



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE GUAYAQUIL
CARRERA DE MECATRÓNICA

**IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA VIGA Y BOLA PARA
ANÁLISIS COMPARATIVO DE ALGORITMO DE CONTROL PID
CLÁSICO Y PD DIFUSO**

Trabajo de titulación previo a la obtención del
Título de Ingeniero en Mecatrónica

AUTORES: Edwin Iván Arroyo Villamar
Job Ronald Quijije Moreira
TUTOR: Franklin Illich Kuonquí Gaínza

Guayaquil - Ecuador

2026

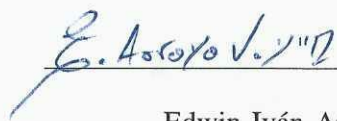
CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Nosotros, **Edwin Iván Arroyo Villamar** con documento de identificación N° **0941210544** y **Job Ronald Quijije Moreira** con documento de identificación N° **0954642088**; manifestamos que:

Somos los autores y responsables del presente trabajo; y, autorizamos a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total o parcial el presente trabajo.

Guayaquil, 19 de febrero del año 2026

Atentamente,



Edwin Iván Arroyo Villamar
0941210544



Job Ronald Quijije Moreira
0954642088

**CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN A LA
UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**

Nosotros, **Edwin Iván Arroyo Villamar** con documento de identificación N° **0941210544** y **Job Ronald Quijije Moreira** con documento de identificación N° **0954642088**, expresamos nuestra voluntad y por medio del presente documento cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del **Dispositivo Tecnológico: IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA VIGA Y BOLA PARA ANÁLISIS COMPARATIVO DE ALGORITMO DE CONTROL PID CLÁSICO Y PD DIFUSO**, el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero en Mecatrónica, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En concordancia con lo manifestado, suscribimos este documento en el momento que hacemos la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Guayaquil, 19 de febrero del año 2026

Atentamente,



Edwin Iván Arroyo Villamar
0941210544



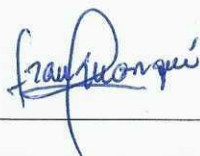
Job Ronald Quijije Moreira
0954642088

CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Yo, **Franklin Illich Kuonquí Gaínza**, docente de la Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: **IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA VIGA Y BOLA PARA ANÁLISIS COMPARATIVO DE ALGORITMO DE CONTROL PID CLÁSICO Y PD DIFUSO**, realizado por **Edwin Iván Arroyo Villamar** con documento de identificación N° **0941210544** y por **Job Ronald Quijije Moreira** con documento de identificación N° **0954642088**, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción **Dispositivo Tecnológico** que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Guayaquil, 19 de febrero del año 2026

Atentamente,



Ing. Franklin Illich Kuonquí Gaínza, Mg.
0909627432

DEDICATORIA

Le dedico este trabajo de titulación principalmente a Dios en todo su esplendor, quien me ha dado las fuerzas y guía durante todo este tiempo para poder cumplir mis metas impuestas y ser mejor cada día.

También le dedico este trabajo de titulación a mis padres Felix Arroyo y Mari Villamar quienes han sido mi sustento y guía durante los momentos más críticos durante mi desarrollo profesional.

Edwin Iván Arroyo Villamar

Este trabajo de titulación está principalmente dedicado a mis padres, Fidencio Quijije y Azucena Moreira, quienes me han dado su apoyo incondicional en todo momento y aún más durante mi desarrollo intelectual y profesional.

Además en memoria de todas las personas que me han ayudado y guiado en este reto durante estos años, a todas estas personas que me han apoyado de una de otra manera, este trabajo va para ustedes.

Job Ronald Quijije Moreir

AGRADECIMIENTO

Agradezco en primer lugar a Dios por darme el aliento de vida y permitirme andar en este mundo y poder llegar a superarme cada día hasta poder llegar a esta este momento.

Agradezco a mis padres Felix Arroyo y Mari Villamar por ser los pilares que me han sostenido durante toda mi vida estudiantil y me han alentado a continuar en mi progreso intelectual y apoyado durante el desarrollo de mi vocación.

Edwin Iván Arroyo Villamar

Agradezco de inmensa manera a mis padres Fidencio Quijije y Azucena Moreira por todo el apoyo dado durante el transcurso del gran reto en mi vida de completar mis estudios. Agradezco además a mis hermanos George y José por darme el apoyo y la guía que he necesitado en los momentos más críticos de mi etapa de aprendizaje.

Finalmente me agradezco a mí mismo por haber demostrado paciencia y haber superado tantas dificultades durante mi proceso de aprendizaje, agradezco la entereza que he podido llegar a mostrar y mis dotes de liderazgo que tanto me caracterizan.

Job Ronald Quijije Moreir

I. RESUMEN

La presente investigación aborda el diseño, implementación y análisis comparativo de un sistema viga–bola empleando dos estrategias de control: un controlador PID clásico y un controlador PD basado en lógica difusa. El sistema viga–bola constituye un modelo ampliamente utilizado en el ámbito académico debido a su comportamiento no lineal y su inestabilidad inherente, lo que lo convierte en una plataforma adecuada para evaluar el desempeño de distintos algoritmos de control en condiciones reales.

El trabajo inicia con el análisis del problema, destacando las limitaciones del controlador PID cuando se enfrenta a variaciones en los parámetros físicos del sistema, tales como cambios en la masa de la bola, fricción en el eje o perturbaciones externas. El control PID es reconocido por su simplicidad y bajo costo computacional; sin embargo, su desempeño puede degradarse en sistemas no lineales si no se realiza una adecuada sintonización. En contraste, el controlador PD difuso ofrece mayor flexibilidad ante incertidumbres, ya que emplea reglas lingüísticas y funciones de pertenencia que permiten adaptarse a cambios dinámicos sin requerir un modelo matemático exacto.

Metodológicamente, el proyecto comprende el diseño mecánico del sistema mediante herramientas de diseño asistido por computadora, la fabricación de la estructura utilizando técnicas de manufactura como la impresión 3D y el posterior ensamblaje de los componentes. En el ámbito electrónico, se implementa un subsistema de sensado basado en un sensor infrarrojo de distancia y un subsistema de actuación mediante un servomotor, ambos controlados por una plataforma de desarrollo de bajo costo. El microcontrolador ejecuta los algoritmos de control en tiempo real, procesando la señal proveniente del sensor y generando la señal PWM correspondiente para el actuador.

Finalmente, se realiza un análisis comparativo del desempeño de ambos controladores utilizando índices de desempeño como el ISE e IAE, además de criterios clásicos de evaluación tales como estabilidad, tiempo de establecimiento, sobreimpulso y error en estado estacionario. Los resultados permiten determinar bajo qué condiciones cada estrategia ofrece mejores prestaciones, contribuyendo tanto al ámbito académico como a la aplicación práctica de técnicas de control en sistemas no lineales.

Palabras clave: sistemas de control, sistema viga–bola, control PID clásico, control PD difuso, lógica difusa, sistemas no lineales, control en lazo cerrado, microcontrolador ESP32, sensor infrarrojo, servomotor, PWM, ISE, IAE.

II. ABSTRACT

This research addresses the design, implementation, and comparative analysis of a ball-and-beam system using two control strategies: the classical PID controller and the fuzzy logic-based PD controller. The ball-and-beam system constitutes a model widely used in control engineering due to its nonlinear behavior and inherent instability, making it an appropriate platform to evaluate the performance of different control algorithms under real operating conditions.

The study begins with an analysis of the problem, highlighting the limitations of the PID controller when facing variations in the physical parameters of the system, such as changes in the mass of the ball, friction in the pivot axis, or external disturbances. PID control is recognized for its simplicity and low computational cost; however, its performance may degrade in nonlinear systems if proper tuning is not achieved. In contrast, the fuzzy PD controller offers greater flexibility in the presence of uncertainties, as it employs linguistic rules and membership functions that allow adaptation to dynamic changes without requiring an exact mathematical model.

Methodologically, the project includes the mechanical design of the system using computer-aided design tools, the fabrication of the structure through manufacturing techniques such as 3D printing, and the assembly of components. In the electronic domain, a sensing subsystem based on an infrared distance sensor and an actuation subsystem using a servomotor are implemented, both controlled by a low-cost development platform. The microcontroller executes the control algorithms in real time, processing the sensor signal and generating the corresponding PWM signal for the actuator.

Finally, a comparative performance analysis of both controllers is carried out using indices such as ISE and IAE, evaluating stability criteria, settling time, overshoot, and steady-state error. The results make it possible to determine under which conditions each strategy provides better performance, contributing both to the academic field and to the practical application of control techniques in nonlinear systems.

Keywords: control systems, ball-and-beam system, classical PID control, fuzzy PD control, fuzzy logic, nonlinear systems, closed-loop control, ESP32 microcontroller, infrared sensor, servomotor, PWM, ISE, IAE.

ÍNDICE

I.	Resumen	7
II.	Abstract	8
III.	Introducción	1
IV.	Problema	2
V.	Justificación	4
VI.	Objetivos	6
VI-A.	Objetivo general	6
VI-B.	Objetivos específicos	6
VII.	Marco Teórico	7
VII-A.	Estado del arte	7
VII-B.	Modelado de un sistema de viga y bola	8
VII-C.	Plataformas de control embebido	9
VII-C1.	Microcontroladores	10
VII-C2.	Placas de desarrollo	11
VII-C3.	Selección de la plataforma de control	13
VII-D.	Sensores de posición o distancia	14
VII-D1.	Sensores ultrasónicos	14
VII-D2.	Sensores infrarrojos	14
VII-D3.	Sensores magnéticos e industriales	15
VII-E.	Actuadores de movimiento	16
VII-E1.	Motores paso a paso	16
VII-E2.	Servomotores	17
VII-F.	Lógica difusa	18
VII-F1.	Conjuntos clásicos y conjuntos difusos	20
VII-F2.	Operaciones entre conjuntos difusos	24
VII-F3.	Funciones de membresía	31
VII-F4.	Control difuso	41
VII-G.	Controlador PID	45
VII-G1.	Control PID	45
VII-G2.	Aplicación del control PID al modelo	46
VII-H.	Normativas aplicables	46
VIII.	Marco Metodológico	48
VIII-A.	Diseño mecánico	48
VIII-A1.	Diseño asistido por computadora	48
VIII-A2.	Planos mecánicos del sistema	48
VIII-A3.	Selección de materiales	52
VIII-A4.	Proceso de manufactura del sistema	55
VIII-B.	Diseño eléctrico	56
VIII-B1.	Herramienta de diseño eléctrico	56
VIII-B2.	Sensor de distancia o posición	57
VIII-B3.	Actuador de movimiento	59
VIII-C.	Etapas de control	60

VIII-D.	Controlador PID discreto	62
VIII-D1.	Diagrama de flujo del controlador	62
VIII-D2.	Sintonización del controlador	63
VIII-E.	Controlador PD difuso	64
VIII-E1.	Funciones de membresía	64
VIII-E2.	Fuzificación	66
VIII-E3.	Reglas de inferencia	67
VIII-E4.	Defuzificación	67
VIII-E5.	Diagrama de flujo	68
VIII-F.	Diseño de controladores	69
VIII-F1.	Ingreso de datos	71
VIII-F2.	Presentación de información	71
VIII-F3.	Interacción con el controlador	71
IX.	Resultados	73
IX-A.	Sistema viga y bola	73
IX-B.	Implementación de la etapa mecánica	73
IX-C.	Caja de control	74
IX-D.	Índices de desempeño	75
IX-E.	Desempeño del control PID discreto	76
IX-F.	Desempeño del control difuso	79
X.	Cronograma	81
XI.	Presupuesto	82
XII.	Conclusiones	83
XIII.	Recomendaciones	84
	Referencias	85

ÍNDICE DE FIGURAS

1.	Modelo físico del sistema bola y viga.	9
2.	Placa de desarrollo Arduino Uno Rev3	12
3.	Placa Raspberry Pi Pico W	12
4.	Módulo ESP32-WROOM-32	13
5.	Sensor ultrasónico HC-SR04.	14
6.	Sensor óptico infrarrojo CNY70.	15
7.	Sensor infrarrojo E18-D80NK.	15
8.	Sensor magnético KY-024.	15
9.	Sensor inductivo de proximidad LJ12A3-4-Z/BY.	16
10.	Motor paso a paso	16
11.	Servomotor SG90	17
12.	Servomotor MG90S	18
13.	Servomotor MG995 utilizado en el sistema viga-bola	18
14.	Ejemplo de un conjunto difuso continuo cuya función de membresía es de tipo gaussiana.	21
15.	Ejemplo gráfico de un conjunto difuso continuo cuya función de membresía es de tipo gaussiana.. . . .	22
16.	Ejemplo de un conjunto difuso discreto con función de membresía definida punto a punto.	22
17.	Ejemplo gráfico de un conjunto difuso discreto con función de membresía definida punto a punto.	23
18.	Interpolación del ejemplo gráfico de un conjunto difuso discreto con función de membresía definida punto a punto.	24
19.	Relación de subconjunto en conjuntos certeros.	25
20.	Subconjunto difuso válido.	26
21.	Caso donde no existe relación de subconjunto difuso.	26
22.	Intersección en conjuntos certeros.	27
23.	Intersección en conjuntos difusos mediante el operador mínimo.	28
24.	Unión en conjuntos certeros.	28
25.	Unión de conjuntos difusos mediante el operador máximo.	29
26.	Complemento en conjuntos certeros.	30
27.	Complemento de un conjunto difuso.	31
28.	Características principales de una función de membresía.	33
29.	Ejemplo de función de normal y subnormal.	34
30.	Ejemplo de función de membresía simétrica.	34
31.	Función de membresía abierta.	35
32.	Función de membresía cerrada.	35
33.	Ejemplo de función de membresía convexa.	36
34.	Función de membresía tipo singleton.	37
35.	Ejemplo de conjunto difuso cortado a un nivel α	37
36.	Función de membresía triangular derivada discontinua.	38
37.	Función de membresía trapezoidal derivada discontinua.	39
38.	Función de la campana gaussiana.	40
39.	Función de la campana generalizada.	40
40.	Señal de referencia.	42
41.	Funciones de pertenencia para la variable de entrada $e(t)$	43
42.	Funciones de pertenencia para la variable de entrada $\Delta e(t)$	43
43.	Funciones de pertenencia de salida, agregación y centroide (defuzzificación).	45
44.	Diseño mecánico del sistema.	49
45.	Diseño mecánico del sistema.	49
46.	Diseño mecánico del sistema.	50
47.	Diseño mecánico del sistema.	50
48.	Diseño mecánico del sistema.	51

49.	Diseño mecánico del sistema.	51
50.	Diseño mecánico del sistema.	52
51.	Distribución del esfuerzo equivalente (von Mises) en el sistema	53
52.	Desplazamiento resultante del sistema bajo carga estática	54
53.	Deformación amplificada del sistema obtenida en el análisis estático	55
54.	Esquema del sistema de alimentación del prototipo.	57
55.	Conexión del sensor de distancia al ESP32.	58
56.	Sensor infrarrojo de distancia Sharp GP2Y0A41SK0F.	59
57.	Conexión del servomotor al ESP32.	60
58.	Diagrama de flujo del controlador PD difuso	63
59.	Ganancias proporcional, integral y derivativa	64
60.	Error	65
61.	Derivada del error	66
62.	Salida del control	66
63.	Reglas de inferencia	67
64.	Diagrama de flujo del controlador PD difuso	69
65.	Simulink del control difuso	70
66.	Simulink del control PID.	72
67.	Sistema viga y bola.	73
68.	Resultado final del diseño mecánico	74
69.	Gabinete de control.	75
70.	Índices IAE e ISE del sistema viga–bola.	76
71.	Respuesta del sistema viga–bola bajo el controlador PID discreto.	78
72.	Respuesta del sistema viga–bola bajo el controlador PD difuso.	80
73.	Cronograma de los objetivos	81
74.		88
75.		89
76.		90
77.		91
78.		92

ÍNDICE DE TABLAS

I.	Tabla de reglas difusas para el controlador PD difuso	44
II.	Presupuesto de materiales y costos del sistema viga–bola.	82

III. INTRODUCCIÓN

El control de sistemas dinámicos constituye un área fundamental dentro de la ingeniería de control, debido a su amplia aplicación en procesos industriales, sistemas electromecánicos y dispositivos automatizados. En este contexto, el sistema viga y bola se ha consolidado como un caso de estudio clásico para el análisis y diseño de algoritmos de control, ya que presenta un comportamiento inherentemente inestable y una dinámica no lineal que representa un desafío significativo para las estrategias de control convencionales.

El sistema viga y bola consiste en regular la posición de una esfera que se desplaza sobre una viga, cuyo ángulo de inclinación es modificado mediante un actuador. La complejidad del sistema radica en la relación indirecta entre la variable de manipulada y la variable de interés, lo que lo convierte en una plataforma adecuada para la evaluación y comparación de distintos enfoques de control. Por esta razón, este sistema es ampliamente utilizado con fines académicos y experimentales para validar el desempeño de controladores en condiciones reales.

En el presente trabajo se aborda el diseño, implementación y evaluación de un sistema viga y bola controlado mediante dos estrategias distintas: un controlador PID clásico y un controlador PD basado en lógica difusa. El objetivo principal es realizar un análisis comparativo del desempeño de ambos enfoques de control, considerando criterios como la estabilidad del sistema, la respuesta transitoria y la capacidad de regulación de la posición de la bola. Para ello, se desarrolló un prototipo físico que permite la implementación práctica de los algoritmos de control y la obtención de resultados experimentales.

La metodología adoptada integra el diseño y fabricación del prototipo, así como la implementación experimental de las estrategias de control en una plataforma embebida. Este enfoque permite no solo validar teóricamente los algoritmos desarrollados, sino también contrastar su desempeño bajo condiciones reales de operación. De esta manera, el trabajo articula el análisis matemático con la experimentación práctica, proporcionando un marco comparativo sustentado en resultados cuantificables. La estructura del documento se organiza de forma progresiva, abordando inicialmente los fundamentos teóricos, seguido del desarrollo del sistema y finalmente el análisis de resultados que sustenta las conclusiones obtenidas.

IV. PROBLEMA

El sistema bola y viga es un ejemplo clásico en el ámbito de la ingeniería de control, caracterizado por su naturaleza no lineal y su inestabilidad inherente [1]. Debido a estas propiedades, su estabilización representa un desafío significativo para los ingenieros, quienes buscan diseñar controladores capaces de mantener la bola en equilibrio sobre la viga de manera precisa y estable [2]. La dinámica compleja del sistema provoca que los métodos de control tradicionales, como el PID, enfrenten dificultades para mantener un rendimiento óptimo bajo variaciones rápidas o perturbaciones externas [3].

El controlador PID es uno de los más utilizados por su simplicidad y eficacia en sistemas lineales. Sin embargo, su desempeño puede degradarse considerablemente cuando se aplica a sistemas con comportamiento no lineal, como el de la bola y la viga [4]. La correcta sintonización de los parámetros PID es esencial para garantizar la estabilidad y una respuesta adecuada, pero dicha sintonización puede ser complicada y poco robusta frente a cambios en las condiciones del sistema [5]. En el caso particular del sistema bola-viga, estos cambios pueden incluir variaciones en el peso o el tamaño de la bola, desgaste o fricción en el eje de rotación de la viga, pequeñas desviaciones en la calibración del sensor de posición, o incluso diferencias en la pendiente inicial o longitud de la viga. Tales alteraciones modifican la dinámica del sistema y provocan que los parámetros óptimos del controlador PID pierdan efectividad, generando sobreoscilaciones, tiempos de asentamiento elevados o errores en estado estacionario si no se reajustan adecuadamente [6].

Frente a estas limitaciones, los controladores basados en lógica difusa han surgido como una alternativa prometedora. La lógica difusa permite manejar la incertidumbre y las no linealidades sin requerir un modelo matemático exacto, proporcionando mayor flexibilidad y adaptabilidad en el control de sistemas complejos como el de bola y viga [7], [8]. Estudios recientes demuestran que los controladores difusos ofrecen una mejor capacidad para enfrentar perturbaciones y cambios dinámicos en el sistema, manteniendo la estabilidad y reduciendo el error de control [9].

No obstante, el diseño y ajuste de un controlador basado en lógica difusa requiere la definición cuidadosa de las reglas y funciones de pertenencia, lo cual puede incrementar la complejidad respecto al controlador PID [10]. Además, su implementación computacional demanda más recursos, lo que puede limitar su uso en contextos industriales donde se requiere control en tiempo real con hardware de bajo costo o capacidades limitadas.

En sistemas como el de la bola y viga, el fenómeno físico clave radica en que la posición de la esfera cambia constantemente en respuesta a pequeñas variaciones en la inclinación de la viga. Esta relación directa entre el ángulo y el desplazamiento de la bola provoca que el sistema sea inherentemente inestable: si el control no actúa con la precisión y velocidad necesarias, la esfera se desplaza hasta los extremos de la viga. Tal comportamiento convierte a este mecanismo en una plataforma ideal para el estudio comparativo entre controladores PID clásico y PD difuso, ya que permite evaluar cómo cada algoritmo compensa la inestabilidad y corrige el error de posición en tiempo real.

Asimismo, en el ámbito industrial y comercial, ambos tipos de control encuentran aplicaciones diferenciadas. El control PID resulta más adecuado en procesos lineales y predecibles, como el control de temperatura en hornos o la regulación de velocidad en bandas transportadoras, donde el comportamiento del sistema puede modelarse

fácilmente y las perturbaciones son mínimas. Por el contrario, el control difuso se adapta mejor a sistemas con alta incertidumbre o comportamiento no lineal, como la climatización de espacios, el llenado de tanques con flujo irregular o la estabilización de pequeños robots y drones, donde la adaptabilidad y la toma de decisiones heurística resultan esenciales.

En la actualidad, el control de sistemas no lineales, como el de la viga y la bola, representa un desafío para los controladores PID clásicos debido a su sensibilidad ante variaciones en los parámetros físicos del sistema, tales como el peso de la esfera, la fricción del eje o la pendiente de la viga. Esta limitación dificulta mantener una respuesta estable y precisa ante perturbaciones o cambios en las condiciones de operación. Aunque existen alternativas como el control difuso, no se cuenta con suficientes estudios experimentales que comparen de manera sistemática su desempeño frente al controlador PID en un entorno real implementado con hardware accesible, como Arduino. Por lo tanto, el problema radica en determinar cuál de estos enfoques de control ofrece un mejor desempeño en términos de estabilidad, tiempo de respuesta y precisión cuando se aplica al sistema bola-viga bajo condiciones variables.

V. JUSTIFICACIÓN

El análisis comparativo entre controladores PID y lógica difusa aplicado al sistema bola y viga es de gran relevancia debido a la necesidad creciente de controlar sistemas dinámicos no lineales en la industria y la academia [11]. La correcta estabilización del sistema bola y viga no solo representa un desafío técnico, sino que también ofrece una oportunidad educativa valiosa para comprender y aplicar conceptos avanzados de control [12]. Por ello, este estudio fortalece la formación práctica y teórica de los futuros ingenieros, facilitando el aprendizaje de métodos que son aplicables a sistemas reales [13].

El presente proyecto se justifica en la necesidad de explorar alternativas de control que permitan mejorar el desempeño de sistemas no lineales, como el de la viga y la bola, frente a las limitaciones del controlador PID clásico. Si bien este último es ampliamente reconocido por su simplicidad y eficacia en sistemas lineales, su rendimiento puede verse comprometido cuando se enfrenta a condiciones cambiantes o comportamientos no lineales [14]. En este contexto, el uso de un controlador PD difuso representa una alternativa prometedora, ya que su estructura flexible y basada en reglas permite adaptarse a variaciones en el sistema sin requerir una sintonización exacta de parámetros. La comparación experimental entre ambos enfoques, implementados con hardware de bajo costo, ofrece un aporte significativo al análisis de estrategias de control accesibles, eficientes y aplicables a entornos académicos e industriales, contribuyendo al fortalecimiento de la enseñanza y la investigación en control automático [15].

La lógica difusa se presenta como una solución atractiva que no requiere un modelo matemático exacto y puede adaptarse a la incertidumbre y variabilidad del sistema [16], [17]. Su capacidad para manejar información imprecisa mediante reglas lingüísticas y funciones de pertenencia le permite mantener la estabilidad y el rendimiento incluso en condiciones cambiantes [18]. Esto contribuye a una mayor precisión en la regulación del sistema bola y viga, especialmente en presencia de no linealidades y perturbaciones externas.

El contraste entre ambos enfoques ofrece también una perspectiva práctica sobre sus aplicaciones más adecuadas. El control PID resulta ideal en procesos industriales de comportamiento lineal y predecible —como la regulación de temperatura, presión o velocidad en bandas transportadoras— donde se requiere una respuesta rápida y un modelo fácilmente ajustable. En cambio, el control difuso se adapta mejor a entornos variables, como sistemas de climatización, robótica móvil o control de nivel en tanques, donde la incertidumbre y la falta de modelos precisos dificultan la aplicación del PID. Analizar ambos métodos en el sistema viga y bola permite determinar con mayor claridad las condiciones bajo las cuales cada controlador ofrece un mejor desempeño [19].

Desde una perspectiva económica, el proyecto se destaca por su viabilidad de implementación y bajo costo, al utilizar componentes accesibles como microcontroladores Arduino, sensores de posición y servomotores. Estas plataformas abiertas no solo reducen los costos de adquisición y mantenimiento, sino que también fomentan el aprendizaje autónomo y la experimentación, elementos clave en la formación de ingenieros competentes y creativos. Además, la implementación final del sistema se realiza sin depender de software propietario como MATLAB, utilizando herramientas de libre distribución y programación directa en el entorno de Arduino, lo que permite que el sistema sea fácilmente replicable en instituciones educativas o proyectos de innovación tecnológica sin requerir grandes inversiones.

Por otro lado, el análisis del costo de desarrollo cobra especial importancia, ya que permite evaluar la eficiencia en términos de tiempo y esfuerzo del operador o ingeniero. En este sentido, el controlador PID exige una sintonización manual precisa de los parámetros lo que puede implicar múltiples ajustes hasta alcanzar la estabilidad deseada. En contraste, el controlador PD difuso, aunque requiere mayor tiempo de diseño inicial, reduce la intervención humana posterior al adaptarse automáticamente a los cambios del sistema. Este equilibrio entre esfuerzo de diseño y autonomía operativa permite reducir los recursos humanos y técnicos disponibles, un aspecto fundamental tanto en entornos académicos como industriales [20].

Desde una perspectiva económica, el proyecto presenta una alta viabilidad de implementación, ya que emplea componentes de bajo costo y fácil acceso, como microcontroladores Arduino, sensores de posición y servomotores. El uso de plataformas abiertas y software libre reduce los gastos en licencias y mantenimiento, haciendo posible su aplicación tanto en entornos académicos como en pequeñas industrias que recién comienzan en el campo de la automatización. Además, el análisis del recurso humano resulta clave: mientras el PID requiere ajustes manuales y un proceso de sintonización cuidadoso, el controlador difuso, aunque más complejo de diseñar inicialmente, reduce el tiempo de intervención humana una vez configurado. Esta diferencia permite evaluar la eficiencia de ambos controladores no solo en términos técnicos, sino también operativos y de mantenimiento [20].

Finalmente, la implementación y evaluación de los controladores PID y lógica difusa en el sistema bola y viga no solo contribuye al avance científico, sino que también responde directamente al problema identificado: la falta de estudios experimentales que comparen ambos métodos en un entorno controlado y reproducible. Además, el desarrollo de este sistema experimental fortalece la transferencia de conocimiento hacia aplicaciones reales, promoviendo el aprendizaje activo, la innovación tecnológica y la formación de profesionales altamente capacitados en control automático [12].

VI. OBJETIVOS

VI-A. *Objetivo general*

Desarrollar un sistema viga y bola usando elementos de bajo costo para el análisis comparativo de índice de desempeño entre los algoritmos de control PID clásico y PD difuso.

