

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

UNIDAD DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIALES

Tesis previa a la obtención
del Grado de Magister
en Control y
Automatización Industriales

MODELADO Y CONTROL ROBUSTO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO QUADROTOR, EN AMBIENTES CERRADOS

Autor:
Paúl Ortiz González.

Director:
Ismael Minchala Ávila, MC.

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

UNIDAD DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN CONTROL Y AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIALES

Autor:
Paúl Ortiz González

Director:
Ismael Minchala Ávila, MC.

MODELADO Y CONTROL ROBUSTO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO QUADROTOR, EN AMBIENTES CERRADOS

En este trabajo de investigación, se presenta los resultados del estudio de la estructura física y técnicas de control, de los Vehículos Aéreos no Tripulados, específicamente los UAVs del tipo Quadrotor, sistemas inherentemente inestables, multivariables y subactuados. Gran parte de este proyecto se dedica a la búsqueda de una técnica de control que garantice la estabilidad, con esta finalidad se plantea un controlador robusto no lineal H_∞ para el control del subsistema de orientación y un control PID clásico para el subsistema de elevación.

La investigación supone conocimientos previos de MATLAB, Simulink, LabVIEW, Arduino, C++ y niveles básicos de la teoría de control clásica y moderna.

Los resultados obtenidos y los algoritmos implementados, podrán servir de base para posteriores desarrollos en este campo del control.

MODELADO Y CONTROL ROBUSTO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO QUADROTOR, EN AMBIENTES CERRADOS

MODELADO Y CONTROL ROBUSTO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO QUADROTOR, EN AMBIENTES CERRADOS

AUTOR:

JUAN PAÚL ORTIZ GONZÁLEZ
Ingeniero Electrónico
Egresado de la Maestría en Control y Automatización Industriales
Universidad Politécnica Salesiana

DIRIGIDO POR:

MC. LUIS ISMAEL MINCHALA ÁVILA
Ingeniero Electrónico
Máster en Ciencias con especialidad en Automatización
Candidato a Doctor en el ITESM
Docente de la Maestría en Control y Automatización Industriales



Cuenca - Ecuador

Datos de catalogación bibliográfica

JUAN PAÚL ORTIZ GONZÁLEZ

MODELADO Y CONTROL ROBUSTO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO QUADROTOR, EN AMBIENTES CERRADOS

Maestría en Control y Automatización Industriales
Universidad Politécnica Salesiana
Cuenca - Ecuador 2014

Formato 170x240mm Páginas 85

Breve reseña de los autores e información de contacto



JUAN PAÚL ORTIZ GONZÁLEZ
Ingeniero Electrónico
Egresado de la Maestría en Control y Automatización Industriales
paul_ortiz02@hotmail.com

Dirigido por:



LUIS ISMAEL MINCHALA ÁVILA
Ingeniero Electrónico
Máster en Ciencias con Especialidad en Automatización
Candidato a Doctor en el ITESM
Docente de la Maestría en Control y Automatización Industriales
minchalai@ieee.com

Todos los Derechos Reservados

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de Reprodu-cción, Distribución, Comunicación Pública y Transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con Autorización de los Titulares de Propiedad Intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la Propiedad Intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines Académicos Investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los Autores.

DERECHOS RESERVADOS

©2014 Universidad Politécnica Salesiana
Cuenca - Ecuador
JUAN PAÚL ORTIZ GONZÁLEZ.
MODELADO Y CONTROL ROBUSTO DE UN VEHÍCULO AÉREO NO TRIPULADO QUADROTOR, EN AMBIENTES CERRADOS

IMPRESO EN ECUADOR - PRINTED IN ECUADOR

Índice general

Índice de figuras **V**

Índice de cuadros **VII**

1 INTRODUCCIÓN **1**
1.1 Objetivos . . . 2
1.2 Contribuciones de la tesis . . . 2
1.3 Organización del trabajo . . . 3
1.4 Perspectiva histórica de los UAVs . . . 4
1.4.1 Avances de los UAVs en Ecuador . . . 7
1.5 El Quadrotor . . . 10
1.5.1 Aplicaciones comerciales . . . 10
1.5.2 Aplicaciones profesionales . . . 10
1.5.3 Aplicaciones de investigación . . . 11
1.6 Estado del arte . . . 11

2 MODELADO DEL SISTEMA **15**
2.1 Consideraciones del sistema . . . 15
2.2 Modelado cinemático . . . 18
2.3 Modelado dinámico . . . 20
2.3.1 Formulación de Euler-Lagrange . . . 20
2.3.2 Simplificación del modelo . . . 25
2.3.2.1 Aproximación de pequeño ángulo . . . 25
2.4 Identificación física del sistema . . . 26
2.4.1 Plataformas y experimentos de identificación . . . 26
2.4.1.1 Momentos de inercia . . . 26
2.4.1.2 Identificación del sistema hélice-motor . . . 27

3 DISEÑO DE CONTROLADORES **33**
3.1 Controladores PID 33
3.1.1 Controladores PID de orientación 35
3.1.2 Controlador PID de altitud 36
3.2 Diseño de controladores robustos 37
3.2.1 Controlador robusto H_∞ de orientación 37
3.2.1.1 Control no lineal H_∞ 37
3.3 Implementación de los controladores en Simulink® 42
3.3.1 Implementación de los controladores PID 42
3.3.2 Implementación del controlador no lineal H_∞ 43
3.3.3 Animación 3D Simulink® 48

4 CALIBRACIÓN Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS **51**
4.1 Simulaciones de los controladores PID y robusto H_∞ ante perturbaciones e incertidumbres 51
4.1.1 Respuesta del controlador PID ante perturbaciones e incertidumbres del sistema 52
4.1.2 Respuesta del controlador robusto H_∞ ante perturbaciones e incertidumbres del sistema 54
4.1.3 Análisis comparativo de los controladores PID y robusto no lineal H_∞ 54
4.2 Plataforma de pruebas 59
4.2.1 Descripción y estructura del Quadrotor 59
4.2.2 Diagrama de bloques y flujo de tareas 65
4.2.3 Aplicación desarrollada en LabVIEW® 65
4.3 Resultados experimentales 65

5 CONCLUSIONES **69**
5.1 Conclusiones 69
5.2 Sugerencias para trabajos futuros 71

ANEXOS **73**

A Código fuente **73**

B Galería Quadrotor **77**

GLOSARIO **79**

BIBLIOGRAFÍA **81**

Índice de figuras

1.1 *OQ-2A drone.* 4
1.2 *"Drone de asalto" TDR-1 en el Museo Nacional de la Aviación Naval, Pensacola, Florida.* 5
1.3 *El SD-1, también conocido como MQM-57 Falconer, fué el primer drone de reconocimiento de la Armada de US y mantenido en servicio hasta 1970.* . . . 5
1.4 *El AQM-34Q, una de las muchas variaciones del drone de reconocimiento Ryan 147, usado en los años 1960s y 1970s.* 6
1.5 *Drone Scout de la Industria Israelí de Vehículos Aéreos.* 6
1.6 *MQ-1 Predator realizando patrullajes aéreos de combate en Irak.* 7
1.7 *MQ-9 Reaper, armado con municiones guiadas por láser GBU-12 Paveway II y misiles AGM-114 Hellfire, piloteado por el coronel Lex Turner vuela una misión de combate sobre el sur de Afganistán.* 8
1.8 *RQ-4 Global Hawk, sistema de avión no tripulados de gran altitud, largo alcance y con capacidad global.* 8
1.9 *UAVs desarrollados en Ecuador.* 9
1.10 *Quadrotores de uso recreativo.* 10
1.11 *Quadrotor policial para vigilancia.* 11
1.12 *GRASP Laboratory UPenn, quadrotores de investigación y desarrollo.* 12

2.1 *Esquema de funcionamiento del UAV tipo quadrotor.* 16
2.2 *Quadrotor descripción de movimiento, el ancho de la flecha es proporcional a la velocidad de rotación de hélice.* 16
2.3 *Ejes de coordenadas y fuerzas aplicadas al quadrotor.* 18
2.4 *Sistema dinámico dividido en dos sub-sistemas interconectados.* 24
2.5 *Plataforma de pruebas para identificación del empuje del motor-hélice.* . . . 28
2.6 *Comportamiento del motor en valores de estado estacionario (PWM vs. Empuje).* 29
2.7 *Plataforma de pruebas para identificación de la fuerza de guiñada del motor-hélice.* 29

2.8 *Comportamiento del motor en valores de estado estacionario (PWM vs. Fuerza de guiñada).* 30
2.9 *Determinación de la constante Tq de conversión de fuerza de empuje a fuerza de guiñada.* 32

3.1 *Controlador PID paralelo.* 34
3.2 *Estructura de los controladores PIDs clásicos de orientación y altitud implementado en Simulink®.* 43
3.3 *Simulación: Respuesta del controlador PID de los ángulos de orientación con condiciones iniciales $\pi/5$.* 44
3.4 *Simulación: Señal de control u del controlador PID de orientación.* 44
3.5 *Simulación: Respuesta del controlador PID de altitud con referencia de 1m.* . 45
3.6 *Estructura de los controladores robusto no lineal H_∞ de orientación y PID de altitud implementado en Simulink®.* 45
3.7 *Simulación: Respuesta del controlador robusto no lineal H_∞ de los ángulos de orientación con condiciones iniciales $\pi/5$.* 46
3.8 *Simulación: Señal de control u del controlador robusto no lineal H_∞ de orientación.* 47
3.9 *Simulación: Respuesta del controlador PID de altitud con referencia de 1m.* . 47
3.10 *Bloque del modelo para simulación 3D.* 48
3.11 *Implementación en 3D del sistema del Quadrotor.* 48
3.12 *Animaciones en 3D del sistema del Quadrotor, con los ángulos de orientación roll, pitch y yaw, y la posición x, y y z, obtenidos del modelo de Simulink®.* . 49

4.1 *Simulación: Respuesta del controlador PID de los ángulos de orientación, con perturbación aditiva mantenida de magnitud 0.2 radianes en t=4 seg.* 52
4.2 *Simulación: Señal de control u del controlador PID para la altitud con referencia de 1m y con perturbación aditiva mantenida de magnitud 0.2 radianes en t=4 seg.* 53
4.3 *Simulación: Respuesta del controlador PID ante la presencia de $40\,\%$ de incertidumbre aditiva en la masa.* 53
4.4 *Simulación: Respuesta del controlador PID de altitud con referencia de 1m y perturbación externa mantenida $A_z = -4Nm$ en t=20seg.* 54
4.5 *Simulación: Respuesta del controlador robusto H_∞ de los ángulos de orientación, con perturbación aditiva mantenida de magnitud 0.2 radianes en t=4 seg.* 55
4.6 *Simulación: Señal de control u del controlador robusto H_∞ para la altitud con referencia de 1m y con perturbación aditiva mantenida de magnitud 0.2 radianes en t=4 seg.* 55
4.7 *Simulación: Respuesta del controlador robusto H_∞ ante la presencia de $40\,\%$ de incertidumbre aditiva en la masa.* 56
4.8 *Simulación: Respuesta del controlador PID de altitud con referencia de 1m y perturbación externa mantenida $A_z = -4Nm$ en t=20seg.* 56

4.9 *Plataforma de pruebas multirotor 3DR.* 59
4.10 *Motor brushless 880Kv.* 60
4.11 *Controlador electrónico de Velocidad (ESC).* 60
4.12 *Unidad de medida inercial.* 62
4.13 *Plataforma Arduino Due, para interfaz con los motores y la unidad inercial.* . 63
4.14 *Conexionado del PX4IO con los distintos elementos del sistema.* 64
4.15 *Plataforma física 3DR con interfaz Arduino.* 64
4.16 *Diagrama de bloques de la estructura del quadrotor.* 65
4.17 *Librería del controlador robusto en LabVIEW®.* 66
4.18 *Aplicación para el controlador robusto desarrollada en LabVIEW®.* 66
4.19 *Diagrama de bloques del controlador robusto implementado en LabVIEW®.* . 67
4.20 *Respuesta del controlador robusto H_∞ para el subsistema de orientación.* . . 68

B.1 *Proceso de medición de la masa del quadrotor.* 77
B.2 *Diferentes vistas de la plataforma de pruebas 3DRobotics + interfaz Arduino.* 78

Índice de cuadros

2.1 *Principales efectos físicos actuantes sobre un helicóptero.* 17
2.2 *Masa y medidas geométricas del quadrotor.* 26
2.3 *Mediciones de las masas actuantes en el quadrotor.* 27
2.4 *Datos generados por la dinámica motor-hélice (Empuje).* 28
2.5 *Datos generados por la dinámica motor-hélice (Fuerza de Guiñada).* 31

3.1 *Constantes para los controladores PID de orientación rol, pitch y yaw.* 36
3.2 *Constantes para el controlador PID de altitud.* 37
3.3 *Constantes del controlador robusto no lineal H_∞ de orientación y PID de altitud.* 42

4.1 *Análisis comparativo del controlador clásico PID vs. robusto no lineal H_∞ para el susbsistema de orientación.* 58
4.2 *Características de los motores.* 60
4.3 *Características de los ESC.* 61
4.4 *Sistema de medida inercial PX4FMU.* 62
4.5 *Características de la placa Arduino Due.* 63

Dedicatoria

A mis padres, Rosa y Florencio, a mis hermanos y hermanas Jaime, Sonia, Diego y Johanna que con su apoyo incondicional, me han ayudado a perseverar y mantenerme firme en cada aspecto de mi vida.

Paúl Ortiz G.

Prefacio

En este trabajo de investigación, se presentan los resultados del estudio de la estructura física y técnicas de control, de los Vehículos Aéreos no Tripulados, específicamente los UAVs del tipo Quadrotor, sistemas inherentemente inestables, multivariables y subactuados. Gran parte de este proyecto se dedica a la búsqueda de una técnica de control que garantice la estabilidad, con esta finalidad se plantea un controlador robusto no lineal H_∞ para el control del subsistema de orientación y un control PID clásico para el subsistema de elevación.

La investigación supone conocimientos previos de MATLAB, Simulink, LabVIEW, Arduino, C++ y niveles básicos de la teoría de control clásica y moderna.

Los resultados obtenidos y los algoritmos implementados, podrán servir de base para posteriores desarrollos en este campo del control.

Prólogo

En la presente tesis se aborda el problema de control de un Vehículo Aéreo No Tripulado (UAV por sus siglás en inglés), con esta finalidad se tratan diversos temas como el modelado, la identificafción de parámetros, el planteamiento del controlador y la implementación del controlador en *Simulink*®.

El capítulo 1 presenta una reseña desde la perspectiva histórica de los avances del los UAVs, además del análisis del estado del arte en el desarrollo de las técnicas de control e identificación de sistemas, junto con las aplicaciones comerciales, profesionales y de investigación.

El pilar fundamental para el desarrollo de un controlador para un quadrotor, es determinar el modelo correcto que ayude a abstraer el comportamiento y dinámica del sistema, por este motivo en el capitulo 2 se realiza un análisis minucioso de la dinámica de la aeronave, por medio de la formulación de Euler-Lagrange. Además se realiza los proceso de identificación de parámetros tales como momentos de inercia, masas, longitudes, fuerzas de empuje y guiñada de los motores, etc.

El capítulo 3, hace énfasis en el diseño de dos estructuras de control, la primera basada en el control clásico con un compensador PID y la segunda basada en controladores avanzados con un controlador No lineal H_∞, ambas estrategias de control planteadas son implementadas en *MATLAB*® y *Simulink*® para verificar su funcionamiento.

El análisis comparativo de los controladores usados se afronta en el capítulo 4, en donde se aplica perturbaciones mantenidas e incertidumbres a los parámetros del sistema, verificando su comportamiento y determinando la confiabilidad de los controladores, además de plantear la estructura de la plataforma de pruebas que servirá para futuros trabajos de implementación.

Finalmente, en el capítulo 5 se presenta las conclusiones de esta obra, en donde se emite un juicio objetivo sobre los resultados obtenidos.

Agradecimientos

Mi sincero agradecimiento a todas la personas que hicieron posible la culminación de este trabajo de manera especial al MC. Ismael Minchala, director de tesis por su guía y colaboración en este proyecto, al Grupo de Investigación en Control y Automatización Industrial "GICAI"por permitirme trabajar en el centro de investigaciones de la Universidad Politécnica Salesiana durante el desarrollo de esta tesis.

Paúl Ortiz G.

Sólo comprendemos aquellas preguntas que podemos responder.

Friedrich Nietzsche

CAPÍTULO

1

INTRODUCCIÓN

En los últimos años, el avance científico y tecnológico para los vehículos aéreos no tripulados (UAV por sus siglás en inglés) ha crecido sustancialmente siendo un campo de investigación de gran interés. Su amplia gama de aplicaciones tanto civiles como militares, ha llevado a utilizar este tipo de dispositivos en tareas de inspección tanto de grandes como de pequeñas áreas, como por ejemplo, en tareas de seguridad pública (supervisión del espacio aéreo, tráfico urbano, búsqueda y rescate (Hoffmann et al., 2006)), gestión de riesgos naturales (volcanes activos, incendios forestales y terremotos (Michael et al., 2012)), gestión ambiental y agricultura de precisión (medida de polución del aire y supervisión de florestas (Rango et al., 2006)), intervenciones en ambientes hostiles (atmósferas radioactivas (Tsai et al., 2012)), mantenimiento de infraestructuras (supervisión de líneas de transmisión (Toth and Gilpin-Jackson, 2010)), transporte cooperativo (abastecimiento de medicinas y alimentos (Doherty and Rudol, 2007)), entre otros.

La investigación y desarrollo de vehículos aéreos no tripulados pequeños y micro ha ido en aumento desde mediados de 1990, debido principalmente a los intereses militares y sus recursos de financiación (McMichael and Francis, 1997). En los últimos 10-12 años las plataformas experimentales y de esparcimiento han ganado gran popularidad, en particular los pequeños multirotores UAVs (Cutler, 2012). En comparación con aviones, planeadores y vehículos terrestres no tripulados (UGV por sus siglas en inglés), las aeronaves de palas rotativas (helicópteros y quadrotores) tienen una versatilidad mucho mayor, por ser capaces de despegar, flotar y aterrizar en áreas pequeñas, como laboratorios, oficinas, almacenes, etc; debido a su movilidad tridimensional.

1.1 Objetivos

Objetivo General

Este trabajo tiene como objetivo principal diseñar y desarrollar un controlador robusto no lineal H_∞ para el control de orientación y un controlador PID clásico para el control de altitud del sistema no lineal subactuado multivariable Quadrotor, para trabajar en ambientes cerrados.

Objetivos Específicos

1. Realizar la revisión del estado del arte en las técnicas de control, métodos sensoriales y arquitecturas de navegación basadas en sensores MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems) como acelerómetros y giroscopios.
2. Identificar la planta y las variables que intervienen en el sistema no lineal del Quadrotor.
3. Utilizar una técnica sensorial que permita tener medidas adecuadas para el control de los subsistemas de rotación y elevación..
4. Proponer una estrategia de control robusto no lineal H_∞ para el subsistema de rotación.
5. Implementar los controladores en el entorno de *Simulink*® para verificar y contrastar su funcionamiento.
6. Calibrar y analizar los resultados obtenidos.

1.2 Contribuciones de la tesis

El presente proyecto de tesis pretende sentar las bases para la investigación y desarrollo en el estudio de Vehículos Aéreos no Tripulados y específicamente los UAVs del tipo Quadrotor, en el programa del Grupo de Investigación en Control y Automatización Industriales (GICAI) de la Universidad Politécnica Salesiana, para lo cual se analiza y adquiere la plataforma Quadrotor 3DR Arducopter, en donde se plantean y desarrollan pruebas e identificación de sistemas, para el desarrollo e implementación de controladores avanzados. Además, el estudio de la estructura física y técnicas de control, establece los primeros pasos a nivel local y nacional para el desarrollo de técnicas de control en Quadrotores, sistemas inherentemente inestables, multivariables y subactuados, por lo que este trabajo supone un avance en el nivel de desarrollo con el cual se cuenta actualmente en el área.

El desarrollo de esta tesis se centra en el modelado y control de un UAV tipo Quadrotor. La contribución de este trabajo radica en dos campos principales:

- *Modelado* de quadrotores: la meta es obtener un modelo matemático que represente la planta real del sistema y permita el diseño de los controladores.

- Sistema de *Control*: el objetivo principal es entender y dominar la dinámica del sistema para la aplicación de técnicas de control apropiados, haciendo énfasis en los controladores robustos no lineales H_∞.

Modelado

Se plantea dos métodos para el modelado del quadrotor, el primero, el modelado cinemático que tiene la función de obtener las velocidades del cuerpo desde el eje fijo o el eje inercial y el segundo el modelado dinámico mediante la formulación Euler-Langrange que estudia el movimiento del cuerpo debido a las fuerzas que intervienen en el sistema, dicho modelo se validó mediante experimentación obteniéndose los parámetros necesarios para el posterior diseño de los controladores.

Control

Gran parte de este proyecto se dedica a la búsqueda de una técnica de control que garantice la estabilidad, por lo cual se plantea un controlador robusto no lineal H_∞ para el control del subsistema de orientación y un control PID clásico para el subsistema de elevación.

La estabilidad del sistema se verifica implícitamente al encontrar las soluciones del controlador robusto no lineal, dicho controlador plantea una función de costo que se minimiza para obtener sus parámetros, por lo que de haber una solución para el sistema se garantiza la estabilidad completa del mismo.

Para verificar el funcionamiento práctico de los controladores se desarrolla e implementa en simulación los algoritmos de control robusto, para luego dejar planteado dicho algoritmo para la plataforma de pruebas "3DR Robotics", los resultados se contrastan con los algoritmos de control clásico PID para el subsistema de orientación y elevación.

1.3 Organización del trabajo

En el presente capítulo se plantea una discusión general, no técnica de la evolución histórica de los sistemas UAVs, poniendo énfasis en el quadrotor dispositivo objeto de estudio del presente trabajo.

En el capítulo 2 se estudia el modelado matemático y la identificación física de la planta del Quadrotor, estableciendo las características dinámicas mediante procesos de experimentación obteniéndose datos como la acción de los motores, validación de los momentos de inercias, masas del cuerpo, longitudes, etc.

El capítulo 3 presenta el diseño e implementación de los controladores robustos y clásicos en el entorno de simulación *MATLAB*® y *Simulink*®, en donde se obtienen parámetros de funcionamiento como tiempo de subida, tiempo de establecimiento, máximo-sobrepico, etc; de los controladores objeto de estudio de este trabajo de tesis, además se desarrolla un modelo de 3D para la visualización de la dinámica de la aeronave tanto en sus componente de orientación como de posición.

El análisis comparativo de los controladores PID clásico y Robusto no lineal H_∞ se afronta en el capítulo 4, en donde se analiza la estabilidad del sistema ante perturbaciones mantenidas e incertidumbres en el modelo de la planta.

Y por último, en el capítulo 5 se plantean las conclusiones y trabajos futuros que se podrían derivar del análisis desarrollado en esta tesis.

1.4 Perspectiva histórica de los UAVs

El primer testimonio histórico de UAV's se remonta a conceptos presentados por Leonardo Da Vinci, no fue sino hasta el 22 de Agosto de 1849 donde fueron empleados por primera vez cuando Austria atacó la ciudad de Venecia utilizando globos cargados con explosivos. No se obtuvieron los resultados esperados ya que los globos vieron modificada su trayectoria por el cambio en la dirección del viento, sin embargo este hecho dejó sentado el precedente para el futuro uso de estos vehículos (Ruiz, 2011).

Durante la Primera Guerra Mundial en el año de 1917, fueron diseñados y puestos en funcionamiento unos nuevos sistemas más cercanos al UAV, utilizando un control mediante una emisora AM. Aunque más que vehículos aéreos, eran lo que hoy llamaríamos misiles, el sistema de control empezaba a tener un grado de sofisticación considerable. Su primer objetivo fue intentar neutralizar Zeppelines (Valavanis, 2007).

Los primeros en usar pilotos remotos fueron la armada de U.S. con el OQ-1 drone y la naval de U.S. con el TDR-1 durante la segunda guerra mundial en el año de 1942 (Mirot, 2012). Ambos modelos fueron una combinación de pilotos remotos y pilotos formales entrenados. La figura 1.1 muestra la versión del drone OQ-2A y la figura 1.2 el modelo TDR-1.

