

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL
POR RÉGIMEN DESLIZANTE PARA EL
SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA
LINEAL DE UN QUADROTOR**

DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL POR RÉGIMEN DESLIZANTE PARA EL SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA LINEAL DE UN QUADROTOR

MANUEL JEOVÁ REINOSO AVECILLAS

Ingeniero Electrónico
Egresado de la Maestría en Control y Automatización Industriales
Universidad Politécnica Salesiana

DIRIGIDO POR:

LUIS ISMAEL MINCHALA ÁVILA

Máster en Ciencias con especialidad en Automatización
Candidato a Doctor en el ITESM
Docente de la Maestría en Control y Automatización Industriales



CUENCA - ECUADOR

MANUEL JEOVÁ REINOSO AVECILLAS

**DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL POR RÉGIMEN
DESLIZANTE PARA EL SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA
LINEAL DE UN QUADROTOR**

Maestría en Control y Automatización Industriales
Universidad Politécnica Salesiana
Cuenca-Ecuador 2014

Formato 170x240mm

Páginas: 114

Breve reseña de los autores e información de contacto



MANUEL JEOVÁ REINOSO AVECILLAS

Ingeniero Electrónico
Egresado de la Maestría en Control y Automatización Industriales
manuelrja@hotmail.com

Dirigido por:



LUIS ISMAEL MINCHALA ÁVILA

Ingeniero Electrónico
Máster en Ciencias con Especialidad en Automatización
Candidato a Doctor en el ITESM
Docente de la Maestría en Control y Automatización Industriales
minchalai@ieee.com

Todos los Derechos Reservados

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de Reproducción, Distribución, Comunicación Pública y Transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con Autorización de los Titulares de Propiedad Intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la Propiedad Intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines Académicos Investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los Autores.

DERECHOS RESERVADOS

©2014 Universidad Politécnica Salesiana
CUENCA-ECUADOR

REINOSO AVECILLAS MANUEL JEOVÁ.
DISEÑO DE UN SISTEMA DE CONTROL POR RÉGIMEN DESLIZANTE PARA EL
SEGUIMIENTO DE TRAYECTORIA LINEAL DE UN QUADROTOR

Elaborado por: MANUEL REINOSO AVECILLAS
Diseñado por: MANUEL REINOSO AVECILLAS
IMPRESO EN ECUADOR - PRINTED IN ECUADOR

ÍNDICE GENERAL

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Planteamiento del problema	2
1.2. Objetivos	3
1.2.1. Objetivo general	3
1.2.2. Objetivos específicos	3
1.3. Metodología propuesta	4
1.3.1. Revisión del estado del arte	4
1.3.2. Identificación de las variables	4
1.3.3. Etapa de diseño	5
1.3.4. Simulación	5
1.3.5. Implementación	5
1.3.6. Análisis de resultados	5
1.3.7. Documentación de la investigación	6
1.4. Estado del arte	6
1.5. Los sistemas UAV	8
1.5.1. Vehículos aéreos no tripulados	8
1.5.2. Clasificación de los UAVs	8
1.6. El quadrotor	12
1.7. Aerodinámica	13
1.8. Contribuciones de la Tesis	16
2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR	17
2.1. Cinemática del quadrotor	17
2.1.1. Posición y orientación	17
2.1.2. Matriz de rotación	20
2.1.3. Movimientos del quadrotor	22

ÍNDICE GENERAL

2.1.3.1. Movimiento de ascenso o descenso	22
2.1.3.2. Movimiento en <i>roll</i>	22
2.1.3.3. Movimiento en <i>pitch</i>	23
2.1.3.4. Movimiento en <i>yaw</i>	23
2.2. Dinámica del quadrotor	23
2.2.1. Ecuaciones de Euler-Lagrange	24
2.2.2. Dinámica traslacional	25
2.2.3. Dinámica rotacional	28
2.2.4. Dinámica del sistema estacionario	30

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA 33

3.1. Quadrotor <i>3DR ArduCopter Quad-C</i>	33
3.1.1. Estructura	34
3.1.2. Tarjeta de sensores PX4 FMU	34
3.1.3. Motores brushless BC2836-9	36
3.1.4. Controladores de velocidad para los motores brushless	38
3.1.5. Hélices	38
3.1.6. Diagrama de conexiones	38
3.2. Sistema sensorial IMU	38
3.2.1. Acelerómetro giroscopio 3D MPU-6000	39
3.2.2. Giroscopio 3D L3GD20	40
3.2.3. Magnetómetro 3D HMC5883L	40
3.2.4. Sensor barométrico de presión MS5611	42
3.2.5. Tarjeta Arduino DUE	42
3.3. Sistema completo de control del <i>3DR Arducopter</i>	43
3.4. Identificación de las constantes físicas del sistema	43
3.4.1. Matriz de inercias	43
3.5. Determinación de la fuerza de empuje f_{i_E}	46
3.5.1. Fuerza de empuje requerida por cada motor	46
3.5.2. Proceso implementado de identificación	47
3.5.3. Comparación de la fuerza de empuje mediante batería de Li-Po y Fuente	48
3.5.4. Fuerza de empuje producida por cada motor	49
3.5.5. Determinación del rango de operación de la señal de control de PWM	51
3.5.6. Aproximación lineal de la fuerza de empuje de cada motor mediante mínimos cuadrados	53
3.5.7. Función de transferencia del sistema motor-hélice	55
3.6. Identificación de la fuerza de rotación f_{i_R} en <i>Yaw</i>	59

3.6.1. Proceso implementado de identificación	59
3.6.2. Tabulación de datos	60
3.6.3. Aproximación lineal con mínimos cuadrados	61
3.7. Relación entre la fuerzas generadas por la hélice f_{iE} y f_{iR}	62
3.8. Modelamiento de la incertidumbre del sistema	63
3.9. Dinámica del <i>Arducopter 3DR</i>	64
3.10. Dinámica del <i>3DR Arducopter</i> en variables de estado	65
4. DISEÑO DE CONTROLADORES POR REGÍMENES DESLIZANTES	67
4.1. Control por modos deslizantes	67
4.1.1. Superficies Deslizantes	67
4.1.2. Condición de deslizamiento	68
4.1.3. Tiempo de alcance de la superficie	69
4.1.4. Control Equivalente	70
4.1.5. Señal de control real para sistemas con incertidumbre	71
4.2. Controlador por modos deslizantes de Orientación	72
4.2.1. Superficie deslizante de <i>roll</i>	72
4.2.2. Ley de control de <i>roll</i>	73
4.2.3. Análisis de la estabilidad de <i>roll</i> mediante Lyapunov	73
4.2.4. Leyes de control para el sistema de orientación	74
4.3. Controlador deslizante de traslación	75
4.4. Transformación del sistema de traslación a rotación	76
4.5. Efecto chattering	77
4.6. Seguimiento de trayectorias	79
4.6.1. Seguimiento de una trayectoria lineal	79
4.6.2. Seguimiento de una trayectoria circular	80
4.6.3. Seguimiento de una trayectoria en espiral	80
4.7. Implementación del seguimiento de trayectorias	81
5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS	83
5.1. Simulación de los controladores	83
5.1.1. Simulación del control de orientación del quadrotor	83
5.1.1.1. Simulación del efecto chattering	84
5.1.1.2. Eliminación del chattering	85
5.1.1.3. Simulación con disturbios	87
5.2. Simulación del controlador por modos deslizantes para el seguimiento de trayectorias	88
5.2.1. <i>Toolbox robotix</i> de MATLAB	88

ÍNDICE GENERAL

5.2.2. Interfaz gráfica de simulación	89
5.2.3. Diagrama de bloques implementado en Simulink	90
5.2.4. Seguimiento de una una trayectoria Lineal	92
5.2.5. Seguimiento de una trayectoria circular	95
5.2.6. Seguimiento de una trayectoria en espiral	96
5.2.7. Respuesta del sistema ante disturbios	97
5.3. Implementación en el <i>3DR Arducopter</i>	97
5.3.1. Estimación de los ángulos de Euler	98
5.3.2. Interfaz de control en LabVIEW	98
5.3.3. Estabilización de los ángulos de Euler	99
5.4. Análisis de Resultados	101
6. CONCLUSIONES	107
BIBLIOGRAFÍA	110

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Global Hawk RQ-4A para operaciones de vigilancia.	9
1.2. Predator MQ-1 para operaciones de vigilancia.	10
1.3. RQ-11B Raven	11
1.4. El Quadrotor de la marca Ar Drone.	13
1.5. 3DR ArduCopter para la implementación experimental de los algoritmos de control.	14
1.6. Principio de sustentación de Bernoulli.	15
1.7. Fuerzas de: sustentación L , resistencia D , peso W y la propulsión T	16
2.1. Marcos de referencia del sistema con las fuerzas de cada motor junto a los ángulos de Euler. 18	18
2.2. Ángulos de Euler.	19
2.3. Rotación de roll respecto a X	20
2.4. Rotación de pitch respecto a Y	21
2.5. Rotación de yaw respecto a Z	21
2.6. Movimiento de Ascenso o Descenso en z	23
2.7. Movimiento de Roll.	24
2.8. Movimiento de Pitch.	25
2.9. Movimiento de Yaw.	26
3.1. Estructura del 3DR ArduCopter Quad-C.	34
3.2. PX4 FMU y el detalle de los pines de conexión.	36
3.3. PX4 FMU junto a la tarjeta PX4-IO.	37
3.4. Motor Brushless bc2836-9.	37
3.5. Hélices del ArduCopter 3DR.	38
3.6. Diagrama de conexión del sistema.	39
3.7. Sensor 3D MPU-6000 (Fuente: Invensense).	40
3.8. Sensor 3D L3GD20.	41

ÍNDICE DE FIGURAS

3.9. Sensor 3D HMC5883L.	41
3.10. Sensor 3D HMC5883L.	42
3.11. Tarjeta de control Arduino DUE.	43
3.12. Tarjeta de control Arduino DUE.	44
3.13. Fuerzas de empuje que producen movimiento en el quadrotor.	46
3.14. Diagrama de la prueba de identificación y registro de la fuerza de empuje para cada motor.	48
3.15. Base de madera de un grado de libertad.	49
3.16. Fuerza de empuje producida por el motor 2 mediante la batería de Li-Po y mediante fuente switchada.	50
3.17. Fuerza de Empuje producida por la hélice 1 para cada valor de PWM.	51
3.18. Fuerza de empuje producida por el motor 4 para cada valor de PWM.	52
3.19. Linealización por mínimos cuadrados para el motor 1 y 3.	54
3.20. Linealización por mínimos cuadrados para el motor 2 y 4.	55
3.21. Linealización por mínimos cuadrados de los motores 1,2,3 y 4.	56
3.22. Respuesta al escalón del motor 4.	57
3.23. Respuestas al escalón para el motor 1, 2, 3 y 4.	58
3.24. Fuerza de rotación f_{i_R} que aparece cuando existe la fuerza de empuje f_{i_E} generada por el giro de la hélice.	60
3.25. Diagrama de la forma de identificación de la fuerza de rotación que se produce al girar la hélice.	61
3.26. Ensamblaje del motor para la prueba de identificación.	62
3.27. Fuerza de rotación producida por la hélice.	63
4.1. Trayectorias que alcanzan la superficie de deslizamiento.	69
4.2. Tiempo que alcanza un sistema de segundo orden la superficie deslizante.	70
4.3. Esquema de transformación de la señal de control de posición.	77
4.4. Esquema de transformación de la señal de control de posición.	78
5.1. Diagrama de bloques de simulación.	84
5.2. Efecto chattering en las variables de orientación.	85
5.3. Señales de control que producen el efecto chattering.	86
5.4. Superficies deslizantes con el efecto chattering.	87
5.5. Respuesta del sistema de orientación.	88
5.6. Señales de control.	89
5.7. Superficies de deslizamiento del sistema.	90
5.8. Respuesta del sistema ante la adición de perturbaciones.	91
5.9. Señales de control para el rechazo ante las perturbaciones.	92
5.10. Superficies de deslizamiento del sistema.	93

5.11. Interfaz gráfica de simulación para el seguimiento de trayectorias.	94
5.12. Diagrama de bloques para el seguimioto de trayectorias del Quadrotor.	95
5.13. Seguimiento de una línea.	96
5.14. Ángulos del sistema al seguir la trayectoria lineal.	97
5.15. Variables de estado x, y, z	98
5.16. Señales de control de posición.	99
5.17. Señales de control de orientación.	100
5.18. Señales de control para los motores.	101
5.19. Señales de control para los motores.	102
5.20. Seguimiento de la trayectoria en espiral.	103
5.21. Respuesta del sistema ante un disturbio.	104
5.22. Compilador Eclipse para la estimación de los ángulos de Euler.	104
5.23. Interfaz de control CMD en LabVIEW.	105
5.24. Diagrama de bloques en LabVIEW para el control CMD del ángulo pitch.	105
5.25. Respuesta de los ángulos de Euler del 3DR Arducopter.	106

ÍNDICE DE TABLAS

3.1. Fuerza de empuje estable producida por el motor 4.	52
3.2. Fuerza ejercida de rotación por la hélice para cada valor de PWM.	60
5.1. Constantes de los controladores.	84
5.2. Constantes de los controladores con la constante ϵ para la eliminación del chattering del sistema.	85
5.3. Características del modelo del quadrotor del toolbox robotix de Matlab.	89
5.4. Constantes de los controladores para el seguimiento de trayectoria.	92
5.5. Características de simulación.	93
5.6. Características de simulación de la trayectoria circular.	95
5.7. Características de simulación de la trayectoria en espiral.	96
5.8. Constantes de los controladores para la implementación real.	100

Dedicatoria

Este trabajo va dedicado especialmente a mis padres Alfonso Reinoso y Carmen Vecillas por su apoyo incondicional en todo momento para lograr mis objetivos propuestos. También se lo dedico a mis hermanos Carlos, Pedro, Rodrigo y a mi cuñada Silvia por su valiosa ayuda quienes con sus consejos me ayudaron para culminar con éxito los retos propuestos. Y de manera especial dedico a Dios por guiarme siempre.

Manuel Reinoso A.

PREFACIO

La mayoría de sistemas de control se han resuelto a través de técnicas de control lineales, ya sea por metodologías de análisis en el tiempo o en frecuencia. Típicamente, los sistemas de control lineal se diseñan alrededor de un punto de operación, sin embargo cuando se trata de sistemas no lineales, multivariables y subactuados estas técnicas presentan pocas ventajas, por esta razón en este trabajo se plantea una técnica de control no lineal por modos deslizantes para el control de estabilidad de quadrotor, donde se analiza la dinámica del sistema no lineal y se proponen las superficies de deslizamiento que permitan el control de posición y orientación del quadrotor para el seguimiento de trayectorias y además sea robusto ante las perturbaciones.

Este trabajo de investigación supone conocimientos básicos de teoría de control y manejo de software de MATLAB, ya que los controladores por modos deslizantes para el seguimiento de trayectorias se validan mediante simulaciones realizadas en MATLAB.

PRÓLOGO

Este trabajo aborda el planteamiento de una técnica de control no lineal para un sistema multivariable subactuado, modelando el comportamiento dinámico de un quadrotor.

En el Capítulo 1, se plantea el problema de control de un quadrotor, donde se muestran sus características principales y los principios aerodinámicos que permiten volar y vencer la fuerza de gravedad. Además se hace la revisión del estado del arte de las investigaciones realizadas en los métodos de control para los quadrotores.

En el Capítulo 2, se detalla el modelamiento cinemático y dinámico del sistema. Se obtienen las relaciones dinámicas para formular las ecuaciones no lineales mediante el método de Euler-Lagrange y se realizan las aproximaciones de pequeño ángulo para la reducir la complejidad de las ecuaciones generadas.

En el Capítulo 3, se muestra el método para encontrar la matriz diagonal de inercias del 3DR Arducopter. Se detallan brevemente las características del sistema de medición de las variables de estado de orientación del quadrotor. Se identifican las funciones de transferencia de cada uno de los motores que generan las fuerzas de empuje y rotación en el sistema dinámico.

En el Capítulo 4, se hace una revisión de la teoría de los controladores por modos deslizantes, donde se establecen las seis superficies de deslizamiento para el control de posición y orientación del quadrotor; los controladores se validan mediante el análisis de Lyapunov, además se plantea el proceso para la generación de trayectorias de seguimiento del quadrotor.

En el Capítulo 5, se realiza la simulación de las leyes de control en Simulink de MATLAB para validar las constantes de los controladores, además se implementan los controladores en modo deslizante en el 3DR arducopter para el control de orientación y por último se analizan los resultados obtenidos.

En el Capítulo 6, se presentan las conclusiones obtenidas por la realización del trabajo de investigación.

Agradecimientos

Agradezco al Ing. MC. Ismael Minchala Ávila, director de tesis por su gran ayuda en los conocimientos teóricos y prácticos en la elaboración de este trabajo; además al Ing. Eduardo Calle y al Ing. Iván Escandón por facilitar las instalaciones de la Universidad Politécnica Salesiana para el desarrollo de este proyecto.

Manuel Reinoso A.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La Humanidad ha tenido siempre el ímpetu de plantearse grandes desafíos, donde la capacidad de abstracción de los fenómenos físicos han conducido al desarrollo de la Matemática, la Física, la Mecánica, la Teoría de Control, entre otras; permitiendo que grandes próceres de la investigación, desafíen la gravedad y logren el sueño tan anhelado de volar y conquistar los cielos.

A mediados del siglo XV, Leonardo Da Vinci fue la primera persona en diseñar el parapente y el helicóptero de tornillo (Tomasini, 2012). En el siglo XIX, se propusieron elevar artefactos más pesados que el aire, así que, construyeron prototipos de aviones que fuesen capaces de despegar por sus propios medios; sin embargo, obtuvieron pésimos resultados por sus diseños improvisados; se ingeniaron distintas formas para lograrlo, imitando el vuelo de las aves mediante la implementación de alas móviles, y hasta que gracias a la investigación de los hermanos Wright, el 17 de diciembre de 1903 lograron realizar el primer vuelo de un avión autopropulsado. Mediante un mecanismo de inclinación de las alas pudieron volar y controlar su trayectoria (Porcel, 2009). Luego de aquel logro importante, la aeronáutica tomó un nuevo rumbo, donde las guerras y los conflictos militares, permitieron el auge de la investigación y la creación de sofisticados sistemas de control para las aeronaves.

El desarrollo electrónico eficiente de sensores, actuadores y sistemas embebidos sofisticados, han permitido el desarrollo y control de robots voladores no tripulados conocidos como UAV (Unmanned Aerial Vehicle) por sus siglas en inglés; un tipo especial de UAV, son los quadrotores o cuadricópteros, los cuales se caracterizan por su alta maniobrabilidad y facilidad de vuelo vertical, gracias a la disposición ortogonal de sus cuatro hélices. Los UAV son objeto de estudio debido a sus altas prestaciones para realizar operaciones de búsqueda, inspección, rescate, monitoreo, entre otras (Castillo et al., 2007). Estas plataformas han despertado mucha atención por parte de la comunidad científica, debido a

1. INTRODUCCIÓN

su compleja dinámica no lineal, donde el desafío es hallar leyes de control que llenen las expectativas de diseño y robustez para realizar operaciones de vuelo autónomo.

La teoría de control clásica, ha conducido a la solución de la mayoría de sistemas; sin embargo, no ha sido suficiente para lograr el control de sistemas no lineales y en manera especial de los UAV. Una ventaja evidente de los sistemas de control no lineales, con comparación con los lineales, radica en la posibilidad de operar en un amplio rango correspondiente a la dinámica del proceso/planta que se pretende controlar, que no es el caso de los sistemas de control lineal que se diseñan y calibran para un único punto de operación.

1.1. Planteamiento del problema

Lograr la estabilidad de un quadrotor es un problema de control no lineal, que plantea desafiar la gravedad. Un quadrotor es un sistema subactuado, es decir, tiene menos entradas que salidas, dispone de cuatro señales de control para estabilizar el sistema formado por seis grados de libertad, tres describen su posición y tres su orientación (Rosales et al., 2007).

El sistema es altamente acoplado, ya que, es multivariable MIMO (Múltiple Entrada Múltiple Salida). Las ecuaciones de movimiento que rigen la dinámica del sistema son de naturaleza no lineal (Mohamed et al., 2009). El movimiento de las hélices del quadrotor causan perturbaciones propias que afectan su estabilidad, debido a las corrientes de aire que genera el efecto vórtex¹ (Hoffmann et al., 2007), siendo la causa para que el despegue y aterrizaje de un quadrotor sea complejo. (Castillo et al., 2007).

El sistema al ser inestable y con dinámica no lineal, presenta inconvenientes al momento de medir y/o estimar los estados del sistema correctamente y responder con señales de control de manera rápida y precisa.

Gran parte de los sistemas en el mundo real son no lineales; sin embargo, un alto porcentaje se resuelven utilizando controladores lineales simples como los: P, PI, PID, compensadores en adelanto o retraso de fase, entre otros (Bouabdallah et al., 2004); es así que, la mayoría de sistemas trabajan en un punto de operación o alrededor del mismo, por lo tanto, la dinámica no lineal se la puede linealizar alrededor del punto de trabajo, mediante una aproximación por series de Taylor (Bresciani, 2008). Sin embargo, si se plantea una ley control para un sistema aerodinámico complejo mediante un controlador lineal, no se obtendrán buenos resultados ante la presencia de perturbaciones. Por lo tanto la solución es la implementación de una ley de control no lineal, donde se garantice la estabilidad ante las perturbaciones (Berná, 2006).

¹El efecto vórtex produce torbellinos o turbulencias de aire generados por el movimiento de rotación de las aspas de las hélices. (Hoffmann et al., 2007)

En este trabajo se aborda el problema de inestabilidad del sistema no lineal, mediante el uso de una técnica de control por modos deslizantes (CMD), este tipo de control genera una superficie de deslizamiento, que lleva a evolucionar a los estados del sistema a un punto de operación, garantizando que el sistema funcione de la manera propuesta.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

- Diseñar un sistema de control no lineal para un quadrotor a través de la técnica de control de modo deslizante, que garantice estabilidad en el seguimiento de trayectorias.

1.2.2. Objetivos específicos

- Obtener una estimación de las variables de estado de orientación del sistema de manera precisa a través de los sensores de orientación.
- Encontrar el modelo cinemático y dinámico del sistema para estimar sus parámetros.
- Encontrar las superficies de modo deslizante que permita estabilidad del sistema para el seguimiento de trayectorias.
- Identificar las variables y efectos que perturben al sistema.
- Analizar la estabilidad del sistema conjunto mediante el análisis de Lyapunov para el sistema no lineal cuadricóptero.
- Implementar las simulaciones en MATLAB para contrastar los controladores a implementar en la planta.
- Encontrar las constantes de las superficies deslizantes que mantengan estable al sistema.
- Implementar las leyes de control en modos deslizantes en LabVIEW para el control de orientación del quadrotor.

1.3. Metodología propuesta

Para realizar el control de seguimiento de trayectorias, se propone la técnica de control por modos deslizantes, donde la idea básica consiste en llevar los estados del sistema, sobre una superficie de deslizamiento que fuerza al sistema a evolucionar sobre ella. Así, el comportamiento dinámico bajo estas condiciones, queda determinado por las ecuaciones que definen dicha superficie en el espacio de estados.

De este modo, plasmando los objetivos de control planteados, se elijen las ecuaciones de manera adecuada para obtener la estabilización del sistema, el seguimiento de referencias y la regulación de las variables.

Al tener el conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales por el método de Euler-Lagrange, se propone la superficie de deslizamiento, que hace que el sistema vaya a la posición deseada, garantizando que los estados tiendan a la superficie deslizante y el error se anule. A continuación, se detalla la metodología de investigación, que hace frente al problema de diseño de control para el seguimiento de trayectorias del quadrotor .

1.3.1. Revisión del estado del arte

En la sección 1.4 se profundiza una revisión y análisis de diferentes técnicas de control, aplicadas de manera especial a los quadrotores y se analizan trabajos relacionados con el control por modos deslizantes.

1.3.2. Identificación de las variables

Para poder realizar el control del sistema, se debe conocer a priori las variables a manipular. A continuación, se detallan los tipos de variables que están presentes en el sistema:

- *Variables medibles o estimables*: Son aquellas que se pueden medir en cualquier instante de tiempo o en su defecto, estimar mediante observadores de estado, cuantificar sus valores, para tomar adecuadas acciones de control. Para el quadrotor dichas variables, representan las variables de estado que describen la posición, orientación y sus respectivas velocidades en un instante dado.
- *Variables aleatorias*: Son aquellas que tienden a empañar la estabilidad del sistema de control, por tanto estas variables se las modela como incertidumbres, de tal forma que el controlador por modos deslizantes tenga la capacidad de anular dichas perturbaciones. Para el sistema quadrotor, las variables aleatorias, son originadas principalmente por las corrientes de viento que generan el movimiento de las hélices.

1.3.3. Etapa de diseño

En el capítulo 4 se detalla el diseño de las superficies de deslizamiento para cada una de las variables de estado, que permitan controlar al sistema de forma adecuada.

1.3.4. Simulación

Los constantes de los controladores se validan mediante simulaciones en *Simulink*, donde se realizan pruebas de robustez ante la adición de disturbios en la señal de control, a las variables de estado y además se prueba al sistema ante variaciones en la masa total del quadrotor. El detalle de las simulaciones se puede apreciar en la sección 5.1.

1.3.5. Implementación

Para la etapa de implementación del control de orientación del quadrotor, se realizó una aplicación en LabVIEW, la misma que recibe los ángulos y sus velocidades suministrados por el sistema embebido PX4-FMU y envía las señales de control en modo deslizante hacia la tarjeta Arduino, que controla a cada uno de los motores del Quadrotor. El detalle de la implementación de los controladores se los puede ver en la sección 5.3.

1.3.6. Análisis de resultados

Se analizan los resultados obtenidos tanto en la etapa de simulación en *Simulink*, así como, en la etapa de implementación y se evalúan los siguientes parámetros:

- Error de estado estacionario.
- Máximo porcentaje de sobresalto.
- Tiempo de respuesta.
- Robustez ante las perturbaciones.

Las pruebas y la validación se las puede observar en la sección 5.4.

1. INTRODUCCIÓN

1.3.7. Documentación de la investigación

Al finalizar la investigación del sistema de control por modos deslizantes para el seguimiento de trayectorias, se redacta el documento de tesis basado en las pruebas de identificación de los parámetros del sistema. Se detalla el proceso de las simulaciones de los algoritmos de control y la metodología de la implementación práctica de los controladores en el *3DR ArduCopter*. Se redacta las conclusiones de la investigación y las bondades del CMD (Control por modos deslizantes) aplicado al quadrotor. Se plantea la publicación de un artículo técnico denominado: “Control de seguimiento de trayectorias por modos deslizantes para un quadrotor”.

1.4. Estado del arte

El control de sistemas UAV es un área de investigación activa con un sin número de aportaciones. A continuación, se presenta una breve descripción de las aplicaciones relacionadas al objeto de estudio de ésta tesis.

Mistler et al. (2001) utiliza la técnica de linealización exacta para un quadrotor, mediante un controlador de retroalimentación dinámica. Presenta simulaciones que comprueba la estabilidad del sistema libre de disturbios, sin embargo, es deficiente ante las perturbaciones externas ingresadas al sistema.

Corona and Rodriguez (2013) implementa un controlador no lineal para un quadrotor de 1.2kg en tiempo real, donde identifica los parámetros de los actuadores y plantea el proceso de sintonización de las ganancias de los controladores.

Capello et al. (2013) presenta un control adaptativo para un quadrotor, mediante el diseño de un controlador eficiente computacionalmente, donde el diseño permite reducir el ruido que se produce por el acoplamiento entre los ejes de control.

Wu et al. (2013) realiza el modelado de la dinámica de un quadrotor, mediante redes neuronales basado en el modelo ARX, luego implementa un regulador lineal óptimo cuadrático (LQR), mientras que Cui and Inanc (2013) desarrolla tres controladores de orientación para un quadrotor, donde implementa un: PID, un LQR y un control de Lyapunov, los compara ante una entrada escalón y concluye que el controlador LQR es mejor que el PID y el de Lyapunov, debido a que no posee error en estado estable y lo hace con un tiempo de estabilización menor.

Raffo et al. (2010) presenta un control predictivo robusto no lineal basado en modelo para el seguimiento de trayectoria, donde combina mediante el controlador H_∞ para estabilizar los movimientos de rotación. En ambos controladores se calcula la integral del error, lo que permite alcanzar un error de estado estacionario nulo. El funcionamiento de los controladores se comprobaron mediante simulaciones para un quadrotor .

Pounds et al. (2010) muestra un controlador PID discreto para controlar la orientación del quadrotor, donde analiza que la dinámica de los motores es rápida, además cabe destacar que este sistema de control es implementado a un quadrotor X-4 Flyer, que tiene 4 kg de masa y una carga útil de 1 kg, donde el controlador opera de manera satisfactoria.

Kostas et al. (2011) propone resolver el problema de controlar la orientación del UAV ante la presencia de disturbios externos producidos principalmente por el viento. El controlador depende en el principio de control de modelo predictivo(MPC).

Cabecinhas et al. (2014) propone un controlador de seguimiento de trayectoria con rechazo a los disturbios. Plantea una retroalimentación adaptativa de los estados, donde el sistema es asintóticamente estable en lazo cerrado, ante las fuerzas causantes de disturbios, los controladores se implementan de manera experimental obteniendo buenos resultados.