VI-B. *Objetivos específicos*

- Desarrollar un sistema de viga y bola considerando componentes mecánicos, electrónicos y de control de bajo costo.
- Implementar los controladores PID clásico y PD difuso en el sistema de viga y bola para el análisis de los índices de desempeño de cada algoritmo.
- Analizar el comportamiento dinámico del sistema viga y bola bajo la acción de los controladores PID clásico y PD difuso, evaluando sus índices de desempeño tales como el IEA, e ISE.

VII. MARCO TEÓRICO

VII-A. *Estado del arte*

El estudio y control del sistema bola y viga ha sido un estándar constante tanto en la formación y preparación académica, como a su vez en la experimentación en ingeniería de control, debido a su carácter no lineal y también a su inestabilidad inherente. Este sistema normalmente es utilizado como un modelo de laboratorio para intentar determinar diferentes técnicas de control, debido a que su naturaleza desafiante pide exigentemente distintas estrategias capaces de conservar el equilibrio de la esfera sobre la viga ante las distintas perturbaciones externas o variaciones que puede haber en sus parámetros físicos [21]. Gracias a su aplicación didáctica y de investigación permite entender la relación entre estabilidad, precisión y robustez en sistemas dinámicos.

En los últimos años, la evolución de placas de desarrollo de bajo costo, como Arduino o ESP32, ha vuelto muy accesible la experimentación con sistemas bola y viga en la mayoría de las universidades latinoamericanas, convirtiéndolo en un instrumento accesible para comparar enfoques de control tanto clásicos como inteligentes [22]. La implementación en placas de desarrollo permite realizar diferentes diseños para pruebas en tiempo real con componentes bastante económicos, simplificando la implementación práctica de controladores PID (Proporcional–Integral–Derivativo) y basados en lógica difusa, los cuales son los dos enfoques más estudiados en la literatura reciente.

El controlador PID se ha posicionado históricamente como el método de control más utilizado por su facilidad de implementación y un costo computacional económico, lo cual lo hace idóneo para sistemas embebidos. Sin embargo, los estudios más recientes apuntan que su desempeño tiende a disminuir paulatinamente cuando se enfrenta a sistemas no lineales o a perturbaciones significativas [23]. Su mayor desventaja radica en la necesidad de una sintonización con precisión de sus parámetros para conservar un desempeño adecuado. Si las condiciones del sistema cambian —por ejemplo, por alteraciones en la masa de la bola o la fricción—, el controlador tiende a perder estabilidad o generar oscilaciones indeseadas. Por ello, diferentes investigaciones han sugerido estrategias de ajuste adaptativo del PID mediante algoritmos evolutivos o heurísticos para lograr mejoras en su rendimiento.

En contraposición, los controladores basados en lógica difusa están fundamentados en el razonamiento aproximado y logran manejar la incertidumbre sin necesidad de un modelo matemático exacto. En los últimos 10 años se ha notado un aumento en su uso para el control de sistemas no lineales, especialmente en proyectos universitarios y de investigación aplicada. Los controladores difusos sobresalen por su robustez ante perturbaciones y su habilidad de adaptación, al usar reglas lingüísticas del tipo “si–entonces” que emulan el razonamiento humano [24]. Sin embargo, el establecimiento de las funciones de pertenencia y la señalización de las reglas adecuadas siguen siendo un desafío, debido a que dependen de la experiencia del diseñador y del conocimiento empírico del sistema.

Dado el caso, investigaciones recientes han analizado ambas formas de implementaciones físicas usando una placa de desarrollo como plataforma de control, determinando que la lógica difusa proporciona una mejor estabilidad y menor error en estado estacionario a pesar de cambios en las condiciones del sistema, mientras que el PID otorga menor tiempo de cómputo y más sencillez de ajuste inicial [25]. No obstante, el rendimiento global necesita significativamente de agentes externos como la calidad de los sensores, la latencia del lazo de control y el ruido

de medición.

La literatura de los últimos años también destaca la importancia del contexto académico y experimental en estos estudios. Por ejemplo, muchos proyectos en universidades de México, Colombia y España han utilizado el sistema bola y viga con Arduino para afianzar el entendimiento de los principios de control realimentado, saturación del actuador y muestreo discreto. Estas experiencias coinciden en que el prototipo logra que los estudiantes puedan visualizar el impacto del retardo, las no linealidades y la discretización sobre el comportamiento del sistema [22, 25].

Por último, los antecedentes analizados reafirman la vigencia del tema y la pertinencia del estudio comparativo entre controladores PID y difusos implementados al sistema bola y viga. La predisposición actual en investigación señala hacia enfoques híbridos y adaptativos que fusionan la eficiencia del PID con la flexibilidad de la lógica difusa, favoreciendo las capacidades de procesamiento de plataformas de bajo costo. Así, el estudio propuesto aporta no solo a la comprensión teórica de las estrategias de control, sino también a la consolidación de la enseñanza y experimentación en ingeniería mecatrónica y automática.

VII-B. Modelado de un sistema de viga y bola

El sistema bola y viga es una muestra paradigmática de un sistema dinámico no lineal e inestable, usado ampliamente para el estudio y la aprobación de técnicas de control. Su dinámica describe la conducta de muchos procedimientos industriales donde el factor controlado debe mantenerse dentro de límites ajustados, incluso con perturbaciones externas. En este sistema, la posición de la bola (x) depende del ángulo de inclinación de la viga (θ), el cual es ajustado por un actuador para conservar el equilibrio. Como una pequeña variación en el ángulo provoca una aceleración significativa de la bola, el sistema requiere un controlador rápido, preciso y estable [26].

Además, en el presente estudio se evaluará el desempeño de los controladores bajo escenarios de cambio de referencia, ya que este tipo de variación constituye una condición fundamental en sistemas de seguimiento. Los índices de desempeño —como el tiempo de establecimiento, el sobreimpulso, el error en estado estacionario y la estabilidad ante variaciones abruptas del punto de operación— serán analizados tomando como base la respuesta del sistema ante modificaciones en la posición deseada de la bola. De esta forma, se garantiza que la comparación entre el controlador PID clásico y el PD difuso refleje su capacidad real para seguir referencias dinámicas, condición clave en aplicaciones prácticas donde el setpoint no permanece constante.

Luego, para entender el comportamiento del sistema, se inicia de un modelo físico simplificado sustentado en la segunda ley de Newton. Si $x(t)$ es la posición de la bola y $\theta(t)$ el ángulo de la viga respecto a la horizontal, la ecuación del movimiento puede entenderse como (ver Ecuación 1):

$$m\ddot{x}(t) = mg \sin(\theta(t)) \quad (1)$$

donde m es la masa de la bola y g la aceleración de la gravedad.

Como se observa en la Figura 1, el modelo físico permite visualizar la relación entre la inclinación de la viga y el desplazamiento de la esfera.

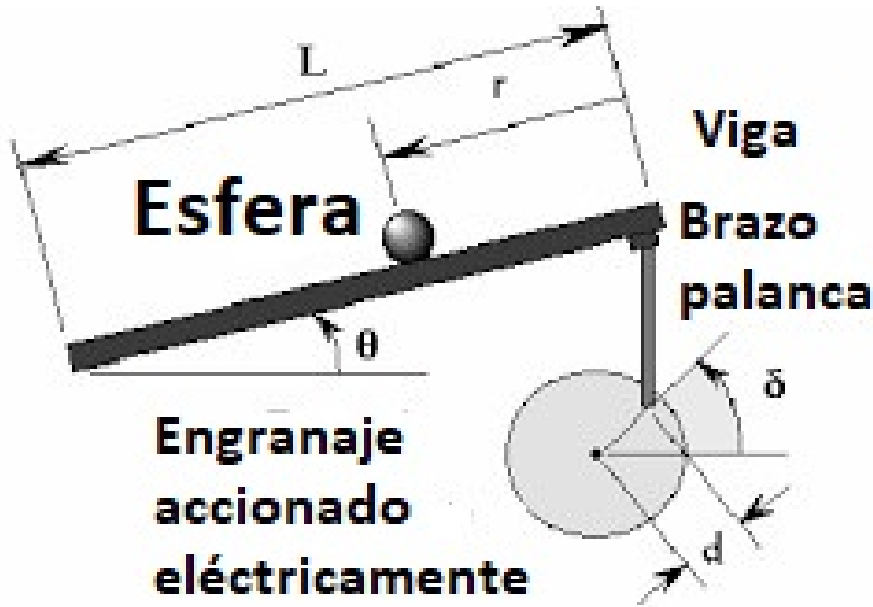


Figura 1. Modelo físico del sistema bola y viga.

Fuente: Adaptado de [27].

Asumiendo que los ángulos de inclinación son pequeños ($\sin(\theta) \approx \theta$), la ecuación tiende a linealizarse en torno al equilibrio, como se aprecia en la Ecuación 2:

$$\ddot{x}(t) = \frac{g}{L}\theta(t) \quad (2)$$

donde L sería la longitud de la viga. Esta relación comprueba que la aceleración de la bola es proporcional al ángulo de inclinación de la viga, lo que transforma al sistema en inestable: cualquier alteración inicial de la posición de equilibrio puede aumentar si no se realiza una acción de control adecuada [28].

La variable manipulada por el controlador es el ángulo $\theta(t)$, producido por un servomotor. El meta del control es alterar $\theta(t)$ de manera que la posición $x(t)$ de la bola siga una referencia esperada $r(t)$. Esta realimentación se ejecuta a través de un sensor que mide la posición de la bola en tiempo real, y un algoritmo que opera la señal de control $u(t)$.

VII-C. Plataformas de control embebido

El desarrollo de sistemas de control en tiempo real requiere plataformas de procesamiento capaces de ejecutar algoritmos bajo restricciones estrictas de tiempo, confiabilidad y recursos computacionales. En aplicaciones académicas y de laboratorio, los sistemas embebidos han adquirido un papel fundamental, ya que permiten implementar, validar y comparar estrategias de control clásico e inteligente en entornos físicos reales. Estas plataformas facilitan

la adquisición de datos, el procesamiento en tiempo real y la generación de señales de control para actuadores, aspectos esenciales en sistemas dinámicos inestables como el sistema bola y viga [29, 30].

En forma básica, una plataforma de control embebido se compone de varios elementos fundamentales que trabajan de manera integrada. El núcleo del sistema es el microcontrolador o procesador digital, encargado de ejecutar el algoritmo de control y coordinar el funcionamiento general del dispositivo. Este componente integra, en un solo circuito, la unidad central de procesamiento (CPU), memoria de programa y memoria de datos, así como periféricos internos que permiten la interacción con el entorno físico [31].

Un segundo componente esencial corresponde a los módulos de adquisición de datos, particularmente los convertidores analógico–digitales (ADC). Estos permiten transformar las señales analógicas provenientes de sensores en valores digitales que pueden ser procesados por el algoritmo de control. La resolución y velocidad de muestreo del ADC influyen directamente en la precisión con la que se representa la variable medida, lo cual resulta crítico en sistemas con dinámica rápida o comportamiento no lineal [30].

De forma complementaria, las plataformas embebidas incorporan módulos de generación de señal, como los convertidores digital–analógico (DAC) o los generadores de modulación por ancho de pulso (PWM). En muchos sistemas de control modernos, la señal PWM se utiliza para accionar motores, servomotores o actuadores eléctricos, ya que permite regular potencia y posición mediante el ajuste del ciclo de trabajo. Estos módulos constituyen el enlace entre el cálculo digital del controlador y la acción física aplicada al sistema [31].

Otro elemento relevante lo constituyen los temporizadores y contadores internos, que permiten establecer periodos de muestreo precisos y garantizar la ejecución periódica del algoritmo de control. En aplicaciones de control en tiempo real, el cumplimiento estricto del tiempo de muestreo es fundamental para preservar la estabilidad y el desempeño del sistema [29].

Finalmente, las interfaces de comunicación —como UART, I²C, SPI o USB— posibilitan la interacción con dispositivos externos, sensores digitales, módulos inalámbricos o sistemas de supervisión. Estas interfaces amplían la funcionalidad de la plataforma y facilitan la integración con herramientas de monitoreo y registro de datos [31].

En conjunto, estos componentes conforman la arquitectura básica de una plataforma de control embebido. Su adecuada selección y configuración permiten implementar algoritmos de control clásico y difuso de manera eficiente, garantizando coherencia entre el diseño teórico y la validación experimental del sistema.

VII-C1. Microcontroladores: Un microcontrolador es un dispositivo electrónico que integra en un solo circuito una unidad central de procesamiento, memoria y periféricos de entrada y salida. Su empleo es ampliamente difundido en sistemas embebidos debido a su bajo consumo energético, tamaño reducido y capacidad para operar en tiempo real [31]. En aplicaciones de control automático, los microcontroladores permiten ejecutar algoritmos discretos, gestionar interrupciones temporizadas y establecer comunicación directa con sensores y actuadores.

En los sistemas de control de lazo cerrado, el microcontrolador se encarga de ejecutar periódicamente el ciclo

de muestreo, calcular la señal de control y actualizar la salida hacia el actuador. Esta operación debe realizarse de forma determinista, es decir, dentro de intervalos de tiempo predecibles y acotados, condición necesaria para garantizar la estabilidad del sistema. En aplicaciones como el sistema bola y viga, donde la dinámica es sensible a retardos, pequeñas variaciones en el tiempo de ejecución pueden provocar oscilaciones o degradar el desempeño del controlador [30].

VII-C2. Placas de desarrollo: Entre las plataformas de desarrollo más utilizadas en el ámbito académico se encuentra *Arduino*, la cual se basa en microcontroladores de arquitectura AVR o ARM. En particular, la placa *Arduino Uno Rev3*, mostrada en la Figura 2, se ha consolidado como una de las más empleadas en entornos educativos debido a su facilidad de programación, bajo costo y amplia comunidad de usuarios [32]. Estas características han favorecido su implementación en prácticas de laboratorio y proyectos de control didácticos. No obstante, sus limitaciones en capacidad de procesamiento, velocidad de reloj y memoria pueden restringir su desempeño en aplicaciones que requieren tasas de muestreo elevadas o la ejecución de algoritmos de control más complejos.

Por otra parte, la plataforma *Raspberry Pi*, que se observa en la Figura 3, corresponde a una computadora de placa reducida orientada principalmente a aplicaciones de propósito general. A diferencia de los microcontroladores tradicionales, este tipo de dispositivo ejecuta sistemas operativos completos, como Linux, lo que le confiere mayor potencia de procesamiento y versatilidad para tareas de alto nivel [33]. Sin embargo, la presencia de un sistema operativo introduce latencias variables y una menor previsibilidad temporal, lo que puede afectar la determinación estricta de los tiempos de muestreo en aplicaciones de control en tiempo real.

En contraste, el *ESP32*, ilustrado en la Figura 4, es un microcontrolador de 32 bits desarrollado por Espressif Systems que combina una elevada capacidad de procesamiento con periféricos de comunicación integrados [34]. Este dispositivo dispone de uno o dos núcleos de procesamiento, mayores frecuencias de reloj y recursos de hardware orientados a aplicaciones de tiempo real. Gracias a estas características, el ESP32 se posiciona como una alternativa intermedia entre plataformas de bajo costo como *Arduino* y sistemas más complejos basados en computadoras de placa reducida, ofreciendo un equilibrio adecuado entre desempeño, consumo energético y facilidad de integración en sistemas de control embebido.

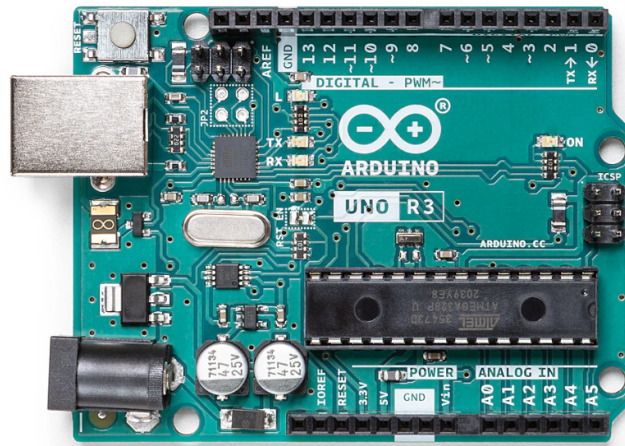


Figura 2. Placa de desarrollo Arduino Uno Rev3

Fuente: [35]

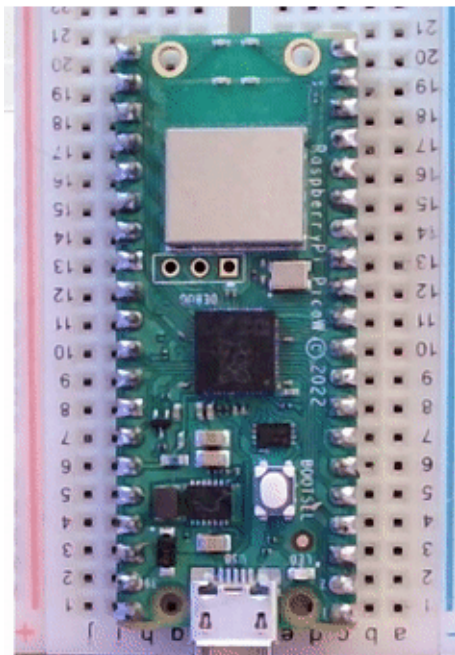


Figura 3. Placa Raspberry Pi Pico W

Fuente: [36]

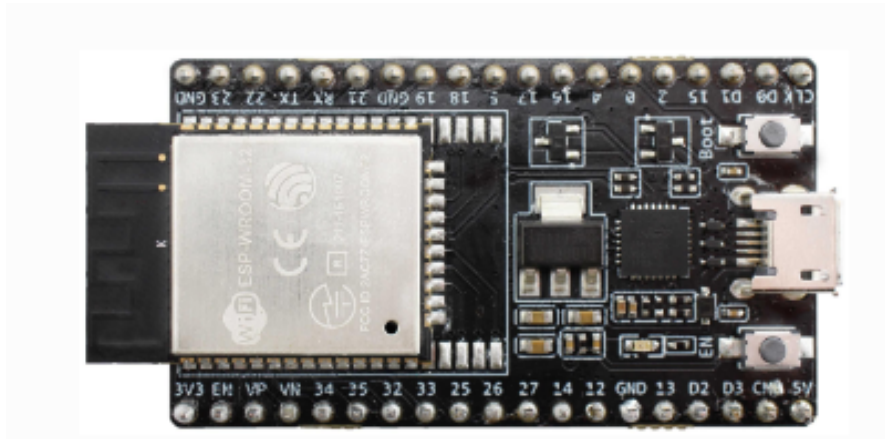


Figura 4. Módulo ESP32-WROOM-32

Fuente: [37]

VII-C3. Selección de la plataforma de control: La selección de una plataforma de control para sistemas dinámicos debe considerar criterios como la capacidad de procesamiento, el tiempo de respuesta, la disponibilidad de periféricos, el consumo energético y la facilidad de integración. En sistemas como el bola y viga, donde se ejecutan algoritmos de control en lazo cerrado con tiempos de muestreo reducidos, resulta fundamental disponer de un procesador capaz de manejar operaciones matemáticas en tiempo real sin introducir retardos significativos [38].

Adicionalmente, el determinismo temporal constituye un aspecto crítico en sistemas de control digital. Un sistema determinista garantiza que las tareas de adquisición, procesamiento y actuación se ejecuten dentro de intervalos de tiempo conocidos, condición indispensable para preservar la estabilidad del lazo de control. En sistemas inestables, como el bola y viga, una variación mínima en el tiempo de ejecución puede afectar de manera significativa la respuesta dinámica [38].

Otro criterio relevante es la resolución y estabilidad de las señales de salida, especialmente en aplicaciones que emplean servomotores como actuadores. La generación precisa de señales de modulación por ancho de pulso (PWM, por sus siglas en inglés *Pulse Width Modulation*) determina el ángulo de inclinación de la viga mediante la variación controlada del ciclo de trabajo. Una temporización estable y una adecuada resolución de la señal PWM permiten una respuesta más suave del actuador, reduciendo oscilaciones y mejorando la estabilidad del sistema [31].

Asimismo, la capacidad de muestreo de las entradas analógicas y la resolución del convertidor analógico–digital (ADC, por sus siglas en inglés *Analog-to-Digital Converter*) influyen directamente en la calidad de la medición del sistema. El ADC es el encargado de transformar las señales analógicas provenientes de los sensores en valores digitales que pueden ser procesados por el microcontrolador. Una mayor resolución del ADC permite detectar variaciones pequeñas en la posición de la bola, mejorando la estimación del error y contribuyendo a una acción de control más precisa. Estas características son especialmente relevantes al comparar el desempeño de controladores PID y difusos.

VII-D. Sensores de posición o distancia

En los sistemas de control de lazo cerrado, la medición precisa de la variable de estado constituye un elemento fundamental para garantizar un desempeño adecuado del controlador. En el sistema bola y viga, la variable de interés corresponde a la posición longitudinal de la bola sobre la viga, la cual debe ser medida de manera continua y confiable para permitir la correcta estimación del error y la generación de la acción de control correspondiente [29].

Existen diversos tipos de sensores empleados para la medición de posición y distancia en aplicaciones académicas e industriales, los cuales se diferencian principalmente por su principio de funcionamiento, precisión, rango de medición y facilidad de integración con sistemas embebidos. Entre los sensores más comunes y accesibles se encuentran los sensores ultrasónicos, infrarrojos, magnéticos y sensores industriales de proximidad.

VII-D1. Sensores ultrasónicos: Los sensores ultrasónicos, como el modelo HC-SR04 mostrado en la Figura 5, operan mediante la emisión de pulsos de sonido de alta frecuencia y la medición del tiempo de retorno del eco reflejado por el objeto. Estos sensores son ampliamente utilizados debido a su bajo costo y facilidad de uso. Sin embargo, su precisión puede verse afectada por factores ambientales como la temperatura, la humedad y la inclinación del objeto, lo que limita su aplicación en sistemas de control que requieren mediciones estables y repetitivas [39].



Figura 5. Sensor ultrasónico HC-SR04.

Fuente: [40].

VII-D2. Sensores infrarrojos: Los sensores infrarrojos constituyen una alternativa común para la medición de distancia en aplicaciones de corto alcance. Dispositivos como el CNY70, ilustrado en la Figura 6, o los sensores ópticos de tipo herradura se emplean principalmente en detección de presencia y conteo, mientras que sensores infrarrojos de mayor alcance, como el E18-D80NK, permiten detectar objetos a distancias variables mediante reflexión de luz infrarroja. Estos sensores presentan tiempos de respuesta rápidos y una integración sencilla con microcontroladores, aunque su desempeño puede verse afectado por las características reflectivas de la superficie del objeto [39].

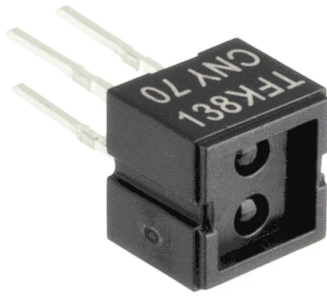


Figura 6. Sensor óptico infrarrojo CNY70.

Fuente: [41].



Figura 7. Sensor infrarrojo E18-D80NK.

Fuente: [42].

VII-D3. Sensores magnéticos e industriales: Los sensores magnéticos, como el módulo KY-024 mostrado en la Figura 8, se utilizan principalmente para detectar campos magnéticos asociados a imanes permanentes, siendo más adecuados para aplicaciones de detección de posición discreta que para mediciones continuas. Por otro lado, los sensores industriales de proximidad, como el LJ12A3-4-Z/BY, ilustrado en la Figura 9, ofrecen alta robustez y confiabilidad, pero suelen estar diseñados para detección binaria y presentan mayores costos, lo que limita su uso en sistemas académicos de medición continua [39].

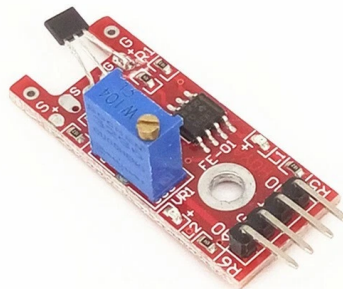


Figura 8. Sensor magnético KY-024.

Fuente: [43].



Figura 9. Sensor inductivo de proximidad LJ12A3-4-Z/BY.

Fuente: [44].

VII-E. Actuadores de movimiento

En un sistema de control realimentado, el actuador constituye el elemento encargado de transformar la señal de control generada por el controlador en una acción física sobre el sistema. Su correcto dimensionamiento y selección influyen directamente en el desempeño dinámico, la estabilidad y la precisión del sistema controlado. En el caso del sistema bola y viga, el actuador debe permitir modificar el ángulo de inclinación de la viga de manera rápida, precisa y repetible, respondiendo adecuadamente a las variaciones de la señal de control generadas por el controlador PID o difuso [29].

Existen diversos tipos de actuadores utilizados en aplicaciones académicas e industriales, entre los cuales destacan los motores de corriente continua, los motores paso a paso y los servomotores. Cada uno presenta características particulares en términos de control, resolución, par disponible y complejidad de implementación.

VII-E1. Motores paso a paso: Los motores paso a paso, Como se observa en la Figura 10, convierten pulsos eléctricos en desplazamientos angulares discretos, lo que permite un control preciso de la posición sin necesidad de un sensor de realimentación adicional. Sin embargo, su uso en sistemas de control continuo presenta ciertas limitaciones, como vibraciones, resonancias mecánicas y una respuesta dinámica más lenta en comparación con otros actuadores. Además, su implementación requiere etapas de potencia específicas y algoritmos de control más complejos, lo que incrementa la carga computacional y la complejidad del sistema [45].

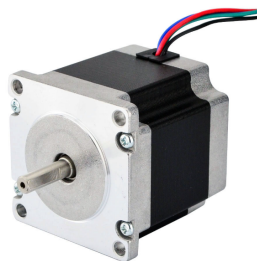


Figura 10. Motor paso a paso

Fuente: [46].

Debido a estas características, los motores paso a paso no resultan la opción más adecuada para el sistema bola y viga, donde se requiere una acción de control suave y continua para evitar oscilaciones indeseadas de la bola.

VII-E2. Servomotores: Los servomotores integran un motor de corriente continua, un sistema de engranajes, un sensor de posición y un circuito interno de control, lo que les permite alcanzar y mantener una posición angular específica a partir de una señal de control tipo PWM (Pulse Width Modulation). Esta integración simplifica considerablemente su uso en sistemas embebidos y los convierte en una opción ampliamente utilizada en aplicaciones educativas y de prototipado [45].

Entre los servomotores más comunes y accesibles se encuentran modelos como el SG90, MG90S y la serie MG995/MG996R. El servomotor SG90, mostrado en la Figura 11, es un dispositivo de bajo costo y tamaño reducido, adecuado para aplicaciones ligeras; sin embargo, su limitado par mecánico restringe su uso en sistemas que requieren soportar cargas mayores o mantener estabilidad ante perturbaciones externas. Por otro lado, el MG90S ilustrado en la Figura 12, ofrece una mejora en términos de par y durabilidad gracias a su tren de engranajes metálicos, aunque su capacidad sigue siendo moderada para aplicaciones con mayores exigencias mecánicas.

Finalmente, el servomotor MG995 como se observa en la Figura 13, proporciona un mayor par de salida y una estructura más robusta, características que lo hacen más adecuado para accionar la viga del sistema bola y viga y mantener estabilidad ante variaciones dinámicas del proceso.



Figura 11. Servomotor SG90

Fuente: [47].

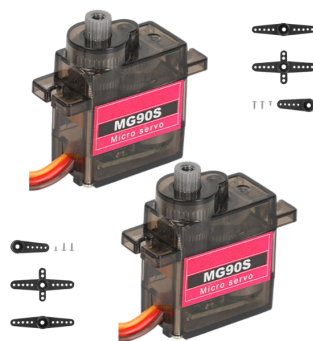


Figura 12. Servomotor MG90S

Fuente: [48].



Figura 13. Servomotor MG995 utilizado en el sistema viga-bola

Fuente: [49].

VII-F. *Lógica difusa*

Para comprender el concepto de lógica difusa, es conveniente partir de la lógica clásica, la cual constituye la base del razonamiento formal tradicional. La lógica clásica, heredada de la lógica aristotélica, establece que toda proposición solo puede asumir uno de dos valores de verdad posibles: verdadero o falso. Bajo este enfoque, no se admite ambigüedad ni grados intermedios de veracidad, y cualquier afirmación debe clasificarse estrictamente en uno de estos dos estados.

