03	1/4	10	21,67	10	9,79
20,47	7	11,58	0.03	1/2	10	22,39	5	12,85
15,31	14	7,67	0.03	1/4	5	16,79	8	7,3
15,34	6	6,29	0.03	1/2	5	15,58	5	7,05
22,88	20	14,03	0.05	1/4	10	21,68	12	10,25
23,26	8	13,95	0.05	1/2	10	21,98	8	12,08
16,22	16	7,42	0.05	1/4	5	15,95	10	5,46
16,86	12	9	0.05	1/2	5	14,67	5	5,75
21,24	36	12,64	0.07	1/4	10	22,42	10	10,53
23,14	12	13,9	0.07	1/2	10	22,36	4	12,73
16,75	16	6,66	0.07	1/4	5	13,4	10	3,73
16,54	10	7,84	0.07	1/2	5	15,29	4	6,4

Fuente: Propia

4.4 SIMULACIONES: ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA, CURVA DE APRENDIZAJE FUNCIÓN DE COSTO, EFICIENCIA SINR ENTRADA VS. SALIDA

4.4.1 CONSIDERACIONES

A continuación se indican ciertos parámetros a tener en cuenta para el desarrollo del presente algoritmo.

Tabla 17: Parámetros Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada

ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA (NLMS)	
PARÁMETRO	VALOR
μ =Tamaño de paso	0,0008; 0,001; 0,003; 0,005
ϵ = constante positiva mínima	0.002
β = constante escalar positiva de rango $0 < \beta \leq 1$	0.99
SINR ingreso = Relación señal a interferencia más ruido de ingreso	5; 10 dB
M = Número de antenas en el arreglo	8; 16; 24
d/λ = Longitud de onda	1/4 ; 1/2
N* = Número de iteraciones	1000
pruebas = Número de experimentos	120
θ = Ángulo de incidencia señal deseada	$\pi/6, \pi/3$
θ_2 = Ángulo de incidencia señal interferente	$\pi/4$
A1+s1 = Amplitud + Señal de interés	$\text{Cos}(2\pi)$
A2+s2 = Amplitud+ Señal interferente	$0.2 * \text{Sen}(4\pi)$

N*= número de iteraciones aumenta en relación con el alcance de la posible solución

Fuente: Propia

Cabe recalcar que se adiciona la constante β ; relacionada con la recursión necesaria para alcanzar el vector óptimo de pesos.

También es importante mencionar que en ciertos casos el número de iteraciones empleadas se incrementa; esto es debido a razones que son detalladas posteriormente.

4.4.2 CURVAS DE APRENDIZAJE ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA

Se visualizan a continuación las gráficas pertenecientes a las curvas de aprendizaje promedio, con cada uno de los valores de tamaño de paso para un arreglo de 8,16 y 24 antenas. **Figuras 4.18 – 4.19.**

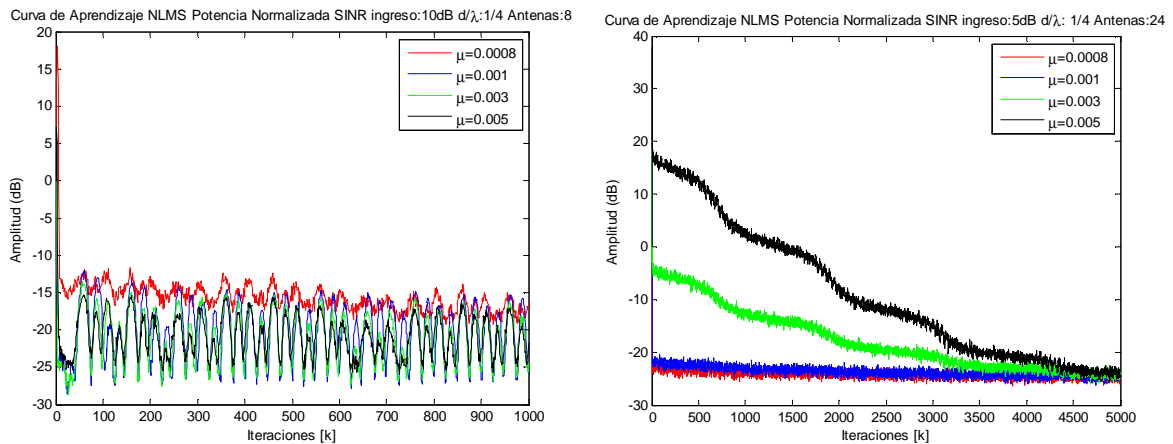


Figura 4.16: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: μ : 0.0008, 0.001, 0.003, 0.005 SINR ingreso=10, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$, $M=8$ (izquierda), μ : 0.0008, 0.001, 0.003, 0.005 SINR ingreso=5, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$, $M=24$ (derecha).

Fuente: Propia

En la **Figura 4.16** se observa un incremento en las iteraciones ($M=24$ $N=5000$), con motivo del aumento del número de antenas existe una tendencia a no alcanzar el estado permanente, por lo que en un arreglo de 24 elementos se muestra que para los valores de $\mu=0.003$ y 0.005 , el algoritmo bajo las mencionadas circunstancias no proporciona una solución aceptable.

Se determina que a medida que el número de elementos aumenta el estado permanente de las curvas se alcanza con un número mayor de iteraciones; así que a partir de $N=5000$ se observa, que para un valor de tamaño de paso que va en aumento comienza su estabilización, a diferencia de los valores de μ más pequeños (0.0008 y 0.001) que alcanzan con un valor menor de iteraciones una solución posible para el algoritmo.

A continuación se indican en las **Tablas: 18-19** los valores pertenecientes al número de iteraciones a partir de las cuales inicia el algoritmo a tener estabilidad así como también el valor de SINR a la salida en dB.

Tabla 18: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada con valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$				ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$		
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-16	660	0.0008	$\frac{1}{4}$	10	450	-16
-22	400	0.0008	$\frac{1}{2}$	10	350	-26
-16	450	0.0008	$\frac{1}{4}$	5	390	-16
-19	300	0.0008	$\frac{1}{2}$	5	350	-20
-15	350	0.001	$\frac{1}{4}$	10	350	-17
-22	375	0.001	$\frac{1}{2}$	10	250	-26
-15	550	0.001	$\frac{1}{4}$	5	350	-16
-18	300	0.001	$\frac{1}{2}$	5	250	-20
-16	560	0.003	$\frac{1}{4}$	10	410	-18
-22,5	460	0.003	$\frac{1}{2}$	10	250	-26
-15	550	0.003	$\frac{1}{4}$	5	560	-16
-18	450	0.003	$\frac{1}{2}$	5	550	-19
-16	500	0.005	$\frac{1}{4}$	10	600	-20
-22,5	550	0.005	$\frac{1}{2}$	10	550	-25
-15	600	0.005	$\frac{1}{4}$	5	650	-16
-17	650	0.005	$\frac{1}{2}$	5	700	-17
-17,81	481,56	PROMEDIO			438,15	-19,63

Fuente: Propia

A partir de un valor de M=16 elementos y para un tamaño de paso de (0,005) se puede observar la necesidad de incrementar las iteraciones (**Ver Anexo 3: Figuras 13-14 Tabla g**); también se visualiza el mismo comportamiento para un arreglo de 24 antenas.

Tabla 19: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada con valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con $M=24$, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda= \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 24 ANTENAS $\theta=\pi/6$				ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 24 ANTENAS $\theta=\pi/3$		
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-31	100	0.0008	$\frac{1}{4}$	10	600	-31
-31	200	0.0008	$\frac{1}{2}$	10	575	-31
-24	100	0.0008	$\frac{1}{4}$	5	400	-24
-23	200	0.0008	$\frac{1}{2}$	5	300	-23
-31	200	0.001	$\frac{1}{4}$	10	575	-31
-31	200	0.001	$\frac{1}{2}$	10	490	-31
-22,5	700	0.001	$\frac{1}{4}$	5	575	-22,5
-23	700	0.001	$\frac{1}{2}$	5	700	-23
-19	825	0.003	$\frac{1}{4}$	10	725	-18
-18	800	0.003	$\frac{1}{2}$	10	825	-19
-11	900	0.003	$\frac{1}{4}$	5	910	-9
-9	875	0.003	$\frac{1}{2}$	5	925	-9
-13	5000*	0.005	$\frac{1}{4}$	10	4750*	-12
-14	5000*	0.005	$\frac{1}{2}$	10	4750*	-11
-24	4750*	0.005	$\frac{1}{4}$	5	4500*	-24
-24	4750*	0.005	$\frac{1}{2}$	5	4500*	-23
-21,78	1581,25	PROMEDIO			1631,25	-21,34

*: Se incrementa el número de iteraciones a 5000 para observar de mejor manera en comportamiento del algoritmo

Fuente: Propia

En las **Tablas 18 y 19** se observa que para los valores de tamaño de paso pertenecientes a $\mu=0.005$ es necesario el aumento de las iteraciones las mismas que permiten determinar si la solución del algoritmo en dichas circunstancias es admisible.

Es importante recalcar que el tamaño de valor de paso en este algoritmo se ve directamente afectado por el valor de M ; debiendo ser $\mu < M$, en comparación con los valores empleados en el algoritmo NLMS.

4.4.3 EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA

En las **Figuras 4.17** se muestra el proceso de recuperación de la señal en sus componentes respectivas, resultantes del empleo del algoritmo NLMS con Potencia Normalizada.

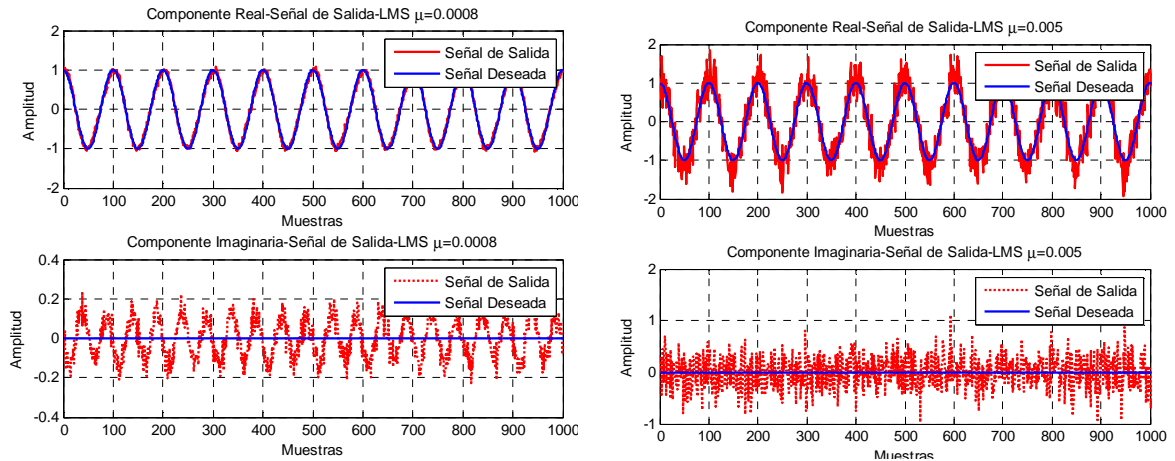


Figura 4.17: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: señal de salida para un arreglo de 8 antenas con $\mu=0.0008$ SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (izquierda) y señal de salida para un arreglo de 24 antenas con $\mu=0.005$ SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (De izquierda a derecha)

Fuente: Propia

En este caso, en la **Figura 4.17** se puede observar lo que acontece a medida que el tamaño de paso se incrementa y las variaciones que reflejan en la recuperación de la señal.

Al incrementar el ruido de ingreso (**Ver Anexo 3: Figuras 15**) se observan oscilaciones en la señal de salida recuperada de manera particular en un arreglo de 24 elementos, esto en la parte real. En cuanto a la parte imaginaria la amplitud de la señal va creciendo.

El proceso de recuperación es aceptable hasta un arreglo de 16 elementos ya que al aumentar a 24 se tienen claramente la presencia de fuertes oscilaciones en la señal de salida; de la misma manera, en la parte imaginaria la amplitud toma un valor creciente. (**Anexo 3: Figura 16 - 17**).

4.4.4 LÓBULOS DE RADIACIÓN ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA NORMALIZADA

Seguidamente se muestran los lóbulos pertenecientes a los valores angulares de $\theta=\pi/6$ en primera instancia. **Figuras: 4.18 – 4.19.**

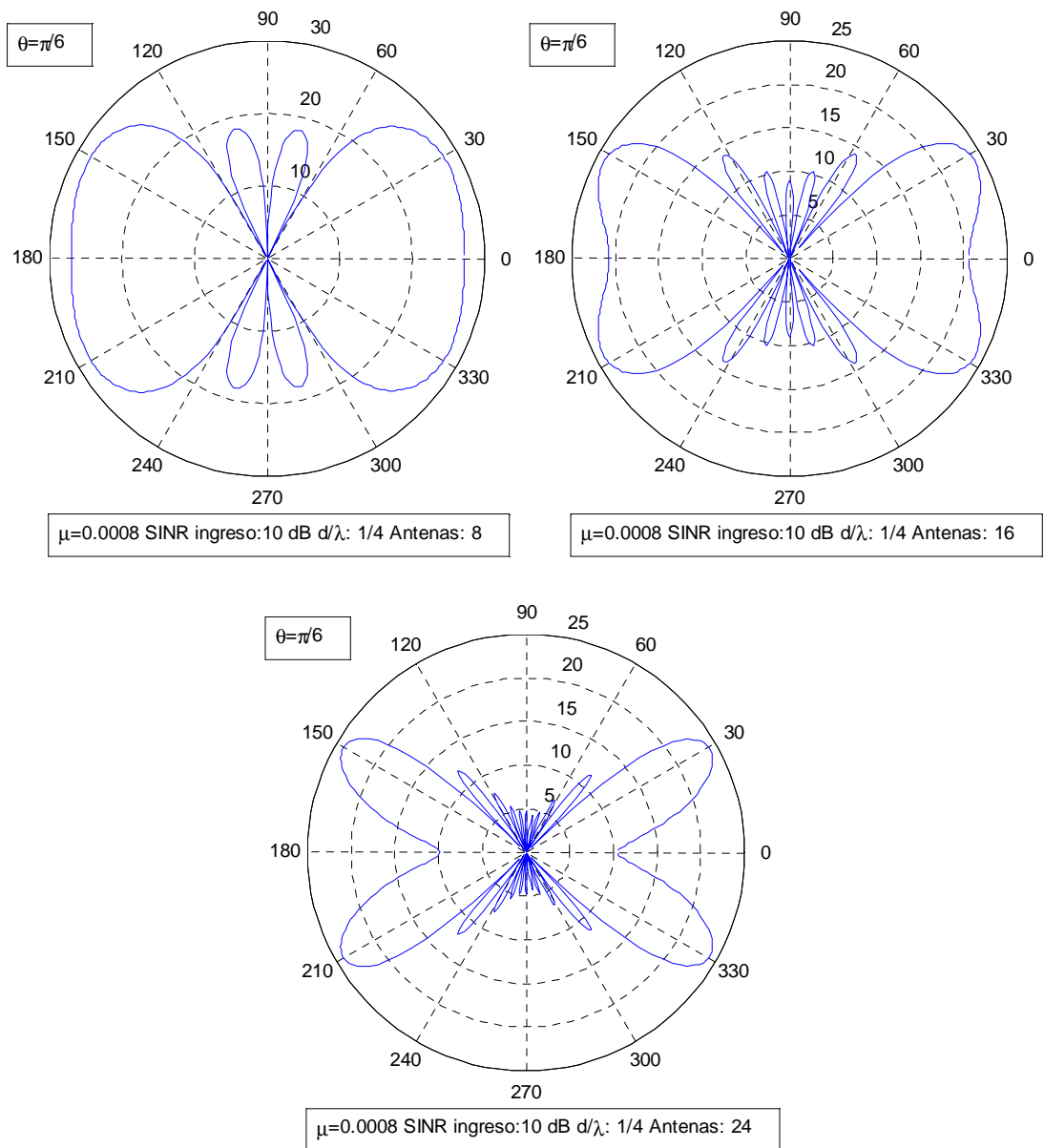


Figura 4.18: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.0008$ (de izquierda a derecha), SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

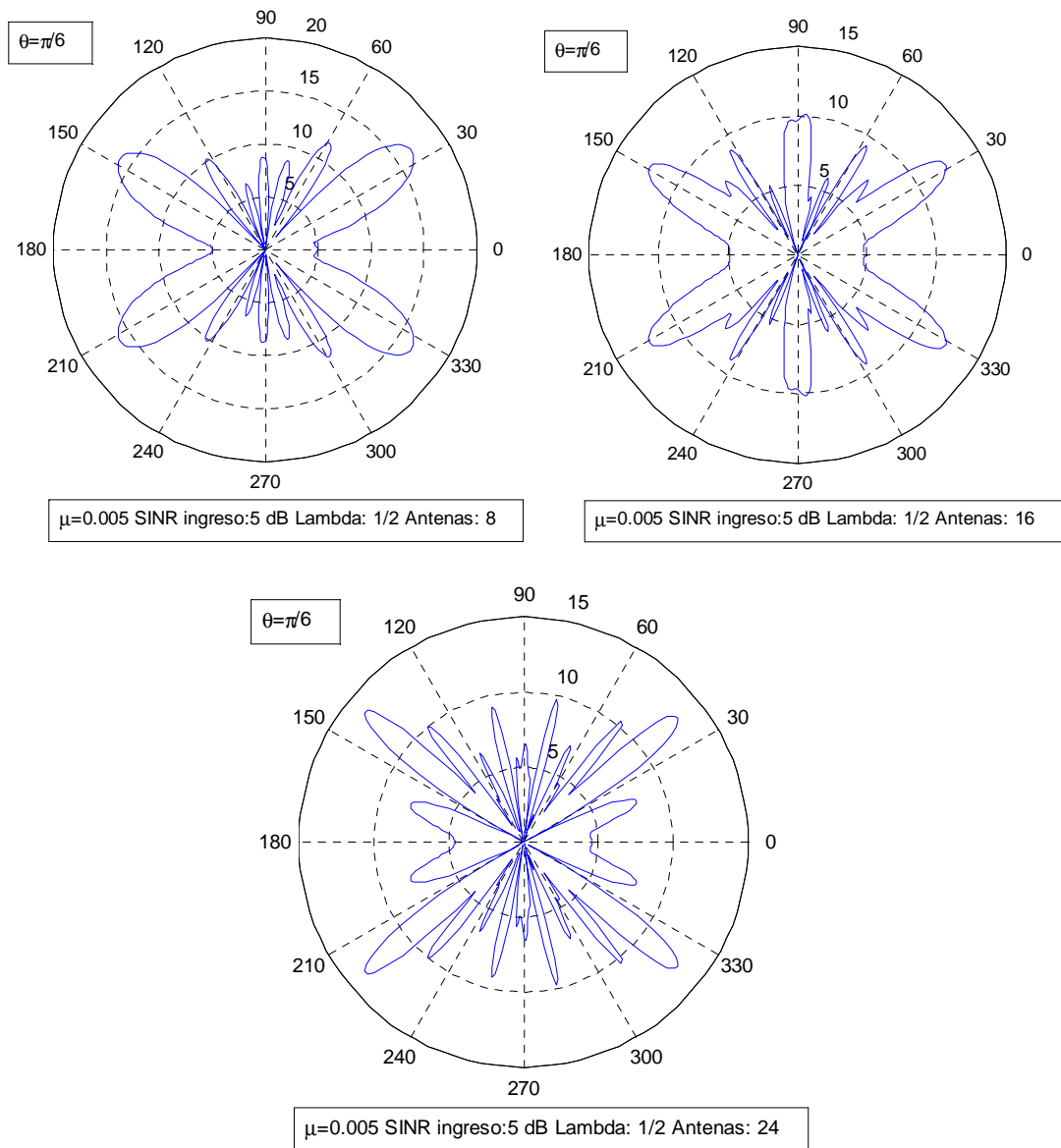


Figura 4.19: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.005$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

Vale la pena mencionar que para los lóbulos de radiación para 16 y 24 elementos se incrementaron el número de iteraciones a 5000, aunque se vuelve inaceptable para 16 y 24 elementos del arreglo. (**Ver Anexo 3: Figuras 18 - 19**)

A continuación se presentan las gráficas de los lóbulos para un valor de $\theta=\pi/3$.

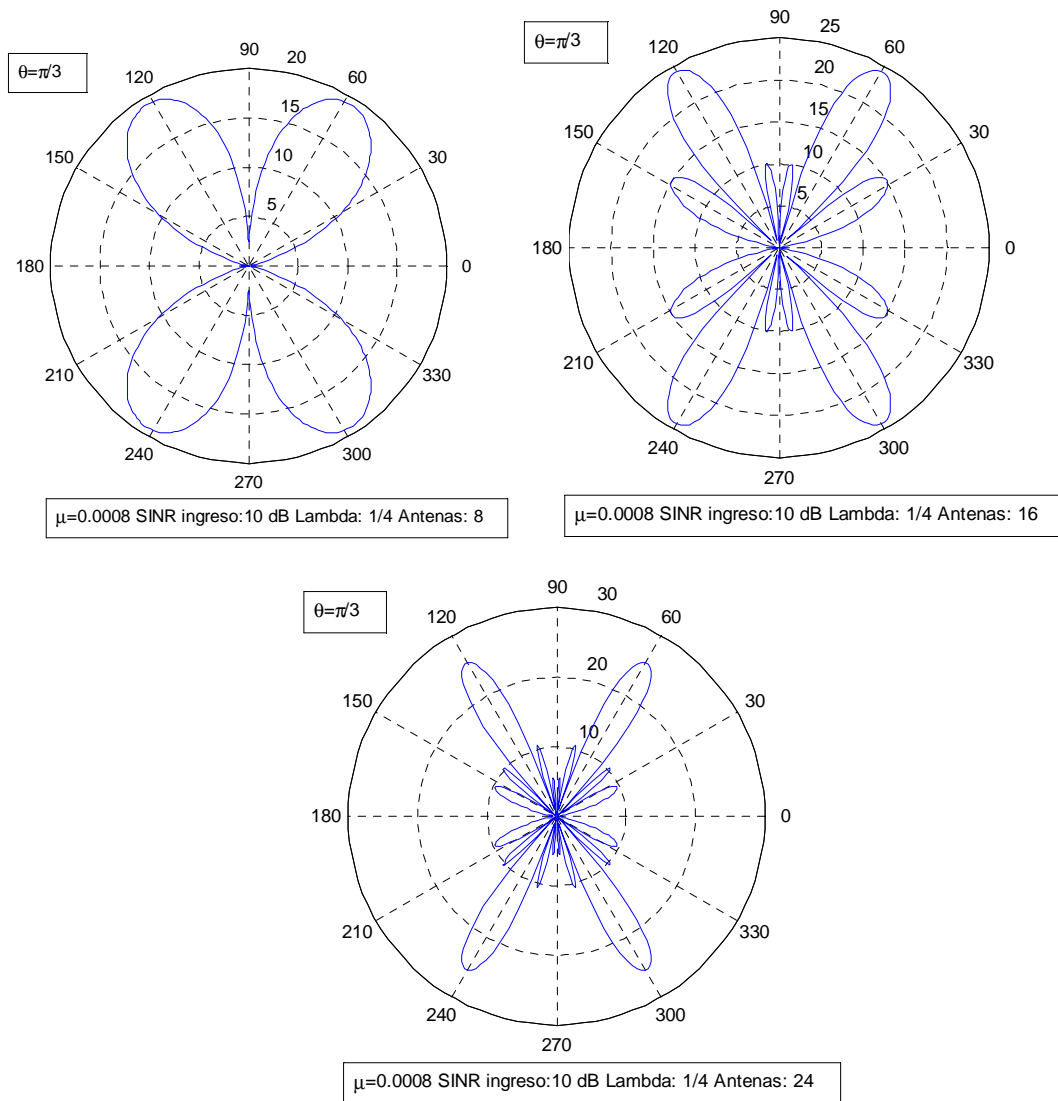


Figura 4.20: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.0008$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

Al emplear un tamaño de paso pequeño ($\mu=0.0008$), se observa que los lóbulos de radiación resultantes, brindan una alta directividad para el valor deseado. **(Ver Anexo 3 Figura: 20)**

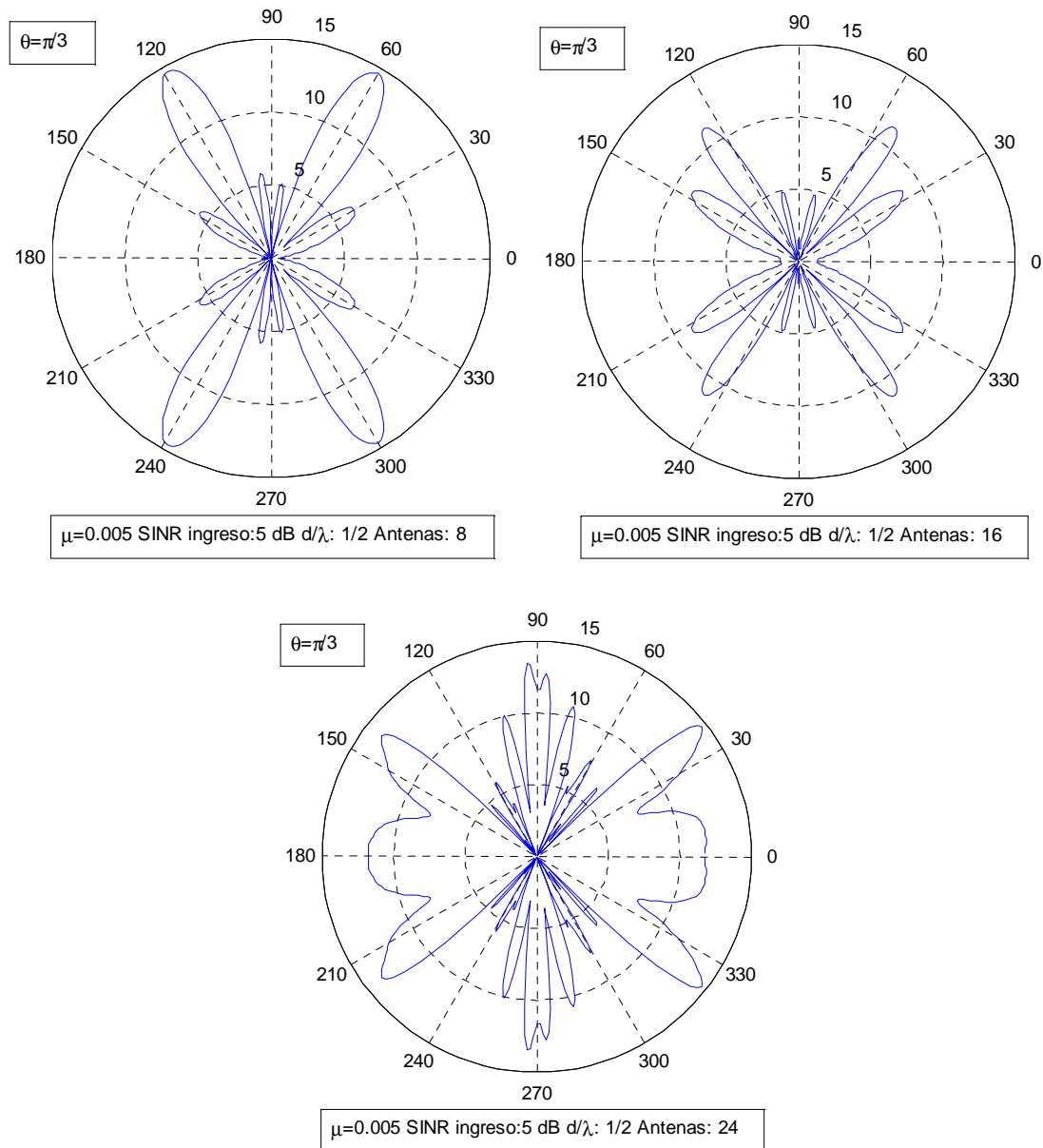


Figura 4.21: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.005$, SINR ingreso=5 dB, $\lambda=0.5$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

De la gráfica anterior observa claramente, que para los arreglos de 16 y 24 elementos el algoritmo muestra su incapacidad para producir lóbulos convenientes. **(Ver Anexo 3 Figura: 21 Tabla h e i)**

A continuación en las **Tablas 20-23** se muestran los datos de potencia máxima, ángulo máximo y los indicadores de media potencia y Nivel de lóbulo lateral que permiten enfatizar las observaciones antes mencionadas; en ese orden.