A continuación, se presentan trabajos relacionados para el control de un quadrotor mediante regímenes deslizantes:

Madani and Benallegue (2007) plantea un observador por modos deslizantes de las velocidades del quadrotor y estima los disturbios como los producidos por el viento y por la incertidumbre del modelo.

Mohamed et al. (2009) propone un diseño de controlador por modos deslizantes, donde la estabilidad se garantiza mediante el análisis de Lyapunov. Varias simulaciones verifican su funcionamiento correcto.

Bouadi et al. (2011) diseña un control por modo deslizante adaptativo, para la estabilización de la orientación del quadrotor y de altitud; realiza las pruebas sin disturbios e incertidumbre en los parámetros de la planta, luego adiciona ruido blanco gaussiano. El diseño se comprueba con el análisis de Lyapunov y mediante simulaciones se comprueba la eficacia de la técnica planteada.

Ramirez et al. (2013) plantea el diseño de un control robusto integral, con modo deslizante *Backstepping* para el seguimiento de trayectoria, mediante simulaciones verifica que en lazo cerrado el sistema rechaza las perturbaciones.

Runcharoon and Srichatrapimuk (2013) plantean el control mediante regímenes deslizantes para la orientación del quadrotor, mientras que el control de la altura lo realizan mediante un controlador PD. Para evitar el efecto de chattering producido por el CMD, utilizan una función de saturación en vez de la función signo unitaria.

Merheb et al. (2013) presenta un control tolerante a fallas para un quadrotor, donde plantea dos sistemas de control: un externo mediante modos deslizantes para la robustez del sistema y uno interno en cascada por regímenes deslizantes. La sintonización de las ganancias del controlador, las realiza mediante el algoritmo ecológico de búsqueda.

1. INTRODUCCIÓN

Tuan and Won (2013) plantea un control PID, basado en modos deslizantes para el control de altitud y postura del quadrotor, donde reduce el efecto de chattering. Mediante simulaciones corrobora el funcionamiento del controlador.

Xiong and Zheng (2014) propone un sistema de control de posición y orientación, donde al modelo dinámico los divide en dos partes: en un subsistema totalmente actuado y en un subsistema subactuado. Para el primero implementa un controlador en régimen deslizante terminal, donde garantiza que los estados converjan a los valores deseados en un tiempo finito, mientras que para el subsistema subactuado implementa un control de modo deslizante normal. Ambos diseños se corroboran con la estabilidad del controlador mediante la teoría de Lyapunov.

1.5. Los sistemas UAV

1.5.1. Vehículos aéreos no tripulados

Los UAVs, son robots que tienen autonomía para realizar misiones de vuelo planificado. A continuación se mencionan las características que los distinguen según Nonami et al. (2010).

- *Sensores, controladores y actuadores:* Es la parte más costosa de los UAVs, ya que estos sistemas pueden volar gracias a la alta precisión que deben tener los sensores para describir su ubicación en tiempo real. Los controladores están implementados en microcontroladores o microprocesadores, donde se implementan los algoritmos que enviarán las órdenes adecuadas a los actuadores para mantener a los sistemas estables.
- *Estación de control:* Es la base de control en tierra, que puede ser tan sencilla como un control remoto, una PC o una gran estación para controlar UAVs sofisticados.
- *Propulsores:* De acuerdo a su tamaño pueden ser propulsores de combustión o motores eléctricos que se acoplan a las hélices de los UAVs.

1.5.2. Clasificación de los UAVs

Existen diversas formas de clasificarlos. Aquí se detalla la clasificación de acuerdo a su tamaño, el tipo de despegue y a su aplicación. A continuación, se hace una clasificación de los UAVs, de acuerdo a su tamaño que implica a su vez en complejidad, costo y robustez. A los UAVs se los clasifica en:

- *UAVs grandes*: tenemos al Avión Global Hawk RQ-4A, empleado por la Fuerza Aérea de los Estados Unidos, para operaciones de vigilancia en la milicia. Entre sus características más importantes mencionamos que posee una longitud de 13.54 m, longitud de las alas de 35.4 m; tiene una capacidad de carga útil alrededor de 2000 libras; posee sensores de altísima calidad, radares, sonares, sistemas de control sofisticados de última tecnología; se encuentra equipado con cámaras de infrarrojos, dispositivos de visión lejana y sistemas de espionaje a comunicaciones enemigas; puede volar en condiciones desfavorables hasta los 19812 m de altura y almacenar información. Su principal inconveniente es su alto costo, que se encuentra alrededor de los 218 millones de dólares (Kinzig, 2010). En la figura 1.1 se muestra la fotografía del UAV Global Hawk².



Figura 1.1: *Global Hawk RQ-4A para operaciones de vigilancia.*
(Fuente: www.sflorg.com)

- *UAVs medianas*: se encuentra al MQ-1 Predator, también de la Fuerza Aérea Estadounidense. Fue creado para operaciones civiles y militares. Dentro de sus características se menciona que tiene 27 metros de longitud, 7 metros de altura y una longitud de las alas de 14.63 metros; puede volar hasta los 4500 metros de altura;

²Imagen tomado de: http://www.sflorg.com/aviation/av032906_02.html, consultado el 02/02/2014.

1. INTRODUCCIÓN

está equipado con sensores, cámaras de alta resolución, radares; posee una capacidad de carga de 451 libras. El costo por unidad es menor llegando a cotizarse en 20 millones de dólares (Gertler, 2012). En la figura 1.2 se muestra la fotografía del UAV Predator MQ-1³.



Figura 1.2: *Predator MQ-1 para operaciones de vigilancia.*
(Fuente: www.en.wikipedia.org)

- *UAVs pequeños:* se encuentra al RQ-11B Raven, fabricado en los EE.UU. Este UAV puede volar una distancia de 10 km a una altura no superior a los 305m, puede alcanzar una velocidad máxima de 95 km/h. Tiene un costo por unidad de 25000 dólares (Arjomandi et al., 2007). En la figura 1.3 se muestra la fotografía del UAV RQ-11B Raven⁴.

Según Nonami et al. (2010) a los UAVs los clasifica por la forma de movimiento en su desplazamiento:

- *Dirigibles:* Son los globos que emplean aire de menor densidad para poderse elevar de forma vertical, son de gran tamaño y vuelan a bajas velocidades.

³Imagen tomado de: http://en.wikipedia.org/wiki/General_Atomics_MQ-1_Predator, consultado el 03/02/2014.

⁴Imagen tomado de: <http://www.airforce-technology.com/projects/rq11braven>, consultado el 03/02/2014.



Figura 1.3: *RQ-11B Raven* .
(Fuente: www.airforce-technology.com)

- *Ala Fija:* En este grupo se encuentran los aviones, su principal característica es la de despegar o aterrizar de forma horizontal; adquieren grandes velocidades de acuerdo a la potencia de sus propulsores.
- *Ala rotativa:* Aquí recaen los helicópteros, quadrotores, multirotores, etc. Su principal característica es la de poder despegar y aterrizar de forma vertical; pueden quedarse suspendidos en el aire; permiten una excelente maniobrabilidad teniendo acceso a lugares inhóspitos.
- *Alas flexibles:* Son robots que funcionan de manera similar al aleteo del los pájaros y pequeños insectos.

De acuerdo a sus aplicaciones a los UAVS Austin (2011) los clasifica en:

Aplicaciones Civiles:

- Monitoreo de tuberías para empresas de hidrocarburos.
- Servicio de información para recopilación de fotografías aéreas.
- Seguimiento y control de tráfico vehicular.

1. INTRODUCCIÓN

- Vigilancia, localización y rescate de personas perdidas.
- Control de desastres naturales, medición y análisis del nivel de la contaminación atmosférica.
- Control del caudal de los ríos e inundaciones.
- Control de incendios forestales.
- Tomas aéreas para el control del orden en los espectáculos públicos.
- Cinematografía para la realización de documentales y películas.
- Servicio de envío de encomiendas.
- Inspección de redes eléctricas.
- Vigilancia marítima de búsqueda y rescate.

Aplicaciones Militares:

- Localización, destrucción de minas terrestres.
- Monitoreo de contaminación química, biológica o nuclear.
- Detección y desvío de misiles.
- Eliminación de bombas sin explotar.
- Protección de ataques terroristas en los puertos.
- Vigilancia de actividad enemiga.

1.6. El quadrotor

El quadrotor es un UAV formado por cuatro rotores dispuestos en forma ortogonal. Cada uno está acoplado a una hélice. La fuerza de propulsión radica en el movimiento de las hélices para evitar que el rotor gire libremente alrededor del eje z , dos rotores giran en sentido horario y los restantes en sentido contrario, con el fin de compensar los torques y mantenerlo estable; el quadrotor posee una alta maniobrabilidad, teniendo la facultad de suspenderse en el aire; puede despegar y aterrizar de forma vertical, dándole una gran capacidad de navegar en sitios de difícil acceso. Posee una gran ventaja de poder llevar carga útil mayor, debido a que sus propulsores generan mayor fuerza de empuje; sin embargo, al ser cuatro propulsores el consumo energético es mucho mayor (Castillo et al., 2006).

En la Figura 1.4 se muestra el quadrotor comercial de la marca Ar Drone, posee protecciones en las hélices para ser usado en ambientes cerrados⁵.



Figura 1.4: *El Quadrotor de la marca Ar Drone.*
(Fuente: www.ifixit.com)

Para la implementación práctica de este trabajo, se ha adquirido el quadrotor *3DR ArduCopter Quad-C*, el mismo que posee diversas ventajas, ya que viene con la unidad sensorial implementada y la plataforma para la implementación de los algoritmos de control. En la sección 3.1 se amplía con mayor detalle las características y los componentes del quadrotor. En la Figura 1.5 se muestra el *3DR ArduCopter*⁶.

1.7. Aerodinámica

La Aerodinámica se la define como la rama de la mecánica de fluidos que se ocupa del movimiento del aire y otros fluidos gaseosos y de las fuerzas que actúan sobre los

⁵Imagen tomado de: <http://www.ifixit.com/Teardown/Parrot+AR.Drone+Teardown/3984>, consultado el 03/02/2014.

⁶Imagen: <http://diydrones.com/profiles/blogs/3dr-arducopter-kits-updated>, consultado el 03/02/2014.

1. INTRODUCCIÓN



Figura 1.5: *3DR ArduCopter para la implementación experimental de los algoritmos de control.*

(Fuente: www.diydrones.com)

cuerpos que se mueven en dichos fluidos. El matemático Daniel Bernoulli (1700-1782) fue el primero en reconocer la relación inversa que existe entre la presión y la velocidad en un fluido, es decir, a mayor presión menor velocidad y viceversa (Hermosillo, 2004).

Gracias a Bernoulli, se puede comprender la sustentación de los aviones. En la figura 1.6 se muestra el principio aerodinámico de Bernoulli⁷; se observa que las líneas de flujo de aire inician en la parte frontal y deben llegar al mismo tiempo en la parte final. Por lo tanto en la parte superior el fluido tiene mayor recorrido y debe avanzar a una velocidad mayor que el fluido de la parte interna de menor recorrido. Por ende, la presión existente en la parte inferior es mayor a la presión de la parte superior, como consecuencia se compensan las presiones obteniéndose así una fuerza de elevación resultante.

Existen tres fuerzas aerodinámicas al ejecutar un vuelo donde Sandoval (2011) define cada una de ellas:

⁷Imagen:

<http://www.pasionporvolar.com/principios-aerodinamicos-del-avion-aerodinamica/>, consultado el 25/02/2014.



Figura 1.6: Principio de sustentación de Bernoulli.
(Fuente: www.pasionporvolar.com)

Propulsión

La propulsión (T), es la fuerza que impulsa a un UAV para desplazarse sobre el aire. La propulsión puede ser producida por reactores de combustión, turbinas o motores eléctricos que son muy usados en helicópteros o quadrotros.

Resistencia

La resistencia (D), es la fuerza que se opone al desplazamiento del avión sobre el aire; tiene sentido opuesto a la dirección de propulsión. Esta resistencia ocurre cuando el aire choca con la estructura del avión, roza y crea una fuerza que impide el movimiento, por lo tanto para vencerla debe haber la propulsión necesaria y suficiente para vencerla.

Sustentación

La sustentación (L), es el resultado de la sumatoria de las fuerzas de: propulsión T, resistencia D y el peso W del avión, que actúan en el plano perpendicular a la trayectoria de vuelo. Durante un vuelo horizontal es aproximadamente igual al peso del aeronave y puede variar cuando se realizan maniobras. En la figura 1.7 se muestra el diagrama de fuerzas aerodinámicas presentes en un avión⁸.

⁸Imagen tomado de: Sandoval (2011).

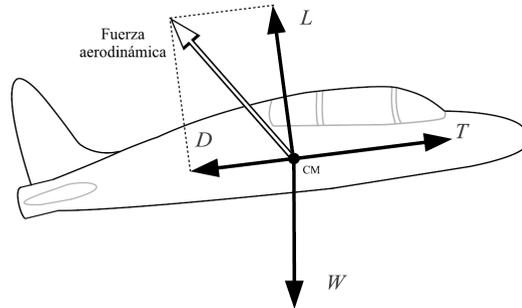


Figura 1.7: Fuerzas de: sustentación L , resistencia D , peso W y la propulsión T .
(Fuente: Sandoval(2011))

1.8. Contribuciones de la Tesis

A continuación se presenta las contribuciones de este trabajo de investigación:

- Se plantea la simplificación del modelo dinámico del quadrotor mediante la aproximación de pequeño ángulo para la reducción de la complejidad de las ecuaciones y así implementar las leyes de control en modo deslizante.
- Desarrollo de la plataforma de simulación implementado en *Simulink* mediante el *toolbox robotix* para el seguimiento de trayectorias: lineales, circulares y en espiral del quadrotor mediante el control por modos deslizantes, donde se verifica la robustez del CMD ante cambios en la masa del quadrotor y la adición de disturbios en la planta.
- Implementación de los controladores por modos deslizantes en LabVIEW para el control de orientación del *3DR Arducopter*.

CAPÍTULO 2

MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

En este capítulo se detalla el modelamiento matemático del sistema, se parte con la descripción de los dos marcos de referencia al que está referenciado el sistema. Se obtienen las ecuaciones cinemáticas para dar paso a la formulación dinámica mediante Euler-Lagrange, dividiendo en dos subsistemas: traslación y rotación. Se realizan aproximaciones de pequeño ángulo para la reducir la complejidad de las ecuaciones dinámicas del sistema.

2.1. Cinemática del quadrotor

La cinemática estudia el movimiento que tiene el robot (Quadrotor) en el espacio respecto a un sistema fijo de referencia Barrientos et al. (1997).

2.1.1. Posición y orientación

Para modelar y hallar las ecuaciones dinámicas del sistema, se definen los marcos de referencia al que esta sujeto el quadrotor. Se plantea un marco de referencia fijo a tierra I y un marco móvil inercial B con su origen en el centro de masas del quadrotor. Para conocer la ubicación del quadrotor en el espacio, es necesario conocer su posición respecto al marco de referencia fijo y su orientación respecto al marco inercial.

La posición del quadrotor en coordenadas traslacionales del marco de referencia fijo I hacia el centro de masas del quadrotor queda definido por el vector ξ .

2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

$$\xi = [x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3$$

La orientación del quadrotor, se obtiene al conocer los ángulos de Euler respecto a B , que nos indica la rotación del quadrotor en el espacio tridimensional Barrientos et al. (1997). Los ángulos quedan definidos por el vector η .

$$\eta = [\phi, \theta, \psi]^T \in \mathbb{R}^3$$

En la figura 2.1 se muestra el marco de referencia fijo a tierra I , el marco móvil B , el vector ξ de traslación que existen entre los dos marcos, los ángulos de Euler η , las fuerzas f_i que produce cada hélice y el peso del quadrotor mg . Los ejes del marco I son X, Y, Z y del marco local B son X_L, Y_L, Z_L .

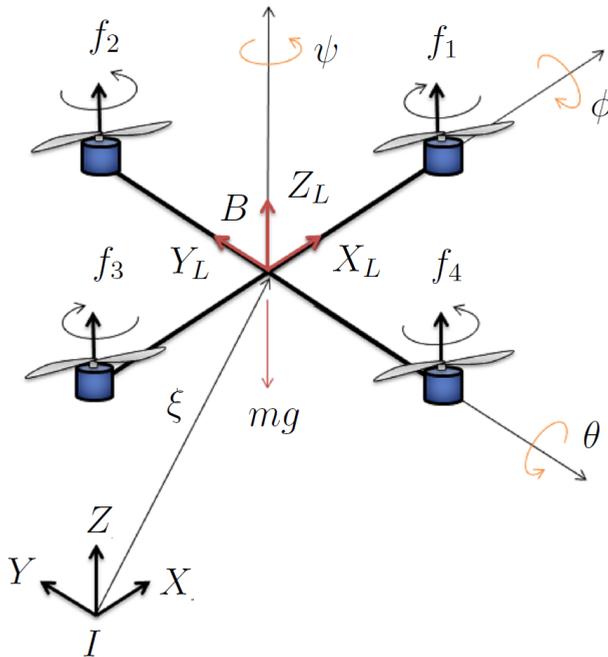
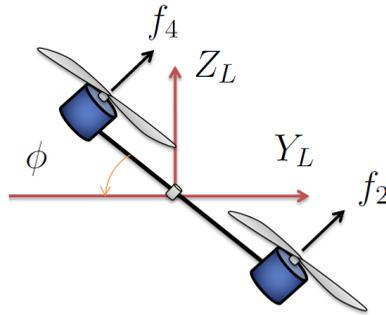


Figura 2.1: Marcos de referencia del sistema con las fuerzas de cada motor junto a los ángulos de Euler.
(Fuente: Autor)

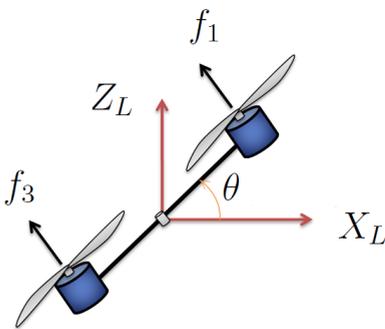
En la figura 2.2 se muestran los ángulos de rotación respecto a su marco de referencia B . A continuación, se presenta las denominaciones de los mismos (Xiong and Zheng,

2014):

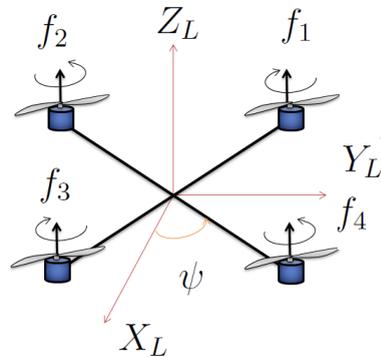
- ϕ es la rotación respecto a X_L y se le denomina ángulo *Roll* o Balanceo.
- θ es la rotación respecto a Y_L y se le denomina ángulo *Pitch* o Cabeceo.
- ψ es la rotación respecto a Z_L y se le denomina ángulo *Yaw* o Guiñada.



(a) Ángulo de Roll o Balanceo.



(b) Ángulo de Pitch o Cabeceo.



(c) Ángulo de Yaw o Guiñada.

Figura 2.2: Ángulos de Euler.
(Fuente: Autor)

2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

2.1.2. Matriz de rotación

Las matrices de rotación son muy utilizadas para describir la orientación en robótica, debido a la facilidad de la utilización del álgebra matricial. En aeronáutica es muy utilizada la matriz de rotación, conocida como *Roll-Pitch-Yaw* que se caracteriza por las siguientes rotaciones (Barrientos et al., 1997):

- Girar al sistema $X_L Y_L Z_L$ un ángulo ψ con respecto al eje Z del marco I .
- Girar al sistema $X_L Y_L Z_L$ un ángulo θ con respecto al eje Y del marco I .
- Girar al sistema $X_L Y_L Z_L$ un ángulo ϕ con respecto al eje X del marco I .

A continuación se realiza cada una de las rotaciones, considerando que los sistemas B e I coinciden en el origen y en uno de sus ejes. Mediante trigonometría se pueden deducir la matriz de rotación de *Roll* respecto a X . De acuerdo a la figura 2.3 la matriz es:

$$\mathbf{R}(x, \phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\text{sen}(\phi) \\ 0 & \text{sen}(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

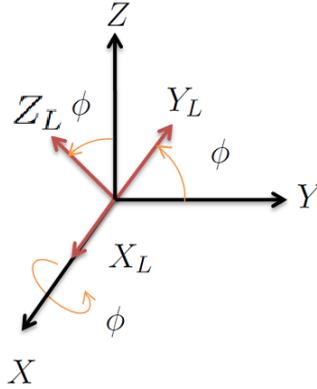


Figura 2.3: Rotación de roll respecto a X .
(Fuente: Autor)

Mediante la figura 2.4 la matriz de Rotación de *Pitch* respecto a Y es:

$$\mathbf{R}(y, \theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

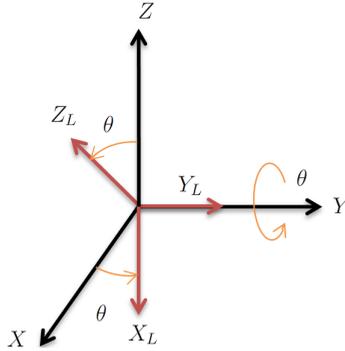


Figura 2.4: Rotación de pitch respecto a Y .
(Fuente: Autor)

Mediante la figura 2.5 la matriz de Rotación de Yaw respecto a Z es:

$$\mathbf{R}(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) & 0 \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

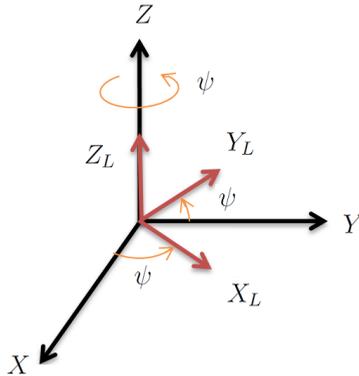


Figura 2.5: Rotación de yaw respecto a Z .
(Fuente: Autor)

La matriz de rotación completa de B respecto a I se llama Matriz Coseno Directa y se la obtiene mediante el producto de las tres rotaciones (Raffo, 2007), donde $R_I^B : B \rightarrow I$ representa la matriz de rotación del quadrotor de B respecto al marco fijo a tierra I .

$$\mathbf{R}_I^B = \mathbf{R}(z, \psi) \cdot \mathbf{R}(y, \theta) \cdot \mathbf{R}(x, \phi) \quad (2.4)$$

2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

Resolviendo:

$$\mathbf{R}_I^B = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) & 0 \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 & \text{sen}(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\text{sen}(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\phi) & -\text{sen}(\phi) \\ 0 & \text{sen}(\phi) & \cos(\phi) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_I^B = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\theta & \cos\psi\text{sen}\theta\text{sen}\phi - \text{sen}\psi\cos\phi & \cos\psi\text{sen}\theta\cos\phi + \text{sen}\psi\text{sen}\phi \\ \text{sen}\psi\cos\theta & \text{sen}\psi\text{sen}\theta\text{sen}\phi + \cos\psi\cos\phi & \text{sen}\psi\text{sen}\theta\cos\phi - \cos\psi\text{sen}\phi \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta\text{sen}\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix}$$

Para reducir la expresión, para $\text{sen}\phi$ se usa $S\phi$, para $\cos\phi$ se usa $C\phi$. Reescribiendo la matriz Coseno queda:

$$\mathbf{R}_I^B = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi S\theta C\phi + S\psi S\phi \\ S\psi C\theta & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

2.1.3. Movimientos del quadrotor

El quadrotor posee cuatro entradas de control, por lo tanto se puede variar la fuerza que produce cada uno de los motores; De esta manera, se puede producir los siguientes movimientos: girar en *roll*, girar en *pitch*, girar en *yaw*, ascenso y descenso vertical.

2.1.3.1. Movimiento de ascenso o descenso

Este movimiento se da solo si las fuerzas son iguales, por lo tanto las rotaciones angulares deben ser iguales: $\omega_{m_1} = \omega_{m_2} = \omega_{m_3} = \omega_{m_4} = \omega - \Delta\omega$. En la figura 2.6 se muestra el movimiento de ascenso o descenso en z .

2.1.3.2. Movimiento en *roll*

Este movimiento se da si existe un desbalance entre las fuerzas ortogonales a ϕ , es decir $f_2 > f_4$; por lo tanto las velocidades deben ser: $\omega_{m_2} = \omega + \Delta\omega$ y $\omega_{m_4} = \omega - \Delta\omega$. En la figura 2.7 se muestra el movimiento de *roll*.

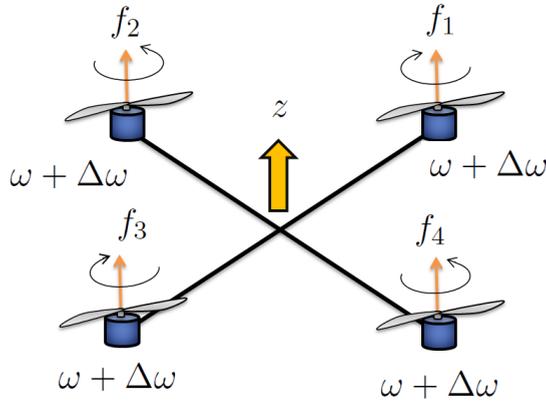


Figura 2.6: *Movimiento de Ascenso o Descenso en z .*
(Fuente: Autor)

2.1.3.3. Movimiento en *pitch*

Este movimiento se da si existe un desbalance entre las fuerzas ortogonales a θ , es decir $f_1 > f_3$; por lo tanto las velocidades deben ser: $\omega_{m_1} = \omega + \Delta\omega$ y $\omega_{m_3} = \omega - \Delta\omega$. En la figura 2.8 se muestra el movimiento de *pitch*.

2.1.3.4. Movimiento en *yaw*

Este movimiento se da si existe un desbalance entre las fuerzas de *roll* y *pitch*; es decir $(f_1 + f_3)_{roll} > (f_2 + f_4)_{pitch}$; por lo tanto las velocidades deben ser: $\omega_{m_1} = \omega_{m_3} = \omega + \Delta\omega$ y $\omega_{m_2} = \omega_{m_4} = \omega - \Delta\omega$. En la figura 2.9 se muestra el movimiento de *yaw*.

2.2. Dinámica del quadrotor

La dinámica de un sistema define la relación que hay entre las fuerzas que actúan sobre el sistema y el movimiento que a este le causan. La dinámica de un cuerpo relaciona: fuerzas, velocidades, aceleraciones, dimensiones, masas, momentos de inercia, etc. (Barrientos et al., 1997). La formulación de Euler-Lagrange se basa en los trabajos de Castillo et al. (2006), Bouabdallah (2007), Raffo et al. (2010), Mohamed et al. (2009).

A continuación, se toma las siguientes consideraciones para el modelado del sistema según Bouabdallah (2007):

2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

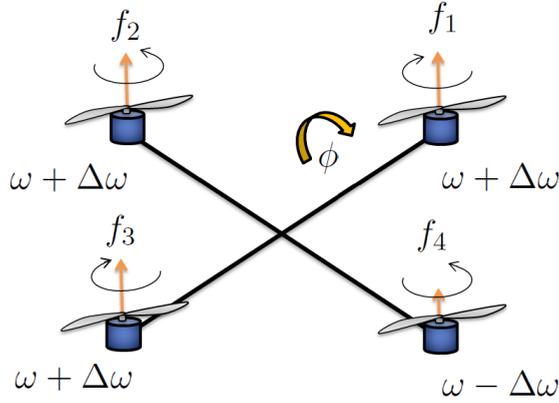


Figura 2.7: *Movimiento de Roll.*
(Fuente: Autor)

- Se considera la estructura rígida.
- El centro de gravedad coincide con el centro del marco de referencia inercial.
- Las hélices se consideran rígidas.

2.2.1. Ecuaciones de Euler-Lagrange

De manera breve se define el proceso para la obtención de la dinámica del sistema, las coordenadas generalizadas para el quadrotor se muestra en q , formado por la posición y orientación:

$$\begin{aligned}
 \xi &= [x, y, z]^T \in \mathbb{R}^3 \\
 \eta &= [\phi, \theta, \psi]^T \in \mathbb{R}^3 \\
 q &= [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T \in \mathbb{R}^6
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

La ecuación de Euler-Lagrange basada en la energía cinética y la energía potencial Bouabdallah (2007).

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \tag{2.7}$$

Bouabdallah (2007) define los términos de la ecuación de Euler-Lagrange:

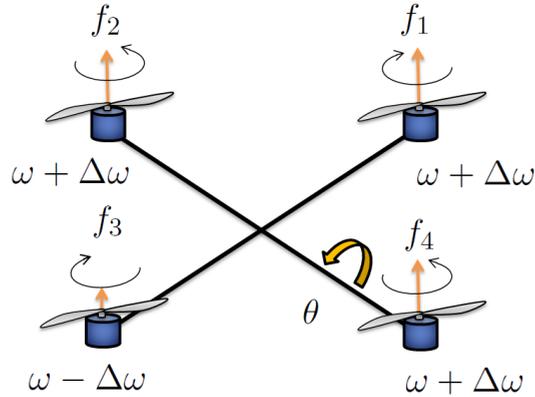


Figura 2.8: *Movimiento de Pitch.*
(Fuente: Autor)

L Es la función lagrangiana y se define como: $L = T - V$

T Es la energía cinética total.