La lógica difusa plantea una extensión de este razonamiento al permitir que las proposiciones adopten valores de verdad intermedios. En lugar de limitarse a los valores extremos 0 o 1, una afirmación puede presentar un grado de veracidad comprendido dentro del intervalo continuo entre ambos extremos. De esta manera, un enunciado puede ser parcialmente verdadero o parcialmente falso, lo que permite modelar situaciones imprecisas o ambiguas propias del razonamiento humano [50], [51].

Un ejemplo ilustrativo es la percepción de la temperatura ambiente. Desde el punto de vista de la lógica clásica, una habitación podría clasificarse únicamente como “fría” o “caliente”. Sin embargo, en la experiencia cotidiana, la temperatura puede describirse como muy fría, fría, templada, cálida o muy caliente, entre otros estados posibles. En la lógica difusa, a cada una de estas descripciones lingüísticas se le asigna un grado de pertenencia dentro de un

intervalo de valores, permitiendo representar de manera más realista la percepción humana de la temperatura. Así, una misma medición puede pertenecer parcialmente a varios conjuntos difusos con distintos grados de pertenencia.

La lógica difusa resulta especialmente adecuada para describir y analizar sistemas en los que la información disponible es imprecisa, incompleta o presenta variaciones difíciles de modelar mediante relaciones matemáticas exactas. Al permitir el uso de variables lingüísticas y grados de pertenencia, este enfoque facilita la representación formal de conceptos cualitativos que forman parte del razonamiento humano. Esta característica hace posible abordar problemas donde los métodos tradicionales basados exclusivamente en modelos precisos pueden resultar limitados, proporcionando una base teórica flexible para el desarrollo de estrategias de análisis y control [52].

Una característica relevante de la lógica difusa es su capacidad para trasladar el conocimiento y la experiencia humana a sistemas computacionales. Cuando un operador cuenta con experiencia prolongada en el manejo de una máquina, sus decisiones suelen basarse en criterios cualitativos y heurísticos. Mediante la lógica difusa, dichas reglas empíricas pueden expresarse en forma de reglas lingüísticas del tipo “si-entonces”, las cuales pueden ser interpretadas y ejecutadas por un sistema digital, dando lugar a controladores capaces de emular el comportamiento de un operador experto.

Otra ventaja importante de la lógica difusa es su tratamiento de la incertidumbre. La información obtenida del entorno, ya sea a través de sensores o instrumentos de medición, suele estar afectada por ruido y errores. Tradicionalmente, esta incertidumbre se aborda mediante herramientas probabilísticas y estadísticas. No obstante, la lógica difusa ofrece una alternativa basada en el razonamiento aproximado, permitiendo representar imprecisión sin necesidad de recurrir a modelos probabilísticos estrictos [51].

En el ámbito del control, el control difuso se diferencia del control convencional en que no requiere un modelo matemático explícito del sistema. En técnicas de control clásico o moderno, como el diseño de compensadores o control por retroalimentación de estado, es indispensable conocer o identificar la dinámica del sistema. En contraste, el control difuso puede diseñarse directamente a partir del conocimiento del comportamiento deseado del sistema, lo que simplifica el proceso de diseño. Sin embargo, esta ventaja implica la necesidad de contar con reglas de control bien definidas, usualmente obtenidas de la experiencia de un experto [52].

Cuando no se dispone de un modelo matemático preciso, dos alternativas ampliamente utilizadas son el control PID y el control difuso. El control PID suele ser adecuado para sistemas de una entrada y una salida, mientras que el control difuso resulta especialmente ventajoso en sistemas con múltiples entradas y múltiples salidas, o cuando el comportamiento del sistema es altamente no lineal.

La adopción de valores de verdad intermedios ha dado lugar al desarrollo de diversas ramas matemáticas asociadas a la lógica difusa, tales como la aritmética difusa, el álgebra difusa, las ecuaciones diferenciales difusas y el cálculo difuso aplicado a distintos campos. Asimismo, se ha desarrollado la teoría de la posibilidad como una alternativa a la teoría de la probabilidad para el tratamiento de la incertidumbre [53].

Desde el punto de vista de las aplicaciones tecnológicas, la lógica difusa ha sido empleada en numerosos sistemas

reales. Entre las primeras aplicaciones se encuentran los sistemas de control de grúas con carga, donde se buscaba minimizar las oscilaciones durante el posicionamiento. También ha sido utilizada en plantas de incineración de residuos para estabilizar la generación de energía y reducir emisiones contaminantes, así como en sistemas de generación eólica para equilibrar eficiencia y protección mecánica frente a ráfagas de viento. Otras aplicaciones incluyen el control de procesos en plantas de tratamiento de aguas residuales, robótica móvil, control de temperatura en procesos industriales y automatización de edificios [51], [52].

La lógica difusa fue introducida formalmente por Lotfi A. Zadeh, quien en 1965 publicó el artículo seminal titulado *Fuzzy Sets*, marcando el inicio del desarrollo formal de esta teoría. A partir de este trabajo, se establecieron las bases del razonamiento difuso y del razonamiento aproximado como herramientas para modelar el pensamiento humano en sistemas matemáticos y computacionales [50].

VII-F1. Conjuntos clásicos y conjuntos difusos: Para comprender adecuadamente el funcionamiento de la lógica difusa, resulta necesario analizar las diferencias fundamentales entre los conjuntos clásicos y los conjuntos difusos. Ambos enfoques permiten clasificar elementos dentro de un universo de discurso; sin embargo, lo hacen bajo principios conceptualmente distintos.

Consideremos como ejemplo un conjunto de razas de perros caracterizadas por su velocidad al correr. El objetivo es clasificarlas en dos categorías: razas lentas y razas rápidas. Desde el punto de vista de los conjuntos clásicos, es necesario establecer un umbral bien definido, por ejemplo una velocidad promedio. Aquellas razas cuya velocidad sea inferior a dicho valor pertenecerán exclusivamente al conjunto de razas lentas, mientras que las que lo superen pertenecerán únicamente al conjunto de razas rápidas. En este enfoque, cada elemento pertenece o no pertenece a un conjunto, sin posibilidad de ambigüedad.

Esta característica implica que un elemento no puede formar parte simultáneamente de ambos conjuntos. Es decir, una raza de perro con una velocidad cercana al umbral será clasificada de manera estricta como lenta o rápida, aun cuando su comportamiento real no refleje una diferencia significativa respecto al límite establecido.

En contraste, los conjuntos difusos eliminan esta restricción estricta. En este enfoque, una raza de perro puede pertenecer en distintos grados tanto al conjunto de razas lentas como al de razas rápidas. El grado de pertenencia se expresa mediante un valor real comprendido entre 0 y 1, donde 0 indica ausencia total de pertenencia y 1 indica pertenencia completa. Por ejemplo, una raza extremadamente veloz tendrá un alto grado de pertenencia al conjunto de razas rápidas y uno muy bajo al conjunto de razas lentas, mientras que una raza de velocidad intermedia podrá presentar valores intermedios en ambos conjuntos.

Para formalizar esta clasificación, se introducen dos conceptos fundamentales. El primero es el universo de discurso, que corresponde al conjunto total de elementos bajo análisis. En este caso, el universo puede definirse como el conjunto de todas las razas de perros consideradas, o bien como un intervalo continuo de velocidades posibles. El segundo concepto es la función de membresía, la cual asigna a cada elemento del universo un grado de pertenencia a un conjunto difuso específico.

Matemáticamente, un conjunto difuso A definido sobre un universo de discurso X se caracteriza mediante una función de membresía. Dicha función se expresa formalmente como:

$$\mu_A : X \rightarrow [0, 1]$$

donde $\mu_A(x)$ representa el grado de pertenencia del elemento $x \in X$ al conjunto difuso A . El valor $\mu_A(x) = 0$ indica que el elemento no pertenece al conjunto, mientras que $\mu_A(x) = 1$ indica pertenencia total. Valores intermedios describen grados parciales de pertenencia.

$$A = \int_X \mu_A(x)/x \quad (3)$$

Es importante destacar que la notación empleada en la ecuación 3 no representa una integral en el sentido matemático tradicional, sino una notación simbólica introducida por Zadeh para describir conjuntos difusos con universos de discurso continuos.

Un ejemplo de conjunto difuso continuo puede observarse en las Figuras 14, ?? y 15, donde se presenta la definición analítica de la función de membresía, su implementación en código *Matlab* y la gráfica resultante. En este tipo de conjuntos, la pertenencia varía de forma suave a lo largo del dominio definido.

$$A = \left(\int_0^{15} \frac{e^{\left(\frac{-1}{2}\left(\frac{x-7,5}{5}\right)^2\right)}}{x} \right)$$

Figura 14. Ejemplo de un conjunto difuso continuo cuya función de membresía es de tipo gaussiana.

Fuente: Autor.

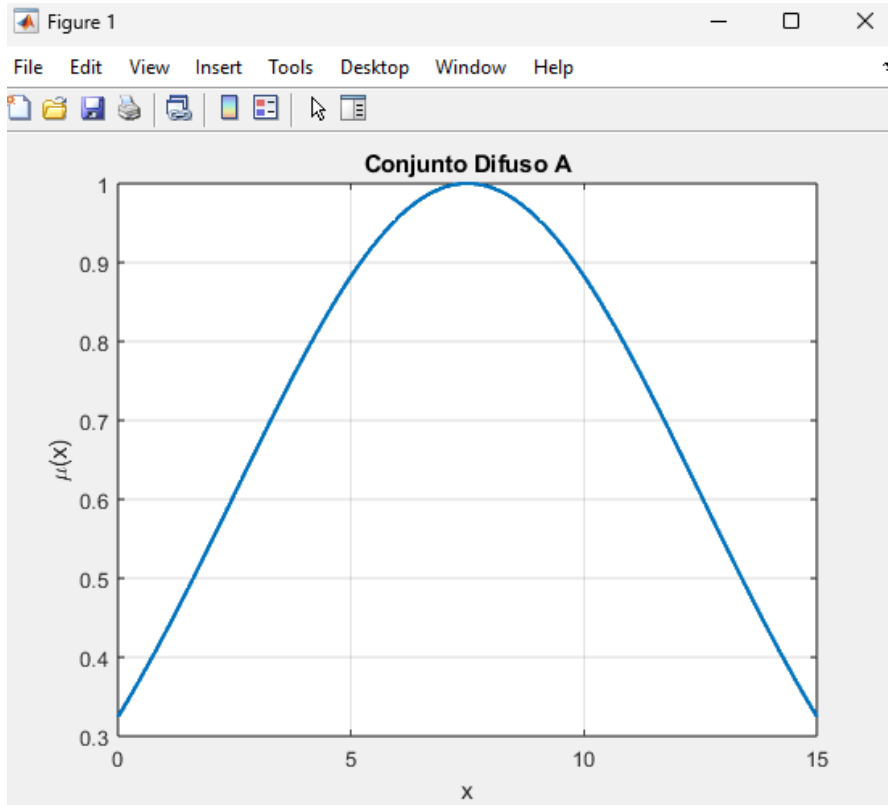


Figura 15. Ejemplo gráfico de un conjunto difuso continuo cuya función de membresía es de tipo gaussiana..

Fuente: Autor.

Por otro lado, los conjuntos difusos discretos se definen sobre un número finito de elementos. En este caso, a cada elemento se le asigna directamente un grado de pertenencia. Como se observa en las Figuras 16 a 18, se presenta la ecuación discreta, su implementación computacional y las representaciones gráficas correspondientes, tanto en forma de puntos como mediante interpolación.

$$A = \sum \mu(x)/x \quad (4)$$

$$A = \left(\frac{0,2}{1} + \frac{0,4}{2} + \frac{0,5}{3} + \frac{0,7}{4} + \frac{0,8}{5} + \frac{0,9}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{0,9}{9} + \frac{0,8}{10} + \frac{0,7}{11} + \frac{0,5}{12} + \frac{0,4}{13} + \frac{0,2}{14} + \frac{0,1}{15} \right)$$

Figura 16. Ejemplo de un conjunto difuso discreto con función de membresía definida punto a punto.

Fuente: Autor.

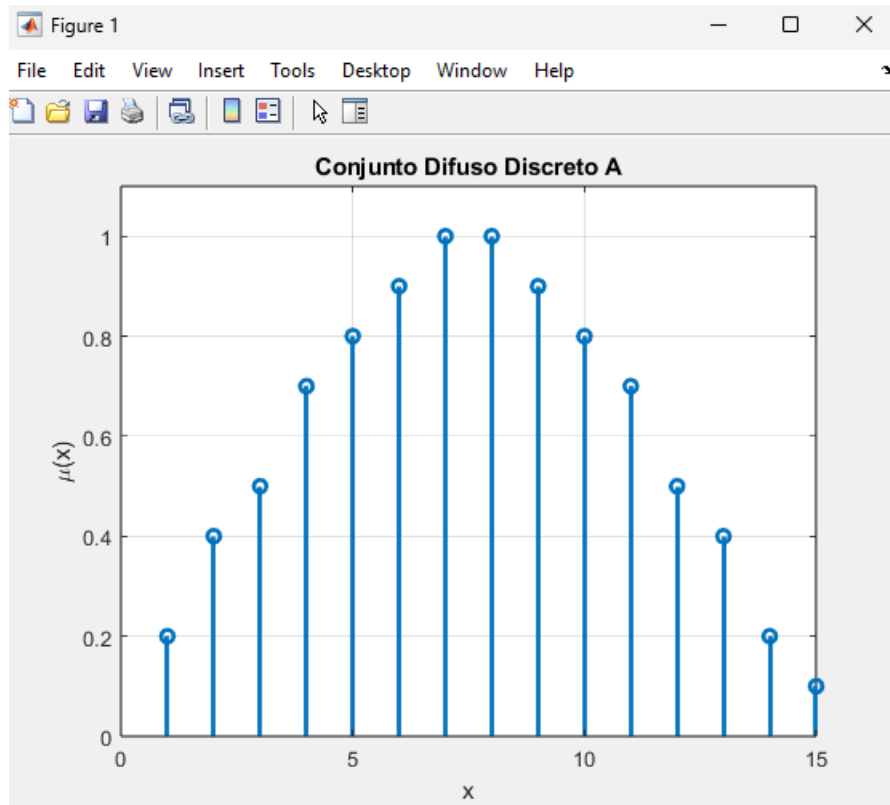


Figura 17. Ejemplo gráfico de un conjunto difuso discreto con función de membresía definida punto a punto.

Fuente: Autor.

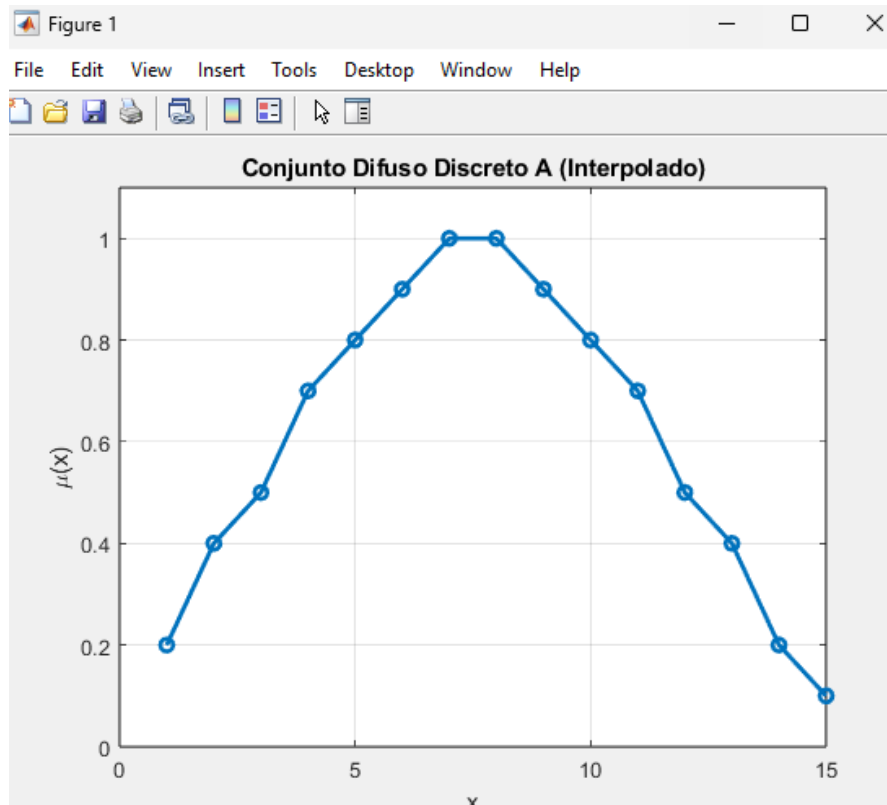


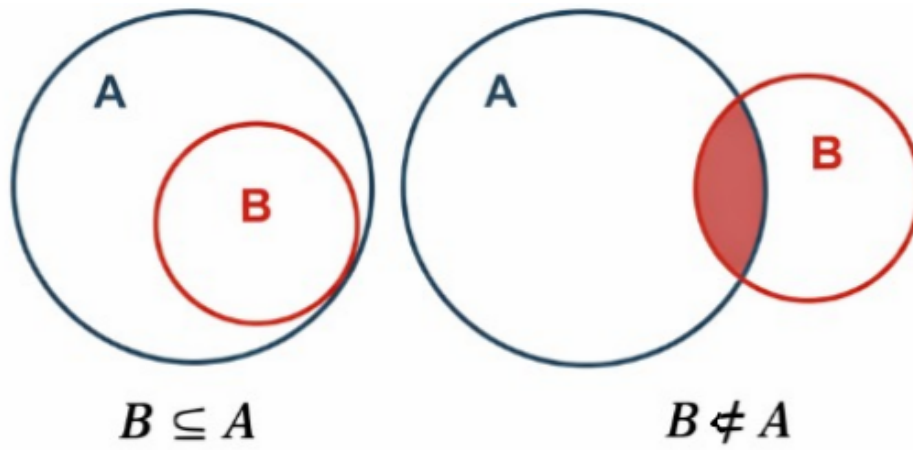
Figura 18. Interpolación del ejemplo gráfico de un conjunto difuso discreto con función de membresía definida punto a punto.

Fuente: Autor.

Este enfoque permite modelar de manera más realista fenómenos donde los límites entre categorías no son estrictos, proporcionando una base sólida para el desarrollo de sistemas de control difuso y razonamiento aproximado.

VII-F2. Operaciones entre conjuntos difusos: Una vez establecidos los conceptos fundamentales del universo de discurso, la función de membresía y la notación utilizada para representar conjuntos difusos, es posible analizar las operaciones básicas que pueden realizarse entre ellos. Estas operaciones permiten extender las nociones clásicas de teoría de conjuntos al contexto difuso, manteniendo una interpretación coherente desde el punto de vista matemático. Entre las operaciones más importantes se encuentran la relación de subconjunto, la intersección, la unión y el complemento.

Para introducir el concepto de subconjunto, conviene recordar primero su definición en el caso de los conjuntos clásicos o certeros. Si se consideran dos conjuntos A y B , se dice que B es subconjunto de A cuando todos los elementos de B están contenidos en A . Gráficamente, esto ocurre cuando el conjunto B se encuentra completamente dentro del conjunto A , como se observa en la Figura 19. En cambio, si solo algunos elementos de B pertenecen a A , entonces B no puede considerarse un subconjunto de A .



$$B \subseteq A \leftrightarrow \mu_B(x) \leq \mu_A(x) \quad \forall x \in X$$

Figura 19. Relación de subconjunto en conjuntos certeros.

Fuente: Autor.

Esta idea puede generalizarse al caso de los conjuntos difusos mediante el análisis de sus funciones de membresía. En este contexto, un conjunto difuso B es subconjunto de otro conjunto difuso A si, para todo elemento del universo de discurso, el grado de pertenencia de B no supera al de A . Esta condición se expresa matemáticamente como se observa en la ecuación 5.

$$B \subseteq A \iff \mu_B(x) \leq \mu_A(x), \quad \forall x \in X \quad (5)$$

Cuando esta condición se cumple en todo el universo de discurso, B es subconjunto de A , como se observa en la Figura 20. Por el contrario, si existen regiones donde la función de membresía de B toma valores mayores que la de A , entonces la relación de subconjunto no se cumple, tal como se muestra en la Figura 21.

$$B \subseteq A \leftrightarrow \mu_B(x) \leq \mu_A, \forall x \in X$$

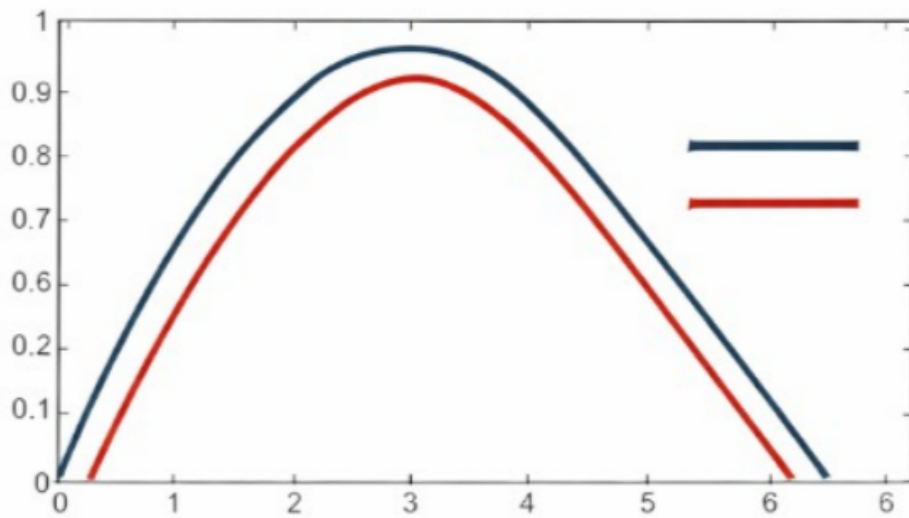


Figura 20. Subconjunto difuso válido.

Fuente: Autor.

$$B \subseteq A \leftrightarrow \mu_B(x) \leq \mu_A, \forall x \in X$$

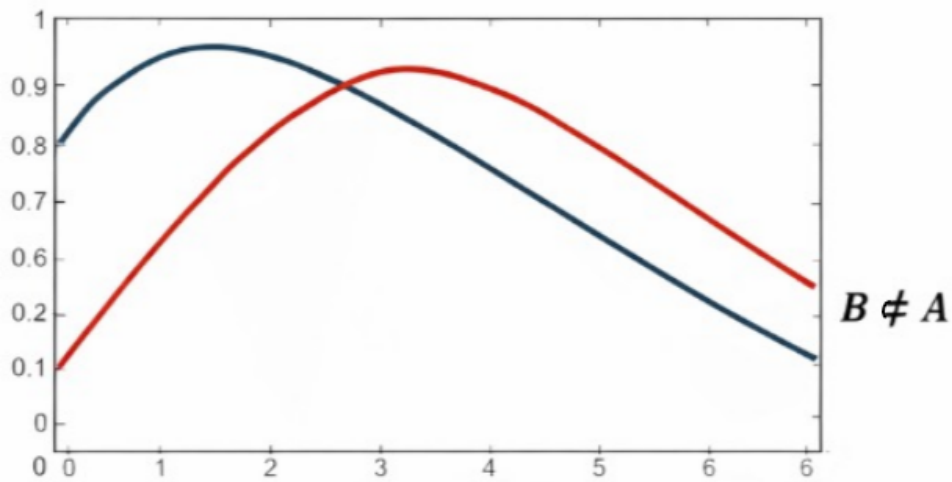


Figura 21. Caso donde no existe relación de subconjunto difuso.

Fuente: Autor.

Otra operación fundamental es la intersección. En conjuntos certeros, la intersección entre dos conjuntos A y B está formada por los elementos que pertenecen simultáneamente a ambos conjuntos. Este concepto se ilustra gráficamente en la Figura 22, donde se observa la región común entre los conjuntos, y en la Figura 23, donde se representa su función característica.

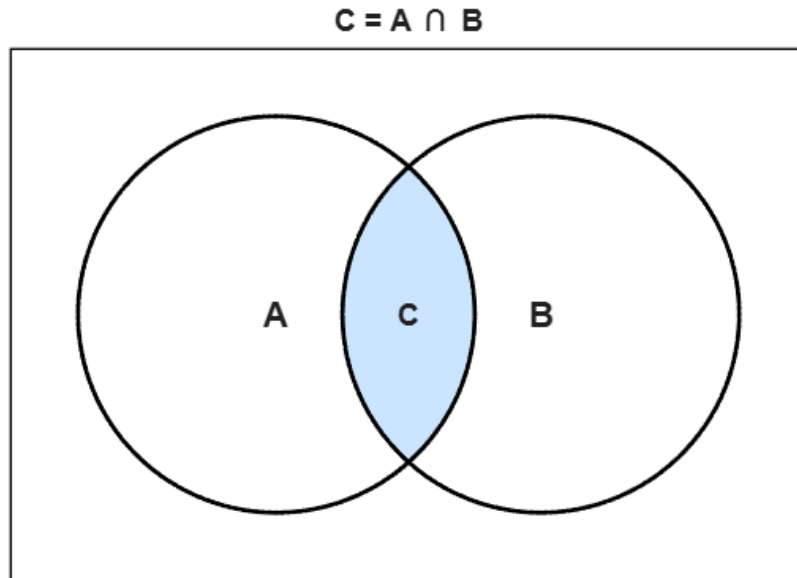


Figura 22. Intersección en conjuntos certeros.

Fuente: Autor.

Para conjuntos difusos, existen distintas maneras de hallar la intersección, pero una de las más utilizadas fue definida por Zadeh mediante el operador mínimo. Dado dos conjuntos difusos A y B , la función de membresía del conjunto intersección se obtiene tomando, para cada elemento del universo, el menor de los grados de pertenencia, como se observa en la ecuación 6.

$$\mu_{A \cap B}(x) = \min(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad \forall x \in X \quad (6)$$

El resultado gráfico de esta operación corresponde a la envolvente inferior de ambas funciones de membresía, tal como se observa en la Figura 23.

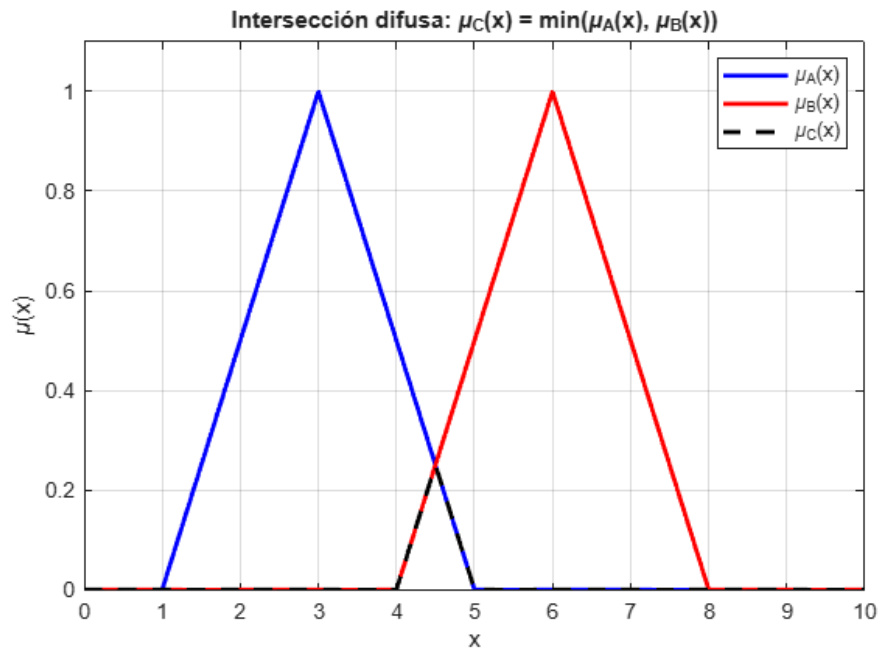


Figura 23. Intersección en conjuntos difusos mediante el operador mínimo.