Tabla 20: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada, valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con $M=8$, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 8 ANTENAS $\theta=\pi/6$					ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 8 ANTENAS $\theta=\pi/3$	
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)
23,25	30	0.0008	1/4	10	20,11	57
22,04	34	0.0008	1/2	10	20,12	60
15,98	30	0.0008	1/4	5	16,86	56
17,25	34	0.0008	1/2	5	15,22	60
22,77	30	0.001	1/4	10	22,63	58
22,96	34	0.001	1/2	10	22,93	60,01
15,8	30	0.001	1/4	5	12,6	56
16,49	33	0.001	1/2	5	14,15	60
22,43	30	0.003	1/4	10	18,49	61
24,22	34,01	0.003	1/2	10	24,49	60
15,76	29	0.003	1/4	5	15,5	59,47
16,26	34	0.003	1/2	5	11,77	59,53
19,21	29	0.005	1/4	10	18,14	63
23,85	33	0.005	1/2	10	20,4	61
17,11	30	0.005	1/4	5	16,37	58
18,42	33	0.005	1/2	5	13,02	61

Fuente: Propia

Tabla 21: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$						ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$		
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
20,23	60	12,77	0.0008	$\frac{1}{4}$	10	17,1	29	1,99
19,02	20	13,91	0.0008	$\frac{1}{2}$	10	17,11	16	9,69
12,97	60	6,59	0.0008	$\frac{1}{4}$	5	13,85	30	9,32
14,24	20	7,7	0.0008	$\frac{1}{2}$	5	12,21	14	5,8
19,75	60	13,61	0.001	$\frac{1}{4}$	10	19,62	33	3,29
19,95	19	15,2	0.001	$\frac{1}{2}$	10	19,92	15	12,73
12,79	60	7,8	0.001	$\frac{1}{4}$	5	9,59	29	1,47
13,48	19	8,42	0.001	$\frac{1}{2}$	5	11,13	14	5,52
19,42	56	14,83	0.003	$\frac{1}{4}$	10	15,48	32	5,94
21,21	19	17,72	0.003	$\frac{1}{2}$	10	21,48	16	14,93
12,75	58	7,18	0.003	$\frac{1}{4}$	5	12,49	31	2,59
13,25	16	8,87	0.003	$\frac{1}{2}$	5	8,76	15	3,37
16,2	48	11,67	0.005	$\frac{1}{4}$	10	15,13	30	7,35
20,84	16	17,81	0.005	$\frac{1}{2}$	10	17,39	16	9,79
14,1	54	8,01	0.005	$\frac{1}{4}$	5	13,36	32	5,5
15,41	17	13	0.005	$\frac{1}{2}$	5	10	16	3,77

Fuente: Propia

Tabla 22: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con $M=24$, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda= 1/4, 1/2$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 24 ANTENAS $\theta=\pi/6$					ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 24 ANTENAS $\theta=\pi/3$	
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)
23,98	30	0.0008	1/4	10	24,19	59
25,02	30	0.0008	1/2	10	24,58	60
16,53	29	0.0008	1/4	5	17,25	59
18,33	30,9	0.0008	1/2	5	18,06	60
25,42	30	0.001	1/4	10	25,41	59
25	30,38	0.001	1/2	10	25,32	60
18,2	29	0.001	1/4	5	18,78	59
19,75	31	0.001	1/2	5	19,57	60
22,56	30	0.003	1/4	10	23,38	59
21,86	30	0.003	1/2	10	24,34	60
14,09	26	0.003	1/4	5	15,57	61
12,4	28	0.003	1/2	5	15,96	61
gráficamente no es posible	gráficamente no es posible	0.005	1/4	10	gráficamente no es posible	gráficamente no es posible
gráficamente no es posible	gráficamente no es posible	0.005	1/2	10	gráficamente no es posible	gráficamente no es posible
gráficamente no es posible	gráficamente no es posible	0.005	1/4	5	gráficamente no es posible	gráficamente no es posible
gráficamente no es posible	gráficamente no es posible	0.005	1/2	5	gráficamente no es posible	gráficamente no es posible
gráficamente no es posible	gráficamente no es posible	0.005	1/2	5	gráficamente no es posible	gráficamente no es posible

Fuente: Propia

Tabla 23: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$						ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 24 ANTENAS $\theta = \pi/3$		
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
20,97	16	11,92	0.0008	1/4	10	21,18	9	8,91
22	10	9,42	0.0008	1/2	10	21,57	6	11,85
13,52	15	5,36	0.0008	1/4	5	14,24	12	5,45
15,32	9	7,38	0.0008	1/2	5	15,05	5	6,31
22,41	16	12,5	0.001	1/4	10	22,4	10	10,71
22	8,5	13,13	0.001	1/2	10	22,31	6	12,39
15,19	13	6,69	0.001	1/4	5	15,76	10	4,93
16,74	8	9,21	0.001	1/2	5	16,57	5	7,8
19,55	16	12,32	0.003	1/4	10	20,37	10	13,39
18,85	8	8,97	0.003	1/2	10	21,33	5	13,12
11,08	54	9,4	0.003	1/4	5	12,56	9	9,16
9,39	18	5,66	0.003	1/2	5	12,95	5	15,12
Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	0.005	1/4	10	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible
Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	0.005	1/2	10	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible
Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	0.005	1/4	5	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible
Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	0.005	1/2	5	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible	Gráficamente no es posible

Fuente: Propia

En las **Tablas 22 y 23** anteriores se observa que en este caso existen valores para los que gráficamente no es posible representar un lóbulo de radiación adecuado.

4.5 SIMULACIONES: ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS), CURVA DE APRENDIZAJE FUNCIÓN DE COSTO, EFICIENCIA SINR ENTRADA VS. SALIDA

4.5.1 CONSIDERACIONES:

Los parámetros a tener presente para este algoritmo se indican en la **Tabla 33**, a continuación:

Tabla 24: Parámetros Algoritmo RLS

ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS)	
PARÁMETRO	VALOR
λ =Factor de Olvido	0,95;0,99;1
ϵ = constante positiva mínima	0.00001
SINR ingreso = Relación señal a interferencia más ruido de ingreso	5, 10 dB
M = Número de antenas en el arreglo	8,16,24
d/ λ = Longitud de onda	$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$
N = Número de iteraciones	1000
pruebas = Número de experimentos	120
θ = Ángulo de incidencia señal deseada	$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$
θ_2 = Ángulo de incidencia señal interferente	$\frac{\pi}{4}$
A1+s1 = Amplitud + Señal de interés	$\text{Cos}(2\pi)$
A2+s2 = Amplitud+ Señal interferente	$0.2*\text{Sen}(4\pi)$

Fuente: Propia

En donde se introduce el parámetro denominado factor de olvido (λ); el mismo que es el encargado de agregar más o menos memoria al filtro; es decir tomar en cuenta datos pasados o descartarlos y considerar únicamente datos nuevos.

4.5.2 CURVAS DE APRENDIZAJE ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS)

Ahora se muestran las curvas de aprendizaje pertenecientes al algoritmo en cuestión.
Figura 4.22.

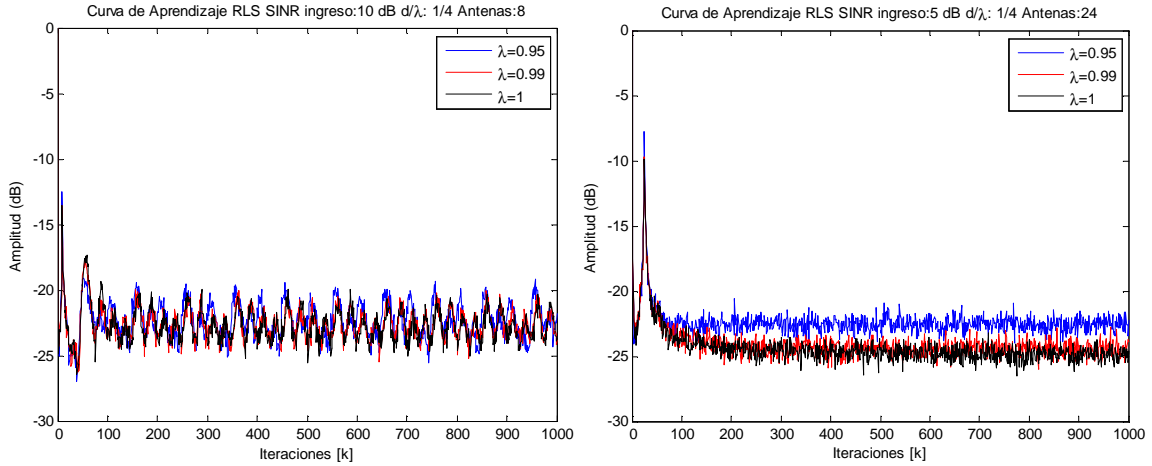


Figura 4.22: Algoritmo RLS: Factor de olvido: 0.95, 0.99, 1 SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ Y Factor de olvido: 0.95, 0.99, 1 SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

En este caso se manejan tres valores del factor de olvido; este es el parámetro que permite controlar el nivel de memoria en el algoritmo (valores de entrada y salida desde que se inicia la ejecución del mismo). Además se nota claramente que esta comparación de los algoritmos expuestos anteriormente necesita de un número bajo de iteraciones para alcanzar la estabilidad en la curva de aprendizaje.

En las **Tablas 25 - 26**, se presentan los datos correspondientes a las iteraciones y el SINR de salida para arreglos de 8 y 24 elementos.

Tabla 25: Algoritmo RLS, valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con $M=8$, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda= \frac{1}{4}, \frac{1}{2}$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$

ALGORITMO RLS 8 ANTENAS $\theta=\pi/6$					ALGORITMO RLS 8 ANTENAS $\theta=\pi/3$	
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-21	110	0.95	$\frac{1}{4}$	10	100	-23
-25	100	0.95	$\frac{1}{2}$	10	75	-26
-16,5	100	0.95	$\frac{1}{4}$	5	100	-17,5
-18,5	50	0.95	$\frac{1}{2}$	5	100	-19
-22	150	0.99	$\frac{1}{4}$	10	100	-24
-26	100	0.99	$\frac{1}{2}$	10	100	-26
-17,5	110	0.99	$\frac{1}{4}$	5	110	-18
-19	100	0.99	$\frac{1}{2}$	5	75	-20
-21	175	1	$\frac{1}{4}$	10	95	-24
-26	125	1	$\frac{1}{2}$	10	100	-26
-17,5	150	1	$\frac{1}{4}$	5	130	-18
-19	100	1	$\frac{1}{2}$	5	75	-20
-20,75	114,17	PROMEDIO			96,7	-21,79

Fuente: Propia

Tabla 26: Algoritmo RLS, valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con M=24, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO RLS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$		ALGORITMO RLS 24 ANTENAS $\theta = \pi/3$				
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-29	100	0.95	1/4	10	100	-29
-29	100	0.95	1/2	10	100	-29
-22,5	100	0.95	1/4	5	100	-22,5
-22,5	100	0.95	1/2	5	100	-22,5
-31	200	0.99	1/4	10	150	-31
-31	200	0.99	1/2	10	150	-29
-24	175	0.99	1/4	5	150	-24
-24	175	0.99	1/2	5	150	-24
-31,5	225	1	1/4	10	300	-29
-31	200	1	1/2	10	200	-29
-25	300	1	1/4	5	200	-25
-25	300	1	1/2	5	200	-25
-27,13	181,25	PROMEDIO			158,33	-26,58

Fuente: Propia

Las tablas antes mencionadas validan la observación de la necesidad de un número menor de iteraciones para lograr la estabilidad; al comparar con los algoritmos anteriores se nota una disminución drástica; cuya ventaja se traduce en lograr una rápida velocidad de convergencia. Para observar gráficas adicionales (Ver Anexo 4: Figura 22, Tabla j).

4.5.3 EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA ALGORITMO DE MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS

En las **Figura 4.39**, se aprecia la recuperación de la señal en sus distintas componentes: real e imaginaria.

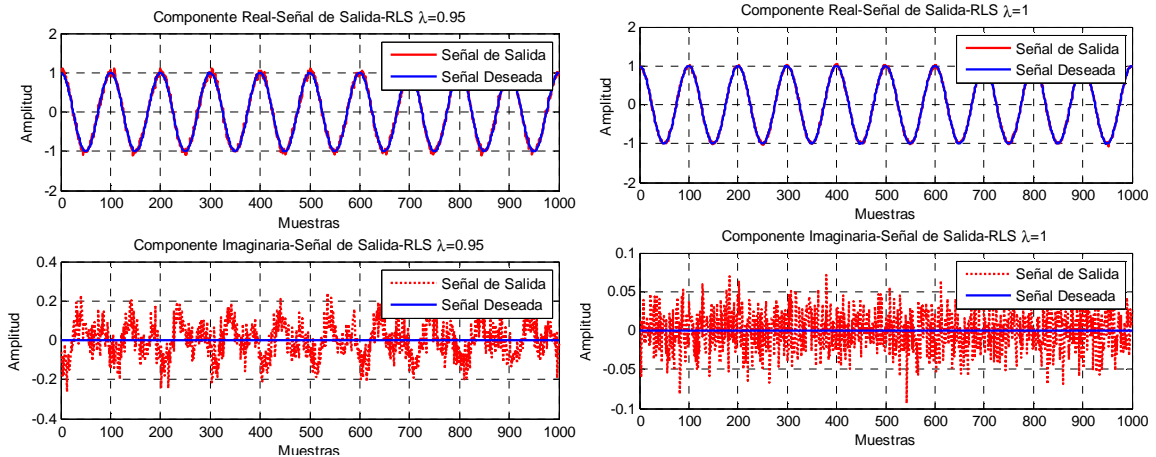


Figura 4.23: Algoritmo RLS: señal de salida para un arreglo de $M=8$ en algoritmo RLS con $\lambda =0.95$ SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (izquierda) y señal de salida para $M=24$ en algoritmo RLS con $\lambda =1$ SINR ingreso=10 dB (derecha), $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$

Fuente: Propia

En la **Figura 4.23** se observa que al trabajar con un valor mínimo de ruido (10 dB), en la parte real las oscilaciones con un factor de olvido de 0.95 (arreglo 8 elementos) disminuyen al aumentar a 1 (arreglo 24 elementos); en tanto que en la parte imaginaria la amplitud decrece. Al usar un valor de ruido superior las oscilaciones presentes en la parte real con 8 elementos en el arreglo disminuyen al trabajar con 24 elementos y la amplitud en la parte imaginaria también decrementa. (**Ver Anexo 4: Figura 23**)

4.5.4 LÓBULOS DE RADIACIÓN ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS RECURSIVOS (RLS)

Se muestran a continuación los lóbulos correspondientes a un valor de $\theta=\pi/6$. **Figuras 4.24 -4.25.**

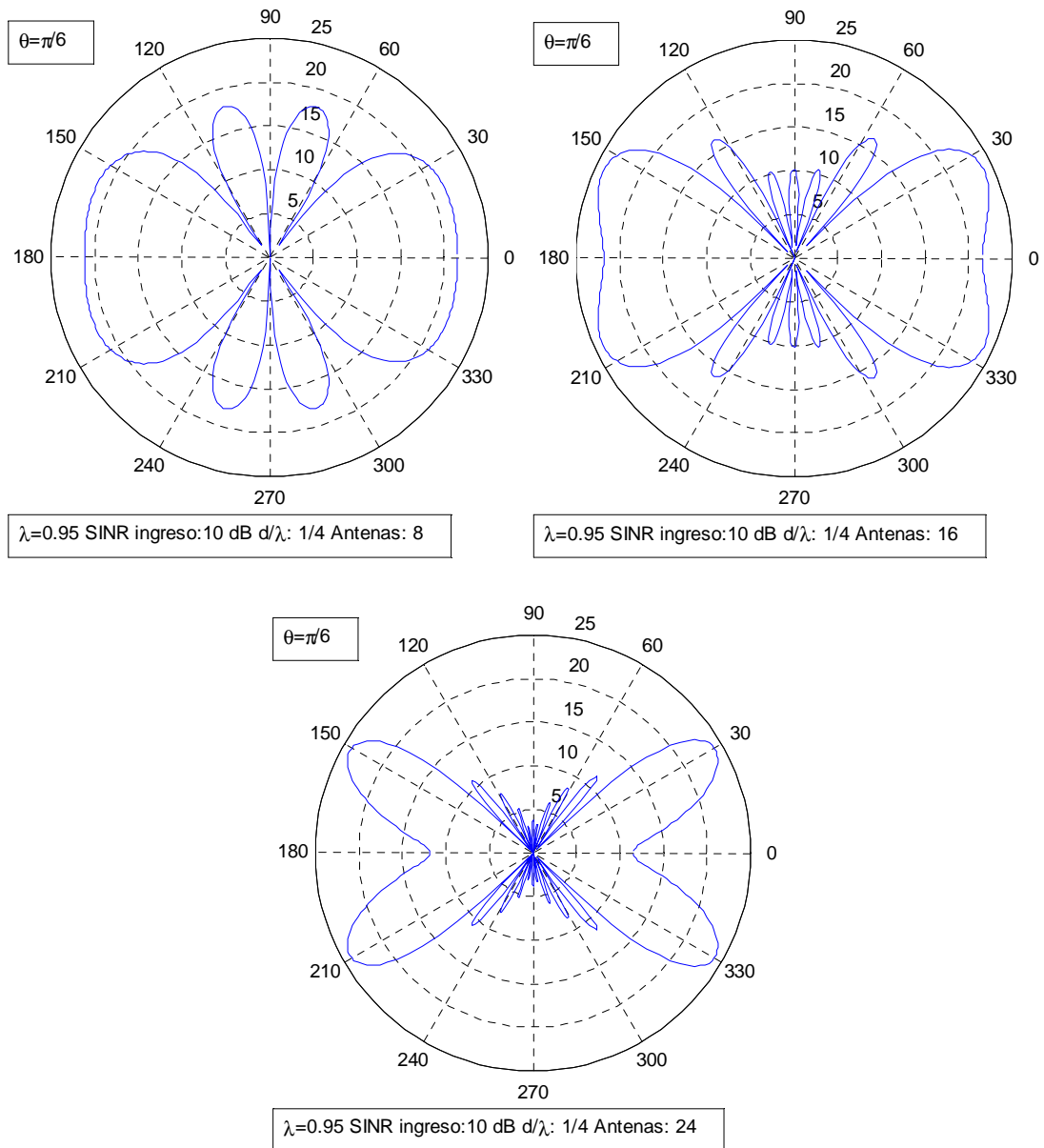


Figura 4.24: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda=0.95$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta=\pi/6$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

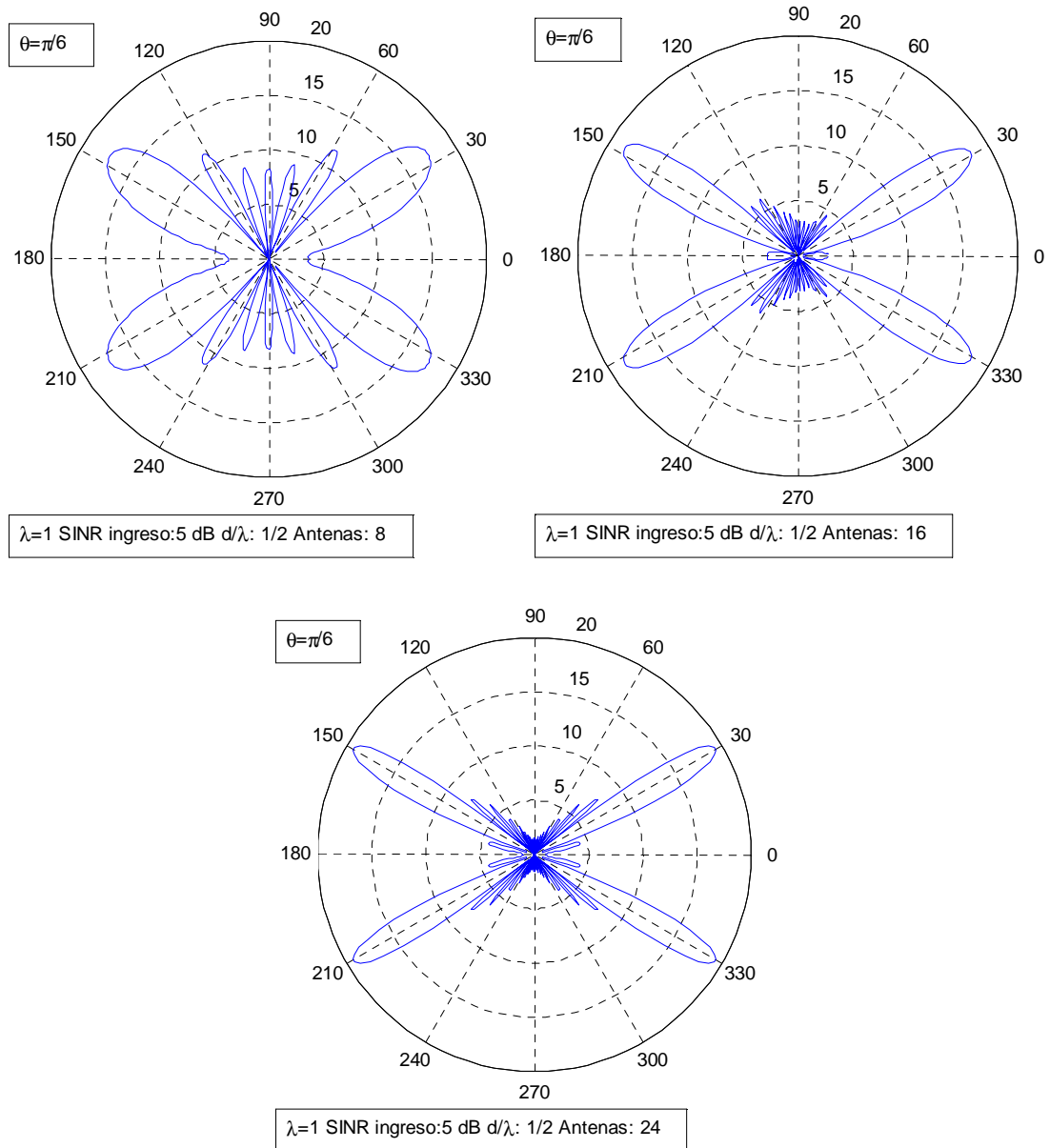


Figura 4.25: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda = 1$, SINR ingreso = 5 dB, $d/\lambda = 0.5$, $\theta = \pi/6$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

Ahora se presentan los lóbulos para un valor de $\theta = \pi/6$. **Figuras 4.26 – 4.27.**

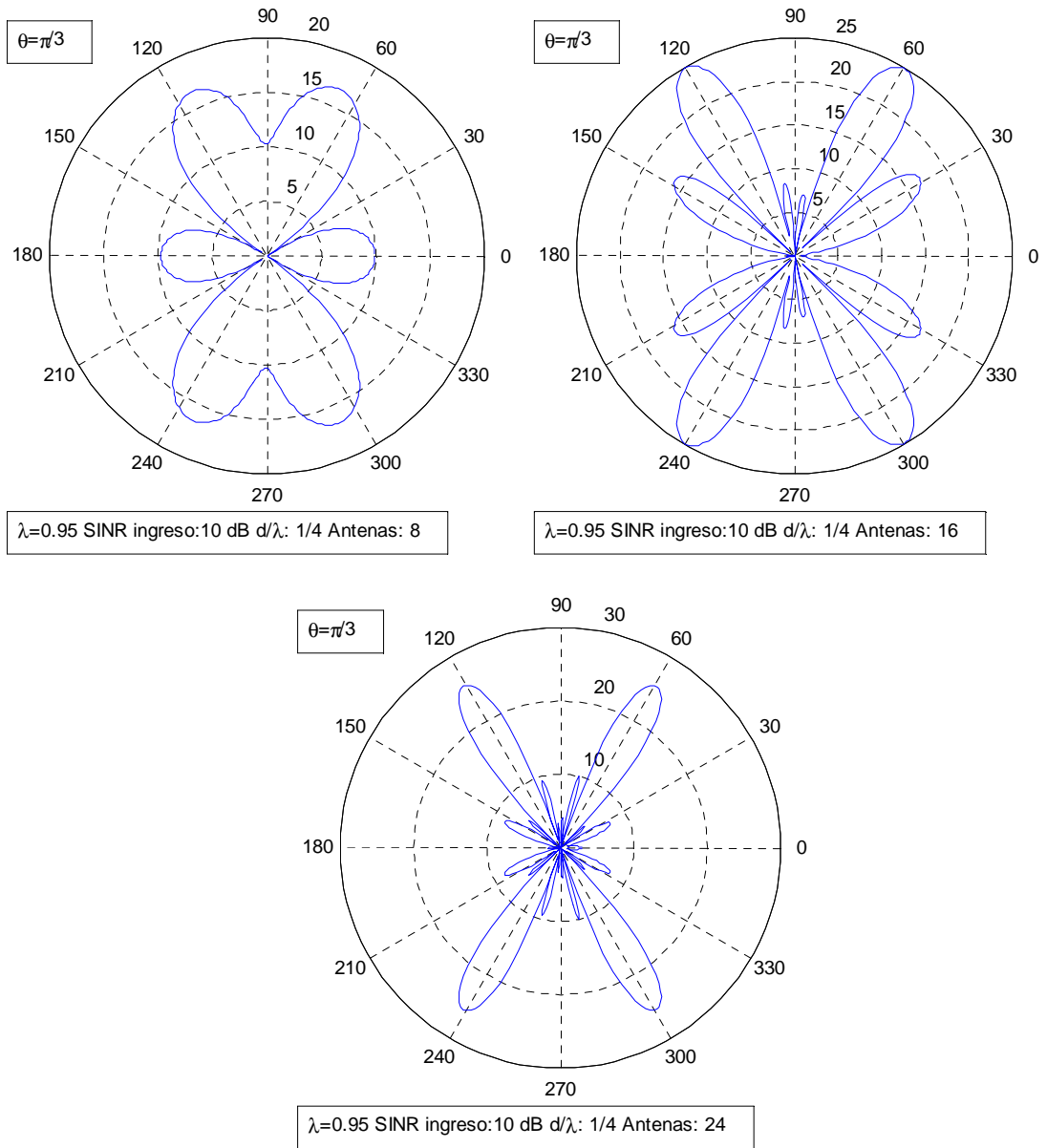


Figura 4.26: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda = 0.95$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda = 0.25$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

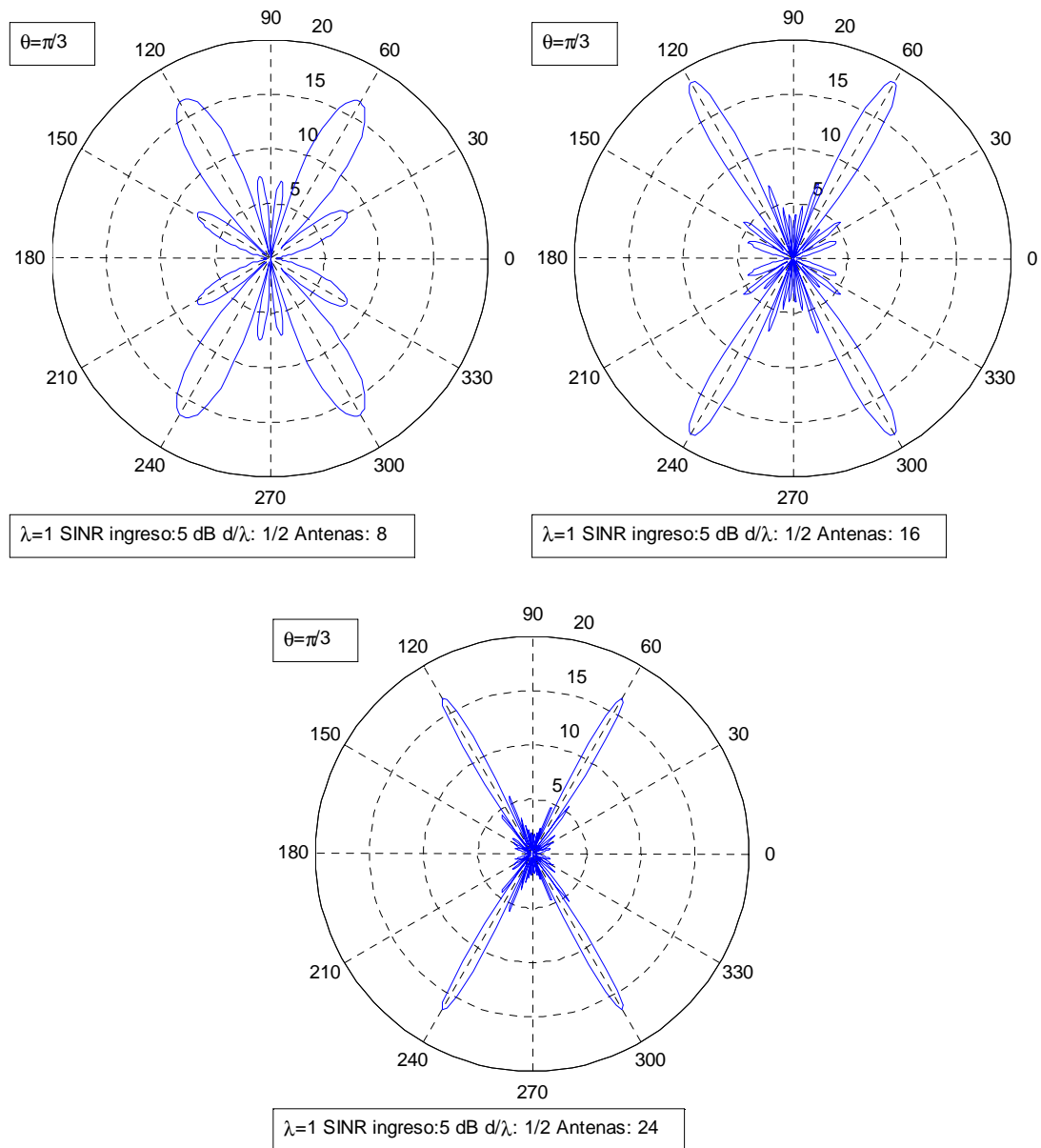


Figura 4.27: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda = 1$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda = 0.5$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

Se observa una directividad de mejor calidad en el empleo de este algoritmo. (**Ver Anexo 4: Figuras 24 - 27**).