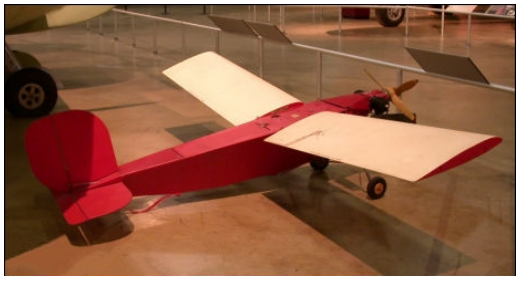


Figura 1.1: *OQ-2A drone.*

Fuente: *Museo Nacional de la USAF*



Figura 1.2: *"Drone de asalto" TDR-1 en el Museo Nacional de la Aviación Naval, Pensacola, Florida.*

Fuente: *Museo Nacional de la USAF*

A mediados de 1950 el SD-1 (figura 1.3) o también conocido como MQM-57 Falconer, fue operado remotamente, llevando una cámara de reconocimiento y después de un vuelo de 30 minutos regresó a la base siendo recobrado por paracaídas (Zaloga, 2008). La guerra fría y la pérdida de dos aviones espías U-2 sobre la Unión Soviética y sobre Cuba en 1960, dio un nuevo impulso a la financiación e investigación de la tecnología de aviones de reconocimiento no tripulados (Dalamagkidis et al., 2012; Mirot, 2012).



Figura 1.3: *El SD-1, también conocido como MQM-57 Falconer, fué el primer drone de reconocimiento de la Armada de US y mantenido en servicio hasta 1970.*

Fuente: *Museo Nacional de la USAF*

En la guerra fría el más predominante UAS (Unnmanned Aircraft System por sus siglas en Inglés) fue el Modelo Ryan 147 (figura 1.4), más de 3500 de estos sistemas fueron empleados sobre los cielos de China y Vietnam y representan el mayor paso en la evolución hacia la era de los UAS modernos (Mirot, 2012).



Figura 1.4: *El AQM-34Q, una de las muchas variaciones del drone de reconocimiento Ryan 147, usado en los años 1960s y 1970s.*

Fuente: *Museo Nacional de la USAF*

La nueva era de drones surge con el aparecimiento de los drones Scout y Mastiff (figura 1.5) construido por la Industria Israelí de Vehículos Aéreos, el segundo fue el cimiento para el desarrollo del popular sistema Israelí Pioneer teniendo una gran influencia en los diseños Estadounidenses en las versiones Predator y Shadow (Newcome, 2004). Por los años de 1980s el sistema Pioneer tuvo alrededor de 1500 horas de vuelo en la operación Tormenta del Desierto (Zaloga, 2008; Dalamagkidis et al., 2012).



Figura 1.5: *Drone Scout de la Industria Israelí de Vehículos Aéreos.*

Fuente: *Wikipedia*

Dentro de los nuevos sistemas tele-dirigidos se encuentran los reconocidos MQ-1 Predator (figura 1.6)[1] y MQ-9 Reaper (figura 1.7) [2], estos sistemas son piloteados de tierra

[1] Tomado de http://www.af.mil/News/tabid/124/Article/126297/air-force-chief-of-staff-initiates-mq-1-predator-plus-up.aspx consultado el 02/04/2014

[2] Tomado de http://www.af.mil/AboutUs/FactSheets/Display/tabid/224/Article/104470/mq-9-reaper.aspx consultado el 02/04/2014

en versiones desarmadas desde 1994. Posterior al ataque terrorista el 11 de Septiembre de 2011 en New York, el MQ-1 Predator fue mejorado y utilizado en Afganistán para tareas de reconocimiento y tareas de ataque de precisión (Chappelle et al., 2011).



Figura 1.6: *MQ-1 Predator realizando patrullajes aéreos de combate en Irak.*
Fuente: *Fuerza Aérea de EE.UU. foto / sargento. Brian Ferguson*

El RQ-4 Global Hawk (figura 1.8)[3] es un sistema de gran altitud, largo alcance y con capacidad global. Los vuelos iniciales de este avión no tripulado en espacio aéreo civil, data de Marzo de 1999. En Agosto de 2003, Global Hawk fue el primer UAV en recibir el certificado de autorización para realizar vuelos de rutina en espacio aéreo estadounidense (Billingsley, 2006).

Sin duda alguna existen una gran cantidad de UAVs que se están empleando en la actualidad, sin embargo en la presente sección se han revisado los sistemas más importantes que han marcado un nuevo rumbo en el desarrollo de los sistemas de control y vuelo.

1.4.1 Avances de los UAVs en Ecuador

En Ecuador nace el 4 de Mayo de 1998, el Centro de Investigación y Desarrollo de la Fuerza Aérea del Ecuador (CIDFAE), como un requerimiento para proporcionar soluciones a los problemas técnicos-operacionales de la flota de aviones militares, organismo que en lo posterior incursionará en los proyectos de diseño y construcción de las plataformas de Gran Altitud (FAE, nd).

A partir del año 2009, se fortalece el área del investigación y desarrollo en el campo aeroespacial del territorio Ecuatoriano, para esto se adquirieron seis UAVs de origen

[3]Tomado de http://www.af.mil/AboutUs/FactSheets/Display/tabid/224/Article/104516/rq-4-global-hawk.aspx consultado el 03/04/2014



Figura 1.7: *MQ-9 Reaper, armado con municiones guiadas por láser GBU-12 Paveway II y misiles AGM-114 Hellfire, piloteado por el coronel Lex Turner vuela una misión de combate sobre el sur de Afganistán.*
Fuente: *Fuerza Aérea de EE.UU./Teniente Coronel Leslie Pratt*



Figura 1.8: *RQ-4 Global Hawk, sistema de avión no tripulados de gran altitud, largo alcance y con capacidad global.*
Fuente: *USAF*

Israelí para utilizarlos en operaciones contra el tráfico de drogas y de vigilancia a lo largo de la costa. Los UAVs trabajan en conjunto con la Armada y la Guardia Costera para identificar barcos sospechosos y contrabandistas, el crimen organizado y la piratería (Glickhouse, 2013).

Durante los 5 años siguientes se desarrollaron los primeros prototipos, siendo estos el UAV-0, el UAV-1 bautizado como Fénix y el UAV-2 denominado Gavilán. EL UAV-0, posee características de aeronave de prueba y demostración. El UAV-1 (figura 1.9a)[4], es una aeronave que posee las capacidades de aterrizaje, despegue y vuelo automático, así como trasmisión en tiempo real del vídeo de un sistema electro-óptico (FAE, nd).

El prototipo UAV-2 (figura 1.9b)[5], cuenta con capacidades de aterrizaje, despegue y vuelo automático, transmisión de vídeo en tiempo real desde un sistema electro óptico, largo alcance en rangos de operación y gran autonomía de vuelo (FAE, nd). Además de poseer un motor de dos tiempos de gasolina y estar diseñado para crear tareas de vigilancia en zonas de riesgo con un zoom óptico y rastreador (Moreno, 2014).



(a) UAV-1 Fénix (Fuente: Midena)



(b) UAV-2 Gavilán (Fuente: Oficina de la Presidencia del Ecuador)

Figura 1.9: *UAVs desarrollados en Ecuador.*

En FAE (nd) se presenta las múltiples aplicaciones para la que los drones fueron diseñados, siendo éstas las siguientes:

- Vigilancia de fronteras y apoyo en desastres naturales, en búsqueda de víctimas.
- Vigilancia y monitoreo de recursos estratégicos.
- Apoyo aéreo a las otras Fuerzas Armadas (FFAA) con información e imágenes actualizadas, para el desarrollo de sus misiones.

[4]Tomado de http://www.andes.info.ec/es/actualidad/fuerza-aerea-ecuatoriana-realiza-pruebas-avion-no-tripulado-amazonia.html consultado el 19/04/2014

[5]Tomado de http://infosurhoy.com/en_GB/articles/saii/features/main/2014/03/05/feature-02 consultado el 19/04/2014

1.5 El Quadrotor

1.5.1 Aplicaciones comerciales

También denominados quadrotores recreativos, se caracterizan por su bajo costo y estar al alcance de cualquier persona o civil. El más importante ejemplar que popularizo el uso de quadorotores de manera recreativa fue el Parrot AR Drone (figura 1.10a) [6] que posee una interfaz para smartphones mediante conexión wireless, además de ser capaz de tomar fotografías y capturar vídeo HD.

Por otra parte, uno de los más nuevos en el mercado es el quadrotor Phantom (figura 1.10b) [7] que permite volar en entornos abiertos y puede cargar una cámara de alta resolución. Esta equipado con un receptor de GPS y es capaz de volar en trayectorias planificadas previamente desde una computadora o teléfono celular y en caso de perdida de enlace de radio tiene la capacidad de volver automáticamente al punto de partida.



(a) AR Drone 2 (Fuente: Parrot) **(b)** Phantom (Fuente: DJI)

Figura 1.10: *Quadrotores de uso recreativo.*

1.5.2 Aplicaciones profesionales

Dentro de la categoría de seguridad o militares, se encuentran los sistemas que suelen estar equipados con cámaras de vigilancia y son utilizados para monitorear zonas peligrosas. Resultan ser una alternativa mucho más económica al helicóptero convencional y como también es más silencioso puede sobrevolar zonas a menor altura sin ser detectado. Por lo general este tipo de quadrotores están equipados con estaciones terrenas y

[6] Tomado de http://www.parrot.com/media/gallery/ressources/images/ardrone2_hd_indoor.jpg consultado el 11/04/2014

[7] Tomado de http://www.dji.com/product/phantom consultado el 11/04/2014

antenas de largo alcance. La figura 1.11[8] muestra un quadrotor adquirido por la policía canadiense para monitoriar las calles, ademas que este tipo de drones están concebidos para llevar carga útil como cámaras de alta definición, cámaras térmicas, sensores, etc.



Figura 1.11: *Quadrotor policial para vigilancia.*

Fuente: *Draganfly*

La más popular de las aplicaciones de hoy en día es para la fotografía aérea. Estos quadrotores suelen estar equipados con cámaras fotográficas o de vídeo profesionales y son utilizados para la cobertura de eventos deportivos, películas y comerciales. El costo de operación es una fracción con el alquiler de un equipo de filmación aérea en helicóptero (Kharsansky, 2013).

1.5.3 **Aplicaciones de investigación**

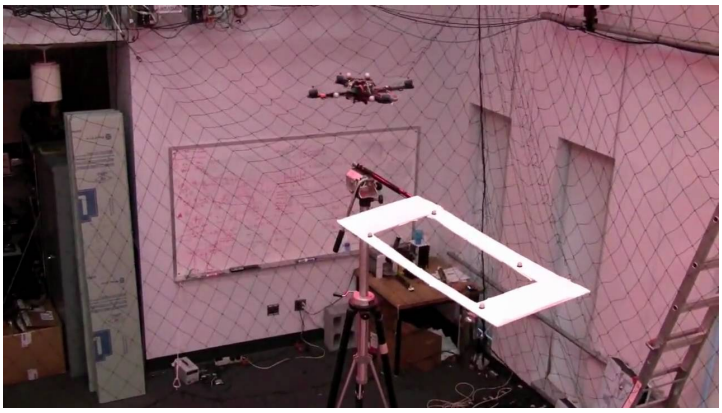
Los quadrotores de investigación son en general realizados en universidades. Algunos de los temas que se encuentran en desarrollo en la actualidad son: vuelo en formación, enjambres de aeronaves, trabajo colaborativo, nano quadrotores, vuelo autónomo, aprendizaje, entre otros (Kharsansky, 2013; Mellinger et al., 2010; Turpin et al., 2012). En general estas plataformas no se encuentran abiertas para su uso y muchas de ellas dependen de un sistema de navegación basado en visión que lo hace muy costoso.

La figura 1.12a y figura 1.12b, muestran los proyectos de investigación del grupo GRASP de la Universidad de Pennsylvania, trabajando en sistemas de control de seguimiento de trayectoria y vuelo en formación, respectivamente.

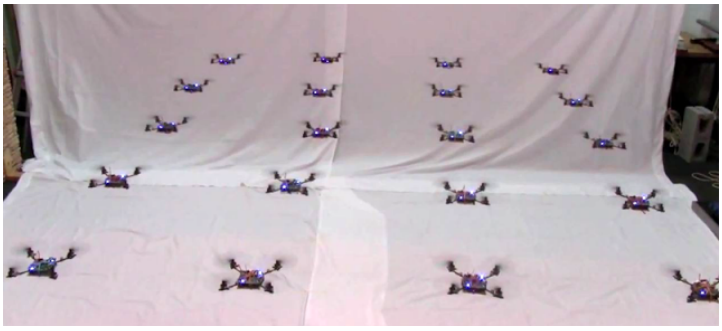
1.6 **Estado del arte**

Los sistemas de control para vehículos aéreos no tripulados del tipo Quadrotor se han desarrollado con gran rapidez en los últimos años, así muchas investigaciones se han llevado acabo con la única finalidad de ayudar a un pilotaje más sencillo y robusto.

[8] Tomado de http://images.gizmag.com/hero/rcmpquadcopter.jpg consultado el 11/04/2014



(a) Seguimiento de trayectorias



(b) Control cooperativo

Figura 1.12: *GRASP Laboratory UPenn, quadrotores de investigación y desarrollo.*
Fuente: *UPenn*

Rudin et al. (2011) implementa un controlador no lineal de orientación, cuyo objetivo es dar seguimiento a una matriz de referencia, para la ley de control se estima un modelo de incertidumbre y perturbaciones externas; conjuntamente con el análisis basado en Lyapunov provee la estabilidad global del sistema.

Alexis et al. (2011) muestra un controlador conmutado de orientación de modelo predictivo sujeto a perturbaciones, tomando dichos efectos como perturbaciones aditivas a la planta del sistema, teniendo como resultado una alta eficiencia global en el seguimiento de la orientación.

Liu et al. (2013a) establece un método de control robusto para despegue, seguimiento de trayectoria y aterrizaje, constituido por dos partes un controlador de posición y un controlador de orientación. El controlador de posición se plantea mediante el método de realimentación estático para obtener la altitud deseada, mientras que el control

de orientación se plantea mediante un proporcional-derivativo (PD) con una técnica de compensación robusta. Meses después Liu et al. (2013b) plantea a la estructura de PD un método de sintonización de los parámetros del compensador robusto, método que permite modificar en línea los parámetros del compensador durante el seguimiento de trayectoria.

Raffo et al. (2008) plantea una estructura de control basado en un controlador robusto no lineal H_∞ para estabilizar los momentos de rotación y un control basado en el enfoque de Backstepping para el seguimiento de trayectoria, la simulación con disturbios externos confirman la robustez de este controlador. El sistema dinámico se desarrolla mediante el formalismo de Euler-Lagrange. Siguiendo con su investigación Raffo et al. (2010) conserva en la estructura, el Controlador Robusto H_∞ para los momentos rotacionales, pero sugiere un nuevo controlador del tipo Integral Predictivo para resolver el problema de seguimiento de trayectoria, ambos resultan robustos ante perturbaciones externas del sistema.

Para mejorar la respuesta del Quadrotor, Kerma et al. (2012) plantea un Controlador Robusto no lineal acoplado a un Observador de Estados por modos deslizantes, que permite mejorar la robustez del sistema ante perturbaciones externas, imperfecciones en la toma de medidas y perturbaciones en las fuerzas aerodinámicas.

Por otro lado, Lee et al. (2015) muestra un controlador de orientación basado en una red neuronal adaptiva para un sistema quadrotor con una carga colgante, los resultados en simulaciones muestran que el controlador neuronal trabaja bien para esta configuración.

Otra de las técnicas muy usadas para mejorar el desempeño de sistemas multirotor es el planteado por Li et al. (2013), que trabaja un controlador tolerante a falla para planeamiento y re-planeamiento de trayectoria, los resultados se corroboraron en simulaciones que demuestran el correcto funcionamiento de las estrategias de control.

LaFleur et al. (2013) presentan su investigación donde se incorpora un método no invasivo de interfaz de control cerebral (BCI por sus siglas de Inglés) en sujetos humanos, mediante un casco de electroencefalografía (EEG); además se usa la plataforma de un quadrotor comercial AR Drone por su bajo costo y su fiabilidad para ser controlado en el espacio tridimensional, el sistema presenta una métrica ITR (tasa de trasferencia de información) donde el promedio del motor de imágenes de EEG permite controlar el sistema en el espacio físico 3D.

Sin duda el éxito de la implementación de un controlador radica en la obtención de las mediciones de los estados del sistema debido a lo cual se siguen estudiando nuevas técnicas sensoriales basados en MEMS (Micro-Electro-Mechanical Systems) para obtener dichos estados.

Gu et al. (2014) propone un Filtro de Kalman para un sistema integrado de navegación inercial, usando el análisis de varianza de Allan y los parámetros de los sensores inerciales,los resultados experimentales y de simulación son buenos siempre y cuando se tenga los valores óptimos del filtro.

En Chee and Zhong (2013) se incorpora un sistema de navegación y detección de colisión mediante sensores de ultrasonido y sensores infrarrojos, respectivamente. Los resultados experimentales muestran la efectividad de los controladores de orientación y

altitud, el algoritmo de anticolisión permite a la plataforma evitar los obstáculos, tanto de forma reactiva y en medio de las rutinas de navegación.

Por otro lado Lupashin et al. (2014) presenta un entorno de prueba denominado arena para máquinas de vuelo, posee un sistema de captura de movimiento mediante cámaras obteniendo la posición global de los ejes de referencia con tasas de actualización de 300Hz; además la interacción con el sensor Kinect de Microsoft junto a la aplicación de un filtro de Kalman permite dar los comandos al vehículo generando una interfaz hombre-maquina bastante robusta.

Estudia las frases que parecen ciertas y ponlas en duda.

David Riesman

CAPÍTULO

2

MODELADO DEL SISTEMA

En el presente capítulo se enfatiza el análisis matemático y modelado del sistema del quadrotor, tratando la formulación de Euler-Lagrange como principal herramienta de estudio. El análisis planteado se basa en el desarrollo de (Bouabdallah, 2007) y Raffo (2007), cuyos trabajos plantean la dinámica del quadrotor en dos subsistemas uno de traslación y otro de rotación, lo que en los apartados posteriores permitirá el diseño de los controladores de orientación y elevación por separado.
El vehículo aéreo no tripulado (UAV por sus siglas en Inglés) del tipo miniatura posee la configuración de cuatro rotores coplanarios, como se muestra en la figura 2.1. La variación controlada de las velocidades en los rotores permite el movimiento del quadrotor. El movimiento del sistema hacia adelante se logra disminuyendo y aumentando las velocidades de los rotores delantero y trasero respectivamente, para un desplazamiento lateral se realiza el mismo procedimiento pero con los rotores derecha e izquierda (figura 2.2d). El movimiento de guiñada (yaw) se obtiene acelerando los dos rotores con sentido horario mientras se desaceleran los rotores con sentido anti-horario (figura 2.2a) y vice-versa (figura 2.2b), como se muestra en la figura 2.2.

2.1 Consideraciones del sistema

Para el análisis y estudio del quadrotor, Bouabdallah (2007) presenta las siguientes hipótesis para el desarrollo del modelo:

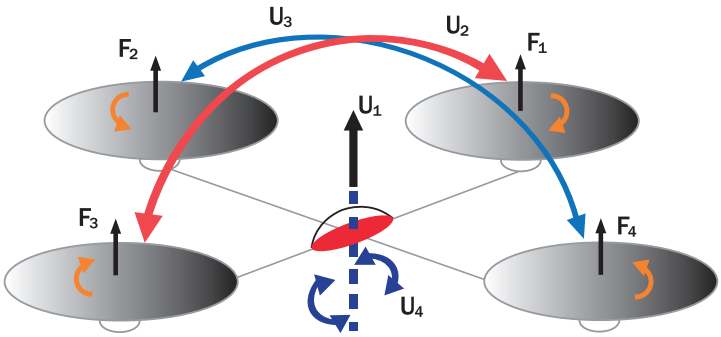
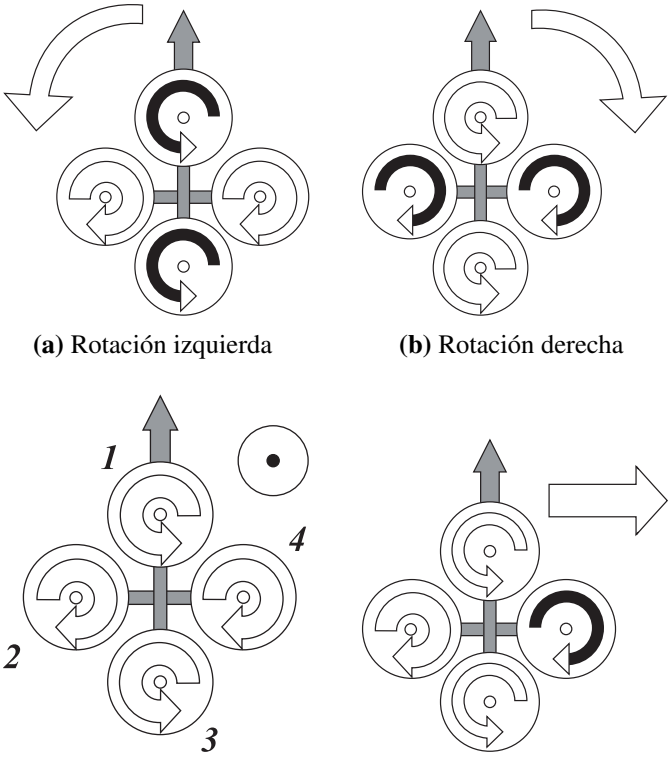


Figura 2.1: *Esquema de funcionamiento del UAV tipo quadrotor.*

Fuente: *Raffo*



(a) Rotación izquierda **(b)** Rotación derecha

(c) Vuelo estacionario **(d)** Movimiento frontal

Figura 2.2: *Quadrotor descripción de movimiento, el ancho de la flecha es proporcional a la velocidad de rotación de hélice.*

Fuente: *Autor*

- La estructura se supone rígida.
- La estructura se supone simétrica.
- El centro de masa y el origen de coordenadas, se asume coincidente.
- Las hélices son rígidas.
- El empuje y la resistencia al avance son proporcionales al cuadrado de la velocidad de las hélices.

Por medio de estas consideraciones, se establece la dinámica del sistema como un cuerpo rígido en el espacio, añadiendo las fuerzas aerodinámicas causadas por el movimiento de los rotores. En el modelo del quadrotor se deben considerar los efectos giroscopios. Una corta lista de los principales efectos que actúan sobre un helicóptero (Mullhaupt, 1999; Bouabdallah, 2007) son mostrados en el cuadro 2.1, donde C representan términos constantes, ω es la velocidad del rotor, J_R es el momento de inercia rotacional del rotor alrededor de su eje, l es la distancia del centro de masa a los rotores, J es el momento de inercia del cuerpo rígido y ϕ, θ y ψ son los ángulos de Tait-Bryan.

Cuadro 2.1: *Principales efectos físicos actuantes sobre un helicóptero.*

Efecto	Fuente	Formulación
Efectos Aerodinámicos	Rotación de Motores Giro de hélices	$C\Omega^2$
Pares Inerciales Opuestos	Cambio en la velocidad de rotación de los rotores	$J_R\dot{\Omega}$
Efectos de la Gravedad	Posición del centro de masas	l
Efectos Giroscópicos	Cambio en la orientación del cuerpo rígido	$J\theta\psi$
	Cambio en la orientación del plano de los rotores	$J_R\Omega\theta, \phi$
Fricción	Todos los movimientos del helicóptero	$C\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$

2.2 Modelado cinemático

La rotación de un cuerpo rígido puede ser parametrizado usando muchos métodos como los ángulos de Euler, Cuaternios y ángulos de Tait-Bryan (Goldstein et al., 2002). Los ángulos de Tait-Bryan son extensamente usados en ingeniería espacial, para describir la orientación en el espacio respecto al marco de referencia fijo, estos ángulos son alabeo, cabeceo y guiñada, aunque son más conocidos por sus nombres en inglés (roll, pitch y yaw respectivamente). La matriz de rotación se obtiene por tres rotaciones sucesivas alrededor de los ejes del cuerpo rígido, la primera rotación alrededor de x esta dada por el ángulo roll $(-\pi < \phi < \pi)$, siguiendo de la rotación en y por el ángulo pitch $(-\pi/2 < \theta < \pi/2)$ y por último la rotación en z por el ángulo yaw $(-\pi < \psi < \pi)$.

Considerando un sistema de coordenada con orientación de mano-derecha, las tres rotaciones individuales son descritas separadamente por:

- Alabeo (Roll), $\mathbf{R}(x, \phi)$, rotación alrededor del eje x (Ec. 2.1).
- Cabeceo (Pitch), $\mathbf{R}(y, \theta)$, rotación alrededor del eje y (Ec. 2.2).
- Guiñada (Yaw), $\mathbf{R}(z, \psi)$, rotación alrededor del eje z (Ec. 2.3).