Fuente: Autor.

De manera análoga, la unión en conjuntos certeros incluye todos los elementos que pertenecen a A , a B o a ambos. Esta operación se ilustra en las Figuras 24 y 25.

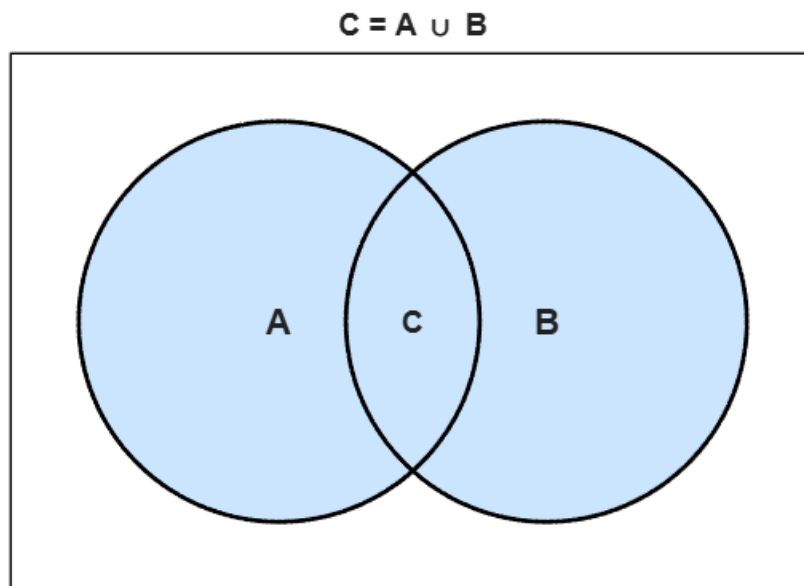


Figura 24. Unión en conjuntos certeros.

Fuente: Autor.

En el caso difuso, la unión se define mediante el operador máximo aplicado a las funciones de membresía, como se observa en la ecuación 7.

$$\mu_{A \cup B}(x) = \max(\mu_A(x), \mu_B(x)), \quad \forall x \in X \quad (7)$$

Gráficamente, el resultado corresponde a la envolvente superior de ambas funciones, tal como se muestra en la Figura 25.

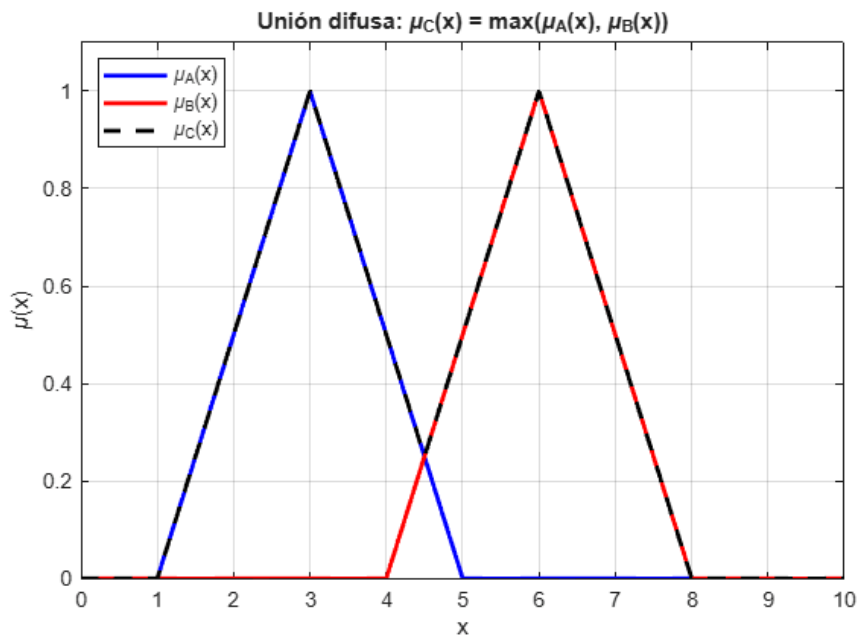


Figura 25. Unión de conjuntos difusos mediante el operador máximo.

Fuente: Autor.

Finalmente, se define la operación de complemento. En conjuntos certeros, el complemento de un conjunto A está formado por todos los elementos del universo que no pertenecen a A , como se observa en la Figura 26.

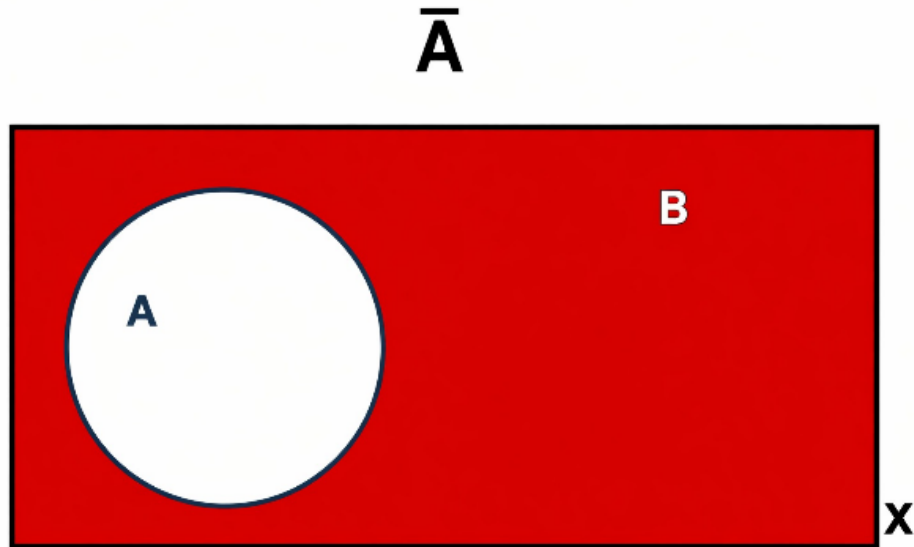


Figura 26. Complemento en conjuntos certeros.

Fuente: Autor.

Para conjuntos difusos, el complemento se define restando a uno el grado de pertenencia original, como se observa en la ecuación 8.

$$\mu_{\bar{A}}(x) = 1 - \mu_A(x), \quad \forall x \in X \quad (8)$$

Esta operación se ilustra gráficamente en la Figura 27, donde puede observarse que la suma de las funciones de membresía del conjunto y su complemento es igual a uno para todo el universo de discurso.

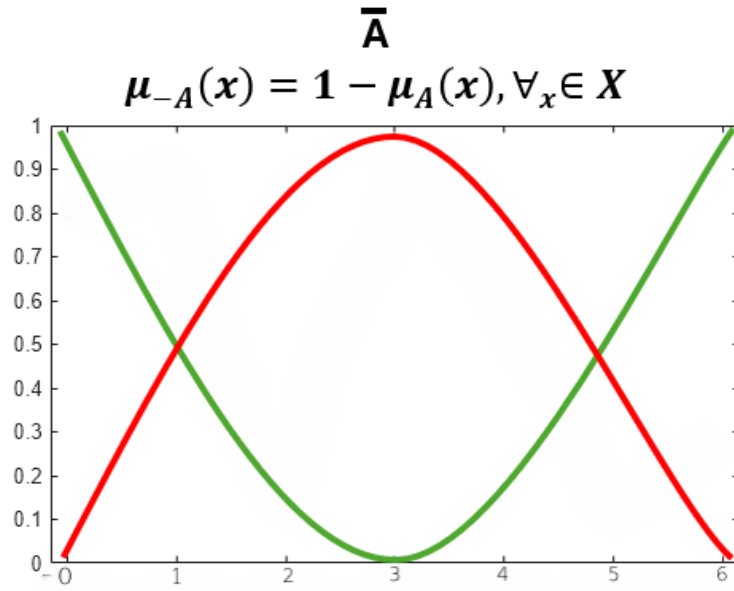


Figura 27. Complemento de un conjunto difuso.

Fuente: Autor.

VII-F3. Funciones de membresía: Las funciones de membresía constituyen uno de los elementos fundamentales en la teoría de los conjuntos difusos, ya que permiten describir de manera gradual el grado de pertenencia de los elementos de un universo de discurso a un conjunto determinado. A diferencia de los conjuntos clásicos, donde la pertenencia es binaria, las funciones de membresía asignan valores continuos en el intervalo $[0, 1]$, lo que posibilita una representación más flexible e intuitiva de fenómenos reales.

Para introducir sus principales características, considérese inicialmente una función de membresía genérica, la cual posteriormente podrá asociarse a una campana generalizada. A partir de esta función se definen varios conceptos relevantes. El primero de ellos es el *núcleo*, denotado como $N(A)$, que corresponde al conjunto de valores del universo de discurso cuya membresía es igual a uno, como se expresa en la ecuación (9). El núcleo representa la región de máxima pertenencia al conjunto difuso.

$$N(A) = \{x \mid \mu_A(x) = 1\} \quad (9)$$

Además del núcleo, se definen las *fronteras* del conjunto difuso, indicadas como $F(A)$. Estas corresponden a los valores del universo de discurso cuya membresía es estrictamente mayor que cero y menor que uno, tal como se observa en la ecuación (10). En esta región se manifiesta la naturaleza gradual de los conjuntos difusos.

$$F(A) = \{x \mid 0 < \mu_A(x) < 1\} \quad (10)$$

La unión del núcleo y las fronteras conforma el *soporte* del conjunto difuso, definido como el conjunto de todos

los valores cuya membresía es mayor que cero, según la ecuación (11). El soporte delimita la región del universo de discurso donde el conjunto tiene influencia.

$$S(A) = \{x \mid \mu_A(x) > 0\} \quad (11)$$

Otro concepto importante es el de *puntos de cruce*, denotados como $PC(A)$, los cuales se definen como los valores del universo de discurso donde la membresía es igual a 0,5, como se muestra en la ecuación (12). En funciones simétricas, estos puntos suelen presentarse en pares.

$$PC(A) = \{x \mid \mu_A(x) = 0,5\} \quad (12)$$

Los puntos de cruce permiten definir el *ancho de banda* de la función de membresía, el cual se calcula como la diferencia absoluta entre los dos puntos de cruce, de acuerdo con la ecuación (13). Este parámetro proporciona una medida del grado de dispersión del conjunto difuso.

$$AB(A) = |x_2 - x_1| \quad (13)$$

Estas características se ilustran gráficamente en la Figura 28.

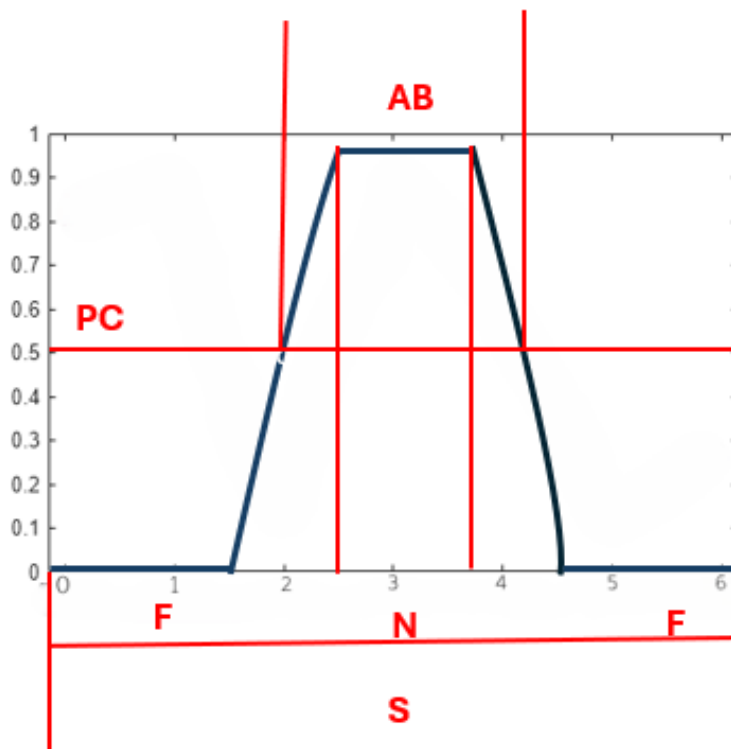


Figura 28. Características principales de una función de membresía.

Fuente: Autor.

La terminología presentada —núcleo, fronteras, soporte, puntos de cruce y ancho de banda— será utilizada de forma recurrente en el diseño de funciones de membresía y, posteriormente, en la construcción de controladores difusos.

Las funciones de membresía pueden clasificarse según diversas propiedades. Una de ellas es la *normalidad*. Una función se considera normal si alcanza el valor de membresía uno al menos en un punto del universo de discurso. En caso contrario, se denomina subnormal, ya que su núcleo es vacío. En la práctica, se busca trabajar con funciones normales, como se observa en la figura 29.

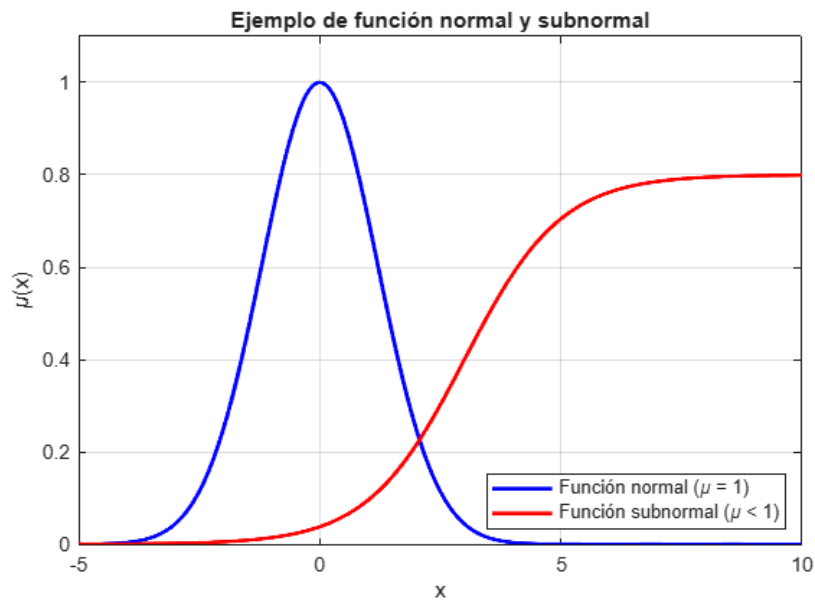


Figura 29. Ejemplo de función de normal y subnormal.

Fuente: Autor.

Otra clasificación corresponde a la *simetría*. Una función de membresía es simétrica cuando presenta la misma forma a ambos lados de un punto central. Si las pendientes o extensiones difieren, la función es no simétrica. Las funciones simétricas son comúnmente empleadas debido a su simplicidad, como se muestra en la figura 30.

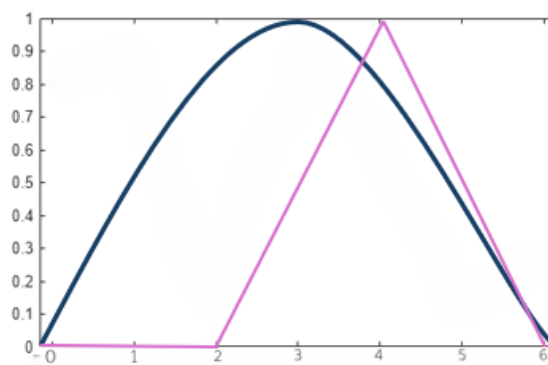


Figura 30. Ejemplo de función de membresía simétrica.

Fuente: Autor.

Las funciones de membresía también pueden ser *abiertas* o *cerradas*. Una función abierta no retorna al valor cero en uno de los extremos del universo de discurso, mientras que una función cerrada asciende desde cero hasta

uno y luego desciende nuevamente a cero. Esta clasificación se ilustra en las Figuras 31 y 32.

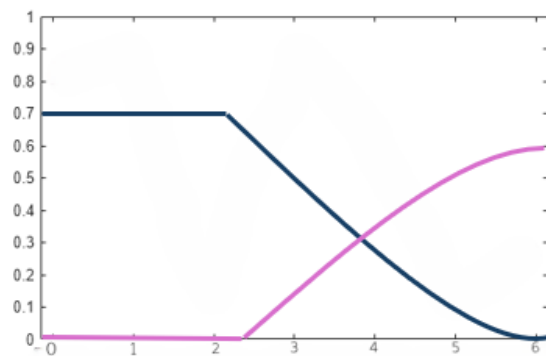


Figura 31. Función de membresía abierta.

Fuente: Autor.

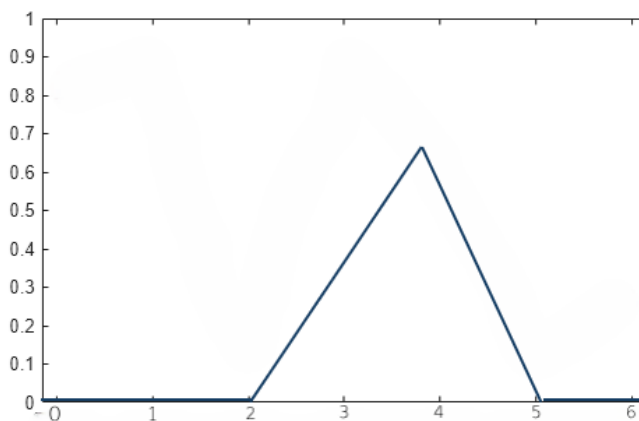


Figura 32. Función de membresía cerrada.

Fuente: Autor.

Desde un punto de vista matemático, una función de membresía es *convexa* si cumple la condición mostrada en la ecuación (14). Esta propiedad garantiza que la función no presente depresiones internas entre dos puntos del universo de discurso.

$$\mu_A(\lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2) \geq \min\{\mu_A(x_1), \mu_A(x_2)\}, \quad \forall x_1, x_2 \in X, \quad \forall \lambda \in [0, 1] \quad (14)$$

Gráficamente, esta condición se aprecia en la Figura 33.

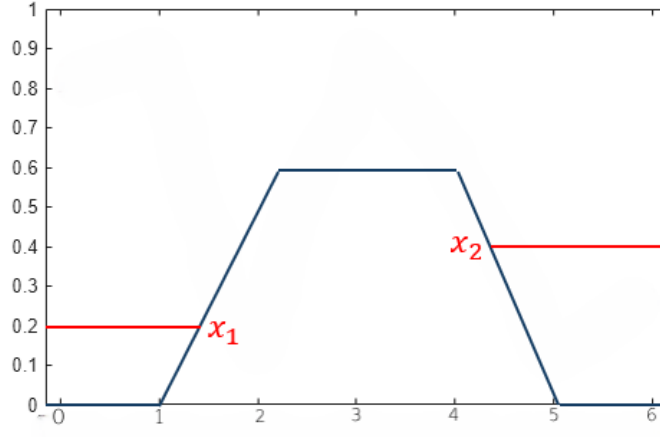


Figura 33. Ejemplo de función de membresía convexa.

Fuente: Autor.

En aplicaciones de control difuso, es habitual emplear funciones de membresía normales y convexas, y en muchos casos también simétricas.

Entre las formas especiales de funciones de membresía destacan el *singleton* y el *conjunto cortado*. El singleton es una función que toma el valor uno únicamente en un punto específico del universo de discurso y cero en el resto, como se observa en la Figura 34. Es ampliamente utilizado en los sistemas de inferencia difusa del tipo Takagi–Sugeno, en los cuales las funciones de salida se expresan como constantes o combinaciones lineales de las variables de entrada, lo que permite una implementación computacional más eficiente. Este tipo de función es especialmente útil para representar entradas discretas en sistemas de control.

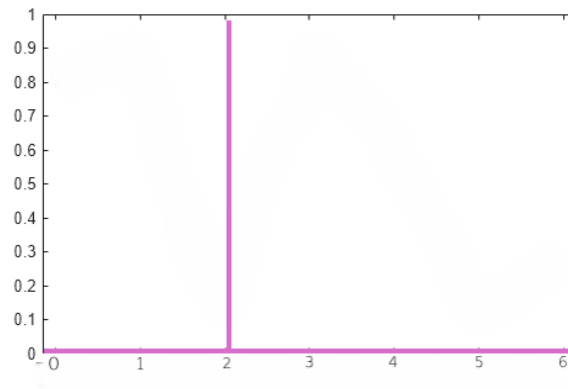


Figura 34. Función de membresía tipo singleton.

Fuente: Autor.

El conjunto cortado se obtiene al fijar un nivel α y conservar únicamente aquellos valores cuya membresía es mayor o igual que dicho umbral. Este concepto se ilustra en la Figura 35 y se emplea para obtener representaciones más definidas a partir de conjuntos difusos.

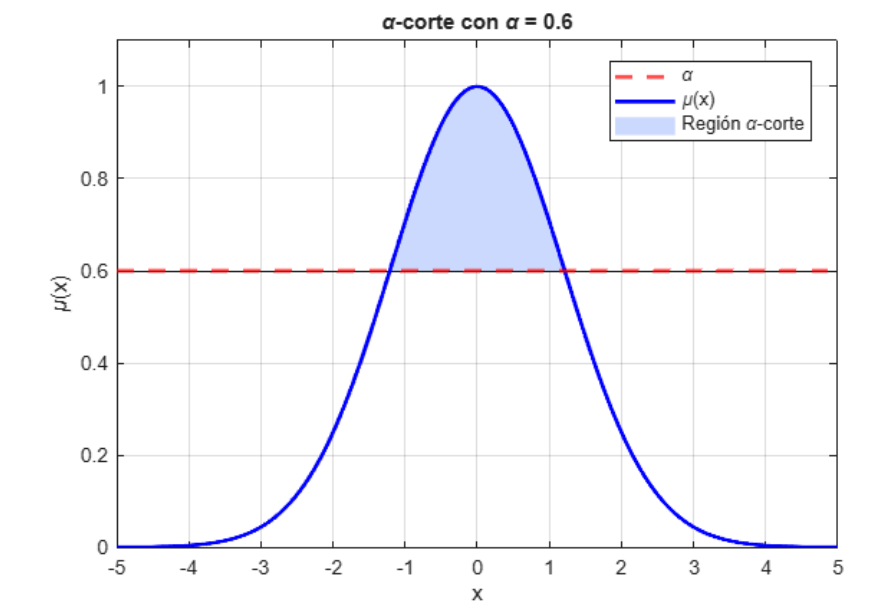


Figura 35. Ejemplo de conjunto difuso cortado a un nivel α .

Fuente: Autor.

Entre las funciones de membresía más utilizadas se encuentran la triangular y la trapezoidal, las cuales presentan derivadas discontinuas debido a cambios abruptos en la pendiente. La función triangular se define mediante tres parámetros a , b y c , como se observa en la ecuación (15).

$$f(x; a, b, c) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b}, & b < x < c \\ 0, & x \geq c \end{cases} \quad (15)$$

Gráficamente, esta función se muestra en la Figura 36.

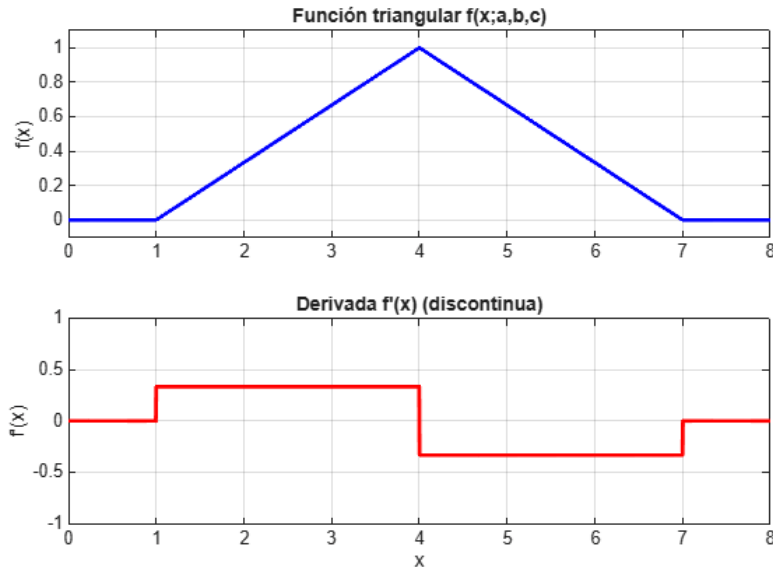


Figura 36. Función de membresía triangular derivada discontinua.

Fuente: Autor.

La función trapezoidal, por su parte, posee un núcleo definido como un intervalo y se describe mediante cuatro parámetros, como se observa en la ecuación (16) y en la figura 37.

$$f(x; a, b, c, d) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a < x \leq b \\ 1, & b < x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c}, & c < x < d \\ 0, & x \geq d \end{cases} \quad (16)$$

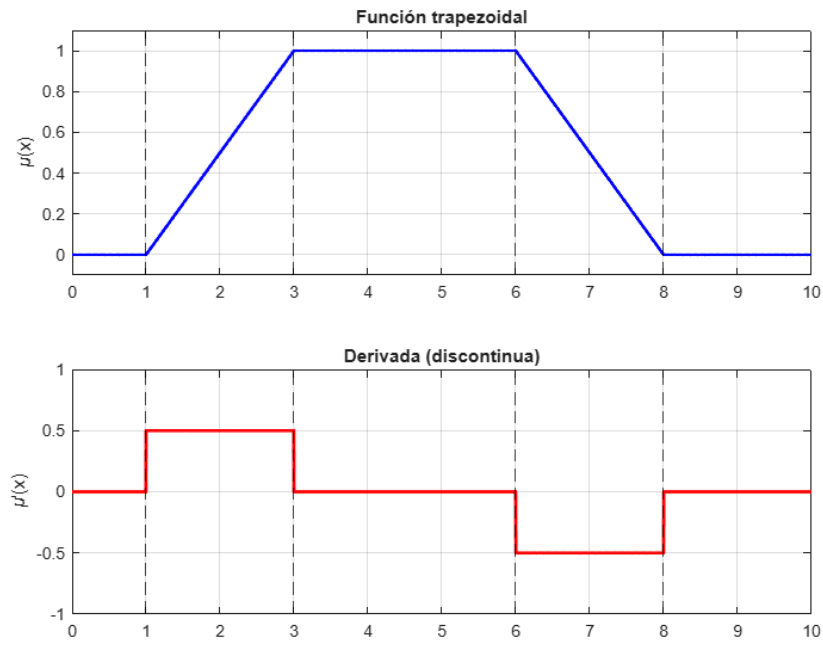


Figura 37. Función de membresía trapezoidal derivada discontinua.

Fuente: Autor.

Estas funciones son ampliamente utilizadas cuando se permite la presencia de pendientes discontinuas. No obstante, cuando se requiere continuidad en la derivada, se emplean funciones suaves como la campana gaussiana y la campana generalizada. La función gaussiana se define como se muestra en la ecuación (17), y en la figura 38.

$$f(x; \delta, x_0) = e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-x_0}{\delta} \right)^2} \quad (17)$$

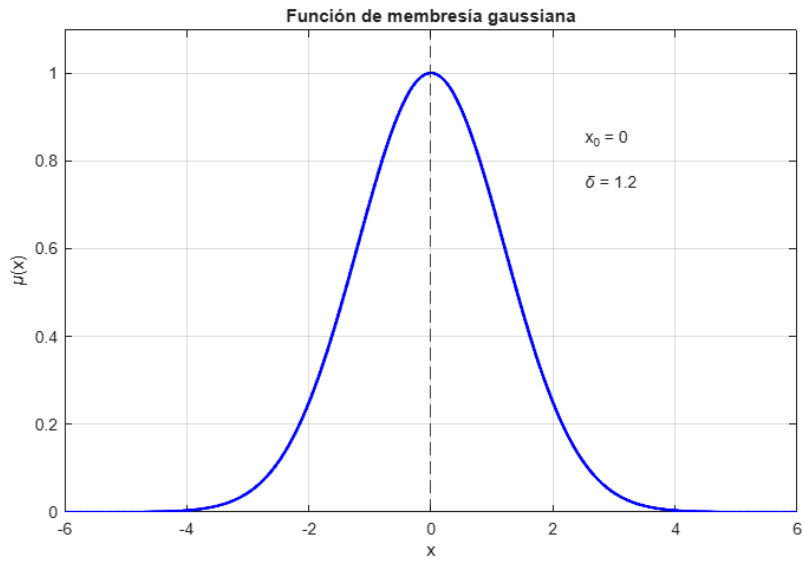


Figura 38. Función de la campana gaussiana.