Ahora se muestra las **Tablas 27 – 30** correspondientes a los valores de Potencia máxima, ángulo máximo y valores pertenecientes a media potencia y Nivel de lóbulo lateral para los arreglos de 8 y 24 elementos en ese orden. (**Ver Anexo 4: Tablas k y l**)

Tabla 27: Algoritmo RLS valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO RLS 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO RLS 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$			
POTENCIA MAX. (dB)	ANGULO MAX. (°)	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ANGULO MAX. (°)
22,65	22	0.95	1/4	10	17,62	64
23,47	33	0.95	1/2	10	21,82	60
15,69	26	0.95	1/4	5	24,64	59,27
15,81	33	0.95	1/2	5	17,55	59
23,11	19	0.99	1/4	10	13,16	67
26,08	33	0.99	1/2	10	21,59	61
21,69	25	0.99	1/4	5	13,1	61
14,94	33,53	0.99	1/2	5	14,57	61
21,78	22	1	1/4	10	14,12	67
25,04	33	1	1/2	10	23,87	60,4
14,43	26	1	1/4	5	14,12	59
19,06	33	1	1/2	5	14,07	60,4

Fuente: Propia

Tabla 28: Algoritmo RLS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo de M=8, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO RLS 8 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO RLS 8 ANTENAS $\theta = \pi/3$					
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo Lateral (dB)
19,64	50	19,3	0.95	1/4	10	14,61	32	10,67
20,46	19	18,12	0.95	1/2	10	18,81	17	12,47
12,68	49	9,27	0.95	1/4	5	21,63	28	12,09
12,8	15	9,49	0.95	1/2	5	14,54	18	7,46
20,1	42	20,96	0.99	1/4	10	10,15	23	8
23,07	20	21,57	0.99	1/2	10	18,58	14	12,55
18,68	55	15,53	0.99	1/4	5	10,09	30	3,79
11,93	17	8,94	0.99	1/2	5	11,56	13	5,37
18,76	44	19,54	1	1/4	10	11,11	24	8,74
22,02	20	20,83	1	1/2	10	20,86	14	15,44
11,42	56	8,51	1	1/4	5	11,11	25	3,62
16,05	19	12,75	1	1/2	5	11,06	13	5,3

Fuente: Propia

Tabla 29: Algoritmo RLS, valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO RLS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO RLS 24 ANTENAS $\theta = \pi/3$			
POTENCIA MAX. (dB)	ANGULO MAX. (°)	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ANGULO MAX. (°)
23,79	29,99	0.95	1/4	10	25,16	58,98
25,71	30,5	0.95	1/2	10	23,35	59,98
17,57	29,06	0.95	1/4	5	18,81	58,5
19,03	31	0.95	1/2	5	16,33	60
24,56	29	0.99	1/4	10	24,81	58,98
26,37	30,66	0.99	1/2	10	23,04	60
17,79	29,78	0.99	1/4	5	18,22	58,65
17,2	30,81	0.99	1/2	5	18,04	60
22,66	29	1	1/4	10	23,03	59
27,34	30,7	1	1/2	10	24,35	60
18,77	29	1	1/4	5	17,66	59,75
17,49	31	1	1/2	5	18,81	60

Fuente: Propia

Tabla 30: Algoritmo RLS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo M=24, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO RLS 24 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO RLS 24 ANTENAS $\theta = \pi/3$					
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
20,78	14	11,5	0.95	1/4	10	22,15	9	9,5
22,7	8	10,08	0.95	1/2	10	20,34	4	10,78
14,56	16	4,49	0.95	1/4	5	15,8	10	3,91
16,02	7	8,47	0.95	1/2	5	13,32	3	4,9
21,55	14	12,52	0.99	1/4	10	21,8	9	9,76
23,36	9	10,02	0.99	1/2	10	20,03	6	12,81
14,78	14	6,43	0.99	1/4	5	15,21	10	14
14,19	9	6,18	0.99	1/2	5	15,03	5	6,35
19,65	58	10,8	1	1/4	10	20,02	13	7,97
24,33	10	12,03	1	1/2	10	21,34	6	18,03
15,76	14	7,33	1	1/4	5	14,65	10	4,8
14,48	8	6,19	1	1/2	5	15,8	6	6,89

Fuente: Propia

4.6 CURVAS DE APRENDIZAJE PROMEDIO PARA LOS DISTINTOS ALGORITMOS EMPLEADOS

A continuación se observa en la **Figura 4.30** los distintos algoritmos para un arreglo de 24 elementos, evidenciados en las respectivas curvas promedio de aprendizaje.

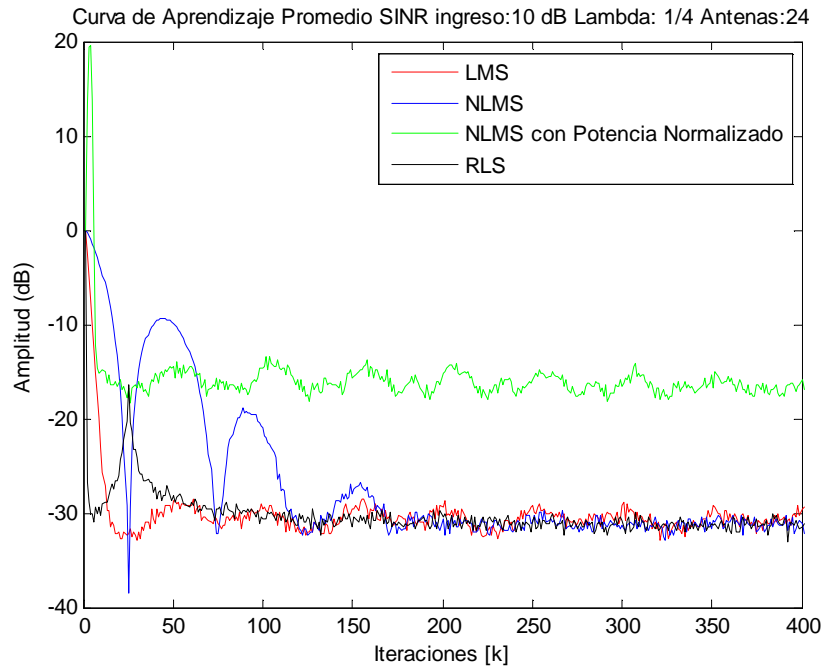


Figura 4.28: Curvas de aprendizaje promedio para los distintos algoritmos

Fuente: Propia

En la **Figura 4.48** se emplean los valores de $\mu=0.01$; 0.03 ; 0.003 y $\lambda=1$ para los algoritmos LMS, NLMS, NLMS con Potencia Normalizada y RLS, respectivamente. Se usa un valor de iteraciones de $N=1000$; pero para una mejor observación se realiza un acercamiento; en donde se visualiza que el algoritmo RLS es el más rápido en alcanzar la estabilidad, a coste de una carga computacional considerable. Seguido del NLMS y el LMS que a pesar de ser más simple, no es tan rápido como los anteriores; y por último tener el NLMS con Potencia Normalizada que únicamente ofrece respuestas adecuadas al trabajar con valores mínimos de tamaño de paso, y cuya desventaja es aumentar considerablemente las iteraciones lo que se traduce en una carga computacional formidablemente grande.

CAPÍTULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES:

De los algoritmos utilizados en este trabajo de pregrado, se tiene que el más simple en relación con el costo computacional y la matemática empleada es el de Mínimos Cuadrados Promediados (LMS), pero necesita un número de iteraciones mayor para llegar a converger. En cuanto a las variaciones del anterior, siendo uno de los casos el algoritmo de Mínimos Cuadrados Promediados Normalizados (NLMS), necesita un valor algo mayor de iteraciones para llegar a la estabilidad, debido a la normalización (norma cuadrática del vector de ingreso), aunque se muestra más robusto que el anterior. La siguiente variación es el denominado algoritmo Normalizado de Mínimos Cuadrados con Potencia Normalizada que debido a su estructura matemática necesita un número de iteraciones considerable para llegar a la convergencia volviéndose una opción nada conveniente en términos de costo computacional; ya que se encuentra relacionado directamente con el valor dimensional de los pesos a ocuparse en la ejecución del mismo. En tanto que el algoritmo de Mínimos Cuadrados Recursivos (RLS) ofrece una velocidad de convergencia rápida empleando un bajo número de iteraciones comparado con el algoritmo LMS y sus variantes; esta ventaja se ve afectada directamente a la complejidad matemática reflejándose en un elevado costo computacional (mayor procesamiento).

Al realizar las comparaciones en cuanto a la eficiencia SINR (relación señal a ruido más interferencia) de la señal de entrada versus la señal de salida a la salida del arreglo de antenas inteligentes con valores variantes de ruido de ingreso se nota claramente que el algoritmo NLMS aporta una robustez mayor en relación a los algoritmos LMS y NLMS con potencia normalizada, aunque el algoritmo RLS permite una mejora notable en los valores de SINR de salida.

Generalmente, en cuanto a los lóbulos generados respectivamente se concluye que:

- A mayor número de elementos en el arreglo la representación gráfica mejora, tanto para las curvas de aprendizaje promedio y los lóbulos de radiación directivos; en donde se indica que se está generando el beamforming en la dirección deseada.
- Los lóbulos muestran una directividad mucho más marcada al emplear una longitud de onda de $\frac{1}{2}$ a diferencia del valor de $\frac{1}{4}$.
- Al trabajar con valores pequeños de ruido de ingreso (10 dB) se tiene un valor de potencia más grande que va disminuyendo al aumentar los niveles de ruido (5dB).

Ahora en cuanto a los algoritmos empleados se observa que los lóbulos más directivos se adquieren empleando el algoritmo RLS; seguidos del algoritmo NLMS, LMS y NLMS con Potencia Normalizada; para esta aplicación.

La calidad del filtrado es notablemente alta a medida que los elementos que conforman el arreglo aumentan, a excepción del algoritmo NLMS con Potencia Normalizada donde se observa lo contrario; existiendo oscilaciones marcadas en este último; lo que indica un error a considerar entre la recuperación de la señal deseada y transmitida.

El estudio y análisis de los distintos algoritmos adaptativos en esta tesis, ha permitido plantear las bases para futuros trabajos, en el campo de procesamiento digital de señales. Debido a que estos se han convertido en el pilar para el desarrollo de algoritmos más robustos; permitiendo también una combinación adaptativa entre ellos

5.2 RECOMENDACIONES

Para la aplicación desarrollada a lo largo de este trabajo de pregrado es aconsejable manejar arreglos con un número considerablemente adecuado de elementos; ya que al momento de optar por un algoritmo u otro se tendrá en consideración además de lo antes expuesto el factor económico por lo que se optaría por trabajar con un determinado algoritmo o una estructura combinada de los mismos.

BIBLIOGRAFÍA

Apolo, H., & Córdoba, A. (2010). Modelación Matemática y Simulación De Un Filtro Digital Híbrido FIR Adaptativo Lineal óptimo. Cuenca, Azuay, Ecuador. Recuperado el 20 de Junio de 2014, de Repositorio Universidad Politécnica Salesiana: <http://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/418/15/UPS-CT001878.pdf>

Azpigueta, L. (2011). Aplicación de Algoritmos Combinados De Filtrado Adaptativo A Acústica de Salas. Madrid, España. Recuperado el 15 de Septiembre de 2014, de Universidad Carlos III Madrid: http://e-archivo.uc3m.es/bitstream/handle/10016/12569/Tesis_Luis_Antonio_Azpigueta_Ruiz.pdf?sequence=1

Bakshi, K., Godse, A., & Bakshi, J. (2008). *Antenna and Wave Propagation* (Primera Edición ed.). Singahad, India: Technical Publications Pune.

Balanis, C. (2005). *Antenna Theory* (Tercera Edición ed.). Hoboken: Jhon Wiley & Son.

Balanis, C. (2007). *Introduction to Smart Antennas* (Primera Edición ed.). Arizona: Morgan & Playpool publishers.

Behrouz Farhang, B. (2013). Adaptive Filters Theory and Applications. In B. Behrouz Farhang, *Adaptive Filters Theory and Applications* (Segunda Edición ed., p. 3). Utah: John Wiley & sons Ltd.

Caballero, J. (1 de Diciembre de 2011). Simulación y Optimización de Procesos Químicos. Alicante, España. Recuperado el 12 de Enero de 2015, de Repositorio Institucional de la Universidad de Alicante: http://rua.ua.es/dspace/bitstream/10045/19734/3/Optimizacion_Problemas_sin_restricciones.pdf

Cardama, Á. (1998). *Antenas* (Primera Edición ed.). Barcelona, España: Ediciones UPC.

Chellapa Rama, T. S. (2014). Academic Press Library in Signal Processing. In T. S. Chellapa Rama, *Academic Press Library in Signal Processing* (Vol. 1, pp. 619 - 761). Sao Paulo, Brazil: Academic Press.

Cousseau, J. (2001). Departamento de Ingeniería Eléctrica. *Procesamiento de Señales Adaptativo*. Buenos Aires, Argentina. Recuperado el 16 de 10 de 2014, de Departamento de Ingeniería Eléctrica: www.ingelec.uns.edu.ar/pas1312/ASP_aux/cap3.pdf

Devore, J. (2008). Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias. In J. Devore, *Probabilidad y Estadística para Ingeniería y Ciencias* (7ma ed., p. 87). Mexico D.F.: Cengage Learning.

Diniz, P. (2013). *Adaptive Filtering Algorithms and Practical Implementation* (Cuarta Edición ed.). New York, EE.UU: Springer.

Durán, C. (Mayo de 2010). Implementación del algoritmo NLMS en un DSP". México D.F, México. Recuperado el 5 de Mayo de 2014, de Repositorio Politécnico Nacional: <http://tesis.ipn.mx/jspui/bitstream/123456789/10711/1/113.pdf>

Evans, M., & Rosenthal, J. (2005). Probabilidad y Estadística La ciencia de la Incertidumbre. In M. Evans, & J. Rosenthal, *Probabilidad y Estadística La ciencia de la Incertidumbre* (Primera Edición ed., p. 150). España: Reverté.

Frías, A. (01 de Septiembre de 2005). Efectos de longitud finita de palabra en filtros digitales adaptivos. Guanajuato, México. Recuperado el 20 de Diciembre de 2014, de Repositorio Universidad de Guanajuato: <http://telin.ugent.be/~afriasve/Thesis%20Andres%20Frias.pdf>

López, E. (Agosto de 2006). Evaluación comparativa de otras alternativas al algoritmo clásico de mínimos cuadrados para la identificación de sistemas. Cuernavaca, México. Recuperado el 12 de Enero de 2015, de Centro Nacional De Investigación y Desarrollo Tecnológico: http://www.cenidet.edu.mx/subaca/web-elec/tesis_mc/190MC_elm.pdf

Mathews, J., & Scott, D. (2003). *Adaptive filters* (Primera edición ed.). Utah, EE.UU: Prentice Hall.

Mozingo, R., Haupt, R., & Miller, T. (2011). Introduction to Adaptive Arrays. In R. Mozingo, R. Haupt, & T. Miller, *Introduction to Adaptive Arrays* (Segunda edición ed., pp. 47-49). Scitech Publishing Inc.

Orozco, W., & Meana, H. (2012). Beamforming based on constrained linear estimation: analysis and simulation. *XIII CNIES*, (págs. 1-6). México D.F.

Orozco, W., Nakano, M., & Pérez, H. (2013). *Filtro Híbrido Adaptativo en Cascada para Arreglos Lineales Uniformes de Antenas*. (I. J. Communication, Ed.) Retrieved Marzo 23, 2014, from International Journal of Communications: <http://www.naun.org/main/NAUN/communications/c012006-109.pdf>

Poularikas, A., & Ramadan, Z. (2006). Adaptive Filtering Primer with Matlab. In A. Poularikas, & Z. Ramadan, *Adaptive Filtering Primer with Matlab* (Primera edición ed., p. 38). Boca Ratón: Taylor & Francis Group.

Rao, A., & Sarma, N. (2014). Adaptive Beamforming Algorithms for Smart Antenna Systems. India. Retrieved Enero 19, 2015, from <http://www.wseas.org/multimedia/journals/communications/2014/b105704-189.pdf>

Rius, F., & Julia, W. (2005). Bioestadística. In F. Rius, & W. Julia, *Bioestadística* (Segunda edición ed., p. 54). Málaga, España: Paraninfo.

Rodriguez, D., & Bordóns, C. (2005, Mayo 5). Análisis y control de sistemas en espacio de estado identificación de sistemas control adaptativo control predictivo. Sevilla, España. Retrieved Septiembre 20, 2014, from Depto. de Ingeniería de Sistemas y Automática: <http://www.esi2.us.es/~danirr/apuntesIC4.pdf>

Santamaría. (s.f.). Estimadores clásicos ML, MoM, LS. Santander, Cantabria, España. Recuperado el 12 de Agosto de 2014, de Universidad de Catabria: https://gtas.unican.es/files/docencia/TDS/apuntes/tema3bwp_0.pdf

Sayed, A. (2008). *Adptive Filters* (Primera edición ed.). California: Wiley Interscience.

Van Veen, B., & Buckley, K. (1999). Beamforming Techniques for spatial filtering. In B. Van Veen, & K. Buckley, *The Digital Signal Processing Handbook* (1ra edición ed., pp. 3-7). CRC Press LLC.

Velasco, M. (2013, Diciembre). Randomly Spaced Smart Antennas. Nuevo México, Albuquerque, EE.UU. Retrieved Agosto 28, 2014, from Repository University of New Mexico:

[https://repository.unm.edu/bitstream/handle/1928/23601/RandomlySpaceSmartAntennas.pdf?
sequence=1&isAllowed=y](https://repository.unm.edu/bitstream/handle/1928/23601/RandomlySpaceSmartAntennas.pdf?sequence=1&isAllowed=y)

ANEXOS

**ANEXO 1: TABLAS Y GRÁFICAS
CORRESPONDIENTES A LA SIMULACIÓN DEL
ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS
PROMEDIADOS (LMS)**

GRÁFICAS DE CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO Y TABLA CORRESPONDIENTE A M=16 ANTENAS

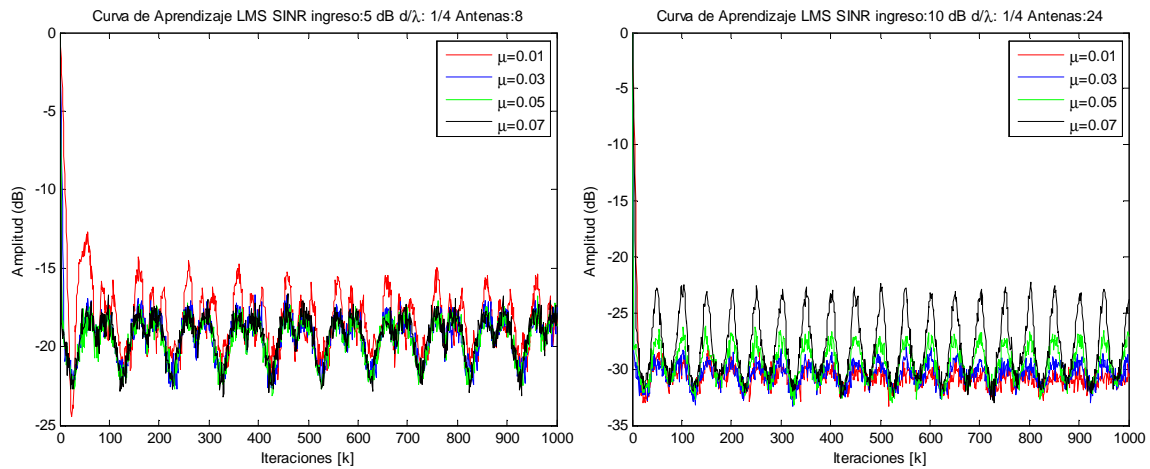


Figura 1: Algoritmo LMS: μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso =10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

Tabla a: Algoritmo LMS: valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad Con $M=16$, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda= 1/4, 1/2$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$

ALGORITMO LMS 16 ANTENAS $\theta=\pi/6$					ALGORITMO LMS 16 ANTENAS $\theta=\pi/3$	
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD
-27	600	0.01	$1/4$	10	-29	200
-28	550	0.01	$1/2$	10	-29	500
-21	400	0.01	$1/4$	5	-23	200
-22	350	0.01	$1/2$	5	-23	250
-28	200	0.03	$1/4$	10	-28	150
-28	200	0.03	$1/2$	10	-28	150
-21	200	0.03	$1/4$	5	-22	150
-21	200	0.03	$1/2$	5	-22	200
-27	150	0.05	$1/4$	10	-27	150
-27	150	0.05	$1/2$	10	-27	200
-21	200	0.05	$1/4$	5	-21	200
-21	150	0.05	$1/2$	5	-20	200
-26	200	0.07	$1/4$	10	-26	200
-26	150	0.07	$1/2$	10	-26	200
-19	200	0.07	$1/4$	5	-19	200
-19	150	0.07	$1/2$	5	-19	200
-23,88	253,125	PROMEDIO			-24,31	209,375

Fuente: Propia

EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA PARA ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS PROMEDIADOS (LMS)

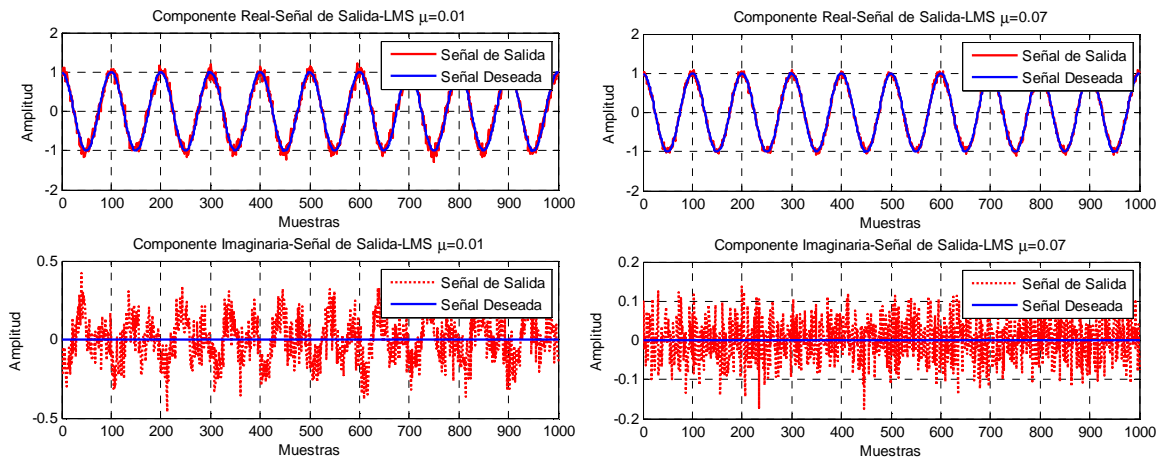


Figura 2: Algoritmo LMS: señal de salida para un arreglo $M=8$ antenas con $\mu=0.01$ $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$, SINR ingreso=5 dB (izquierda) y señal de salida para un arreglo de $M=24$ antenas con $\mu=0.07$ SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

LÓBULOS DE RADIACIÓN Y TABLA PARA $M=16$ ELEMENTOS

A continuación se adjuntan las figuras que representan a los lóbulos de radiación para un valor de $\theta=\pi/6$. **Figuras 3-4.**

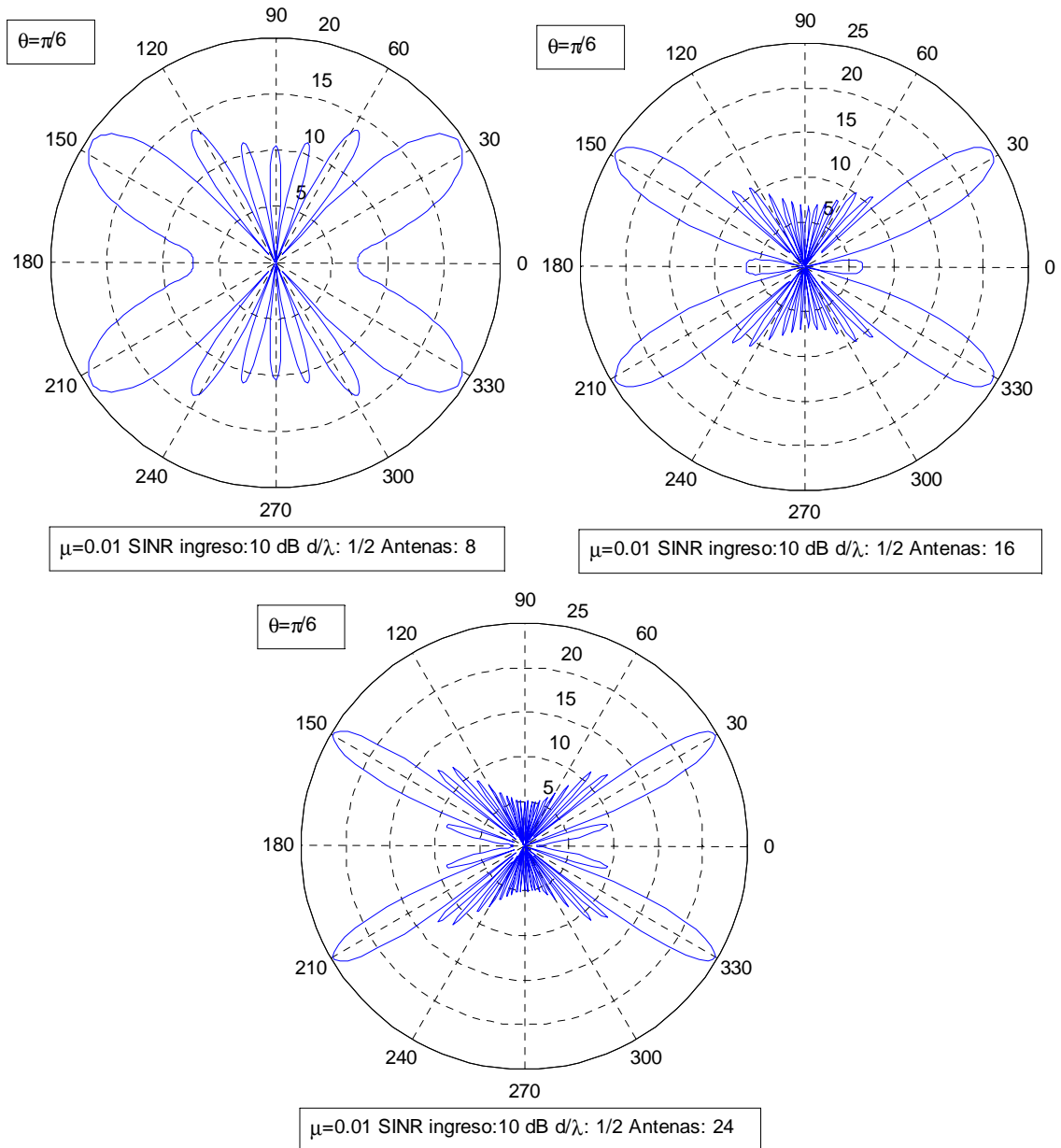


Figura 3: Algoritmo LMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16 y 24 antenas con $\mu= 0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