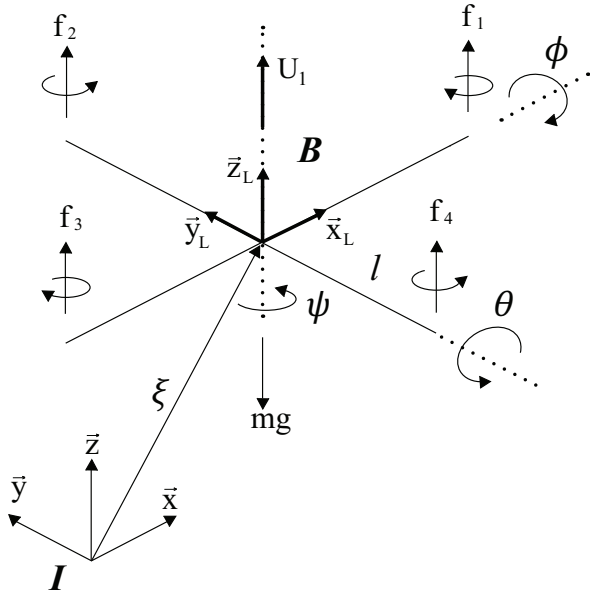


Figura 2.3: *Ejes de coordenadas y fuerzas aplicadas al quadrotor.*

Fuente: *Raffo*

$$\mathbf{R}_{(x,\phi)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\phi & -sen\phi \\ 0 & sen\phi & cos\phi \end{bmatrix} \tag{2.1}$$

$$\mathbf{R}_{(y,\theta)} = \begin{bmatrix} cos\theta & 0 & sen\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen\theta & 0 & cos\theta \end{bmatrix} \tag{2.2}$$

$$\mathbf{R}_{(z,\psi)} = \begin{bmatrix} cos\psi & -sen\psi & 0 \\ sen\psi & cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{2.3}$$

La matriz de rotación de cosenos directores del eje $\mathbf{B}$ respecto al eje inercial $\mathbf{I}$ viene dada por (Bouabdallah, 2007):

$$\mathbf{R}_I = \mathbf{R}(z,\psi) \cdot \mathbf{R}(y,\theta) \cdot \mathbf{R}(x,\phi)$$

$$\mathbf{R}_I = \begin{bmatrix} cos\psi & -sen\psi & 0 \\ sen\psi & cos\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} cos\theta & 0 & sen\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -sen\theta & 0 & cos\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos\phi & -sen\phi \\ 0 & sen\phi & cos\phi \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_I = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & c\theta s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \tag{2.4}$$

Debido a la propiedad de ortogonalidad, la matriz de rotación respecto al eje de coordenadas del cuerpo $\mathbf{B}$, es la transpuesta de $\mathbf{R}_I$ y viene dada por:

$$\mathbf{R}_B = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi c\theta & -s\theta \\ c\psi s\theta s\phi - s\psi c\phi & s\psi s\theta s\phi + c\psi c\phi & c\theta s\phi \\ c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi & s\psi s\theta c\phi - c\psi s\phi & c\theta c\phi \end{bmatrix} \tag{2.5}$$

Las ecuaciones cinemáticas de rotación del vehículo que establecen las relaciones entre las velocidades angulares, se obtienen mediante el análisis siguiente:

$$\dot{\mathbf{R}}_I = \mathbf{R}_I \cdot \mathbf{S}(\omega) \tag{2.6}$$

$$\mathbf{S}(\omega) = \begin{bmatrix} 0 & -r & q \\ r & 0 & -p \\ -q & p & 0 \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

La cinemática rotacional se puede representar mediante la siguiente expresión:

$$\dot{\eta} = W^{-1}\omega \tag{2.8}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & sen\phi tan\theta & cos\phi tan\theta \\ 0 & cos\phi & -sen\phi \\ 0 & sen\phi sec\theta & cos\phi sec\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

donde, $\eta = \begin{bmatrix} \phi & \theta & \psi \end{bmatrix}^T$ y $\omega = \begin{bmatrix} p & q & r \end{bmatrix}^T$, son los ángulos y velocidades angulares en los ejes del cuerpo.

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -sen\theta \\ 0 & cos\phi & sen\phi cos\theta \\ 0 & -sen\phi & cos\phi cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

La cinemática traslacional puede ser expresada por:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R}_I \cdot \mathbf{V} \tag{2.11}$$

donde $\mathbf{v} = \begin{bmatrix} u_0 & v_0 & w_0 \end{bmatrix}^T$ y $\mathbf{V} = \begin{bmatrix} u_L & v_L & w_L \end{bmatrix}^T$ son velocidades lineales expresadas en el eje inercial y el eje del cuerpo respectivamente.

2.3 Modelado dinámico

La dinámica del modelo que describe el movimiento traslacional como también el rotacional, se plantea mediante la formulación de Euler-Lagrange.

2.3.1 Formulación de Euler-Lagrange

La formulación de Euler-Lagrange, esta basada en el concepto de energía mecánica(cinética y potencial).

$$\Gamma_i = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \tag{2.12}$$

$$L = E_c - E_p$$

donde:

- L es la función lagrangiana
- Ec es la energía cinética total
- Ep es la energía potencial total
- q_i es la coordenada generalizada

- $\dot{q}_i$ es la primera derivada respecto al tiempo de la coordenada generalizada
- Γ_i son las fuerzas/pares generalizados dados por fuerzas/pares no conservativos

En el planteamiento de las ecuaciones de Euler-Lagrange, se toma en consideración el sistema de coordenadas inercial $\mathbf{I} = \left[\begin{array}{ccc} \vec{x} & \vec{y} & \vec{z} \end{array} \right]$ y el sistema de coordenadas ligado al quadrotor $\mathbf{B} = \left[\begin{array}{ccc} \vec{x_L} & \vec{y_L} & \vec{z_L} \end{array} \right]$ mostrado en la figura 2.3. El sistema coordenado se puede escribir como (Castillo et al., 2007):

$$\mathbf{q} = \left[\begin{array}{cccccc} x & y & z & \phi & \theta & \psi \end{array} \right]^T \epsilon \Re^6$$

donde $\xi = \left[\begin{array}{ccc} x & y & z \end{array} \right]^T \epsilon \Re^3$ es la posición del centro de masa expresada en I, y $\eta = \left[\begin{array}{ccc} \phi & \theta & \psi \end{array} \right] \epsilon \Re^3$ son los ángulos de Tait-Bryan.
La expresión del Lagrangiano para el quadrotor viene dado por:

$$L\left(q, \dot{q}\right) = E_{c_{Trans}} + E_{c_{Rot}} - E_p \tag{2.13}$$

donde $E_{c_{Trans}}$ es la energía cinética traslacional, $E_{c_{Rot}}$ es la energía cinética rotacional y E_p es la energía potencial (Raffo, 2007).

A partir de las hipótesis planteadas en el Apartado 2.1 se tiene que la matriz de inercia del sistema es:

$$\mathbf{J} = \left[\begin{array}{ccc} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{array} \right] \tag{2.14}$$

La energía cinética traslacional esta dada por:

$$E_{c_{Trans}} = \frac{1}{2} \int \dot{\xi}^2 \left(x, y, z\right) dm = \frac{m}{2} \dot{\xi}^2 \left(x, y, z\right) = \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} \tag{2.15}$$

La energía cinética rotacional se puede reescribir de la siguiente forma:

$$\begin{array}{c} E_{c_{Rot}} = \frac{1}{2} I_{xx} \left(\dot{\phi} - \dot{\psi} sen\theta \right)^2 + \frac{1}{2} I_{yy} \left(\dot{\theta} cos\phi + \dot{\psi} sen\phi cos\theta \right)^2 + \\ + \frac{1}{2} I_{zz} \left(\dot{\theta} sen\phi - \dot{\psi} cos\phi cos\theta \right)^2 \end{array} \tag{2.16}$$

expresando la energía rotacional de una forma más simple utilizando las ecuaciones (2.14) y (2.16) se tiene:

$$E_{c_{Rot}} = \frac{1}{2} I_{xx} p^2 + \frac{1}{2} I_{yy} q^2 + \frac{1}{2} I_{zz} r^2 = \frac{1}{2} \omega^T J \omega \tag{2.17}$$

Denominando $\mathbf{W}_\eta$ como el Jacobiano que relaciona ω con $\dot{\eta}$ en la ecuación (2.10), se puede definir la siguiente matriz:

$$\jmath = \jmath\left(\eta\right) = \mathbf{W}_\eta^T \mathbf{J} \mathbf{W}_\eta \tag{2.18}$$

por lo que la ecuación de la energía cinética (2.17) se puede reescribir en función de coordenadas generalizadas η como sigue:

$$E_{c_{Rot}} = \frac{1}{2}\dot{\eta}^T J \dot{\eta} \tag{2.19}$$

La energía potencial E_p expresada en coordenadas generalizadas viene dada por:

$$E_p = mgz \tag{2.20}$$

Aplicando las ecuaciones (2.12) y (2.13), se obtienen las ecuaciones del movimiento completo dada por la siguiente expresión:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{F}_\xi \\ \tau_n \end{bmatrix} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} \tag{2.21}$$

donde $\tau_n \epsilon \Re^3$ representa los momentos de balanceo, cabeceo y guiñada, y $\mathbf{F}_\xi = \mathbf{R}_I \hat{\mathbf{F}}$ es la fuerza traslación aplicada al quadrotor debido a la entrada de control principal U_1 en la dirección del eje z.

Debido a que el Lagrangiano no contiene energía cinética con términos combinados de $\dot{\xi}$ y $\dot{\eta}$, las ecuaciones de Euler-Lagrange pueden ser divididas en la dinámica de traslación y la dinámica de rotación, quedando la ecuación de Euler-Lagrange para el movimiento de traslación:

$$L\left(\xi, \dot{\xi}\right) = E_{c_{Tras}} - E_p$$

$$\frac{\partial L(\xi,\dot{\xi})}{\partial \xi} = -mg\mathbf{E}_3 \ , \ \frac{\partial L(\xi,\dot{\xi})}{\partial \xi} m\dot{\xi} \ , \ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L(\xi,\dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}}\right) = m\ddot{\xi} \tag{2.22}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L(\xi,\dot{\xi})}{\partial \dot{\xi}}\right) - \frac{\partial L(\xi,\dot{\xi})}{\partial \xi} = \mathbf{F}_\xi$$

$$m\ddot{\xi} + mg\mathbf{E}_3 = \mathbf{F}_\xi \tag{2.23}$$

Reescribiendo (Ec. 2.23) en función del vector de estados ξ y el vector de efectos aerodinámicos $\alpha_{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} A_x & A_y & A_z \end{bmatrix}^T$ considerado como perturbaciones externas para efectos de diseño, teniendo:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= \tfrac{1}{m}\left(cos\psi sen\theta cos\phi + sen\psi sen\phi\right) U_1 + \tfrac{A_x}{m} \\ \ddot{y} &= \tfrac{1}{m}\left(sen\psi sen\theta cos\phi - cos\psi sen\phi\right) U_1 + \tfrac{A_y}{m} \\ \ddot{z} &= -g + \tfrac{1}{m}\left(cos\theta cos\phi\right) U_1 + \tfrac{A_y}{m} \end{aligned} \tag{2.24}$$

donde $U_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$.

Para las coordenadas de η las ecuaciones de Lagrange-Euler son:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L(\eta,\dot{\eta})}{\partial \dot{\eta}}\right) - \frac{\partial L(\eta,\dot{\eta})}{\partial \eta} = \tau_\eta$$

$$\begin{bmatrix} \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L(\eta,\dot{\eta})}{\partial \dot{\phi}}\right) - \frac{\partial L(\eta,\dot{\eta})}{\partial \phi} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L(\eta,\dot{\eta})}{\partial \dot{\theta}}\right) - \frac{\partial L(\eta,\dot{\eta})}{\partial \theta} \\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L(\eta,\dot{\eta})}{\partial \dot{\psi}}\right) - \frac{\partial L(\eta,\dot{\eta})}{\partial \psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix}$$

El modelo matemático de la dinámica rotacional se puede presentar en la forma general, donde (Castillo et al., 2007; Raffo, 2007):

$$\mathbf{M}(\eta)\,\ddot{\eta} + \mathbf{C}(\eta,\dot{\eta})\,\dot{\eta} = \tau_\eta \tag{2.25}$$

con $\mathbf{M}(\eta) = \jmath(\eta)$, es decir:

$$\mathbf{M}(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & -I_{xx}s\theta \\ 0 & I_{yy}c^2\phi + I_{zz}s^2\phi & (I_{yy} - I_{zz})\,c\phi s\phi c\theta \\ -I_{xx}s\theta & (I_{yy} - I_{zz})\,c\phi s\phi c\theta & I_{xx}s^2\theta + I_{yy}s^2\phi c^2\theta + I_{zz}c^2\phi c^2\theta \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

de donde $s\cdot = sen(\cdot)$, $c\cdot = cos(\cdot)$, $s^2\cdot = sen^2(\cdot)$ y $c^2\cdot = cos^2(\cdot)$.

La matriz $\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta})$ antisimétrica es:

$$\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned}
c_{11} &= 0 \\
c_{12} &= (I_{yy} - I_{zz})\left(\dot{\theta}cos\phi sen\phi + \dot{\psi}sen^2\phi cos\theta\right) + (I_{zz} - I_{yy})\,\dot{\psi}cos^2\phi cos\theta \\
&\quad -I_{xx}\dot{\psi}cos\theta \\
c_{13} &= (I_{zz} - I_{yy})\,\dot{\psi}cos\phi sen\phi cos^2\theta \\
c_{21} &= (I_{zz} - I_{yy})\left(\dot{\theta}cos\phi sen\phi + \dot{\psi}sen^2\phi cos\theta\right) + (I_{yy} - I_{zz})\,\dot{\psi}cos^2\phi cos\theta \\
&\quad +I_{xx}\dot{\psi}cos\theta \\
c_{22} &= (I_{zz} - I_{yy})\,\dot{\phi}cos\phi sen\phi \\
c_{23} &= -I_{xx}\dot{\psi}sen\theta cos\theta + I_{yy}\dot{\psi}sen^2\phi cos\theta sen\theta + I_{zz}\dot{\psi}cos^2\phi sen\theta cos\theta \\
c_{31} &= (I_{yy} - I_{zz})\,\dot{\psi}cos^2\theta sen\phi cos\phi - I_{xx}\dot{\theta}cos\theta \\
c_{32} &= (I_{zz} - I_{yy})\left(\dot{\theta}cos\phi sen\phi sen\theta + \dot{\phi}sen^2\phi cos\theta\right) + (I_{yy} - I_{zz})\,\dot{\phi}cos^2\phi cos\theta \\
&\quad +I_{xx}\dot{\psi}sen\theta cos\theta - I_{yy}\dot{\psi}sen^2\phi sen\theta cos\theta - I_{zz}\dot{\psi}cos^2\phi sen\theta cos\theta \\
c_{33} &= (I_{yy} - I_{zz})\,\dot{\phi}cos\phi sen\phi cos^2\theta - I_{yy}\dot{\theta}sen^2\phi cos\theta sen\theta - I_{zz}\dot{\theta}cos^2\phi cos\theta sen\theta \\
&\quad +I_{xx}\dot{\theta}cos\theta sen\theta
\end{aligned}$$

Los pares aplicados al sistema τ_η vienen dados por:

$$\tau_\eta = \begin{bmatrix} \tau_\phi \\ \tau_\theta \\ \tau_\psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} lU_2 \\ lU_3 \\ T_q l U_4 \end{bmatrix}$$

$$\tau_\eta = \begin{bmatrix} l\left(F_1 - F_3\right) \\ l\left(F_2 - F_4\right) \\ T_q l\left(F_1 - F_2 + F_3 - F_4\right) \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

donde T_q es una constante para convertir la fuerza de empuje en fuerza de guiñada.

En la figura 2.4 se muestra los dos subsistemas interconectados resultado del análisis dinámico:

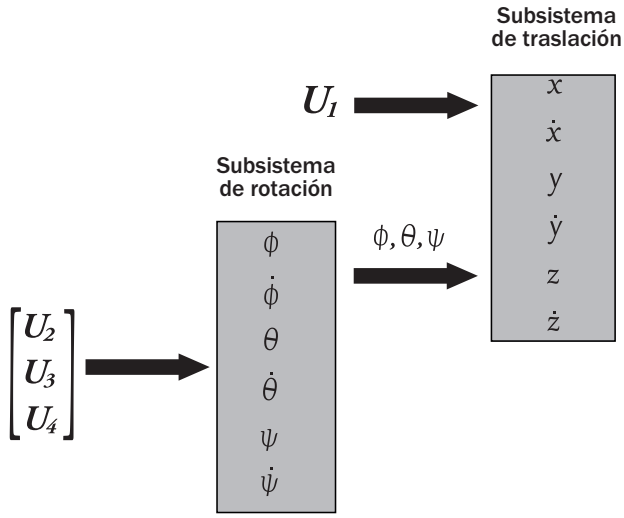


Figura 2.4: *Sistema dinámico dividido en dos sub-sistemas interconectados.*

Fuente: *Bouabdallah*

- El *sub-sistema de rotación, cuyas salidas serían los tres ángulos de Tait-Bryan que fijan la orientación del vehículo, y cuyas entradas serian los tres pares (U_2, U_3 y U_4) que permiten girarlo.*

- *El sub-sistema de traslación, cuyas salidas (posición x, y y z del vehículo en el espacio) dependerían del empuje total, U_1, ademas de la orientación del sistema.*

2.3.2 Simplificación del modelo

Las no linealidades del sistema provoca una elevada complejidad para la identificación de la planta, por lo que en muchos trabajos de investigación y revisiones de literatura, se plantea la simplificación del modelo mediante la aproximación de pequeño ángulo en donde se considera que el quadrotor esta en equilibrio alrededor del punto de operación en donde los angulos ϕ y θ del sistema se consideran nulos como se mostrará en el siguiente apartado.

2.3.2.1 Aproximación de pequeño ángulo

Se plantea el punto de operación alrededor del punto de equilibrio para $\phi = 0$ y $\theta = 0$, es decir $cos\phi \approx cos\theta \approx cos\psi \approx 1$ y $sen\phi \approx sen\theta \approx sen\psi \approx 0$, donde se tiene la estabilización del sistema. Así las ecuaciones 2.24 y 2.25 se ven reducidas a un modelo equivalente como se muestra en la ecuación 2.28.

La dinámica rotacional queda expresada por:

$$\mathbf{M}(\eta) = \begin{bmatrix} I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

$$\mathbf{C}(\eta, \dot{\eta}) = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned} c_{11} &= 0 \\ c_{12} &= (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi} - I_{xx}\dot{\psi} \\ c_{13} &= 0 \\ c_{21} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi} + I_{xx}\dot{\psi} \\ c_{22} &= 0 \\ c_{23} &= 0 \\ c_{31} &= -I_{xx}\dot{\theta} \\ c_{32} &= (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi} \\ c_{33} &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo los productos matriciales se tiene:

$$\begin{aligned} I_{xx}\ddot{\phi} + (I_{zz} - I_{yy})\dot{\psi}\dot{\theta} - I_{xx}\dot{\psi}\dot{\theta} &= \tau_\phi \\ I_{yy}\ddot{\theta} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\psi}\dot{\phi} + I_{xx}\dot{\psi}\dot{\phi} &= \tau_\theta \\ I_{zz}\ddot{\psi} + (I_{yy} - I_{zz})\dot{\phi}\dot{\theta} - I_{xx}\dot{\theta}\dot{\phi} &= \tau_\psi \end{aligned}$$

despejando y reescribiendo la ecuación anterior queda:

$$\begin{aligned}\ddot{\phi} &= \frac{(I_{yy}-I_{zz})}{I_{xx}}\dot{\theta}\dot{\psi} + \dot{\theta}\dot{\psi} + \frac{\tau_\phi}{I_{xx}} + \frac{A_p}{I_{xx}} \\ \ddot{\theta} &= \frac{(I_{zz}-I_{xx})}{I_{yy}}\dot{\psi}\dot{\phi} - \dot{\psi}\dot{\phi} + \frac{\tau_\theta}{I_{yy}} + \frac{A_q}{I_{yy}} \\ \ddot{\psi} &= \frac{(I_{xx}-I_{yy})}{I_{zz}}\dot{\phi}\dot{\theta} + \dot{\phi}\dot{\theta} + \frac{\tau_\psi}{I_{zz}} + +\frac{A_r}{I_{zz}}\end{aligned} \tag{2.29}$$

en donde el vector de efectos aerodinámicos $\beta_{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} A_p & A_q & A_r \end{bmatrix}^T$ es considerado como perturbaciones externas para efectos de diseño.

2.4 Identificación física del sistema

En el proceso de experimentación se plantean diversas etapas, como son la identificación del motor-hélice, determinación de los momentos de inercia del cuerpo rígido, etc. Para ello, se desarrolla algunas plataformas experimentales para aplicar las técnicas de identificación que se detallarán en cada apartado.

2.4.1 Plataformas y experimentos de identificación

2.4.1.1 Momentos de inercia

Para la determinación de los momentos de inercia se toma como referencia (Brito, 2009) en donde se puede obtener la matriz de inercia de la ecuación 2.28 a partir de los datos del cuadro 2.2[1].

Cuadro 2.2: *Masa y medidas geométricas del quadrotor.*

Descripción	Valor
$l_x(m)$	0.028
$l_y(m)$	0.028
$l_z(m)$	0.036
$d_{cg}(m)$	0.274
$m_m(kg)$	0.077

[1] Tomado de http://stuff.storediydrones.com/A2836.pdf consultado el 07/05/2014

El momento de inercia con respecto al eje x es:

$$\begin{aligned} I_{x_1} &= I_{x_3} = \tfrac{1}{12} m_m \left(l_y^2 + l_z^2\right) = 1{,}334 \times 10^{-5} kg \cdot m^2 \\ I_{x_2} &= I_{x_4} = \tfrac{1}{12} m_m \left(l_y^2 + l_z^2\right) + m_m d_{cg}^2 = 0{,}0058 kg \cdot m^2 \\ I_{xx} &= 2I_{x_1} + 2I_{x_2} = 0{,}0116 kg \cdot m^2 \end{aligned} \tag{2.30}$$

El momento de inercia con respecto al eje y esta dado por:

$$\begin{aligned} I_{y_1} &= I_{y_3} = \tfrac{1}{12} m_m \left(l_x^2 + l_z^2\right) + m_m d_{cg}^2 = 0{,}0058 kg \cdot m^2 \\ I_{y_2} &= I_{y_4} = \tfrac{1}{12} m_m \left(l_x^2 + l_z^2\right) = 1{,}334 \times 10^{-5} kg \cdot m^2 \\ I_{yy} &= 2I_{y_1} + 2I_{y_2} = 0{,}0116 kg \cdot m^2 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Y por último el momento de inercia con respecto al eje z es:

$$\begin{aligned} I_{z_1} = I_{z_2} = I_{z_3} = I_{z_4} &= \tfrac{1}{12} m_m \left(l_x^2 + l_y^2\right) + m_m d_{cg}^2 = 0{,}0058 kg \cdot m^2 \\ I_{zz} &= 4I_{z_1} = 0{,}0232 kg \cdot m^2 \end{aligned} \tag{2.32}$$

Por lo que la matriz $\mathbf{M}(\eta)$ de la ecuación 2.28 queda:

$$\mathbf{M}(\eta) = \begin{bmatrix} 0{,}0116 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}0116 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}0232 \end{bmatrix} \tag{2.33}$$

2.4.1.2 **Identificación del sistema hélice-motor**

Mediante una balanza electrónica se obtuvieron las masas de los elementos que conforman el sistema del UAV, como son el motor, la hélice, el cuerpo rígido y la batería, dichos valores se presentan en el cuadro 2.3.

Cuadro 2.3: *Mediciones de las masas actuantes en el quadrotor.*

Masas		Arducopter	Unidad
motor	m_m	77,6	g
hélice	m_p	13,67	g
cuerpo	m_g	1025,25	g
batería	m_b	284,62	g

La figura 2.5 muestra la plataforma desarrollada para las pruebas en el motor, para lo cual se plantea una rampa de valores en la señal PWM que se tabulan en el cuadro

2.4. Cada incremento en la señal PWM se mantiene hasta que la respuesta del motor se estabilice y quede en un estado estacionario de funcionamiento permanente, instante en el cual se toma el dato de fuerza de empuje ejercida al sistema.