Fuente: Autor.

Finalmente, la campana generalizada, mostrada en la ecuación (18), y en la figura 39, permite un mayor control sobre la forma de la función mediante sus parámetros.

$$f(x; a, b, x_0) = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - x_0}{a} \right|^{2b}} \quad (18)$$

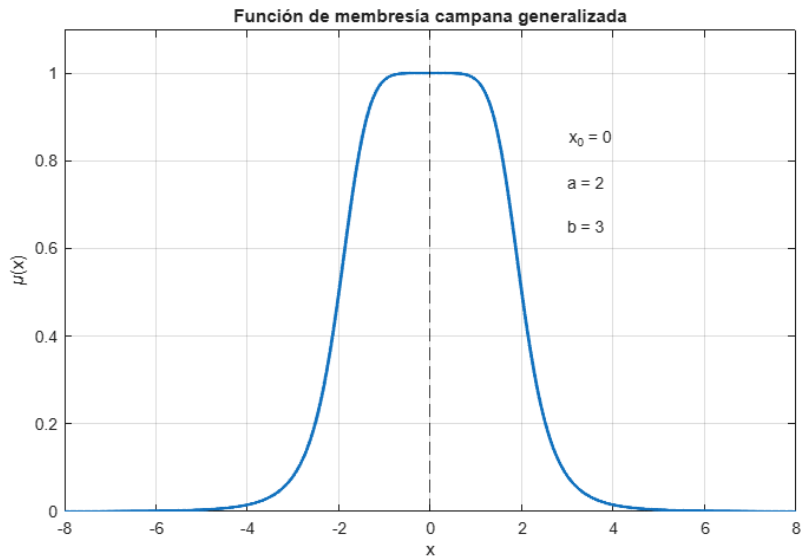


Figura 39. Función de la campana generalizada.

Fuente: Autor.

Con el estudio de estas funciones de membresía se completa una base teórica sólida que permite avanzar hacia

el diseño e implementación de controladores difusos.

VII-F4. Control difuso : Un controlador difuso se estructura a partir de varias etapas claramente definidas que permiten transformar las señales de entrada en una acción de control adecuada [50], [52]. De manera general, antes de ingresar al núcleo del controlador difuso existe una fase de preprocesamiento de la señal, mientras que a la salida del mismo se incorpora una etapa de postprocesamiento. Estas fases adicionales son fundamentales para garantizar la correcta adaptación de las señales al entorno digital y físico del sistema de control [51].

El bloque de preprocesamiento tiene como objetivo acondicionar las señales provenientes del sistema antes de ser procesadas por el controlador difuso. Dicho acondicionamiento resulta necesario debido a que las señales reales pueden presentar ruido, amplitudes inadecuadas o características incompatibles con el sistema de procesamiento digital. En esta etapa pueden implementarse operaciones como filtrado, amplificación, normalización o muestreo [29]. El procesamiento posterior se realiza generalmente en dispositivos digitales tales como computadoras, micro-controladores, FPGAs u otros sistemas de procesamiento secuencial o paralelo.

Una vez acondicionadas las señales de entrada, estas ingresan a la etapa de fusificación. La fusificación consiste en transformar los valores numéricos de las variables de entrada en representaciones difusas mediante funciones de pertenencia. Este proceso evalúa el grado en el cual cada valor pertenece a uno o varios conjuntos difusos definidos previamente, permitiendo describir las variables del sistema en términos lingüísticos [50], [51]. El objetivo principal de esta etapa es traducir la información cuantitativa del sistema a un dominio difuso que facilite el razonamiento del controlador.

Posteriormente, interviene la base de reglas de control, la cual está compuesta por un conjunto de reglas lingüísticas del tipo “si-entonces”. Estas reglas describen el comportamiento deseado del sistema y, en la mayoría de los casos, se fundamentan en el conocimiento empírico de un operador humano o en la experiencia del diseñador del controlador [52]. La base de reglas constituye el núcleo lógico del controlador difuso, ya que establece la relación entre las variables de entrada y la acción de control esperada.

El proceso de inferencia se encarga de evaluar las reglas de control a partir de las entradas difusas obtenidas en la etapa de fusificación. Este procedimiento se basa en un mecanismo de razonamiento lógico conocido como inferencia difusa, el cual permite determinar las conclusiones correspondientes a cada regla activada. Existen diversos métodos de inferencia difusa, y la selección de uno de ellos depende del tipo de controlador y de las características del sistema a controlar [51], [52].

A continuación, la etapa de defusificación transforma el conjunto difuso resultante del proceso de inferencia en un valor numérico único. Este valor representa la señal de control que será aplicada al sistema físico. La defusificación es un paso esencial, ya que permite convertir el razonamiento difuso en una acción concreta y utilizable por los actuadores del sistema [51].

Finalmente, la señal obtenida pasa por una etapa de postprocesamiento, cuyo propósito es adecuar la señal de control antes de ser aplicada al actuador. En esta fase pueden implementarse filtros adicionales o dispositivos de

retención, como retenedores de orden cero o de primer orden, con el fin de reconstruir una señal continua a partir de una señal discreta. De esta manera, se garantiza que la señal final cumpla con las condiciones necesarias para su correcta aplicación en el sistema de control [29].

En el diseño del controlador difuso se distinguen tres etapas: fuzzificación, inferencia y defuzzificación.

Fuzzificación: Las variables de entrada —el error $e(t)$ y su variación $\Delta e(t)$ — se transforman en valores lingüísticos mediante funciones de pertenencia. Un ejemplo de función de pertenencia triangular para el conjunto “Cero (Z)” es (ver la Ecuación 19):

$$\mu_Z(e) = \begin{cases} 0, & |e| \leq -a \text{ o } |e| \geq a, \\ 1 - \frac{|e|}{a}, & |e| < a, \end{cases} \quad (19)$$

Y en la figura 40.

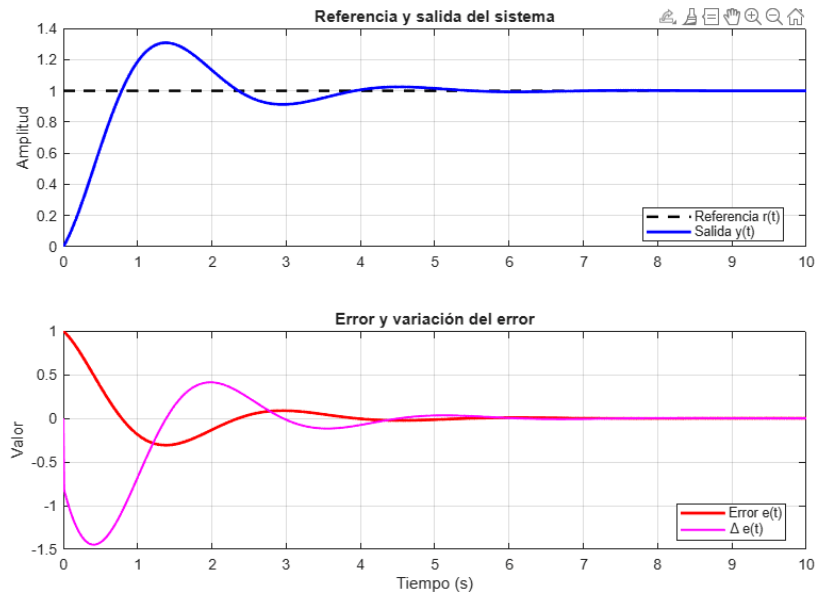


Figura 40. Señal de referencia.

Fuente: Autor.

donde $a > 0$ controla la anchura del conjunto. Las funciones de pertenencia utilizadas en este trabajo se muestran en la Figura 41 y Figura 42.

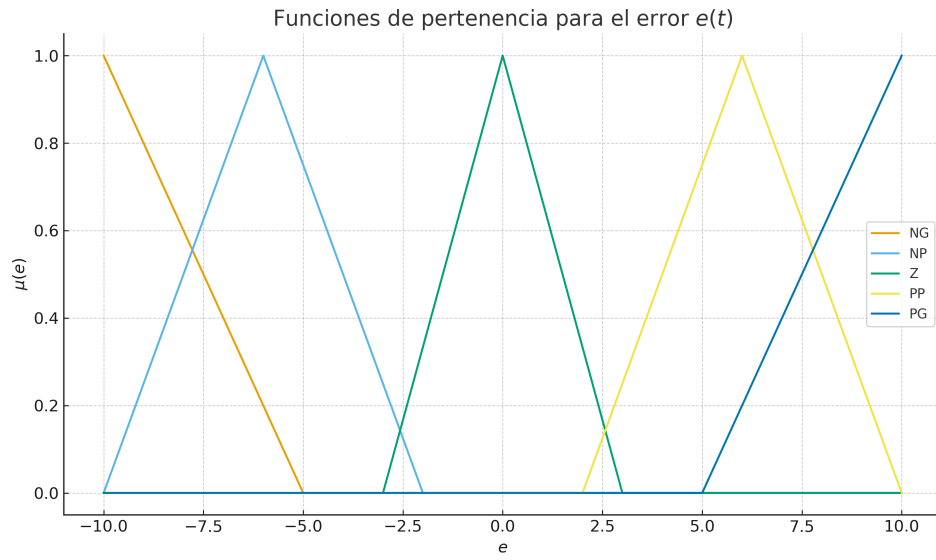


Figura 41. Funciones de pertenencia para la variable de entrada $e(t)$.

Fuente: Autor.

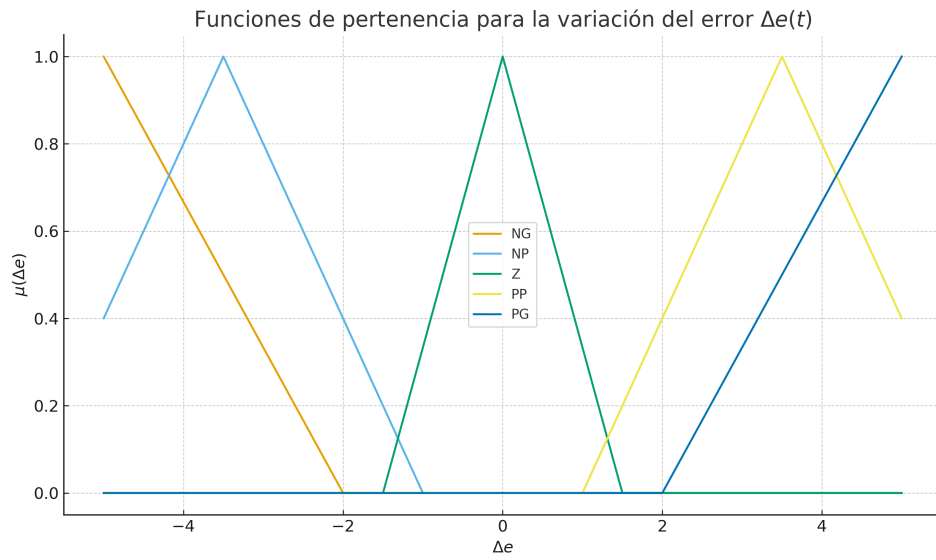


Figura 42. Funciones de pertenencia para la variable de entrada $\Delta e(t)$.

Fuente: Autor.

Inferencia: Las reglas de control siguen la estructura “si–entonces”. Para dos entradas (e y Δe) y una salida u , una regla genérica se expresa lingüísticamente como se presenta en la Ecuación 20:

$$\text{Si } e \text{ es } A_i \text{ y } \Delta e \text{ es } B_i, \text{ entonces } u \text{ es } C_i. \quad (20)$$

La Ecuación 20 describe únicamente la regla en términos lógicos. El valor numérico que indica **cuánto se

activa la regla** no proviene del “entonces”, sino que se calcula mediante el operador mínimo aplicado a los grados de pertenencia, como se observa en la Ecuación 21:

$$\alpha_i = \min(\mu_{A_i}(e), \mu_{B_i}(\Delta e)), \quad (21)$$

Finalmente, la agregación de las salidas se obtiene aplicando el operador máximo entre las contribuciones recortadas de cada regla, según la Ecuación 22:

$$\mu_{\text{out}}(u) = \max_i \left(\min(\alpha_i, \mu_{C_i}(u)) \right). \quad (22)$$

Tabla I
TABLA DE REGLAS DIFUSAS PARA EL CONTROLADOR PD DIFUSO

e / Δe	NG	NP	Z	PP	PG
NG	NG	NG	NG	NP	Z
NP	NG	NP	NP	Z	PP
Z	NG	NP	Z	PP	PG
PP	NP	Z	PP	PP	PG
PG	Z	PP	PG	PG	PG

Fuente: Autor.

Defuzzificación: Para obtener la señal de control numérica se emplea el método del centroide (ver Ecuación 23):

$$u^* = \frac{\int_U u \mu_{\text{out}}(u) du}{\int_U \mu_{\text{out}}(u) du}, \quad (23)$$

donde U es el universo de discurso de la salida. Un ejemplo gráfico del proceso de agregación y del cálculo del centroide aparece en la Figura 43.

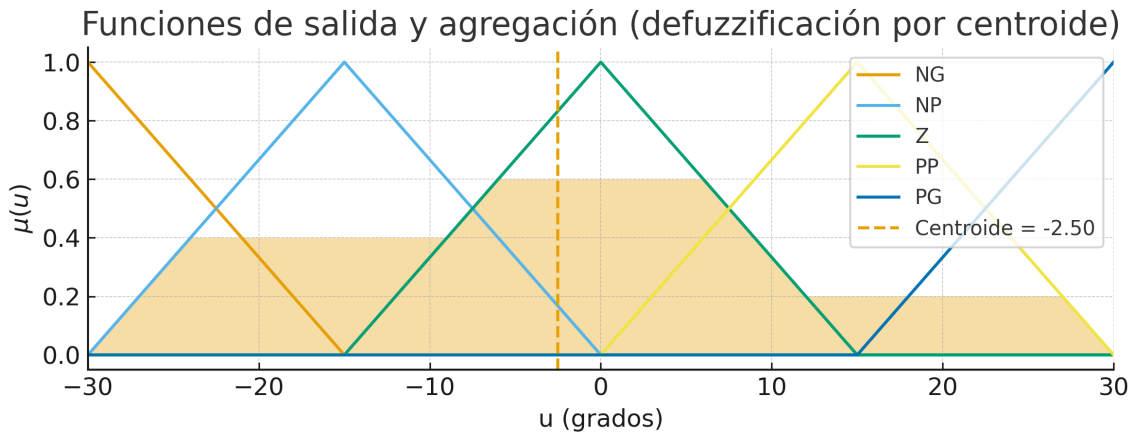


Figura 43. Funciones de pertenencia de salida, agregación y centroide (defuzzificación).

Fuente: Autor.

Comparación conceptual: Desde un enfoque teórico, el PID es lineal, analítico y paramétrico; por otro lado, el control difuso es no lineal, heurístico y adaptable. El PID ofrece rapidez y facilidad de ajuste, ideal cuando el modelo del sistema es bien conocido, mientras que el control difuso proporciona robustez y tolerancia a incertidumbres, siendo más adecuado para sistemas con dinámicas variables o imprecisas [54].

Ambos enfoques buscan el mismo objetivo: mantener la bola en equilibrio, pero desde filosofías diferentes. El PID actúa directamente sobre el error numérico, mientras que el control difuso interpreta el comportamiento global del sistema de forma lingüística. Comparar ambos en un sistema controlado como el bola y viga con Arduino permite evaluar las ventajas reales de cada enfoque, tanto en simulación como en la práctica.

VII-G. Controlador PID

El sistema bola y viga es un conjunto de ensayos clásico que permite comparar la conducta de un sistema inestable y no lineal controlado mediante retroalimentación. Su base de funcionamiento radica en conservar una esfera en equilibrio sobre una viga móvil, alterando su ángulo de inclinación para nivelar cualquier desplazamiento de la bola. El diseño de este sistema precisa la integración de sensores, actuadores y algoritmos de control que calculen en tiempo real, por lo que resulta idóneo para incorporación con microcontroladores Arduino [55].

VII-G1. Control PID: El controlador PID (Proporcional–Integral–Derivativo) constituye la base de la mayoría de los sistemas de control clásico. Su propósito es reducir el error $e(t)$, definido como la diferencia entre la posición deseada $r(t)$ y la posición real de la bola $y(t)$, tal como se muestra en la Ecuación 24:

$$e(t) = r(t) - y(t) \quad (24)$$

La señal de control $u(t)$, que el controlador envía al actuador, se calcula como la suma ponderada de tres acciones, según la Ecuación 25:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{de(t)}{dt} \quad (25)$$

El comportamiento del controlador en el dominio de Laplace puede expresarse mediante la Ecuación 26:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) \quad (26)$$

donde:

- $\tau_i = \frac{K_p}{K_i}$ es la constante de tiempo asociada a la acción integral,
- $\tau_d = \frac{K_d}{K_p}$ es la constante de tiempo asociada a la acción derivativa.

El diseño y la sintonización de estos parámetros determinan la estabilidad y rapidez del sistema. En el contexto de una placa de desarrollo, el PID es muy usado porque requiere pocos recursos computacionales y puede implementarse fácilmente mediante bibliotecas de control digital [56].

VII-G2. Aplicación del control PID al modelo: En un esquema PID digital incorporado en Arduino, la señal de control discreta $u(k)$ se calcula a intervalos de muestreo Δt como se indica en la Ecuación 27:

$$u(k) = K_p e(k) + K_i \sum_{i=0}^k e(i) \Delta t + K_d \frac{e(k) - e(k-1)}{\Delta t} \quad (27)$$

donde $e(k) = r(k) - y(k)$ es el error entre la referencia y la posición medida.

El término proporcional adapta la respuesta instantánea, el integral rectifica desviaciones acumuladas, y el derivativo suaviza las oscilaciones. En la práctica, se precisa acomodar las ganancias K_p , K_i , K_d mediante métodos empíricos o heurísticos, como Ziegler–Nichols o prueba y error [57].

Debido a las limitaciones de hardware del Arduino (procesamiento y memoria), la incorporación eficiente del PID necesita reducir el tiempo de cómputo y evitar la saturación del actuador. También se sugiere utilizar filtros digitales simples, como un promedio móvil, para disminuir el ruido del sensor sin alterar la estabilidad del sistema [58].

VII-H. Normativas aplicables

La elaboración e incorporación de sistemas de control, inclusive en ambientes académicos, precisa tomar en cuenta el cumplimiento de normas técnicas y de seguridad que aseguren la integridad de los usuarios, la confiabilidad del equipo y la reproducibilidad de los resultados. Sin embargo, el sistema bola y viga es un dispositivo de mínimo riesgo, combina componentes eléctricos, partes móviles y fuentes de energía que tienden a representar peligros si no se manipulan adecuadamente.

Primeramente, las normas ISO (International Organization for Standardization) y IEC (International Electrotechnical Commission) conforman el principio internacional para el diseño seguro y la documentación técnica. La ISO

12100:2010 dicta las bases generales de diseño seguro y las diferentes metodologías para la estimación de riesgos en máquinas y equipos de laboratorio. Esta norma es utilizada en proyectos mecatrónicos educativos, ya que sugiere reconocer peligros potenciales (eléctricos, mecánicos o térmicos) e implementar medidas preventivas desde la etapa de diseño [59].

A su misma vez, la IEC 60204-1:2016 establece los requerimientos de seguridad eléctrica de los sistemas de control. En el caso del sistema bola y viga, esta normativa propone el uso de fuentes de alimentación protegidas, la correcta conexión a tierra y la implementación de dispositivos de desconexión rápida o interruptores de emergencia [60]. Para sistemas didácticos alimentados por microcontroladores Arduino, se sugiere utilizar fuentes con aislamiento galvánico y limitación de corriente, utilizando los valores requeridos por dicha norma.

Desde un punto de vista laboral y educativo, la Organización Internacional del Trabajo (OIT) y la Occupational Safety and Health Administration (OSHA) proponen guías para la disminución de accidentes en laboratorios universitarios. Estas guías fomentan el uso obligatorio de manuales de procedimientos seguros, señalética, mantenimiento preventivo y capacitación básica en seguridad eléctrica para los estudiantes [61].

Complementariamente, a nivel nacional, distintos países hispanohablantes han acogido normas locales derivadas de los estándares ISO. En el caso latinoamericano, sobresalen las regulaciones NOM-001-SEDE-2018 (México) y RETIE 2022 (Colombia), que regularizan las instalaciones eléctricas seguras y el uso de equipos de baja tensión, asegurando que los proyectos educativos con Arduino efectúen los requerimientos mínimos de protección eléctrica y aislamiento [62].

Para finalizar, las universidades e institutos técnicos tienden a disponer de manuales internos de prácticas seguras y políticas de sostenibilidad. Estos documentos, aunque carecen de carácter normativo internacional, complementan la utilización de estándares ISO y IEC al definir protocolos específicos: manejo de dispositivos electrónicos, desconexión segura de energía, supervisión docente y mantenimiento del equipo. La implementación de estas normas no solo maximiza la calidad académica del proyecto, sino que a su vez fortifica su valor técnico y profesional [63].

En conclusión, las normativas ajustables a la construcción y experimentación con el sistema bola y viga logran garantizar la seguridad del usuario, la integridad del equipo y la conformidad técnica del proyecto. Implementarlas explícitamente en la tesis no solo comprueba rigor académico, sino también un compromiso profesional en el diseño y ejecución de sistemas mecatrónicos.

VIII. MARCO METODOLÓGICO

VIII-A. *Diseño mecánico*

VIII-A1. Diseño asistido por computadora: El diseño mecánico del sistema viga y bola fue desarrollado mediante técnicas de diseño asistido por computadora (CAD), utilizando el software SolidWorks. Esta herramienta permitió modelar de forma precisa cada uno de los componentes del sistema, así como analizar su disposición espacial y su interacción dentro del conjunto antes de proceder a la fabricación del prototipo físico.

El proceso de diseño se llevó a cabo de manera paramétrica, lo que facilitó la modificación de dimensiones y geometrías conforme el proyecto fue evolucionando. Esta característica resultó especialmente útil durante las distintas fases de desarrollo, ya que permitió realizar ajustes en la estructura del sistema sin necesidad de rediseñar completamente los componentes.

Adicionalmente, se emplearon ensambles virtuales para verificar el correcto acoplamiento entre piezas, la alineación de los elementos que conforman la viga y la ausencia de interferencias geométricas. A través de estas herramientas fue posible detectar y corregir posibles errores de diseño en etapas tempranas, reduciendo retrabajos durante la fabricación.

El uso del diseño asistido por computadora constituyó una etapa fundamental dentro de la metodología del proyecto, ya que permitió validar el diseño mecánico del sistema antes de su implementación física. A partir de este entorno CAD se desarrollaron las distintas fases de diseño descritas en las secciones siguientes, las cuales reflejan la evolución progresiva del sistema viga y bola desde su concepción inicial hasta su configuración final.

VIII-A2. Planos mecánicos del sistema: Con el objetivo de documentar de manera técnica y precisa el diseño mecánico final del sistema viga y bola, se elaboraron los planos constructivos de los principales componentes que conforman la estructura. Los planos permiten definir de forma clara las dimensiones, geometrías y relaciones espaciales necesarias para la correcta fabricación, ensamblaje y mantenimiento del sistema.

Los planos fueron desarrollados a partir del modelo tridimensional final validado en un software de diseño asistido por computadora, y corresponden a la configuración definitiva del prototipo, una vez realizadas las pruebas físicas y ajustes necesarios durante el proceso de desarrollo. Los planos especifican las cotas principales, vistas normalizadas y escalas adecuadas para su correcta interpretación, siguiendo criterios básicos de dibujo técnico.

Debido a que el sistema está compuesto por múltiples piezas mecánicas, esta sección se presentan los planos de los componentes más relevantes desde el punto de vista estructural y funcional. Los planos de las Figuras 44, 45, 46, 47, 48, 49 y 50 constituyen una referencia suficiente para la replicación del sistema o la fabricación de piezas de reemplazo, sin la necesidad de recurrir al modelo digital original.

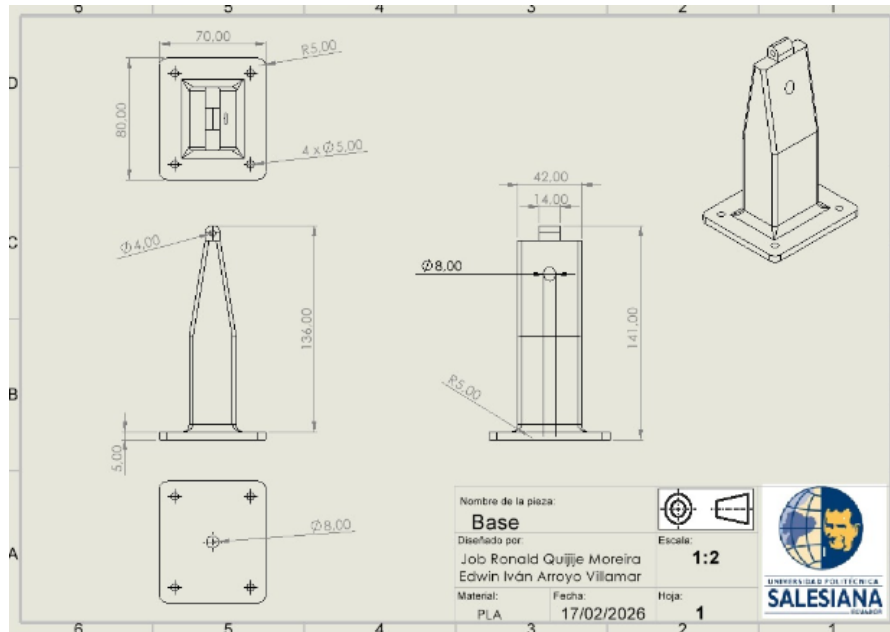


Figura 44. Diseño mecánico del sistema.

Fuente: Autor.

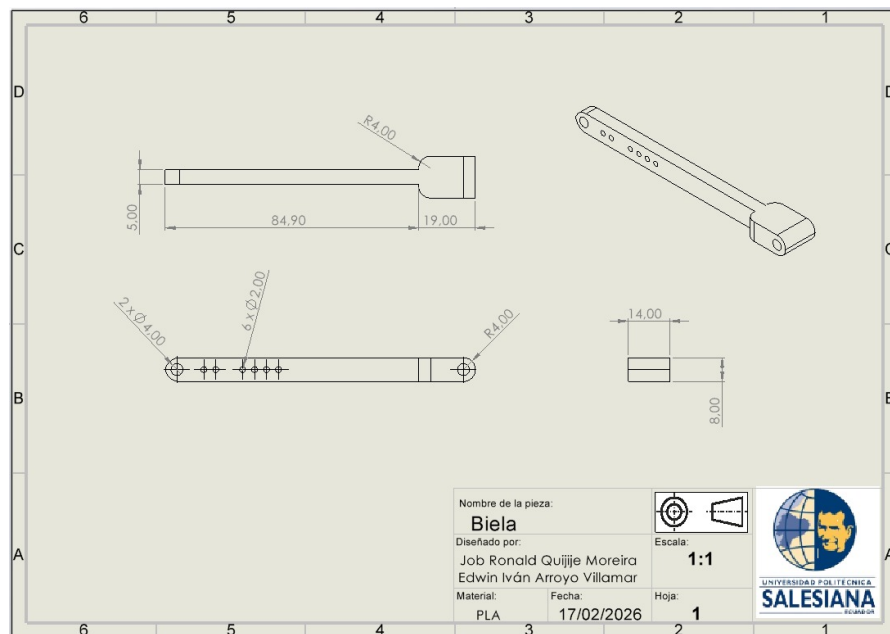


Figura 45. Diseño mecánico del sistema.

Fuente: Autor.