V Es la energía potencial total.

q_i Es la coordenada generalizada.

\dot{q}_i Es la primera derivada de la coordenada generalizada respecto al tiempo.

Γ_i Es el conjunto de fuerzas generalizadas que rigen el sistema.

Debido a que la traslación de ξ es independiente de la rotación η , a continuación según Castillo et al. (2006) divide la dinámica en la parte traslacional y rotacional.

2.2.2. Dinámica traslacional

Define la dinámica debido a los movimientos que definen ξ . La energía traslacional cinética donde m es la masa del quadrotor es:

$$T_{tras} = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (2.8)$$

La energía potencial que es producida por la gravedad g y su altura z .

$$V = mgz \quad (2.9)$$

2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

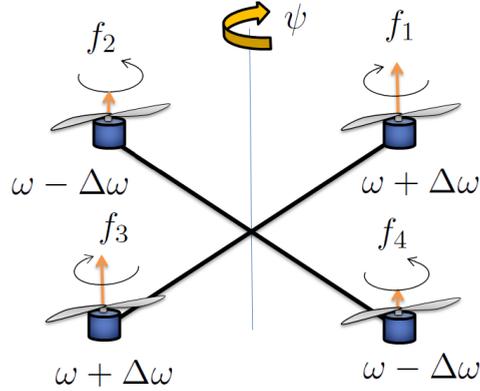


Figura 2.9: *Movimiento de Yaw.*
(Fuente: Autor)

El lagrangiano translacional es:

$$L_{tras} = T_{tras} - V \quad (2.10)$$

$$L_{tras} = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} - mgz \quad (2.11)$$

Tomando la ecuación de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{tras}}{\partial \dot{\xi}} \right) - \frac{\partial L_{tras}}{\partial \xi} = F_{\xi} \quad (2.12)$$

Resolviendo las derivadas parciales para cada término de la ecuación anterior, donde E_z representa el vector $[0, 0, E_z]^T$ en la dirección Z en el marco fijo I .

$$\frac{\partial L_{tras}}{\partial \xi} = -mgE_z$$

$$\frac{\partial L_{tras}}{\partial \dot{\xi}} = m\dot{\xi}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{tras}}{\partial \dot{\xi}} \right) = m\ddot{\xi}$$

Al sustituir los valores encontrados, el conjunto de ecuaciones dinámicas que definen el movimiento de traslación está definido por:

$$m\ddot{\xi} + mgE_z = F_\xi \quad (2.13)$$

F_ξ Es la fuerza generalizada que se aplica al quadrotor en el marco I y se la obtiene mediante la matriz de rotación:

$$F_\xi = \mathbf{R}_I^B \hat{F} \in \mathbb{R}^3 \quad (2.14)$$

Donde \hat{F} es la fuerza lineal aplicada a cada hélice:

$$\hat{F} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ f_{1E} + f_{2E} + f_{3E} + f_{4E} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Se define $u_1 = f_{1E} + f_{2E} + f_{3E} + f_{4E}$

f_{iE} Representa la fuerza de empuje paralela al eje Z_L .

La fuerza producida en cada motor depende de una constante $k_i > 0$, una velocidad angular ω_i de cada motor i sabiendo que $i = 1..,4$ (Castillo et al., 2006):

$$f_{iE} = k_i \omega_i^2 \quad (2.16)$$

Sustituyendo valores, se tiene las ecuaciones de movimiento traslacional:

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} + mg \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = R_I^B \hat{F} \quad (2.17)$$

$$\begin{bmatrix} m\ddot{x} \\ m\ddot{y} \\ m\ddot{z} + mg \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C\psi C\theta & C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & C\psi S\theta C\phi + S\psi S\phi \\ S\psi C\theta & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & S\psi S\theta C\phi - C\psi S\phi \\ -S\theta & C\theta S\phi & C\theta C\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ u_1 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Finalmente la dinámica traslacional:

2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= (\cos\psi\text{sen}\theta\cos\phi + \text{sen}\psi\text{sen}\phi) \frac{u_1}{m} \\
 \ddot{y} &= (\text{sen}\psi\text{sen}\theta\cos\phi - \cos\psi\text{sen}\phi) \frac{u_1}{m} \\
 \ddot{z} &= -g + (\cos\theta\cos\phi) \frac{u_1}{m} \\
 u_1 &= f_{1E} + f_{2E} + f_{3E} + f_{4E}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

2.2.3. Dinámica rotacional

La energía cinética rotacional total del sistema es:

$$L_{rot} = \frac{1}{2} \dot{\eta}^T J(\eta) \dot{\eta} \tag{2.20}$$

Donde $J(\eta)$ es el Jacobiano en coordenadas globales de I

$$J(\eta) = W_\eta^T I W_\eta \tag{2.21}$$

W_η es el Jacobiano respecto al marco local B , que relaciona la velocidad angular ω con $\dot{\eta}$ (Raffo, 2007):

$$W_\eta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta\text{sen}\phi \\ 0 & -\text{sen}\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Considerando que la estructura del quadrotor es simétrica, se tiene la matriz de inercias:

$$I = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

Sustituyendo:

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\phi & -\text{sen}\phi \\ -\text{sen}\theta & \cos\theta\text{sen}\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\text{sen}\theta \\ 0 & \cos\phi & \cos\theta\text{sen}\phi \\ 0 & -\text{sen}\phi & \cos\theta\cos\phi \end{bmatrix} \tag{2.24}$$

$$J(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}S\theta \\ 0 & I_{yy}C^2\phi + I_{zz}S^2\phi & (I_{yy} - I_{xx})C\phi S\phi C\theta \\ -I_{xx}S\theta & (I_{yy} - I_{xx})C\phi S\phi C\theta & I_{xx}S^2\theta + I_{yy}S^2\phi C^2\theta + I_{zz}C^2\phi C^2\theta \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

La ecuación de Euler-Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L_{rot}}{\partial \dot{\eta}} \right) - \frac{\partial L_{rot}}{\partial \eta} = \tau_\eta \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial L_{rot}}{\partial \dot{\eta}} = \frac{1}{2} \left(J(\eta) + J(\eta)^T \right) \dot{\eta} = J(\eta) \dot{\eta} \quad (2.27)$$

$$J(\eta) \ddot{\eta} + \left(J(\dot{\eta}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J(\eta)) \right) = \tau_\eta \quad (2.28)$$

Los torques de *roll*, *pitch* y *yaw* se definen a continuación, donde la distancia del centroide a cada una de las hélices es l y τ_{mi} es el torque producido por cada motor. Los torques τ_ϕ y τ_θ depende de las fuerzas lineales de empuje o propulsión, mientras que el torque τ_ψ depende de cada momento producido por los motores.

$$\tau_\eta = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_{3E} - f_{1E})l \\ (f_{2E} - f_{4E})l \\ \tau_{m1} - \tau_{m2} + \tau_{m3} - \tau_{m4} \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Los τ_{mi} aparecen cuando al girar la hélice, produce una fuerza f_{iR} que es ortogonal a la fuerza f_{iE} . Por lo tanto los torques quedan determinados por la nuevas fuerzas generadas y por la distancia l al centro de gravedad:

$$\tau_{mi} = f_{iR}l \quad (2.30)$$

El torque total τ_{mi} , de acuerdo a los sentidos de giro de cada motor, queda definido por:

$$\tau_{mi} = [(f_{1R} + f_{3R}) - (f_{2R} + f_{4R})]l \quad (2.31)$$

La ecuaciones dinámicas de rotación se definen:

$$M(\eta) \ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta}) \dot{\eta} = \tau_\eta \quad (2.32)$$

2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

Donde $M(\eta) = J(\eta)$ y $C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta}$ es la matriz de coriolis, que define los efectos giroscópicos y centrífugos del sistema Castillo et al. (2006).

$$C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = J(\dot{\eta}) - \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \eta} (\dot{\eta}^T J(\eta)) \quad (2.33)$$

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Después de varias operaciones resolviendo la expresión (2.33), se llega a cada uno de los términos de la matriz de $C(\eta, \dot{\eta})$ no lineales (Raffo, 2007):

$$\begin{aligned} c_{11} &= 0 \\ c_{12} &= (I_{yy} - I_{zz}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi + \dot{\psi} S^2 \phi C \theta \right) + (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta - I_{xx} \dot{\psi} C \theta \\ c_{13} &= (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\psi} C \phi S \phi C^2 \theta \\ c_{21} &= (I_{zz} - I_{yy}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi + \dot{\psi} S^2 \phi C \theta \right) + (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\psi} C^2 \phi C \theta + I_{xx} \dot{\psi} C \theta \\ c_{22} &= (I_{zz} - I_{yy}) \dot{\phi} C \phi S \phi \\ c_{23} &= -I_{xx} \dot{\psi} S \theta C \theta + I_{yy} \dot{\psi} S^2 \phi C \theta S \theta + I_{zz} \dot{\psi} C^2 \phi S \theta C \theta \\ c_{31} &= (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\psi} C \phi S \phi C^2 \theta - I_{xx} \dot{\theta} C \theta \\ c_{32} &= (I_{zz} - I_{yy}) \left(\dot{\theta} C \phi S \phi S \theta + \dot{\phi} S^2 \phi C \theta \right) + (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\phi} C^2 \phi C \theta \\ &\quad + I_{xx} \dot{\psi} C \theta S \theta - I_{yy} \dot{\psi} S^2 \phi C \theta S \theta - I_{zz} \dot{\psi} C^2 \phi C \theta S \theta \\ c_{33} &= (I_{yy} - I_{zz}) \dot{\phi} C \phi S \phi C^2 \theta - I_{yy} \dot{\psi} S^2 \phi C \theta S \theta - I_{zz} \dot{\theta} C^2 \phi C \theta S \theta + I_{xx} \dot{\theta} C \theta S \theta \end{aligned} \quad (2.35)$$

2.2.4. Dinámica del sistema estacionario

Sin perder generalidad, la dinámica del sistema de rotación presentada en el inciso anterior es compleja, por lo tanto, consideramos las siguientes aproximaciones según Bouabdallah (2007), donde los ángulos de *roll*, *pitch* y *yaw* varían poco. A continuación se muestran las aproximaciones:

$$\begin{aligned} \cos \phi &\approx \cos \theta \approx \cos \psi \approx 1 \\ \sin \phi &\approx 0 \\ \sin \theta &\approx 0 \\ \sin \psi &\approx 0 \end{aligned} \quad (2.36)$$

Aplicando la aproximación, los términos de la matriz $C(\eta, \dot{\eta})$, se expresa:

$$C(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} 0 & (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} - I_{xx}\dot{\psi} & 0 \\ (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} + I_{xx}\dot{\psi} & 0 & 0 \\ -I_{xx}\dot{\theta} & (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

Retomando la ecuación general de rotación:

$$M(\eta)\ddot{\eta} + C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} = \tau_\eta \quad (2.38)$$

Sabiendo que $J(\eta) = M(\eta)$, se reemplaza las aproximaciones, por lo tanto, el Jacobiano $J(\eta)$ es igual a la matriz de inercias:

$$M(\eta) = J(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

Reemplazando en la ecuación general se tiene:

$$\begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \ddot{\eta} + \begin{bmatrix} 0 & (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} - I_{xx}\dot{\psi} & 0 \\ (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} + I_{xx}\dot{\psi} & 0 & 0 \\ -I_{xx}\dot{\theta} & (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} & 0 \end{bmatrix} \dot{\eta} = \tau_\eta \quad (2.40)$$

Resolviendo:

$$\begin{aligned} I_{xx}\ddot{\phi} + (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}\dot{\theta} - I_{xx}\dot{\psi}\dot{\theta} &= \tau_\phi \\ I_{yy}\ddot{\theta} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}\dot{\phi} + I_{xx}\dot{\psi}\dot{\phi} &= \tau_\theta \\ I_{zz}\ddot{\psi} - I_{xx}\dot{\theta}\dot{\phi} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}\dot{\theta} &= \tau_\psi \end{aligned}$$

Despejando y agrupando, se tienen las ecuaciones dinámicas de rotación:

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}\dot{\theta}}{I_{xx}} + \frac{\tau_\phi}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \frac{(-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})\dot{\psi}\dot{\phi}}{I_{yy}} + \frac{\tau_\theta}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})\dot{\phi}\dot{\theta}}{I_{zz}} + \frac{\tau_\psi}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (2.41)$$

2. MODELO DINÁMICO DEL QUADROTOR

Donde los torques son:

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_{3E} - f_{1E}) l \\ (f_{2E} - f_{4E}) l \\ [(f_{1R} + f_{3R}) - (f_{2R} + f_{4R})] l \end{bmatrix}$$

CAPÍTULO 3

IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

Este capítulo presenta las características físicas del *3DR ArduCopter* con la finalidad de obtener su matriz de inercias. Adicionalmente, se muestran las características del sistema sensorial que entregan la medición de los ángulos de Euler. Finalmente, se obtienen las funciones de transferencia de los subsistemas motor-hélice que entregan resultados relacionados con las fuerzas de empuje y rotación en *yaw*.

3.1. Quadrotor *3DR ArduCopter Quad-C*

La Universidad Politécnica Salesiana adquirió el Quadrotor *3DR ArduCopter Quad-C* para la implementación del CMD. El *3DR ArduCopter* es diseñado por 3D Robotics en San Diego, California y ensamblado en Tijuana, Mexico. A continuación, describimos sus características principales y sus componentes:

- Estructura de aluminio
- Tarjeta de Control PX4 FMU
- Motores Brushless bc2836-9
- Controladores de velocidad para los motores brushless
- Hélices
- Batería

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

3.1.1. Estructura

Está formado por cuatro brazos de aluminio en cuyos extremos van montados los motores. Posee soportes de aterrizaje resistentes, sujetadores para las baterías y base para la tarjeta de control. En la figura 3.1 se muestra la estructura del quadrotor¹.



Figura 3.1: *Estructura del 3DR ArduCopter Quad-C.*
(Fuente: www.exp-tech.de)

3.1.2. Tarjeta de sensores PX4 FMU

La tarjeta PX4 FMU, es un sistema embebido eficiente de alta velocidad de procesamiento. Está constituido por varios sensores e interfaces de comunicación. El módulo tiene un microprocesador que ejecuta un RTOS (Sistema Operativo en Tiempo Real); permite programar leyes de control de acuerdo a los requerimientos de diseño del quadrotor. De acuerdo a Meier (2013), el PX4 FMU, está formado por las siguientes partes:

- Microprocesador Cortex-M4F que trabaja a 168 MHz /252 MIPS

¹Fuente:<http://http://www.exp-tech.de/Roboter/UAV/3DR-ArduCopter-Quad-C-Frame-Kit.html>, consultado el 24/03/2014.

- Sistema operativo en tiempo Real POSIX
- Memoria: 192KB SRAM / 1024 KB
- Compatible con Windows, Linux, Mac OS

El PX4 FMU, está formado por las siguientes interfaces:

- Puertos: 4x UART, 2x I2C, 1x SPI, 1x CAN
- Puerto externo para magnetómetro
- Socket para microSD
- Posee hasta 8 entradas-salidas de propósito general
- Sensor de batería
- Protección de inversiones de polaridad

Los sensores que están equipados en la IMU son:

- Acelerómetro Giroscopio 3D MPU-6000
- Giroscopio 3D L3GD20
- Magnetómetro 3D HMC5883L
- Sensor barométrico de presión MS5611
- Modulo de radiocontrol

En la figura 3.2 se muestra el PX4 FMU y el detalle de los pines de conexión².

Existe una tarjeta PX4-IO que sirve de interfaz para las entradas y salidas que se conecta con el PX4 FMU. En la figura 3.3 se muestra el PX4 FMU junto a la tarjeta PX4-IO, el buzzer y el botón de paro de seguridad³.

²Fuente:<http://rover.ardupilot.com/wiki/px4fmu-overview/>, consultado el 24/03/2014.

³Fuente:<http://copter.ardupilot.com/wiki/common-load-firmware-px4/>, consultado el 24/03/2014.

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

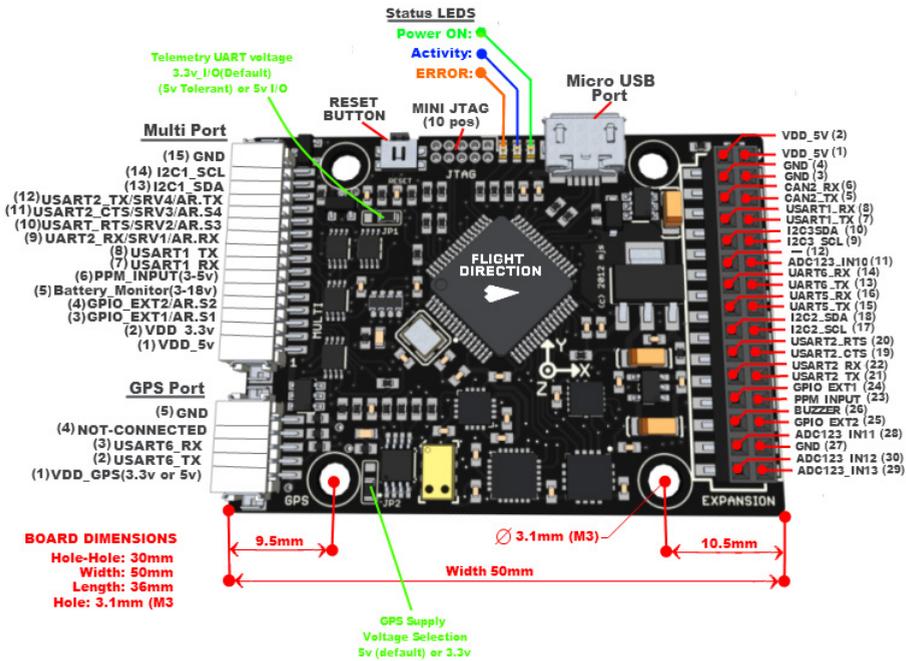


Figura 3.2: PX4 FMU y el detalle de los pines de conexión.

(Fuente: www.rover.ardupilot.com)

3.1.3. Motores brushless BC2836-9

El *3DR ArduCopter* posee cuatro Motores Brushless; se caracterizan por no poseer escobillas, constructivamente son similares a los motores trifásicos. Necesitan de un control de velocidad para la conmutación síncrona de los devanados del motor. La parte externa es giratoria donde están los imanes permanentes y proporcionan las siguientes ventajas: poseen alta eficiencia, menores pérdidas por interferencias, alta velocidad de giro, mejor disipación de potencia, entre otras. Las desventajas son su elevado costo y su complejo control de velocidad Esparza (2012). A continuación los parámetros del motor Brushless bc2836-9 (Meier, 2013).

- Alimentación Continua: 7.4 a 11.1 V
- Máxima Potencia: 248 W
- Constante: 880 rpm/V

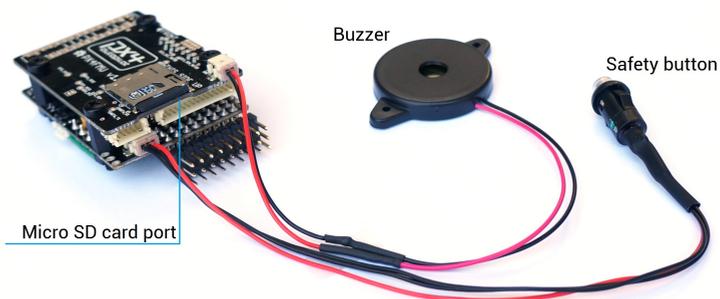


Figura 3.3: *PX4 FMU junto a la tarjeta PX4-IO.*
(Fuente: www.copter.ardupilot.com)

- Máxima fuerza de empuje: 860 g
- Peso: 70 g

En la figura 3.4 se muestra el motor Brushless encargado de generar el movimiento de las hélices⁴.



Figura 3.4: *Motor Brushless bc2836-9.*
(Fuente: Autor)

⁴Fuente:<http://store.3drobotics.com/products/motor-ac2836-358-880kv-1>, consultado el 24/03/2014.

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

3.1.4. Controladores de velocidad para los motores brushless

Cada motor posee un controlador de velocidad. Este sistema es capaz de recibir la señal PWM entre 1000 y 2000 us a una frecuencia de 50 Hz. proveniente desde la salida del PX4-IO. Procesa y genera una señal alterna trifásica que alimenta a los bobinados del motor brushless. En la figura 3.4 se muestra el controlador de velocidad de 20 A.

3.1.5. Hélices

Posee cuatro hélices, dos giran en sentido horario y las dos restantes en el sentido contrario; se ajustan directamente a cada eje del motor brushless, mediante una arandela y una rosca al eje del motor. En la figura 3.5 se muestra las hélices una para el sentido horario y la otra para el sentido contrario.



Figura 3.5: Hélices del Arducopter 3DR.
(Fuente: Autor)

3.1.6. Diagrama de conexiones

A continuación, se muestra la interconexión del sistema, con la tarjeta de control PX4 FMU , la de interfaz PX4-IO, los controladores de velocidad, los motores brushless y las hélices. En la figura 3.6 se muestra el diagrama de conexión del sistema de control⁵.

3.2. Sistema sensorial IMU

El sistema sensorial del *Arducopter 3DR*, es la parte fundamental para la realización de un sistema de control, ya que, nos permite conocer el comportamiento dinámico de las variables físicas en tiempo real. A continuación, se menciona cada uno de los sensores utilizados por la tarjeta de control PX4 FMU.

⁵Fuente:<http://code.google.com/p/arducopter/wiki/PX4RC>, consultado el 24/03/2014.

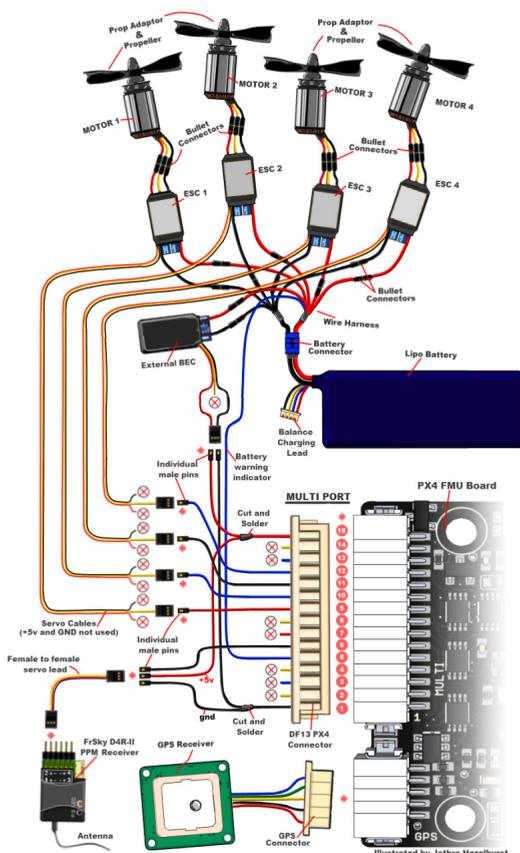


Figura 3.6: Diagrama de conexión del sistema.
(Fuente: www.code.google.com)

3.2.1. Acelerómetro giroscopio 3D MPU-6000

Es un circuito integrado, que tiene encapsulado un acelerómetro y un giroscopio de tres ejes cada uno. De acuerdo a InvenSense (2014) posee altas prestaciones de precisión, donde el usuario puede configurar de acuerdo a sus necesidades en las siguientes escalas:

- Escalas del giroscopio: ± 250 , ± 500 , ± 1000 , y ± 2000 $^{\circ}/s$
- Escalas del acelerómetro: ± 2 g, ± 4 g, ± 8 g, y ± 16 g
- Interface serial: I2C

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

En la figura 3.7 se muestra el acelerómetro giroscopio 3D MPU-6000⁶.

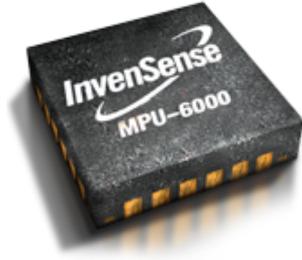


Figura 3.7: Sensor 3D MPU-6000 (Fuente: Invensense).
(Fuente: www.invensense.com)

3.2.2. Giroscopio 3D L3GD20

El giroscopio 3D presenta las siguientes características según (Meier, 2013):

- Escalas seleccionables: 250, 500 y 1000 °/s
- Puertos seriales: I2C y SPI
- Bits de muestreo: 16 Bits
- Filtros: Pasa Bajo y Pasa alto con Ancho de banda seleccionable
- Voltaje de operación: 2.4 V a 3.6 V
- Temperatura de operación: -40 °C to +85 °C
- Baja disipación de potencia

En la figura 3.8 se muestra el acelerómetro giroscopio 3D L3GD20⁷.

3.2.3. Magnetómetro 3D HMC5883L

Para medir la orientación respecto al Norte magnético, utiliza este sensor basado en la medición de campos magnéticos. A continuación, de acuerdo a Honeywell (2008) presenta las siguientes características:

⁶Fuente:<http://invensense.com/mems/gyro/mpu6000.html>, consultado el 14/04/2014.

⁷Fuente:<http://www.pixhawk.org/modules/px4fmuc>, consultado el 18/04/2014.

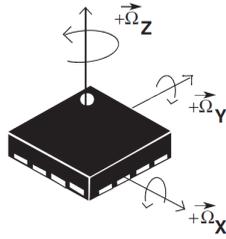


Figura 3.8: *Sensor 3D L3GD20.*
(Fuente: www.pixhawk.org)

- Tipo de sensor: Magnetoresistivo de 3 ejes
- Resolución : ± 8 Gauss
- Bits de muestreo: 12 Bits
- Voltaje de operación: 2.16 a 3.6 V
- Interface de comunicación: I2C
- Tasa máxima de muestreo: 160 Hz

En la figura 3.8 se muestra el 3D HMC5883L ⁸.

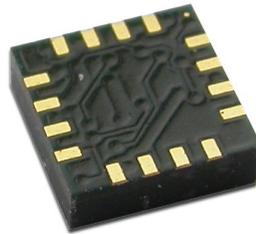


Figura 3.9: *Sensor 3D HMC5883L.*
(Fuente: www.honeywell.com)

⁸Fuente:<http://honeywell.com/Pages/Search.aspx?k=HMC5883L>, consultado el 18/04/2014.

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

3.2.4. Sensor barométrico de presión MS5611

Este sensor utiliza la medición de la presión atmosférica para estimar la altura a la cual se encuentra el sensor sobre el nivel del mar. Según Specialties (2005) se muestra las características del sensor de presión atmosférica:

- Resolución: 10cm
- Bajo consumo de corriente: En operación 1 μ A
- Conversor ADC : 24 bits
- Comunicación: I²C y SPI hasta 20 MHz
- Sensor de alta linealidad

En la figura 3.8 se muestra el altímetro MS5611 ⁹.

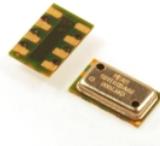


Figura 3.10: *Sensor 3D HMC5883L.*
(Fuente: www.meas-spec.com)

3.2.5. Tarjeta Arduino DUE

Para facilidad de comunicación entre la PC y el quadrotor, se optó por la implementación de la tarjeta Arduino DUE en el quadrotor; la misma que tiene las siguientes características según Arduino (2014):

- Microprocesador Atmel SAM3X8E ARM Cortex-M3.
- Posee 54 pines de entrada/salida digitales de las cuales 12 pueden ser usadas para salidas de PWM.
- Posee 12 entradas analógicas.
- Cuatro puertos seriales UART
- Conexión USB

⁹Fuente:http://www.meas-spec.com/product/t_product.aspx?id=8503, consultado el 18/04/2014.

- Dos salidas DAC(Convertidor de Analógico a digital)
- Boton de Reset
- Boton de Erase

En la figura 3.11 se muestra la tarjeta de control Arduino DUE ¹⁰.

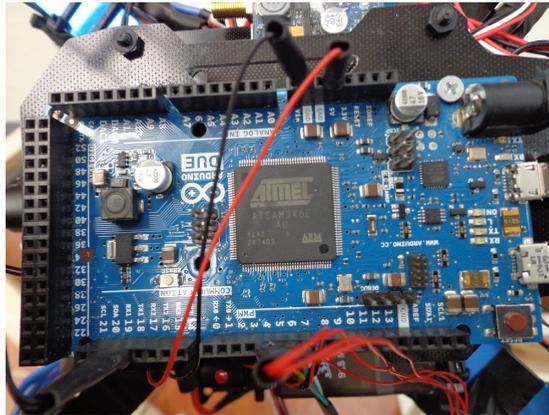


Figura 3.11: Tarjeta de control Arduino DUE.
(Fuente: Autor)

3.3. Sistema completo de control del *3DR Arducopter*

A continuación, se muestra el lazo de control entre la PC, los sensores y actuadores para el sistema de control del *3DR Arducopter*, para la realización de pruebas y su posterior control. En la figura 3.12 se muestra el lazo de control del sistema completo.

3.4. Identificación de las constantes físicas del sistema

3.4.1. Matriz de inercias

En el capítulo 2, se pudo observar la necesidad de conocer los momentos de inercia del *3DR ArduCopter*. A continuación, se muestra los valores reales medidos del *3DR ArduCopter*:

¹⁰Fuente:<http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardDue>, consultado el 1/05/2014.