Figura 2.5: *Plataforma de pruebas para identificación del empuje del motor-hélice.*
Fuente: *Autor*

Cuadro 2.4: *Datos generados por la dinámica motor-hélice (Empuje).*

Señal de entrada PWM	1000	1200	1400	1600	1800	2000
Salida Motor (g)	0	87.6	210	370	515	590

Quedando la recta aproximada del empuje como:

$$F = 1{,}1875 \cdot \texttt{PWM} - 1242{,}5 \tag{2.34}$$

donde F es la fuerza de empuje generada por el sistema motor-hélice y $\texttt{PWM}$ es la modulación por ancho de pulso aplicada al motor.

La figura 2.6 muestra los datos medidos y la recta aproximada del sistema de empuje motor-hélice, en donde se observa que la respuesta en estado estacionario es bastante lineal por lo que es posible la aproximación a la recta mostrada en dicha figura.

Quedando la recta aproximada de la fuerza de guiñada como:

$$T_q F = 0{,}073 \cdot \texttt{PWM} - 49{,}62 \tag{2.35}$$

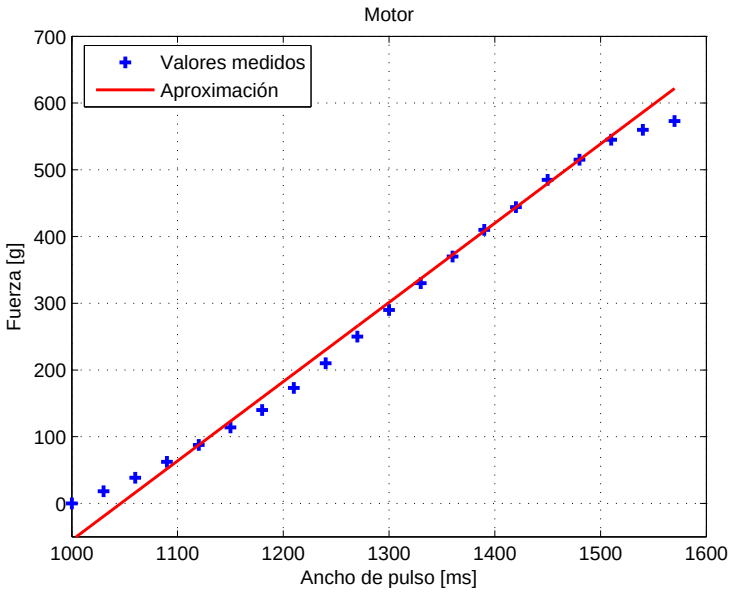


Figura 2.6: *Comportamiento del motor en valores de estado estacionario (PWM vs. Empuje).*
Fuente: *Autor*

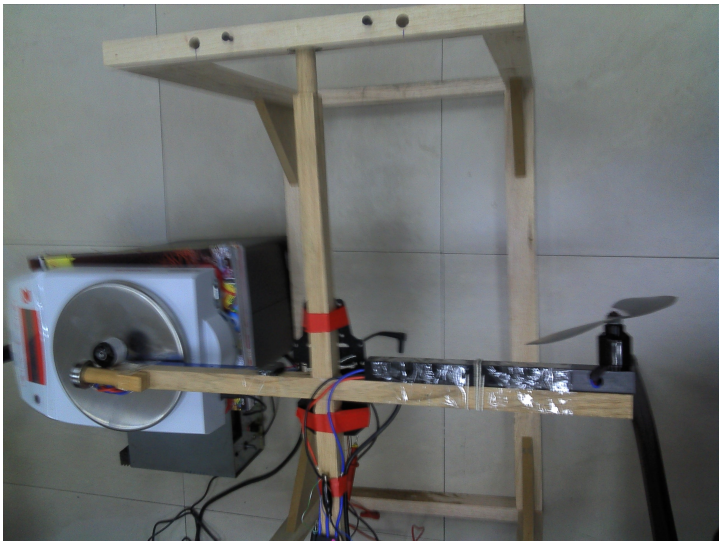


Figura 2.7: *Plataforma de pruebas para identificación de la fuerza de guiñada del motor-hélice.*

Fuente: *Autor*

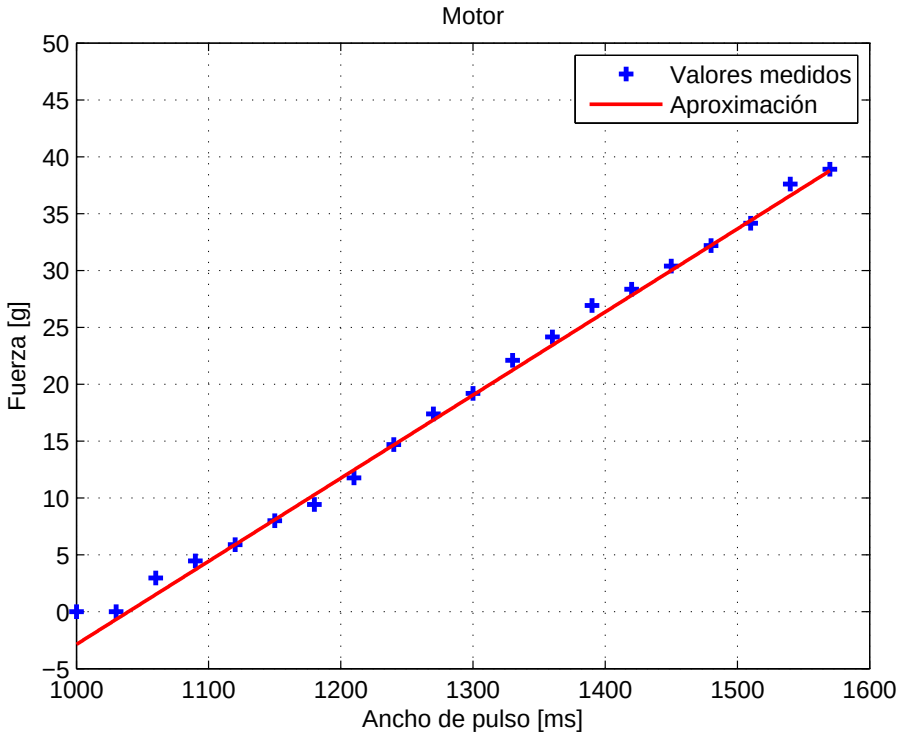


Figura 2.8: *Comportamiento del motor en valores de estado estacionario (PWM vs. Fuerza de guiñada).*

Fuente: *Autor*

Cuadro 2.5: *Datos generados por la dinámica motor-hélice (Fuerza de Guiñada).*

Señal de entrada PWM	1000	1200	1400	1600	1800	2000
Salida Motor (g)	0	5.9	14.7	24.16	23.2	38.9

donde F es la fuerza de empuje generada por el sistema motor-hélice, T_q es la constante de conversión fuerza de empuje a la fuerza de guiñada y `PWM` es la modulación por ancho de pulso aplicada al motor.

La ecuación 2.27 determina la utilización de la constante T_q de conversión de la fuerza de empuje a la fuerza que genera el momento de guiñada alrededor del eje z de cada uno de los motores, para lo cual se toma las rectas aproximadas tanto del empuje (Ec. 2.34) como de la fuerza de guiñada (Ec. 2.35) mostradas en la figura 2.9a, en donde haciendo uso de la ecuación 2.36 se divide punto a punto obteniendo la curva de constantes que relaciona las dos magnitudes, cuyos valores finalmente se promedian para obtener el factor T_q (figura 2.9b) definitivo que se hará uso en los apartados de diseño de controladores.

$$\frac{T_q F}{F} = T_q \approx 0{,}0636 \tag{2.36}$$

Función transferencia del motor

A partir de estos resultados se plantea una aproximación de la dinámica del motor a una función de primer orden:

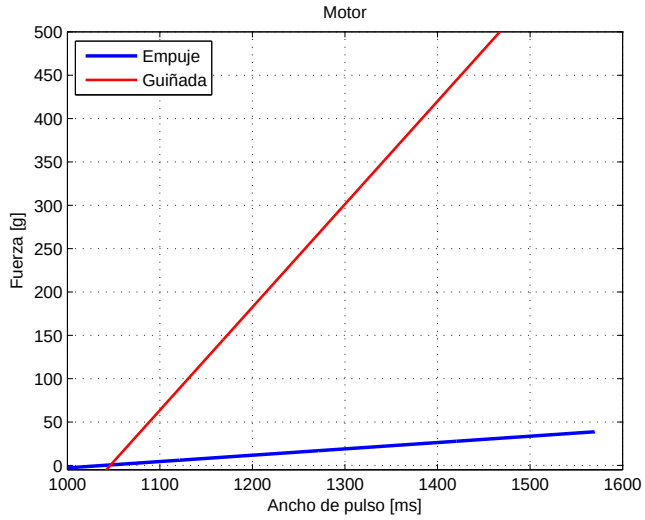
$$\frac{K}{(\widetilde{\tau} s + 1)} \tag{2.37}$$

donde K es la ganancia del motor y $\widetilde{\tau}$ la constante de tiempo del sistema.

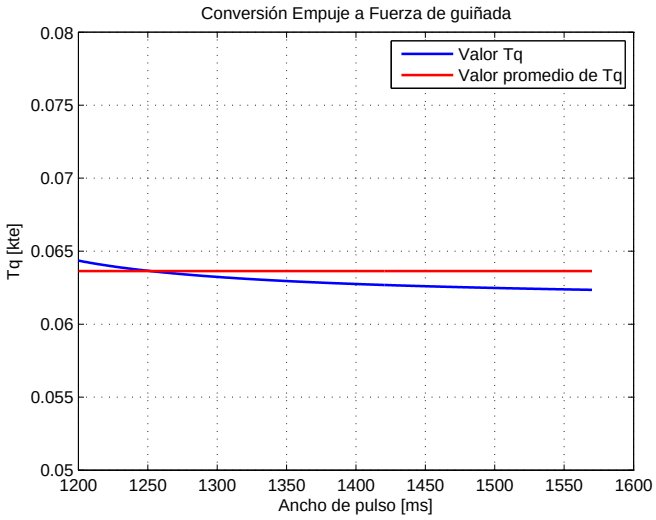
Con los valores numéricos establecidos mediante experimentación la función de transferencia de los motores queda:

$$\frac{0{,}975}{(0{,}2s + 1)} \tag{2.38}$$

Obtenidos todos estos parámetros es posible empezar a trabajar con el diseño de controladores objetivo de estudio del siguiente capítulo.



(a) Gráfica de las rectas Fuerza de Empuje y Fuerza de Guiñada



(b) Constante promedio de conversión Tq

Figura 2.9: *Determinación de la constante Tq de conversión de fuerza de empuje a fuerza de guiñada.*

Fuente: *Autor*

El diseño es la aplicación del intento, lo contrario del evento fortuito, y un antídoto para el accidente.

Robert L. Peters

CAPÍTULO

3

DISEÑO DE CONTROLADORES

Existe varios desarrollos en el campo de los UAVs como los mencionados en la sección 1.6, algunos de los cuales usan el control clásico que asume aproximaciones lineales del sistema sobre un punto de operación. Por otro lado, los métodos de control no lineal son necesarios para obtener mejores desempeños y movimientos más agresivos en el funcionamiento. Los sistemas subactuados como el quadrotor usualmente presenta fuentes de incertidumbre en el modelo, estas puede ser debido a dinámica no modelada, errores en la estimación de parámetros, perturbaciones exógenas y ruido.

El presente capítulo afronta este problemática haciendo uso de un controlador robusto no lineal H_∞ para el subsistema de orientación, que permitirá compensar hasta cierto grado dichas fuentes de incertidumbre en el sistema.

3.1 Controladores PID

La estructura de control PID clásica, esta compuesto por tres bloques principales: una parte proporcional, una parte derivativa y una parte integral. La ecuación 3.1 en el dominio de Laplace y la figura 3.1, muestra la contribución de los bloques del controlador PID y sus constantes.

$$Gc\,(s) = K_p + K_d s + \frac{K_i}{s} \tag{3.1}$$

Bloque K_p: La acción del bloque proporcional es la de atenuar o amplificar la señal de control en contrapuesta con la señal de error, provocando una penalización en la salida del sistema cuando esta se aleje de la referencia (Carpio, 2013).

Bloque $\frac{K_i}{s}$: El trabajo del bloque integrador es la de generar una variación en la señal de control, la misma que para su cálculo hace uso de la integral de la señal de error. Esta acción permite describir al bloque integrador como un bloque que opera en base a la memoria de la señal de error. La principal característica de este bloque es la de minimizar y en algunos casos eliminar el error en estado estable del sistema, con el defecto de tener una acción lenta (Carpio, 2013).

Bloque $K_d s$: Este bloque obtiene la derivada de la señal de error permitiendo proyectar la tendencia de crecimiento del mismo, para luego generar una acción de control anticipativa que regula el sobrepaso máximo y los tiempos de respuesta del sistema (Carpio, 2013).

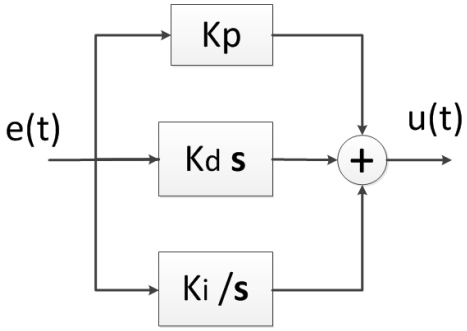


Figura 3.1: *Controlador PID paralelo.*

Fuente: *Autor*

El controlador PID mostrado en la ecuación 3.1, puede ser discretizado por medio de un mapeo de la variable s al dominio de z mediante la técnica de diferencias hacia atrás, planteado de la siguiente forma:

$$s = \frac{(1 - z^{-1})}{T} \tag{3.2}$$

donde T representa el tiempo de muestreo, s y z son las variables en el dominio de Laplace y en el dominio de z respectivamente.

La función de trasferencia salida-entrada del controlador viene dad por:

$$G_c = \frac{U(s)}{E(s)} \tag{3.3}$$

G_c representa la función de trasferencia del controlador, U es la salida de control y E la señal de error. Reemplazando la ecuación 3.2 en la ecuación 3.1, se obtiene la

representación del controlador discretizado en el dominio de z:

$$U(z) = \left[K_p + K_d \frac{(1 - z^{-1})}{T} + \frac{K_i}{\frac{(1-z^{-1})}{T}} \right] E(z) \tag{3.4}$$

Realizando la transformada inversa de z, se obtiene la ecuación en diferencias para el controlador PID.

$$\begin{aligned} u(k) = u(k-1) + \left[K_p + \tfrac{K_d}{T} + K_i T \right] e(k) - \left[K_p + 2\tfrac{K_d}{T} + \right] e(k-1) \\ + \tfrac{K_d}{T} e(k-2) \end{aligned} \tag{3.5}$$

La ecuación 3.5 permite obtener la señal de control $u(k)$, la misma que depende de muestras anteriores y de la señal de error $e(k)$, donde las constantes K_p, K_d y K_i corresponden a los efectos de sintonización proporcional, derivativa y integral. Para obtener un controlador PD basta con hacer la constante $K_i = 0$ eliminando de esta manera el efecto integral del controlador.

3.1.1 Controladores PID de orientación

Como se mostró en el capítulo 2, el sistema del quadrotor se puede dividir en dos subsistemas: el primero hace referencia al subsistema de orientación que trabaja sobre la estabilización de los ángulos roll, pitch y yaw; y el subsistema de traslación que actúa sobre la posición de en los ejes x, y y z. En esta sección se afrontará el sistema mediante el modelo simplificado y desacoplado mostrado en la ecuación 2.29, para lo cual se considera que el sistema esta en un punto de operación estable con velocidades angulares $\dot{\phi} = 0$, $\dot{\theta} = 0$ y $\dot{\psi} = 0$.

$$\begin{aligned} I_{xx}\ddot{\phi} &= lU_2 \\ I_{yy}\ddot{\theta} &= lU_3 \\ I_{zz}\ddot{\psi} &= U_4 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Posteriormente se reescribe la ecuación 2.33 obteniendo las funciones de trasferencias desacopladas en el dominio de Laplace, las mismas que toman en consideración los efectos de la dinámica linealizada de los motores, de esta manera dichas funciones quedan (Bouabdallah, 2007):

$$\begin{aligned} \phi(s) &= \tfrac{Kl}{s^2(\varsigma \cdot s+1)I_{xx}} U_2 \\ \theta(s) &= \tfrac{Kl}{s^2(\varsigma \cdot s+1)I_{yy}} U_3 \\ \psi(s) &= \tfrac{K}{s^2(\varsigma \cdot s+1)I_{xx}} U_4 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Los resultados numéricos son:

$$\begin{aligned}\phi(s) &= \frac{0{,}106}{0{,}003s^3+0{,}0116s^2}U_2 \\ \theta(s) &= \frac{0{,}106}{0{,}003s^3+0{,}0116s^2}U_3 \\ \psi(s) &= \frac{0{,}388}{0{,}006s^3+0{,}0232s^2}U_4\end{aligned} \tag{3.8}$$

Haciendo uso de las herramientas de *MATLAB* se sintoniza los controladores PID con las siguientes constantes:

Cuadro 3.1: *Constantes para los controladores PID de orientación rol, pitch y yaw.*

Descripción	K_p	K_i	K_d
PID roll ϕ:	0,005	0	0,02
PID roll θ:	0,005	0	0,02
PID roll ψ:	0,01	0	0,05

3.1.2 Controlador PID de altitud

Para obtener del controlador de altitud se retoma las expresiones referentes a la posición en el eje z de la ecuación 2.24, presentada en la siguiente expresión:

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m}\left(cos\theta cos\phi\right)U_1 + \frac{A_x}{m} \tag{3.9}$$

donde g es la aceleración de la gravedad equivalente a $9{,}81m/s^2$, U_1 es la señal de control aplicada al subsistema de traslación y A_x hace referencia a las perturbaciones tales como resistencia del aire, turbulencia, etc.

Ignorando las perturbaciones y suponiendo un ángulo de operación para ϕ y θ menor a 20^o, la linealización de la ecuación 3.9 queda:

$$\ddot{z} = -g + \frac{1}{m}U_1 \tag{3.10}$$

Por consiguiente y haciendo uso de la función de transferencia del motor de la ecuación 2.38 se puede establecer la función en el dominio de Laplace para la altitud como (Wang et al., 2013):

$$Z(s) = \frac{K_1}{s^2\left(\widetilde{\tau}s+1\right)m}U_1(s) \tag{3.11}$$

Reemplazando los parámetros se tiene que:

$$Z(s) = \frac{0{,}614}{0{,}2s^3 + s^2} U_1(s) \tag{3.12}$$

La sintonización de las constantes para el controlador PID de altitud queda:

Cuadro 3.2: *Constantes para el controlador PID de altitud.*

Descripción	K_p	K_i	K_d
PID z:	10	10	20

3.2 Diseño de controladores robustos

El presente análisis toma como referencia el desarrollo de Ortega et al. (2005) y Raffo (2007), que sintetizan un control robusto H_∞ para un mecanismo de eslabones de un robot manipulador y un sistema quadrotor respectivamente, en presencia de incertidumbres de los parámetros de la planta y perturbaciones mantenidas.

Para el diseño del controlador se hace uso de la dinámica del quadrotor desarrollado en le capítulo 2 mediante la formulación de Euler-Lagrange.

3.2.1 Controlador robusto H_∞ de orientación

A continuación se presenta la teoría sobre el diseño de controladores robustos no lineales H_∞.

3.2.1.1 Control no lineal H_∞

La ecuación dinámica no lineal de un sistema suave de orden n puede ser expresado como:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\,\mathbf{u} + \mathbf{k}(\mathbf{x}, t)\,\omega \tag{3.13}$$

donde $\mathbf{u}\epsilon\Re^p$ es el vector de entradas de control, $\omega\epsilon\Re^q$ es el vector de perturbaciones externas y $\mathbf{x}\epsilon\Re^n$ es el vector de estados. El desempeño puede ser definido por la variable de coste $\mathbf{z} \in \Re^{(m+p)}$ dada por:

$$\mathbf{z} = \mathbf{W} \begin{bmatrix} \mathbf{h}(\mathbf{x}) \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \tag{3.14}$$

donde $\mathbf{h}(\mathbf{x})\epsilon\Re^m$ es el vector de error a ser controlado y $\mathbf{W}\epsilon\Re^{(m+p)\times(m+p)}$ es una matriz de ponderación. Si los estados $\mathbf{x}$ son accesibles para ser medidos, se puede formular el

problema H_∞ óptimo como sigue (van der Schaft, 1992):

Hallar el mínimo valor de $\gamma^* \geq 0$ tal que para cualquier $\gamma \geq \gamma^*$ exista una realimentación de estado $\mathbf{u} = \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, tal que la ganancia $\mathcal{L}_2$ de ω a $\mathbf{z}$ sea menor o igual que γ, esto es:

$$\int_0^T \|\mathbf{z}\|_2^2 \, dt \leq \gamma^2 \int_0^T \|\omega\|_2^2 \, dt \tag{3.15}$$

El término interno de la integral de la izquierda en la desigualdad (3.15) puede ser escrito como:

$$\|\mathbf{z}\|_2^2 = \mathbf{z}^T\mathbf{z} = \begin{bmatrix} \mathbf{h}^T(x) & \mathbf{u}^T \end{bmatrix} \mathbf{W}^T\mathbf{W} \begin{bmatrix} \mathbf{h}(x) \\ \mathbf{u} \end{bmatrix} \tag{3.16}$$

y la matriz simétrica definida positiva $\mathbf{W}^T\mathbf{W}$ puede ser particionada como:

$$\mathbf{W}^T\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

Las matrices $\mathbf{Q}$ y $\mathbf{R}$ son simétricas y definidas positivas y el hecho de que $\mathbf{W}^T\mathbf{W} > 0$ garantiza que $\mathbf{Q} - \mathbf{S}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{S}^T > \mathbf{0}$.

La siguiente estructura, considerada para las matrices $\mathbf{Q}$ y $\mathbf{R}$, constituye una extension de la formulación original (Feng and Postlethwaite, 1994):

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{12} & Q_2 & Q_{23} \\ Q_{13} & Q_{23} & Q_3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}$$

Bajo esta hipótesis, se puede calcular una señal de control óptima $\mathbf{u}^*(\mathbf{x}, t)$ para el sistema (3.13) si existe una solución suave $\mathbf{V}(\mathbf{x}, t)$, con $\mathbf{V}(\mathbf{x_0}, t) \equiv \mathbf{0}$ para $t \geq 0$, para la siguiente ecuación de HJBI (van der Schaft, 1999):

$$\begin{aligned} &\tfrac{\partial \mathbf{V}}{\partial t} + \tfrac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \tfrac{1}{2}\tfrac{\partial^T \mathbf{V}}{\partial \mathbf{x}}\left[\tfrac{1}{\gamma^2}\mathbf{k}(\mathbf{x}, t)\,\mathbf{k}^T(\mathbf{x}, t) - \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{g}^T(\mathbf{x}, t)\right]\tfrac{\partial \mathbf{V}}{\partial \mathbf{x}} - \\ &- \tfrac{\partial^T \mathbf{V}}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{g}(\mathbf{x}, t)\,\mathbf{R}^{-1}\mathbf{S}^T\mathbf{h}(\mathbf{x}) + \tfrac{1}{2}\mathbf{h}^T(\mathbf{x})\left(\mathbf{Q} - \mathbf{S}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{S}^T\right)\mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \end{aligned} \tag{3.18}$$

para cada $\gamma > \sqrt{\sigma_{\text{máx}}(\mathbf{R})} \geq 0$, donde $\sigma_{\text{máx}}$ significa el máximo valor singular. En tal caso, la ley de control óptimo por realimentación de estados se obtiene como sigue (Feng and Postlethwaite, 1994):

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{S}^T\mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}^T(\mathbf{x}, t)\,\frac{\partial^T \mathbf{V}(\mathbf{x}, t)}{\partial \mathbf{x}}\right) \tag{3.19}$$

Control de orientación no lineal $\mathbf{H}_\infty$

Para el diseño del controlador H_∞ no lineal se utiliza el modelo dinámico para los movimientos de rotación (2.25) obtenido a partir de la formulación Euler-Lagrange en el Capítulo 2, donde τ_η representa los pares de control y perturbaciones externas. En aras a la claridad,τ_η se puede redefinir como:

$$\tau_\eta = \tau_{\eta_a} + \tau_{\eta_d} \tag{3.20}$$

donde τ_{η_a} representa el vector de pares de control respecto a los momentos de balanceo, cabeceo y guiñada, y τ_{η_d} representa el resto de las perturbaciones a las cuales está sujeto el sistema.