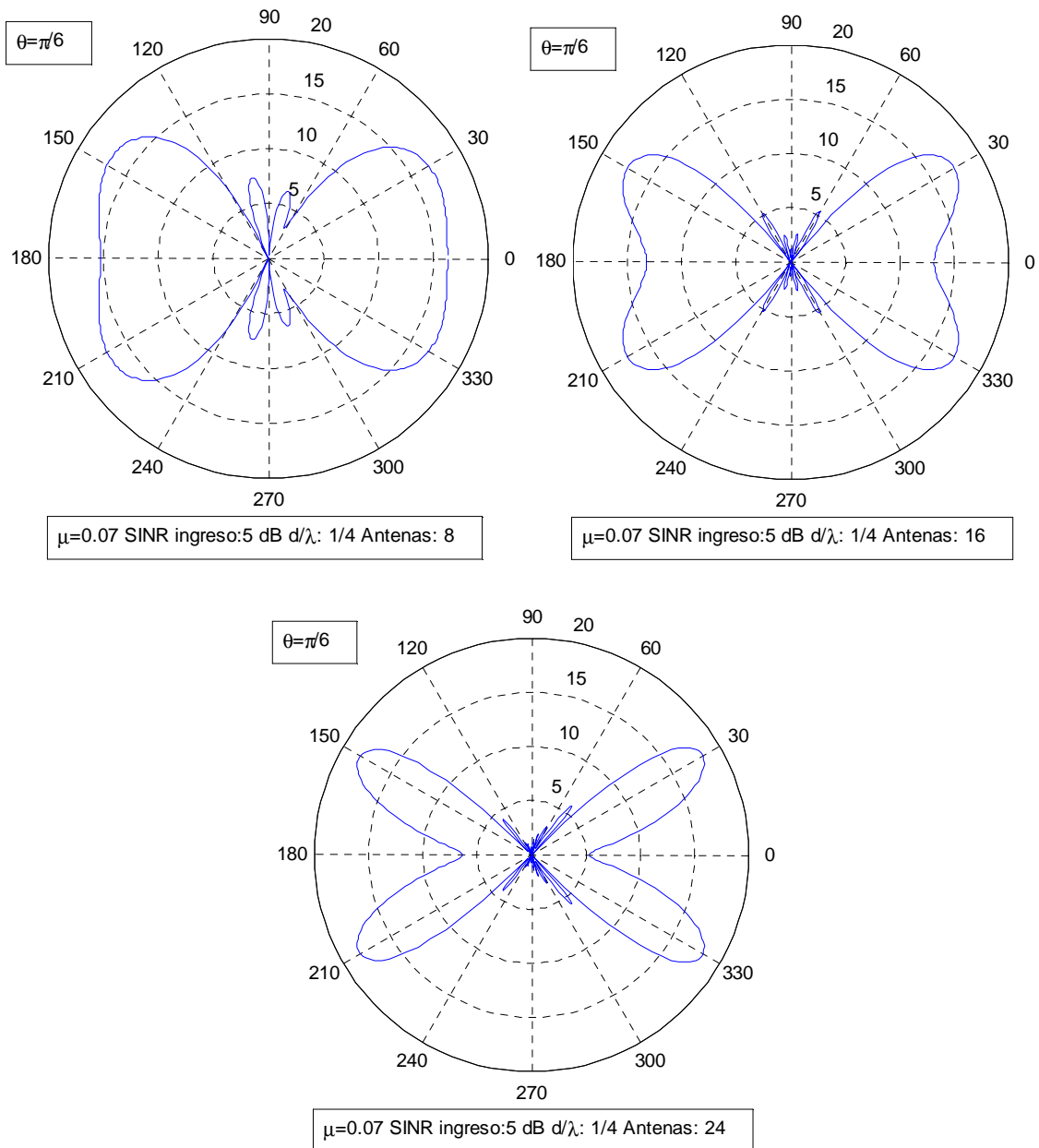


Figura 4: Algoritmo LMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16 y 24 antenas con $\mu=0.07$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta=\pi/6$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

Seguidamente se aprecian los lóbulos de radiación correspondientes a los casos con valor de $\theta=\pi/3$.

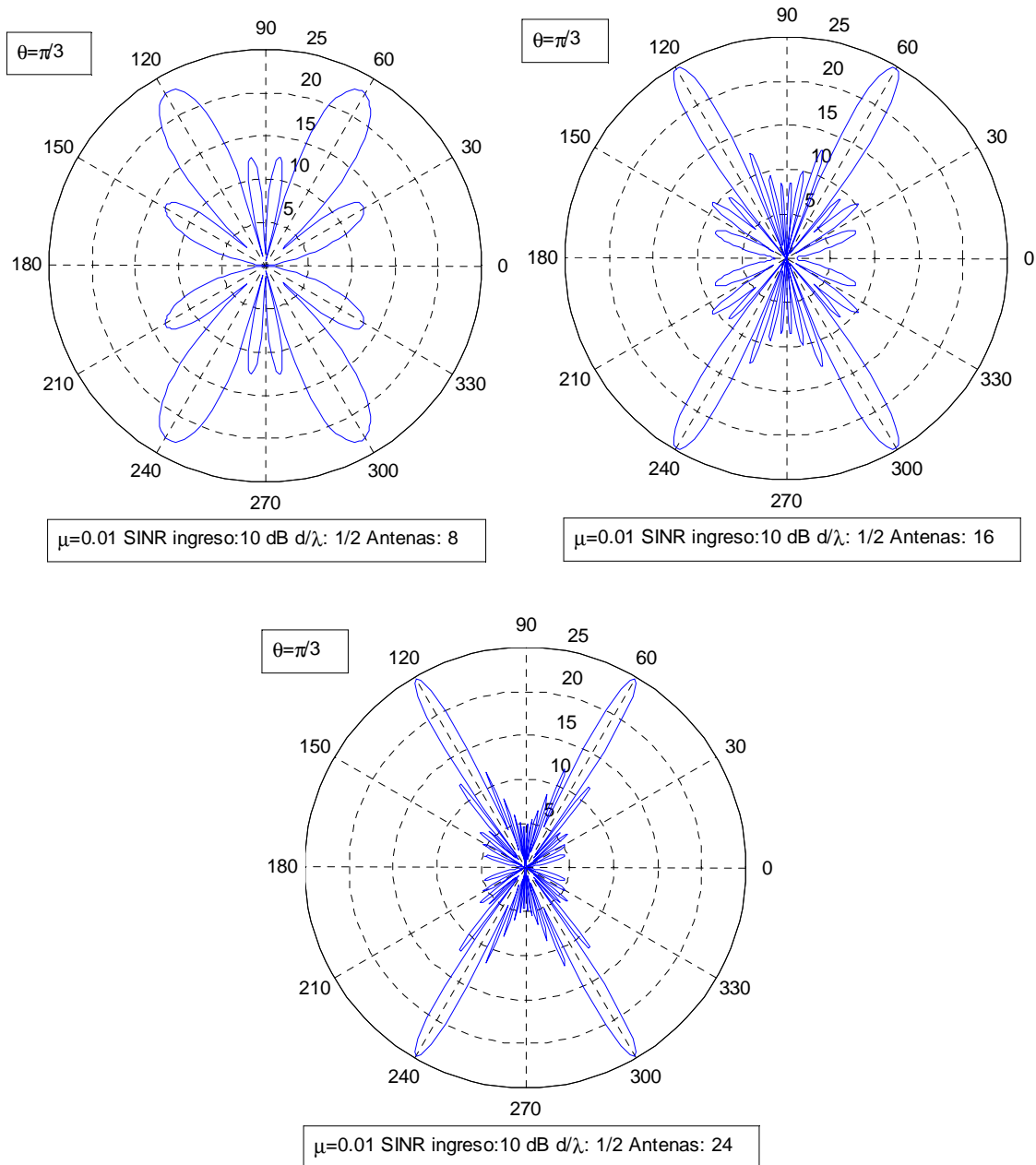


Figura 5: Algoritmo LMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16 y 24 antenas con $\mu = 0.01$, SINR ingreso = 10 dB, $d/\lambda = 0.5$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

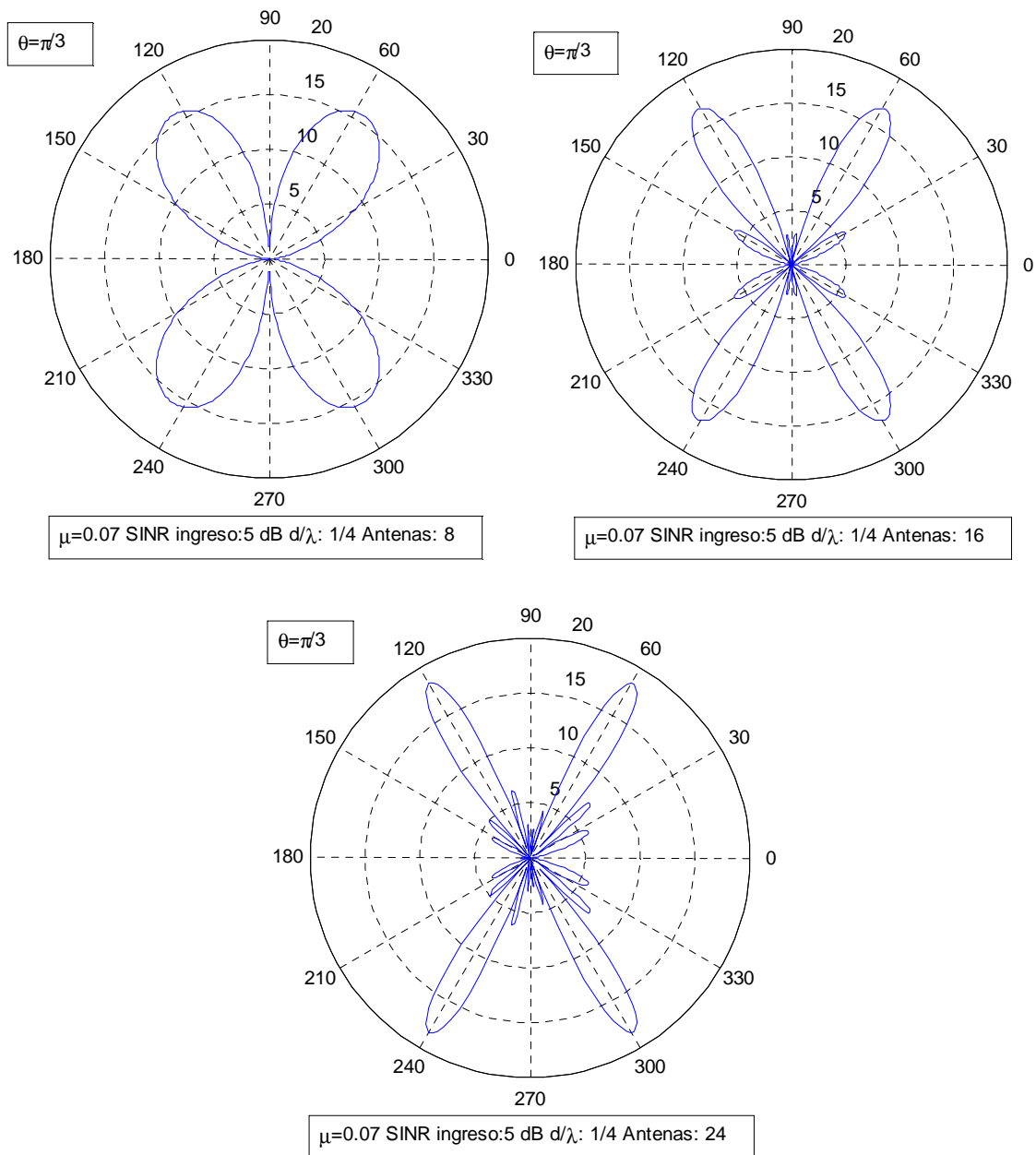


Figura 6: Algoritmo LMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16 y 24 antenas con $\mu = 0.07$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

Tablas b y c representativas de los valores de potencia máxima y ángulo máximo; conjuntamente con los valores representativos de HPBW en dB y grados para $M=16$ antenas.

Tabla b: Algoritmo LMS valores de Potencia máxima y Ángulo máximo para de un arreglo M=16, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \theta = \pi/6, \pi/3$

ALGORITMO LMS 16 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO LMS 16 ANTENAS $\theta = \pi/3$			
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX. (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX. (°)
25	28	0.01	$\frac{1}{4}$	10	23,9	60
26,2	31	0.01	$\frac{1}{2}$	10	25,4	60
18,06	29	0.01	$\frac{1}{4}$	5	16,93	59
18,51	32	0.01	$\frac{1}{2}$	5	18,57	60
25,53	29	0.03	$\frac{1}{4}$	10	24,78	59
23,82	31	0.03	$\frac{1}{2}$	10	24,7	60
17,65	31	0.03	$\frac{1}{4}$	5	17,71	58
18,03	32	0.03	$\frac{1}{2}$	5	19,56	60
25,81	31	0.05	$\frac{1}{4}$	10	26,42	59
27,76	32	0.05	$\frac{1}{2}$	10	23,22	60
18,07	31	0.05	$\frac{1}{4}$	5	16,37	59
17,95	32	0.05	$\frac{1}{2}$	5	18,98	60
23,57	30	0.07	$\frac{1}{4}$	10	24,1	58
23,07	32	0.07	$\frac{1}{2}$	10	27,63	60
16,51	31	0.07	$\frac{1}{4}$	5	15,83	58
18,05	32	0.07	$\frac{1}{2}$	5	17,11	60

Fuente: Propia

Tabla c: Algoritmo LMS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo M=16, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO LMS 16 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO LMS 16 ANTENAS $\theta = \pi/3$					
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
21,98	80	15,72	0.01	$\frac{1}{4}$	10	20,88	17	15,02
23,18	16	12,85	0.01	$\frac{1}{2}$	10	22,38	12	12,79
15,05	79	8,38	0.01	$\frac{1}{4}$	5	13,91	15	7,66
15,5	12	6,96	0.01	$\frac{1}{2}$	5	15,55	9	7,92
22,51	86	14,39	0.03	$\frac{1}{4}$	10	21,77	17	14,73
20,8	13	11,66	0.03	$\frac{1}{2}$	10	21,69	9	12,56
14,64	82	7,16	0.03	$\frac{1}{4}$	5	14,7	14	7,88
15,02	11	7,39	0.03	$\frac{1}{2}$	5	16,55	8	8,13
22,8	89	14,06	0.05	$\frac{1}{4}$	10	23,41	20	15,67
24,75	13	11,73	0.05	$\frac{1}{2}$	10	20,21	8	11,01
15,06	86	7,85	0.05	$\frac{1}{4}$	5	13,36	13	6,21
14,94	11	7,17	0.05	$\frac{1}{2}$	5	15,97	8	7,17
20,56	84	11,2	0.07	$\frac{1}{4}$	10	21,09	16	13,12
20,06	13	11,43	0.07	$\frac{1}{2}$	10	24,62	10	15,33
13,5	84	5,51	0.07	$\frac{1}{4}$	5	12,82	15	5,23
15,04	12	6,43	0.07	$\frac{1}{2}$	5	14,1	8	6,23

Fuente: Propia

**ANEXO 2: TABLAS Y GRÁFICAS
CORRESPONDIENTES A LA SIMULACIÓN DEL
ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS
CUADRADOS PROMEDIADOS (NLMS)**

GRÁFICAS DE CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO Y TABLA CORRESPONDIENTE A M=16 ANTENAS

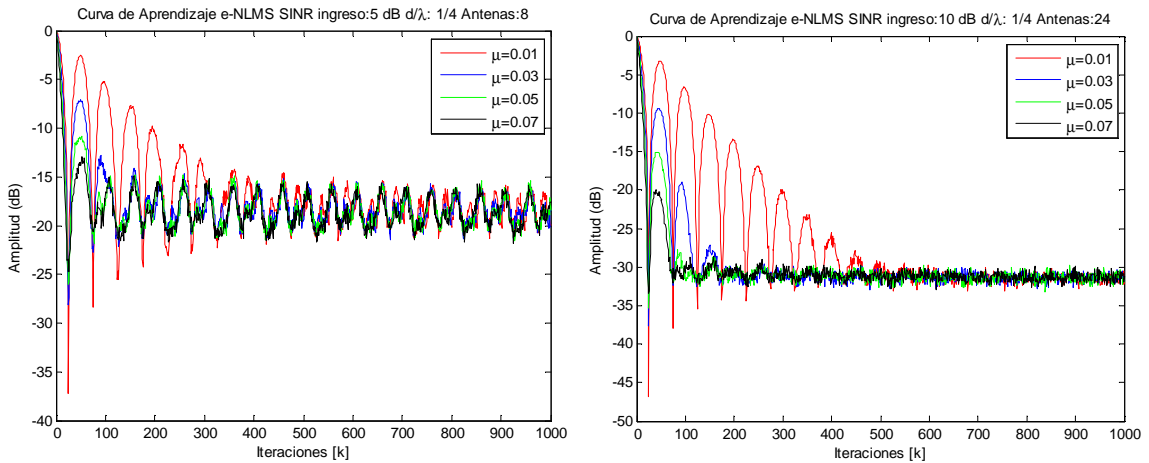


Figura 7: Algoritmo NLMS: μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta=\pi/6$ (izquierda), μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso =10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta=\pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

Tabla d: Algoritmo NLMS valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con $M=16$, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda=1/4, 1/2, \theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$

ALGORITMO NLMS 16 ANTENAS $\theta=\pi/6$				ALGORITMO NLMS 16 ANTENAS $\theta=\pi/3$		
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-22	700	0.01	1/4	10	675	-29
-28	780	0.01	1/2	10	700	-29
-20	560	0.01	1/4	5	650	-23
-22,5	750	0.01	1/2	5	650	-23
-25	750	0.03	1/4	10	290	-29
-24	620	0.03	1/2	10	500	-29
-21	720	0.03	1/4	5	270	-28
-23	500	0.03	1/2	5	300	-22,5
-25	800	0.05	1/4	10	300	-29
-28	650	0.05	1/2	10	500	-29
-21	500	0.05	1/4	5	200	-23
-23	400	0.05	1/2	5	250	-23
-26	700	0.07	1/4	10	300	-29
-29	750	0.07	1/2	10	500	-29
-22	450	0.07	1/4	5	300	-23
-23	550	0.07	1/2	5	200	-23
-23,91	636,25	PROMEDIO			411,56	-26,28

Fuente: Propia

EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA

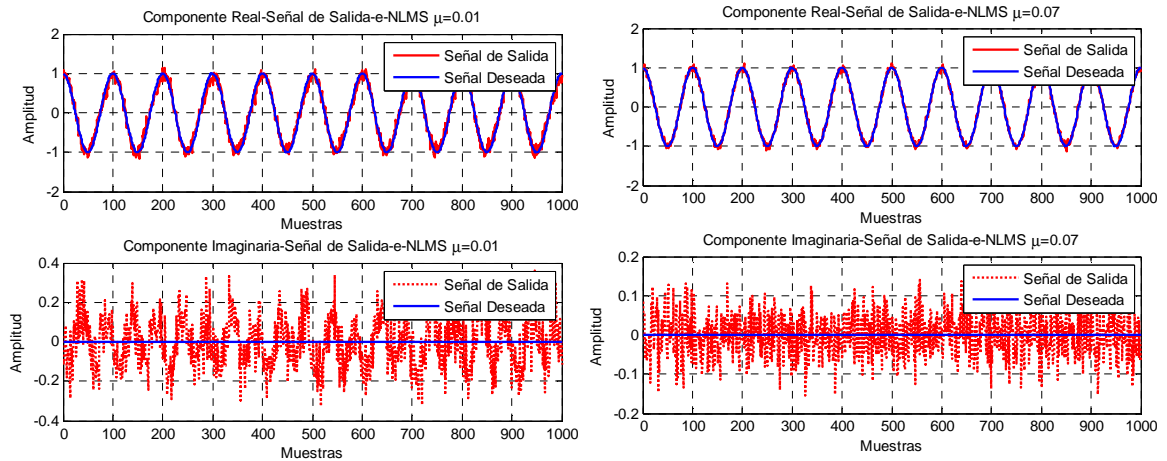


Figura 8: Algoritmo NLMS: señal de salida para un arreglo de $M=8$ antenas con $\mu=0.01$ SINR ingreso=5 dB $\lambda=0.25$, $\theta=\pi/6$ (izquierda) Y señal de salida para un arreglo de $M=24$ antenas con $\mu=0.07$ SINR ingreso=5 dB $d/\lambda=0.5$, $\theta=\pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

LÓBULOS DE RADIACIÓN Y TABLA PARA $M=16$ ELEMENTOS

A continuación se presentan las gráficas pertenecientes a los lóbulos de radiación para ciertos casos con valores de $\theta=\pi/6$. En las **Figuras: 9 -10**.

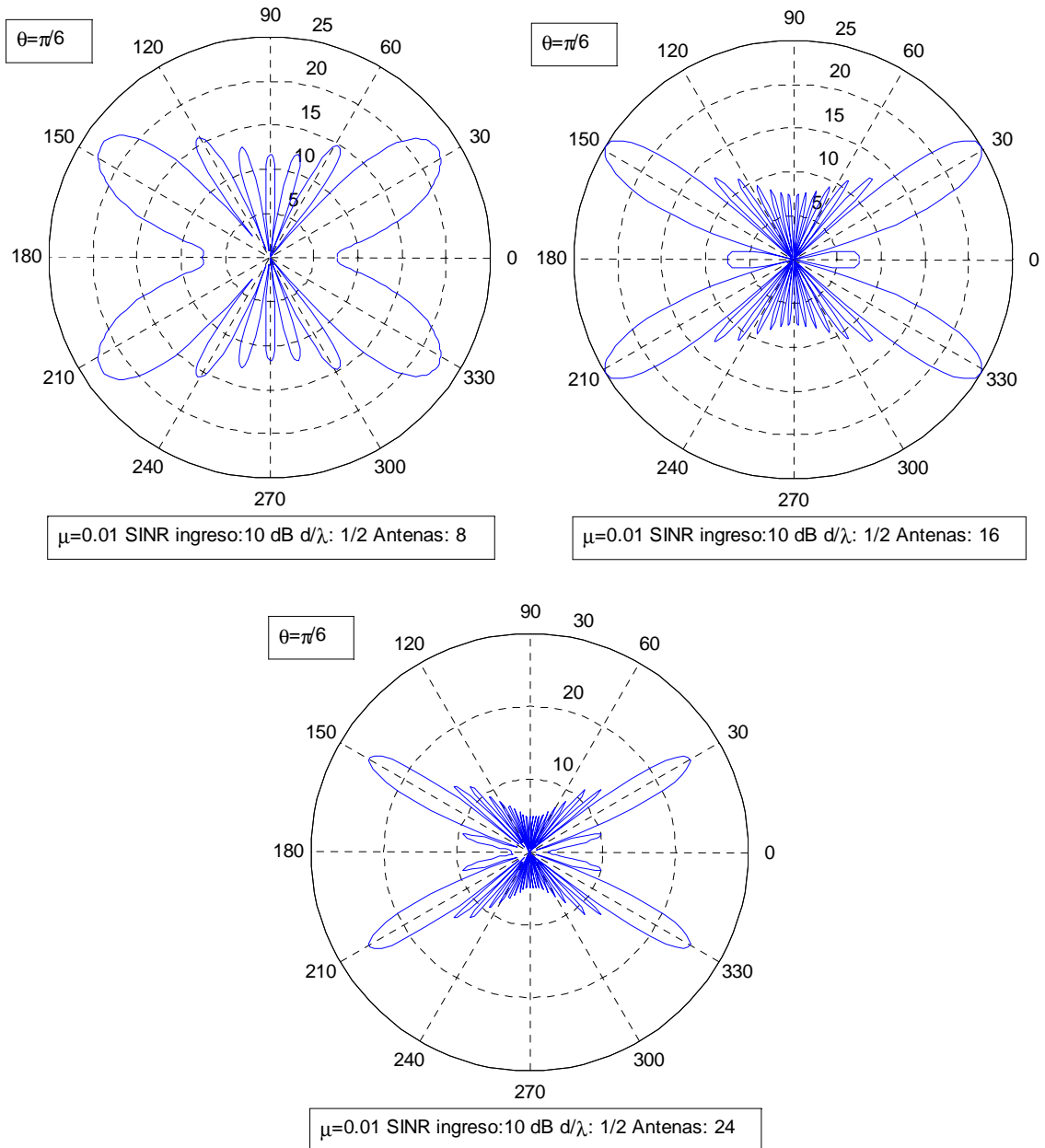


Figura 9: Algoritmo NLMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16 y 24 antenas con $\mu= 0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

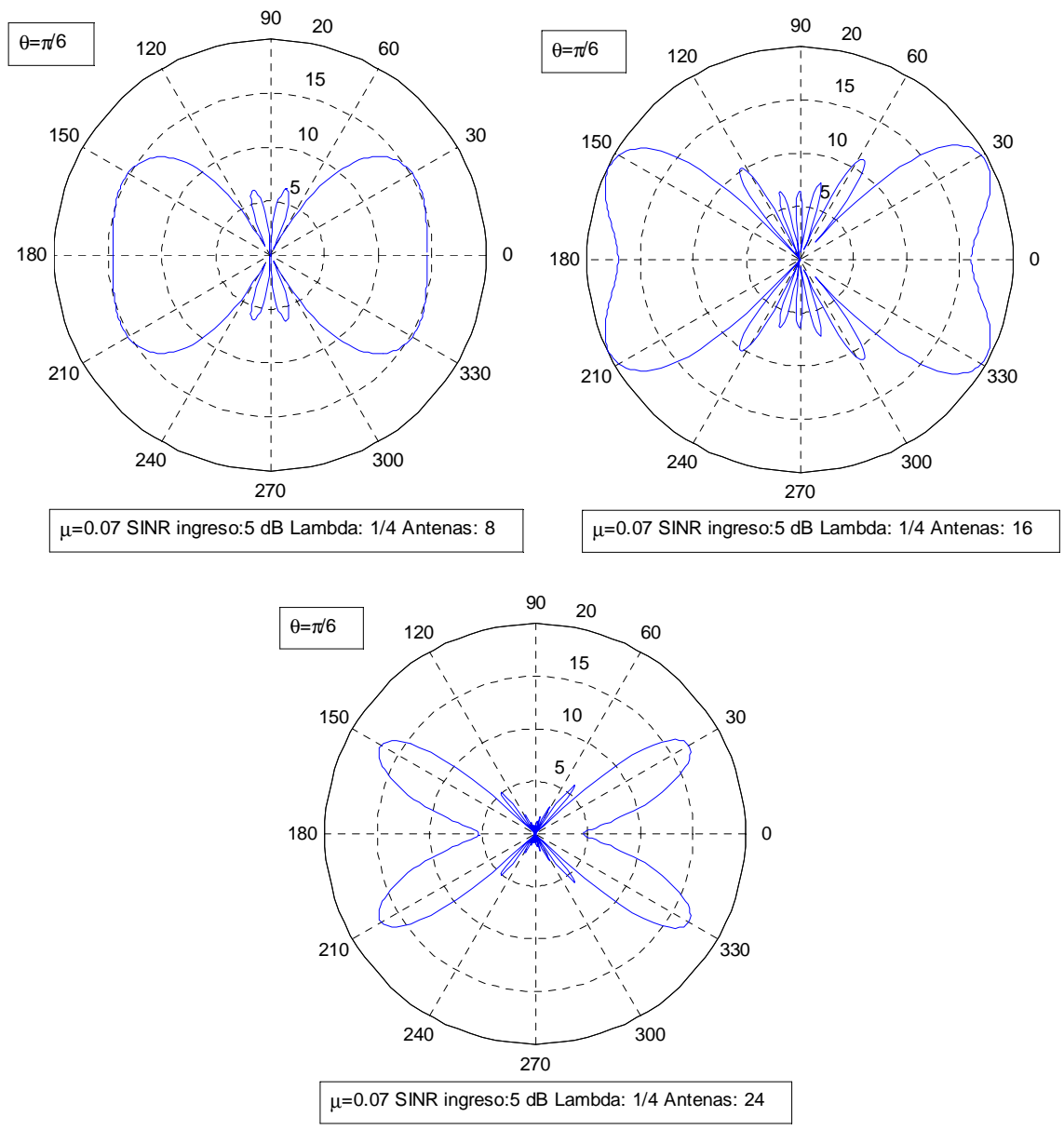


Figura 10: Algoritmo NLMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16 y 24 antenas con $\mu = 0.07$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta = \pi/6$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

A continuación, se aprecian los lóbulos de radiación correspondientes a los casos con valor de $\theta = \pi/3$.