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

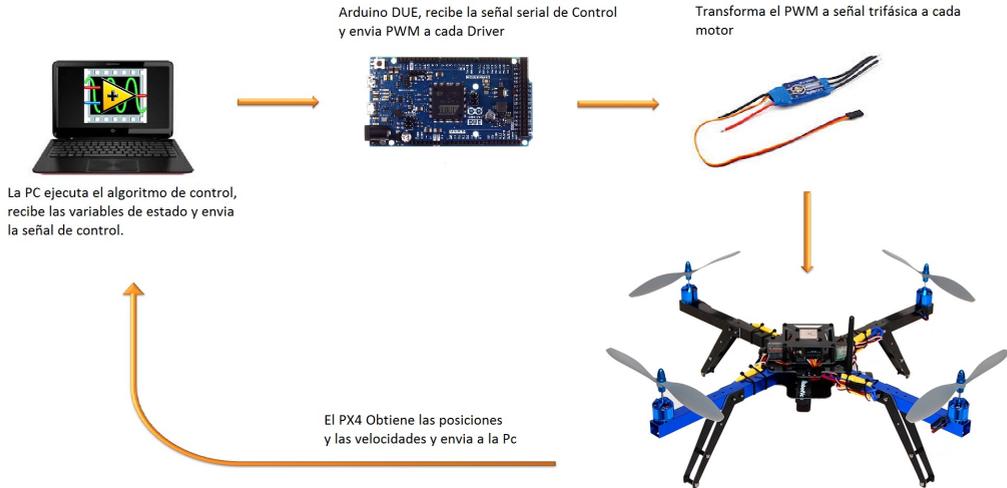


Figura 3.12: Tarjeta de control Arduino DUE.
(Fuente: Autor)

- Masa del quadrotor: $m = 1,38 \text{ kg}$
- Masa del motor: $m_m = 0,0771 \text{ kg}$
- Longitud del rotor en x: $l_x = 0,0277 \text{ m}$
- Longitud del rotor en y: $l_y = 0,0277 \text{ m}$
- Longitud del rotor en z: $l_z = 0,036 \text{ m}$
- Distancia del motor al centro de gravedad: $d_{cg} = 0,274 \text{ m}$

De acuerdo al trabajo de Brito (2009), se presentan las fórmulas para la obtención de los momentos de inercia en cada uno de los ejes:

Inercia en el eje X

$$I_{x_1} = I_{x_3} = \frac{1}{12} m_m (l_y^2 + l_z^2) \quad (3.1)$$

$$I_{x_2} = I_{x_4} = \frac{1}{12} m_m (l_y^2 + l_z^2) + m_m d_{cg}^2 \quad (3.2)$$

3.4 Identificación de las constantes físicas del sistema

Por lo tanto la inercia en el eje x es:

$$I_{xx} = 2I_{x_1} + 2I_{x_2} \quad (3.3)$$

Sustituyendo valores:

$$I_{xx} = 0,0107 \quad (3.4)$$

Inercia en el eje Y

$$I_{y_1} = I_{y_3} = \frac{1}{12}m_m (l_x^2 + l_z^2) + m_m d_{cg}^2 \quad (3.5)$$

$$I_{y_2} = I_{y_4} = \frac{1}{12}m_m (l_x^2 + l_z^2) \quad (3.6)$$

Por lo tanto la inercia en el eje y es:

$$I_{yy} = 2I_{y_1} + 2I_{y_2} \quad (3.7)$$

Sustituyendo valores:

$$I_{yy} = 0,0107 \quad (3.8)$$

Inercia en el eje Z

$$I_{z_1} = I_{z_2} = I_{z_3} = I_{z_4} = \frac{1}{12}m_m (l_x^2 + l_y^2) + m_m d_{cg}^2 \quad (3.9)$$

Por lo tanto en el eje z es:

$$I_{zz} = 4I_{z_1} \quad (3.10)$$

Sustituyendo valores:

$$I_{zz} = 0,0214 \quad (3.11)$$

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

Inercia total del sistema

$$I = \begin{bmatrix} 0,0107 & 0 & 0 \\ 0 & 0,0107 & 0 \\ 0 & 0 & 0,0214 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

3.5. Determinación de la fuerza de empuje f_{i_E}

En esta sección, se va a determinar como se relaciona la señal de control PWM y la fuerza de empuje que impulsa al movimiento del quadrotor. En este caso, el conjunto de prueba está conformado por: un driver del motor, motor brushless y la hélice. En la figura 3.13 se muestran las cuatro fuerzas f_{i_E} que son paralelas al eje Z_L , las mismas que van a producir los movimientos del quadrotor.

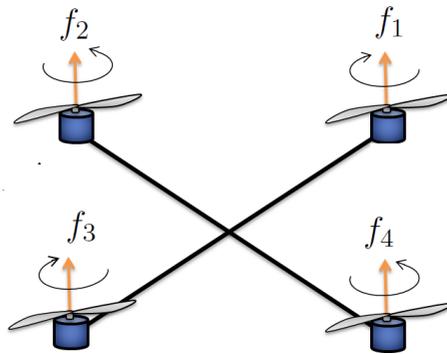


Figura 3.13: Fuerzas de empuje que producen movimiento en el quadrotor.
(Fuente: Autor)

3.5.1. Fuerza de empuje requerida por cada motor

Mediante un análisis simple se determina la fuerza necesaria que cada motor debe ejercer para que al menos pueda suspenderse en el aire, es decir, para que los motores ejerzan una fuerza igual al todo el peso del quadrotor.

El peso total del quadrotor incluido la batería es:

$$m = 1,38 \text{ kg}$$

La Fuerza F que al menos debe ejercer el motor m_i es:

$$F_{m_i} \geq \frac{1,38 \text{ kg}}{4}$$

$$F_{m_i} \geq 0,345 \text{ kg}$$

Por lo tanto, al menos $0,345 \text{ kg}$ es la fuerza que debe producir cada motor para elevar su propio peso.

3.5.2. Proceso implementado de identificación

Para tener una precisión en las mediciones de la prueba de identificación, se utiliza una balanza electrónica de la marca Pionner Ohaus de 3 kg de capacidad, propiedad de la Universidad Politécnica Salesiana.

El proceso implementado para la etapa de identificación es el siguiente:

1. El quadrotor se sujeta sobre una base de madera, la misma que posee un solo grado de libertad. Por seguridad de la prueba, sólo en el motor de identificación se coloca la hélice, los demás motores permanecen apagados. Se encera la balanza para el registro correcto de las mediciones.
2. Al girar el motor, su movimiento se transmite a la hélice, la misma que genera una fuerza de empuje paralela en el eje Z_L . El quadrotor al tener un solo grado de libertad en la base de pruebas se convierte en una palanca, por lo tanto la fuerza de empuje se transmite al extremo y se convierte en peso para registrarlo mediante la balanza electrónica.
3. La balanza registra el empuje transmitido por el principio de palanca generado por la rotación de la hélices, y envía las mediciones al puerto COM7 de la computadora a una frecuencia de 11.68 mediciones/s, estas mediciones se graban en un archivo texto para su posterior análisis.
4. Mediante una interfaz en LabVIEW a través del puerto COM4, se enlaza serialmente a la tarjeta arduino a una velocidad de 57600 baudios y envía una rampa de valores constantes de PWM cada 5.1 segundos. Los valores de PWM de prueba estuvieron comprendidos en un rango de: $1050 - 2000$ us con intervalos de 50 us cada 5.1 segundos.
5. Este proceso se repite para la identificación de la fuerza de empuje que genera cada motor.

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

En la figura 3.14 se detalla el esquema completo implementado para el registro de la fuerza de empuje producida por cada motor.

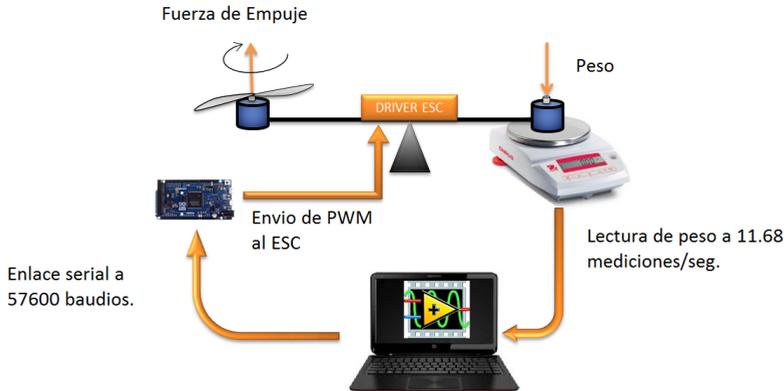


Figura 3.14: Diagrama de la prueba de identificación y registro de la fuerza de empuje para cada motor.
(Fuente: Autor)

En la figura 3.15 se muestra la base de madera de un grado de libertad, donde se encuentra empotrado el quadrotor para la prueba de identificación de la fuerza de empuje de cada rotor.

3.5.3. Comparación de la fuerza de empuje mediante batería de Li-Po y Fuente

Para análisis de contraste, se realizó dos pruebas de identificación en el motor 2: la primera se realizó con la batería de Litio-Polonio de 11.1 V de 4000 mAh y la otra mediante una fuente de computadora de 11.6 V ante las mismas señales de entrada de PWM, la misma que consistió en una rampa desde 1000 a 2000 μ s al driver del motor Brushless. En la figura 3.16 se muestran las dos pruebas de identificación.

Análisis de la prueba realizada

De acuerdo a la figura 3.16 se resume:

- La prueba realizada con la fuente de 10A a 11.6 V es más lineal que la fuerza producida por la batería de Li-Po, debido a que la batería puede brindar mayor corriente que la fuente, por lo tanto, genera mayor fuerza de empuje y se observa claramente

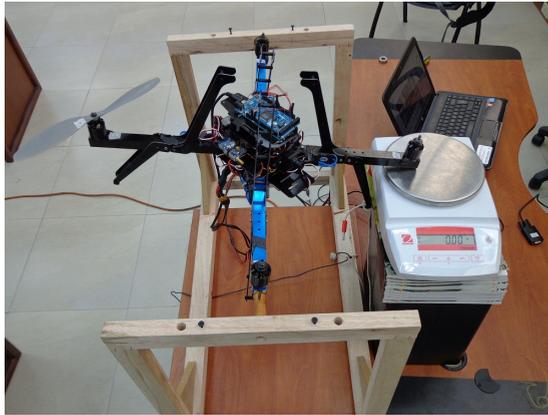


Figura 3.15: Base de madera de un grado de libertad.

(Fuente: Autor)

que la batería produce alrededor de 50 gramos mas que la fuente switchada en la región de 1820us a 2000 us de ancho de pulso.

- El motor empieza a girar a un valor de PWM de 1080 us por lo tanto poseen una zona muerta de 80 us.
- El motor satura a un valor de 1990 us aproximadamente.
- Debido a que la batería de Li-Po produce mayor fuerza de empuje, todas las pruebas de identificación se realizaron con dicha batería.
- Para evitar errores de identificación con la descarga de la batería, cada prueba de identificación se realizó con la batería de Li-Po completamente cargada.

3.5.4. Fuerza de empuje producida por cada motor

Con el objetivo de observar la respuesta de cada motor, se realizó una prueba de barrido de la señal de control de PWM de 1000 a 2000 us para cada motor. A continuación en la figura 3.17 se detalla la respuesta de la fuerza generada respecto a la señal de entrada PWM.

Análisis de la prueba realizada

De acuerdo a la figura se puede concluir:

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

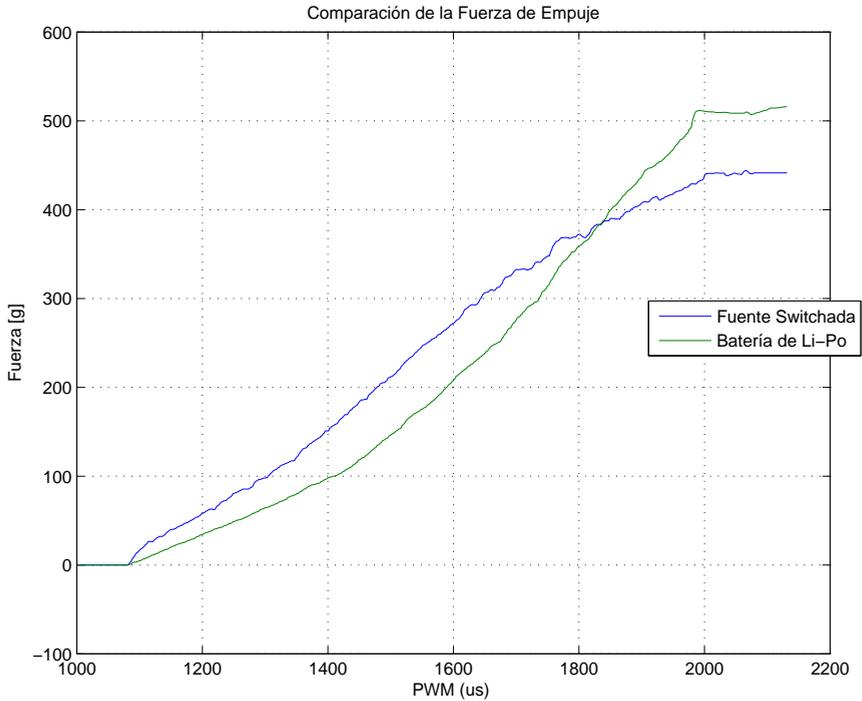


Figura 3.16: Fuerza de empuje producida por el motor 2 mediante la batería de Li-Po y mediante fuente switchada.

(Fuente: Autor)

- Por obvias razones al ser los 4 motores de similar construcción y funcionamiento, se ve claramente que su fuerza de empuje producida es similar pero no es exactamente igual.
- El motor 2 genera mayor fuerza de empuje que los tres restantes y que el motor 1 es el que menos fuerza genera ante la misma señal de entrada.
- La diferencia de fuerza generada entre el motor 1 y 2 es de 22 gramos aproximadamente cuando se aplica una señal de entrada de 1950 us.
- Los 4 motores presentan una respuesta no lineal de empuje vs PWM en todo el barrido de la señal de entrada de PWM del 0 al 100%.
- Los motores saturan aproximadamente a un valor de 1950 us.

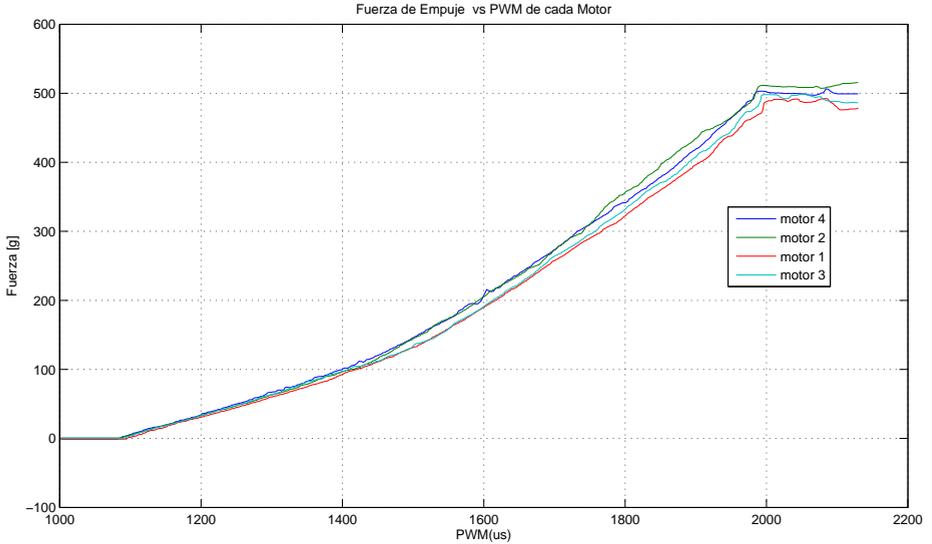


Figura 3.17: Fuerza de Empuje producida por la hélice 1 para cada valor de PWM.
(Fuente: Autor)

- Los motores empiezan a girar a un valor de 1080 us teniendo así una zona muerta de 80 us.

3.5.5. Determinación del rango de operación de la señal de control de PWM

Cada driver puede recibir valores de PWM comprendidos entre 1080 y 2000 us, sin embargo, ahora se va a delimitar dicha señal de control, ya que el sistema no va a operar a velocidades demasiado bajas o en su defecto a muy altas velocidades, ya que los motores se saturan, generando comportamientos no lineales que no se contemplan en el diseño de los controladores de ésta tesis. El proceso realizado para delimitar la señal de control es el siguiente:

- Se hace un barrido de la señal de control desde 1000 a 2000 us con intervalos de 50 us por 5.1 segundos cada intervalo. En total son 21 valores de prueba que se envían al driver del motor brushless que generan las fuerzas de empuje.
- Se extraen los valores de fuerza de empuje de estabilización junto a su respectivo valor de PWM de entrada. A continuación, se tabulan los valores para el motor 4

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

de acuerdo a tabla 3.1.

Tabla 3.1: Fuerza de empuje estable producida por el motor 4.

PWM	1200	1300	1400	1500	1600	1700	1800	1900
Fuerza g	40.01	73.96	107.62	158.67	215.97	291.17	370.56	455.81

(Fuente: Autor)

- En la figura 3.18, se muestran los valores de fuerza vs PWM para el motor 4: la primera gráfica muestra la respuesta transitoria para cada escalón enviado al motor 4 y en la segunda se muestra los valores en estado estable

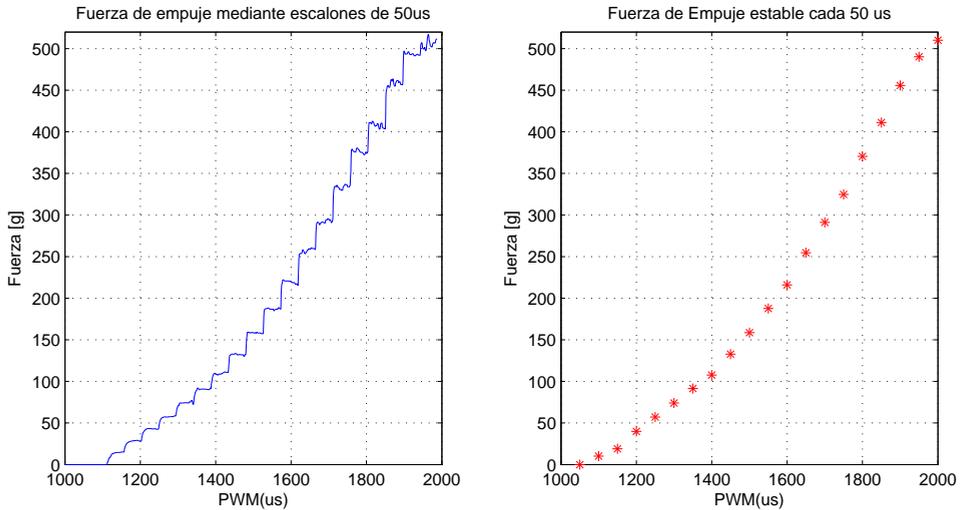


Figura 3.18: Fuerza de empuje producida por el motor 4 para cada valor de PWM.

(Fuente: Autor)

Obtención del rango de la señal de control

De acuerdo a la figura 3.18, la señal de control se limita de acuerdo a los siguientes criterios:

- El rango de Empuje vs PWM es no lineal, sin embargo, la región útil de análisis y operación del motor es precisamente la que calculamos anteriormente cuando cada

hélice debe generar 0,345 kg de empuje y esta fuerza se da cuando el driver recibe un valor de PWM de 1780 us aproximadamente.

- El Rango de la señal de control se define entre 1500 a 1900. Para valores menores a 1500, el quadrotor ejerce una fuerza de empuje mínima y para valores sobre 1900 us, el motor estaría trabajando en modo de saturación, produciéndose oscilaciones y posteriormente dañando al motor al estar trabajando al límite de la potencia que este puede generar.
- El rango de la fuerza de empuje generado con la señal de control del 50 al 90 % de PWM está alrededor de 160 a 465 g, permitiendo que el sistema pueda elevar su propio peso.

3.5.6. Aproximación lineal de la fuerza de empuje de cada motor mediante mínimos cuadrados

Una vez delimitada la señal de control de 1500 a 1900 us, el tratamiento de los datos realizado para cada motor es el siguiente:

1. Se extraen los valores de fuerza de empuje estable entre el rango de operación de 1500 a 1900 us con su respectivo valor de PWM de entrada.
2. Mediante MATLAB se envía el conjunto de vectores de cada motor a una función que ajusta a una regresión lineal y devuelve la ecuación de la recta, que minimiza el error para el conjunto de valores de prueba obtenidos de cada motor.
3. Se realizan las gráficas para cada motor en la zona de trabajo.

En las figuras 3.19 y 3.20, se muestra la linealización realizada con el algoritmo de mínimos cuadrados para los motores 1, 2, 3 y 4 en la zona de trabajo de 1500 a 1900 us.

Las ecuaciones obtenidas mediante la linealización por mínimos cuadrados para cada motor son las siguientes:

$$f_{4_E} = 0,7460u_{PWM} - 971,49$$

$$f_{2_E} = 0,7348u_{PWM} - 946,68$$

$$f_{1_E} = 0,7020u_{PWM} - 899,59$$

$$f_{3_E} = 0,6995u_{PWM} - 906,54$$

A continuación, se muestra la ecuación de la fuerza de empuje promedio de las 4 fuerzas f_{i_E} generados por los 4 motores:

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

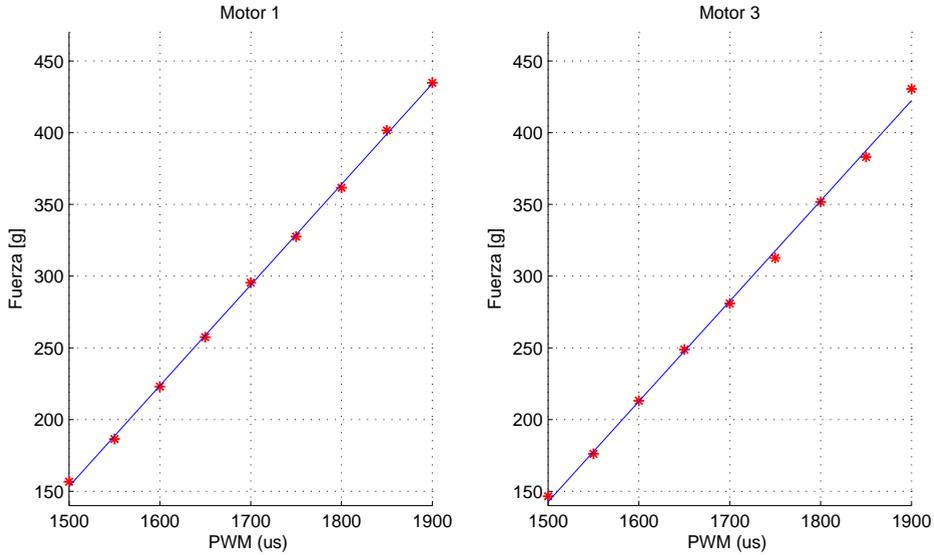


Figura 3.19: Linealización por mínimos cuadrados para el motor 1 y 3.
(Fuente: Autor)

$$f_{i_E} = 0,7206u_{PWM} - 931,07$$

En la figura 3.21, se muestran las cuatro ecuaciones linealizadas con el algoritmo de mínimos cuadrados para los 4 motores.

Análisis de las ecuaciones linealizadas de los motores

Según la gráfica y las ecuaciones respectivas de cada motor, se concluye:

- Para el ángulo de *roll* intervienen las ecuaciones de los motores 2 y 4, que son muy similares, por lo tanto, cuando ambos motores reciban el mismo PWM, tratarán de compensarse y por lo tanto mantendrán el ángulo de *roll* cercano a 0.
- Para el ángulo de *pitch* intervienen las ecuaciones de los motores 1 y 3, éstas difieren por un offset, donde el motor 2 tiene un offset de 10 g mas que el motor 4, por lo tanto, el controlador tratará de compensar dicha diferencia y mantener el ángulo de *pitch* cercano a 0.

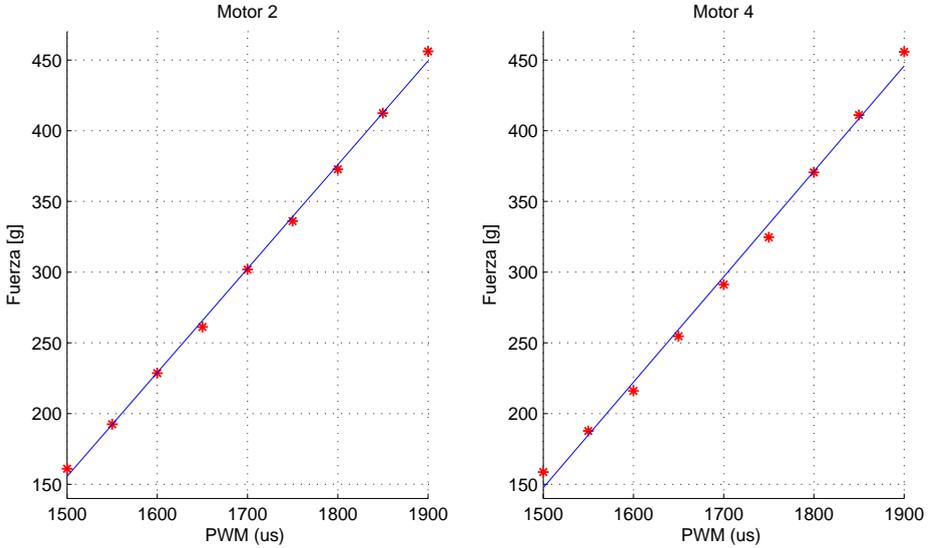


Figura 3.20: Linealización por mínimos cuadrados para el motor 2 y 4.
(Fuente: Autor)

- Para el ángulo de *yaw* intervienen las cuatro ecuaciones de los motores: 1, 2, 3 y 4, donde la mayor diferencia existe entre el motor 2 y 3, es así que la ley de control en modo deslizante deberá compensar dicho desbalance y llevar al ángulo de *yaw* a su valor de referencia planetado.

3.5.7. Función de transferencia del sistema motor-hélice

Los valores se registraron mediante la balanza electrónica. Se determinó la función de transferencia utilizando el método de identificación de sistemas lineales de primer orden.

En la figura 3.22, se ilustra la respuesta dinámica del motor 4 ante un cambio tipo escalón de la señal de control de 1500 a 1700 us.

Obtención de la Función de transferencia

El proceso para la identificación de la función de transferencia de un sistema de primer orden es el siguiente:

Rango de la entrada PWM Δ_U y el Rango de la salida Δ_Y en gramos es:

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

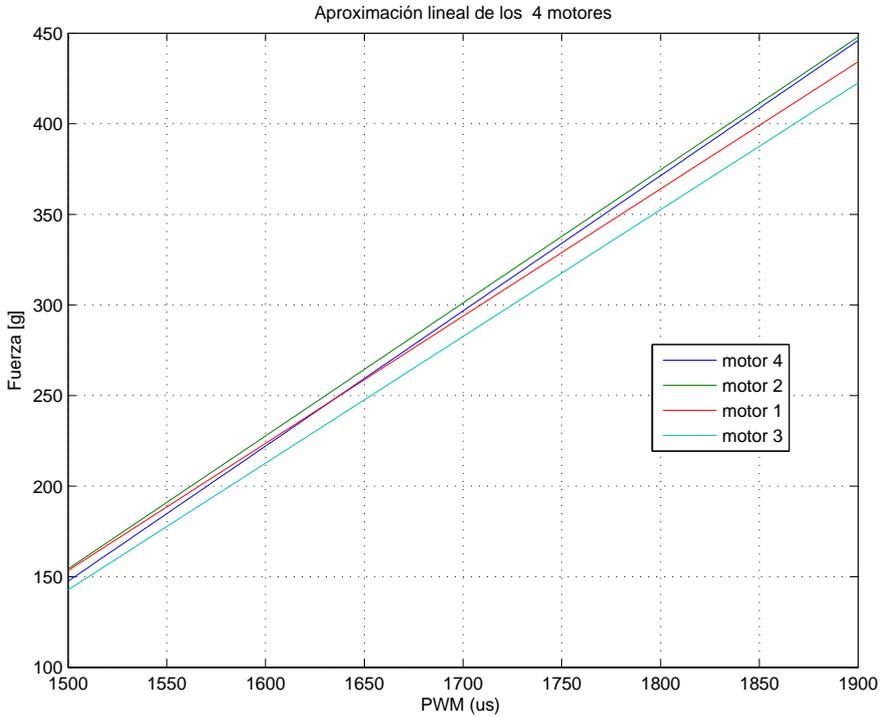


Figura 3.21: Linealización por mínimos cuadrados de los motores 1,2,3 y 4.
(Fuente: Autor)

$$\Delta_U = 1700 - 1500 = 200$$

$$\Delta_Y = Y_{FIN} - Y_{INI}$$

$$\Delta_Y = 296 - 153,8 = 142,2$$

La ganancia del sistema es:

$$K = \frac{\Delta_Y}{\Delta_U} = \frac{142,2}{200} = 0,711$$

Constante de tiempo, es el tiempo en el que el sistema tarda en alcanzar el 63% de su salida estable:

3.5 Determinación de la fuerza de empuje f_{iE}

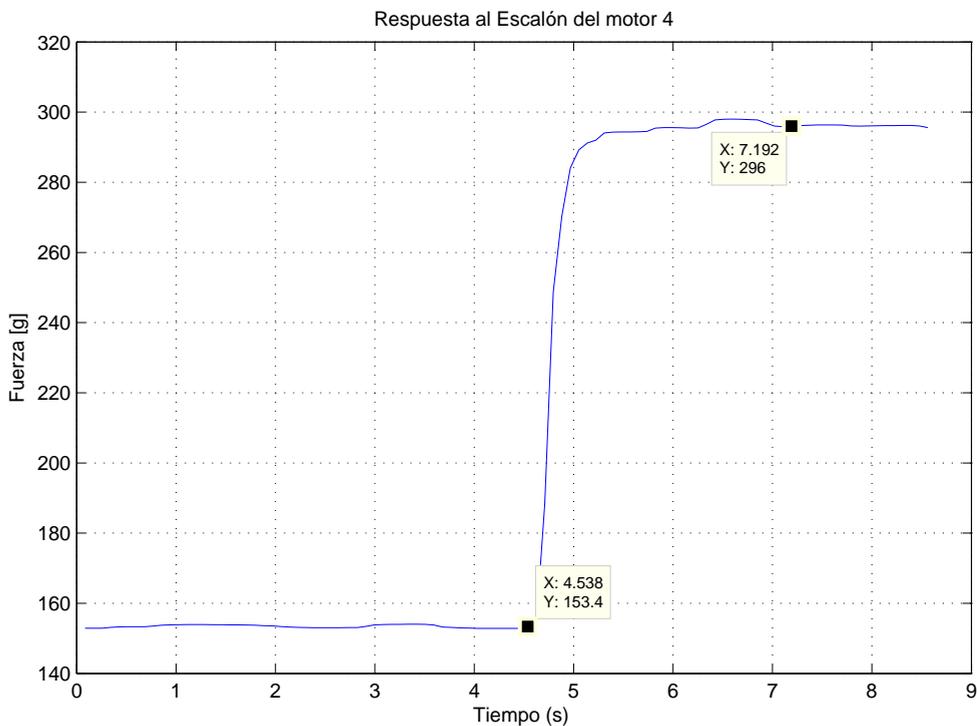


Figura 3.22: Respuesta al escalón del motor 4.
(Fuente: Autor)

$$\begin{aligned}\tau &= (t, Y_{INI} + 0,63 * \Delta_Y) - (t, Y_{INI}) \\ \tau &= (t, 153,8 + 0,63 * 142,2) - (t, 153,8) \\ \tau &= (t, 243,38) - (t, 153,8) \\ \tau &= 4,78 - 4,62 = 0,16\end{aligned}$$

Por lo tanto la función de transferencia del motor 4 es :

$$\begin{aligned}G_4(s) &= \frac{K}{1 + \tau s} \\ G_4(s) &= \frac{0,711}{1 + 0,16 * s}\end{aligned}$$

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

Funciones de transferencia de los motores

Para tener una mayor precisión en la determinación de las funciones de transferencia, a cada motor fueron aplicados dos escalones de magnitudes diferentes: el primero de 1500 a 1700 us y el segundo escalón de 1700 a 1900 us, que es precisamente la zona del trabajo en la que va a operar el quadrotor.