En primera instancia para obtener la ley de control, se define el vector del error de seguimiento de la siguiente forma:

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\eta}} \\ \tilde{\eta} \\ \int \tilde{\eta} dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\eta} - \dot{\eta}^d \\ \eta - \eta^d \\ \int \left(\eta - \eta^d\right) dt \end{bmatrix} \tag{3.21}$$

donde η^d y $\dot{\eta}^d \in \Re^n$ representa la posición de la trayectoria deseada y la velocidad de la misma, respectivamente. Nótese que en el vector del error se ha incluido un término integral que permitirá lograr un error nulo en régimen permanente ante perturbaciones mantenidas aplicadas al sistema (Ortega et al., 2005).

Para el subsistema de rotación se propone la siguiente ley de control (Ortega et al., 2005):

$$\tau_{\eta_a} = \mathbf{M}(\eta)\,\ddot{\eta} + \mathbf{C}(\eta, \dot{\eta})\,\dot{\eta} - \mathbf{T}_1^{-1}\left(\mathbf{M}(\eta)\,\mathbf{T}\dot{\hat{\mathbf{x}}} + \mathbf{C}(\eta, \dot{\eta})\,\mathbf{T}\hat{\mathbf{x}} + \mathbf{T}_1^{-1}\mathbf{u}\right) \tag{3.22}$$

Esta ley de control se puede analizar en tres partes principales: la primera de ellas, consiste en los dos primeros términos de la ecuación, está destinada a compensar la dinámica del sistema (2.25). La segunda parte consiste en los términos que incluyen el vector del error $\hat{\mathbf{x}}$ y su derivada, $\dot{\hat{\mathbf{x}}}$. En caso de que $\tau_{\eta_d} \equiv 0$, estos dos términos de la ley de control permitirían un seguimiento perfecto, lo cual significa que ellos representan el efecto de control principal necesario para ejecutar la tarea. Por último, el tercer término incluye un vector $\mathbf{u}$ que representa el esfuerzo de control adicional necesario para rechazar las perturbaciones (Ortega et al., 2005).

La matriz $\mathbf{T}$ en (3.22) se puede dividir como sigue:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 & T_3 \end{bmatrix} \tag{3.23}$$

con $\mathbf{T}_1 = \rho\mathbf{I}$, donde ρ es un escalar positivo e $\mathbf{I}$ es la matriz identidad de orden n. Sustituyen la ecuación de la ley de control (3.22) en la ecuación de Euler-Lagrange que representa al sistema (2.25), y definiendo $\omega = \mathbf{M}(\eta)\,\mathbf{T}_1\mathbf{M}^{-1}(\eta)\,\tau_{\eta_d}$, se tiene:

$$\mathbf{M}(\eta)\,\mathbf{T}\dot{\hat{\mathbf{x}}} + \mathbf{C}(\eta,\dot{\eta})\,\mathbf{T}\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{u} + \omega \tag{3.24}$$

Esta ecuación representa la ecuación dinámica del error del sistema. Teniendo en cuenta esta ecuación lineal, el problema de control H_∞ no lineal se puede formular como sigue:

"Hallar una ley de control $\mathbf{u}(t)$ *tal que la relación entre la energía de la variable de coste* $\mathbf{z} = \mathbf{W}\left[\begin{array}{cc} \mathbf{h}^T(\hat{x}) & \mathbf{u}^T \end{array}\right]^T$ *y la energía de las señales de perturbación* ω *sea menor que un nivel de atenuación preestablecido* γ*".*

Ahora, se reescribe la ecuación dinámica no lineal del error (3.24) en la forma del problema H_∞ no lineal (3.13). Esto puede ser realizado mediante las siguientes transformaciones:

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}} = \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}},t) + \mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}},t)\,\mathbf{u} + \mathbf{k}(\hat{\mathbf{x}},t)\,\omega \tag{3.25}$$

$$\mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}},t) = \mathbf{T}_0^{-1}\left[\begin{array}{ccc} -\mathbf{M}(\eta)^{-1}\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_1^{-1} & \mathbf{I}-\mathbf{T}_1^{-1}\mathbf{T}_2 & -\mathbf{I}+\mathbf{T}_1^{-1}(\mathbf{T}_2-\mathbf{T}_3) \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & -\mathbf{I} \end{array}\right]\mathbf{T}_0\hat{\mathbf{x}}$$

$$\mathbf{g}(\hat{\mathbf{x}},t) = \mathbf{k}(\hat{\mathbf{x}},t) = \mathbf{T}_0^{-1}\left[\begin{array}{c} \mathbf{M}(\eta)^{-1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{array}\right]$$

donde $\mathbf{I}$ es la matriz identidad, $\mathbf{0}$ una matriz de ceros, ambos de orden n, y

$$\mathbf{T}_0 = \left[\begin{array}{ccc} \mathbf{T}_1 & \mathbf{T}_2 & \mathbf{T}_3 \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{I} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{array}\right] \tag{3.26}$$

Como se presentó en la sección (3.2.1.1), la solución de la ecuación HJBI depende de la elección de la variable de costee, $\mathbf{z}$, y particularmente de la elección de la función $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}})$ (3.14). En este caso, esta función se considera igual al vector de error, esto es, $\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}) = \hat{\mathbf{x}}$. Una vez elegida esta función, para calcular la ley de control, $\mathbf{u}$, hay que encontrar la solución, $\mathbf{V}(\hat{\mathbf{x}},t)$, para la ecuación de HJBI (3.18) planteada en el apartado anterior. El siguiente teorema ayudará a hallar esta solución.

Teorema: *Sea* $\mathbf{V}(\hat{\mathbf{x}},t)$ *la función escalar:*

$$\mathbf{V}(\hat{\mathbf{x}},t) = \frac{1}{2}\hat{\mathbf{x}}^T\mathbf{T}_0^T\left[\begin{array}{ccc} \mathbf{M}(\eta) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Y} & \mathbf{X}-\mathbf{Y} \\ \mathbf{0} & \mathbf{X}-\mathbf{Y} & \mathbf{Z}+\mathbf{Y} \end{array}\right]\mathbf{T}_0\hat{\mathbf{x}} \tag{3.27}$$

donde $\mathbf{X}$,$\mathbf{Y}$ *y* $\mathbf{Z} \in \Re^{n\times n}$ *son matrices constantes, simétricas, y definidas positivas tal que* $\mathbf{Z}-\mathbf{X}\mathbf{Y}^{-1}\mathbf{X}+2\mathbf{X} > 0$, *y* $\mathbf{T}_0$ *es como definido en (3.26). Sea* $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \mathbf{T}_2 & \mathbf{T}_3 \end{bmatrix}$ *la matriz que aparece en (3.24). Si estas matrices verifican la siguiente ecuación:*

$$\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{Y} & \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} & \mathbf{2X} & \mathbf{Z}+\mathbf{2X} \\ \mathbf{X} & \mathbf{Z}+\mathbf{2X} & \mathbf{0} \end{bmatrix} + \mathbf{Q} + \frac{1}{\gamma^2}\mathbf{T}^T\mathbf{T} - \left(\mathbf{S}^T+\mathbf{T}\right)^T \mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{S}^T+\mathbf{T}\right) = 0 \quad (3.28)$$

entonces, la función $\mathbf{V}(\hat{\mathbf{x}}, t)$ *constituye una solución para la ecuación de HJBI (3.18), para un valor suficientemente alto de* γ.

La demostración de este teorema puede encontrarse en Ortega et al. (2005).

La matriz $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & \mathbf{T}_2 & \mathbf{T}_3 \end{bmatrix}$ puede ser calculada resolviendo algunas ecuaciones algebraicas de Riccati (ver Ortega et al. (2005)).

Una vez calculada la matriz $\mathbf{T}$, sustituyendo $\mathbf{V}(\hat{\mathbf{x}}, t)$ en (3.19), la ley de control $\mathbf{u}^*$ correspondiente al indice óptimo γ, según el criterio de la ganancia $\mathcal{L}_2$, viene dad por la expresión:

$$\mathbf{u}^* = -\mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{S}^T+\mathbf{T}\right)\hat{\mathbf{x}} \quad (3.29)$$

Finalmente, si se sustituye la ley de control (3.29) en (3.22), y tras realizar algunas manipulaciones matemáticas, la ley de control óptima puede ser reescrita como:

$$\tau^*_{\eta_a} = \mathbf{M}(\eta)\ddot{\eta}^d + \mathbf{C}(\eta,\dot{\eta})\dot{\eta} - \mathbf{M}(\eta)\left(\mathbf{K_D}\dot{\tilde{\eta}} + \mathbf{K_P}\tilde{\eta} + \mathbf{K_I}\int \tilde{\eta}dt\right) \quad (3.30)$$

donde:

$$\begin{aligned} \mathbf{K_D} &= \mathbf{T}_1^{-1}\left(\mathbf{T}_2 + \mathbf{M}(\eta)^{-1}\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta})\mathbf{T}_1 + \mathbf{M}(\eta)^{-1}\mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{S}_1^T+\mathbf{T}_1\right)\right) \\ \mathbf{K_P} &= \mathbf{T}_1^{-1}\left(\mathbf{T}_3 + \mathbf{M}(\eta)^{-1}\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta})\mathbf{T}_2 + \mathbf{M}(\eta)^{-1}\mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{S}_2^T+\mathbf{T}_2\right)\right) \\ \mathbf{K_I} &= -\mathbf{T}_1^{-1}\left(\mathbf{M}(\eta)^{-1}\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta})\mathbf{T}_3 + \mathbf{M}(\eta)^{-1}\mathbf{R}^{-1}\left(\mathbf{S}_3^T+\mathbf{T}_3\right)\right) \end{aligned}$$

Se puede obtener un caso particular cuando las submatrices de ponderación que componen $\mathbf{W}^T\mathbf{W}$ verifiquen (Ortega et al., 2005):

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_1 = \omega_1^2\mathbf{I}, \quad \mathbf{Q}_2 = \omega_2^2\mathbf{I}, \quad \mathbf{Q}_3 = \omega_3^2\mathbf{I}, \quad \mathbf{R} = \omega_u^2\mathbf{I}, \\ \mathbf{Q}_{12} = \mathbf{Q}_{13} = \mathbf{Q}_{23} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_2 = \mathbf{S}_3 = \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.31)$$

En este caso, se obtienen las siguiente expresiones analíticas para las distintas ganancias:

$$\begin{aligned}\mathbf{K_D} &= \frac{\sqrt{\omega_2^2+2\omega_1\omega_3}}{\omega_1}\mathbf{I} + \mathbf{M}(\eta)^{-1}\left(\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta}) + \frac{1}{\omega_u^2}\mathbf{I}\right)\\ \mathbf{K_P} &= \frac{\omega_3}{\omega_1}\mathbf{I} + \frac{\sqrt{\omega_2^2+2\omega_1\omega_3}}{\omega_1}\mathbf{M}(\eta)^{-1}\left(\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta}) + \frac{1}{\omega_u^2}\mathbf{I}\right)\\ \mathbf{K_I} &= \frac{\omega_3}{\omega_1}\mathbf{M}(\eta)^{-1}\left(\mathbf{C}(\eta,\dot{\eta}) + \frac{1}{\omega_u^2}\mathbf{I}\right)\end{aligned} \tag{3.32}$$

Estas ecuaciones tienen una propiedad importante: las expresiones de las ganancias no dependen del parámetro γ. Por lo tanto, para este caso particular, se dispone de expresiones analíticas para calcular la solución optima (Ortega et al., 2005).

El cuadro 3.3 muestra los parámetros sintonizados para el controlador robusto.

Cuadro 3.3: *Constantes del controlador robusto no lineal H_∞ de orientación y PID de altitud.*

Control robusto:	$\omega_1 = 2$	$\omega_2 = 4$	$\omega_3 = 0{,}1$	$\omega_u = 6$
PID z:	$K_p = 10$	$K_i = 10$	$K_d = 20$	

3.3 Implementación de los controladores en Simulink®

La implementación de los controladores tanto robusto como clásico se hace en la plataforma de simulación *Simulink®* de *Mathworks*, en donde se desarrollan los bloques y algoritmos necesarios para obtener las características dinámicas tanto de la planta como de los controladores empleados. En las secciones posteriores se plantean los distintos escenarios de funcionamiento ante perturbaciones e incertidumbres del sistema.

3.3.1 Implementación de los controladores PID

En la figura 3.2 se muestra el diagrama de bloques implementado, el sistema consta de varias partes como son: *Un bloque generador de trayectorias*, en donde se encuentra las señales de referencia tanto de los ángulos deseados de orientación como de la referencia en altitud del eje z, a demás posee un bloque que contiene *las funciones de transferencias* en el dominio de z de los controladores PID de los cuales en el cuadro 3.1 se presentan las contantes K_p, K_i y K_d; y por último, el bloque de *la dinámica del quadrotor*, tanto para el subsistema de rotacional establecido en la ecuación 2.25 como para el subsistema traslacional representado por la ecuación 2.24.

Para comprobar la respuesta del sistema se establece el tiempo de muestreo en $T_s = 50ms$, siendo un tiempo totalmente soportado y accesible para la plataforma de

pruebas experimentales que se revisará más adelante. Las condiciones iniciales para el subsistema rotacional es $\pi/5$ para los tres ángulos ϕ, θ y ψ, teniendo como referencia a alcanzar el punto de estabilización en 0^0.

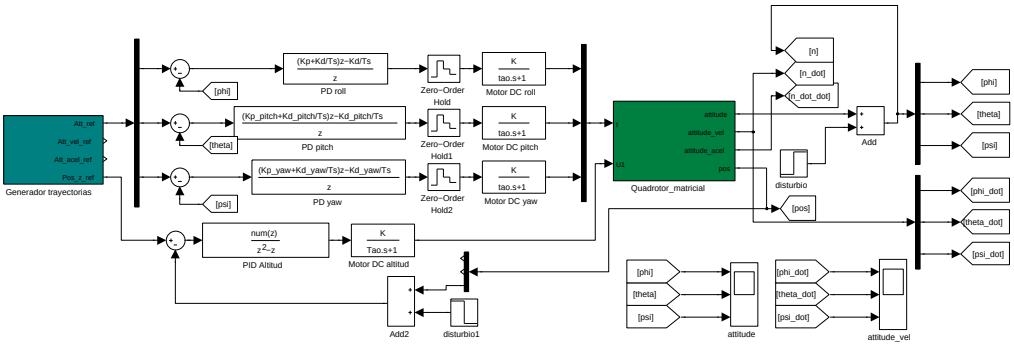


Figura 3.2: *Estructura de los controladores PIDs clásicos de orientación y altitud implementado en Simulink®.*

Fuente: *Autor*

La figura 3.3, muestra el comportamiento del controlador en donde se puede observar algunas características como: el sistema es estable a lo largo del tiempo, el tiempo de subida es $T_r = 1seg$, el tiempo de establecimiento es $T_{ss_{\phi,\theta}} = 3seg$ para los ángulos de roll y pitch, por otro lado para el ángulo de yaw $T_{ss_\psi} = 10seg$; el máximo sobre-pico de la señal es $M_p = 21\,\%$.

La señal de control u presentada en la figura 3.4, es aplicada al subsistema de orientación para los ángulos de roll, pitch y yaw, en donde se puede observar que es acotada y estable, sin embargo se puede observar que tiene una acción un tanto brusca al empezar a actuar sobre el sistema.

El comportamiento del quadrotor sobre el eje z se muestra en la figura 3.5, el tiempo de subida es $T_{r_z} = 1{,}9seg$, el tiempo de establecimiento $T_{ss_z} = 7{,}5seg$ y el máximo sobre-pico de la señal es $M_{p_z} = 25\,\%$.

3.3.2 Implementación del controlador no lineal H_∞

De igual manera que en la sección 3.1.1 se implementa el diagrama de bloques de la figura 3.6 en donde se tiene: El bloque *generador de trayectorias*, el controlador *robusto no lineal* H_∞, basado en las ecuaciones 3.30 y 3.32, sintonizado con las constantes del cuadro 3.3; y por último, el bloque de *la dinámica del quadrotor*.

El tiempo de muestreo es el mismo del caso anterior $T_s = 50ms$, las condiciones iniciales para el subsistema rotacional es $\pi/5$ para los tres ángulos ϕ, θ y ψ, teniendo como referencia a alcanzar el punto de estabilización en 0^0.

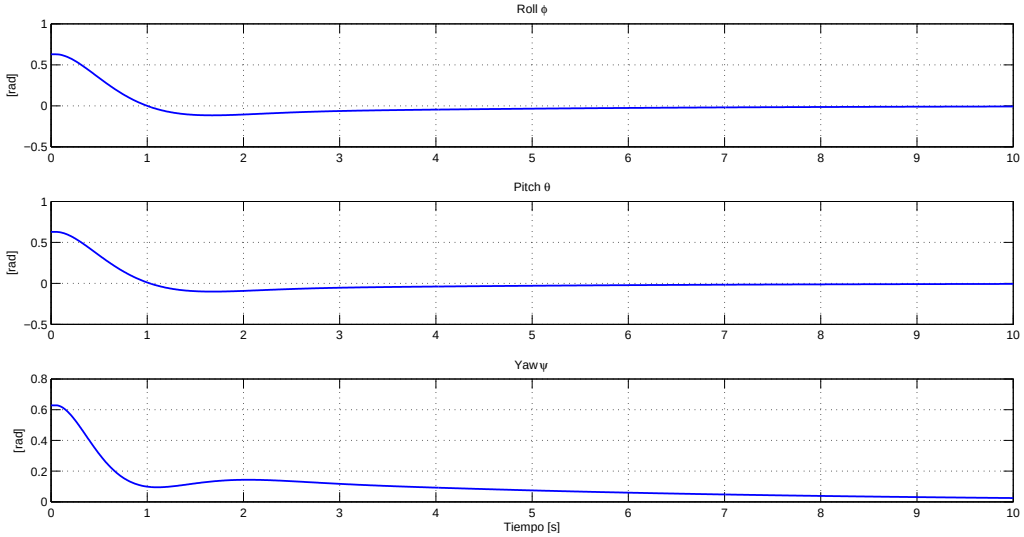


Figura 3.3: *Simulación: Respuesta del controlador PID de los ángulos de orientación con condiciones iniciales* $\pi/5$.

Fuente: *Autor*

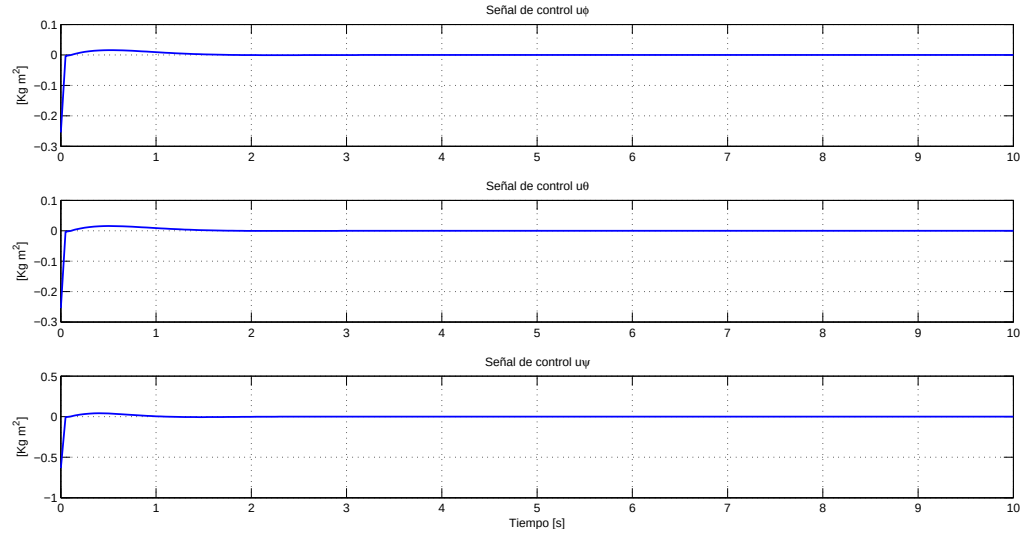


Figura 3.4: *Simulación: Señal de control* u *del controlador PID de orientación.*

Fuente: *Autor*

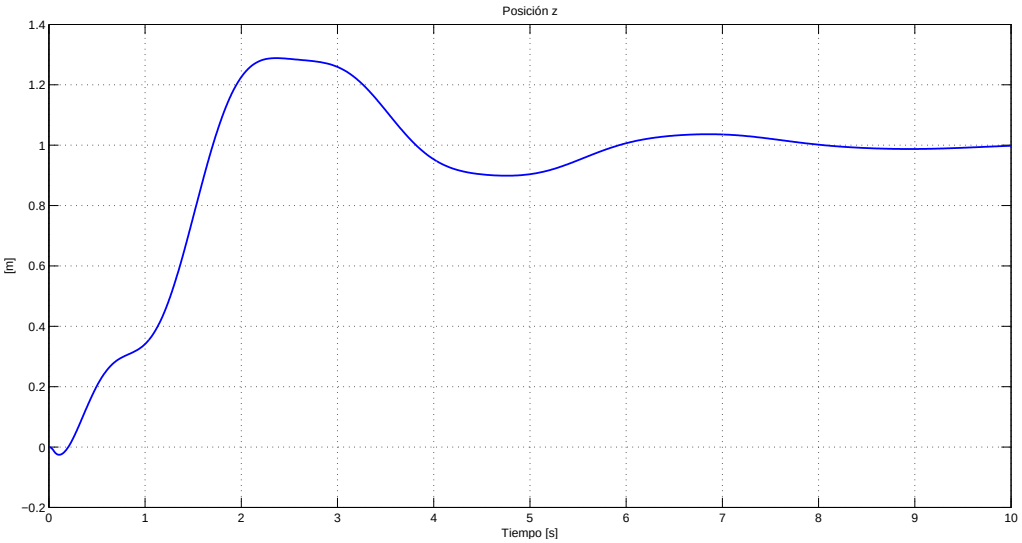


Figura 3.5: *Simulación: Respuesta del controlador PID de altitud con referencia de 1m.*

Fuente: *Autor*

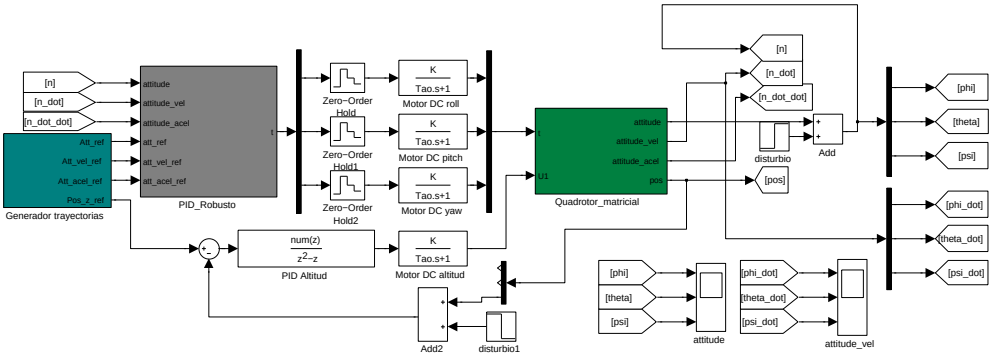


Figura 3.6: *Estructura de los controladores robusto no lineal H_∞ de orientación y PID de altitud implementado en Simulink®.*

Fuente: *Autor*

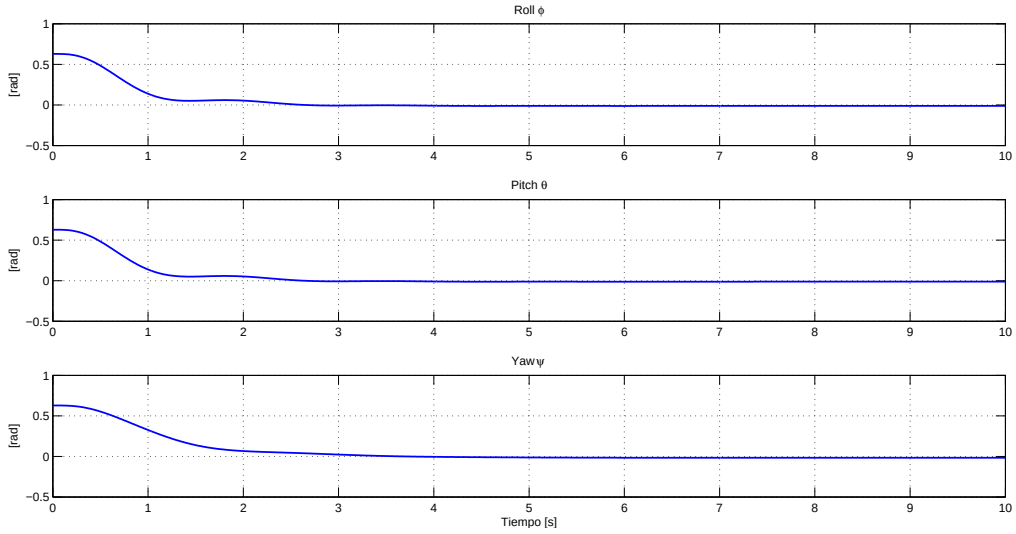


Figura 3.7: *Simulación: Respuesta del controlador robusto no lineal H_∞ de los ángulos de orientación con condiciones iniciales $\pi/5$.*

Fuente: *Autor*

La figura 3.7, muestra el comportamiento del controlador en donde se puede observar algunas características como: el sistema es estable a lo largo del tiempo, el tiempo de subida es $T_r = 1seg$, el tiempo de establecimiento es $T_{ss_{\phi,\theta}} = 1{,}5seg$ para los ángulos de roll y pitch, por otro lado para el ángulo de yaw $T_{ss_\psi} = 2{,}1seg$; el máximo sobre-pico de la señal es $M_p = 0\,\%$. Otra de las características importantes que se puede observar y aporta el controlador robusto, es que la convergencia de los valores de los tres ángulos roll, pitch y yaw, son en gran medida muy parecidas por lo que la estabilidad se consigue en un menor tiempo.