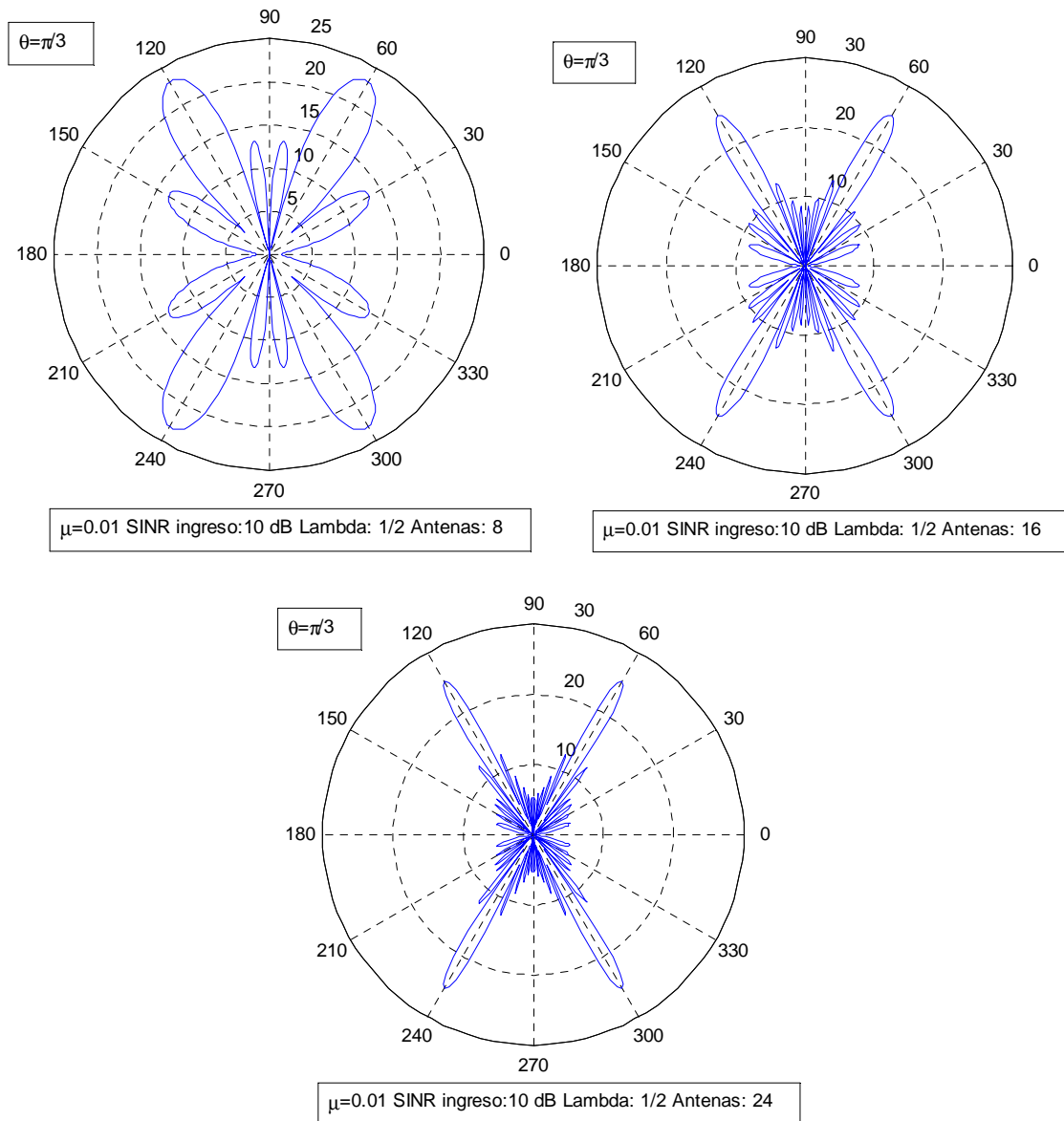


Figura 11: Algoritmo NLMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16 y 24 antenas con $\mu = 0.01$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

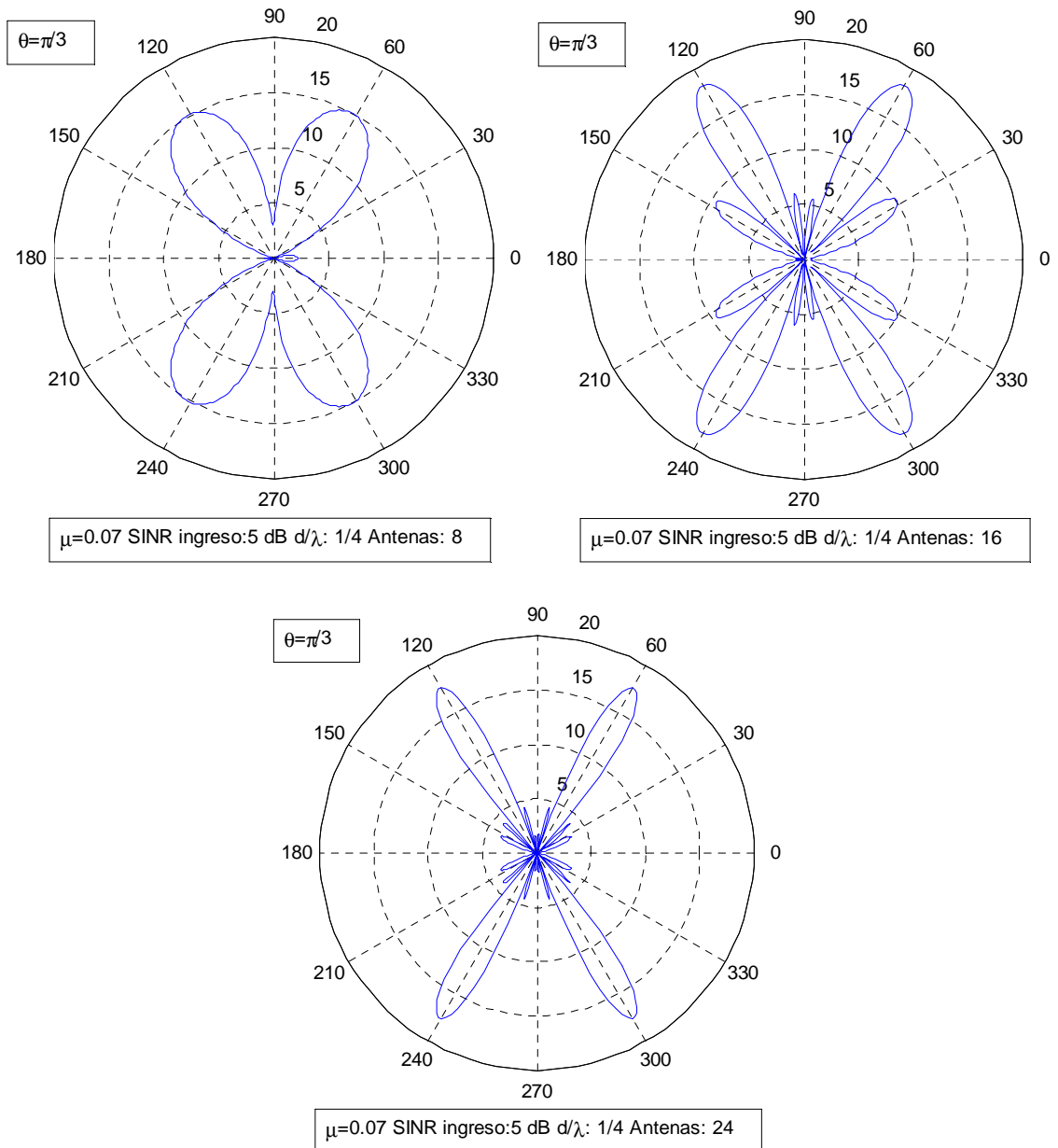


Figura 12: Algoritmo NLMS: Lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8,16 y 24 antenas con $\mu= 0.07$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

Tabla e: Algoritmo NLMS valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=16, SINR ingreso= 5, 10dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS 16 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO NLMS 16 ANTENAS $\theta = \pi/3$			
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)
23,38	28,46	0.01	1/4	10	21,85	59,29
26,15	31	0.01	1/2	10	25,44	60
19,13	28,5	0.01	1/4	5	17,76	58,71
20,46	31,53	0.01	1/2	5	17,84	59,67
25,34	27	0.03	1/4	10	23,62	60
23,98	31	0.03	1/2	10	23,85	60
16,57	28,1	0.03	1/4	5	19,37	59,58
19,23	31	0.03	1/2	5	18,94	60
24,67	26,55	0.05	1/4	10	25,02	59,66
23,56	31,27	0.05	1/2	10	24,68	60
17,25	28	0.05	1/4	5	20	60
20,05	31,2	0.05	1/2	5	16,69	60
24,15	27	0.07	1/4	10	23,3	59,39
23,75	31,38	0.07	1/2	10	24,54	60
18,68	26	0.07	1/4	5	18,85	58,62
20,72	31,16	0.07	1/2	5	18,8	60

Fuente: Propia

Tabla f: Valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) Algoritmo NLMS para arreglo M=16, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS 16 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO NLMS 16 ANTENAS $\theta = \pi/3$					
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
20,37	82	13,11	0.01	1/4	10	18,84	14	12,62
23,14	18	13,83	0.01	1/2	10	22,43	12	13,28
16,12	76	6,91	0.01	1/4	5	14,75	11	8,79
17,45	14	12,23	0.01	1/2	5	14,83	10	5,53
22,33	84	16,32	0.03	1/4	10	20,61	16	8,77
20,97	16	12,55	0.03	1/2	10	20,84	10	11,84
13,56	80	7,97	0.03	1/4	5	16,36	16	10,42
16,22	14	6,26	0.03	1/2	5	15,93	8	7,69
21,66	82	16,1	0.05	1/4	10	22	20	16,17
20,55	16	14,25	0.05	1/2	10	21,67	8	12,3
14,24	80	8,68	0.05	1/4	5	16,98	18	10,75
17,04	18	7,48	0.05	1/2	5	13,68	6	5,49
21,14	74	15,61	0.07	1/4	10	20,29	18	15,15
20,74	16	9,62	0.07	1/2	10	21,53	8	12,12
15,67	14	8,46	0.07	1/4	5	15,84	14	10,68
17,71	14	7,44	0.07	1/2	5	15,79	8	7,46

Fuente: Propia

**ANEXO 3: TABLAS Y GRÁFICAS
CORRESPONDIENTES A LA SIMULACIÓN DEL
ALGORITMO NORMALIZADO DE MÍNIMOS
CUADRADOS PROMEDIADOS CON POTENCIA
NORMALIZADA (NLMS-P)**

GRÁFICAS DE CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO Y TABLA CORRESPONDIENTE A M=16 ANTENAS

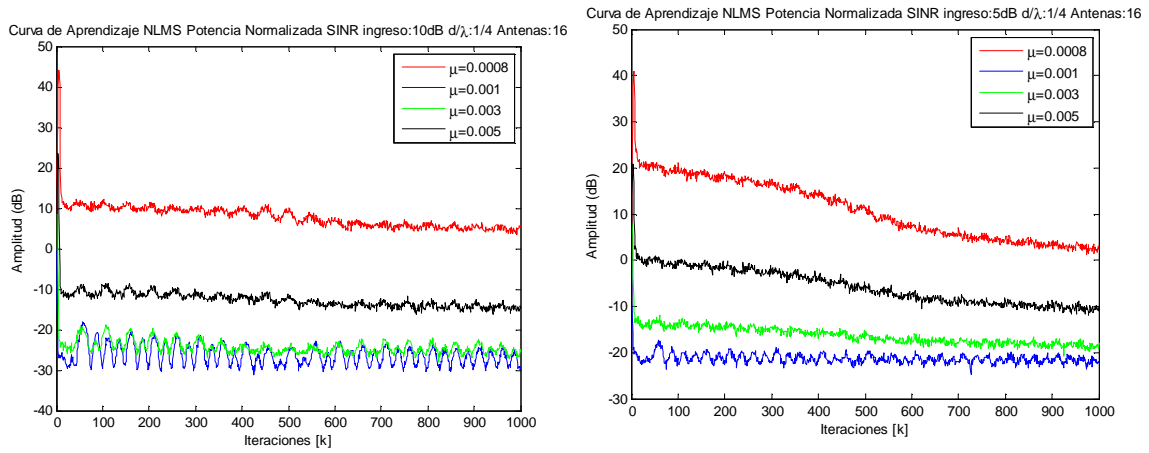


Figura 13: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=16$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=16$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

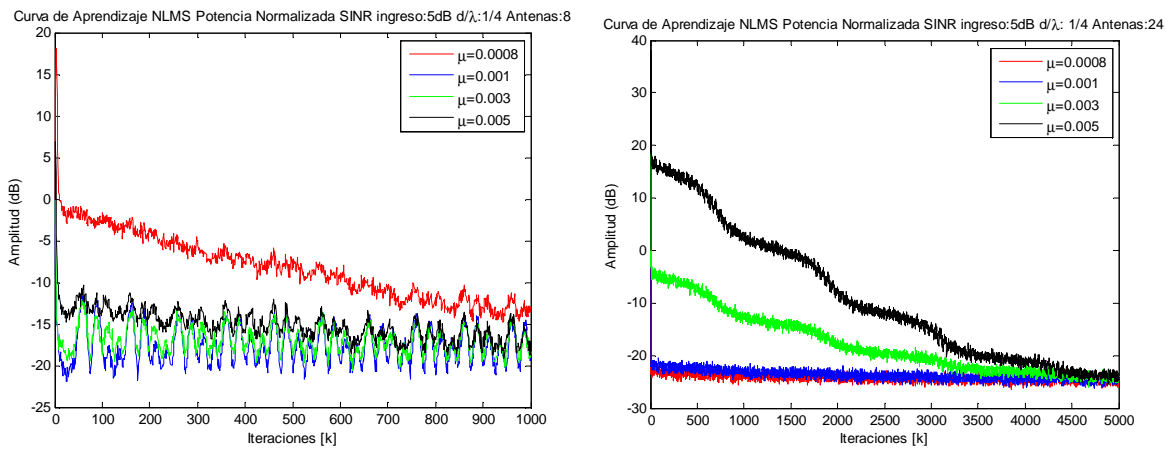


Figura 14: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), μ : 0.01, 0.03, 0.05, 0.07 SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

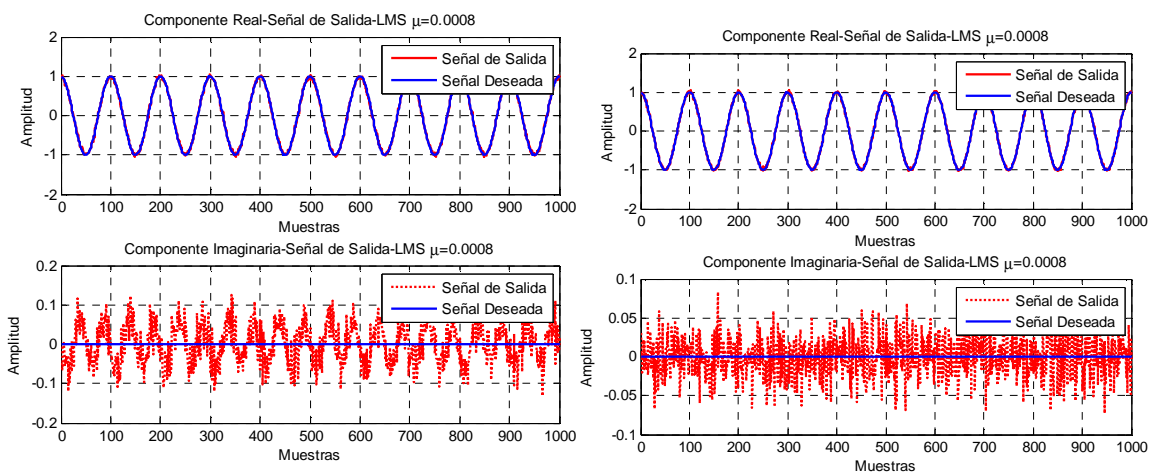
Tabla g: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada con valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con $M=16$, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda= 1/4, 1/2$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 16 ANTENAS $\theta=\pi/6$				ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 16 ANTENAS $\theta=\pi/3$		
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-24	500	0.0008	$1/4$	10	220	-28
-27,5	390	0.0008	$1/2$	10	400	-28
-21	450	0.0008	$1/4$	5	300	-22,5
-22,5	350	0.0008	$1/2$	5	525	-22,5
-24,5	500	0.001	$1/4$	10	450	-29
-27,5	390	0.001	$1/2$	10	390	-29
-21	450	0.001	$1/4$	5	200	-22
-22	260	0.001	$1/2$	5	400	-22,5
-24	400	0.003	$1/4$	10	575	-26
-25	600	0.003	$1/2$	10	500	-25
-17	700	0.003	$1/4$	5	700	-17
-18	800	0.003	$1/2$	5	775	-17,5
-22,5	4500*	0.005	$1/4$	10	4750*	-25
-22	4575*	0.005	$1/2$	10	4750*	-25
-22	3500*	0.005	$1/4$	5	3500*	-22,5
-23	3750*	0.005	$1/2$	5	3750*	-22,5
-22,72	1382,19*	PROMEDIO			1386,56*	-24

*: Se incrementa el número de iteraciones a 5000 para observar de mejor manera comportamiento del algoritmo

Fuente: Propia

EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA



(a)

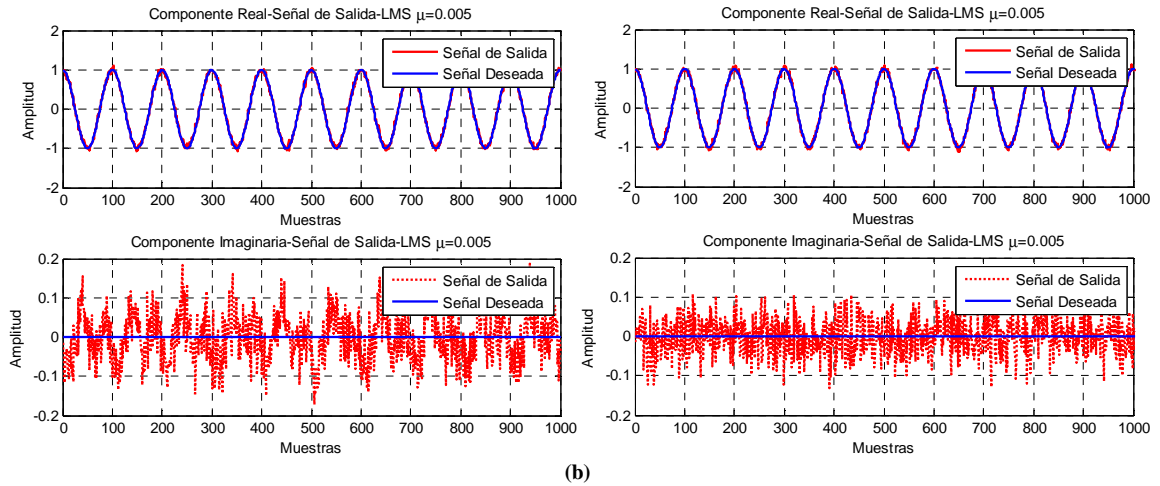


Figura 15: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: **a)** $\mu: 0.008$ SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=16$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), $\mu: 0.008$ SINR ingreso =10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta= \pi/6$ (derecha) **b)** $\mu: 0.05$ SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $M=8$, $\theta= \pi/6$ (izquierda), $\mu: 0.01, 0.03, 0.05, 0.07$ SINR ingreso =5 dB, $d/\lambda=0.5$, $M=16$, $\theta= \pi/6$ (derecha)

Fuente: Propia

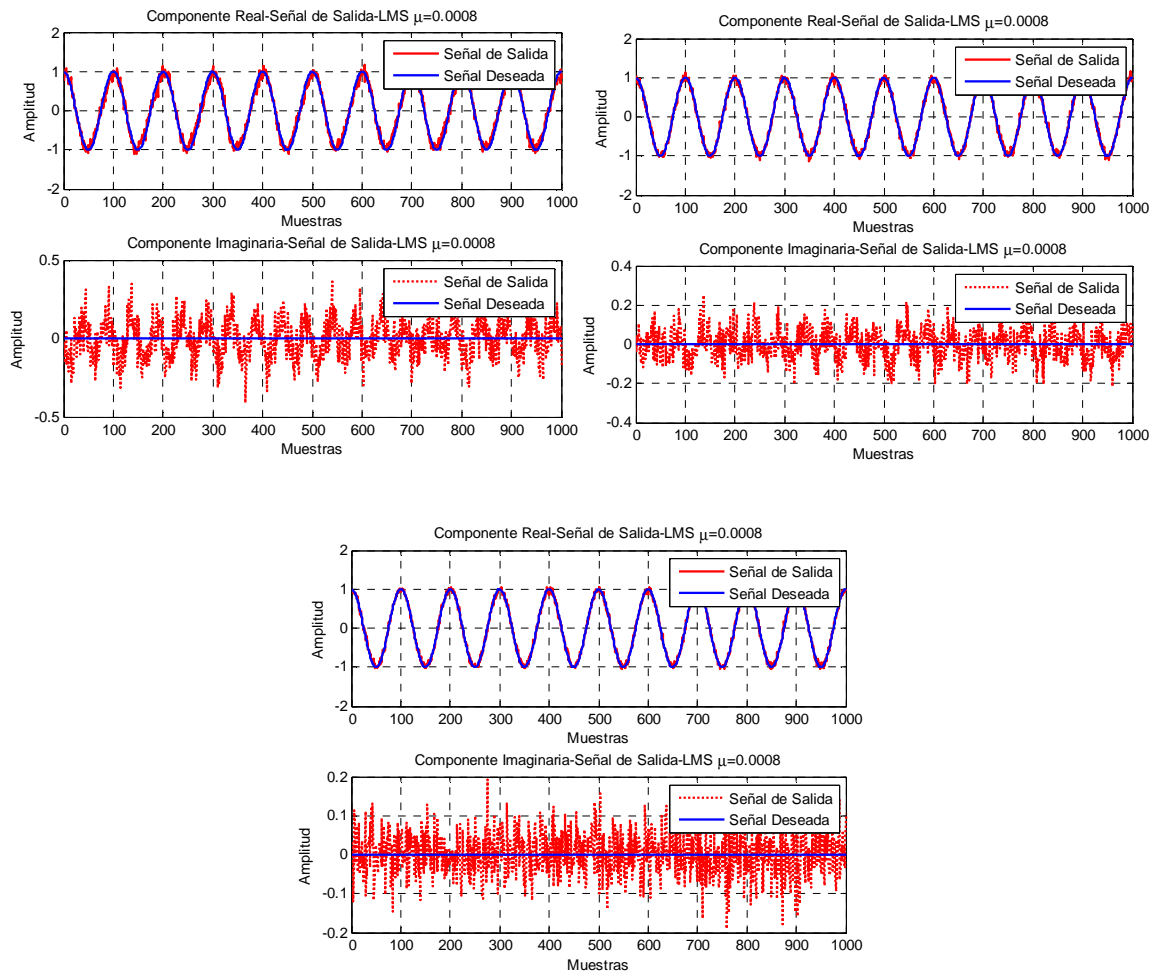


Figura 16: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada señal de salida para un arreglo de 8,16, 24 antenas con $\mu=0.005$ SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (De izquierda a derecha)

Fuente: Propia

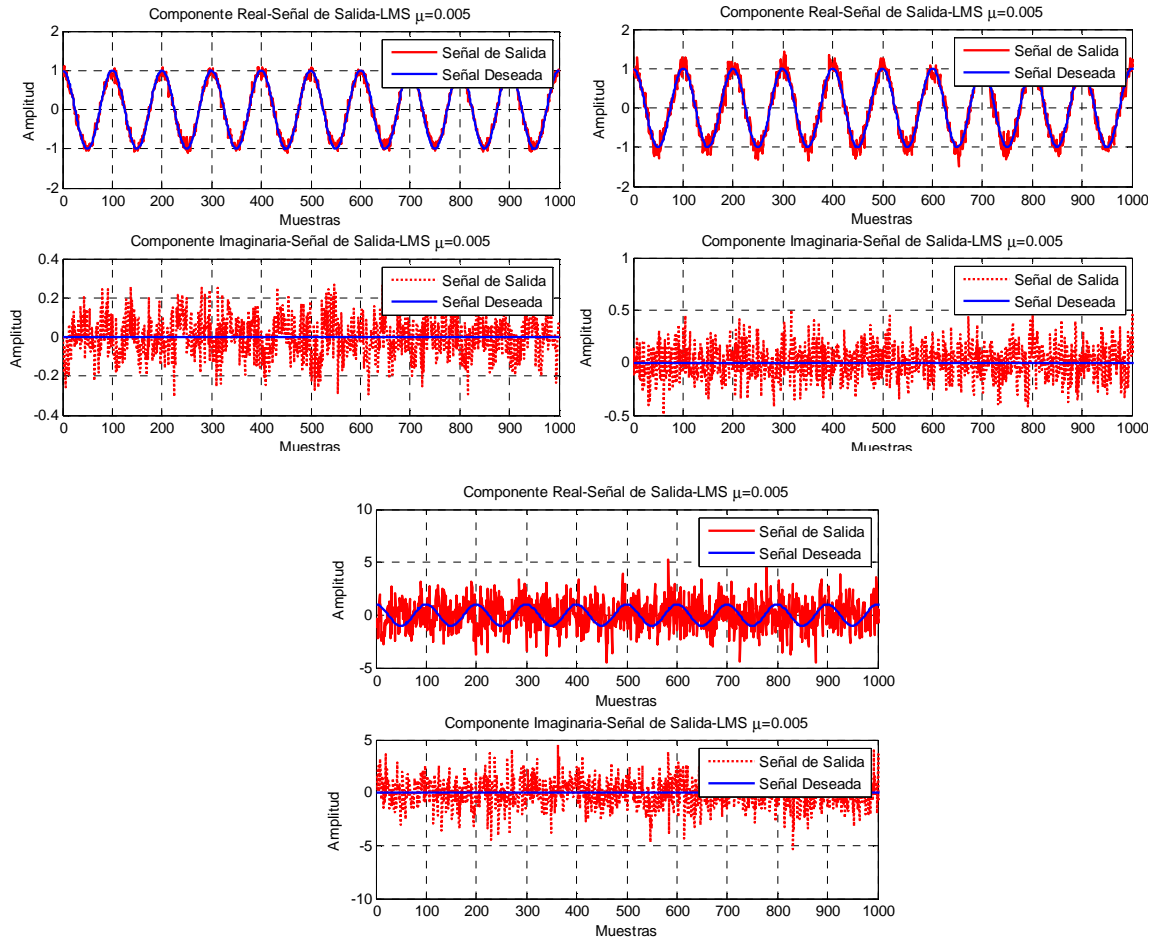


Figura 17: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada señal de salida para un arreglo de 8,16, 24 antenas con $\mu=0.005$ SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (De izquierda a derecha)

Fuente: Propia

LÓBULOS DE RADIACIÓN Y TABLAS PERTENECIENTE A M= 16 ELEMENTOS

A continuación se presentan las gráficas pertenecientes a los lóbulos de radiación para ciertos casos con valores de $\theta=\pi/6$. En las **Figuras: 18 -19**.