En la figura 3.23 se muestra las respuestas al escalón de los motores 1, 2, 3 y 4.

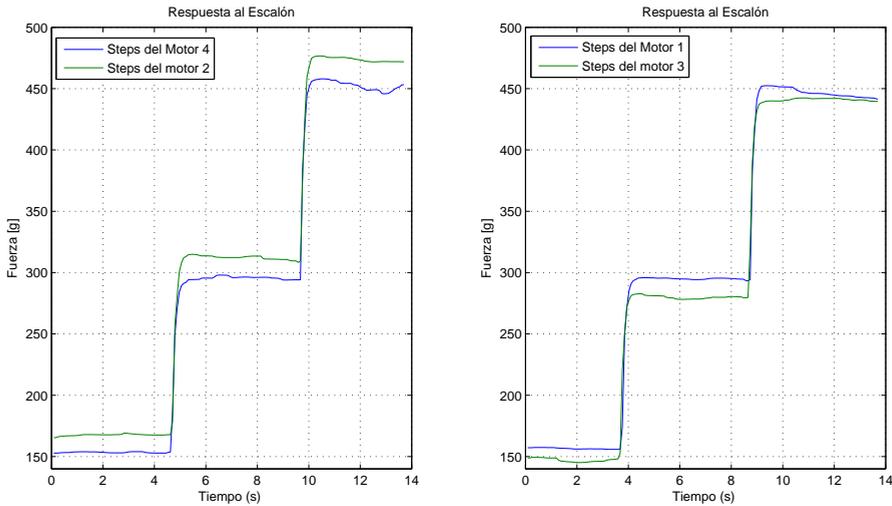


Figura 3.23: Respuestas al escalón para el motor 1, 2, 3 y 4.
(Fuente: Autor)

De la figura 3.23 se identifica la función de transferencia para cada escalón de cada motor de acuerdo al proceso anterior. A continuación, las funciones $G_{m_{i_j}}(s)$ son las funciones de transferencia del $j = 1, 2$ escalón de los motores $i = 1, 2, 3$ y 4 respectivamente.

$$G_{m_{11}}(s) = \frac{0,69}{1 + 0,16s}$$

$$G_{m_{21}}(s) = \frac{0,722}{1 + 0,17s}$$

$$G_{m_{31}}(s) = \frac{0,665}{1 + 0,20s}$$

$$G_{m_{41}}(s) = \frac{0,711}{1 + 0,16s}$$

$$G_{m_{12}}(s) = \frac{0,785}{1 + 0,11s}$$

$$G_{m_{22}}(s) = \frac{0,823}{1 + 0,15s}$$

$$G_{m_{32}}(s) = \frac{0,81}{1 + 0,16s}$$

$$G_{m_{42}}(s) = \frac{0,8135}{1 + 0,11s}$$

Análisis de las Funciones de transferencia obtenidas

- Para los 4 motores, la ganancia K aumenta en el segundo escalón y esto es debido a la no linealidad que existe entre empuje y PWM de entrada.
- Para el motor 1, 2, 3 y 4 la constante τ disminuye en el segundo escalón y esto es debido a la no linealidad que existe entre empuje y PWM de entrada.

Ahora se promedian las funciones de transferencia de los dos escalones de cada motor y así obtenemos la función de transferencia promedio que define a cada motor.

$$\begin{aligned}
 G_{m_1}(s) &= \frac{0,7375}{1 + 0,135s} & G_{m_3}(s) &= \frac{0,7375}{1 + 0,18s} \\
 G_{m_2}(s) &= \frac{0,7725}{1 + 0,16s} & G_{m_4}(s) &= \frac{0,7622}{1 + 0,135s}
 \end{aligned}$$

Estas funciones de transferencia nos servirán para implementar en el próximo capítulo, en las simulaciones cuando se implemente la ley de control con Modos Deslizantes.

3.6. Identificación de la fuerza de rotación f_{i_R} en *Yaw*

Cada motor al estar girando crea una fuerza de rotación, misma que genera un torque alrededor del eje Z_L produciendo un ángulo de rotación en *yaw*. El sentido de giro de *yaw* depende del sentido en el que gira la hélice. En la sección 2.2.3 se menciona que la condición necesaria para que exista un giro en *yaw* debe haber un desequilibrio entre las 4 fuerzas que actúan sobre el quadrotor, por lo tanto, ahora se pretende averiguar la relación que existe entre la fuerza de empuje y la fuerza de rotación en *yaw*.

A continuación, en la figura 3.24 se muestra la fuerza que aparece en el plano X_L, Y_L en cada motor que gira en el sentido de las manecillas del reloj. Por lo tanto, ahora se obtendrá la relación que existe entre la magnitud de la fuerza de empuje f_{i_E} y la fuerza de rotación f_{i_R} .

3.6.1. Proceso implementado de identificación

El proceso implementado para la etapa de identificación es el siguiente:

1. Esta prueba se realizó únicamente con un solo motor, ya que, la fuerza de rotación generada f_{i_R} es pequeña en relación a la fuerza de empuje, es alrededor del 10%

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

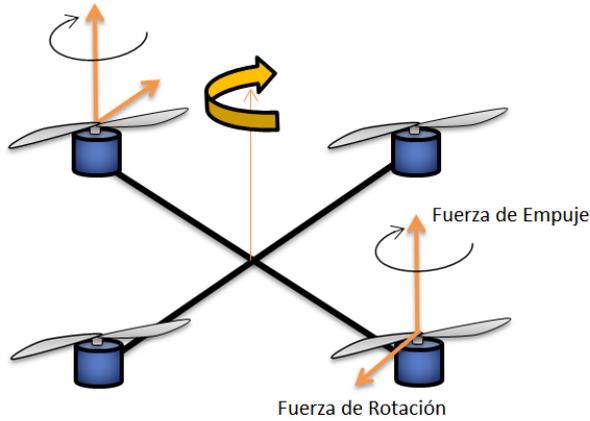


Figura 3.24: Fuerza de rotación f_{iR} que aparece cuando existe la fuerza de empuje f_{iE} generada por el giro de la hélice.
(Fuente: Autor)

de la fuerza de empuje. La prueba se realizó en la base de madera de un grado de libertad, teniendo en cuenta que para medir la fuerza de rotación, el motor se giró 90° respecto a su eje de anclaje tal como se muestra en la figura 3.25.

- De la misma manera, se registró a una tasa de 11.86 mediciones/s con la balanza electrónica y se guardó en un archivo de texto para su posterior análisis.

En la figura 3.26 se muestra la prueba de medición en laboratorio.

3.6.2. Tabulación de datos

Se realizaron 9 mediciones con un rango de la señal de entrada de 1500 a 1900 us con intervalos de 50 us. Se registró la fuerza en gramos ejercida en la balanza para cada valor de PWM. A continuación se muestra en la tabla 3.2 los valores de la fuerza de rotación registrada.

Tabla 3.2: Fuerza ejercida de rotación por la hélice para cada valor de PWM.

PWM	1500	1550	1600	1650	1700	1750	1800	1850	1900
Fuerza g	19.2	22.1	24.6	26.93	28.36	30.39	32.2	34.15	37.6

(Fuente: Autor)

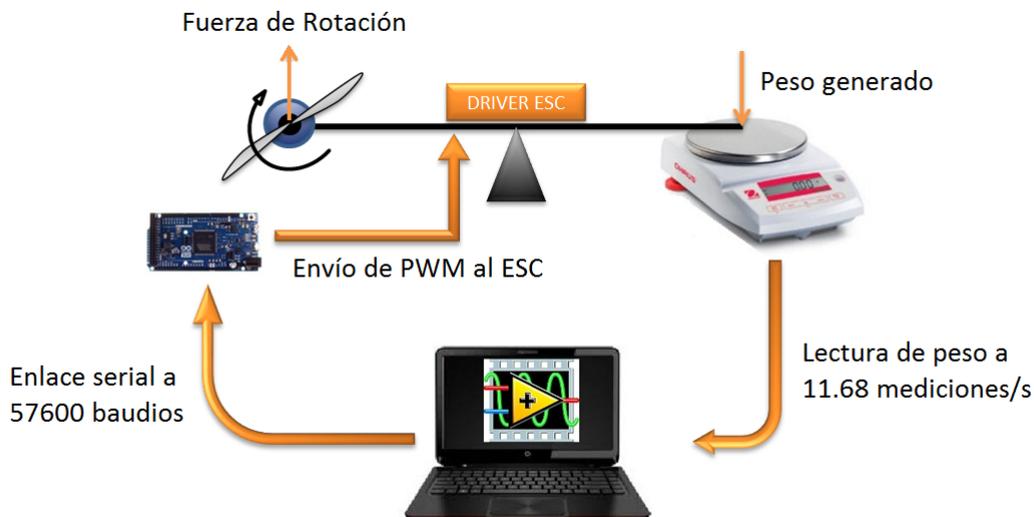


Figura 3.25: Diagrama de la forma de identificación de la fuerza de rotación que se produce al girar la hélice.
(Fuente: Autor)

3.6.3. Aproximación lineal con mínimos cuadrados

En la figura 3.27, se muestran los valores medidos. La zona de trabajo se comporta de manera lineal, por lo tanto, se considera que se encuentra entre 1500 y 1900 del valor de PWM.

Análisis de la aproximación

- Los valores de la fuerza de rotación siguen un patrón lineal en el rango de operación de 1500 a 1900 us.
- La fuerza de rotación f_{i_R} es aproximadamente menor al 10 % de la fuerza de empuje f_{i_E}
- La ecuación óptima de la recta mediante mínimos cuadrados para la f_{i_R} es:

$$f_{i_R} = 0,043x_{PWM} - 44,79 \quad (3.13)$$

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

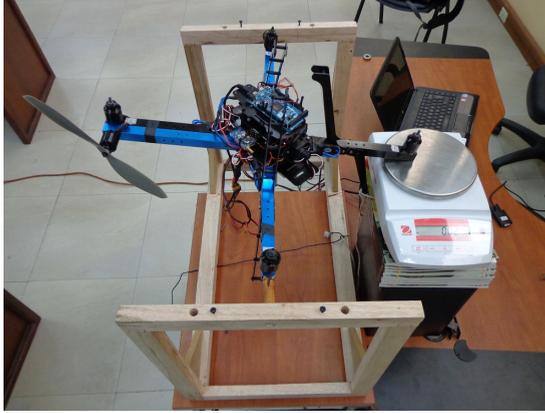


Figura 3.26: *Ensamblaje del motor para la prueba de identificación.*
(Fuente: Autor)

- Se asume que todos los motores poseen la misma f_{i_R} debido a que en si las fuerzas de empuje f_{i_E} son similares.

3.7. Relación entre la fuerzas generadas por la hélice f_{i_E} y f_{i_R}

En la Sección 2.2.4 se presenta un análisis de las fuerzas que actúan el quadrator y se observa que en realidad existen 8 fuerzas de control: 4 son fuerzas de Empuje y 4 son fuerzas de rotación.

$$\begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (f_{3E} - f_{1E})l \\ (f_{2E} - f_{4E})l \\ [(f_{1R} + f_{2R}) - (f_{3R} + f_{4R})]l \end{bmatrix}$$

La ecuación óptima promedio que relaciona la señal de control con la fuerza de empuje es:

$$f_{i_E} = 0,7206u_{PWM} - 931,07 \quad (3.14)$$

La ecuación óptima que relaciona la señal de control con la fuerza de rotación es:

$$f_{i_R} = 0,043u_{PWM} - 44,79 \quad (3.15)$$

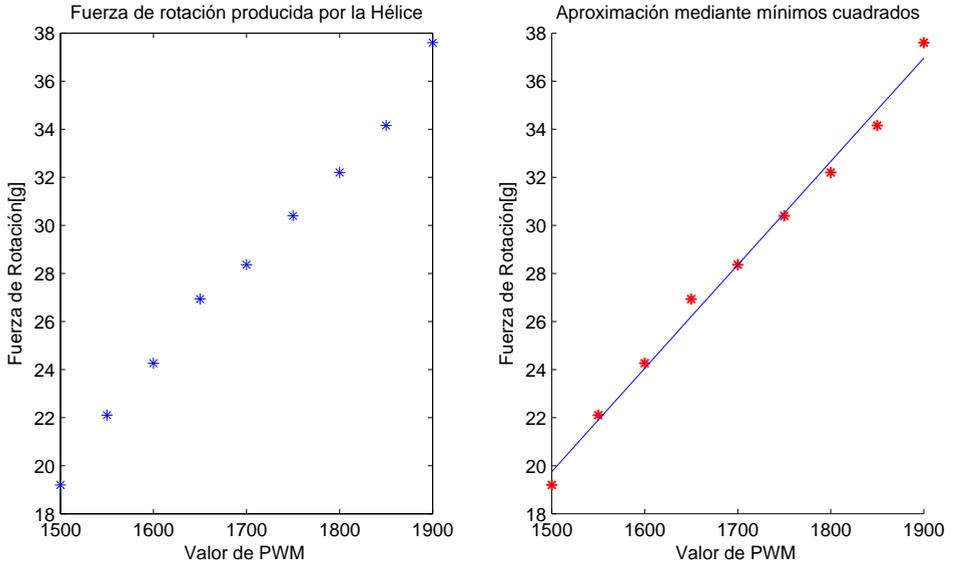


Figura 3.27: *Fuerza de rotación producida por la hélice.*
(Fuente: Autor)

El objetivo ahora es que las 8 fuerzas de control presentadas se relacionen, es decir, hallar una ecuación que relacione f_{i_E} con f_{i_R} . La solución simplemente se da con la eliminación de la variable u_{PWM} del las ecuaciones 3.14 y 3.15 por suma y resta. A continuación, se muestra la relación obtenida:

$$f_{i_R} = 0,0597f_{i_E} + 10,76 \tag{3.16}$$

El término independiente de la ecuación anterior se elimina debido a que en la sección 2.2.4 el momento en *yaw* está definido por: $(f_{1_R} + f_{3_R}) - (f_{2_R} + f_{4_R})$. Por lo tanto la fuerza de rotación en función de la fuerza de empuje queda definida por:

$$f_{i_R} = 0,0597f_{i_E} \tag{3.17}$$

3.8. Modelamiento de la incertidumbre del sistema

Raffo et al. (2010) modela a las incertidumbre como una constante inversamente proporcional a la masa del quadrotor para cada eje en el sistema fijo I de la siguiente

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

forma:

$$A_I = \left[\frac{A_x}{m}, \frac{A_y}{m}, \frac{A_z}{m} \right]^T \quad (3.18)$$

Mientras que para la dinámica de rotación, se modela la incertidumbre en función de los momentos de inercia:

$$A_B = \left[\frac{A_\phi}{I_{xx}}, \frac{A_\theta}{I_{yy}}, \frac{A_\psi}{I_{zz}} \right]^T \quad (3.19)$$

3.9. Dinámica del *Arducopter 3DR*

A continuación, se muestra toda la dinámica del sistema con sus parámetros identificados. Considerando que la f_{i_E} , está dada en gramos, se transforma en kilogramos de la siguiente forma:

$$f_{i_E} = 0,00072u_{PWM} - 0,931 \quad (3.20)$$

Considerando el bloque de ecuaciones de 2.19, la dinámica de traslación para el *3DR Arducopter* incluyendo los disturbios planteados en las ecuaciones 3.18 y 3.19 se definen por:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= (\cos\psi \operatorname{sen}\theta \cos\phi + \operatorname{sen}\psi \operatorname{sen}\phi) \frac{u_1}{m} + \frac{A_x}{m} \\ \ddot{y} &= (\operatorname{sen}\psi \operatorname{sen}\theta \cos\phi - \cos\psi \operatorname{sen}\phi) \frac{u_1}{m} + \frac{A_y}{m} \\ \ddot{z} &= -g + (\cos\theta \cos\phi) \frac{u_1}{m} + \frac{A_z}{m} \\ u_1 &= f_{1_E} + f_{2_E} + f_{3_E} + f_{4_E} \\ f_{i_E} &= 0,00072u_{PWM} - 0,931 \end{aligned} \quad (3.21)$$

La dinámica de rotación para el *3DR Arducopter* esta dada por:

3.10 Dinámica del *3DR Arducopter* en variables de estado

$$\begin{aligned}
 \ddot{\phi} &= \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{\tau_{\phi}}{I_{xx}} \\
 \ddot{\theta} &= \frac{(-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{\tau_{\theta}}{I_{yy}} \\
 \ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{\tau_{\psi}}{I_{zz}}
 \end{aligned} \tag{3.22}$$

Asignando los torques como señales únicas de entrada:

$$\begin{aligned}
 u_2 &= \tau_{\phi} = (f_{3E} - f_{1E}) l \\
 u_3 &= \tau_{\theta} = (f_{2E} - f_{4E}) l \\
 u_4 &= \tau_{\psi} = 0,059l [(f_{1E} + f_{3E}) - (f_{2E} + f_{4E})]
 \end{aligned} \tag{3.23}$$

Las ecuaciones en función de las variables de entrada incluida la incertidumbre están dadas por:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\phi} &= \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{u_2}{I_{xx}} + \frac{A_{\phi}}{I_{xx}} \\
 \ddot{\theta} &= \frac{(-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \frac{u_3}{I_{yy}} + \frac{A_{\theta}}{I_{yy}} \\
 \ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{u_4}{I_{zz}} + \frac{A_{\psi}}{I_{zz}}
 \end{aligned} \tag{3.24}$$

3.10. Dinámica del *3DR Arducopter* en variables de estado

El vector en variables de estado del sistema completo está dado por: $[x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}]$ a continuación se muestra la equivalencia de cada variable de estado.

$$\begin{aligned}
 \phi &= x_1 & x_2 &= \dot{x}_1 \\
 \theta &= x_3 & x_4 &= \dot{x}_3 \\
 \psi &= x_5 & x_6 &= \dot{x}_5 \\
 x &= x_7 & x_8 &= \dot{x}_7 \\
 y &= x_9 & x_{10} &= \dot{x}_9 \\
 z &= x_{11} & x_{12} &= \dot{x}_{11}
 \end{aligned} \tag{3.25}$$

Las ecuaciones dinámicas del sistema de rotación en variables de estado es:

3. IDENTIFICACIÓN DE LA PLANTA

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} x_6 x_4 + \frac{u_2}{I_{xx}} + \frac{A_\phi}{I_{xx}} \\ \dot{x}_4 &= \frac{(-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{yy}} x_6 x_2 + \frac{u_3}{I_{yy}} + \frac{A_\theta}{I_{yy}} \\ \dot{x}_6 &= \frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{zz}} x_2 x_4 + \frac{u_4}{I_{zz}} + \frac{A_\psi}{I_{zz}}\end{aligned}$$

Finalmente, las ecuaciones dinámicas del sistema de traslación en variables de estado es:

$$\begin{aligned}\dot{x}_8 &= (\cos(x_5)\text{sen}(x_3)\cos(x_1) + \text{sen}(x_5)\text{sen}(x_1)) \frac{u_1}{m} + \frac{A_x}{m} \\ \dot{x}_{10} &= (\text{sen}(x_5)\text{sen}(x_3)\cos(x_1) - \cos(x_5)\cos(x_1)) \frac{u_1}{m} + \frac{A_y}{m} \\ \dot{x}_{12} &= -g + (\cos(x_3)\cos(x_1)) \frac{u_1}{m} + \frac{A_z}{m}\end{aligned}$$

CAPÍTULO 4

DISEÑO DE CONTROLADORES POR REGÍMENES DESLIZANTES

En este capítulo se hace una breve revisión de la teoría de los controladores no lineales por modos deslizantes. Se proponen diferentes superficies de deslizamiento para diseñar leyes de control que se ajusten a determinados parámetros de diseño. Mediante el análisis de Lyapunov, se analiza la estabilidad del sistema con las leyes de control implementadas. Se detalla el planteamiento de las formulaciones para el seguimiento de trayectorias.

4.1. Control por modos deslizantes

El análisis y diseño de la formulación de las leyes de control por modos deslizantes de este trabajo, se basan en el libro de control no lineal aplicado de Slotine et al. (1991). La técnica de control por modos deslizantes trata de llevar al sistema por una superficie formada por los estados del sistema, por lo tanto, esta técnica de control no lineal es precisamente para sistemas que poseen incertidumbre paramétrica e incertidumbres a causa de dinámicas que no pueden ser modeladas (Slotine et al., 1991).

4.1.1. Superficies Deslizantes

Un sistema dinámico puede ser representado por la siguiente ecuación diferencial (Slotine et al., 1991):

4. DISEÑO DE CONTROLADORES POR REGÍMENES DESLIZANTES

$$x^{(n)} = f(x) + b(x)u \quad (4.1)$$

Donde $f(x)$ y $b(x)$ representan dos campos vectoriales suaves que forman el sistema dinámico. Ahora se pretende llevar al sistema de un estado inicial x a uno deseado x_d , por lo tanto, el error de aquí en adelante será definido de la siguiente manera:

$$\tilde{x} = x - x_d$$

En la referencia Slotine et al. (1991), se define una superficie variante en el tiempo en el espacio R^n de la siguiente forma:

$$S(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x} \quad (4.2)$$

Donde λ es una constante positiva que amplifica o atenúa la señal de error, Considerando un sistema de segundo orden, donde $n = 2$ la superficie queda definida por (Slotine et al., 1991):

$$S(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right) \tilde{x} \quad (4.3)$$

Resolviendo la derivada temporal:

$$S(x, t) = \dot{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} \quad (4.4)$$

La superficie se forma por el error y la tasa de cambio del error. El objetivo de todo sistema de control es precisamente que el error sea nulo, es así que se diseña una ley de control que permita que los estados permanezcan sobre la superficie deslizante y esta sea igual a cero.

4.1.2. Condición de deslizamiento

Es la condición en la que hace que el sistema evolucione, se acerque a la superficie deslizante y se mantenga en ella. Esencialmente se trata de que la distancia dada por $S^2(x, t)$ a la superficie $S(x, t)$ disminuya conforme los estados del sistema evolucionan. A continuación, se muestra la condición de deslizamiento (Slotine et al., 1991).

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2(x, t) \leq -K |S(x, t)| \quad (4.5)$$

Donde K es una constante positiva y esta condición implica que de acuerdo a la condición inicial, se garantiza que la ley de control pueda mantener la condición de deslizamiento, seguir trayectorias y alcanzar la superficie en un tiempo finito. En la figura 4.1 se muestra las trayectorias que se generan, a partir de condiciones iniciales distintas y en un tiempo finito siguen la superficie deslizante, cumpliendo con la condición de deslizamiento.

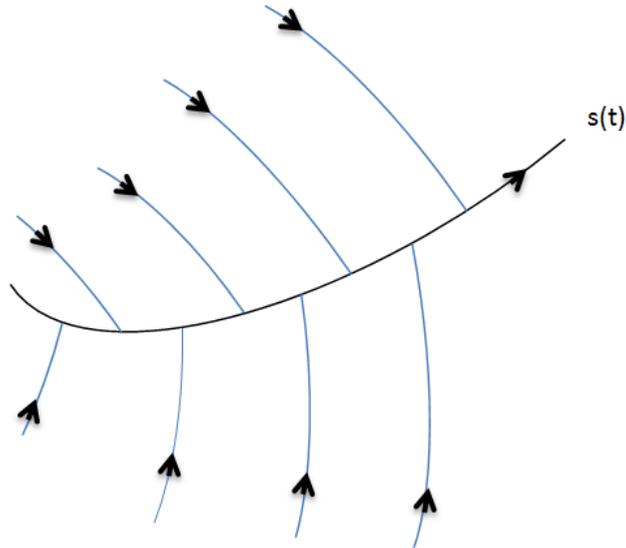


Figura 4.1: Trayectorias que alcanzan la superficie de deslizamiento.
(Fuente: Slotine(1991))

4.1.3. Tiempo de alcance de la superficie

El tiempo que le toma al sistema pasar desde una condición inicial $x_i(t)$ al punto deseado $x_d(t)$ para alcanzar la superficie deslizante, se encuentra definido por la constante positiva K (Slotine et al., 1991).

$$t_i = \frac{|S(x, t = 0)|}{K} \tag{4.6}$$

De acuerdo a Slotine et al. (1991), el tiempo que se deslizan los estados sobre la superficie hasta llegar a $x_d(t)$ está dado por:

4. DISEÑO DE CONTROLADORES POR RÉGIMENES DESLIZANTES

$$t_d = \frac{n-1}{\lambda} \quad (4.7)$$

Por lo tanto, para un sistema de segundo orden $n = 2$ el tiempo es:

$$t_d = \frac{1}{\lambda} \quad (4.8)$$

En la figura 4.2 se muestran los tiempos en que alcanza el sistema la superficie deslizante:

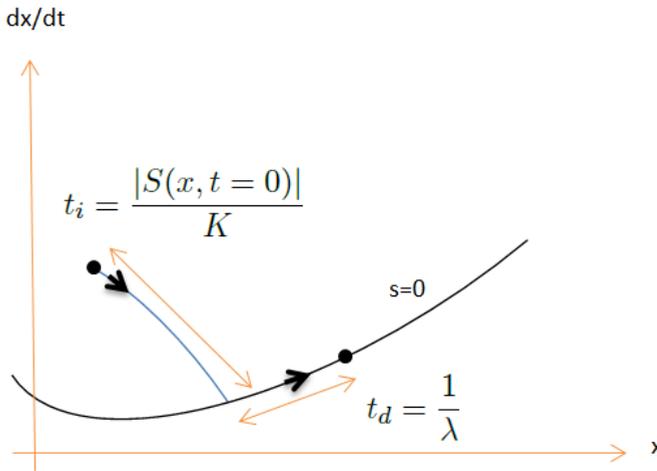


Figura 4.2: Tiempo que alcanza un sistema de segundo orden la superficie deslizante. (Fuente: Slotine(1991))

4.1.4. Control Equivalente

Mientras el sistema se encuentra en régimen deslizante, la rapidez de cambio de la superficie debe ser nula (Slotine et al., 1991).

$$\frac{d}{dt}S(x, t) = 0 \quad (4.9)$$

Si se resuelve la expresión anterior, podemos encontrar el valor de señal de control equivalente que permite al sistema mantenerse en la superficie. Al considerar un sistema

de segundo orden de la forma $\ddot{x} = f(x) + u$ y si su dinámica es exactamente conocida, la señal de control se obtiene directamente despejando del sistema de segundo orden (Slotine et al., 1991):

$$u_{eq} = -f(x) + \ddot{x} \quad (4.10)$$

Ahora se deriva la superficie y sabiendo que $\tilde{\tilde{x}} = \ddot{x} - \ddot{x}_d$ se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{s}(x, t) &= \tilde{\tilde{x}} + \lambda \tilde{x} = 0 \\ \ddot{x} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} &= 0 \end{aligned}$$

Reemplazando la dinámica y despejando la señal de control equivalente:

$$f(x) + u_{eq} - \ddot{x}_d + \lambda \dot{\tilde{x}} = 0$$

$$u_{eq} = \ddot{x}_d - \lambda \dot{\tilde{x}} - f(x) \quad (4.11)$$

De esta expresión se puede observar claramente que si se reemplaza la señal de control equivalente en el sistema, el campo vectorial $f(x)$ se anula y queda únicamente la dinámica de la superficie deslizante.