La señal de control u presentada en la figura 3.4, es aplicada al subsistema de orientación para los ángulos de roll, pitch y yaw, en donde se puede observar que es acotada y estable, la acción de la señal de control es suave en función de los requerimientos de la planta, esto permite que las oscilaciones se puedan atenuar en un menor tiempo.

El comportamiento del quadrotor sobre el eje z mostrado en la figura 3.9, posee las mismas características que el caso anterior, ya que no se cambió la estructura o parámetros de este controlador, es decir, el tiempo de subida sigue siendo $T_{r_z} = 1{,}9seg$, el tiempo de establecimiento $T_{ss_z} = 7{,}5seg$ y el máximo sobre-pico de la señal es $M_{p_z} = 25\,\%$. Sin embargo, si existe apenas una pequeña variación que aparece entre el intervalo de $t = 0{,}56seg$ y $t = 1seg$, esto debido a la acción del control de orientación robusto que afecta la dinámica de traslación de la aeronave en ese lapso de tiempo.

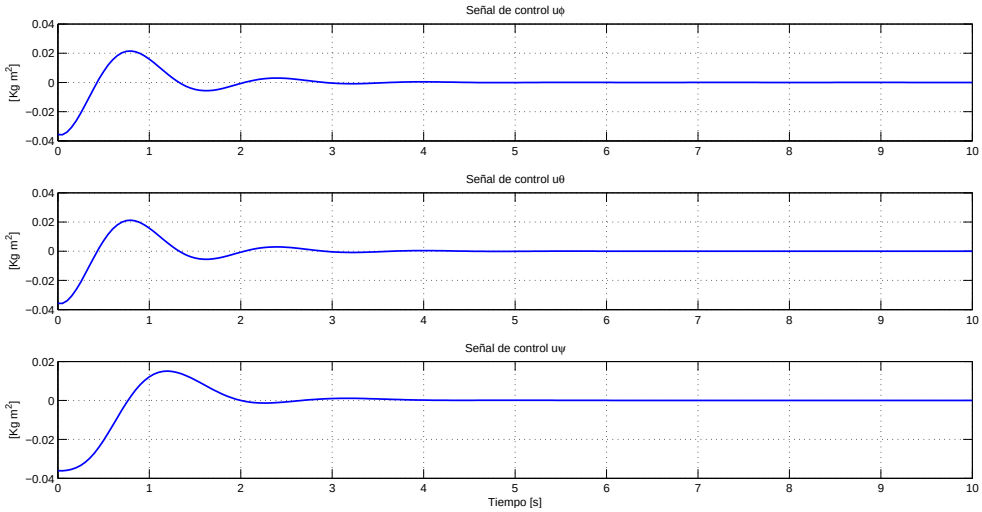


Figura 3.8: *Simulación: Señal de control u del controlador robusto no lineal H_∞ de orientación.*

Fuente: *Autor*

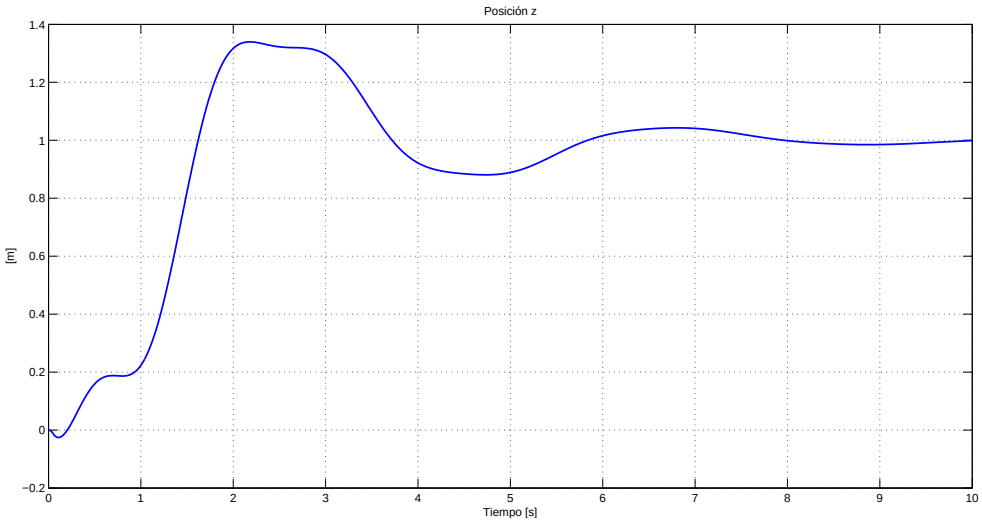


Figura 3.9: *Simulación: Respuesta del controlador PID de altitud con referencia de 1m.*

Fuente: *Autor*

3.3.3 Animación 3D Simulink®

A pesar de obtener por medio de *Simulink*® los datos de orientación en sus variables ϕ, θ y ψ, o sus variables de traslación x, y y z, es imperativo representar estos parámetros en un ambiente que permita consevir el funcionamiento del sistema en un entorno real. Por este motivo se implementa el armazón del quadrotor en un entorno de simulación 3D, haciendo uso del software *V-Realm Builder*® y generando el modelo interactivo de gráficos vectoriales *VRML* (Virtual Reality Modeling Language), el diagrama de bloques empleado para esta finalidad se muestra en la figura 3.10 cuyos parámetros de entrada son la orientación y traslación del centro de gravedad de la aeronave.

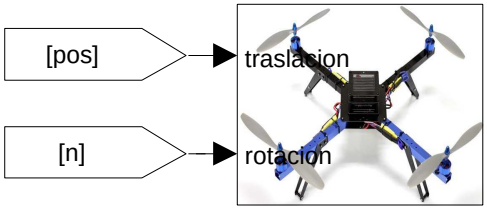
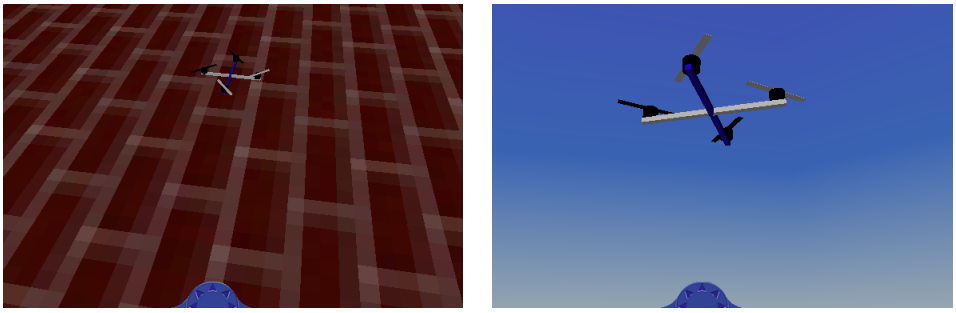


Figura 3.10: *Bloque del modelo para simulación 3D.*

Fuente: *Autor*

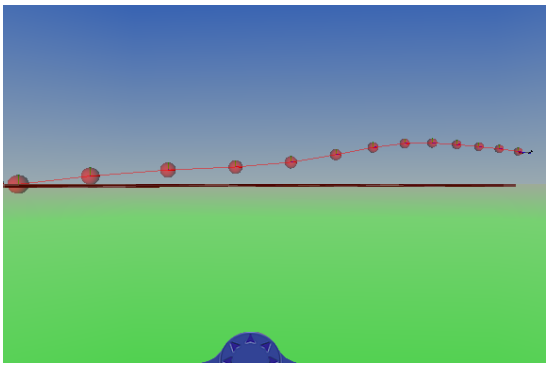
Las figuras 3.11a y 3.11b muestran el entorno 3D en su vista superior e inferior respectivamente, el programa a demás permite visualizar el quadrotor desde distintos ángulos y distancias, para de esta manera determinar la orientación y traslación resultante del sistema en los distintos instantes de tiempo. Cabe mencionar que el resultado de esta simulación entregó una perspectiva más amplia sobre el funcionamiento.



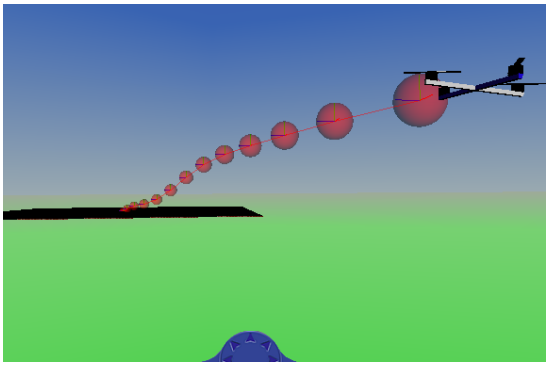
(a) Vista superior **(b)** Vista inferior

Figura 3.11: *Implementación en 3D del sistema del Quadrotor.*

Fuente: *Autor*



(a) Trayectoria resultante: Vista posterior derecha



(b) Trayectoria resultante: Vista frontal derecha

Figura 3.12: *Animaciones en 3D del sistema del Quadrotor, con los ángulos de orientación roll, pitch y yaw, y la posición x, y y z, obtenidos del modelo de Simulink®.*

Fuente: *Autor*

El control de altitud se puede apreciar en funcionamiento gracias a la herramienta "VR Tracer" de Simulink® que permite dibujar la trayectoria recorrida por el quadrotor en el entorno 3D. Los movimientos que se obtienen en la figura 3.12 son exclusivamente resultado de las ecuaciones diferenciales de los modelos en los subsistemas de orientación y traslación, que se implementaron en las secciones 3.3.1 y 3.3.2.

No hay secretos para el éxito. Éste se alcanza preparándose, trabajando arduamente y aprendiendo del fracaso.

Colin Powell

CAPÍTULO

4

CALIBRACIÓN Y EVALUACIÓN DE RESULTADOS

El presente capítulo afronta los temas de incertidumbres y perturbaciones en el sistema, analizando en simulación el efecto compensatorio de los controladores planteados tanto del PID clásico como del controlador robusto no lineal H_∞, para el efecto se considera las mismas condiciones de prueba en las secciones 4.1.1 y 4.1.2.

También se analiza la plataforma de pruebas, considerándose la misma para trabajos futuros de implementación para los controladores analizados en este trabajo de tesis.

4.1 Simulaciones de los controladores PID y robusto H_∞ ante perturbaciones e incertidumbres

La evaluación de la robustez de los controladores desarrollados en este trabajo de tesis, se realiza mediante la aplicación de perturbaciones externas aditivas mantenidas al sistema, verificando el comportamiento temporal de los mismos. Para esto, se hace uso de los diagramas de bloques implementados en Simulink® del capítulo 3.

4.1.1 Respuesta del controlador PID ante perturbaciones e incertidumbres del sistema

En este caso el controlador PID clásico se sintoniza con los siguientes parámetros: $K_p = 0{,}005$, $K_i = 0$ y $K_d = 0{,}02$ para el subsistema de orientación y $K_{p_z} = 10$, $K_{i_z} = 10$ y $K_{d_z} = 20$ para el subsistema de altitud, dichas constantes son las presentadas en los cuadros 3.1 y 3.2. Para efectos de simulación se considera $K_i = 0$, quedando la estructura de un controlador PD.

La figura 4.1 muestra la reacción del controlador ante una perturbación externa mantenida de $0{,}2[radianes]$ para los ángulos ϕ, θ y ψ, en el tiempo $t = 4seg$, la respuesta del controlador es estable y en el mismo tiempo de respuesta que para la referencia. La señal de control u presentada en la figura 4.2, detalla el comportamiento de la señal actuante sobre la planta, observándose que la misma es acotada con magnitud $-0{,}2[Kg * m^2]$ en $t = 4seg$.

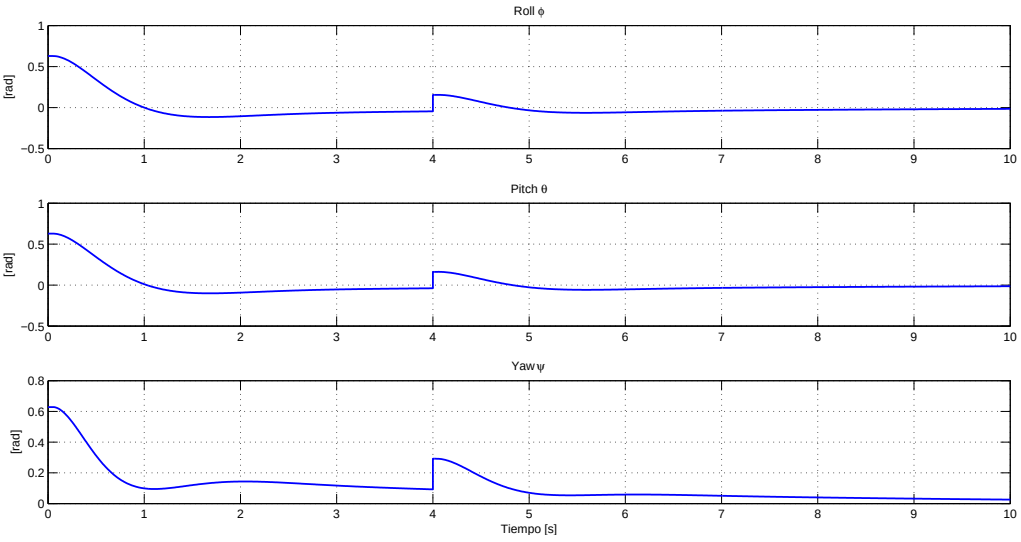


Figura 4.1: *Simulación: Respuesta del controlador PID de los ángulos de orientación, con perturbación aditiva mantenida de magnitud 0.2 radianes en t=4 seg.*

Fuente: *Autor*

Se presenta los resultados al aplicar incertidumbre a los parámetros de la planta (figura 4.3), en este caso se agrega al parámetro de masa del quadrotor un factor de $\pm 40\,\%$, variando de esta manera los momentos de inercia del sistema y por ende su dinámica.

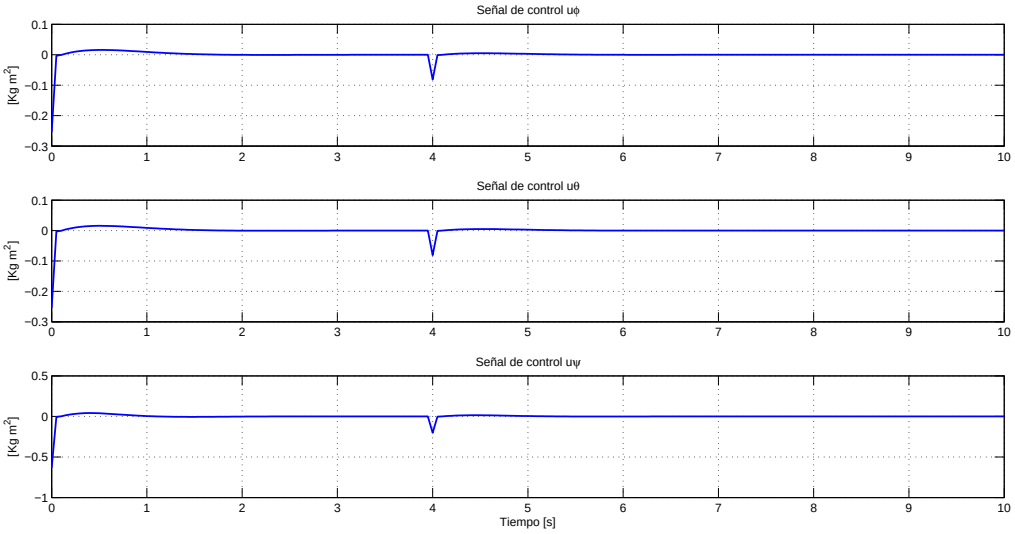


Figura 4.2: *Simulación: Señal de control u del controlador PID para la altitud con referencia de 1m y con perturbación aditiva mantenida de magnitud 0.2 radianes en t=4 seg.*

Fuente: *Autor*

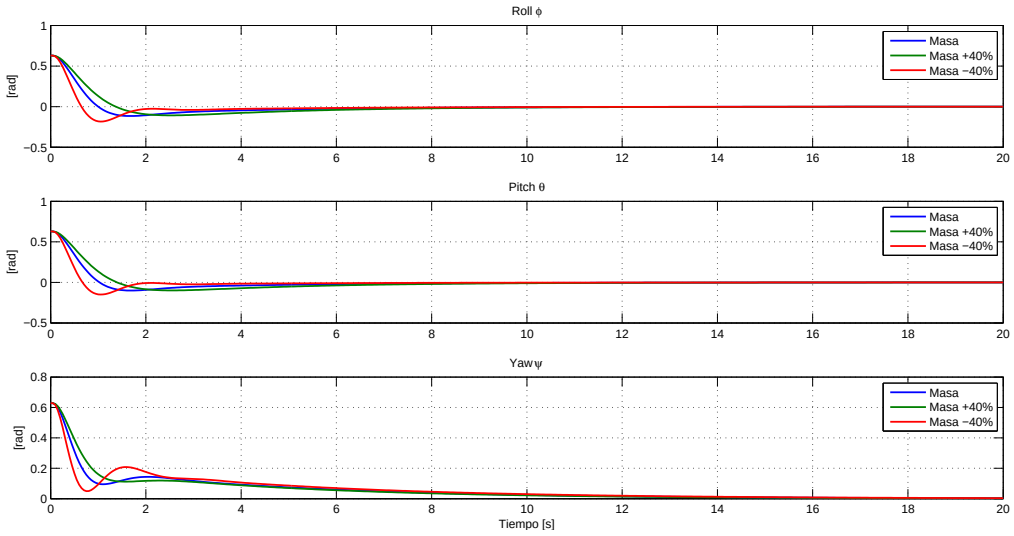


Figura 4.3: *Simulación: Respuesta del controlador PID ante la presencia de $40\,\%$ de incertidumbre aditiva en la masa.*

Fuente: *Autor*

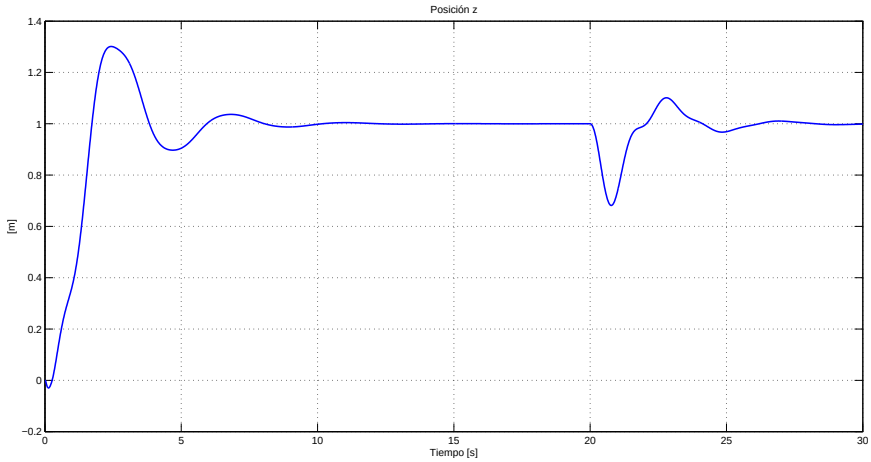


Figura 4.4: *Simulación: Respuesta del controlador PID de altitud con referencia de 1m y perturbación externa mantenida $A_z = -4Nm$ en t=20seg.*

Fuente: *Autor*

4.1.2 Respuesta del controlador robusto H_∞ ante perturbaciones e incertidumbres del sistema

El controlador no lineal H_∞ se sintoniza con los siguientes pesos: $\omega_1 = 2, \omega_2 = 4, \omega_3 = 0{,}1$ y $\omega_u = 6$ para el subsistema de orientación y se mantiene los mismos parámetros del controlador PID para la altitud $K_{p_z} = 10$, $K_{i_z} = 10$ y $K_{d_z} = 20$. Para efectos de simulación se considera el factor $\omega_3 = 0{,}1$, sin embargo en la planta física se puede considerar sintonizarlo con un mayor valor, ya que el mismo esta ligado directamente al efecto integral del controlador permitiendo corregir el error de estado estable del sistema.

La figura 4.5 de igual forma que en el caso del controlador PID, muestra la reacción del controlador ante una perturbación externa mantenida de $0{,}2[radianes]$ para los ángulos ϕ, θ y ψ, en el tiempo $t = 4seg$, la respuesta del controlador es estable. La señal de control u presentada en la figura 4.6, detalla el comportamiento de la señal actuante sobre la planta, observándose que en $t = 4seg$ la misma es acotada con magnitud $-0{,}2[Kg * m^2]$ y es una curva suave.

Los resultados de aplicar incertidumbre a los parámetros de la planta se ve en la figura 4.7, en este caso se agrega al parámetro de masa del quadrotor un factor de $\pm 40\,\%$.