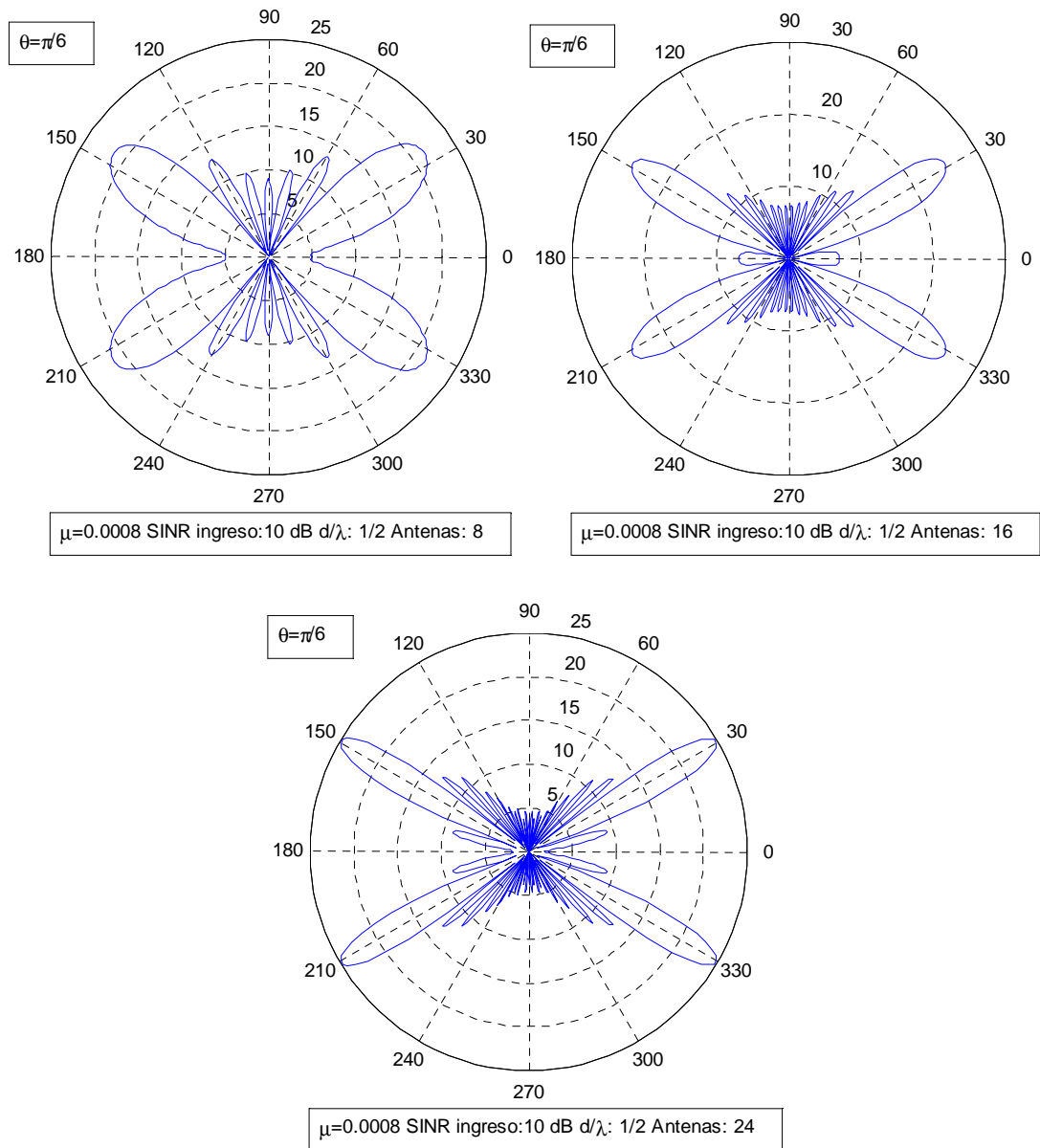


Figura 18: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.0008$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha),
Fuente: Propia

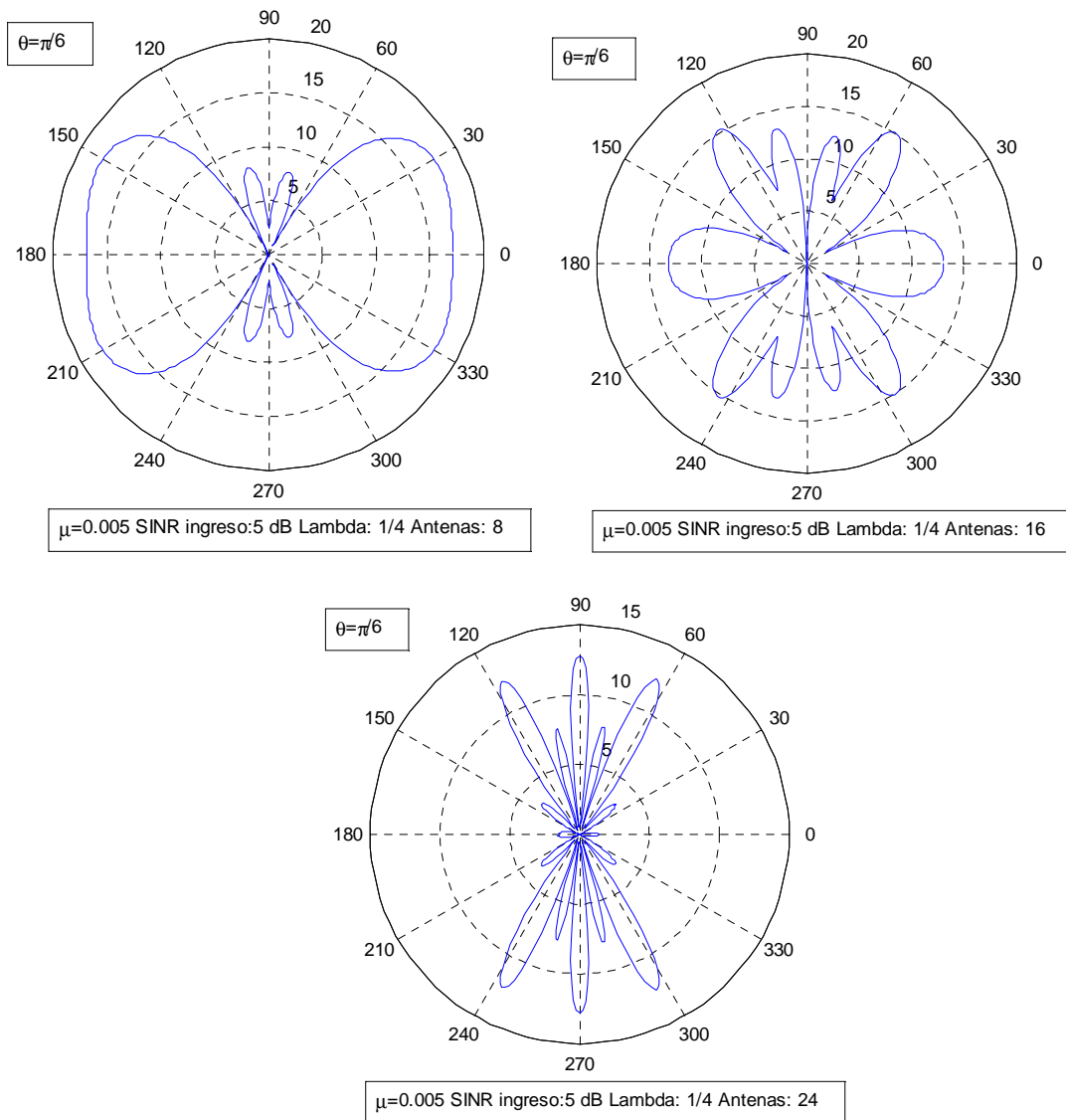


Figura 19: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.005$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/6$ (de izquierda a derecha), **Fuente:** Propia

Seguidamente, se aprecian los lóbulos de radiación correspondientes a los casos con valor de $\theta=\pi/3$.

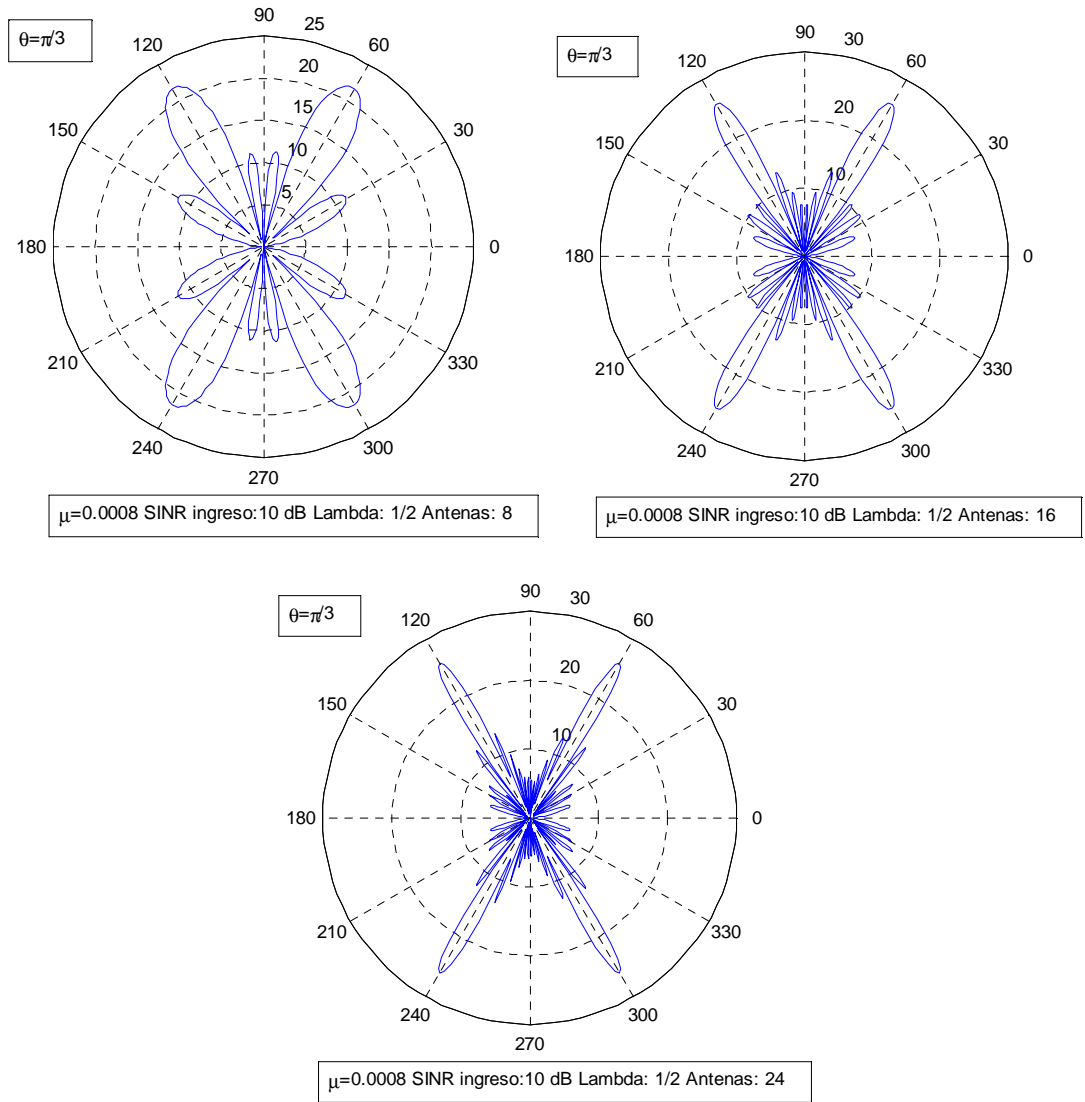


Figura 20: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.0008$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

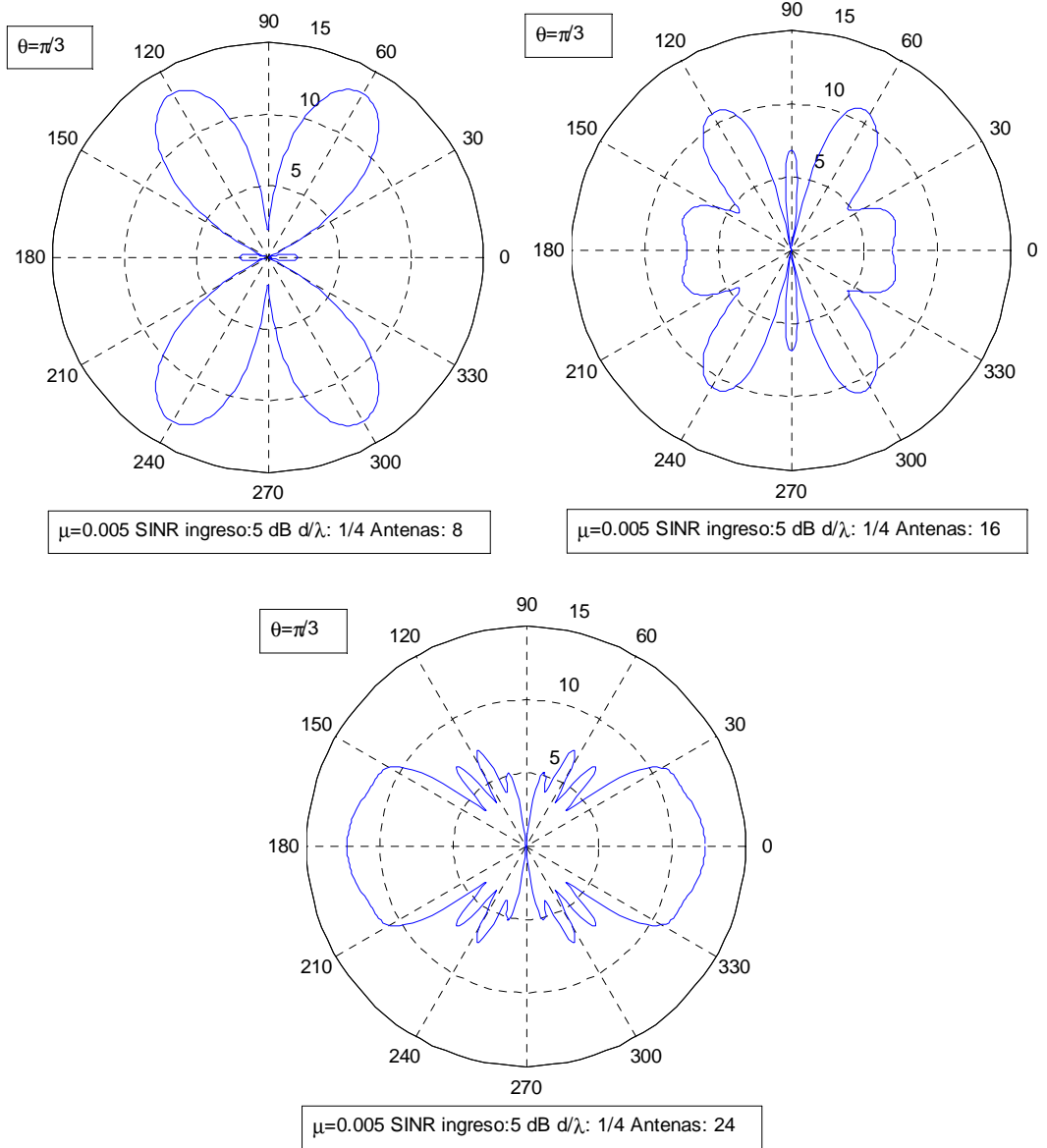


Figura 21: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\mu=0.005$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)
Fuente: Propia

Tabla h: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada, valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con $M=16$, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 16 ANTENAS $\theta = \pi/6$							ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 16 ANTENAS $\theta = \pi/3$	
POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ÁNGULO MAX (°)		
24,52	30	0.0008	1/4	10	26,34	59		
22,87	31,22	0.0008	1/2	10	27,23	60		
17,59	30	0.0008	1/4	5	17,57	59		
20,97	31	0.0008	1/2	5	18,84	60		
23,2	29	0.001	1/4	10	24,11	59		
23,07	31,42	0.001	1/2	10	22,89	60		
19,56	30	0.001	1/4	5	18,8	59		
18,84	31,53	0.001	1/2	5	19,11	60		
22,55	27	0.003	1/4	10	23,54	59,6		
24,67	32	0.003	1/2	10	24,74	60		
17,51	30	0.003	1/4	5	17,49	58		
18,82	31,58	0.003	1/2	5	18,1	59,44		
17,44	23	0.005	1/4	10	18,01	60		
22,13	31	0.005	1/2	10	18,49	60		
gráficamente no es posible	gráficamente no es posible	0.005	1/4	5	gráficamente no es posible	gráficamente no es posible		
gráficamente no es posible	gráficamente no es posible	0.005	1/2	5	gráficamente no es posible	gráficamente no es posible		

Fuente: Propia

Tabla i: Algoritmo NLMS con Potencia Normalizada valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo M=16, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4$, $\theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 16 ANTENAS $\theta = \pi/6$						ALGORITMO NLMS CON POTENCIA NORMALIZADA 16 ANTENAS $\theta = \pi/3$		
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	μ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)
21,5	56	14,98	0.0008	1/4	10	23,32	14	17,17
19,85	12	10,34	0.0008	1/2	10	24,22	9	24,09
14,57	60	7,74	0.0008	1/4	5	14,56	17	8,82
17,95	12	8,84	0.0008	1/2	5	15,83	15	14,63
20,18	54	13,89	0.001	1/4	10	21,1	14	14,63
20,05	14	10,04	0.001	1/2	10	19,88	9	7,71
16,55	54	9,09	0.001	1/4	5	15,79	14	9,7
15,83	11	6,62	0.001	1/2	5	16,1	8	7,36
19,54	52	8,89	0.003	1/4	10	20,53	13	14,17
21,66	24	11,48	0.003	1/2	10	21,73	9	8,57
14,5	24	12,68	0.003	1/4	5	14,48	17	9,79
15,8	12	7,18	0.003	1/2	5	15,09	8	9,72
14,42	50	11,97	0.005	1/4	10	15	18,5	15,33
19,11	12	12,8	0.005	1/2	10	15,48	7	17,4
Gráfica mente no es posible	Gráficam ente no es posible	Gráficament e no es posible	0.005	1/4	5	Gráficam ente no es posible	Gráficam ente no es posible	Gráficament e no es posible
Gráfica mente no es posible	Gráficam ente no es posible	Gráficament e no es posible	0.005	1/2	5	Gráficam ente no es posible	Gráficam ente no es posible	Gráficament e no es posible

Fuente: Propia

**ANEXO 4: TABLAS Y GRÁFICAS
CORRESPONDIENTES A LA SIMULACIÓN DEL
ALGORITMO MÍNIMOS CUADRADOS
RECURSIVOS (RLS)**

GRÁFICAS DE CURVA DE APRENDIZAJE PROMEDIO Y TABLA CORRESPONDIENTE A M=16 ANTENAS

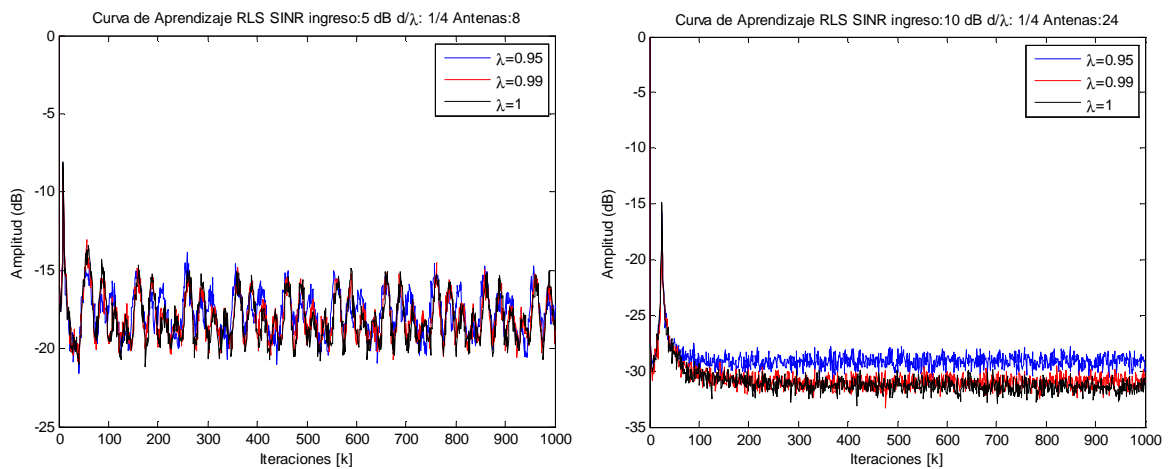


Figura 22: Algoritmo RLS: Factor de olvido: 0.95, 0.99, 1 SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=8$, $\theta=\pi/6$ Y
Factor de olvido: 0.95, 0.99, 1 SINR ingreso =10 dB, $d/\lambda=0.25$, $M=24$, $\theta=\pi/6$ (derecha).

Fuente: Propia

Tabla j: Algoritmo RLS, valores SINR de salida e Iteraciones para estabilidad con $M=16$, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda=1/4, 1/2$, $\theta=\pi/6$ y $\theta=\pi/3$

ALGORITMO RLS 16 ANTENAS $\theta=\pi/6$					ALGORITMO RLS 16 ANTENAS $\theta=\pi/3$	
SINR SALIDA (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	Nº DE ITERACIONES ESTABILIDAD	SINR SALIDA (dB)
-22,5	100	0.95	$1/4$	10	75	-28
-28	100	0.95	$1/2$	10	100	-28,5
-21	100	0.95	$1/4$	5	100	-22
-21,5	100	0.95	$1/2$	5	100	-21,5
-28	100	0.99	$1/4$	10	100	-29
-29	100	0.99	$1/2$	10	125	-29
-22	125	0.99	$1/4$	5	150	-22,5
-23	175	0.99	$1/2$	5	125	-22,5
-29	100	1	$1/4$	10	150	-29
-29	110	1	$1/2$	10	100	-29
-22,5	150	1	$1/4$	5	150	-22,5
-23	150	1	$1/2$	5	125	-22,5
-24,88	117,5	PROMEDIO			116,67	-25,5

Fuente: Propia

EFICIENCIA SEÑAL A RUIDO (SINR) ENTRADA VS. SALIDA

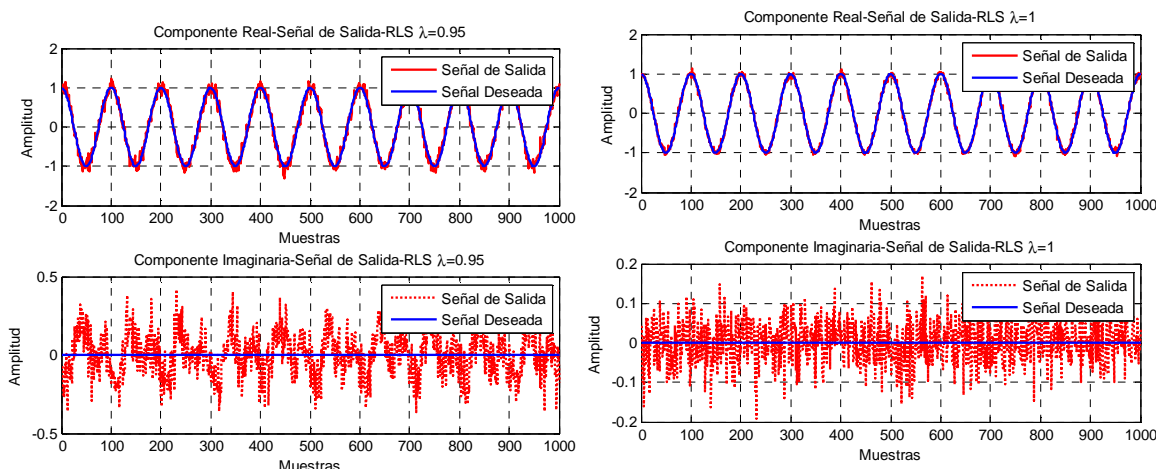


Figura 23: Algoritmo RLS: señal de salida para un arreglo de $M=8$ en algoritmo RLS con $\lambda=0.95$ SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta=\pi/6$ (izquierda) y señal de salida para un arreglo de $M=24$ en algoritmo RLS con $\lambda=1$ SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta=\pi/6$ (izquierda) y

Fuente: Propia

LÓBULOS DE RADIACIÓN Y TABLA PARA $M=16$ ELEMENTOS

A continuación se presentan las gráficas pertenecientes a los lóbulos de radiación para ciertos casos con valores de $\theta=\pi/6$. En las **Figuras: 24 -25**.