4.1.5. Señal de control real para sistemas con incertidumbre

En el caso en que no se tenga el modelo dinámico exacto de un sistema, no se puede aplicar de manera directa el control equivalente, es así que hay que añadirle a la ley de control la condición necesaria de deslizamiento definida por: $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2(x, t) \leq -K |S(x, t)|$ para que el sistema se dirija a la superficie deslizante y se mantenga en ella.

Slotine et al. (1991) plantea una forma para abordar los sistemas con incertidumbre en los campos $f(x)$ y $g(x)$ y así plantea la ganancia K como una función de los campos vectoriales estimados. Esta técnica es muy efectiva y muestra excelentes resultados. Sin embargo, en este trabajo se plantea a la ganancia K como una constante, debido a los buenos resultados obtenidos para el cumplimiento de los objetivos de control para el quadrotor.

4.2. Controlador por modos deslizantes de Orientación

Debido a las grandes prestaciones de robustez del control por regímenes deslizantes, ahora se diseña el control para estabilizar los ángulos de *roll*, *pitch* y *yaw*, que determinan la orientación del quadrotor.

El diseño parte con el planteamiento de la superficie, la obtención de la ley de control y el análisis de estabilidad de Lyapunov. El proceso de diseño se detalla para el ángulo de *roll*, mientras que para los ángulos de *pitch* y *yaw* se realiza de manera similar y se muestran directamente las superficies y las leyes de control.

4.2.1. Superficie deslizante de *roll*

De acuerdo a los planteamientos y formulaciones de Slotine et al. (1991), se plantea la superficie deslizante en función del error y la tasa de cambio del error. El sistema debe seguir la superficie planteada para mantener estable el ángulo de *roll*.

$$S_\phi = \dot{e}_\phi + \lambda e_\phi \quad (4.12)$$

El error de *roll* viene dado por el ángulo deseado y la variable real del sistema:

$$e_\phi = \phi - \phi_d \quad (4.13)$$

La superficie deslizante toma la forma:

$$S_\phi = \dot{\phi} - \dot{\phi}_d + \lambda_\phi (\phi - \phi_d) \quad (4.14)$$

El sistema seguirá la superficie deslizante y se mantendrá en ella cuando se cumpla la condición de deslizamiento:

$$\dot{S}_\phi = -K_\phi \text{sign}(S_\phi) \quad (4.15)$$

Derivando la superficie del error respecto al tiempo se tiene:

$$\dot{S}_\phi = \ddot{\phi} - \ddot{\phi}_d + \lambda (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) \quad (4.16)$$

A continuación, se define la dinámica del ángulo de *roll* donde no se incluye las variables de incertidumbre obtenidas en el capítulo 3, ya que, precisamente el papel del

controlador por modos deslizantes, será contrarrestar dichos efectos que perturben al sistema. La dinámica que define a *roll* es:

$$\ddot{\phi} = \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{u_2}{I_{xx}} \quad (4.17)$$

4.2.2. Ley de control de *roll*

El sistema en función de la ley de control conmutada está dada por:

$$\ddot{\phi} - \ddot{\phi}_d + \lambda_\phi (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) = -K_\phi \text{sign}(S_\phi) \quad (4.18)$$

Sustituyendo la dinámica del sistema:

$$\frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{u_2}{I_{xx}} - \ddot{\phi}_d + \lambda_\phi (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) = -K_\phi \text{sign}(S_\phi) \quad (4.19)$$

Despejando la señal de control en modo deslizante, se tiene la ley de control:

$$u_2 = I_{xx} \left[-\frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \ddot{\phi}_d - \lambda_\phi (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - K_\phi \text{sign}(S_\phi) \right] \quad (4.20)$$

4.2.3. Análisis de la estabilidad de *roll* mediante Lyapunov

El análisis de estabilidad de Lyapunov para un sistema dinámico debe cumplir lo siguiente:

1. La función de Lyapunov debe ser definida Positiva
2. La derivada temporal de la función de Lyapunov debe ser menor a cero.

Se plantea la superficie de Lyapunov cuadrática para garantizar que sea definida positiva:

$$V(t) = \frac{1}{2} S_\phi^2 \quad (4.21)$$

La derivada temporal de la función de Lyapunov es:

$$\dot{V}(t) = S_\phi \dot{S}_\phi \quad (4.22)$$

4. DISEÑO DE CONTROLADORES POR REGÍMENES DESLIZANTES

La derivada de la función de Lyapunov debe ser menor a cero:

$$S_\phi \dot{S}_\phi < 0 \quad (4.23)$$

Sustituyendo con la ley de control:

$$S_\phi \left[\frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \frac{u_2}{I_{xx}} - \ddot{\phi}_d + \lambda_\phi (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) \right] < 0 \quad (4.24)$$

Pero al implementar la ley de control se garantizó que:

$$\dot{S}_\phi = -K_\phi \text{sign}(S_\phi) \quad (4.25)$$

Por lo tanto se iguala:

$$\left[\ddot{\phi}_d - \frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} - \frac{u_2}{I_{xx}} + \lambda_\phi (\dot{\phi}_d - \dot{\phi}) \right] = -K_\phi \text{sign}(S_\phi) \quad (4.26)$$

Entonces la derivada de la función de Lyapunov queda dado por:

$$S_\phi [-K_\phi \text{sign}(S_\phi)] < 0 \quad (4.27)$$

Al ejecutar la expresión anterior:

$$-K_\phi |S_\phi| < 0 \quad (4.28)$$

Por lo tanto, queda demostrado que siempre el sistema es estable al implementar la ley de control por modo deslizante, comprobando así la propiedad de deslizamiento $\frac{1}{2} \frac{d}{dt} S^2(x, t) \leq -\eta |S(x, t)|$.

4.2.4. Leyes de control para el sistema de orientación

Siguiendo el proceso de la sección anterior, a continuación se muestran las superficies de deslizamiento y las leyes de control para el control de orientación del quadrotor:

Superficies deslizantes:

$$\begin{aligned}
 S_\phi &= \dot{\phi} - \dot{\phi}_d + \lambda_\phi (\phi - \phi_d) \\
 S_\theta &= \dot{\theta} - \dot{\theta}_d + \lambda_\theta (\theta - \theta_d) \\
 S_\psi &= \dot{\psi} - \dot{\psi}_d + \lambda_\psi (\psi - \psi_d)
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Leyes de control:

$$\begin{aligned}
 u_2 &= I_{xx} \left[-\frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \ddot{\phi}_d - \lambda_\phi (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - K_\phi \text{sign}(S_\phi) \right] \\
 u_3 &= I_{yy} \left[-\frac{(-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \ddot{\theta}_d - \lambda_\theta (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - K_\theta \text{sign}(S_\theta) \right] \\
 u_4 &= I_{zz} \left[-\frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \ddot{\psi}_d - \lambda_\psi (\dot{\psi} - \dot{\psi}_d) - K_\psi \text{sign}(S_\psi) \right]
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

4.3. Controlador deslizante de traslación

De la manera en que se abordó diseño para el controlador de orientación, se plantea el diseño de las superficies deslizantes para x , y y z . A continuación, se tiene la dinámica del sistema de traslación:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= (\cos\psi \text{sen}\theta \cos\phi + \text{sen}\psi \text{sen}\phi) \frac{u_1}{m} \\
 \ddot{y} &= (\text{sen}\psi \text{sen}\theta \cos\phi - \cos\psi \text{sen}\phi) \frac{u_1}{m} \\
 \ddot{z} &= -g + (\cos\theta \cos\phi) \frac{u_1}{m}
 \end{aligned} \tag{4.31}$$

Se proponen dos nuevas señales de control virtuales u_x y u_y para controlar las posiciones de x y y . Cabe recalcar que los términos trigonométricos que acompañan a las ecuaciones diferenciales de x y y , sirven solo de transformación de los marcos de referencia, así que, en la próxima sección se detallará su proceso de transformación. Reescribiendo la dinámica de traslación en función de las señales de control virtual se tiene:

$$\begin{aligned}
 \ddot{x} &= u_x \frac{u_1}{m} \\
 \ddot{y} &= u_y \frac{u_1}{m} \\
 \ddot{z} &= -g + (\cos\theta \cos\phi) \frac{u_1}{m}
 \end{aligned} \tag{4.32}$$

4. DISEÑO DE CONTROLADORES POR REGÍMENES DESLIZANTES

Siguiendo el mismo proceso descrito anteriormente, a continuación se plantean las superficies de deslizamiento y sus respectivas leyes de control.

$$\begin{aligned} S_x &= \dot{x} - \dot{x}_d + \lambda_x (x - x_d) \\ S_y &= \dot{y} - \dot{y}_d + \lambda_y (y - y_d) \\ S_z &= \dot{z} - \dot{z}_d + \lambda_z (z - z_d) \end{aligned} \quad (4.33)$$

Leyes de control:

$$\begin{aligned} u_x &= \frac{m}{u_1} [\ddot{x}_d - \lambda_x (\dot{x} - \dot{x}_d) - K_x \text{sign}(S_x)] \\ u_y &= \frac{m}{u_1} [\ddot{y}_d - \lambda_y (\dot{y} - \dot{y}_d) - K_y \text{sign}(S_y)] \\ u_1 &= \frac{m}{\cos\theta \cos\phi} [g + \ddot{z}_d - \lambda_\phi (\dot{z} - \dot{z}_d) - K_z \text{sign}(S_z)] \end{aligned} \quad (4.34)$$

4.4. Transformación del sistema de traslación a rotación

Al ser el quadrotor un sistema subactuado, únicamente es posible controlar 4 de las 12 variables de salida, que son: las tres de posición x, y, z y una de orientación ψ . Es decir a estas cuatro variables se las puede imponer un valor de referencia, mientras que los ángulos de *roll* y *pitch* están implícitamente controlados a 0 rad para estabilizar al sistema.

Para controlar la posición global x, y, z del quadrotor según su dinámica, se observa que dependen únicamente de la misma señal de control u_1 , por lo tanto, la posición z será controlada directamente por la señal de control u_1 , mientras que la posición x e y serán controlados por los ángulos de *roll* y *pitch*.

Las señales de control virtuales u_x y u_y están en el marco de referencia I , por lo que deben ser transformadas al marco de referencia B . En el capítulo 2 fue detallado que para generar un movimiento de *roll* se deben descompensar las fuerzas que se encuentran en el eje Y_L que es el opuesto al eje X_L , donde se mide la rotación de *roll*; por lo tanto usando este criterio, la señal virtual u_x controlará la referencia del ángulo de *pitch* mientras que u_y controlará la referencia del ángulo de *roll*. A continuación, en la figura 4.3 se muestra el esquema por el que deben pasar las señales de control virtuales de posición y así generar los ángulos de *pitch* y *roll* de referencia.

Para transformar las señales de control de un marco de referencia a otro, se debe considerar que el control de orientación garantiza que los ángulos de *roll* y *pitch* tiendan



Figura 4.3: Esquema de transformación de la señal de control de posición.
(Fuente: Autor)

a cero para lograr estabilidad, por lo tanto, el ángulo que puede variar es el ángulo de *yaw* ψ , es así que, se muestra la matriz de transformación de rotación de ψ respecto a z .

$$\mathbf{R}(z, \psi) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & -\text{sen}(\psi) & 0 \\ \text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

La matriz de rotación anterior sirve para transformar del sistema inercial B del quadrotor al sistema I , por lo tanto, es necesaria realizar la transformación inversa, como sigue:

$$\mathbf{R}(\psi, z) = \mathbf{R}(z, \psi)^{-1}$$

Resolviendo la expresión anterior se tiene la matriz de transformación:

$$\mathbf{R}(\psi, z) = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \text{sen}(\psi) & 0 \\ -\text{sen}(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, los ángulos de *roll* y *pitch* deseados para producir los movimientos en x e y en función de las señales de control están dados por la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \theta_d \\ \phi_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi) & \text{sen}(\psi) \\ -\text{sen}(\psi) & \cos(\psi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

4.5. Efecto chattering

El gran inconveniente que presenta la técnica de control por modos deslizantes, es que su señal de control al alcanzar la superficie oscila infinitamente. Este efecto produce

4. DISEÑO DE CONTROLADORES POR REGÍMENES DESLIZANTES

que en la práctica no pueda ser implementada la ley de control en su forma natural, ya que, su aplicación directa producirá que los actuadores se deterioren. La causa principal de este problema se debe a la función discontinua $sign(S)$ que evalúa a la superficie de deslizamiento. A continuación, en la figura 4.4 se muestra el efecto de chattering que produce la función $sign(S)$.

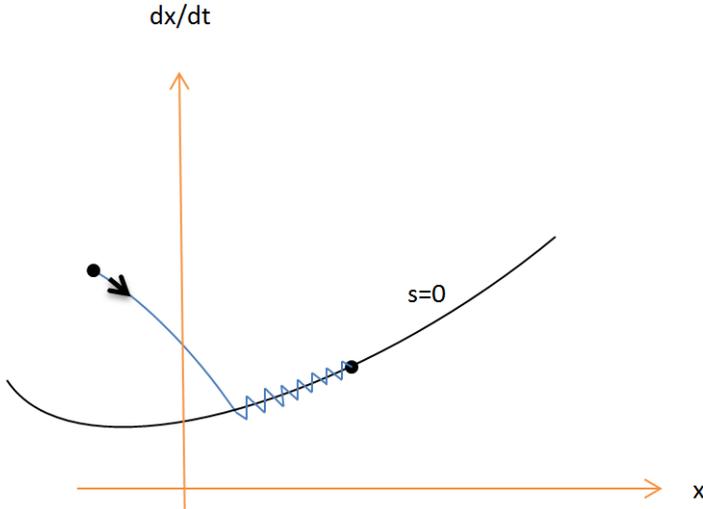


Figura 4.4: Esquema de transformación de la señal de control de posición.
(Fuente: Slotine (1991))

La solución para este problema, es tratar que la señal $sign(S)$ tenga una suave transición de nivel pero tratando de mantener su propiedad. Slotine et al. (1991) plantea la función de saturación de la siguiente forma:

$$sat(S(x, t)) = \frac{S(x, t)}{\epsilon + |S(x, t)|} \quad (4.36)$$

Donde ϵ es una constante positiva que define el ancho de la banda de transición. Si este valor es demasiado pequeño, su comportamiento se parecerá a la función $sign(S)$, por lo que cuando se implementen los controladores por modo deslizante, esta constante se escogerá de tal modo que produzca que la señal de control evite el chattering y produzca una señal de control suave pero que garantice los objetivos de control.

Las tres leyes de control deslizante que evitan el chattering para la orientación son:

$$\begin{aligned}
 u_2 &= I_{xx} \left[-\frac{(I_{xx} + I_{yy} - I_{zz})}{I_{xx}} \dot{\psi} \dot{\theta} + \ddot{\phi}_d - \lambda_\phi (\dot{\phi} - \dot{\phi}_d) - K_\phi \text{sat}(S_\phi) \right] \\
 u_3 &= I_{yy} \left[-\frac{(-I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{yy}} \dot{\psi} \dot{\phi} + \ddot{\theta}_d - \lambda_\theta (\dot{\theta} - \dot{\theta}_d) - K_\theta \text{sat}(S_\theta) \right] \\
 u_4 &= I_{zz} \left[-\frac{(I_{xx} - I_{yy} + I_{zz})}{I_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \ddot{\psi}_d - \lambda_\psi (\dot{\psi} - \dot{\psi}_d) - K_\psi \text{sat}(S_\psi) \right]
 \end{aligned} \tag{4.37}$$

Mientras que las leyes de control deslizante para la posición son:

$$\begin{aligned}
 u_x &= \frac{m}{u_1} [\ddot{x}_d - \lambda_x (\dot{x} - \dot{x}_d) - K_x \text{sat}(S_x)] \\
 u_y &= \frac{m}{u_1} [\ddot{y}_d - \lambda_y (\dot{y} - \dot{y}_d) - K_y \text{sat}(S_y)] \\
 u_z &= \frac{m}{\cos\theta \cos\phi} [g + \ddot{z}_d - \lambda_z (\dot{z} - \dot{z}_d) - K_z \text{sat}(S_z)]
 \end{aligned} \tag{4.38}$$

4.6. Seguimiento de trayectorias

El seguimiento de trayectorias para el quadrotor esta básicamente regido en el marco de referencia I , por lo que, se definen los valores deseados para la posición x, y, z . Además se debe establecer la orientación que tendrá el quadrotor en el ángulo de *yaw* ψ . El controlador por modos deslizantes para θ y ϕ garantiza que el quadrotor este horizontal en el plano XY y dependiendo de sus referencias alcanzará las posiciones deseadas en x, y, z de la trayectoria definida.

4.6.1. Seguimiento de una trayectoria lineal

Para realizar el seguimiento de una linea en el espacio, se establecen los valores de la posición inicial y la de su posición final de la recta y mediante la ecuación de la recta en 3D se encuentran las ecuaciones mediante el siguiente proceso:

- Se definen los puntos de la recta: $[x_1, y_1, z_1]$ y $[x_2, y_2, z_2]$.
- Se halla la diferencia entre los puntos: $[x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1]$.
- Las ecuaciones que definen a la recta son:

4. DISEÑO DE CONTROLADORES POR REGÍMENES DESLIZANTES

$$\begin{aligned}x &= x_1 + (x_2 - x_1) \lambda \\y &= y_1 + (y_2 - y_1) \lambda \\z &= z_1 + (z_2 - z_1) \lambda\end{aligned}\tag{4.39}$$

Donde λ tiene un rango de: $0 \leq \lambda \leq 1$, por lo tanto, para generar la velocidad de avance de la trayectoria basta con definir la velocidad de incremento de λ . Es así que a λ se la define en función del tiempo:

$$\lambda = \frac{1}{k} t\tag{4.40}$$

Definiendo el valor de $k \geq 1$, es decir que si $k = 1$ la trayectoria lineal alcanzará el valor final planteado $\lambda = 1$ en 1 segundo. Por lo tanto para disminuir el avance de la trayectoria lineal se aumenta el valor k .

4.6.2. Seguimiento de una trayectoria circular

Para realizar el seguimiento de una circunferencia se puede partir con las ecuaciones cuadráticas, A continuación, se plantea el proceso mediante funciones trigonométricas para el seguimiento de una circunferencia en el plano XY centrada en el origen.

- Se define el radio r_c que va a tener la circunferencia
- Se define la altura z a la cual estará la circunferencia
- Las ecuaciones que definen a la circunferencia son:

$$\begin{aligned}x &= r_c \sin(2\pi ft - \frac{\pi}{2}) \\y &= r_c \sin(2\pi ft) \\z &= z\end{aligned}\tag{4.41}$$

Es así que la trayectoria de la circunferencia siempre empezará en el punto $[-r_c, 0, z]$.

4.6.3. Seguimiento de una trayectoria en espiral

Para el seguimiento de una trayectoria en espiral se utilizan las mismas ecuaciones en x, y de la circunferencia y solo se define el valor del paso de la espiral, que a su vez, establece la ecuación de la recta para alcanzar la altura z , por lo tanto, las ecuaciones quedan definidas por:

$$\begin{aligned}x &= r_c \sin(2\pi ft - \frac{\pi}{2}) \\y &= r_c \sin(2\pi ft) \\z &= z + k_p t\end{aligned}\tag{4.42}$$

Donde k_p es la constante de paso de la espiral.

4.7. Implementación del seguimiento de trayectorias

En la sección 4.6 se plantearon las ecuaciones: 4.39, 4.40, 4.41 y 4.42 que generan las trayectorias lineales, circulares y en espiral. Estas ecuaciones generan los valores deseados: $[x_d, y_d, z_d]^T$ en cada instante de tiempo y son las referencias que modifican las superficies deslizantes de posición que son las siguientes:

$$\begin{aligned}S_x &= \dot{x} - \dot{x}_d + \lambda_x (x - x_d) \\S_y &= \dot{y} - \dot{y}_d + \lambda_y (y - y_d) \\S_z &= \dot{z} - \dot{z}_d + \lambda_z (z - z_d)\end{aligned}$$

De acuerdo a los valores de referencia que generan cada tipo de trayectoria, las leyes de control CMD modifican sus valores para acercarse a las superficies deslizantes y mantenerse en ellas, tratando que el error de seguimiento se anule.

CAPÍTULO 5

SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

En este capítulo se muestran las simulaciones de los controladores implementados en *Simulink*, donde se validan las constantes de los controladores que permiten un buen desempeño del mismo. Se presentan los resultados obtenidos con la implementación práctica de los controladores en el quadrotor y se presentan los resultados obtenidos.

5.1. Simulación de los controladores

En esta sección se van a mostrar los resultados de simulación de los controladores por modos deslizantes, utilizando la plataforma de Simulink de MATLAB 7.10.0. Se plantean dos escenarios de simulación: el primero es la simulación del control de orientación del modelo aproximado y el segundo es la simulación del modelo del quadrotor que viene integrado en el *toolbox* de *robotix* de MATLAB.

5.1.1. Simulación del control de orientación del quadrotor

En Simulink, fueron implementadas las tres leyes de control por modos deslizantes para controlar las tres ecuaciones diferenciales de orientación presentadas en el capítulo 2. En la simulación se implementan las funciones de transferencia de cada uno de los motores obtenidos en el capítulo 3. A continuación en la figura 5.1 se muestra el diagrama de bloques implementado para el proceso de simulación.

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

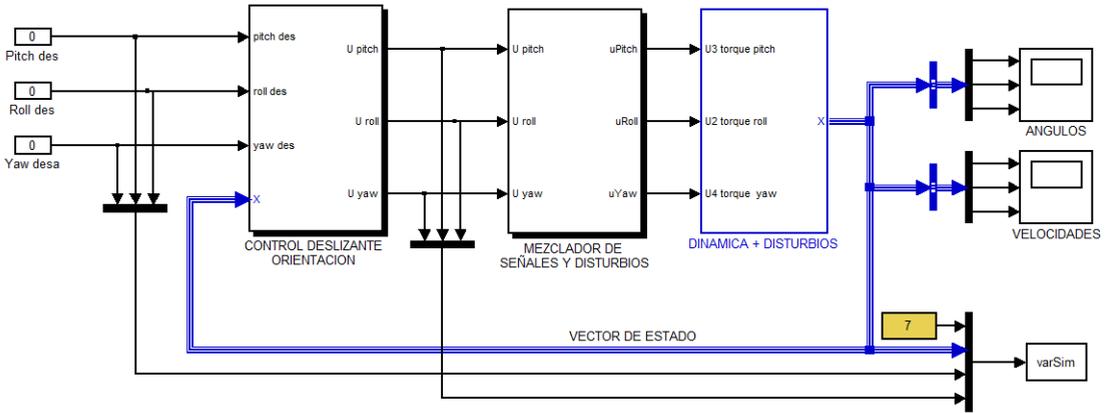


Figura 5.1: Diagrama de bloques de simulación.
(Fuente: Autor)

5.1.1.1. Simulación del efecto chattering

Esta prueba es para mostrar el efecto que hace la función $sign(S)$ en la ley de control por modos deslizantes, produciendo el efecto chattering y las oscilaciones en las leyes de control. En la tabla 5.1 se muestran los valores de las constantes implementadas para cada controlador en modo deslizante.

Tabla 5.1: Constantes de los controladores.

	λ	K
Control de <i>Roll</i>	1.45	1.92
Control de <i>Pitch</i>	1.55	1.9
Control de <i>Yaw</i>	2.2	2.1

(Fuente: Autor)

La simulación parte con las condiciones iniciales para los tres ángulos en $-0,2 \text{ rad}$. El efecto chattering se aprecia en la figura 5.2, mientras que la figuras 5.3, 5.4 se ve la señal de control y el desplazamiento oscilante del sistema alrededor de la superficie ideal de deslizamiento.

Análisis de la simulación

- El sistema es estable, sin embargo tiene oscilaciones en los ángulos de orientación.

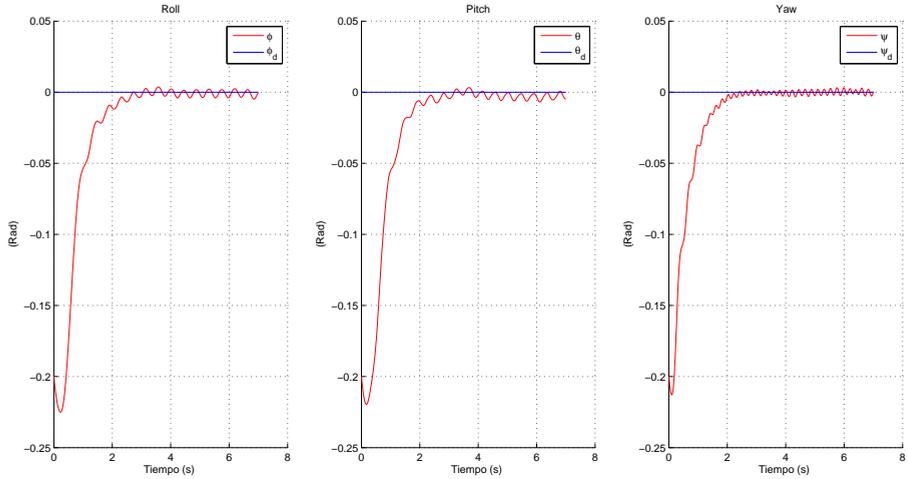


Figura 5.2: Efecto *chattering* en las variables de orientación.
(Fuente: Autor)

- Las señales de control son oscilantes, lo que su implementación directa produciría un desgaste en los actuadores, por lo tanto, su solución será la implementación de la función de $sat(S)$ en lugar de la función $sign(S)$. Dicha aplicación se verá en la siguiente simulación.

5.1.1.2. Eliminación del chattering

La simulación para eliminar el efecto *chattering* del sistema, parte con las mismas condiciones iniciales en $-0,2rad$. En la tabla 5.2 se muestran los valores de las constantes de los controladores, además de los valores de la constante ϵ de la función de saturación $sat(S)$ implementadas para reducir las oscilaciones del sistema.

Tabla 5.2: Constantes de los controladores con la constante ϵ para la eliminación del *chattering* del sistema.

	λ	K	ϵ
Control de <i>Roll</i>	1.45	1.92	0.1
Control de <i>Pitch</i>	1.55	1.9	0.1
Control de <i>Yaw</i>	2.2	2.1	1

(Fuente: Autor)

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

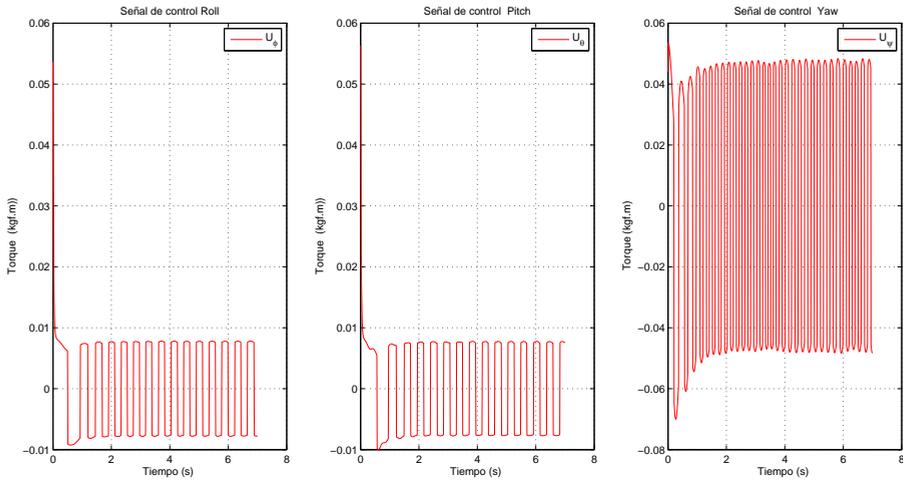


Figura 5.3: Señales de control que producen el efecto chattering.
(Fuente: Autor)

En la figura 5.5 se muestra la respuesta del sistema de orientación, mientras que en las figuras 5.6 y 5.7 se muestran las señales de control y la evolución del sistema a la superficie de deslizamiento $S = 0$.

Análisis de la simulación

Con las constantes establecidas para el controlador por modos deslizantes se concluye:

- Mediante la implementación de la función de $sat(S)$ se eliminó el efecto chattering del sistema, haciendo posible que las leyes de control sean continuas.
- El sistema no presenta máximo sobresalto en sus tres ángulos de orientación.
- El tiempo de establecimiento está en aproximadamente en 4.8 s.
- Si la constante de la función de $sat(S)$ ϵ es muy pequeña, el sistema se hará oscilante. Mientras que si ϵ se establece en un valor elevado, el sistema responde lentamente ante un cambio de referencia. Por lo tanto, los valores escogidos son los que mejor respuesta producen al sistema.
- Se aprecia claramente que el sistema alcanza la superficie deslizante $S(x, t) = 0$ y se mantiene en ella.