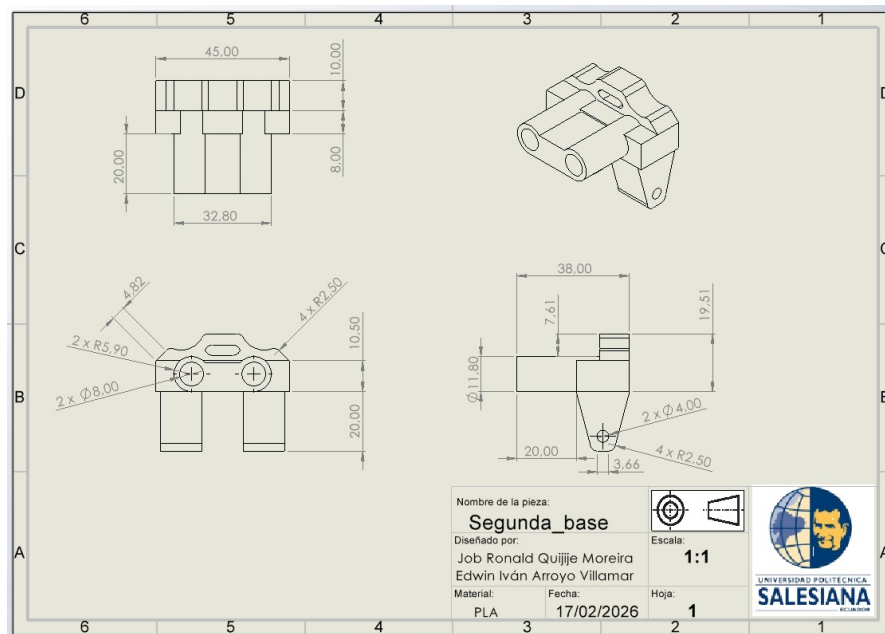


Figura 46. Diseño mecánico del sistema.

Fuente: Autor.

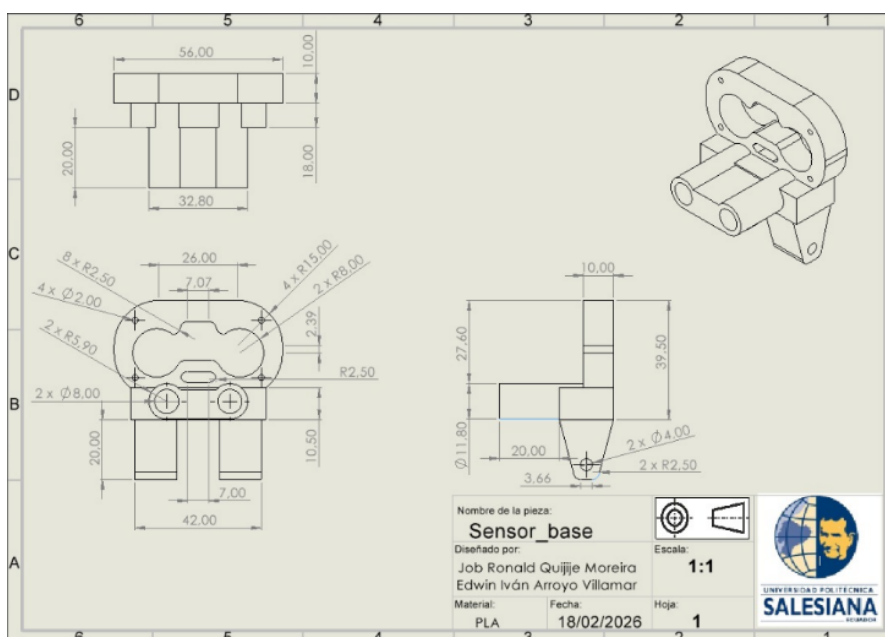


Figura 47. Diseño mecánico del sistema.

Fuente: Autor.

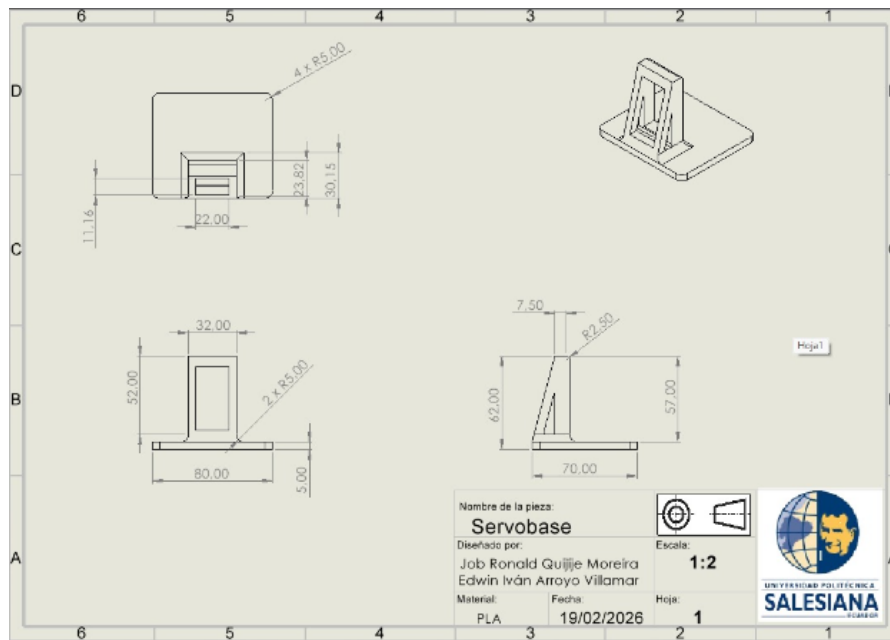


Figura 48. Diseño mecánico del sistema.

Fuente: Autor.

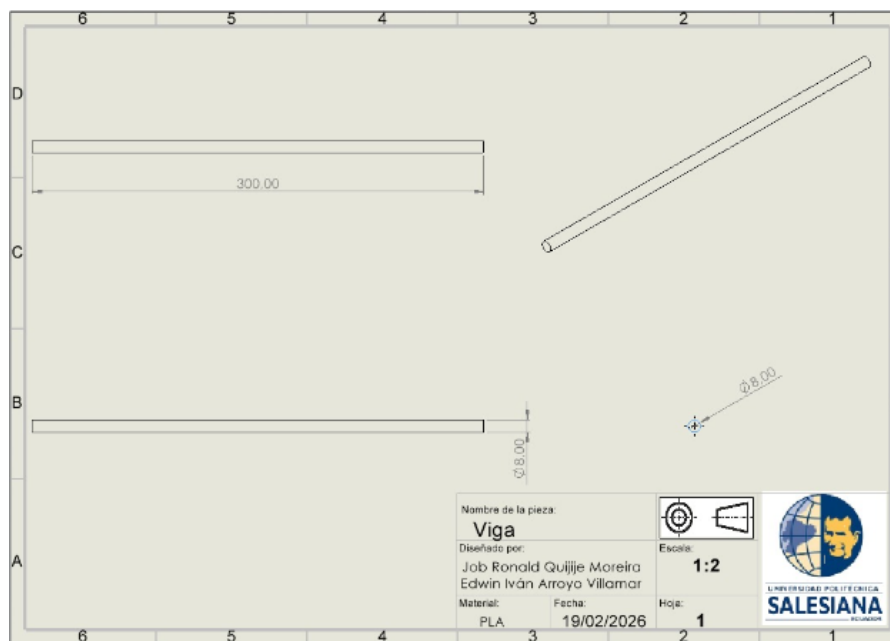


Figura 49. Diseño mecánico del sistema.

Fuente: Autor.

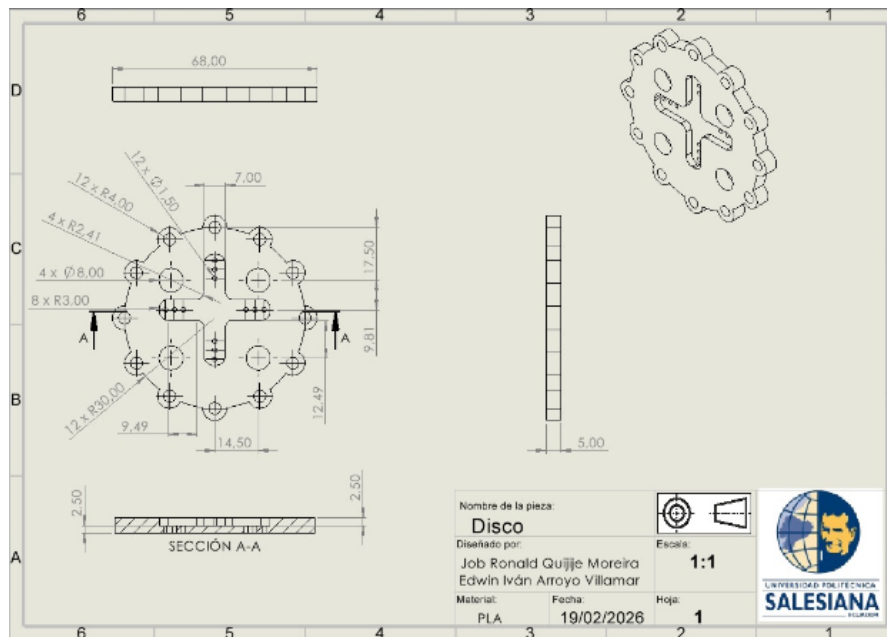


Figura 50. Diseño mecánico del sistema.

Fuente: Autor.

VIII-A3. Selección de materiales: El proceso de selección de materiales para el diseño mecánico del sistema viga y bola se realizó considerando criterios funcionales, estructurales y prácticos, tales como la disponibilidad de los materiales, el costo, la facilidad de manufactura y la rigidez requerida para el correcto funcionamiento del sistema. Dado que el prototipo está orientado a fines académicos y experimentales, se priorizó el uso de materiales que permitieran una implementación rápida, modificaciones iterativas y un adecuado desempeño mecánico.

Para la estructura de soporte del sistema se seleccionó MDF, el cual ofrece una rigidez suficiente para soportar el peso de los componentes mecánicos y electrónicos, además de presentar una buena estabilidad dimensional. Este material fue elegido principalmente por su amplia disponibilidad, bajo costo y facilidad de mecanizado, características que lo convierten en una opción adecuada para la construcción de prototipos. El MDF fue utilizado exclusivamente como elemento estructural, sin intervenir directamente en la dinámica del sistema viga y bola.

En el caso de los paneles laterales, se empleó madera aglomerada, seleccionada principalmente por criterios estéticos y por su contribución al ocultamiento del cableado y la caja de control. La incorporación de este material permitió mejorar la presentación general del sistema, proporcionando una apariencia más ordenada y profesional, además de proteger los componentes internos frente a posibles manipulaciones externas.

Las piezas mecánicas personalizadas del sistema, tales como soportes, acoples y elementos de alineación, fueron fabricadas mediante impresión 3D utilizando material PLA. Este material fue seleccionado debido a su bajo costo, facilidad de impresión, disponibilidad en servicios externos y resistencia mecánica suficiente para aplicaciones de carga ligera. Las piezas impresas cumplen funciones estructurales ligeras, de soporte y alineación, resultando adecuadas para el nivel de esfuerzos presentes en el sistema.

Finalmente, las varillas que conforman la viga fueron fabricadas en PLA mediante impresión 3D, considerando su bajo peso, facilidad de fabricación, compatibilidad con el resto de los componentes impresos y precisión dimensional. Estas características permitieron integrar de forma adecuada la viga dentro del sistema, manteniendo una geometría consistente y facilitando posibles reemplazos o modificaciones durante el desarrollo del proyecto.

Luego, con el objetivo de evaluar el comportamiento estructural del sistema viga y bola frente a cargas estáticas, se realizó un análisis mediante el módulo SolidWorks Simulation. El estudio se llevó a cabo considerando el peso propio del sistema, calculado a partir de la masa total del ensamble, y aplicando la carga de forma distribuida sobre la superficie superior de la estructura.

La base inferior del sistema fue definida como geometría fija, representando el apoyo del conjunto sobre una superficie rígida. El análisis permitió obtener resultados relacionados con la distribución de esfuerzos, los desplazamientos generados y la deformación global del sistema bajo las condiciones de carga establecidas.

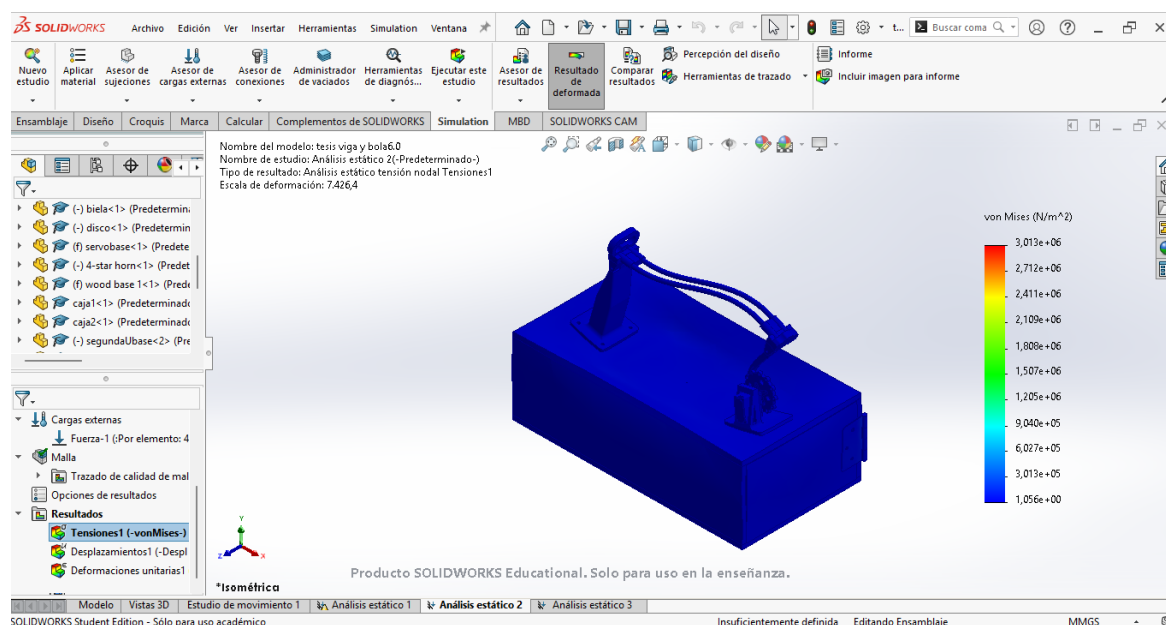


Figura 51. Distribución del esfuerzo equivalente (von Mises) en el sistema

Fuente: Autor.

La Figura 51 presenta la distribución del esfuerzo equivalente (von Mises) en el sistema bajo la acción de la carga estática aplicada. Se observa que los mayores valores de esfuerzo se concentran principalmente en las zonas de unión entre los componentes impresos y la base, así como en las regiones cercanas a las restricciones, lo cual es consistente con el comportamiento esperado en una estructura sometida a carga vertical.

En la mayor parte del volumen del sistema, los valores de esfuerzo se mantienen bajos, indicando que la estructura trabaja dentro de un régimen seguro. Los esfuerzos máximos obtenidos se encuentran por debajo de los límites admisibles de los materiales utilizados, lo que confirma que el diseño mecánico es adecuado para soportar el peso

propio del conjunto sin riesgo de falla estructural.

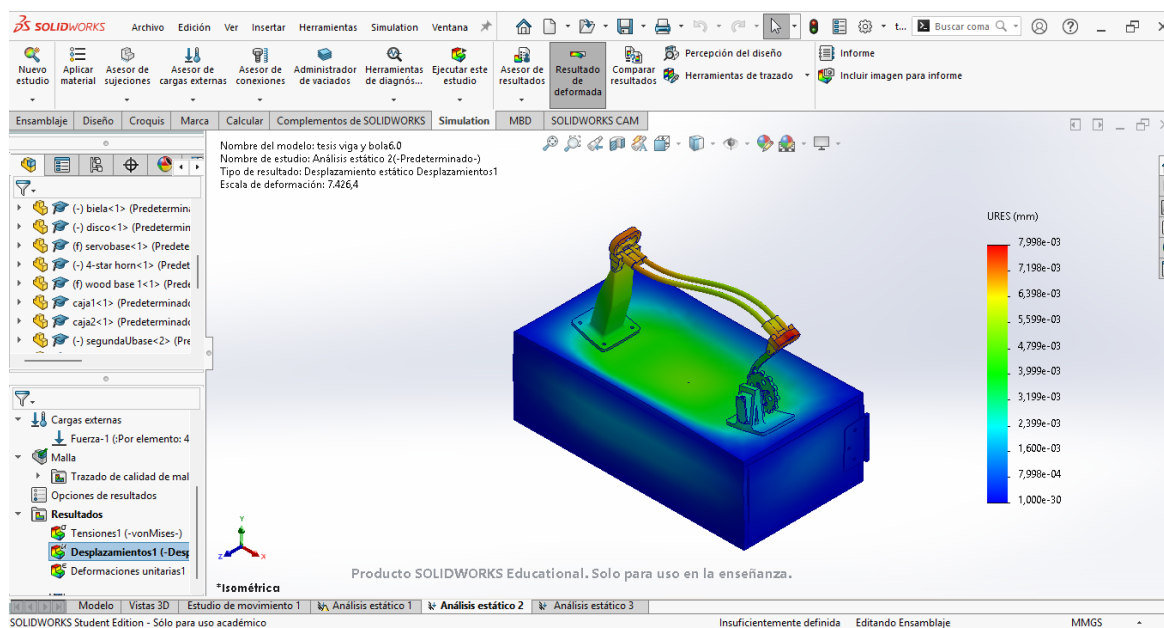


Figura 52. Desplazamiento resultante del sistema bajo carga estática

Fuente: Autor.

En la Figura 52 se muestra el desplazamiento resultante del sistema. Se aprecia que los desplazamientos máximos se localizan en las zonas superiores del conjunto, particularmente en los componentes más alejados de la base fija, mientras que la base inferior presenta desplazamientos prácticamente nulos debido a las condiciones de restricción aplicadas.

El valor máximo de desplazamiento obtenido es reducido y no compromete la estabilidad ni el funcionamiento del sistema viga y bola. Este resultado indica que la rigidez estructural es suficiente para garantizar un comportamiento estable del prototipo durante su operación normal.

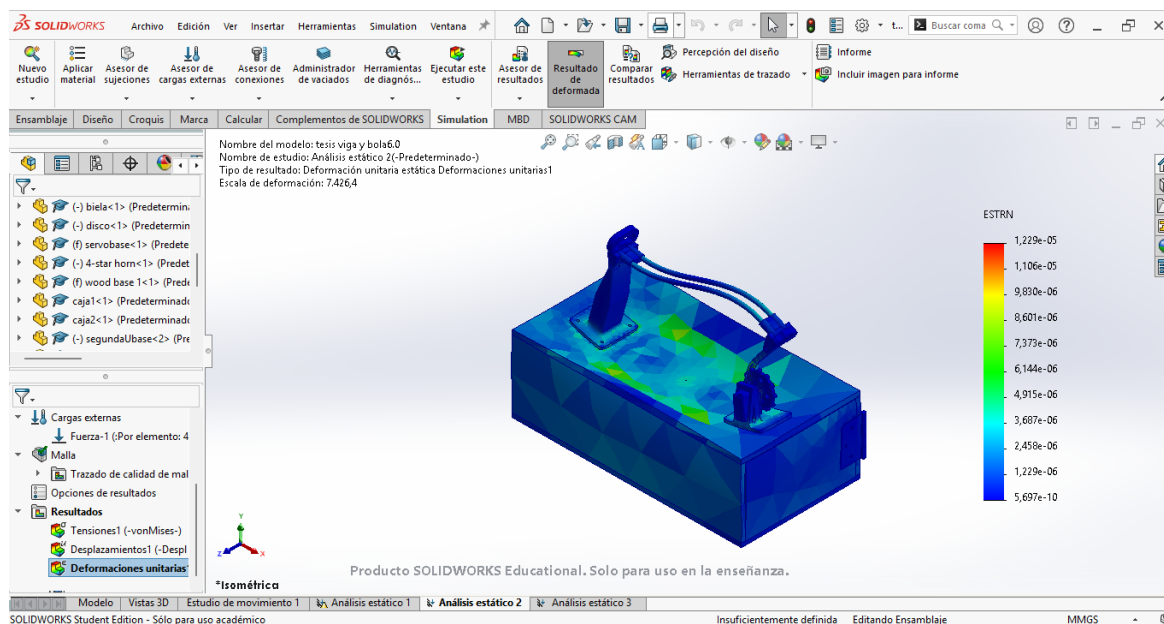


Figura 53. Deformación amplificada del sistema obtenida en el análisis estático

Fuente: Autor.

La Figura 53 muestra la deformación del sistema bajo carga estática, representada de forma amplificada para facilitar su visualización. A pesar de la amplificación gráfica, se observa que la deformación real del sistema es pequeña y se distribuye de manera uniforme a lo largo de la estructura.

Este comportamiento confirma que el conjunto presenta una respuesta estructural adecuada, sin deformaciones significativas que puedan afectar la alineación de los componentes mecánicos o el desempeño del sistema durante su operación.

A partir de los resultados del análisis estático, se observa que los valores máximos de esfuerzo obtenidos son considerablemente menores que los límites admisibles de los materiales empleados en la estructura. Esto permite afirmar que el sistema presenta un factor de seguridad adecuado frente a la carga considerada, correspondiente al peso propio del ensamble.

Dado que el sistema está destinado a fines académicos y experimentales, y no está sometido a cargas dinámicas significativas, el nivel de seguridad obtenido resulta suficiente para garantizar un funcionamiento estable del prototipo.

VIII-A4. Proceso de manufactura del sistema: El proceso de manufactura del sistema viga y bola se llevó a cabo combinando distintos métodos de fabricación, seleccionados en función del material y la complejidad geométrica de cada componente. Este enfoque permitió optimizar el tiempo de construcción del prototipo y facilitar la implementación de cambios durante las distintas etapas de desarrollo.

Las placas de MDF utilizadas como base superior e inferior del sistema fueron fabricadas mediante corte láser, a

partir de los diseños desarrollados en el software de diseño asistido por computadora. Este método permitió obtener cortes precisos y repetibles, asegurando la correcta alineación de los componentes durante el ensamblaje. Por su parte, los paneles laterales de madera aglomerada fueron fabricados a través de un servicio externo, de acuerdo con las dimensiones definidas en el diseño mecánico.

Las piezas mecánicas personalizadas fueron fabricadas mediante impresión 3D en material PLA, recurriendo a diferentes servicios externos de impresión. Inicialmente, las piezas fueron impresas en una sola etapa; sin embargo, tras las primeras pruebas del prototipo, se identificó la necesidad de realizar ajustes y mejoras en el diseño. Como consecuencia, varias piezas fueron rediseñadas e impresas nuevamente, recurriendo a distintos proveedores según la disponibilidad y los costos, lo que permitió optimizar el proceso de manufactura sin comprometer la funcionalidad del sistema.

El ensamblaje del sistema se realizó de manera principalmente manual, utilizando tornillos como método de fijación predominante. Este enfoque facilitó el desmontaje y la modificación de componentes durante las etapas de prueba. El proceso de montaje fue de carácter iterativo, siguiendo un esquema de ensamblaje, prueba y ajuste, lo que permitió corregir desalineaciones, realizar ajustes mecánicos y mejorar la integración general del sistema. Durante este proceso se llevaron a cabo modificaciones adicionales, tales como ajustes dimensionales y realineación de componentes, hasta alcanzar la configuración final del prototipo.

VIII-B. Diseño eléctrico

El diseño eléctrico del sistema viga–bola se orientó a integrar de manera coherente los dispositivos electrónicos con la estrategia de control implementada. En esta etapa se definieron las conexiones, niveles de alimentación y referencias de tierra, considerando los requerimientos de tensión y corriente de cada componente. Se prestó especial atención a la separación entre la etapa de potencia del actuador y la de control, con el fin de minimizar perturbaciones eléctricas. Este planteamiento permitió contar con una base confiable para la validación experimental del sistema.

VIII-B1. Herramienta de diseño eléctrico: Para la elaboración de los esquemas eléctricos del sistema bola y viga se empleó el software AutoCAD Electrical, el cual es una herramienta especializada para el diseño, documentación y representación de circuitos eléctricos y electrónicos. Este software permitió desarrollar diagramas claros y estructurados, facilitando la identificación de señales, líneas de alimentación y referencias de tierra en cada subsistema implementado.

El uso de AutoCAD Electrical contribuyó a mantener coherencia entre el diseño teórico y la implementación física del sistema, ya que permite trabajar con simbología normalizada y una organización ordenada de los componentes. Asimismo, la utilización de capas y etiquetas facilitó la separación visual entre los subsistemas de sensado, actuación y alimentación, mejorando la comprensión global del diseño.

La adopción de esta herramienta permitió documentar de manera precisa las conexiones eléctricas realizadas, asegurando la reproducibilidad del montaje experimental y sirviendo como referencia para futuras modificaciones

o ampliaciones del sistema[64].

El sistema de alimentación del prototipo fue diseñado considerando los requerimientos eléctricos del microcontrolador, el sensor de distancia y el servomotor. Como se observa en la Figura 54, se estableció una distribución de energía diferenciada para el actuador y para la etapa de control, con el fin de evitar caídas de tensión y perturbaciones eléctricas durante la operación.

El ESP32 opera con niveles lógicos de 3.3 V regulados internamente, mientras que el sensor infrarrojo requiere una alimentación cercana a 5 V y el servomotor puede demandar corrientes elevadas durante arranques o cambios bruscos de posición. Por esta razón, se implementó una alimentación capaz de suministrar la corriente necesaria al actuador, compartiendo únicamente la referencia de tierra con el microcontrolador para mantener coherencia eléctrica en el sistema.

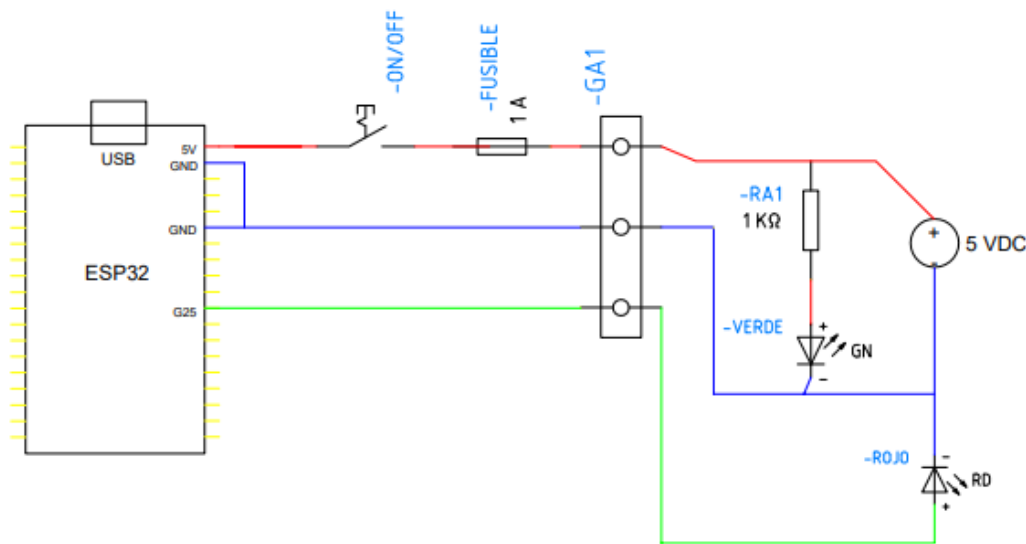


Figura 54. Esquema del sistema de alimentación del prototipo.

Fuente: Elaboración propia.

VIII-B2. Sensor de distancia o posición: La selección del sensor de distancia se realizó considerando las dimensiones físicas del sistema viga-bola y la necesidad de obtener una medición continua de la posición. Se optó por el sensor infrarrojo Sharp GP2Y0A41SK0F debido a su rango operativo de 4 cm a 30 cm, compatible con la zona útil de desplazamiento de la bola.