4.1.3 Análisis comparativo de los controladores PID y robusto no lineal H_∞

El análisis comparativo de los dos controladores estudiados se plantea desde el enfoque de rechazo a perturbaciones e incertidumbres, así como la respuesta temporal y fiabilidad del controlador. El UAV por sus características primarias como el ser inhe-

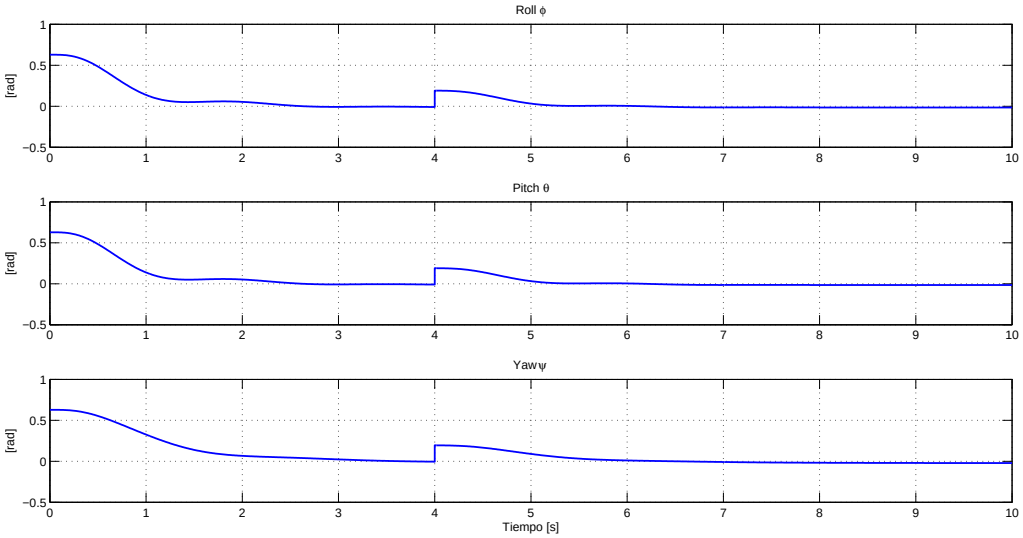


Figura 4.5: *Simulación: Respuesta del controlador robusto H_∞ de los ángulos de orientación, con perturbación aditiva mantenida de magnitud 0.2 radianes en t=4 seg.*

Fuente: *Autor*

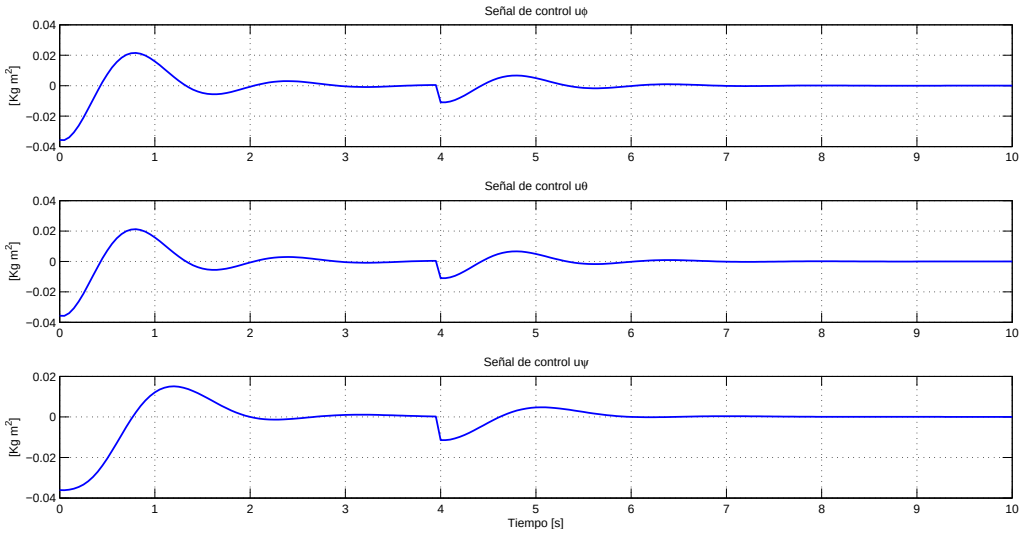


Figura 4.6: *Simulación: Señal de control u del controlador robusto H_∞ para la altitud con referencia de 1m y con perturbación aditiva mantenida de magnitud 0.2 radianes en t=4 seg.*

Fuente: *Autor*

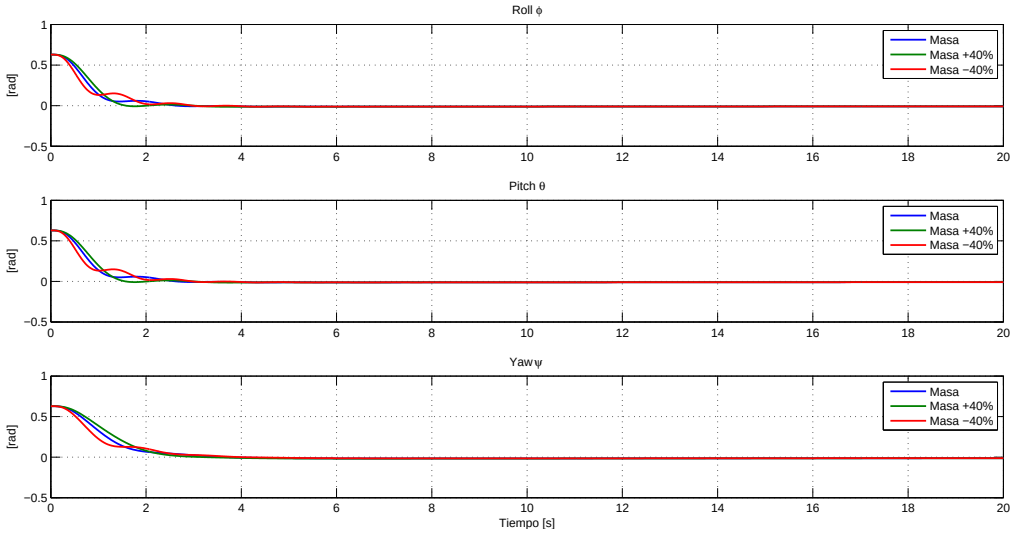


Figura 4.7: *Simulación: Respuesta del controlador robusto H_∞ ante la presencia de $40\,\%$ de incertidumbre aditiva en la masa.*

Fuente: *Autor*

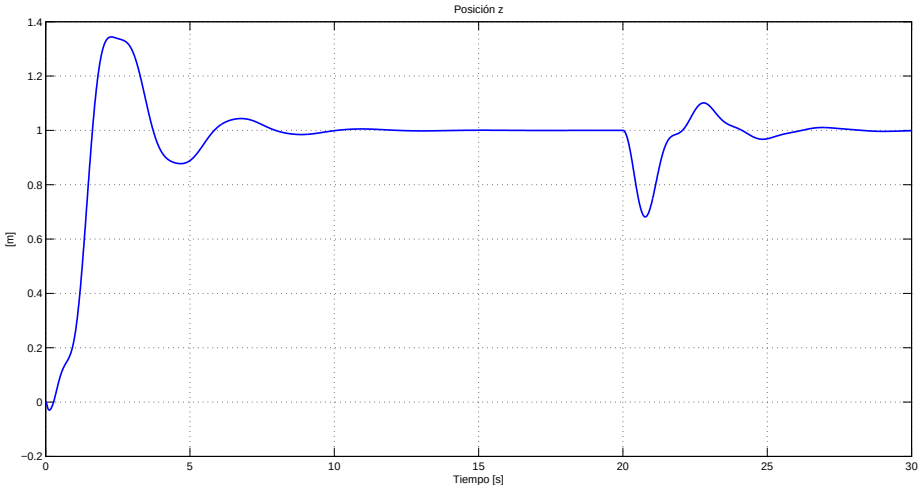


Figura 4.8: *Simulación: Respuesta del controlador PID de altitud con referencia de 1m y perturbación externa mantenida $A_z = -4Nm$ en t=20seg.*

Fuente: *Autor*

rentemente inestable, subactuado y no lineal, requiere un controlador que mantenga sus características de funcionamiento ante variaciones no modeladas como el viento, fuerzas actuantes desconocidas, incertidumbres en las partes constructivas del cuerpo, no linealidades en los puntos de operación, no linealidades de las baterías, etc; además de tener una respuesta rápida para lograr la estabilización. Las pruebas realizadas dan una idea de la adaptabilidad y robustez de los compensadores, además de establecer parámetros de funcionamiento que se pueden usar en la calibración de los mismos en una planta experimental.

Las características del controlador PID clásico mostradas en las figuras 4.1, 4.2 y 4.3, además del cuadro 4.1 establecen completamente el comportamiento ante las perturbaciones externas e incertidumbres que se podrían tener en el sistema, no obstante la variabilidad de los parámetros como los tiempos de establecimiento y máximo-sobrepico, hacen que no se tenga un funcionamiento óptimo de la aeronave, comprometiendo la estabilidad del sistema en condiciones reales. La simplificación de los modelos y aproximaciones realizadas, también limitan en gran manera la funcionalidad el controlador, ya que al ser una planta no lineal la ley de control plateada debe adaptarse a los ángulos o puntos de operación para los cuales se ha diseñado el controlador, siendo este punto de operación $\phi = 0$, $\theta = 0$ y $\psi = 0$; es decir, el sistema esta limitado en sus ángulos de operación por lo que implícitamente también estará limitado en los movimientos en el plano xy ya que la dinámica traslación depende de dichos ángulos.

Por otro lado, el controlador robusto no lineal H_∞ posee una estructura de PID robusta, que se adapta mejor a los requerimientos de este tipo de sistemas ya que es tolerante a incertidumbres del sistema y rechaza adecuadamente las perturbaciones que se puedan generar, las figuras 4.5, 4.6 y 4.7, además del cuadro 4.1, demuestran la fiabilidad del controlador ya que su robustez ante incertidumbres permite tener un conocimiento a priori del desenvolvimiento del controlador en un a planta real. La caracterización de la no linealidad del sistema en la ley de control, permite tener puntos de operación en un rango de funcionamiento mucho mayor, además de tolerar movimientos más bruscos debido a que se tiene más señales de referencia como ángulos, velocidades angulares y aceleraciones angulares que permiten tener un dominio casi total del quadrotor.

Tanto el controlador PID clásico como No lineal H_∞, posee constantes o factores de ponderación que se deben asignar, por lo que para sintonizar el controlador PID se tiene que trabajar con nueve parámetros, tres para cada ángulo de orientación, siendo una tarea ardua y demorada realizar este proceso. Por el contrario, las constantes del controlador robusto son cuatro, reduciendo la complejidad y el tiempo de calibración, además de tener los mismos criterios de sintonización que un controlador clásico como el factor proporcional, derivativo e integral, con la diferencia que los mismos son variantes en función de la dinámica del sistema (Ver sección 3.2.1.1).

A pesar de las ventajas analizadas del controlador robusto, la facilidad de implementación en hardware del controlador PID clásico seguirá dándole un gran valor para muchas aplicaciones, sin embargo el avance tecnológico en los sistemas embebidos de tiempo real ha disminuido la brecha existente y está permitiendo tener cada vez más controladores avanzados en sistemas como el del quadrotor.

Cuadro 4.1: *Análisis comparativo del controlador clásico PID vs. robusto no lineal H_∞ para el susbsistema de orientación.*

Control de orientación *roll*, *pitch* y *yaw*			
Incertidumbre $0\,\%$ (Masa)			
PID clásico		*No lineal H_∞*	
$T_{r_{\phi,\theta}}$	$1{,}1seg$	$T_{r_{\phi,\theta}}$	$1seg$
T_{r_ψ}	$6seg$	T_{r_ψ}	$1{,}8seg$
$T_{ss_{\phi,\theta}}$	$3{,}5seg$	$T_{ss_{\phi,\theta}}$	$2{,}5seg$
T_{ss_ψ}	$10seg$	T_{ss_ψ}	$2{,}5seg$
$M_{p_{\phi,\theta}}$	$21\,\%$	$M_{p_{\phi,\theta}}$	$0\,\%$
M_{p_ψ}	$0\,\%$	M_{p_ψ}	$0\,\%$
Incertidumbre $40\,\%$ (Masa)			
PID clásico		*No lineal H_∞*	
$T_{r_{\phi,\theta}}$	$1{,}6seg$	$T_{r_{\phi,\theta}}$	$1{,}1seg$
T_{r_ψ}	$6seg$	T_{r_ψ}	$2seg$
$T_{ss_{\phi,\theta}}$	$4{,}5seg$	$T_{ss_{\phi,\theta}}$	$2seg$
T_{ss_ψ}	$9{,}5seg$	T_{ss_ψ}	$2{,}3seg$
$M_{p_{\phi,\theta}}$	$19\,\%$	$M_{p_{\phi,\theta}}$	$0\,\%$
M_{p_ψ}	$0\,\%$	M_{p_ψ}	$0\,\%$
Incertidumbre $-40\,\%$ (Masa)			
PID clásico		*No lineal H_∞*	
$T_{r_{\phi,\theta}}$	$0{,}8seg$	$T_{r_{\phi,\theta}}$	$2seg$
T_{r_ψ}	$5seg$	T_{r_ψ}	$2{,}3seg$
$T_{ss_{\phi,\theta}}$	$2seg$	$T_{ss_{\phi,\theta}}$	$3seg$
T_{ss_ψ}	$12seg$	T_{ss_ψ}	$3seg$
$M_{p_{\phi,\theta}}$	$25\,\%$	$M_{p_{\phi,\theta}}$	$0\,\%$
M_{p_ψ}	$0\,\%$	M_{p_ψ}	$0\,\%$

4.2 Plataforma de pruebas

La plataforma de pruebas que se utiliza en el presente proyecto es el quadrotor "3DR ready to fly"de la empresa 3DRobotics mostrado en la figura 4.9, es de software abierto lo que permite la implementación de los controladores diseñados de forma más rápida y versátil.



Figura 4.9: *Plataforma de pruebas multirotor 3DR.*

Fuente: *3D Robotics*

La estructura que conforma el quadrotor es de aluminio y fibra de vidrio, obteniendo de esta manera un bajo peso en los elementos que conforman el cuerpo de la aeronave.

4.2.1 Descripción y estructura del Quadrotor

En esta sección se revisará los elementos más importantes que conforman la estructura del quadrotor y sus características de funcionamiento más relevantes.

Motores brushless

Los motores usados son del tipo sin escobillas de alto rendimiento, fácilmente se puede cambiar el sentido de giro cambiando dos de los cables de conexión del motor. Las características mas relevantes se listan en el cuadro 4.3:

Controlador electrónico de velocidad

El controlador de velocidad permite manejar cada motor con una lineal y precisa respuesta, posee una muy baja resistencia de salida, además de tener circuitos de protección de bajo voltaje, de corte y de sobrecarga. El rango de aceleración es programable.

Cuadro 4.2: *Características de los motores.*

Descripción	Valor
Tamaño:	28 x 36 mm
Eje:	4mm
RPM/V:	880Kv
Helices:	12x47
Baterías:	2-4S LiPo
Peso:	72g
Max Empuje:	860g
Voltaje:	7.4-11.1V
ESC	30A



Figura 4.10: *Motor brushless 880Kv.*

Fuente: *3D Robotics*

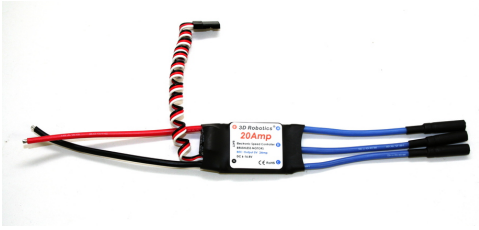


Figura 4.11: *Controlador electrónico de Velocidad (ESC).*

Fuente: *3D Robotics*

Cuadro 4.3: *Características de los ESC.*

Descripción	Valor
Corriente CC:	20 Amp
Corriente Max:	25 Amp, 10 seg
Modo BEC:	Lineal
Salida BEC:	5V/2A
Baterías:	2-4S LiPo
Peso:	21g

Unidad de medida inercial

La placa PX4FMU es una unidad de gestión de vuelo que permite obtener las variables de estado y parámetros de vuelo del quadrotor, dichos parámetros son: ángulos de euler, velocidades angulares y aceleraciones angulares. El sistema operativo que gestiona las tareas se denomina POSIX (Portable Operating System Interface), que es un sistema operativo multi-tarea de tiempo real y que permite la implementación de los algoritmos de control y la medida de parámetros de orientación del vehículo.

El algoritmo para la determinación de la orientación del quadrotor se basa en el trabajo del filtro extendido de Kalman y fue desarrollado por Lorentz Meier y Tobias Naegeli (Copyright (C) 2012 PX4 Development Team), entregando muy buenos resultados en la estimación de los ángulos de orientación del quadrotor, dichos ángulos, velocidades y aceleraciones angulares se usarán para la obtención de la señal de control en el controlador robusto planteado.

Arduino Due

La placa Arduino Due es utilizada para establecer un nodo pasarela entre los datos medidos de la unidad inercial figura 4.12 y el ordenador, para esto se hace uso de los puertos seriales que posee. También tiene otra funcionalidad como es la de controlar los anchos de pulso de los motores, según el valor enviado por el ordenador.

La programación de este dispositivo es mediante USB a través del software de programación Arduino IDE 1.5.2, el cual es el entorno de desarrollo y compilación del algoritmo desarrollado para la placa.

Esta basado en un microcontrolador ARM de 32 bits Posee múltiples periféricos y características las cuales se tabulan en el cuadro 4.5.

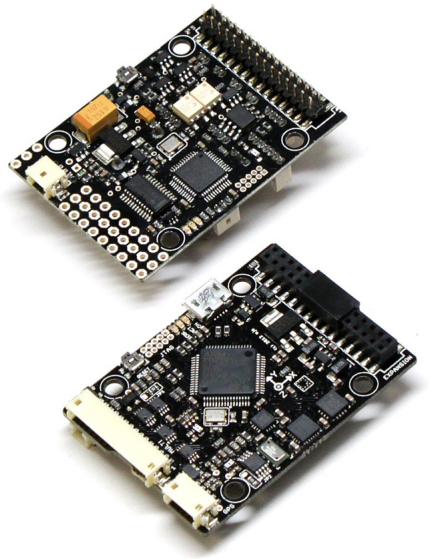


Figura 4.12: *Unidad de medida inercial.*

Fuente: *3D Robotics*

Cuadro 4.4: *Sistema de medida inercial PX4FMU.*

Descripción	Valor
Velocidad:	168 Mhz /252 MIPS
RAM:	192 KB SRAM / 1024 KB Flash
Interfaces:	4xUART, 2xI2C, 1xSPI, 1xCAN
Sensores:	MPU-6000 (3D Acc / Gyro) L3GD20 (3D Gyro) HMC5883L (3D Mag) MS5611 (Barometric pressure)

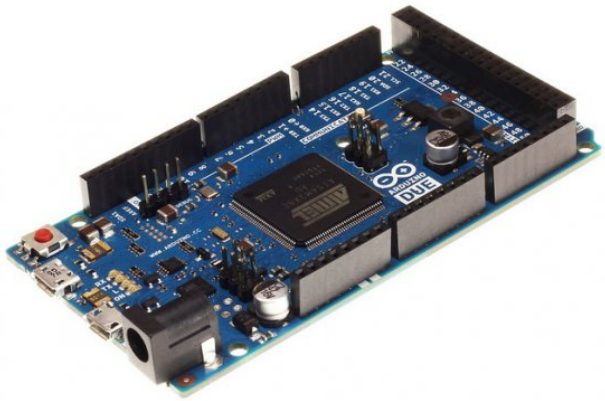


Figura 4.13: *Plataforma Arduino Due, para interfaz con los motores y la unidad inercial.*
Fuente: *Arduino*

Cuadro 4.5: *Características de la placa Arduino Due.*

Descripción	Valor
Velocidad:	84Mhz
Voltaje entrada:	7-12V
Pines digitales: I/O:	54
Entradas analógicas:	12
Salidas analógicas:	2
Memoria Flash:	512KB
SRAM:	96KB

Conexionado de PX4

La figura 4.14 muestra el cableado de la placa PX4IO en donde se observa el conexionado de los distintos dispositivos como son: motores, controladores de velocidad (ESCs), baterías, receptor de radio control, etc.

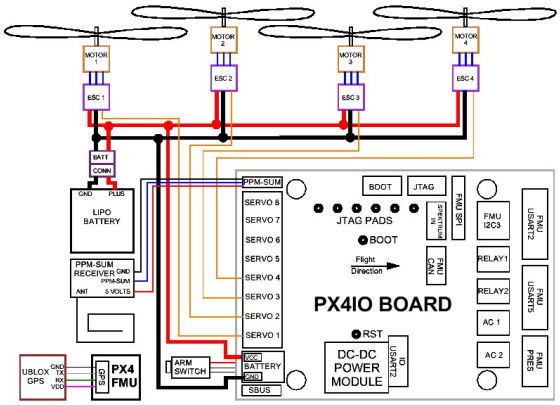


Figura 4.14: *Conexionado del PX4IO con los distintos elementos del sistema.*

Fuente: *3D Robotics*

La plataforma del quadrotor integrada con el módulo *Arduino*® se muestra en la figura 4.15, en el Anexo A se presenta el código fuente de la programación de la interfaz.



Figura 4.15: *Plataforma física 3DR con interfaz Arduino.*

Fuente: *Autor*

4.2.2 Diagrama de bloques y flujo de tareas

El diagrama de bloque mostrado en la figura 4.16, demuestra la interrelación entre los distintos dispositivos y hardware empleado en la plataforma de pruebas, el flujo de datos entre los sensores, actuadores y PC, es de $50ms$ teniendo como máximo un tiempo de muestreo de $20ms$, esto debido a que la tasa de actualización de las variables de orientación no posee tiempos menores a los mencionados. Para lograr la comunicación se hace uso de los puertos seriales de la tarjeta Arduino Due, que maneja la pasarela de datos PC-Motores-IMU y viceversa.



Figura 4.16: *Diagrama de bloques de la estructura del quadrotor.*

Fuente: *Autor*

4.2.3 Aplicación desarrollada en LabVIEW®

Para poder realizar la implementación de los controladores se desarrolla en el software *LabVIEW*®, un conjunto de instrumentos virtuales (VIs), el VI desarrollado realiza las acciones descritas en la figura 4.16.

La señal de control se estima mediante los VIs del controlador robusto, el mismo que calcula los parámetros en línea en función de las variables medidas, dicho algoritmo esta diseñado para trabajar con la aproximación lineal de la planta y también con la planta no lineal del sistema.

4.3 Resultados experimentales

Los resultados experimentales se obtiene haciendo uso del software desarrollado en la sección 4.2.3 y la plataforma de pruebas. La figura 4.20 muestra el resultado obtenido en los ángulos de orientación, los valores de referencia para estas pruebas fueron $\phi_{ref} = 0$, $\theta_{ref} = 0$ y $\psi_{ref} = 0{,}1$.

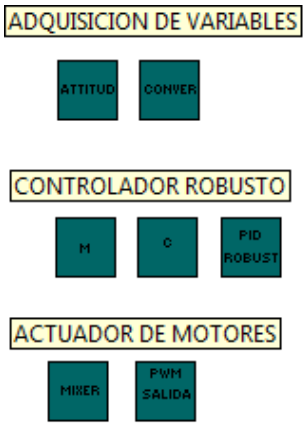


Figura 4.17: *Librería del controlador robusto en LabVIEW®.*

Fuente: *Autor*

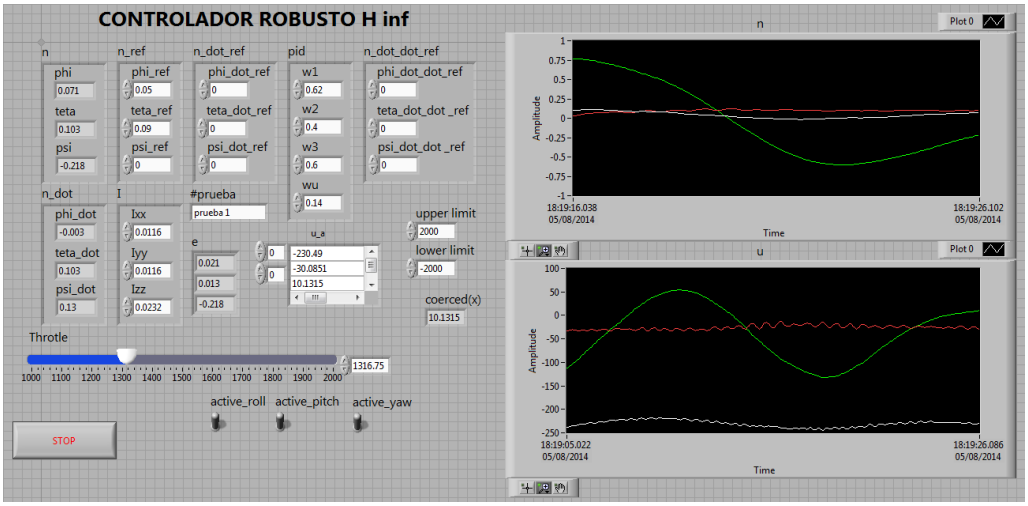


Figura 4.18: *Aplicación para el controlador robusto desarrollada en LabVIEW®.*

Fuente: *Autor*

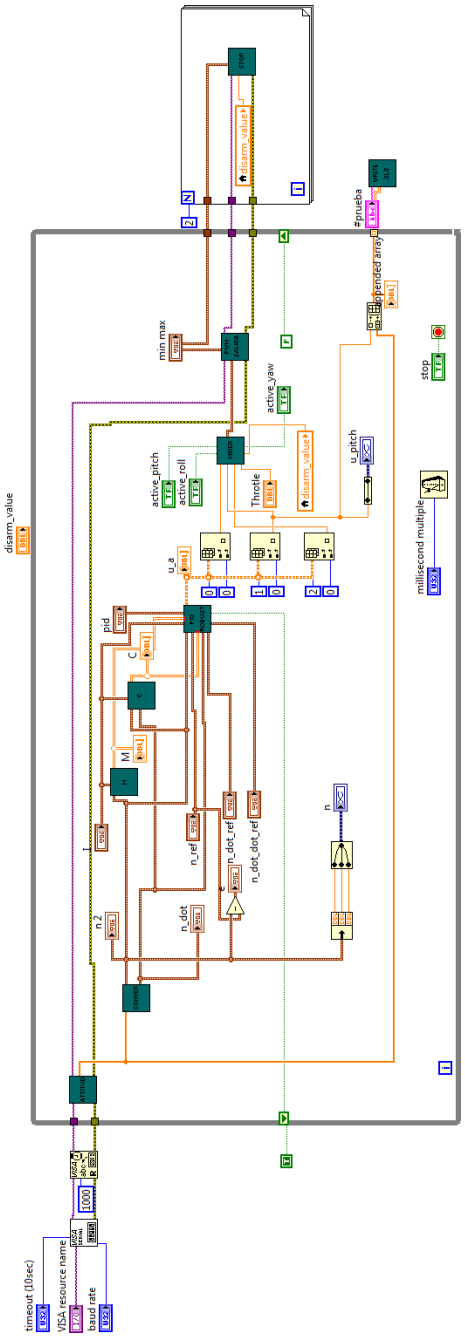


Figura 4.19: *Diagrama de bloques del controlador robusto implementado en LabVIEW®.*

Fuente: *Autor*

Observando las gráficas se puede determinar que el controlador cumple satisfactoriamente al mantener la estabilidad del sistema y llevarlo al punto de equilibrio, sin embargo el máximo sobresalto del controlador difiere de los resultados planteados en las simulaciones, esto debido a que los parámetros de la planta identificada varían conforme a la altitud de la aeronave, a demás de los otros efectos como la turbulencia, la incertidumbre de las partes físicas, etc.