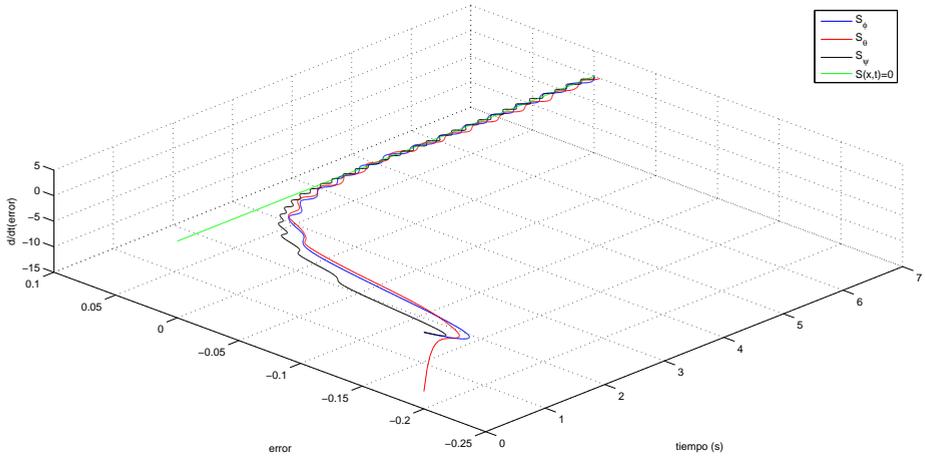


Figura 5.4: Superficies deslizantes con el efecto chattering.
(Fuente: Autor)

5.1.1.3. Simulación con disturbios

La robustez del diseño del controlador se comprueba a través de la simulación de disturbios, agregando 2 tipos de perturbaciones: el primero se da a los 10 segundos y el segundo a los 20 segundos. El primer disturbio consiste en emular la adición de un torque a las señales de control U_ϕ, U_θ, U_ψ , con una duración de 1 segundo con un valor de $0,01 \text{ kgf.m}$, mientras que el segundo disturbio consiste en emular un error de medida de las variables de estado ϕ, θ y ψ , con un valor escalón de $0,1 \text{ rad}$ para cada variable. En las figuras 5.8., 5.9 y 5.10 se muestran los resultados de simulación.

Análisis de la simulación

- Se observa que el control por modos deslizantes garantiza la estabilidad del sistema ante las perturbaciones, ya que, se recupera y alcanza la superficie ideal de deslizamiento.
- El sistema se recupera de las perturbaciones en aproximadamente 4.5 s. Los ángulos de *roll* y *pitch* no presentan sobresalto ante las perturbaciones mientras que el ángulo de *yaw* posee un sobresalto ante el disturbio en la señal de control de *yaw*.

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

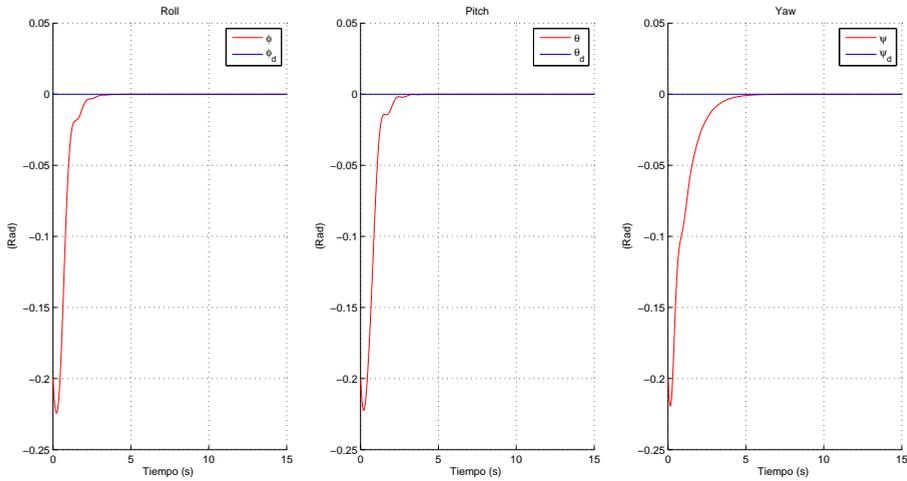


Figura 5.5: Respuesta del sistema de orientación.
(Fuente: Autor)

5.2. Simulación del controlador por modos deslizantes para el seguimiento de trayectorias

En la subsección anterior se observó que el controlador por regímenes deslizantes funciona muy bien en la estabilización de la orientación del quadrotor en sus tres variables de estado ϕ , θ y ψ , además es robusto ante los dos tipos de perturbaciones que se adicionaron.

La siguiente simulación, tiene como objetivo mostrar la validez y robustez que posee el controlador por modos deslizantes para adaptarse sin cambiar la estructura del controlador, sino simplemente se acondicionaron las nuevas constantes para controlar el modelo de un quadrotor que trae el *toolbox robotix* versión 9.9 para MATLAB desarrollado por Peter Corke.

5.2.1. *Toolbox robotix* de MATLAB

El *toolbox robotix* de MATLAB es una herramienta muy útil, ya que, permite simular varios modelos de robots, En la tabla 5.3 se presentan las constantes y características más importantes del modelo del quadrotor que posee el *toolbox robotix* 9.9.

5.2 Simulación del controlador por modos deslizantes para el seguimiento de trayectorias

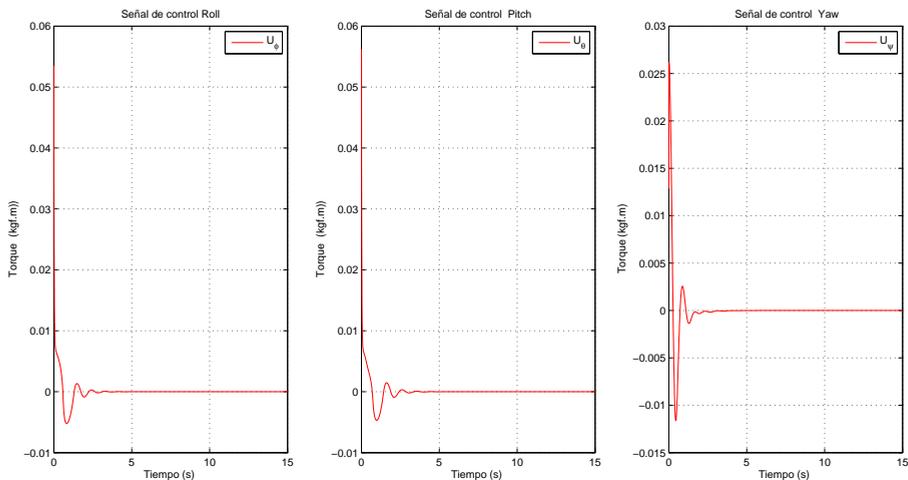


Figura 5.6: Señales de control.
(Fuente: Autor)

Tabla 5.3: Características del modelo del quadrotor del toolbox robotix de Matlab.

Parámetros	Valor
Masa del quadrotor	4 kg
Inercia: I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}	0,082, 0,082, 0,149 kg.m ²
Radio de la hélice	0,165 m
Longitud Brazo del robot	0,315 m

(Fuente: www.petercorke.com)

5.2.2. Interfaz gráfica de simulación

Para el proceso de la simulación, se ha implementado una interfaz gráfica en MATLAB, en el cual se pueden configurar los siguientes parámetros:

- Establecer las condiciones iniciales de ϕ, θ y ψ .
- Seleccionar el tipo de trayectoria: lineal, circular y espiral.
- Variar la masa del quadrotor de 3,8 a 4,2 kg.
- Adicionar disturbios de velocidad angular a cada una de las señales de los motores.

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

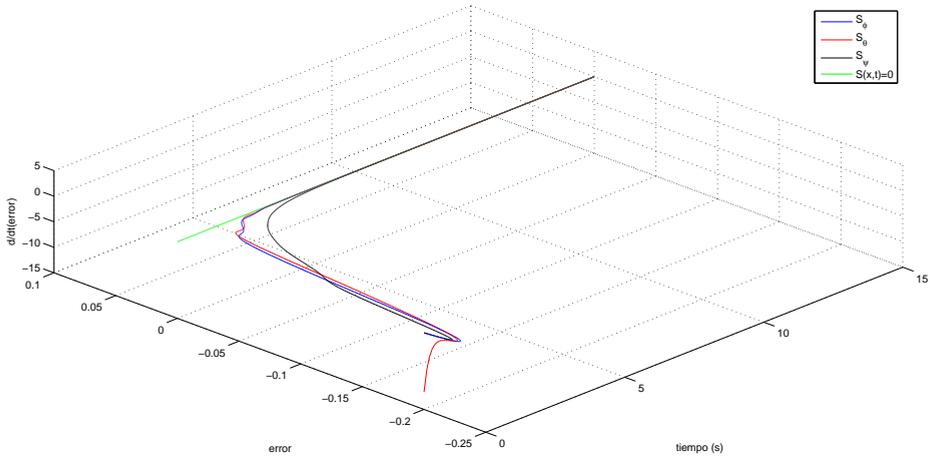


Figura 5.7: *Superficies de deslizamiento del sistema.*
(Fuente: Autor)

- Configurar el valor de referencia ψ entre valor constante o una rampa en función del tiempo.
- Configurar la velocidad de avance de la trayectoria en cm/s .
- Ver todas las gráficas de las variables de estado $\phi, \theta, \psi, x, y, z$ y sus respectivas señales de control.

En la figura 5.11 se muestra la interfaz gráfica desarrollada para la simulación del seguimiento de trayectorias, la misma que es encargada en configurar los parámetros del sistema de Simulink

5.2.3. Diagrama de bloques implementado en Simulink

La interfaz gráfica inicializa los valores de las variables de la simulación. A continuación, se describe brevemente los diagramas de bloques implementados.

- Posee un subsistema que planifica el tipo de trayectoria de las posiciones x_d, y_d, z_d en función de los parámetros de la interfaz gráfica.
- El subsistema de control de posición, es el encargado de calcular las señales de control para seguir la trayectoria deseada.

5.2 Simulación del controlador por modos deslizantes para el seguimiento de trayectorias

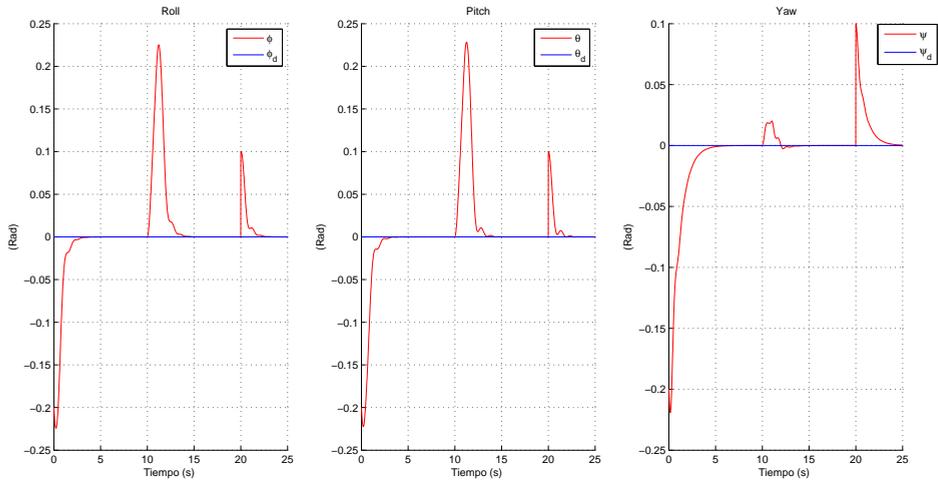


Figura 5.8: Respuesta del sistema ante la adición de perturbaciones.
(Fuente: Autor)

- El subsistema de traslación a rotación toma las señales de control y transforma entre los dos marcos de referencia de I a B .
- El subsistema de orientación es el encargado en mantener la estabilidad del quadrotor cuando sigue una trayectoria y alcanza una posición fija final
- El subsistema mezclador de señales, es aquel que transforma las 3 señales de control de torque en 4 señales para los motores. Además aquí se implementan los disturbios de torque que se implementan para cada motor durante 1 segundo.
- En el subsistema de la dinámica del quadrotor, está implementado el modelo del quadrotor en una función S de MATLAB la cual desarrolla las ecuaciones diferenciales del modelo según las 4 señales de entrada.

En la figura 5.12 se muestra el diagrama implementado para el seguimiento de trayectorias.

Los valores finales de las constantes de control deslizante de cada variable para el seguimiento de trayectoria, se presentan en la tabla 5.4.

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

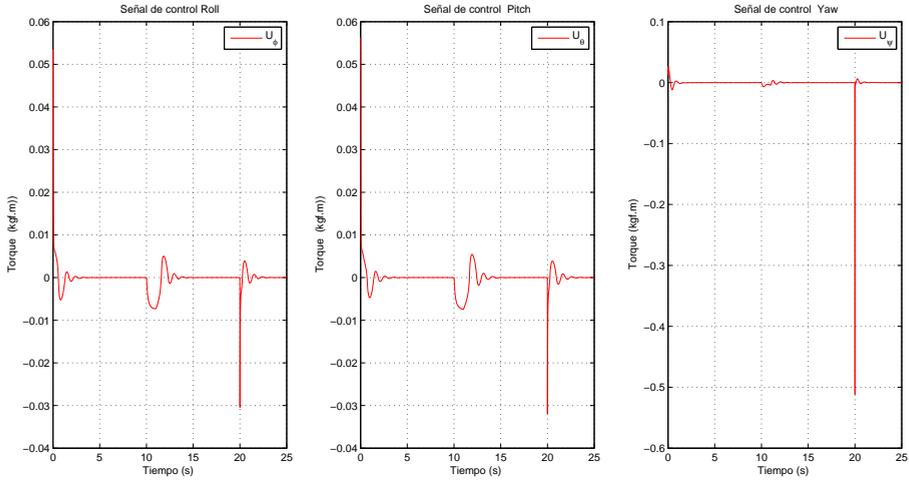


Figura 5.9: Señales de control para el rechazo ante las perturbaciones.
(Fuente: Autor)

Tabla 5.4: Constantes de los controladores para el seguimiento de trayectoria.

	λ	K	ϵ
Control en X	40	28	3
Control en Y	40	28	3
Control en Z	34	34	1.2
Control de <i>Roll</i>	25	30	7.5
Control de <i>Pitch</i>	25	30	5
Control de <i>Yaw</i>	65.5	2.1	1

(Fuente: Autor)

5.2.4. Seguimiento de una una trayectoria Lineal

En la tabla 5.5 se detalla las características para esta simulación.

5.2 Simulación del controlador por modos deslizantes para el seguimiento de trayectorias

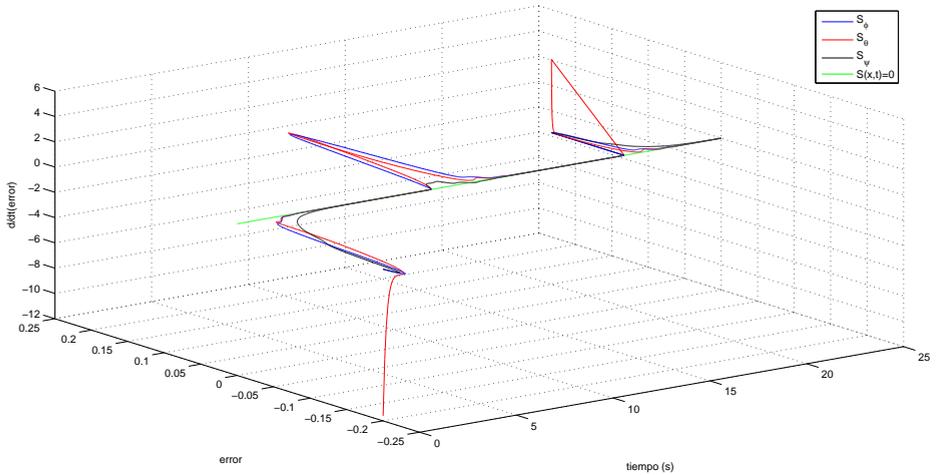


Figura 5.10: Superficies de deslizamiento del sistema.
(Fuente: Autor)

Tabla 5.5: Características de simulación.

	Valores
Coordenadas punto Inicial	0,0,0
Coordenadas punto Final	2,2,2
Posición <i>Yaw</i> Final	0 rad
Condiciones Iniciales	$\phi = 0, \theta = 0, \psi = 0$

(Fuente: Autor)

En la figura 5.13 se observa al quadrotor con su posición inicial y final junto a la trayectoria lineal realizada.

Respuesta de las Variables de estado

En la figura 5.14 se muestra los ángulos del sistema al seguir la trayectoria lineal, mientras que en la figura 5.15 se muestra las variables de estado x, y, z

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

Panel

Seguimiento de Trayectorias por Régimen Deslizante

Condiciones Iniciales

roll i

pitch i

yaw i

masa 3.8 a 4.2

Trayectoria Lineal

	ini	fin
x	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="2"/>
y	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="2"/>
z	<input type="text" value="1"/>	<input type="text" value="2"/>

Circunferencia y Espiral

Radio

z

Peso

Tipo de Trayectoria

Avance (max: 20cm/s)

Referencia Yaw

Disturbios a los 10s durante 1s.

m1

m2

m3

m4

Control

Figura 5.11: *Interfaz gráfica de simulación para el seguimiento de trayectorias.*
(Fuente: Autor)

Señales de control de orientación y posición

En la figura 5.16 se muestra las señales de control de posición, así también la figura 5.17 muestra las señales de control de orientación y en la figura 5.18 se muestra las señales que se envían a los cuatro motores.

Análisis de las gráficas

- El control por modos deslizantes garantiza el seguimiento de una trayectoria lineal del quadrotor, ya que al observar las variables de estado del sistema son estables y no presenta picos de sobresalto elevados que causaran que el sistema se vuelva inestable.
- Las señales de control de los motores evolucionan para ser del mismo valor produciendo que el torque en *roll* y *pitch* se anulen y estabilicen al sistema.
- Cuando el sistema alcanza el valor deseado alrededor de los 10 segundos, posee un sobresalto, pero el control por modo deslizante recupera al sistema inmediatamente.

5.2 Simulación del controlador por modos deslizantes para el seguimiento de trayectorias

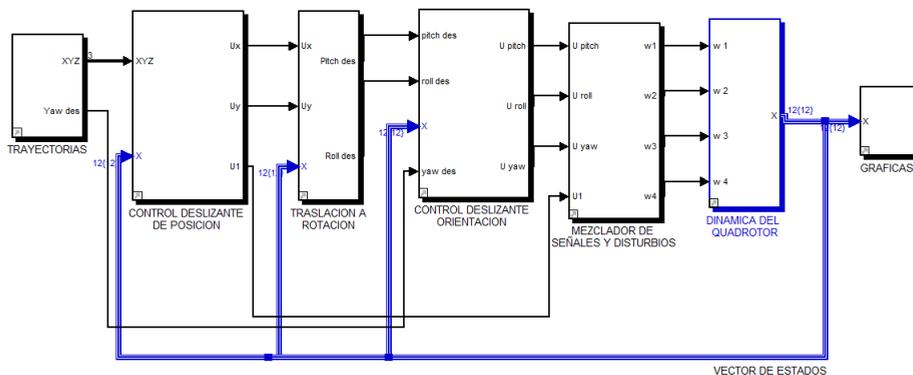


Figura 5.12: Diagrama de bloques para el seguimiento de trayectorias del Quadrotor. (Fuente: Autor)

5.2.5. Seguimiento de una trayectoria circular

Ahora se simula el quadrotor para el seguimiento de una función cuadrática en el plano XY . En la tabla 5.6 se muestran los datos de configuración para la simulación de la circunferencia.

Tabla 5.6: Características de simulación de la trayectoria circular.

	Valores
Altura z	2 m
Radio de la circunferencia	1.5 m
Posición Yaw Final	0.2
Condiciones Iniciales	$\phi = 0,05, \theta = 0,05, \psi = 0,05$
masa del quadrotor	3,8 kg

(Fuente: Autor)

En la figura 5.19, se muestra el seguimiento de la trayectoria circular que realiza el quadrotor, donde se observa claramente que al arrancar el sistema se sale de la trayectoria y esto es debido a las condiciones iniciales que se plantearon. El error en x, y y z son aproximadamente cero, además la masa del quadrotor se redujo a 3,8kg, donde se observa la robustez del controlador por modos deslizantes que compensa y lo mantiene estable al seguir de manera adecuada la trayectoria circular.

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

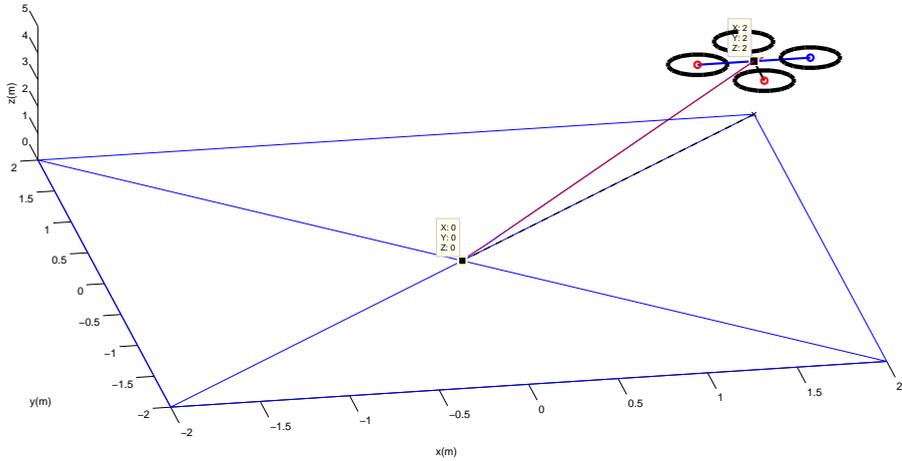


Figura 5.13: Seguimiento de una línea.
(Fuente: Autor)

5.2.6. Seguimiento de una trayectoria en espiral

Se simula el quadrotor para el seguimiento de una función cuadrática en el espacio. En la tabla 5.7 se muestra los datos de configuración para la simulación de la circunferencia.

Tabla 5.7: Características de simulación de la trayectoria en espiral.

	Valores
Altura z de inicio	0.5 m
Radio de la circunferencia	1 m
Posición <i>Yaw</i> Final	0.2 rad
Paso de la espiral	0.5 m
Condiciones Iniciales	$\phi = 0,2, \theta = 0, \psi = 0$
masa del quadrotor	4,2 kg

(Fuente: Autor)

En la figura 5.20 se muestra el seguimiento de la trayectoria en espiral, donde se observa claramente que al arrancar el sistema, sale de la trayectoria debido a su condición inicial de $0,2\text{ rad}$ en el ángulo de *roll*. El seguimiento de la trayectoria es perfecto, ya que se observa que conserva el paso de 1 metro de altura planteado. Se observa además que funciona correctamente con la masa del quadrotor en $4,2\text{ kg}$.

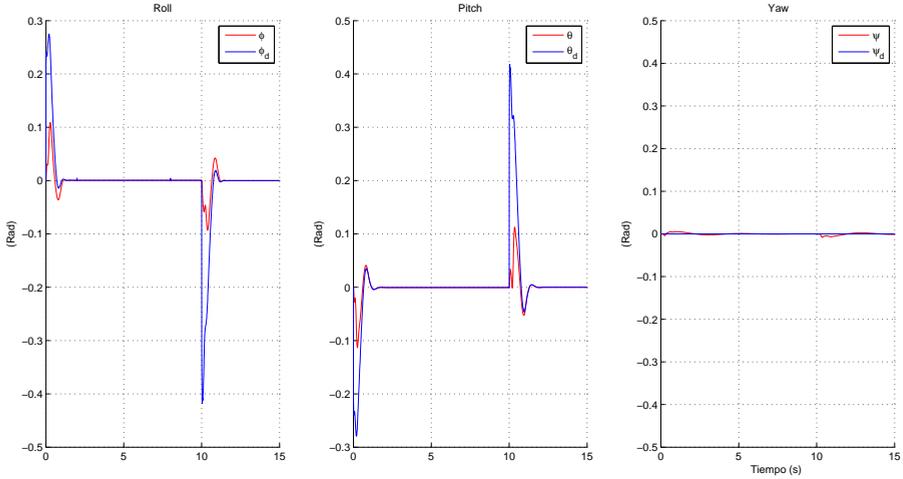


Figura 5.14: *Ángulos del sistema al seguir la trayectoria lineal.*
(Fuente: Autor)

5.2.7. Respuesta del sistema ante disturbios

Con la misma configuración de parámetros de la simulación anterior, se añade ahora un disturbio de 150 rad/s al motor 1. En la figura 5.21 se muestra que a los 10 segundos se añade el disturbio durante 1 segundo y se observa que el sistema se sale de la trayectoria, sin embargo la correcta actuación de la ley de control por regímenes deslizantes, compensa rápidamente al motor 3 para contrarrestar el disturbio y seguir nuevamente la trayectoria en espiral.

5.3. Implementación en el *3DR Arducopter*

La implementación se lleva a cabo en el *3DR Arducopter*, donde se plantea el controlador por modos deslizantes para controlar la orientación del quadrotor. Esto se hace debido a que el sistema embebido PX4-FMU nos registra solo las variables de estado de orientación, por lo tanto, no se disponen de las variables de posición global del sistema en x, y, z . Se ha observado que para controlar al sistema se deben tener las doce variables de estado, las seis de posición y las 6 de orientación, debido a que el sistema es acoplado de acuerdo a sus ecuaciones dinámicas, es así que al no tener la medición de las variables de posición en x, y y z se hace imposible el seguimiento de trayectorias, pero si se puede controlar la orientación del quadrotor.

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

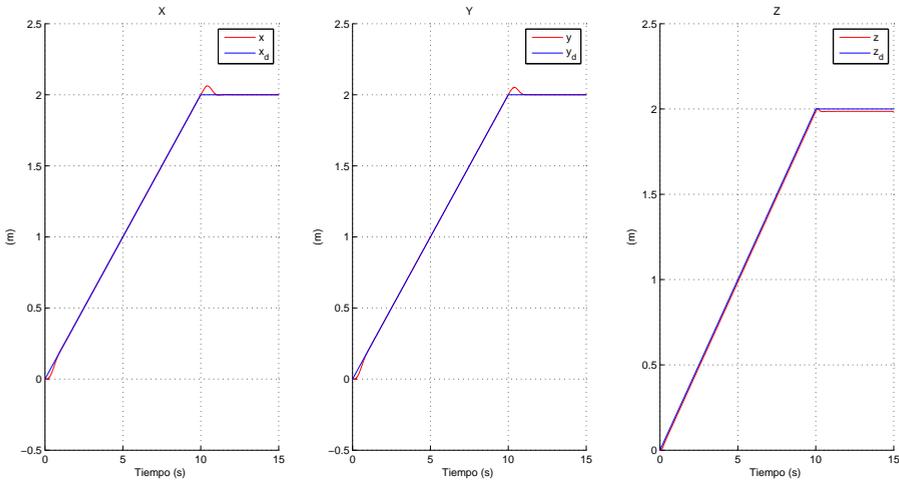


Figura 5.15: Variables de estado x, y, z .
(Fuente: Autor)

5.3.1. Estimación de los ángulos de Euler

Los ángulos de Euler son registrados mediante los sensores que posee la tarjeta PX4-FMU. Las señales medidas están contaminadas de ruido y errores por los movimientos producidos por el quadrotor. La tarjeta PX4-FMU trae programado filtros de Kalman para filtrar las señales y algoritmos para la eliminación de los errores.

Los ángulos de Euler son procesados por estos algoritmos a una frecuencia de 20 Hz. Los algoritmos están programados en lenguaje C++ y son compilados en Eclipse versión *Juno Release*. La tarjeta PX4-FMU envía los ángulos de Euler a la tarjeta Arduino por un puerto serial. En la figura 5.22 se muestra el compilador utilizado para la estimación de los ángulos de orientación del quadrotor.

5.3.2. Interfaz de control en LabVIEW

La interfaz de control por modos deslizantes fue implementado en LabVIEW. A continuación se muestra las funciones que realiza la interfaz:

- Posee controles donde se establecen los valores de las constantes para cada controlador CMD.

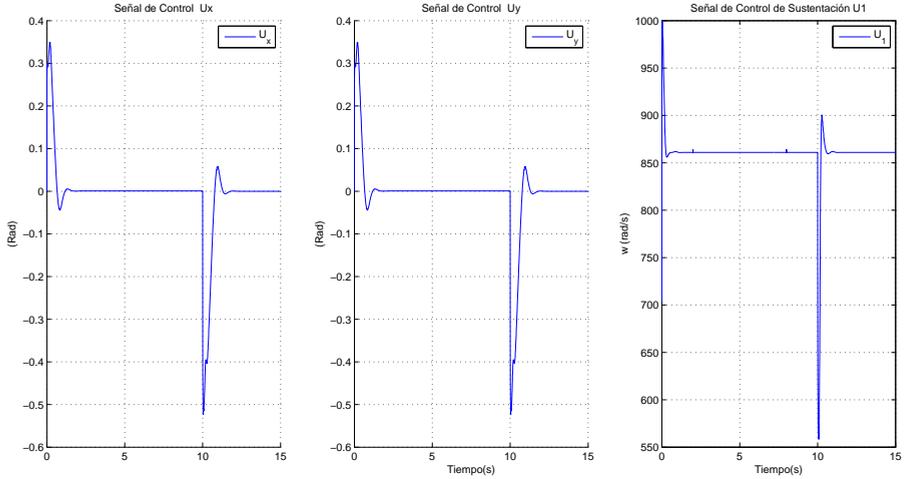


Figura 5.16: Señales de control de posición.
(Fuente: Autor)

- Recibe las seis variables de orientación: $\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}$ provenientes de la tarjeta PX4-FMU.
- Las variables: $\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}$, pasan por los subVIs de control deslizante y generan las tres señales de control: u_2, u_3 y u_4 .
- Las señales de control pasan por un subVI que genera las cuatro señales de control, enviando a la tarjeta arduino la misma que genera las señales de *PWM* y las envía a cada motor.
- La frecuencia del lazo de control en LabVIEW es de 100 Hz.