Otra característica determinante en su elección fue su salida analógica, la cual permite una integración directa

con el convertidor analógico–digital del ESP32. Esto evita el uso de protocolos de comunicación adicionales y simplifica la arquitectura electrónica del sistema, reduciendo posibles fuentes de error o latencia.

La selección del sensor de distancia se realizó considerando las dimensiones físicas del sistema viga–bola y la necesidad de obtener una medición continua de la posición. Se optó por el sensor infrarrojo Sharp GP2Y0A41SK0F debido a su rango operativo de 4 cm a 30 cm, compatible con la zona útil de desplazamiento de la bola.

Otra característica determinante en su elección fue su salida analógica, la cual permite una integración directa con el convertidor analógico–digital del ESP32. Esto evita el uso de protocolos de comunicación adicionales y simplifica la arquitectura electrónica del sistema, reduciendo posibles fuentes de error o latencia.

El circuito de conexión del sensor puede observarse en la Figura 55. El dispositivo es alimentado con un voltaje nominal de 5 V y comparte la referencia de tierra con el microcontrolador. La salida analógica del sensor se conecta directamente a un pin configurado como entrada ADC del ESP32.

Esta disposición permite que la señal de voltaje generada por el sensor sea adquirida sin etapas intermedias de acondicionamiento complejo. La conexión corta y directa favorece la estabilidad de la señal y reduce la susceptibilidad al ruido eléctrico.

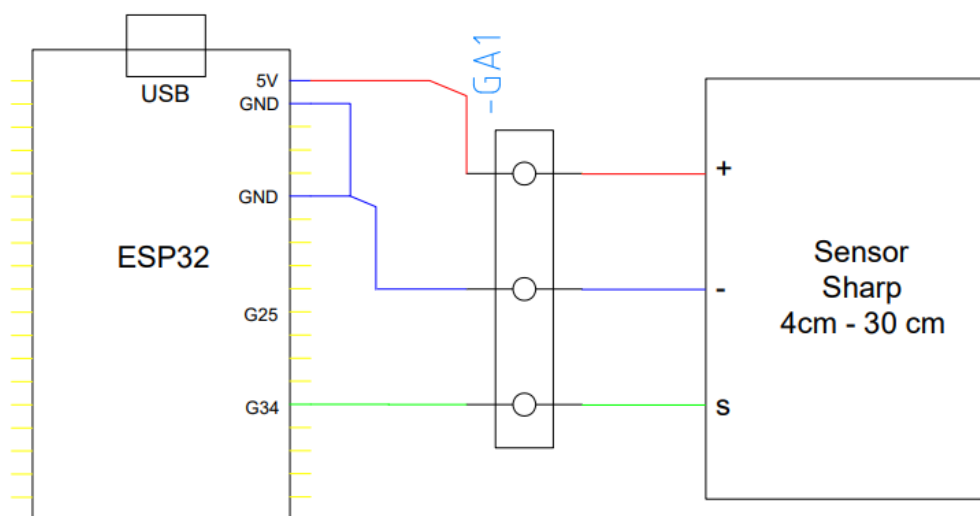


Figura 55. Conexión del sensor de distancia al ESP32.

Fuente: Elaboración propia.

Durante la operación, el sensor infrarrojo Sharp GP2Y0A41SK0F tal y como se aprecia en la figura 56 genera un voltaje analógico cuya magnitud varía aproximadamente entre 0.3 V y 3 V, dependiendo de la distancia medida.

En distancias cortas el voltaje es mayor, mientras que al aumentar la distancia el nivel disminuye de manera no lineal.

El ESP32 digitaliza esta señal mediante su ADC de 12 bits, obteniendo un valor numérico proporcional a la posición instantánea de la bola. Dicho valor es utilizado para calcular el error respecto a la referencia establecida. Este proceso se repite de manera periódica, permitiendo que el sistema de control disponga de información actualizada para la corrección de la posición.



Figura 56. Sensor infrarrojo de distancia Sharp GP2Y0A41SK0F.

Fuente: [65].

VIII-B3. Actuador de movimiento: El actuador seleccionado para modificar la inclinación de la viga fue el servomotor MG995. Su elección se fundamentó en su capacidad de generar un par suficiente para mover la estructura mecánica sin pérdida de estabilidad, así como en su compatibilidad con señales de control PWM generadas por el microcontrolador.

El rango angular aproximado de 180 grados y su respuesta relativamente rápida permiten realizar ajustes progresivos en la inclinación de la viga, condición necesaria para implementar estrategias de control tanto clásicas como difusas.

La conexión eléctrica del servomotor se muestra en la Figura 57. El actuador es alimentado con una fuente de aproximadamente 5 V a 6 V, capaz de suministrar corrientes superiores a 2 A en condiciones de carga elevada. Para mantener estabilidad en el sistema, únicamente se comparte la referencia de tierra con el ESP32.

La señal de control se conecta a un pin configurado como salida PWM del microcontrolador. Esta disposición permite generar pulsos de ancho variable que determinan la posición angular del eje del servo.

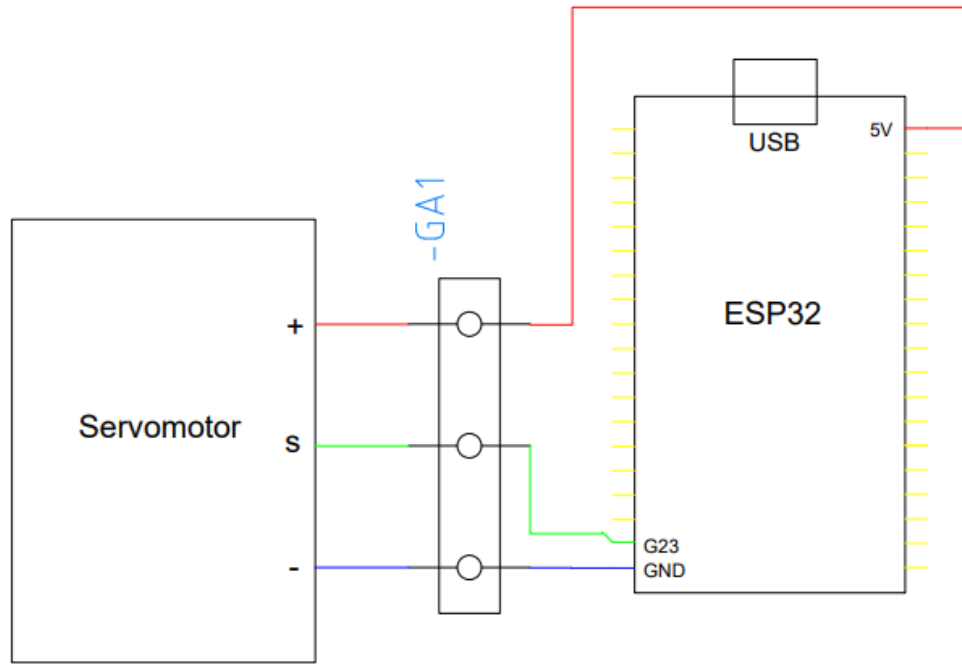


Figura 57. Conexión del servomotor al ESP32.

Fuente: Autor.

Como se observa en la Figura 13, el servomotor MG995 opera mediante una señal PWM con un periodo aproximado de 20 ms (50 Hz). El ancho del pulso determina la posición angular: un pulso cercano a 1 ms produce el ángulo mínimo, 1.5 ms corresponde a la posición central y aproximadamente 2 ms genera la posición máxima.

Variaciones pequeñas en el ancho del pulso producen cambios graduales en la inclinación de la viga. Por ejemplo, incrementos del orden de decenas de microsegundos generan desplazamientos angulares de algunos grados, lo que modifica la componente gravitacional que actúa sobre la bola.

De esta manera, la señal eléctrica generada por el controlador se transforma en un movimiento mecánico que corrige el error de posición, cerrando el lazo de control del sistema viga–bola.

VIII-C. Etapa de control

La etapa de control corresponde al bloque funcional encargado de regular la posición de la esfera sobre la viga mediante la manipulación del ángulo del servomotor. Esta etapa comprende la implementación del controlador PID clásico, el controlador PD difuso y la interfaz de usuario. Previamente, se definen los parámetros asociados al rango de medición, la señal de control y el período de muestreo.

La viga posee una longitud útil de 20 cm, estableciéndose el punto medio como posición de equilibrio. En consecuencia, el sensor debe ser capaz de medir desde 0 centímetros hasta 20 centímetros, y luego computacionalmente, la lectura se desplazará al rango de -10 a 10 para representar la posición medida de la esfera, por lo cual el desplazamiento de la esfera se encuentra dentro del intervalo físico $[-10, 10]$ cm.

El error del sistema se define como la diferencia entre la referencia y la posición medida, como se muestra en la Ecuación (28):

$$e(k) = r(k) - y(k) \quad (28)$$

donde $r(k)$ representa la posición deseada y $y(k)$ la posición real obtenida mediante el sensor.

La señal analógica proporcionada por el sensor es digitalizada por el convertidor analógico–digital del microcontrolador y posteriormente escalada a unidades de centímetros para su procesamiento dentro del algoritmo de control.

La variable manipulada corresponde al ángulo del servomotor que inclina la viga. La señal de control calculada por los algoritmos es limitada dentro de un intervalo previamente definido para evitar saturación mecánica.

Posteriormente, el valor de control calculado por el algoritmo es convertido en una señal PWM proporcional, permitiendo el posicionamiento angular del actuador. Desde el punto de vista computacional, la señal generada se define dentro de un rango discreto comprendido entre 0 y 255, lo cual corresponde a una resolución de 8 bits. Este intervalo permite que el ciclo de trabajo del PWM varíe entre el 0 % y el 100 %, garantizando un control gradual del ángulo del servomotor conforme a la acción de control determinada por el sistema.

A partir de la respuesta experimental del sistema ante una señal tipo escalón, se determinó un tiempo de recorrido de la viga de 0.2 segundos. Considerando este valor como una aproximación de la constante de tiempo dominante τ , se aplicó el criterio práctico de muestreo mostrado en la Ecuación (29), el cual establece que el período de muestreo debe ser al menos diez veces menor que la dinámica principal del sistema.

$$T_s \leq \frac{\tau}{10} \quad (29)$$

Sustituyendo $\tau = 0,2 \text{ s}$ en la Ecuación (29), se obtiene el límite superior indicado en la Ecuación (30):

$$T_s \leq \frac{0,2}{10} = 0,02 \text{ s} \quad (30)$$

En función de este resultado, se adoptó un período de muestreo de $T_s = 20 \text{ ms}$, valor que permite una adecuada representación discreta de la dinámica del sistema y asegura una resolución temporal suficiente para el cálculo del error definido previamente.

VIII-D. Controlador PID discreto

El controlador PID clásico fue implementado en su forma discreta. La señal de control se obtiene a partir de la suma de las acciones proporcional, integral y derivativa, como se muestra en la Ecuación 27:

donde K_p , K_i y K_d representan las ganancias proporcional, integral y derivativa, respectivamente.

Como se observa en la Ecuación (27), el término proporcional actúa directamente sobre el error actual, el término integral acumula el error en el tiempo y el término derivativo considera la variación del error.

VIII-D1. Diagrama de flujo del controlador: El procedimiento de ejecución del algoritmo PID se presenta en la Figura 58.

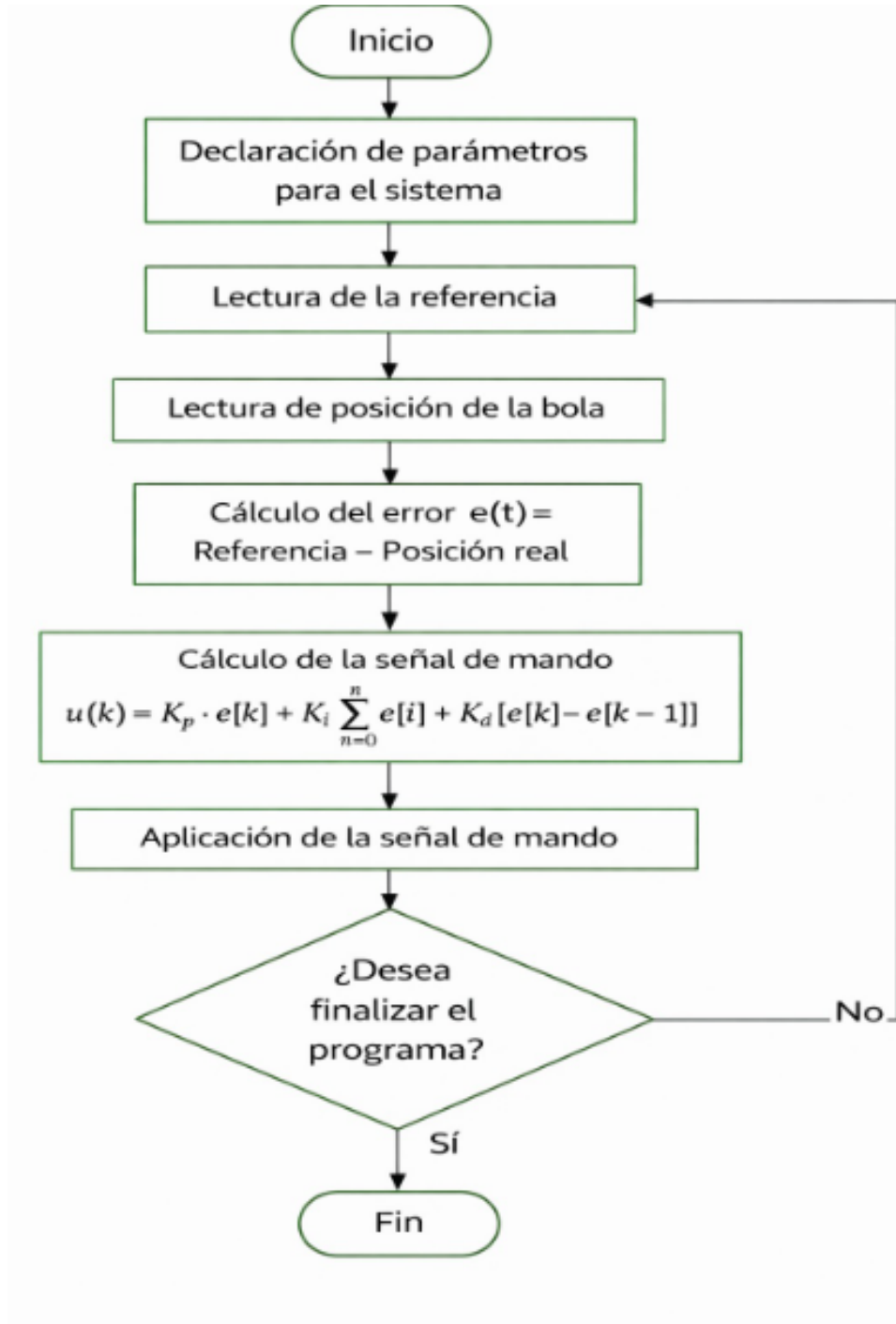


Figura 58. Diagrama de flujo del controlador PD difuso

Fuente: Autor.

VIII-D2. Sintonización del controlador: La sintonización de los parámetros K_p , K_i y K_d se realizó mediante ajuste experimental iterativo. Se incrementó progresivamente la ganancia proporcional hasta obtener una respuesta rápida, posteriormente se incorporó la acción integral para reducir el error en estado estacionario y finalmente se ajustó la acción derivativa con el fin de mejorar el amortiguamiento del sistema, tal y como se puede apreciar en la figura58.

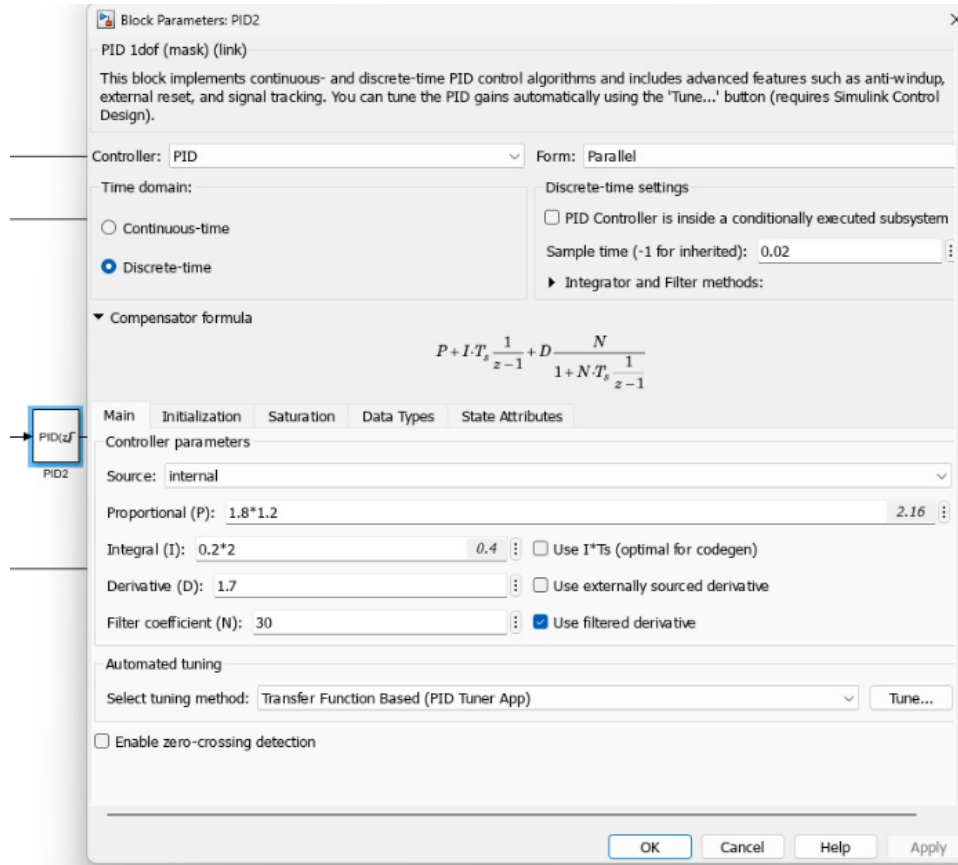


Figura 59. Ganancias proporcional, integral y derivativa

Fuente: Autor.

VIII-E. Controlador PD difuso

El controlador PD difuso fue implementado con el propósito de emular el comportamiento de un controlador proporcional-derivativo convencional, pero incorporando una estructura basada en reglas lingüísticas. Las variables de entrada corresponden al error definido en la Ecuación (28) y a la variación del error, calculada como se muestra en la Ecuación

(31):

$$\Delta e(k) = e(k) - e(k - 1) \quad (31)$$

El sistema difuso recibe ambas entradas, procesa la inferencia mediante una base de reglas y genera una señal de salida que posteriormente es escalada y limitada antes de enviarse al servomotor.

VIII-E1. Funciones de membresía: Las funciones de membresía utilizadas para las variables de entrada y salida se muestran en las Figuras 60, 61 y 62 . En cada caso se definieron tres conjuntos difusos: Negativo (N), Cero (Z) y Positivo (P), distribuidos dentro del universo de discurso $[-10, 10]$.

La elección de tres funciones responde a un compromiso entre simplicidad computacional y capacidad de representación del comportamiento dinámico del sistema. Las funciones presentan superposición parcial, lo que permite que un mismo valor de entrada tenga pertenencia simultánea en dos conjuntos, asegurando transiciones suaves en la señal de control.

La forma geométrica adoptada facilita la implementación digital y reduce la carga de procesamiento en el microcontrolador, manteniendo coherencia con la naturaleza no lineal del sistema viga-bola.

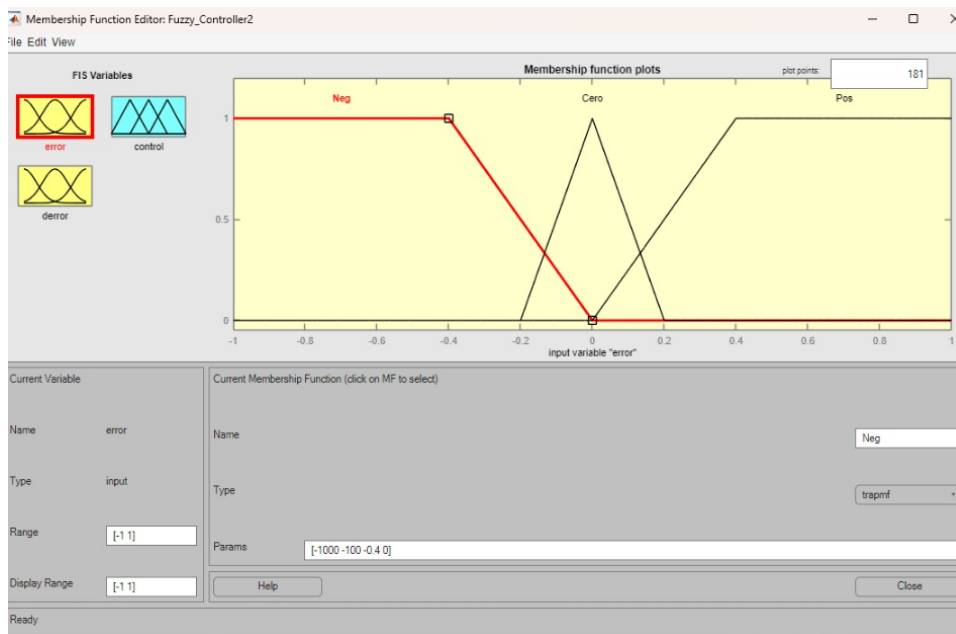


Figura 60. Error

Fuente: Autor.

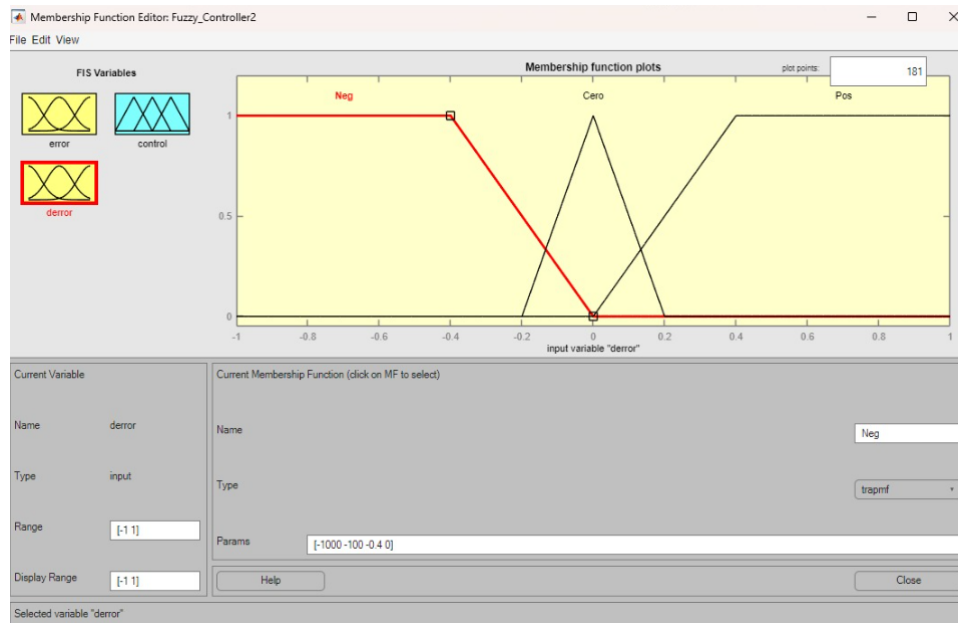


Figura 61. Derivada del error

Fuente: Autor.

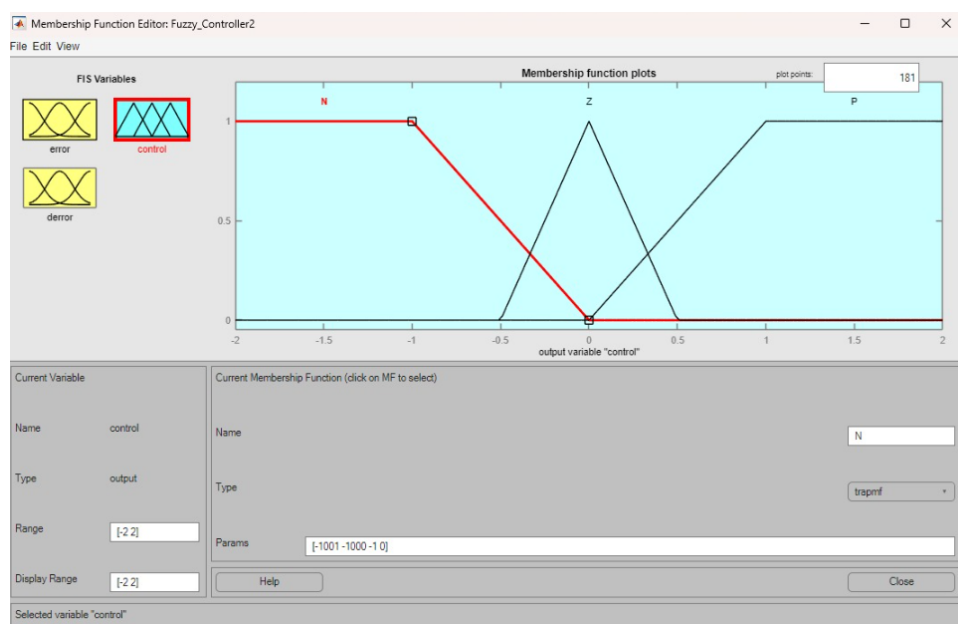


Figura 62. Salida del control

Fuente: Autor.

VIII-E2. Fuzificación: La etapa de fuzificación consiste en transformar los valores numéricos de $e(k)$ y $\Delta e(k)$ en grados de pertenencia asociados a cada conjunto difuso. Este proceso se realiza evaluando la posición del valor de entrada dentro de las funciones mostradas en las Figuras 60 y 61.

Dado que las funciones poseen regiones de superposición, un mismo valor puede activar parcialmente dos conjuntos. Esto permite modelar de manera más flexible el comportamiento del sistema ante variaciones pequeñas o moderadas del error. La fuzificación constituye un paso fundamental, ya que determina el nivel de activación de cada regla dentro de la base de conocimiento.

VIII-E3. Reglas de inferencia: La base de reglas está compuesta por nueve reglas, derivadas de la combinación de los tres conjuntos del error con los tres conjuntos de la variación del error. La estructura general de cada regla es:

SI e es A Y Δe es B ENTONCES u es C

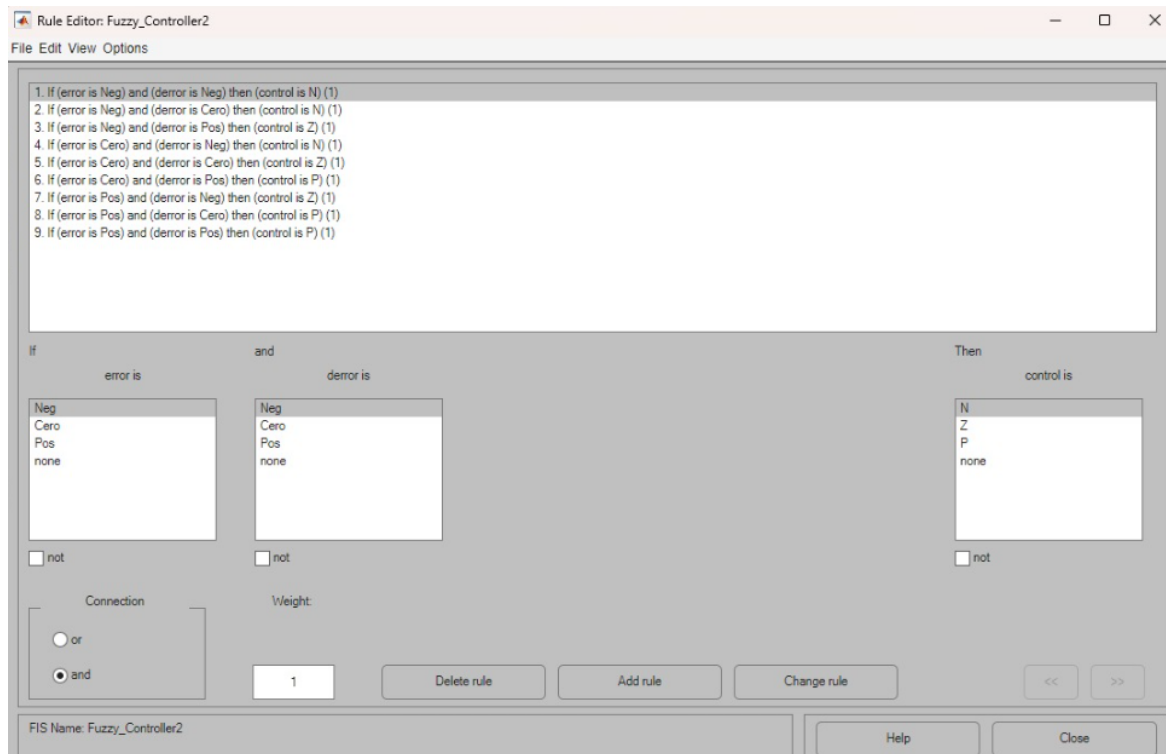


Figura 63. Reglas de inferencia

Fuente: Autor.