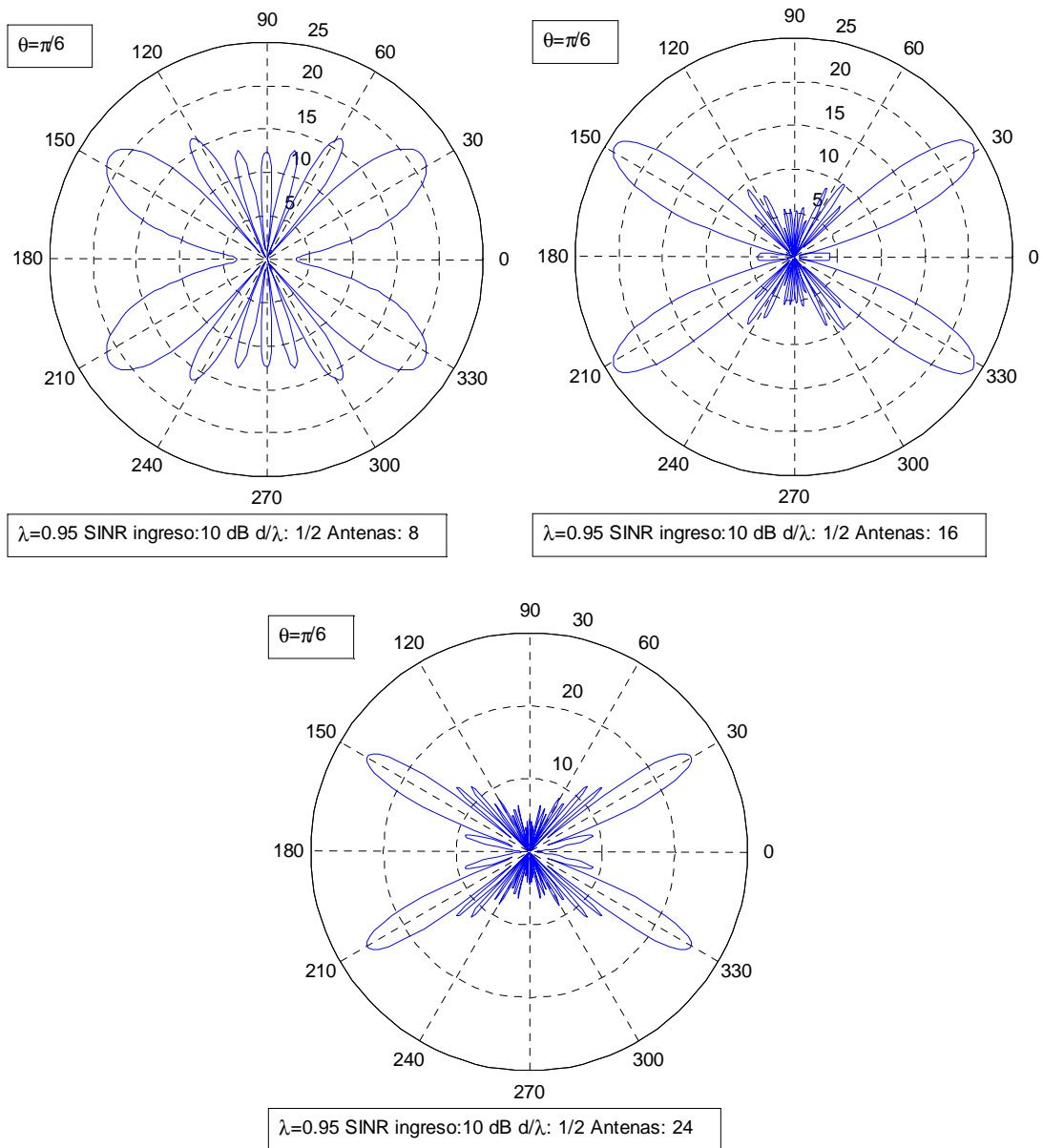


Figura 24: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda = 0.95$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda = 0.5$, $\theta = \pi/6$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

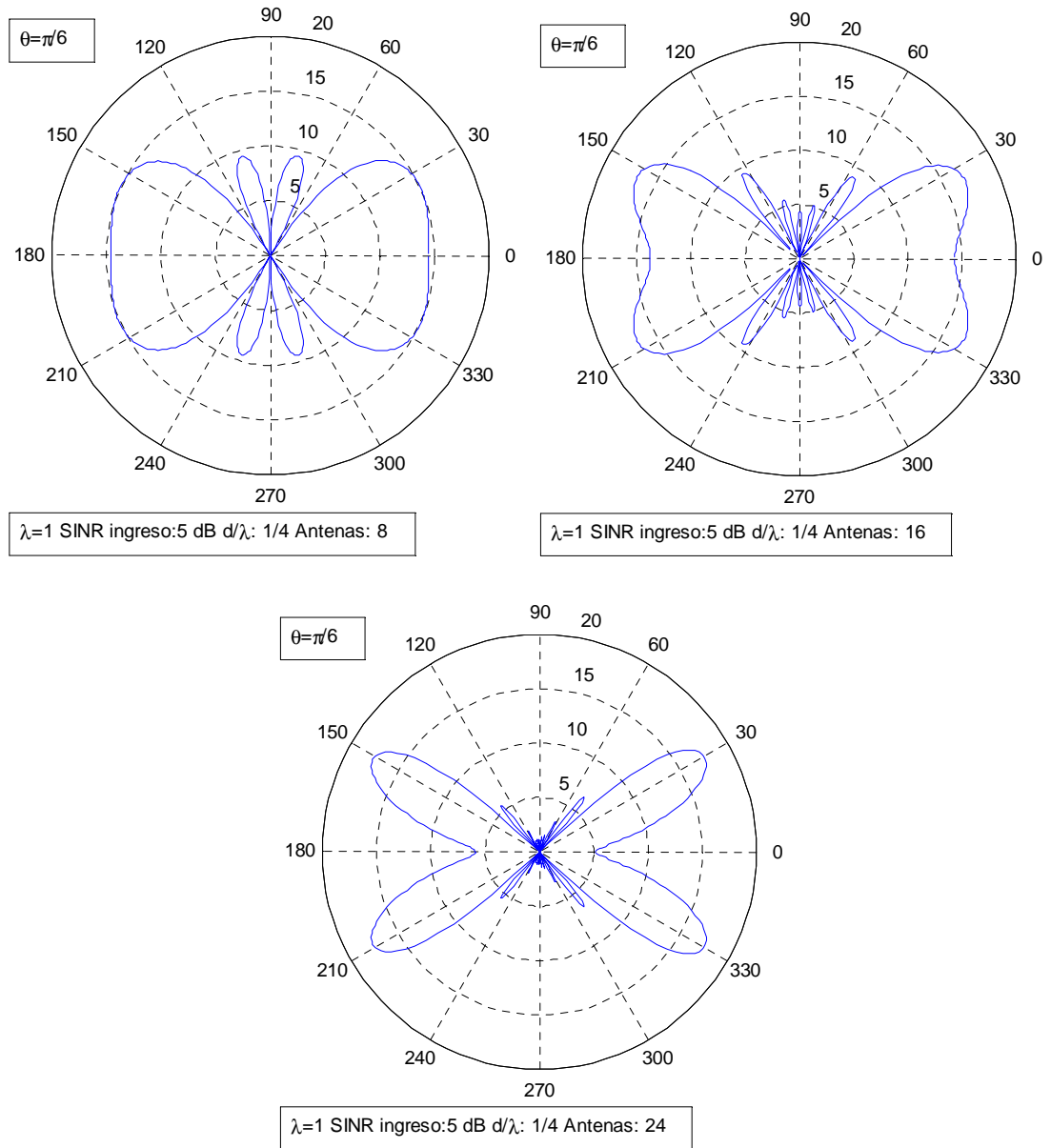


Figura 25: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda = 1$ (de izquierda a derecha), SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta = \pi/6$

Fuente: Propia

Seguidamente, se aprecian los lóbulos de radiación correspondientes a los casos con valor de $\theta = \pi/3$

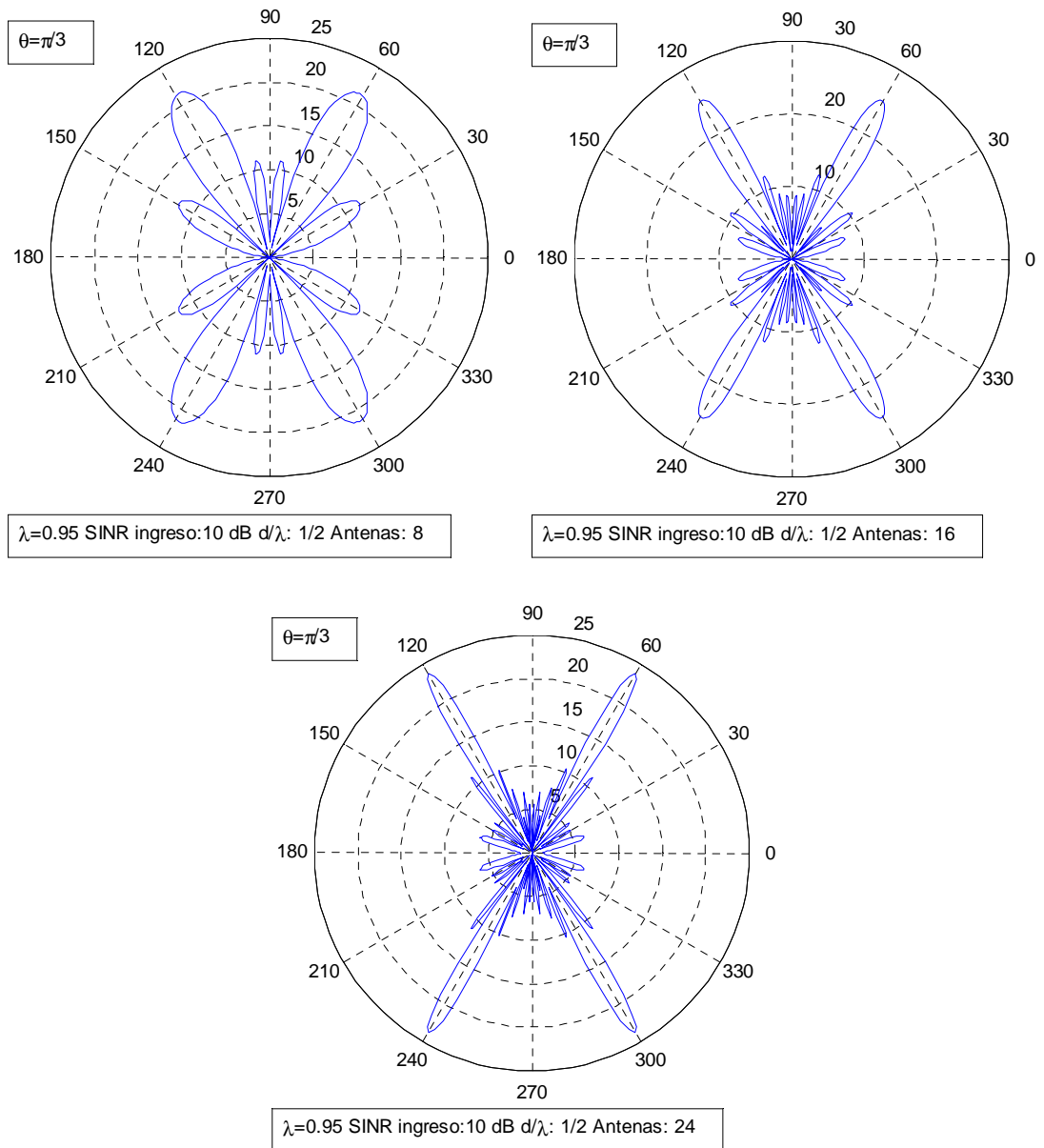


Figura 26: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas $\lambda = 0.95$, SINR ingreso=10 dB, $d/\lambda=0.5$, $\theta = \pi/3$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

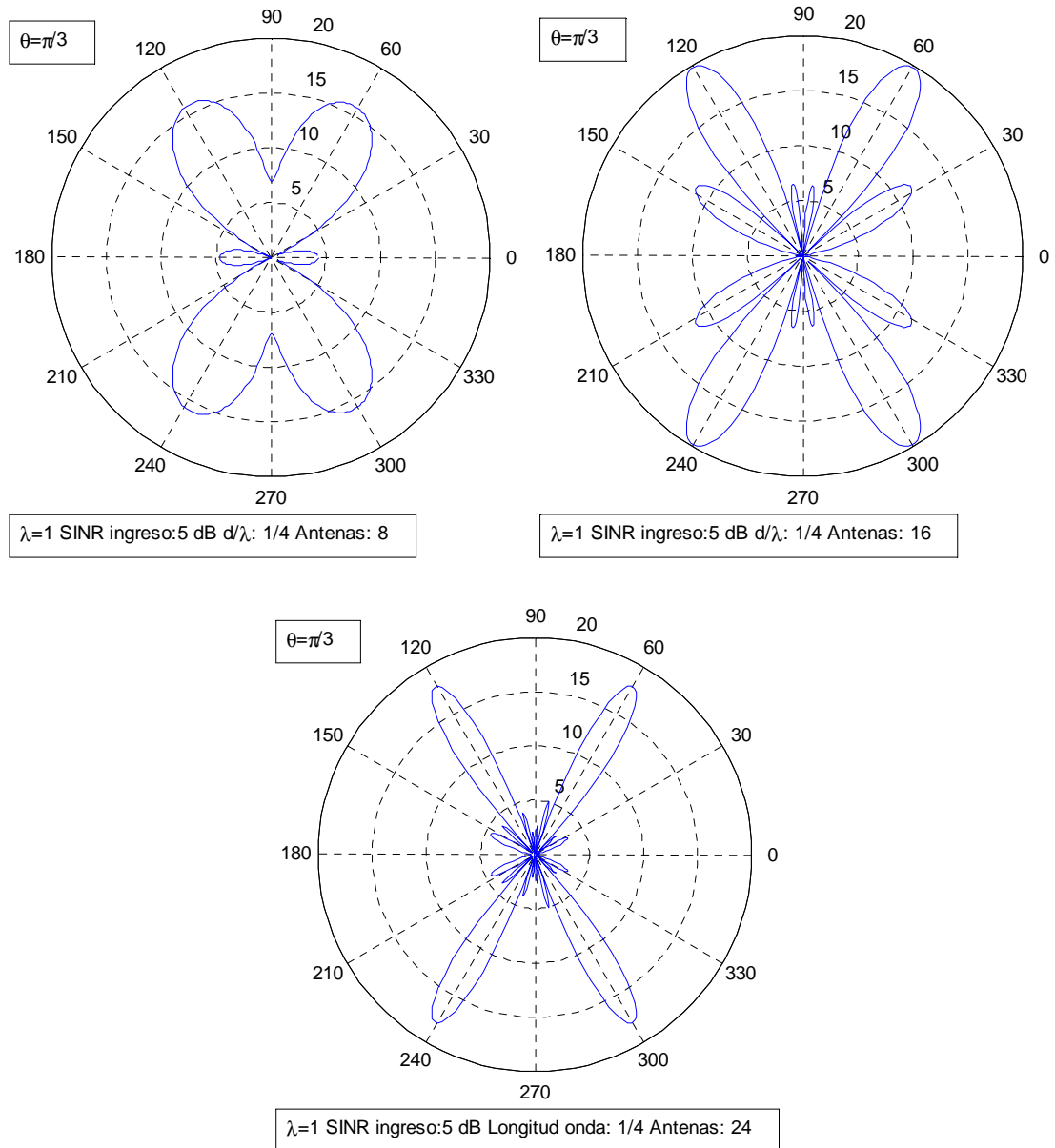


Figura 27: Algoritmo RLS: lóbulos de radiación para señal de salida para un arreglo de 8, 16, 24 antenas con $\lambda=1$, SINR ingreso=5 dB, $d/\lambda=0.25$, $\theta= \pi/3$ (de izquierda a derecha)

Fuente: Propia

Tabla k: Algoritmo RLS, valores de Potencia Máxima y Ángulo Máximo con M=16, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/4, 1/2, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO RLS 16 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO RLS 16 ANTENAS $\theta = \pi/3$			
POTENCIA MAX. (dB)	ANGULO MAX. (°)	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	POTENCIA MAX. (dB)	ANGULO MAX. (°)
21,51	26	0.95	1/4	10	26,52	60
24,59	32	0.95	1/2	10	23,17	60
17,6	29	0.95	1/4	5	17,29	59
17,37	32	0.95	1/2	5	19,4	60
25,23	27	0.99	1/4	10	23,88	60
27,69	31,82	0.99	1/2	10	23,92	60
18,5	28	0.99	1/4	5	18,53	59
18,41	31	0.99	1/2	5	19,64	60
20,56	25	1	1/4	10	23,65	60
23,51	32	1	1/2	10	24,88	60
17,51	26	1	1/4	5	16,16	59,55
18,23	31,71	1	1/2	5	17,92	60

Fuente: Propia

Tabla l: Algoritmo RLS valores de Potencia media y Nivel de Lóbulo lateral (lóbulo principal - lóbulo lateral) para arreglo M=16, SINR ingreso= 5, 10 dB, $d/\lambda = 1/2, 1/4, \theta = \pi/6$ y $\theta = \pi/3$

ALGORITMO RLS 16 ANTENAS $\theta = \pi/6$			ALGORITMO RLS 16 ANTENAS $\theta = \pi/3$					
HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo lateral (dB)	λ	d/λ	SINR INGRESO (dB)	HPBW (dB)	HPBW (°)	Nivel Lóbulo Lateral (dB)
18,5	52	14,24	0.95	1/4	10	23,51	17	9,22
21,58	11	4,33	0.95	1/2	10	20,16	8	9,3
14,59	56	8,13	0.95	1/4	5	14,28	14	15,49
14,36	12	2,13	0.95	1/2	5	16,39	7	5,78
22,22	54	18,74	0.99	1/4	10	20,87	13	4,84
24,68	17	10,62	0.99	1/2	10	20,91	8	9
15,49	54	10,5	0.99	1/4	5	15,52	15	4,67
15,4	13	5,46	0.99	1/2	5	16,63	8	2,65
17,55	53	13,69	1	1/4	10	20,64	13	6,14
20,5	12	13,69	1	1/2	10	21,87	7	9,89
14,5	54	9,79	1	1/4	5	13,15	14	6,39
15,22	10	4,75	1	1/2	5	14,91	8	2,96

Fuente: Propia

**ANEXO 5: CÓDIGO FUENTE DEL PROGRAMA DE
SIMULACIÓN ELABORADO EN MATLAB ® Rb2013**

ALGORITMO LMS

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ALGORITMO LMS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Algorithm 10.1 Sayed, pagina 166 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Fecha de revisión: 30/10/2014
clc
close all
clear all
%-----
%Tamaño de paso
mu=0.01;%input('Digite un valor para tamaño de paso: ');
SINR=10;%input('Digite la condición de SINR: ');
M=8;%input('Ingrese el número de antenas: ');
N=1000; %Número de muestras o iteraciones
theta=(pi/6); %dirección de arribo
theta2=pi/4; % segunda dirección de arribo
lambda=0.25;%input('Digite un valor para lambda: ');
%-----
T_s=0.01; % Período de muestreo para sñl continua - sñl discreta
%-----
A1=1.0; % Amplitud de senoide
A2=0.2; % Amplitud de segunda senoide
R=1:N; % Rango total de muestras [1,1000]
s1=A1*cos(2*pi*R*T_s); %portadora/señal deseada
s2=A2*sin(4*pi*R*T_s); %senoideinterferente
s=s1+s2; %sñl portadora + interferencia
pruebas=120; %número de experimentos
%-----
%Inicialización Learning_Curve y Vector Pesos
LC_dB=zeros(pruebas,N);
PesoAc1=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc2=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc3=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc4=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc5=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc6=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc7=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc8=zeros(pruebas,N+1);
%-----
%Generando factores de arreglo; vector y de ingreso, curvas promedio de
%aprendizaje y promedio de pesos.
for expe=1:pruebas
%-----
    Pots1=(A1^2)/2; %Potencia señal portadora
    Pots2=(A2^2)/2; %Potencia señal de interferencia
    Var_ruido=(Pots1-Pots2*10^(SINR/10))/(10^(SINR/10));%varianza ruido
    %Ruido para c/antena con compenente real e imaginaria

    Ruido_antenas=sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N)+1i*sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N);
%-----
%Factores de arreglo
    FA1=zeros(M,1); %FA para señal portadora
    FA2=zeros(M,1); %FA para señal interferente
for m=1:M
    FA1(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta));
    FA2(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta2));
end
%Genereando vector "y" de ingreso
```

```

Senal_in=zeros(M,N);
for k=1:N
Senal_in(:,k)=FA1*s1(k)+FA2*s2(k)+Ruido_antenas(:,k);
end
Senal_in_arreglo=conj(Senal_in');
Senal_deseada=s1;
%-----
%Algoritmo LMS
error=zeros(1,N); %inicializando señal de error
P_LMS=zeros(M,1); %inicializando vector de pesos
P_AC_LMS=zeros(M,N); %inicializando pesos acumulativos
P_LMS_0=P_LMS;
Curva_Aprend=zeros(1,N);%Inicializando curva de aprendizaje
for n=1:N
error(n)=Senal_deseada(n)-Senal_in_arreglo(n,:)*P_LMS;
P_LMS=P_LMS+(mu*Senal_in_arreglo(n,:)')*error(n);
P_AC_LMS(:,n)=P_LMS;
Curva_Aprend(n)=(abs(error(n)))^2;
end
LC_dB=10*log10(Curva_Aprend); %learning curve en dB
P_LMS_final=[P_LMS_0 P_AC_LMS]; %vector de pesos inicial y final
%separando vector de pesos
P_LMS_final_1=P_LMS_final(1,:);
P_LMS_final_2=P_LMS_final(2,:);
P_LMS_final_3=P_LMS_final(3,:);
P_LMS_final_4=P_LMS_final(4,:);
P_LMS_final_5=P_LMS_final(5,:);
P_LMS_final_6=P_LMS_final(6,:);
P_LMS_final_7=P_LMS_final(7,:);
P_LMS_final_8=P_LMS_final(8,:);
%-----
%Pesos por experimento
PesoAc1(expe,:)=P_LMS_final_1;
PesoAc2(expe,:)=P_LMS_final_2;
PesoAc3(expe,:)=P_LMS_final_3;
PesoAc4(expe,:)=P_LMS_final_4;
PesoAc5(expe,:)=P_LMS_final_5;
PesoAc6(expe,:)=P_LMS_final_6;
PesoAc7(expe,:)=P_LMS_final_7;
PesoAc8(expe,:)=P_LMS_final_8;
Curva_Aprend_dB(expe,:)=LC_dB;
end
%-----
PLMS_final_1P=mean(PesoAc1);
PLMS_final_2P=mean(PesoAc2);
PLMS_final_3P=mean(PesoAc3);
PLMS_final_4P=mean(PesoAc4);
PLMS_final_5P=mean(PesoAc5);
PLMS_final_6P=mean(PesoAc6);
PLMS_final_7P=mean(PesoAc7);
PLMS_final_8P=mean(PesoAc8);
Pesos_Finales_LMS=[PLMS_final_1P;PLMS_final_2P;PLMS_final_3P;PLMS_final_4P.
. .
;PLMS_final_5P;PLMS_final_6P;PLMS_final_7P;PLMS_final_8P];
%-----
P_LMS1=mean(Pesos_Finales_LMS(1,990:1001));
P_LMS2=mean(Pesos_Finales_LMS(2,990:1001));
P_LMS3=mean(Pesos_Finales_LMS(3,990:1001));
P_LMS4=mean(Pesos_Finales_LMS(4,990:1001));
P_LMS5=mean(Pesos_Finales_LMS(5,990:1001));
P_LMS6=mean(Pesos_Finales_LMS(6,990:1001));

```

```

P_LMS7=mean(Pesos_Finales_LMS(7,990:1001));
P_LMS8=mean(Pesos_Finales_LMS(8,990:1001));
%-----
P_LMS=[P_LMS1;P_LMS2;P_LMS3;P_LMS4;P_LMS5;P_LMS6;P_LMS7;P_LMS8];
Curva_Aprend_dB_F=mean(Curva_Aprend_dB);
%-----
figure(1);clf;
plot(R,Curva_Aprend_dB_F);grid on
annotation('textbox',[0.5,0.8,0.1,0.1],'String','SINR:10 dB-Lambda: 1/4');
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Amplitud (dB)')
title('Curva de Aprendizaje \mu: 0.01')
%-----
figure(2);clf;
plot(0:N,real(PLMS_final_1P),'r',0:N,real(PLMS_final_2P),'b',0:N...
,real(PLMS_final_3P),'k',0:N,real(PLMS_final_4P),'m',0:N,real(PLMS_final_5P)
)...
,'y',0:N,real(PLMS_final_6P),'c',0:N,real(PLMS_final_7P),'g',0:N,real(PLMS_
final_8P),'--m');grid on
legend('Peso1','Peso2','Peso3','Peso4','Peso5','Peso6','Peso7','Peso8')
title('Pesos Componente Real-LMS')
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Valores Pesos')
%-----
figure(3);clf;grid on
plot(0:N,imag(PLMS_final_1P),'r',0:N,imag(PLMS_final_2P),'b',0:N...
,imag(PLMS_final_3P),'k',0:N,imag(PLMS_final_4P),'m',0:N,imag(PLMS_final_5P)
)...
,'y',0:N,imag(PLMS_final_6P),'c',0:N,imag(PLMS_final_7P),'g',0:N,imag(PLMS_
final_8P),'--m');grid on
legend('Peso1','Peso2','Peso3','Peso4','Peso5','Peso6','Peso7','Peso8')
title('Pesos Componente Imag-LMS')
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Valores Pesos')
%-----
h1=figure(1);h2=figure(2);h3=figure(3);
saveas(h1,'Figura1.fig');saveas(h2,'Figura2.fig');saveas(h3,'Figura3.fig')
%-----
save A1_001_10025.matP_LMSCurva_Aprend_dB_F

```

ALGORITMO NLMS

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ALGORITMO e-NLMS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Algorithm 11.1 Sayed, pagina 179 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%Fecha de revisión: 21/10/2014
clc
close all
clear all
%-----
c= 0.002;%input('Ingrese constante epsilon: ');%Valor de epsilon
SINR=10;%input('Digite la condición de SINR: ');
mu= 0.01;%input('Digite un valor para tamaño de paso: ');%Tamaño de paso
M=8;%input('Ingrese el número de antenas: ');
lambda=0.25;%input('Ingrese el valor de lambda: '); %valor lambda
N=1000; %Número de muestras o iteraciones

```

```

theta=pi/6; %dirección de arribo
theta2=pi/4; % segunda dirección de arribo
%-----
T_s=0.01; % Período de muestreo para sñl continua - sñl discreta
%-----
A1=1.0; % Amplitud de senoide
A2=0.2; % Amplitud de segunda senoide
R=1:N; % Rango total de muestras [1,1000]
s1=A1*cos(2*pi*R*T_s); %portadora/señal deseada
s2=A2*sin(4*pi*R*T_s); %senoideinterferente
s=s1+s2; %sñl portadora + interferencia
pruebas=120; %Número de experimentos
%-----
%Inicialización Learning_Curve y Vector Pesos
LC_dB=zeros(pruebas,N);
PesoAc1=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc2=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc3=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc4=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc5=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc6=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc7=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc8=zeros(pruebas,N+1);
%-----
%Generando factores de arreglo; vector y de ingreso, curvas promedio de
%aprendizaje y promedio de pesos.
forexpe=1:pruebas
%-----
    Pots1=(A1^2)/2; %Potencia señal portadora
    Pots2=(A2^2)/2; %Potencia señal de interferencia
    Var_ruido=(Pots1-Pots2*10^(SINR/10))/(10^(SINR/10));%varianza ruido
    %Ruido para c/antena con compenente real e imaginaria

    Ruido_antenas=sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N)+1i*sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N);
%-----
%Factores de arreglo
    FA1=zeros(M,1); %FA para señal portadora
    FA2=zeros(M,1); %FA para señal interferente
for m=1:M
    FA1(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta));
    FA2(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta2));
end
%Genereando vector "y" de ingreso
Senal_in=zeros(M,N);
for k=1:N
    Senal_in(:,k)=FA1*s1(k)+FA2*s2(k)+Ruido_antenas(:,k);
end
Senal_in_arreglo=conj(Senal_in');
Senal_deseada=s1;
%-----
%Algoritmo e-NLMS
    error=zeros(1,N); %inicializando señal de error
    P_NLMS=zeros(M,1); %inicializando vector de pesos
    P_AC_NLMS=zeros(M,N); %inicializando pesos acumulativos
    P_NLMS_0=P_NLMS;
Curva_Aprend=zeros(1,N);%Inicializando curva de aprendizaje
for n=1:N
    error(n)=Senal_deseada(n)-Senal_in_arreglo(n,:)*P_NLMS;%error

    P_NLMS=P_NLMS+(mu/(c+(norm(Senal_in_arreglo(n,:))^2)))*Senal_in_arreglo(n
, :)'*error(n);%ecu. pesos

```

```

        P_AC_NLMS(:,n)=P_NLMS; %almacenamiento de pesos
Curva_Aprend(n)=(abs(error(n)))^2; %MSE
end
LC_dB=10*log10(Curva_Aprend); %learning curve en dB
P_NLMS_final=[P_NLMS_0 P_AC_NLMS]; %vector de pesos inicial y final

disp('Los pesos óptimos del sistema son:');
disp(P_NLMS)

%separando vector de pesos
P_NLMS_final_1=P_NLMS_final(1,:);
P_NLMS_final_2=P_NLMS_final(2,:);
P_NLMS_final_3=P_NLMS_final(3,:);
P_NLMS_final_4=P_NLMS_final(4,:);
P_NLMS_final_5=P_NLMS_final(5,:);
P_NLMS_final_6=P_NLMS_final(6,:);
P_NLMS_final_7=P_NLMS_final(7,:);
P_NLMS_final_8=P_NLMS_final(8,:);
%-----
%Pesos por experimento
PesoAc1(expe,:)=P_NLMS_final_1;
PesoAc2(expe,:)=P_NLMS_final_2;
PesoAc3(expe,:)=P_NLMS_final_3;
PesoAc4(expe,:)=P_NLMS_final_4;
PesoAc5(expe,:)=P_NLMS_final_5;
PesoAc6(expe,:)=P_NLMS_final_6;
PesoAc7(expe,:)=P_NLMS_final_7;
PesoAc8(expe,:)=P_NLMS_final_8;
Curva_Aprend_dB(expe,:)=LC_dB;
end
%-----
PNLMS_final_1P=mean(PesoAc1);
PNLMS_final_2P=mean(PesoAc2);
PNLMS_final_3P=mean(PesoAc3);
PNLMS_final_4P=mean(PesoAc4);
PNLMS_final_5P=mean(PesoAc5);
PNLMS_final_6P=mean(PesoAc6);
PNLMS_final_7P=mean(PesoAc7);
PNLMS_final_8P=mean(PesoAc8);
Pesos_Finales_NLMS=[PNLMS_final_1P;PNLMS_final_2P;PNLMS_final_3P;PNLMS_fina
l_4P...
;PNLMS_final_5P;PNLMS_final_6P;PNLMS_final_7P;PNLMS_final_8P];
%-----
P_NLMS1=mean(Pesos_Finales_NLMS(1,990:1001));
P_NLMS2=mean(Pesos_Finales_NLMS(2,990:1001));
P_NLMS3=mean(Pesos_Finales_NLMS(3,990:1001));
P_NLMS4=mean(Pesos_Finales_NLMS(4,990:1001));
P_NLMS5=mean(Pesos_Finales_NLMS(5,990:1001));
P_NLMS6=mean(Pesos_Finales_NLMS(6,990:1001));
P_NLMS7=mean(Pesos_Finales_NLMS(7,990:1001));
P_NLMS8=mean(Pesos_Finales_NLMS(8,990:1001));
%-----
P_NLMS=[P_NLMS1;P_NLMS2;P_NLMS3;P_NLMS4;P_NLMS5;P_NLMS6;P_NLMS7;P_NLMS8];
Curva_Aprend_dB_F=mean(Curva_Aprend_dB);
%-----
figure(1);clf;
plot(R,Curva_Aprend_dB_F);grid on
annotation('textbox',[0.5,0.8,0.1,0.1],'String','SINR:10 dB-Lambda: 1/4');
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Amplitud (dB)')
title('Curva de Aprendizaje \mu: 0.01')