En la figura 5.23 se muestra la interfaz en LabVIEW implementada, mientras que en la figura 5.24 se muestra la el diagrama de bloques implementado para el control CMD del ángulo de *pitch*.

5.3.3. Estabilización de los ángulos de Euler

Se presentan las pruebas de los controladores CMD implementados al 3DR Arducopter. En la tabla 5.8 se muestran las constantes para cada ley de control.

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

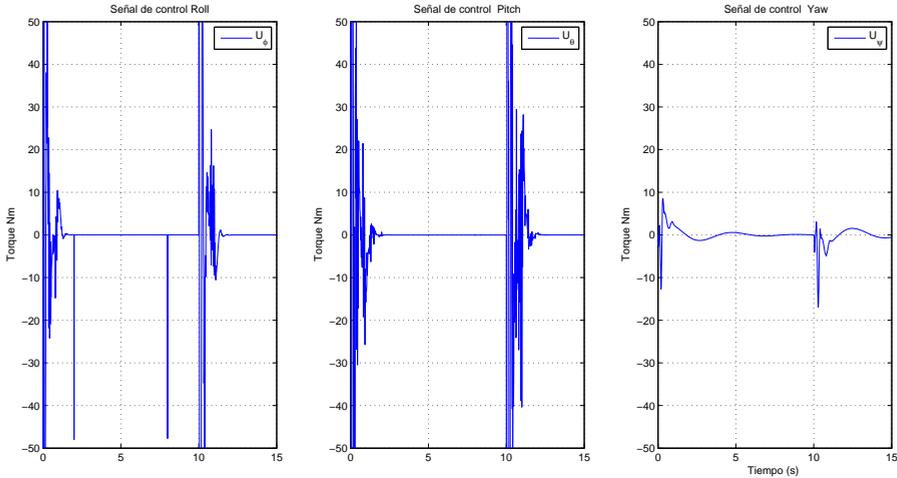


Figura 5.17: Señales de control de orientación.
(Fuente: Autor)

Tabla 5.8: Constantes de los controladores para la implementación real.

	λ	K	ϵ
Control de <i>Roll</i>	0.47	0.61	0.84
Control de <i>Pitch</i>	0.47	0.61	0.84
Control de <i>Yaw</i>	0.82	0.93	0.36

(Fuente: Autor)

En la figura 5.25 se muestra la respuesta de los ángulos de Euler del sistema. Se adicionó un disturbio en *yaw* en el tiempo $t = 15s$.

Análisis de las gráficas

- El sistema arranca con la condición inicial : $yaw = 1 rad$ y se observa que el controlador corrige satisfactoriamente el error y lo hace en aproximadamente en 5 segundos.
- Se induce un disturbio en *yaw* cuando $t = 15s$, se observa que el sistema se recupera del disturbio y los ángulos de *roll* y *pitch* permanecen estables.
- Se observa que las variaciones que tienen: *roll*, *pitch* y *yaw* se debe a que precisamente los motores no producen las mismas fuerzas de empuje, sin embargo la

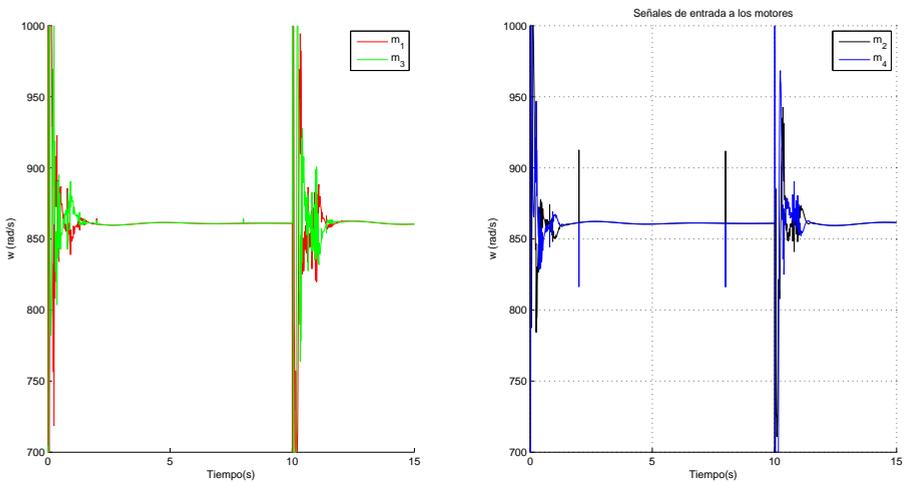


Figura 5.18: Señales de control para los motores.
(Fuente: Autor)

respuesta del sistema de control es muy buena ya que el sistema permanece estable con una variación pequeña.

5.4. Análisis de Resultados

De acuerdo a la primera simulación del sistema aproximado por pequeño ángulo se destaca lo siguiente:

- El efecto chattering que presenta el control por modos deslizantes se ha logrado eliminar mediante la utilización de la función de saturación que es la que evalúa el valor de la superficie y así determina la ley de control de salida.
- El controlador por modos deslizantes estabiliza los ángulos de Euler en aproximadamente 4 segundos.
- En los tres ángulos de orientación no presenta sobreimpulsos al pasar de $-0,2 \text{ rad}$ a sus valores de estabilización en 0 rad .
- El sistema responde ante los disturbios adicionados en la señal de control y en las variables de salida. La respuesta del sistema se sale de la superficie ideal de deslizamiento, sin embargo se recupera inmediatamente en un tiempo de 5 segundos

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

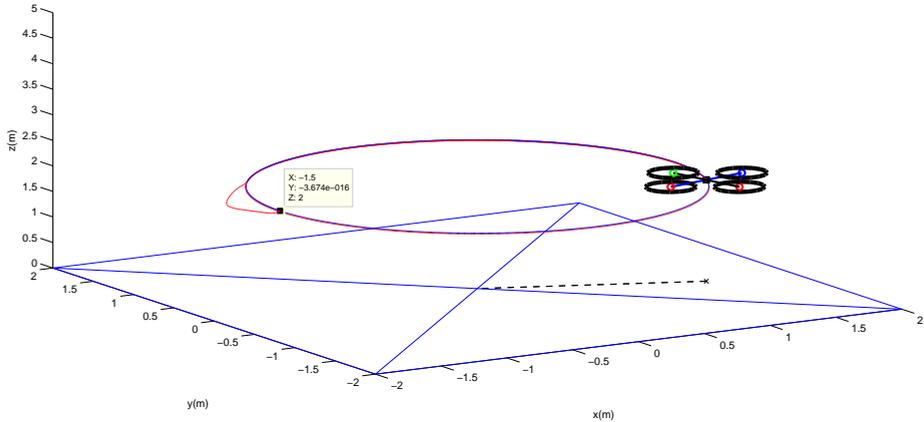


Figura 5.19: Señales de control para los motores.
(Fuente: Autor)

debido a que el control de *yaw* responde más lentamente que los controles de *pitch* y *roll* que lo hacen en 3 segundos aproximadamente.

De acuerdo a la simulación del sistema dinámico que trae el *toolbox robotix* de MATLAB se destaca lo siguiente:

- El sistema responde ante el seguimiento de trayectorias lineales de manera adecuada, donde el error en estado estacionario en los ángulos de orientación es 0. Así también, en la posición en x y y mientras que en z presenta un error de 2 cm al pasar de 0 a 2 m de altitud.
- El sistema de control responde adecuadamente a los dos tipos de disturbios agregados al sistema de manera favorable, ya que reacciona en 4 segundos.
- Se pudo observar que sin cambiar de los controladores CMD ni la estructura ni sus constantes, el controlador es robusto, ya que al cambiar la masa del quadrotor se adapta y sigue las trayectorias planteadas.
- Se probó que el control CMD se adapta a las trayectorias ya sean lineales, circulares o espirales.

De acuerdo a la implementación del control de altitud se destaca:

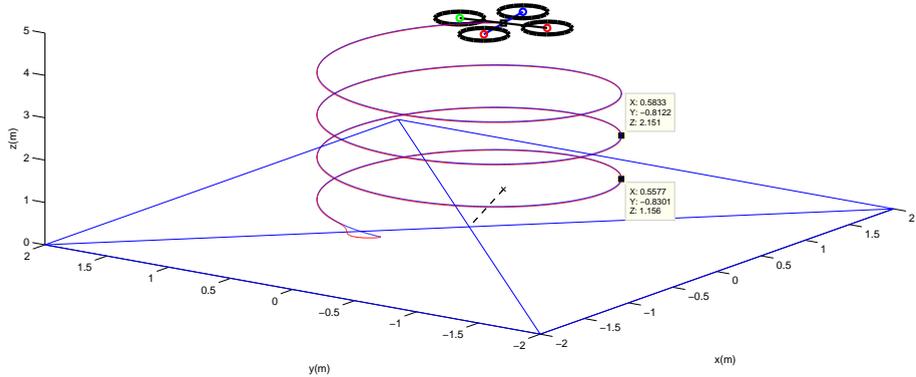


Figura 5.20: Seguimiento de la trayectoria en espiral.
(Fuente: Autor)

- El sistema de control en modo deslizante actúa de manera adecuada, ya que es capaz de ser robusto ante los disturbios que se implementaron, estabilizando al sistema en 5 segundos.
- Las pequeñas oscilaciones de: *roll*, *pitch* y *yaw* alrededor del punto de equilibrio en $[0, 0, 0]$ se debe a que las funciones de transferencia de los subsistemas hélice-motor no son iguales, sin embargo el controlador CMD compensa las diferencias y mantiene al sistema estable.

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

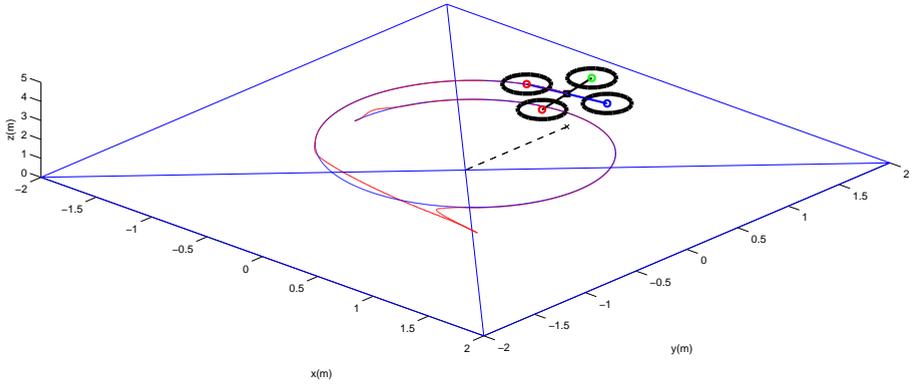


Figura 5.21: *Respuesta del sistema ante un disturbio.*
(Fuente: Autor)

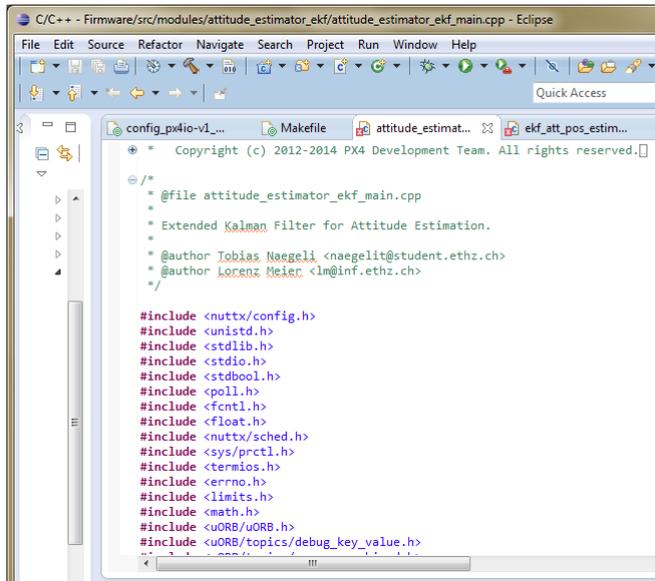


Figura 5.22: *Compilador Eclipse para la estimación de los ángulos de Euler.*
(Fuente: Autor)

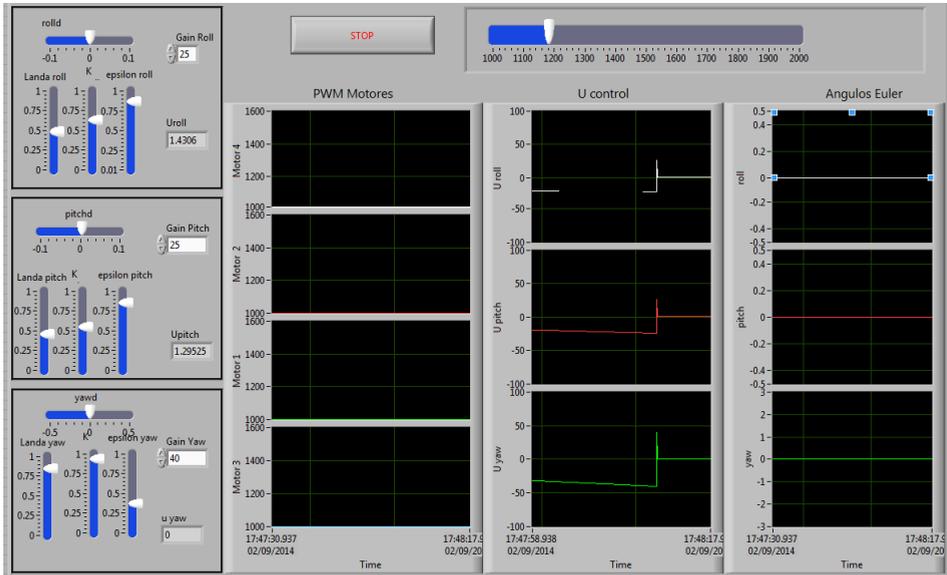


Figura 5.23: Interfaz de control CMD en LabVIEW.
(Fuente: Autor)

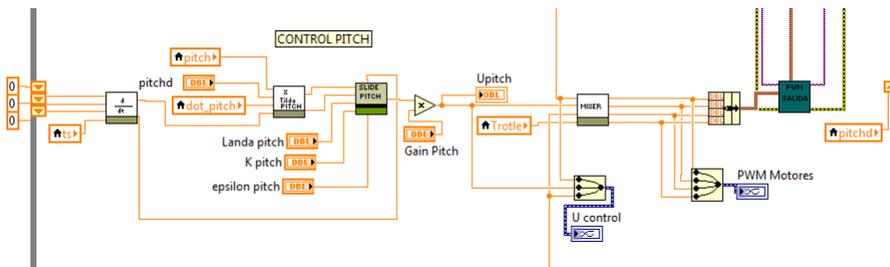


Figura 5.24: Diagrama de bloques en LabVIEW para el control CMD del ángulo pitch.
(Fuente: Autor)

5. SIMULACIÓN, PRUEBAS Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

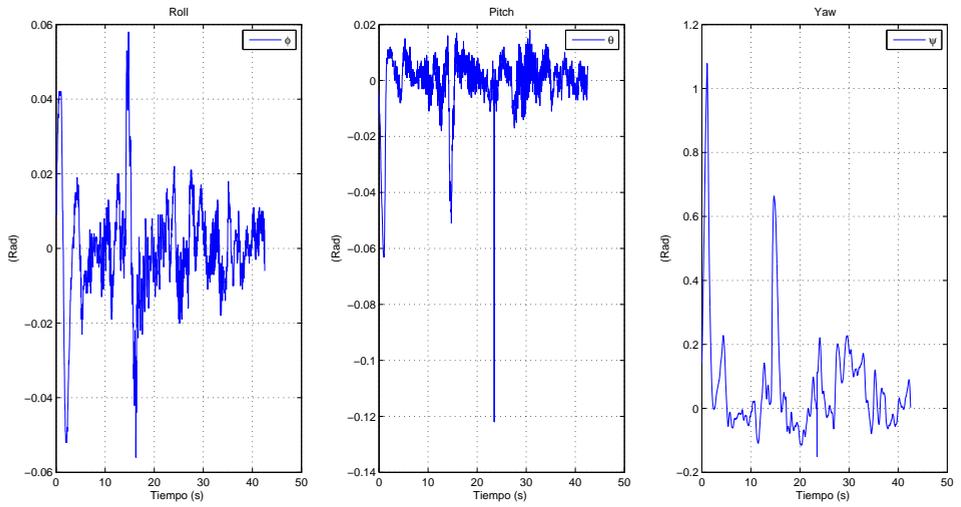


Figura 5.25: Respuesta de los ángulos de Euler del 3DR Arducopter.
(Fuente: Autor)

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES

Ha sido comprobada la robustez del sistema de control basado en modos deslizantes, en virtud de que el diseño se realizó para un modelo aproximado y la implementación mostró un desempeño apegado a las simulaciones. El control CMD es robusto y en realidad no depende de que se conozca la dinámica exacta del sistema, sin embargo su robustez presenta límites debido a que las oscilaciones que causan el efecto chattering perturban al sistema y lo pueden volver inestable. El control CMD está orientado a que responda infinitamente rápido, es así que en la aplicación práctica se implementó una función de saturación para limitar las oscilaciones, sin embargo esto provoca que el sistema tarda en alcanzar la superficie de deslizamiento.

La estimación de los ángulos de Euler mediante la implementación de la tarjeta PX4-FMU con filtros de Kalman, eliminaron el ruido de los sensores y los errores de medida debido a los movimientos del quadrotor de manera satisfactoria.

El modelado cinemático y dinámico del sistema ayuda notablemente a la comprensión y la abstracción de los efectos físicos del sistema para la implementación de los algoritmos de control en modos deslizantes.

El planteamiento de las seis superficies de deslizamiento para el seguimiento de trayectorias cumplen los objetivos de diseño, ya que permiten anular el error de seguimiento incrementando a la robustez del sistema, ante cambios de referencia, adición de disturbios y variación en la masa del quadrotor.

El análisis de Lyapunov garantiza que el sistema sea estable siempre y cuando la sintonización de las constantes sea la adecuada.

Se comprobó que el empleo de las técnicas de control no lineal por CMD permiten que las mismas, controlen de manera adecuada a los tres modelos dinámicos que fueron sujetos de pruebas en esta tesis. Comprobando su correcto funcionamiento en las siguientes

6. CONCLUSIONES

plantas: el modelo dinámico aproximado, el modelo del quadrotor del *toolbox robotix* de MATLAB y en el *3DR Arducopter*.

Al no existir un método analítico para encontrar las ganancias de los controladores CMD, hizo que la implementación del sistema de control CMD en LabVIEW sea de mucha utilidad, ya que redujo el tiempo para encontrar las constantes adecuadas del CMD para el *3DR Arducopter*.

La simulación mediante la dinámica propuesta en el *toolbox robotix* de MATLAB, comprueba que es posible realizar el seguimiento de trayectorias de forma satisfactoria, ya que el sistema responde eficazmente ante las perturbaciones y esto se debe a que en la simulación se encuentran disponibles las 12 variables de estado libres de ruido.

El cambio de la masa de un quadrotor produce un cambio dinámico notable en el sistema, pero sin embargo en la simulación se pudo probar la facilidad de adaptación que tiene el CMD para acoplarse y responder de manera adecuada, mas sin embargo si los cambios de la masa son mayores el sistema no responde y por lo tanto habrá que realizar ajustes en las constantes que amplifican o atenúan los valores de las superficies deslizantes.

Se comprobó que la frecuencia del lazo de control implementado en 100 Hz fue la que mejor respuesta produjo en el sistema, ya que con frecuencias menores causaban oscilaciones volviendo al sistema inestable.

Los inconvenientes de *hardware* del sistema fueron causados por las baterías de Li-Po, ya que el consumo de corriente de los motores fue alto, provocando que las pruebas del sistema duren alrededor de 5 minutos. Cabe recalcar que al descargarse la batería produce menor fuerza de empuje, induciendo la disminución de los efectos de las señales de control. Otro inconveniente notable fue la baja precisión en la estimación de las variables de posición x, y, z lo que causó que no sea viable la implementación del control de posición del quadrotor en el plano XY .

Trabajos futuros

La implementación real de un sistema de seguimiento de trayectorias, se lo puede realizar mediante la retroalimentación de las coordenadas de posición utilizando un sistema de visión artificial.

Realizar algoritmos de estimación que permitan cambios suaves de posición mediante un GPS, para el seguimiento de trayectorias en ambientes abiertos.

Implementar los controladores directamente sobre una plataforma en tiempo real que permita mayor autonomía del sistema.

GLOSARIO

ARX	Autoregresivo con variable exógena
CMD	Control por Modo Deslizante
FMU	<i>Flight Management Unit</i> o Unidad de Gestión de Vuelo
LQR	Regulador Lineal Quadratico
MIMO	Multiple Entrada Multiple Salida
MPC	Control por modo Predictivo
P	Control Proporcional
PI	Control Proporcional Integral
PID	Control Proporcional Integral Derivativo
RTOS	Sistema Operativo en Tiempo Real
UAV	<i>Unarmed Aerial Vehicle</i> o Vehículo Aereo no tripulado
UPS	Universidad Politecnica Salesiana

BIBLIOGRAFÍA

- Arduino (2014). Arduino due. Obtenido de <http://arduino.cc/en/Main/arduinoBoardDue>. Consultado el 1 May, 2014.
- Arjomandi, M., Agostino, S., Mammone, M., Nelson, M., and Zhou, T. (2007). Classification of Unmanned Aerial Vehicles. *The University of Adelaide, Australia.*[En línea] Disponible en: <http://personal.mecheng.adelaide.edu.au/maziar.arjomandi/Aeronautical>, 20.
- Austin, R. (2011). *Unmanned aircraft systems: UAVS design, development and deployment*, volume 54. John Wiley & Sons.
- Barrientos, A., Peñín, L., Balaguer, C., and Aracil, R. (1997). *Fundamentos de robótica*. McGraw-Hill.
- Berná, J. (2006). Diseño de algoritmos de control no lineales con aplicación a los problemas de seguimiento y regulación. Master's thesis.
- Bouabdallah, S. (2007). Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. Master's thesis.
- Bouabdallah, S., Noth, A., and Siegwart, R. (2004). PID vs LQ control techniques applied to an indoor micro quadrotor. In *Intelligent Robots and Systems, 2004.(IROS 2004). Proceedings. 2004 IEEE/RSJ International Conference on*, volume 3, pages 2451 – 2456. IEEE.
- Bouadi, H., Cunha, S., Drouin, A., and Mora, F. (2011). Adaptive sliding mode control for quadrotor attitude stabilization and altitude tracking. In *Computational Intelligence and Informatics (CINTI), 2011 IEEE 12th International Symposium on*, pages 449 – 455. IEEE.
- Bresciani, T. (2008). Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter. Master's thesis.
- Brito, J. (2009). Quadrotor Prototype. Master's thesis.

BIBLIOGRAFÍA

- Cabecinhas, D., Cunha, R., and Silvestre, C. (2014). A nonlinear quadrotor trajectory tracking controller with disturbance rejection. *Control Engineering Practice*, 26:1 – 10.
- Capello, E., Quagliotti, F., and Tempo, R. (2013). Randomized approaches and adaptive control for quadrotor UAVs. In *Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2013 International Conference on*, pages 461 – 470. IEEE.
- Castillo, P., García, P., Lozano, R., and Albertos, P. (2007). Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro rotores. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 4(1):41 – 57.
- Castillo, P., Lozano, R., and Dzul, E. (2006). *Modelling and control of mini-flying machines*. Springer.
- Corona, J. and Rodriguez, H. (2013). Experimental real-time validation of an attitude nonlinear controller for the quadrotor vehicle. In *Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2013 International Conference on*, pages 453 – 460. IEEE.
- Cui, Y. and Inanc, T. (2013). Controller design for small air vehicles An overview and comparison. In *Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2013 International Conference on*, pages 621 – 627. IEEE.
- Esparza, C. (2012). Modelado, Diseño construcción y control borroso de un Helicóptero Quadrotor. Master's thesis.
- Gertler, J. (2012). US unmanned aerial systems. DTIC Document.
- Hermosillo, J. (2004). De Ícaro a los hermanos Wright. A 100 años del primer vuelo motorizado.
- Hoffmann, G., Huang, H., Waslander, S., and Tomlin, C. (2007). Quadrotor helicopter flight dynamics and control: Theory and experiment. In *Proc. Of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, volume 2.
- Honeywell (2008). Mpu-6000/6050 six-axis (gyro + accelerometer) mems motiontracking. Obtenido de <http://honeywell.com/Pages/Search.aspx?k=HMC5883L>. Consultado el 16 Apr, 2014.
- Invensense (2014). Products and services. Obtenido de <http://invensense.com/mems/gyro/mpu6000.html>. Consultado el 1 Apr, 2014.
- Kinzig, B. (2010). Global Hawk Systems Engineering. Case Study. Technical report, DTIC Document.
- Kostas, A., Nikolakopoulos, G., and Tzes, A. (2011). Switching model predictive attitude control for a quadrotor helicopter subject to atmospheric disturbances. *Control Engineering Practice*, 19(10):1195 – 1207.

- Madani, T. and Benallegue, A. (2007). Sliding mode observer and backstepping control for a quadrotor unmanned aerial vehicles. In *American Control Conference, 2007. ACC'07*, pages 5887 – 5892. IEEE.
- Meier, L. (2013). Px4fmU autopilot / flight management unit. Obtenido de <http://www.pixhawk.org/modules/px4fmU>. Consultado el 1 Apr, 2014.
- Merheb, A., Noura, H., and Bateman, F. (2013). Passive fault tolerant control of quadrotor UAV using regular and cascaded Sliding Mode Control. In *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2013 Conference on*, pages 330 – 335. IEEE.
- Mistler, V., Benallegue, A., and M'sirdi, N. K. (2001). Exact linearization and noninteracting control of a 4 rotors helicopter via dynamic feedback. In *Robot and Human Interactive Communication, 2001. Proceedings. 10Th IEEE International Workshop on*, pages 586 – 593. IEEE.
- Mohamed, H., Yang, S., and Moghavvemi, M. (2009). Sliding mode controller design for a flying quadrotor with simplified action planner. In *Iccas-sice, 2009*, pages 1279 – 1283. IEEE.
- Nonami, K., Kendoul, F., Suzuki, S., Wang, W., and Nakazawa, D. (2010). *Autonomous Flying Robots: Unmanned Aerial Vehicles and Micro Aerial Vehicles*. Springer.
- Porcel, F. (2009). Desarrollo tecnológico en la historia de la humanidad: Inventores e inventos. Hnos. Wright y el avión.
- Pounds, P., Mahony, R., and Corke, P. (2010). Modelling and control of a large quadrotor robot. *Control Engineering Practice*, 18(7):691 – 699.
- Raffo, G. (2007). Modelado y Control de un Helicóptero Quad-Rotor. Master's thesis.
- Raffo, G., Ortega, M., and Rubio, F. (2010). An integral predictive/nonlinear H_∞ control structure for a quadrotor helicopter. *Automatica*, 46(1):29 – 39.
- Ramirez, H., Parra, V., Sanchez, A., and Garcia, O. (2013). Integral sliding mode backstepping control of quadrotors for robust position tracking. In *Unmanned Aircraft Systems (ICUAS), 2013 International Conference on*, pages 423 – 432. IEEE.
- Rosales, C., Scaglia, G., Carelli, R., and Jordan, M. (2007). Seguimiento de trayectoria de un mini-helicóptero de cuatro rotores basado en métodos numéricos.
- Runcharoon, K. and Srichatrapimuk, V. (2013). Sliding Mode Control of quadrotor. In *Technological Advances in Electrical, Electronics and Computer Engineering (TAECE), 2013 International Conference on*, pages 552 – 557. IEEE.
- Sandoval, R. (2011). Seguimiento de Trayectorias en Aviones usando Control Lineal por Pedazos. Master's thesis.

BIBLIOGRAFÍA

- Slotine, J.-J. E., Li, W., et al. (1991). *Applied nonlinear control*, volume 199. Prentice-Hall Englewood Cliffs, NJ.
- Specialties, M. (2005). Pressure sensor ms5611 01ba03. Obtenido de http://www.meas-spec.com/product/t_product.aspx?id=8503. Consultado el 16 Apr, 2014.
- Tomasini, M. (2012). Las máquinas de Leonardo da Vinci.
- Tuan, L. and Won, S. (2013). PID based sliding mode controller design for the micro quadrotor. In *Control, Automation and Systems (ICCAS), 2013 13th International Conference on*, pages 1860 – 1865. IEEE.
- Wu, J., Peng, H., Chen, Q., and Peng, X. (2013). Modeling and control approach to a distinctive quadrotor helicopter. *ISA transactions*.
- Xiong, J. and Zheng, E. (2014). Position and attitude tracking control for a quadrotor UAV. *ISA transactions*.