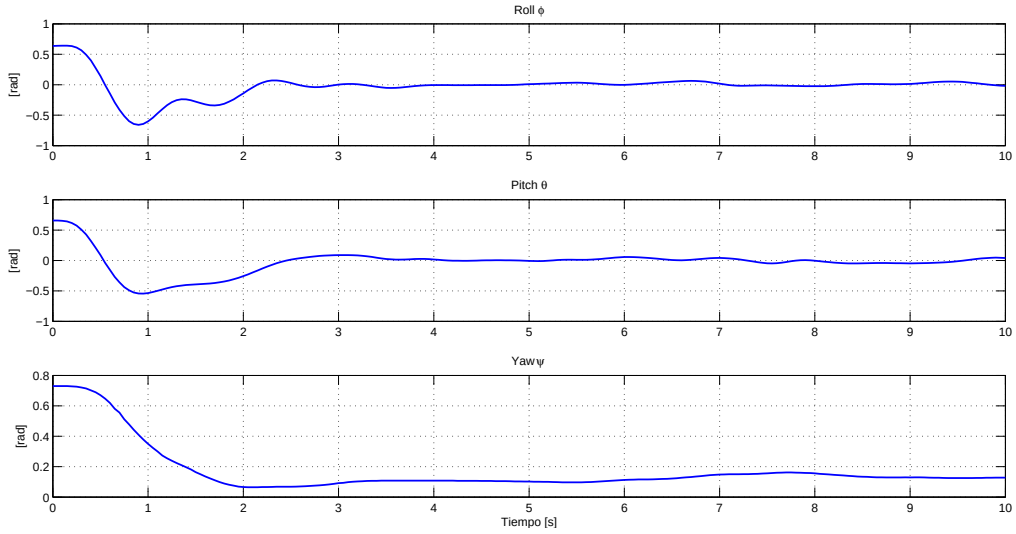


Figura 4.20: *Respuesta del controlador robusto H_∞ para el subsistema de orientación.*

Fuente: *Autor*

Se deja planteado para trabajos futuros, el desarrollar un algoritmo de sintonización y estimación de parámetros de los controladores, que se adapte a las condiciones de vuelo para la optimización del funcionamiento del quadrotor.

CAPÍTULO

5

CONCLUSIONES

5.1 Conclusiones

Los avances tecnológicos sin duda han marcado un crecimiento en la investigación y desarrollo en el área de los UAVs, varios papers y desarrollos se han publicado a lo largo de estos últimos años, sin embargo prima los trabajos teóricos y simulaciones, todavía son pocos los trabajos de implementación que se han hecho sobre plataformas físicas, se espera que en los próximos años exista mayor trabajo en esta área.

El sistema del Quadrotor, es un sistema inherentemente inestable, lo que conlleva a una elevada complejidad en la indentificación y control del sistema, para sobrellevar este aspecto se plantearon pruebas con la ayuda de estructuras que limitaron el movimiento del quadrotor tanto en los ángulos de orientación como en el desplazamiento o posición.

Para comprender el estudio del Quadrotor, se planteó el modelado matemático del sistema, en el cual se evindeció no linealidades y acoplamientos presentes en el subsistema de orientación y el subsistema de traslación. Las matrices y ecuaciones que se obtuvieron gracias a la formulación de Euler-Lagrange que utiliza en esencia el concepto de energía mecánica para su desarrollo. No obstante la gran dimensión de los parámetros de las matrices del sistema obliga a simplificar y aproximar sobre un punto de operación para facilitar el diseño de los controladores clásicos como el PID. Estas aproximaciones fueron bastante satisfactorias al momento de realizar los experimentos en la plataforma de pruebas.

5. CONCLUSIONES

El análisis matemático del modelo determina la posibilidad de dividir al sistema del quadrotor en dos subsistemas: el de orientación y el de traslación, esto permitió afrontar la problemática como dos problemas de diseño de controladores independientes para estos dos casos. El modelo completo no lineal y acoplado, para el subsistema de orientación basado en el desarrollo de (Ortega et al., 2005), se presenta como un sistema de torque aplicado en donde la acción de control es el torque generado por las fuerzas de empuje y guiñada de los motores.

La identificación física del sistema se afronta en varios ámbitos, el primero la obtención de los parámetros de los momentos de inercia, los mismo que se plantean en base a la formulación de los momentos de inercia de una barra midiendo parámetros físicos más sencillos como longitudes x,y y z del cuerpo rígido; y la masa del cuerpo y motores. El segundo ámbito tiene relación con la acción de los motores sobre el cuerpo del quadrotor, para lo cual se hace uso de la estructura presentada en el capítulo 2 y una balanza que permite determinar la fuerza de empuje y guiñada de cada motor. La respuesta de cada motor fue modelada y validada en simulación y mediante experimentos, determinando el completo comportamiento de las fuerzas actuantes en el sistema ejercidas por cada motor.

Basándose en el modelo obtenido, se planteó dos estructuras de control para obtener la estabilidad del sistema, la primera es una estructura de control clásico PID que trabaja sobre la dinámica desacoplada y aproximada, los resultados obtenidos en simulación permiten llevar a la estabilidad al sistema, sin embargo se puede determinar que la acción del controlador no es óptima ya que el ángulo de yaw no converge con las misma rapidez que los ángulos pitch y yaw.

La segunda estructura de control es un controlador No lineal H_∞ que trabaja minímizando el error a través de una función de costo, por lo tanto la estabilidad del controlador esta garantizada si se da solución a este planteamiento, dicha solución analítica se presenta en el capítulo 3 en donde se plantea una estructura de control PID robusta No lineal que adapta sus parámetros proporcional, integral y derivativo, a las no linealidades mediante las matrices de inercia y coriolis. Además que el controlador robusto compensa parámetros como: ángulos, velocidades angulares y aceleraciones. Este controlador demostró cumplir satisfactoriamente con el objetivo de mantener la estabilidad del quadrotor, tanto en las simulaciones como en los experimentos realizados, evidenciando la eficacia del mismo para este tipo de plataformas, sin embargo fue necesario un proceso de sintonización de los parámetros del controlador para su implementación en la plataforma de pruebas.

La implementación del modelo dinámico y los controladores estudiados, se realizaron en simulación en la plataforma de *Simulink*®, observándose parámetros como tiempos de subida, tiempos de establecimiento, máximos sobre-picos y amortiguamiento, además de su respuesta ante perturbaciones externas e incertidumbres. Los resultados

obtenidos son los esperados, el desempeño del controlador PID clásico es limitado y su respuesta varía en gran medida conforme existe incertidumbre en los parámetros de la planta, por el contrario, el controlador robusto posee una respuesta bastante acertada al compensar y adaptarse a las incertidumbres y perturbaciones planteadas, manteniendo en gran medida su respuesta en los distintos escenarios de pruebas. Para lo cual se desarrolló la interfaz con el software LabVIEW®, para trabajos futuros de implementación de controladores estudiados, la aplicación consta de la adquisición de los parámetros como son: ángulos, velocidades angulares y aceleraciones, además del desarrollo de la librería para la utilización del quadrotor a través del ordenador, siendo este el principal aporte realizado por esta tesis para nuevas investigaciones en el ámbito del control de Quadrotores.

Finalmente, se puede concluir que el controlador No lineal H_∞ cumple satisfactoriamente con los objetivos planteados, siendo estos principalmente el mantener la estabilidad del sistema a pesar de las no linealidades del modelo. El escenario específico de pruebas es en ambiente cerrados, es decir no incluye perturbaciones generadas por corrientes de aire, turbulencia y despegue o aterrizaje.

5.2 Sugerencias para trabajos futuros

El sistema estudiado en esta tesis promueve el desarrollo de un sin número de controladores y estrategias de control, para finalizar se plantea posibles líneas de investigación:

- Adaptación de los factores de ponderación de los controladores H_∞, para distintas condiciones de funcionamiento con despegue y aterrizaje.
- Implementación y sintonización de los controladores en la plataforma de pruebas, desarrollada en este trabajo.
- Desarrollo de algoritmos de control para los ejes x, y y z, junto con la estimación de parámetros de posición mediante visión artificial.
- Desarrollo de algoritmos de identificación para sistemas inestables y subactuados.
- Aplicación de filtros de Kalman para la observación de estados del sistema.

5. CONCLUSIONES

ANEXO

A

Código fuente

El programa desarrollado en el entorno de programación Arduino, facilita la comunicación entre la unidad de medida inercial, la aplicación de control desarrollada en *LabVIEW*® y establece las señales PWM asignadas a cada motor.

```
#include <Servo.h>
Servo servo1;
Servo servo2;
Servo servo3;
Servo servo4;
int pwm_val[]={1000,1000,1000,1000};
String inputString = "";
boolean stringComplete = false;
String inputString1 = "";
boolean stringComplete1 = false;
void setup() {
  Serial.begin(57600);
  Serial1.begin(57600);
  inputString.reserve(200);
  inputString1.reserve(200);
  servo1.attach(4);
  servo2.attach(5);
```

```
  servo3.attach(6);
  servo4.attach(7);
}

void loop() {
  runSerial();
  receiverSerial();
  receiverSerial1();
  setupPWM();
}

 void runSerial(){
  serialEvent();
  serialEvent1();
 }

void serialEvent() {
  while (Serial.available()) {
    char inChar = (char)Serial.read();
    // add it to the inputString:
    inputString += inChar;
    if (inChar == '\n') {
      stringComplete = true;
    }
  }
}

void serialEvent1() {
  while (Serial1.available()) {
    char inChar = (char)Serial1.read();
    inputString1 += inChar;
    if (inChar == '\n') {
      stringComplete1 = true;
    }
  }
}
```

```
/* Envia a los motores los valores de PWM */
void setupPWM() {
  servo1.writeMicroseconds(pwm_val[0]);
  servo2.writeMicroseconds(pwm_val[1]);
  servo3.writeMicroseconds(pwm_val[2]);
  servo4.writeMicroseconds(pwm_val[3]);
 }

void receiverSerial(){
  String aux="";
  if (stringComplete) {
       if (inputString.startsWith("nsh>", 0))
       {
       aux=inputString.substring(4);
       Serial1.println(aux);
       }

       if (inputString.startsWith("pwm1", 0))
       {
       aux=inputString.substring(5,9);
       pwm_val[0]=aux.toInt();
       }
       if (inputString.startsWith("pwm2", 10))
       {
       aux=inputString.substring(15,19);
       pwm_val[1]=aux.toInt();
       }
       if (inputString.startsWith("pwm3", 20))
       {
       aux=inputString.substring(25,29);
       pwm_val[2]=aux.toInt();
       }
       if (inputString.startsWith("pwm4", 30))
       {
       aux=inputString.substring(35,39);
```

```
        pwm_val[3]=aux.toInt();
        }
        inputString = "";
        stringComplete = false;
    }
}

void receiverSerial1(){
    String aux="";
    if (stringComplete1) {
        if (inputString1.startsWith("data", 0))
        {
        aux=inputString1.substring(5);

        Serial.print(aux);
        }else{
        Serial.print(inputString1);
        }
      inputString1 = "";
      stringComplete1 = false;
    }
}
```

ANEXO

B

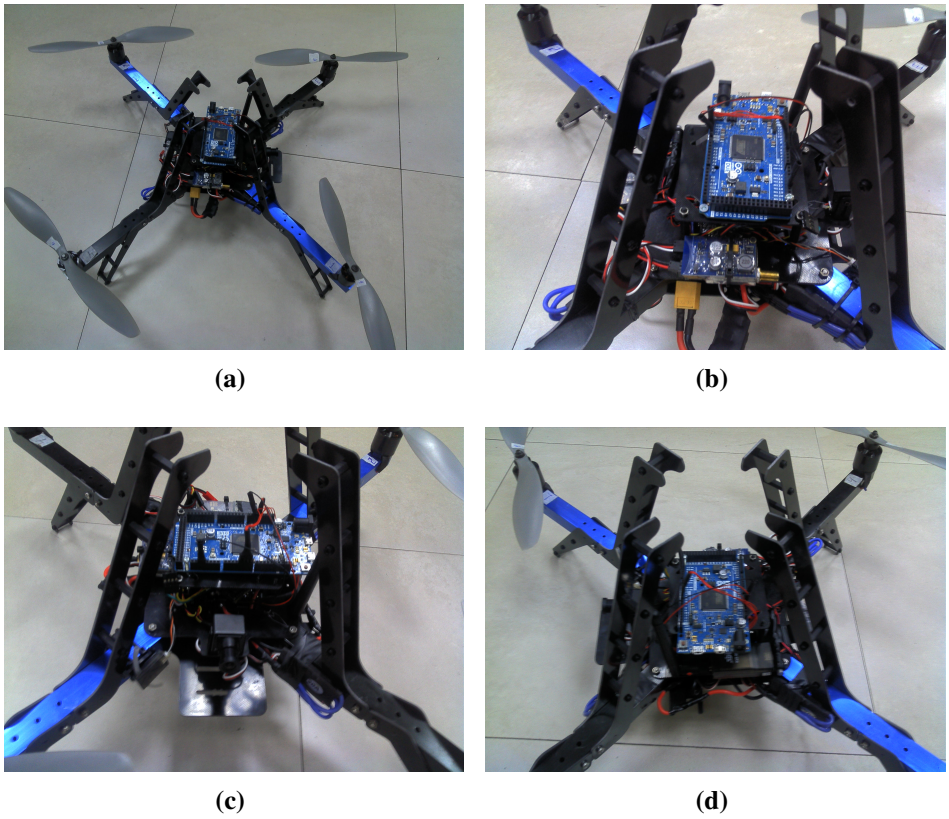
Galería Quadrotor

La figura B.1 muestra la forma en la que se obtuvo el peso del quadrotor mediante la balanza electrónica.



Figura B.1: *Proceso de medición de la masa del quadrotor.*

Fuente: *Autor*



(a) **(b)**

(c) **(d)**

Figura B.2: *Diferentes vistas de la plataforma de pruebas 3DRobotics + interfaz Arduino.*
Fuente: *Autor*

La figura B.2 muestra distintas vistas de la plataforma de pruebas 3DRobotic, más la interfaz Arduino implementada.

GLOSARIO

ARM	Advanced RISC Machines
BCI	Brain Control Interface
EEG	Electroencefalógrafo
EKF	Extended Kalman Filter
ESC	Electronic Speed Controller
FAE	Fuerza Aérea Ecuatoriana
FFAA	Fuerzas Armadas
GRASP	General Robotics, Automation, Sensing, and Perception
HJBI	Hamilton-Jacobi-Bellman-Isaacs
ITR	Information Transference Rate
KF	Kalman Filter
MEMS	Micro-Electro-Mechanical Systems
PD	Proporcional-Derivativo
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
POSIX	Portable Operating System Interface
PWM	Pulse-Width Modulation
UAS	Unmanned Aerial System

GLOSARIO

UAV	Unmanned Aerial Vehicle
USAF	United States Air Force
VRML	Virtual Reality Modeling Language

BIBLIOGRAFÍA

Alexis, K., Nikolakopoulos, G., and Tzes, A. (2011). Switching model predictive attitude control for a quadrotor helicopter subject to atmospheric disturbances. *Control Engineering Practice*, 19(10):1195 – 1207.

Billingsley, T. B. (2006). *Safety analysis of TCAS on Global Hawk using airspace encounter models*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.

Bouabdallah, S. (2007). *Design and control of quadrotors with application to autonomous flying*. PhD thesis.

Brito, M. (2009). Quadrotor prototype. Master's thesis, Universidad Técnica de Lisboa.

Carpio, M. (2013). Evaluación de desempeño de los controladores digitales PID y predictivo tolerante a fallas, aplicados al control de nivel de liquidos en un tanque. Master's thesis.

Castillo, P., García, P., Lozano, R., and Albertos, P. (2007). Modelado y estabilización de un helicóptero con cuatro rotores. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 4(1):41 – 57.

Chappelle, W., McDonald, K., and McMillan, K. (2011). Important and critical psychological attributes of USAF MQ-1 Predator and MQ-9 Reaper Pilots according to subject matter experts. Technical report, DTIC Document.

Chee, K. Y. and Zhong, Z. W. (2013). Control, navigation and collision avoidance for an unmanned aerial vehicle. *Sensors and Actuators A: Physical*, 190:66 – 76.

Cutler, M. J. (2012). *Design and control of an autonomous variable-pitch quadrotor helicopter*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology.

BIBLIOGRAFÍA

Dalamagkidis, K., Valavanis, K. P., and Piegl, L. A. (2012). *On integrating unmanned aircraft systems into the national airspace system: Issues, challenges, operational restrictions, certification, and recommendations*, volume 54. Springer.

Doherty, P. and Rudol, P. (2007). A UAV search and rescue scenario with human body detection and geolocalization. In *AI 2007: Advances in Artificial Intelligence*, pages 1 – 13. Springer.

FAE (n.d.). Proyecto avión no tripulado. Centro de investigación y desarrollo Fuerza Aérea Ecuatoriana. Obtenido de http://www.fuerzaaereaecuatoriana.mil.ec/site/index.php?option=com_content&view=article&id=124&Itemid=493. Consultado el 16 Apr, 2014.

Feng, W. and Postlethwaite, I. (1994). Robust non-linear H∞/adaptive control of robot manipulator motion. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 208(4):221 – 230.

Glickhouse, R. (2013). Explainer: Drones in latin america. Obtenido de http://www.as-coa.org/articles/explainer-drones-latin-america. Consultado el 16 Apr, 2014.

Goldstein, H., Poole, C., and Safko, J. (2002). *Classical Mechanics*, volume 3. Addison Wesley.

Gu, S.-s., Liu, J.-y., Zeng, Q.-h., and Lv, P. (2014). A Kalman filter algorithm based on exact modeling for FOG GPS/SINS integration. *Optik-International Journal for Light and Electron Optics*.

Hoffmann, G. M., Waslander, S. L., and Tomlin, C. J. (2006). Distributed cooperative search using information-theoretic costs for particle filters, with quadrotor applications. In *Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*, pages 21 – 24.

Kerma, M., Mokhtari, A., Abdelaziz, B., and Orlov, Y. (2012). Nonlinear H∞ control of a Quadrotor (UAV), using high order sliding mode disturbance estimator. *International Journal of Control*, 85(12):1876 – 1885.

Kharsansky, A. (2013). Diseño e implementación de un sistema embebido de control de actitud para aeronaves no tripuladas. Technical report, Universidad de Buenos Aires.

LaFleur, K., Cassady, K., Doud, A., Shades, K., Rogin, E., and He, B. (2013). Quadcopter control in three-dimensional space using a noninvasive motor imagery-based brain–computer interface. *Journal of neural engineering*, 10(4):046003.

Lee, B.-Y., Hong, S.-M., Yoo, D.-W., Lee, H.-I., Moon, G.-H., and Tahk, M.-J. (2015). Design of a Neural Network Controller for a Slung-Load System Lifted by 1 Quad-Rotor. *Journal of Automation and Control Engineering Vol*, 3(1).

Li, T., Zhang, Y., and Gordon, B. W. (2013). Passive and active nonlinear fault-tolerant control of a quadrotor unmanned aerial vehicle based on the sliding mode control technique. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering*, 227(1):12 – 23.

Liu, H., Bai, Y., Lu, G., Shi, Z., and Zhong, Y. (2013a). Robust tracking control of a quadrotor helicopter. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, pages 1 – 14.

Liu, H., Bai, Y., Lu, G., and Zhong, Y. (2013b). Robust attitude control of a quadrotor helicopter with unknown parameters. In *Control Conference (CCC), 2013 32nd Chinese*, pages 2633 – 2637. IEEE.

Lupashin, S., Hehn, M., Mueller, M. W., Schoellig, A. P., Sherback, M., and DÁndrea, R. (2014). A platform for aerial robotics research and demonstration: The Flying Machine Arena. *Mechatronics*.

McMichael, J. M. and Francis, M. S. (1997). Micro air vehicles-toward a new dimension in flight. *DARPA document*.

Mellinger, D., Shomin, M., and Kumar, V. (2010). Control of quadrotors for robust perching and landing. In *Proceedings of the International Powered Lift Conference*.

Michael, N., Shen, S., Mohta, K., Mulgaonkar, Y., Kumar, V., Nagatani, K., Okada, Y., Kiribayashi, S., Otake, K., Yoshida, K., et al. (2012). Collaborative mapping of an earthquake-damaged building via ground and aerial robots. *Journal of Field Robotics*, 29(5):832 – 841.

Mirot, A. (2012). The future of unmanned aircraft systems pilot qualification. *The Journal of Aviation/Aerospace Education & Research*, 22(3).

Moreno, V. (2014). Ecuador se suma a los aviones no tripulados con uav-2. Obtenido de http://www.mundodigital.net/ecuador-se-suma-al-uso-de-los-aviones-no-tripulados-con-uav-2/. Consultado el 16 Apr, 2014.

Mullhaupt, P. (1999). *Analysis and control of underactuated mechanical nonminimum-phase systems*. PhD thesis, EPFL.

Newcome, L. R. (2004). *Unmanned aviation: A brief history of unmanned aerial vehicles*. Aiaa.

Ortega, M. G., Vargas, M., Vivas, C., and Rubio, F. R. (2005). Robustness improvement of a nonlinear H∞ controller for robot manipulators via saturation functions. *Journal of Robotic Systems*, 22(8):421 – 437.

Raffo, G. V. (2007). Modelado y control de un helicóptero quad-rotor. Master's thesis, Universidad de Sevilla, Dept. Ing. Sistemas y Automática, Sevilla, España.

Raffo, G. V., Ortega, M. G., and Rubio, F. R. (2008). Backstepping/nonlinear H∞ control for path tracking of a quadrotor unmanned aerial vehicle. In *American Control Conference, 2008*, pages 3356 – 3361. IEEE.

Raffo, G. V., Ortega, M. G., and Rubio, F. R. (2010). An integral predictive/nonlinear H∞ control structure for a quadrotor helicopter. *Automatica*, 46(1):29 – 39.

Rango, A., Laliberte, A., Steele, C., Herrick, J. E., Bestelmeyer, B., Schmugge, T., Roanhorse, A., and Jenkins, V. (2006). Using unmanned aerial vehicles for rangelands: Current applications and future potentials. *Environmental Practice*, 8(03):159 – 168.

Rudin, K., Hua, M.-D., Ducard, G., and Bouabdallah, S. (2011). A robust attitude controller and its application to quadrotor helicopters. In *18Th IFAC World Congress*, pages 10379 – 10384.

Ruiz, H. V. (2011). Sistema de control y navegación para MAV.

Toth, J. and Gilpin-Jackson, A. (2010). Smart view for a smart grid- Unmanned Aerial Vehicles for transmission lines. In *Applied Robotics for the Power Industry (CARPI), 2010 1st International Conference on*, pages 1 – 6. IEEE.

Tsai, M.-K., Lee, Y.-C., Lu, C.-H., Chen, M.-H., Chou, T.-Y., and Yau, N.-J. (2012). Integrating geographical information and augmented reality techniques for mobile escape guidelines on nuclear accident sites. *Journal of environmental radioactivity*, 109:36 – 44.

Turpin, M., Michael, N., and Kumar, V. (2012). Trajectory design and control for aggressive formation flight with quadrotors. *Autonomous Robots*, 33(1 - 2):143 – 156.

Valavanis, K. P. (2007). *Advances in unmanned aerial vehicles: State of the art and the road to autonomy*, volume 33. Springer.

van der Schaft, A. (1992). L 2-gain analysis of nonlinear systems and nonlinear state-feedback H∞ control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 37(6):770 – 784.

van der Schaft, A. (1999). *L2-gain and passivity in nonlinear control*. Springer-Verlag New York, Inc.

Wang, W., Ma, H., Xia, M., Weng, L., and Ye, X. (2013). Attitude and altitude controller design for quad-rotor type MAVs. *Mathematical Problems in Engineering*.

Zaloga, S. J. (2008). *Unmanned aerial vehicles: robotic air warfare 1917-2007*, volume 144. Osprey Publishing.