```

```

%-----
figure(2);clf;
plot(0:N,real(PNLMS_final_1P),'r',0:N,real(PNLMS_final_2P),'b',0:N...

,real(PNLMS_final_3P),'k',0:N,real(PNLMS_final_4P),'m',0:N,real(PNLMS_final
_5P)...

,'y',0:N,real(PNLMS_final_6P),'c',0:N,real(PNLMS_final_7P),'g',0:N,real(PNL
MS_final_8P),'--m');grid on
legend('Peso1','Peso2','Peso3','Peso4','Peso5','Peso6','Peso7','Peso8')
title('Pesos Componente Real-e-NLMS')
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Valores Pesos')
%-----
figure(3);clf;grid on
plot(0:N,imag(PNLMS_final_1P),'r',0:N,imag(PNLMS_final_2P),'b',0:N...

,imag(PNLMS_final_3P),'k',0:N,imag(PNLMS_final_4P),'m',0:N,imag(PNLMS_final
_5P)...

,'y',0:N,imag(PNLMS_final_6P),'c',0:N,imag(PNLMS_final_7P),'g',0:N,imag(PNL
MS_final_8P),'--m');grid on
legend('Peso1','Peso2','Peso3','Peso4','Peso5','Peso6','Peso7','Peso8')
title('Pesos Componente Imag-e-NLMS')
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Valores Pesos')
%-----
h1=figure(1);h2=figure(2);h3=figure(3);
saveas(h1,'Figura1.fig');saveas(h2,'Figura2.fig');saveas(h3,'Figura3.fig')
%-----
save A2_001_10025.matP_NLMSCurva_Aprend_dB_F

```

ALGORITMO NLMS – POTENCIA NORMALIZADA

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ALGORITMO e-NLMS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Algorithm 11.2 Sayed, pagina 181 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc
close all
clear all
%-----
c= 0.002;%input ('Digite el valor de epsilon: ');%Valor de epsilon
mu=0.0008;%input ('Digite un valor para tamaño de paso: ');%Tamaño de paso
be=0.99; %input ('Digite el valor para beta: ');%Valor de beta
SINR=10;%input('Digite la condición de SINR: ');
M=8;%input('Ingrese el número de antenas: ');
lambda=0.25;%input('Ingrese un valor para lambda: ');%valor lambda
N=1000; %Número de muestras o iteraciones
theta=pi/6; %dirección de arribo
theta2=pi/4; % segunda dirección de arribo
%-----
T_s=0.01; % Período de muestreo para señal continua - señal discreta
%-----
A1=1.0; % Amplitud de senoide
A2=0.2; % Amplitud de segunda senoide
R=1:N; % Rango total de muestras [1,1000]
s1=A1*cos(2*pi*R*T_s); %portadora/señal deseada
s2=A2*sin(4*pi*R*T_s); %senoide interferente
s=s1+s2; %señal portadora + interferencia
pruebas=120; %número de experimentos

```

```

%-----
%Inicialización Learning_Curve y Vector Pesos
LC_dB=zeros(pruebas,N);
PesoAc1=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc2=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc3=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc4=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc5=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc6=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc7=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc8=zeros(pruebas,N+1);
%-----
%Generando factores de arreglo; vector y de ingreso, curvas promedio de
%aprendizaje y promedio de pesos.
For expe=1:pruebas
%-----
    Pots1=(A1^2)/2; %Potencia señal portadora
    Pots2=(A2^2)/2; %Potencia señal de interferencia
    Var_ruido=(Pots1-Pots2*10^(SINR/10))/(10^(SINR/10));%varianza ruido
    %Ruido para c/antena con componente real e imaginaria

    Ruido_antenas=sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N)+1i*sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N);
%-----
    %Factores de arreglo
    FA1=zeros(M,1); %FA para señal portadora
    FA2=zeros(M,1); %FA para señal interferente
    for m=1:M
        FA1(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta));
        FA2(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta2));
    end
    %Genereando vector "y" de ingreso
    Senal_in=zeros(M,N);
    for k=1:N
        Senal_in(:,k)=FA1*s1(k)+FA2*s2(k)+Ruido_antenas(:,k);
    end
    Senal_in_arreglo=conj(Senal_in');
    Senal_deseada=s1;
%-----
    %Algoritmo LMS
    error=zeros(1,N); %inicializando señal de error
    P_PNLMS=zeros(M,1); %inicializando vector de pesos
    P_AC_PNLMS=zeros(M,N); %inicializando pesos acumulativos
    P_PNLMS_0=P_PNLMS;
    P=0;
    Ppnlms=zeros(1,N);
    Curva_Aprend=zeros(1,N);%Inicializando curva de aprendizaje
    for n=1:N
        error(n)=Senal_deseada(n)-Senal_in_arreglo(n,:)*P_PNLMS;
        P=be*P+(1-be)*(abs(Senal_in(n))).^2;
        Ppnlms(:,n)=P;
        P_PNLMS=P_PNLMS+(mu/(c+P))*Senal_in_arreglo(n,:)'*error(n);
        P_AC_PNLMS(:,n)=P_PNLMS;
        Curva_Aprend(n)=(abs(error(n)))^2;
    end
    LC_dB=10*log10(Curva_Aprend); %learning curve en dB
    P_PNLMS_final=[P_PNLMS_0 P_AC_PNLMS]; %vector de pesos inicial y final
    disp('pesos óptimos del sistema son:');
    disp(P_PNLMS)

%separando vector de pesos
    P_PNLMS_final_1=P_PNLMS_final(1,:);

```

```

P_PNLMS_final_2=P_PNLMS_final(2,:);
P_PNLMS_final_3=P_PNLMS_final(3,:);
P_PNLMS_final_4=P_PNLMS_final(4,:);
P_PNLMS_final_5=P_PNLMS_final(5,:);
P_PNLMS_final_6=P_PNLMS_final(6,:);
P_PNLMS_final_7=P_PNLMS_final(7,:);
P_PNLMS_final_8=P_PNLMS_final(8,:);
%-----
%Pesos por experimento
PesoAc1(expe,:)=P_PNLMS_final_1;
PesoAc2(expe,:)=P_PNLMS_final_2;
PesoAc3(expe,:)=P_PNLMS_final_3;
PesoAc4(expe,:)=P_PNLMS_final_4;
PesoAc5(expe,:)=P_PNLMS_final_5;
PesoAc6(expe,:)=P_PNLMS_final_6;
PesoAc7(expe,:)=P_PNLMS_final_7;
PesoAc8(expe,:)=P_PNLMS_final_8;
Curva_Aprend_dB(expe,:)=LC_dB;
end
%-----
PPNLMS_final_1P=mean(PesoAc1);
PPNLMS_final_2P=mean(PesoAc2);
PPNLMS_final_3P=mean(PesoAc3);
PPNLMS_final_4P=mean(PesoAc4);
PPNLMS_final_5P=mean(PesoAc5);
PPNLMS_final_6P=mean(PesoAc6);
PPNLMS_final_7P=mean(PesoAc7);
PPNLMS_final_8P=mean(PesoAc8);
Pesos_Finales_PNLMS=[PPNLMS_final_1P;PPNLMS_final_2P;PPNLMS_final_3P;PPNLMS
_final_4P...
;PPNLMS_final_5P;PPNLMS_final_6P;PPNLMS_final_7P;PPNLMS_final_8P];
%-----
P_PNLMS1=mean(Pesos_Finales_PNLMS(1,990:1001));
P_PNLMS2=mean(Pesos_Finales_PNLMS(2,990:1001));
P_PNLMS3=mean(Pesos_Finales_PNLMS(3,990:1001));
P_PNLMS4=mean(Pesos_Finales_PNLMS(4,990:1001));
P_PNLMS5=mean(Pesos_Finales_PNLMS(5,990:1001));
P_PNLMS6=mean(Pesos_Finales_PNLMS(6,990:1001));
P_PNLMS7=mean(Pesos_Finales_PNLMS(7,990:1001));
P_PNLMS8=mean(Pesos_Finales_PNLMS(8,990:1001));
%-----
P_PNLMS=[P_PNLMS1;P_PNLMS2;P_PNLMS3;P_PNLMS4;P_PNLMS5;P_PNLMS6;P_PNLMS7;P_P
NLMS8];
Curva_Aprend_dB_F=mean(Curva_Aprend_dB);
%-----
figure(1);clf;
plot(R,Curva_Aprend_dB_F);grid on
annotation('textbox',[0.5,0.8,0.1,0.1],'String','SINR:10 dB-Lambda: 1/4');
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Amplitud (dB)')
title('Curva de Aprendizaje \mu: 0.0008')
%-----
figure(2);clf;
plot(0:N,real(PPNLMS_final_1P),'r',0:N,real(PPNLMS_final_2P),'b',0:N...
,real(PPNLMS_final_3P),'k',0:N,real(PPNLMS_final_4P),'m',0:N,real(PPNLMS_fi
nal_5P)...
,'y',0:N,real(PPNLMS_final_6P),'c',0:N,real(PPNLMS_final_7P),'g',0:N,real(P
PNLMS_final_8P),'--m');grid on
legend('Peso1','Peso2','Peso3','Peso4','Peso5','Peso6','Peso7','Peso8')

```



```

title('Pesos Componente Real-LMS')
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Valores Pesos')
%-----
figure(3);clf;grid on
plot(0:N,imag(PPNLMS_final_1P),'r',0:N,imag(PPNLMS_final_2P),'b',0:N...
,imag(PPNLMS_final_3P),'k',0:N,imag(PPNLMS_final_4P),'m',0:N,imag(PPNLMS_fi
nal_5P)...
,'y',0:N,imag(PPNLMS_final_6P),'c',0:N,imag(PPNLMS_final_7P),'g',0:N,imag(P
PNLMS_final_8P),'--m');grid on
legend('Peso1','Peso2','Peso3','Peso4','Peso5','Peso6','Peso7','Peso8')
title('Pesos Componente Imag-LMS')
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Valores Pesos')
%-----
h1=figure(1);h2=figure(2);h3=figure(3);
saveas(h1,'Figura1.fig');saveas(h2,'Figura2.fig');saveas(h3,'Figura3.fig')
%-----
save A3_00008_10025.matP_PNLMSCurva_Aprend_dB_F

```

ALGORITMO RLS

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% ALGORITMO RLS %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% Algorithm 14.1 Sayed, pagina 199 %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc
close all
clear all
%-----
%Factor de olvido >>0 y <=1
fac_olv=1;%input('Digite un valor para factor de olvido: ');
SINR=10;%input('Digite la condición de SINR: ');
ep=0.00001;%input('Digite un valor para epsilon: ');%valor epsilon en
milesimas
M=8;%input('Ingrese el número de antenas: ');
lambda=1/4;%input('Valor de lambda: ');
N=1000; %Número de muestras o iteraciones
theta=pi/6; %dirección de arribo
theta2=pi/4; % segunda dirección de arribo
%-----
T_s=0.01; % Período de muestreo para sñl continua - sñl discreta
%-----
A1=1.0; % Amplitud de senoide
A2=0.2; % Amplitud de segunda senoide
R=1:N; % Rango total de muestras [1,1000]
s1=A1*cos(2*pi*R*T_s); %portadora/señal deseada
s2=A2*sin(4*pi*R*T_s); %senoideinterferente
s=s1+s2; %sñl portadora + interferencia
pruebas=120; %número de experimentos
%-----
%Inicialización Learning_Curve y Vector Pesos
LC_dB=zeros(pruebas,N);
PesoAc1=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc2=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc3=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc4=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc5=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc6=zeros(pruebas,N+1);

```

```

PesoAc7=zeros(pruebas,N+1);
PesoAc8=zeros(pruebas,N+1);
%-----
%Generando factores de arreglo; vector y de ingreso, curvas promedio de
%aprendizaje y promedio de pesos.
for expe=1:pruebas
%-----
    Pots1=(A1^2)/2; %Potencia señal portadora
    Pots2=(A2^2)/2; %Potencia señal de interferencia
    Var_ruido=(Pots1-Pots2*10^(SINR/10))/(10^(SINR/10));%varianza ruido
    %Ruido para c/antena con componente real e imaginaria

    Ruido_antenas=sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N)+1i*sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N);
%-----
%Factores de arreglo
    FA1=zeros(M,1); %FA para señal portadora
    FA2=zeros(M,1); %FA para señal interferente
    for m=1:M
        FA1(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta));
        FA2(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta2));
    end
%Generando vector "y" de ingreso
    Senal_in=zeros(M,N);
    for k=1:N
        Senal_in(:,k)=FA1*s1(k)+FA2*s2(k)+Ruido_antenas(:,k);
    end
    Senal_in_arreglo=conj(Senal_in');
    Senal_deseada=s1;
%-----
%Algoritmo RLS
    P=(1/ep)*eye(M);
    error=zeros(1,N); %inicializando señal de error
    P_RLS=zeros(M,1); %inicializando vector de pesos
    P_AC_RLS=zeros(M,N); %inicializando pesos acumulativos
    P_RLS_0=P_RLS;
    Curva_Aprend=zeros(1,N);%Inicializando curva de aprendizaje

    for n=1:N
        error(n)=Senal_deseada(n)-Senal_in_arreglo(n,:)*P_RLS;

        num=(1/fac_olv)*((P*Senal_in_arreglo(n,:)'*Senal_in_arreglo(n,:)*P));
        %Numerador

        den=(1+((1/fac_olv)*(Senal_in_arreglo(n,:)*P*Senal_in_arreglo(n,:)'));
        %Denominador
        P=(1/fac_olv)*(P-(num/den)); %Actualización automática de P
        P_RLS=P_RLS+(P*Senal_in_arreglo(n,:)'*(Senal_deseada(n)-
        Senal_in_arreglo(n,:)*P_RLS);
        P_AC_RLS(:,n)=P_RLS;
        Curva_Aprend(n)=(abs(error(n)))^2;
    end

    LC_dB=10*log10(Curva_Aprend); %learning curve en dB
    P_RLS_final=[P_RLS_0 P_AC_RLS]; %vector de pesos inicial y final
    disp('Los pesos óptimos del sistema son:');
    disp(P_RLS)

%separando vector de pesos
    P_RLS_final_1=P_RLS_final(1,:);
    P_RLS_final_2=P_RLS_final(2,:);
    P_RLS_final_3=P_RLS_final(3,:);

```

```

P_RLS_final_4=P_RLS_final(4,:);
P_RLS_final_5=P_RLS_final(5,:);
P_RLS_final_6=P_RLS_final(6,:);
P_RLS_final_7=P_RLS_final(7,:);
P_RLS_final_8=P_RLS_final(8,:);
%-----
%Pesos por experimento
PesoAc1(expe,:)=P_RLS_final_1;
PesoAc2(expe,:)=P_RLS_final_2;
PesoAc3(expe,:)=P_RLS_final_3;
PesoAc4(expe,:)=P_RLS_final_4;
PesoAc5(expe,:)=P_RLS_final_5;
PesoAc6(expe,:)=P_RLS_final_6;
PesoAc7(expe,:)=P_RLS_final_7;
PesoAc8(expe,:)=P_RLS_final_8;
Curva_Aprend_dB(expe,:)=LC_dB;
end
%-----
PRLS_final_1P=mean(PesoAc1);
PRLS_final_2P=mean(PesoAc2);
PRLS_final_3P=mean(PesoAc3);
PRLS_final_4P=mean(PesoAc4);
PRLS_final_5P=mean(PesoAc5);
PRLS_final_6P=mean(PesoAc6);
PRLS_final_7P=mean(PesoAc7);
PRLS_final_8P=mean(PesoAc8);
Pesos_Finales_RLS=[PRLS_final_1P;PRLS_final_2P;PRLS_final_3P;PRLS_final_4P.
..
;PRLS_final_5P;PRLS_final_6P;PRLS_final_7P;PRLS_final_8P];
%-----
P_RLS1=mean(Pesos_Finales_RLS(1,990:1001));
P_RLS2=mean(Pesos_Finales_RLS(2,990:1001));
P_RLS3=mean(Pesos_Finales_RLS(3,990:1001));
P_RLS4=mean(Pesos_Finales_RLS(4,990:1001));
P_RLS5=mean(Pesos_Finales_RLS(5,990:1001));
P_RLS6=mean(Pesos_Finales_RLS(6,990:1001));
P_RLS7=mean(Pesos_Finales_RLS(7,990:1001));
P_RLS8=mean(Pesos_Finales_RLS(8,990:1001));
%-----
P_RLS=[P_RLS1;P_RLS2;P_RLS3;P_RLS4;P_RLS5;P_RLS6;P_RLS7;P_RLS8];
Curva_Aprend_dB_F=mean(Curva_Aprend_dB);
%-----
figure(1);clf;
plot(R,Curva_Aprend_dB_F);grid on
annotation('textbox',[0.5,0.8,0.1,0.1],'String','SINR:10 dB-Lambda: 1/4');
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Amplitud (dB)')
title('Curva de Aprendizaje \lambda: 1')
%-----
figure(2);clf;
plot(0:N,real(PRLS_final_1P),'r',0:N,real(PRLS_final_2P),'b',0:N...
,real(PRLS_final_3P),'k',0:N,real(PRLS_final_4P),'m',0:N,real(PRLS_final_5P)
)...
,'y',0:N,real(PRLS_final_6P),'c',0:N,real(PRLS_final_7P),'g',0:N,real(PRLS_
final_8P),'--m');grid on
legend('Peso1','Peso2','Peso3','Peso4','Peso5','Peso6','Peso7','Peso8')
title('Pesos Componente Real-RLS')
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Valores Pesos')

```

```

%-----
figure(3);clf;grid on
plot(0:N,imag(PRLS_final_1P),'r',0:N,imag(PRLS_final_2P),'b',0:N...
,imag(PRLS_final_3P),'k',0:N,imag(PRLS_final_4P),'m',0:N,imag(PRLS_final_5P)
)...
,'y',0:N,imag(PRLS_final_6P),'c',0:N,imag(PRLS_final_7P),'g',0:N,imag(PRLS_
final_8P),'--m');grid on
legend('Peso1','Peso2','Peso3','Peso4','Peso5','Peso6','Peso7','Peso8')
title('Pesos Componente Imag-RLS')
xlabel('Iteraciones [k]')
ylabel('Valores Pesos')
%-----
h1=figure(1);h2=figure(2);h3=figure(3);
saveas(h1,'Figural.fig');saveas(h2,'Figura2.fig');saveas(h3,'Figura3.fig')
%-----
save A4_1_10025.matP_RLSCurva_Aprend_dB_F

```

SEÑALES PORTADORA, DE INTERFERENCIA, Y DE INGRESO EN LOS ARREGLOS DE ANTENAS

```

%GRAFICAS DE INGRESO A LOS ALGORITMOS
%-----
%-----
clc
clear all
close all
SINR=10;%input('Digite la condición de SINR: ');
M=8;%input('Ingrese el número de antenas: ');
lambda=1/4;%input('Ingrese un valor de lambda: '); %valor lambda
theta=pi/6; %dirección de arribo
theta2=pi/4; % segunda dirección de arribo
p=zeros(M,1);%vector h1 (Iniciando el factor de arreglo)
p2=zeros(M,1);%vector h2 (Iniciando el factor de arreglo)
%-----
N=1000; %Número de muestras o iteraciones
T_s=0.01; % Período de muestreo para señal continua - señal discreta
%-----
A1=1.0; % Amplitud de senoide
A2=0.2; % Amplitud de segunda senoide
R=1:N; % Rango total de muestras [1,N]
s1=A1*cos(2*pi*R*T_s); %portadora/señal deseada
s2=A2*sin(4*pi*R*T_s); %senoideinterferente
s=s1+s2; %señal portadora + interferencia
%-----
%Generando vector h (generando el factor de arreglo)
for j=1:M
    p(j)=exp((j-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta));
    p2(j)=exp((j-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta2));
end
%-----
%Vector de ruido para cada antena (Componente real e imaginaria)
Pot_s1=(A1^2)/2;Pot_s2=(A2^2)/2;
var=((Pot_s1-((Pot_s2)*10^(SINR/10)))/(10^(SINR/10)));
v=sqrt(var/2)*randn(M,N)+1i*sqrt(var/2)*randn(M,N);
%-----
y=zeros(M,N); % Iniciando el vector de entrada

```

```

%Generando vector y= h*s(t)+v(t)
for j=1:N
    y(:,j)=p*s1(j)+p2*s2(j)+v(:,j); %vector fila de entrada de pesos
end
%-----
%Gráficasseñales s1,s2,s y ruido
figure(1);clf
subplot(2,2,1);plot(1:N,s1,'b');grid
title('a) Señal Portadora')
xlabel('Valores')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(2,2,2);plot(1:N,s2,'b');grid
title('b) Señal Interferente')
xlabel('Valores')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(2,2,3);plot(1:N,s,'b');grid
title('c) Señal Portadora + Interferente')
xlabel('Valores')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(2,2,4);plot(1:N,real(v(1,:)), 'b');grid
title('d) Ruido')
xlabel('Valores')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
%-----
%señales corruptas
figure(2);clf
subplot(4,2,1);plot(1:N,real(y(1,:)), 'b');grid
title('Señal antena 1 parte Real')
%legend('real')
subplot(4,2,2);plot(1:N,imag(y(1,:)), 'b');grid
title('Señal antena 1 parte Imaginaria')
%legend('imaginaria')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,3);plot(1:N,real(y(2,:)), 'b');grid
title('Señal antena 2 parte Real')
%legend('real')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,4);plot(1:N,imag(y(2,:)), 'b');grid
title('Señal antena 2 parte Imaginaria')
%legend('imaginaria')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,5);plot(1:N,real(y(3,:)), 'b');grid
title('Señal antena 3 parte Real')
%legend('real')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,6);plot(1:N,imag(y(3,:)), 'b');grid
title('Señal antena 3 parte Imaginaria')
%legend('imaginaria')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,7);plot(1:N,real(y(4,:)), 'b');grid
title('Señal antena 4 parte Real')
%legend('real')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,8);plot(1:N,imag(y(4,:)), 'b');grid
title('SEÑAL ANTENA 4 parte Imaginaria')
%legend('imaginaria')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
%-----
%señales corruptas
figure(3);clf
subplot(4,2,1);plot(1:N,real(y(5,:)), 'b');grid

```

```

title('SEÑAL ANTENA 5 parte Real')
%legend('real')
subplot(4,2,2);plot(1:N,imag(y(5,:)), 'b');grid
title('SEÑAL ANTENA 5 parte Imaginaria')
%legend('imaginaria')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,3);plot(1:N,real(y(6,:)), 'b');grid
title('SEÑAL ANTENA 6 parte Real')
%legend('real')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,4);plot(1:N,imag(y(6,:)), 'b');grid
title('SEÑAL ANTENA 6 parte Imaginaria')
%legend('imaginaria')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,5);plot(1:N,real(y(7,:)), 'b');grid
title('SEÑAL ANTENA 7 parte Real')
%legend('real')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,6);plot(1:N,imag(y(7,:)), 'k');grid
title('SEÑAL ANTENA 7 parte Imaginaria')
%legend('imaginaria')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,7);plot(1:N,real(y(8,:)), 'k');grid
title('SEÑAL ANTENA 8 parte Real')
%legend('real')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
subplot(4,2,8);plot(1:N,imag(y(8,:)), 'k');grid
title('SEÑAL ANTENA 8 parte Imaginaria')
%legend('imaginaria')
xlim([1 500]) %SOLO MOSTRAREMOS LAS PRIMERAS 500 PARA ILUSTRAR
%-----

```

LÓBULOS DEL PATRÓN DE RADIACIÓN DE LOS ARREGLOS DE ANTENAS

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% GENERACION DE LOBULOS %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%% SAYED PROJECT_2 PARTE D %%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
clc
clear all
%-----
%Cargandoarchivos
load A1_001_10025.mat;PLMS_BF=P_LMS;
%-----
%Datos de entrada
M=8; %numero de antenas
theta=(pi/6); %angulo señal deseada
theta2=pi/4; %angulo señal de interferencia
lambda=0.25;
SINR=10;
T_s=0.01; %periodo de muestreo
N=1000; %número de muestras
R=1:N; %rango
A1=1.0; %amplitud señal deseada
A2=0.2; %amplitud señal interferencia
s1=A1*cos(2*pi*R*T_s); %señal deseada
s2=A2*sin(4*pi*R*T_s); %señalinterferente
s=s1+s2;
Pots1=(A1^2)/2; %potencia señal deseada

```

```

Pots2=(A2^2)/2; %potencia señal interferente
Var_ruido=(Pots1-Pots2*10^(SINR/10))/(10^(SINR/10));
Ruido_antenas=sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N)+1i*sqrt(Var_ruido/2)*randn(M,N);
%-----
FA1=zeros(M,1);
FA2=zeros(M,1);
for m=1:M
    FA1(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta));
FA2(m)=exp((m-1)*1i*2*pi*lambda*cos(theta2));
end
%vector de ingreso
y_entrada=zeros(M,N);
for j=1:N
y_entrada(:,j)=FA1*s1(j)+FA2*s2(j)+Ruido_antenas(:,j);%Vector de entrada al
filtro LMS
end
salida=zeros(1,N);
for k=1:N
salida(k)=conj(PLMS_BF')*y_entrada(:,k); %Salida que obtendría de la
primera etapa (prefiltrado)
end
RealSa=real(salida); %Componente real de la salida NLMS
ImagSa=imag(salida); %Componente imaginaria de la salida NLMS
%-----
%Gráfica señal de salida componente real e imaginario Pos-filtrado
figure(1);clf
subplot(2,1,1);plot([1:1000],RealSa,'r',[1:1000],real(s1),'LineWidth',1.5);
grid %Componente Real de la Salida obtenida del filtro pos-filtrado
legend('Señal de Salida','Señal Deseada')
title('Componente Real-Señal de Salida-LMS \mu=0.01')
xlabel('Muestras');
ylabel('Amplitud');
subplot(2,1,2);plot([1:1000],ImagSa,'r',[1:1000],imag(s1),'LineWidth',1.5)
;grid %Componente Imaginario de la Salida obtenida del filtro pos-filtrado
legend('Señal de Salida','Señal Deseada')
title('Componente Imaginaria-Señal de Salida-LMS \mu=0.01')
xlabel('Muestras');
ylabel('Amplitud');
%-----
%Generando los lóbulos de radiación
iter=0;
gain=zeros(1,360);
fordtheta=1:1:360
thetaa=dtheta*pi/180;
iter=iter+1;
FA3=zeros(M,1);
    y=zeros(M,N);
for z=1:M
    FA3(z)=exp((z-1)*1i*2*pi*lambda*cos(thetaa)); %FA genérico
end
for z=1:M
y(:,z)=FA3*(s1(z)+s2(z))+Ruido_antenas(:,z);
s_out(z)=real(conj(PLMS_BF'))*y(:,z);
end
est_norm=norm(s_out);
    gain(iter)=(est_norm*est_norm)/N;
end
    g=10*log10(gain);
    g=g-min(g);
[pos,an]=max(g);
%-----

```

```
figure(2);clf
polar([1:360]*pi/180,g)
annotation('textbox',[0.25,0.001,0.1,0.1],'String', '\mu=0.01 SINR
ingreso:10 dB d/\lambda: 1/4 Antenas: 8')
annotation('textbox',[0.2,0.8,0.1,0.1],'String', '\theta=\pi/6')
%-----
h1=figure(1);h2=figure(2);
saveas(h1,'Figura4.fig');saveas(h2,'Figura5.fig');
save F1_001_10025.matRealSaImagSag;
```