Como se puede observar en la figura63, La construcción de estas reglas se realizó considerando la dinámica del sistema. Por ejemplo, cuando el error es positivo y su variación también es positiva, la acción de control debe compensar la desviación de manera más enérgica. En cambio, cuando el error es cercano a cero y la variación es pequeña, la salida debe tender a valores reducidos, evitando oscilaciones innecesarias.

Esta estructura reproduce el efecto proporcional asociado al error y el efecto derivativo asociado a la variación del error, pero mediante una formulación basada en lógica difusa.

VIII-E4. Defuzificación: Una vez activadas las reglas correspondientes, se procede a la agregación de las salidas parciales. El valor numérico final de la señal de control se obtiene mediante el método del centroide, el cual calcula

el centro de gravedad del área resultante.

Este método proporciona una salida continua, evitando discontinuidades que podrían generar movimientos bruscos en el servomotor. La elección del centroide permite obtener una señal de control suave y consistente con el comportamiento físico del sistema.

VIII-E5. Diagrama de flujo: El algoritmo del controlador difuso se presenta en la Figura 64.

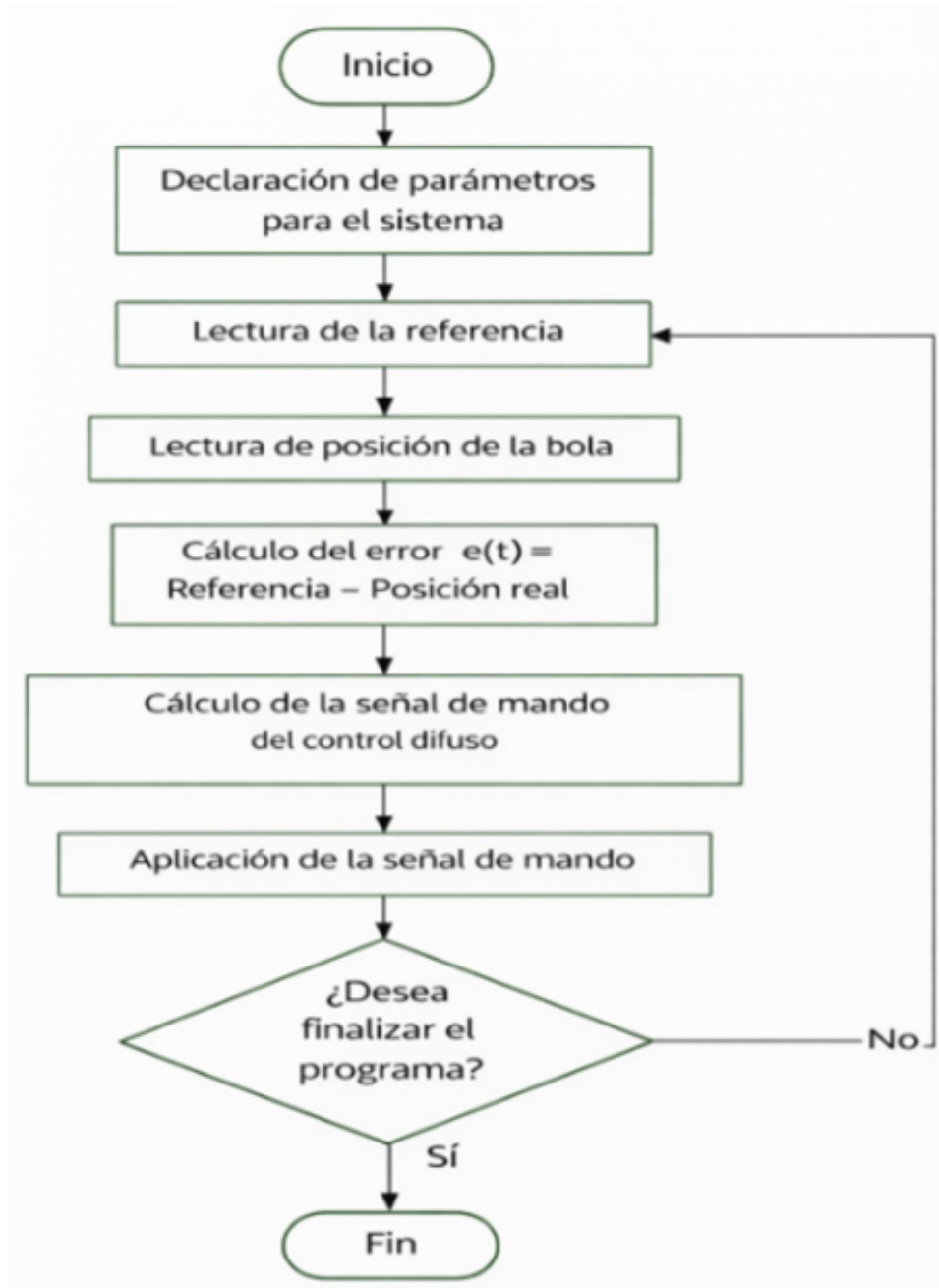


Figura 64. Diagrama de flujo del controlador PD difuso

Fuente: Autor.

VIII-F. Diseño de controladores

La interfaz de usuario fue desarrollada con el propósito de facilitar la interacción entre el operador y el sistema de control, permitiendo la configuración de parámetros y la visualización del comportamiento dinámico en tiempo real. Como se muestra en la Figura 65, la interfaz integra elementos de entrada, visualización y control, organizados de manera estructurada para garantizar claridad y facilidad de uso durante las pruebas experimentales.

VIII-F1. Ingreso de datos: El módulo de ingreso de datos permite al usuario establecer la posición de referencia deseada y, en el caso del controlador PID, ajustar las ganancias K_p , K_i y K_d . Esta funcionalidad resulta fundamental durante la etapa de sintonización, ya que posibilita realizar ajustes incrementales y observar inmediatamente el efecto sobre la respuesta del sistema.

Los valores introducidos son transmitidos al sistema de control mediante el canal de comunicación configurado, asegurando sincronización entre la interfaz y el microcontrolador. Este mecanismo reduce la probabilidad de errores asociados a modificaciones manuales en el código y permite una configuración más flexible del sistema experimental.

VIII-F2. Presentación de información: La interfaz muestra en tiempo real variables relevantes del sistema, tales como la posición actual de la esfera, el valor del error calculado según la Ecuación (28) y la señal de control aplicada al servomotor. Esta visualización continua facilita el análisis del comportamiento dinámico, especialmente durante cambios de referencia o perturbaciones.

Adicionalmente, la representación gráfica de las señales permite identificar fenómenos como sobreimpulso, oscilaciones o retardos en la respuesta. De esta manera, la interfaz no solo cumple una función operativa, sino también una función de monitoreo y validación experimental.

VIII-F3. Interacción con el controlador: Como se puede apreciar en la figura 66, La interfaz permite seleccionar el tipo de controlador activo, ya sea el PID clásico o el PD difuso. Esta funcionalidad resulta esencial para la comparación directa entre ambas estrategias bajo condiciones equivalentes de operación.

El cambio de controlador se realiza manteniendo constante la referencia y las condiciones iniciales, lo que garantiza que las diferencias observadas en la respuesta del sistema se deban exclusivamente a la estrategia de control empleada. Esta capacidad de alternancia controlada constituye un elemento clave dentro del enfoque comparativo desarrollado en la presente investigación.

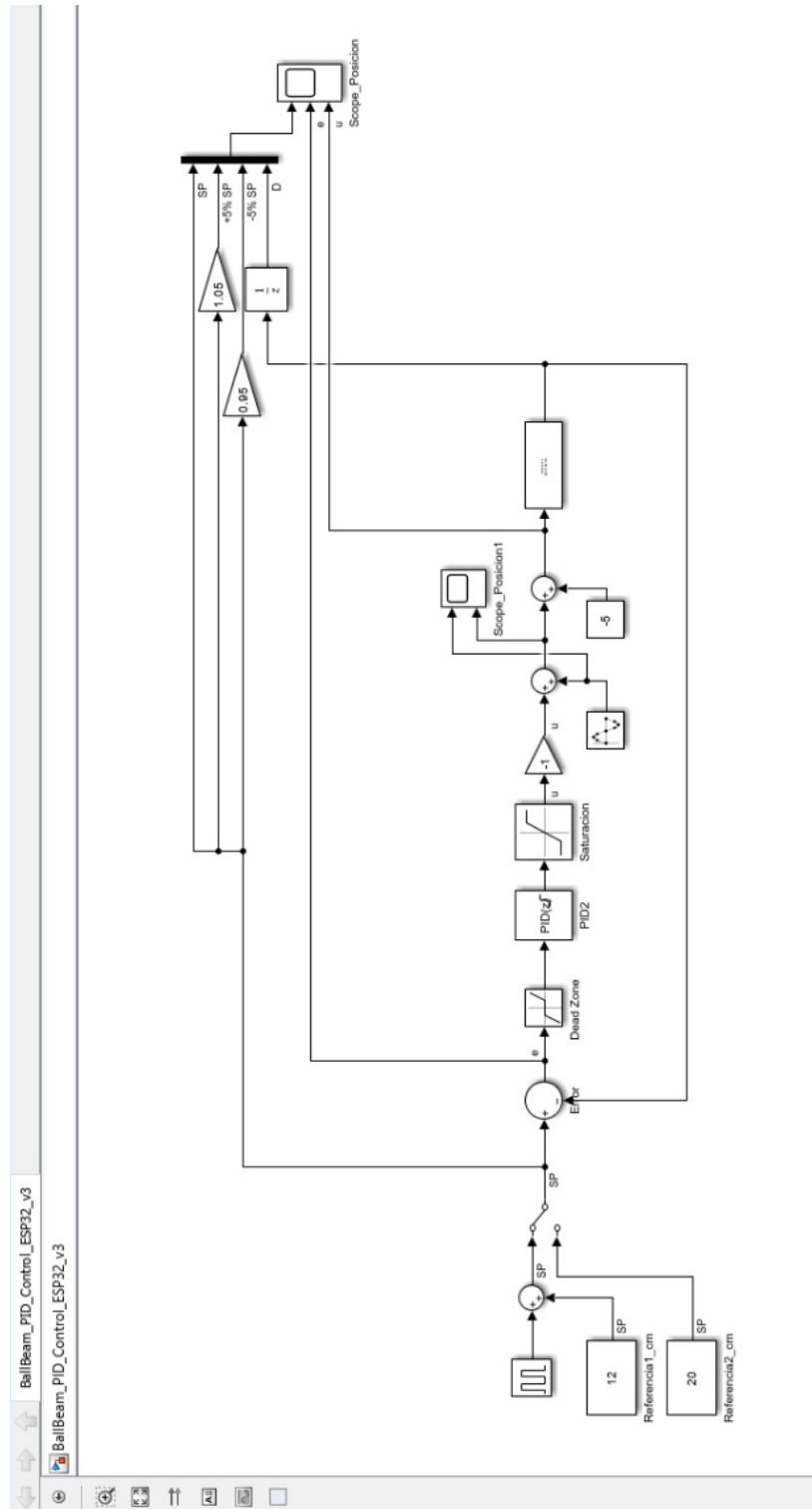


Figura 66. Simulink del control PID.

Fuente: Autor.

IX. RESULTADOS

IX-A. Sistema viga y bola

Tal y como se aprecia 67. se puede observar el sistema viga y bola en la cual su estructura mecánica está compuesta por una viga horizontal soportada en ambos extremos, donde una esfera se desliza longitudinalmente. En el extremo derecho se aprecia el servomotor encargado de manejar el ángulo de inclinación de la viga, actuando como elemento de control del sistema. En el extremo izquierdo se encuentra el soporte estructural que permite el pivoteo del conjunto.



Figura 67. Sistema viga y bola.

Fuente: Autor.

IX-B. Implementación de la etapa mecánica

El montaje completo del diseño final del sistema viga y bola, tal y como se puede observar en la figura 68, se observa la estructura mecánica ensamblada sobre una base de MDF de 9 milímetros de espesor que aloja internamente los componentes electrónicos del sistema. El cableado visible corresponde a la alimentación y programación del microcontrolador utilizado para implementar los algoritmos de control PID discreto y PD difuso.



Figura 68. Resultado final del diseño mecánico

Fuente: Autor.

IX-C. Caja de control

El interior del módulo electrónico del sistema viga y bola. Se observa una caja, como se puede evidenciar en la figura 69, de protección que alberga la fuente de alimentación AC-DC, encargada de suministrar el voltaje necesario para el funcionamiento del microcontrolador y del servomotor. En la parte central se aprecia una placa de desarrollo basada en ESP32 montada sobre una placa perforada (protoboard permanente), junto con borneras de conexión que permiten organizar y distribuir la alimentación y las señales hacia el sensor infrarrojo y el actuador.

Asimismo, se distinguen los conductores de entrada de energía, el interruptor de encendido y el sistema de conexión hacia los elementos externos del prototipo.

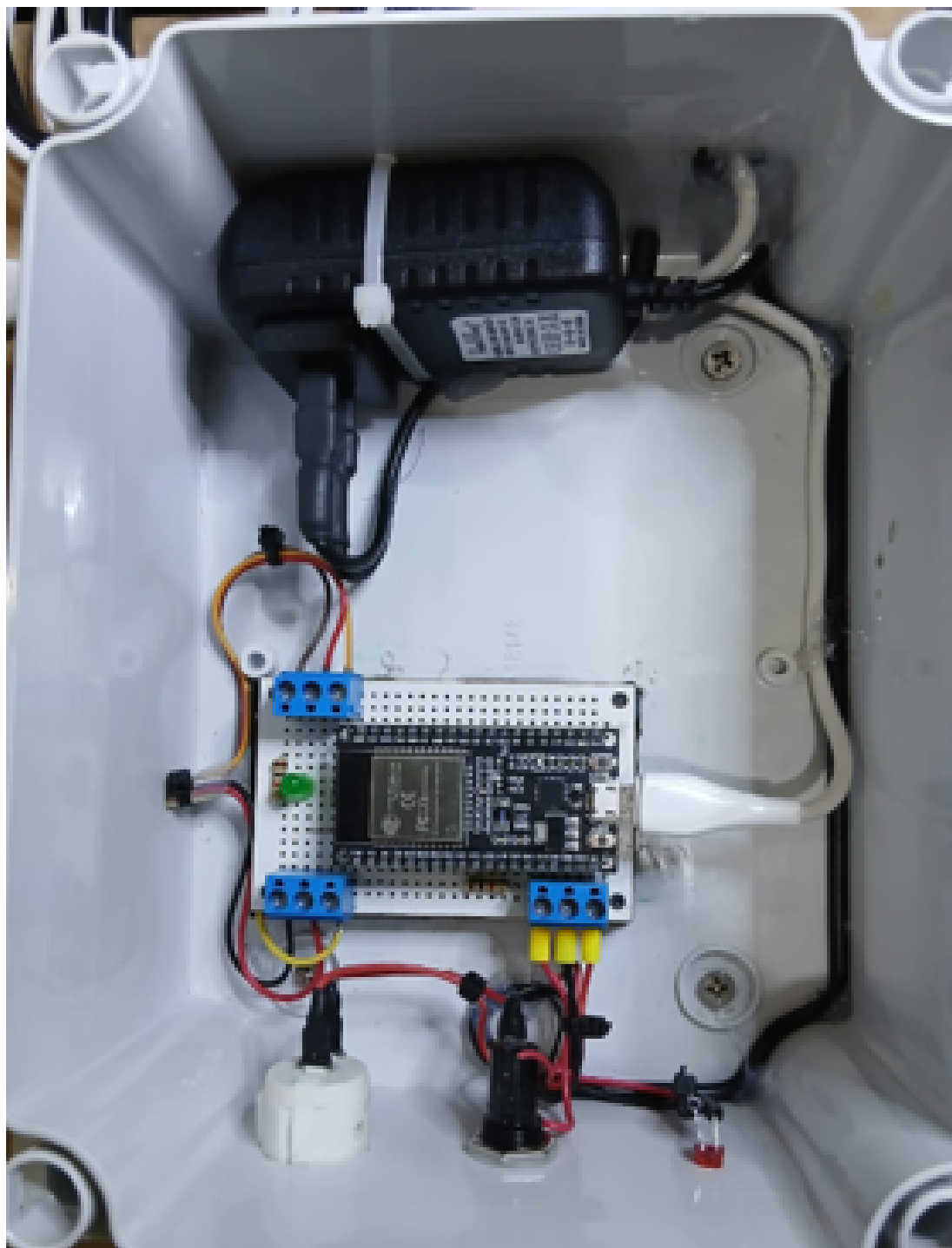


Figura 69. Gabinete de control.

Fuente: Autor.

IX-D. Índices de desempeño

Tal y como se aprecia en la Figura 70, se presenta el entorno de trabajo de MATLAB empleado para el cálculo de los índices de desempeño del sistema viga–bola, en el marco del análisis comparativo entre el controlador PID discreto y el controlador PD difuso. En la parte superior de la interfaz se observa el script desarrollado, el

cual procesa los datos del error obtenidos a partir de las señales registradas durante las simulaciones y pruebas experimentales.

El programa implementado realiza el cálculo de los índices IAE (Integral del Error Absoluto) e ISE (Integral del Error Cuadrático) para ambos controladores, aplicando integración numérica mediante la función `trapz`. Este procedimiento permite estimar el área bajo la curva del error en función del tiempo, proporcionando una medida cuantitativa del desempeño dinámico. En la ventana de comandos se muestran los valores obtenidos, donde se evidencia una disminución de los índices IAE e ISE para el controlador PD difuso en comparación con el PID discreto. Asimismo, se presenta el porcentaje de mejora calculado tomando como referencia el desempeño del controlador PID.

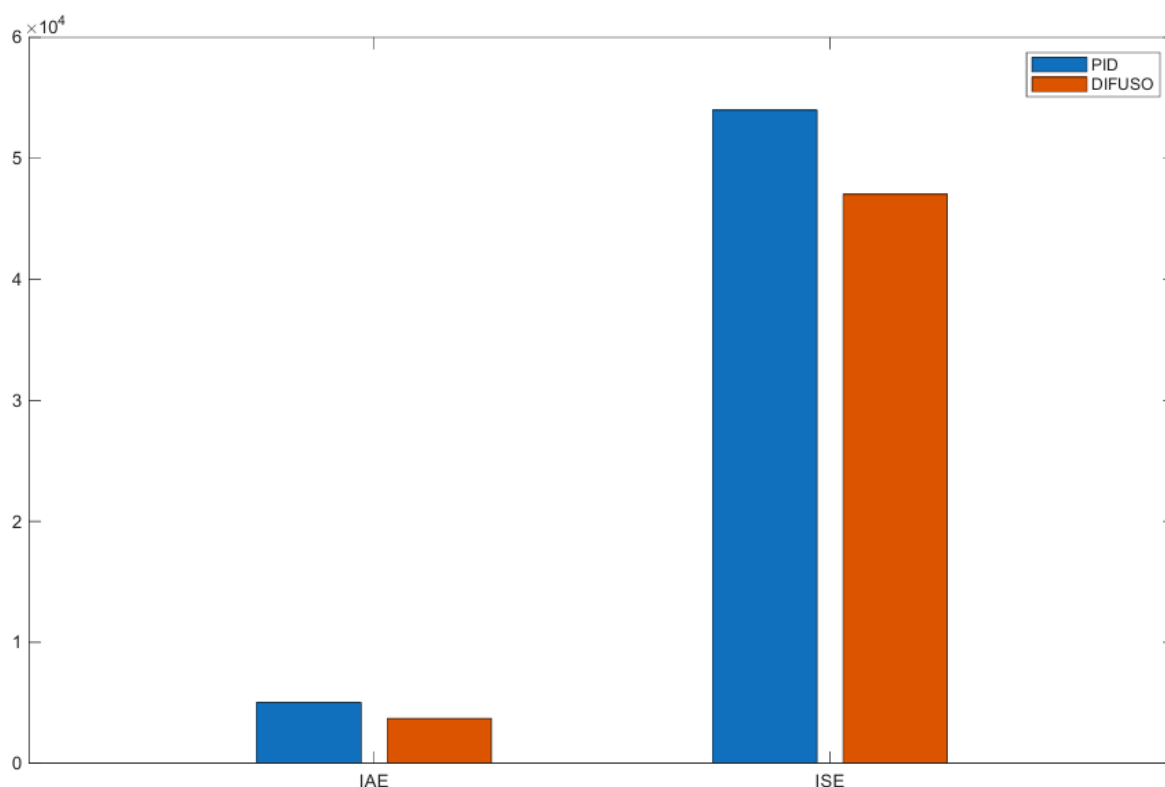


Figura 70. Índices IAE e ISE del sistema viga-bola.

Fuente: Autor.

IX-E. Desempeño del control PID discreto

Tal y como se aprecia en la Figura 71, se presentan las gráficas correspondientes a la respuesta del sistema viga-bola cuando opera bajo el controlador PID clásico. Estas señales fueron obtenidas durante las pruebas de simulación y constituyen la base del análisis comparativo desarrollado en esta investigación.

En la primera gráfica se muestra la señal de referencia (SP) junto con la respuesta del sistema frente a cambios escalonados en el punto de operación. Se observa que el sistema logra seguir la trayectoria deseada; sin embargo,

se presentan sobreimpulsos y oscilaciones transitorias de mayor amplitud antes de alcanzar el estado estable.

La segunda gráfica ilustra la evolución del error en función del tiempo. Después de cada variación en la referencia, el error presenta incrementos notorios y posteriormente disminuye de forma progresiva hasta aproximarse a cero. Este comportamiento evidencia la acción conjunta de los términos proporcional, integral y derivativo en el proceso de corrección.

Finalmente, la tercera gráfica corresponde a la señal de control aplicada al actuador. Se distinguen variaciones significativas en la acción de control, particularmente en los instantes donde se producen cambios en la referencia, lo que indica una respuesta activa del controlador para compensar las desviaciones del sistema.

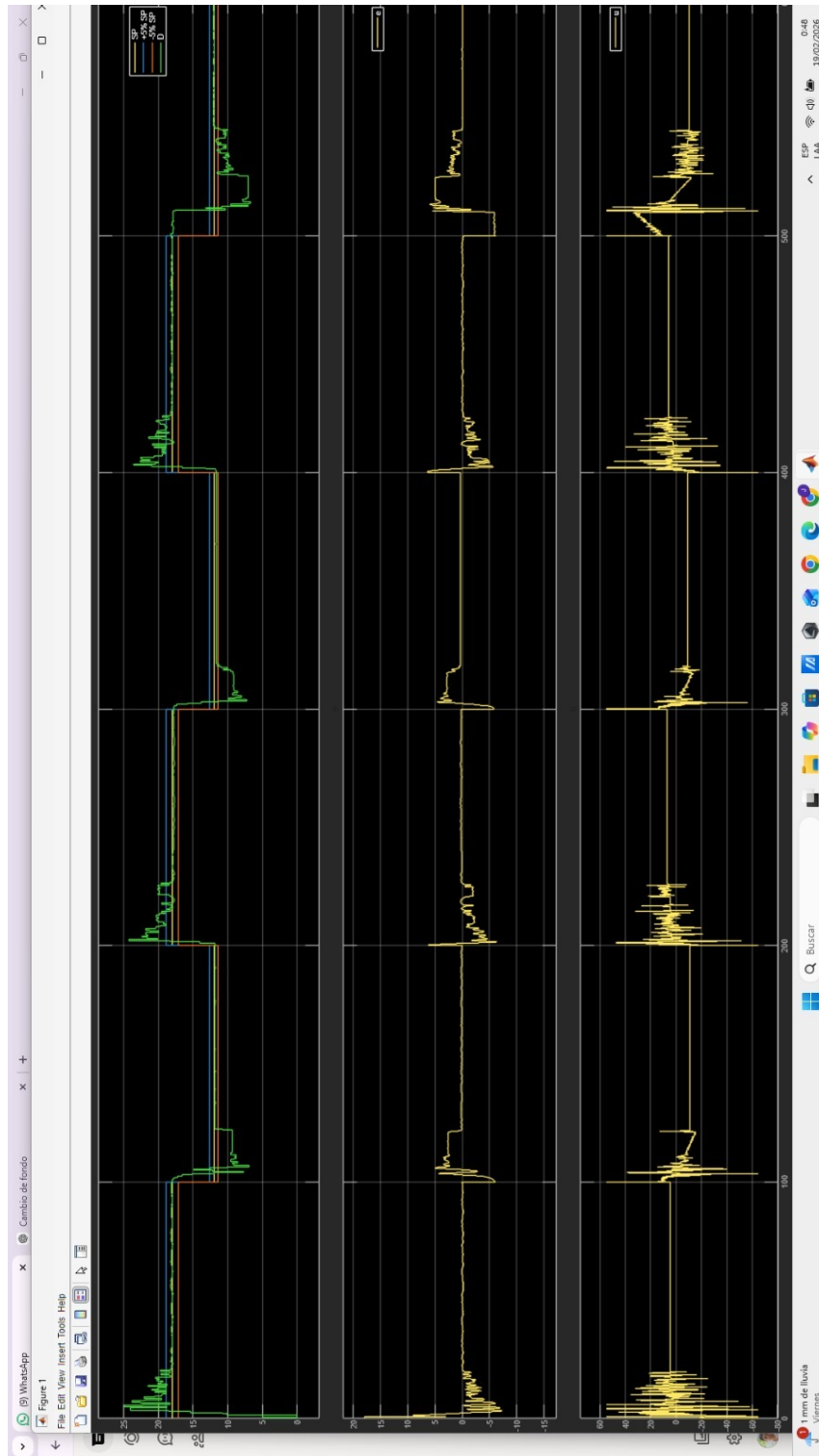


Figura 71. Respuesta del sistema viga-bola bajo el controlador PID discreto.

Fuente: Autor.

IX-F. Desempeño del control difuso

Tal y como se muestra en la Figura 72, se presentan las gráficas correspondientes a la respuesta del sistema viga-bola cuando opera bajo el controlador PD difuso, obtenidas en el entorno de simulación de MATLAB. Estas señales permiten evaluar el comportamiento dinámico del sistema ante variaciones en el punto de operación.

En la primera gráfica se observa la señal de referencia (SP) junto con la respuesta del sistema frente a cambios escalonados. Se aprecia que el controlador difuso logra un seguimiento adecuado de la referencia, presentando una respuesta ágil y con oscilaciones moderadas que se mantienen dentro de límites aceptables, lo que indica un comportamiento estable.

La segunda gráfica muestra la evolución del error en el tiempo. Ante cada modificación de la referencia, el error experimenta una variación inicial que es corregida de manera progresiva por el controlador, reduciéndose hasta aproximarse a cero conforme el sistema alcanza el estado estable.

Por último, la tercera gráfica corresponde a la señal de control aplicada al actuador de movimiento. En ella se evidencian las variaciones en la acción de control requeridas para compensar la dinámica no lineal del sistema, reflejando la capacidad del controlador difuso para ajustar la respuesta en función de las condiciones instantáneas del error y su variación.

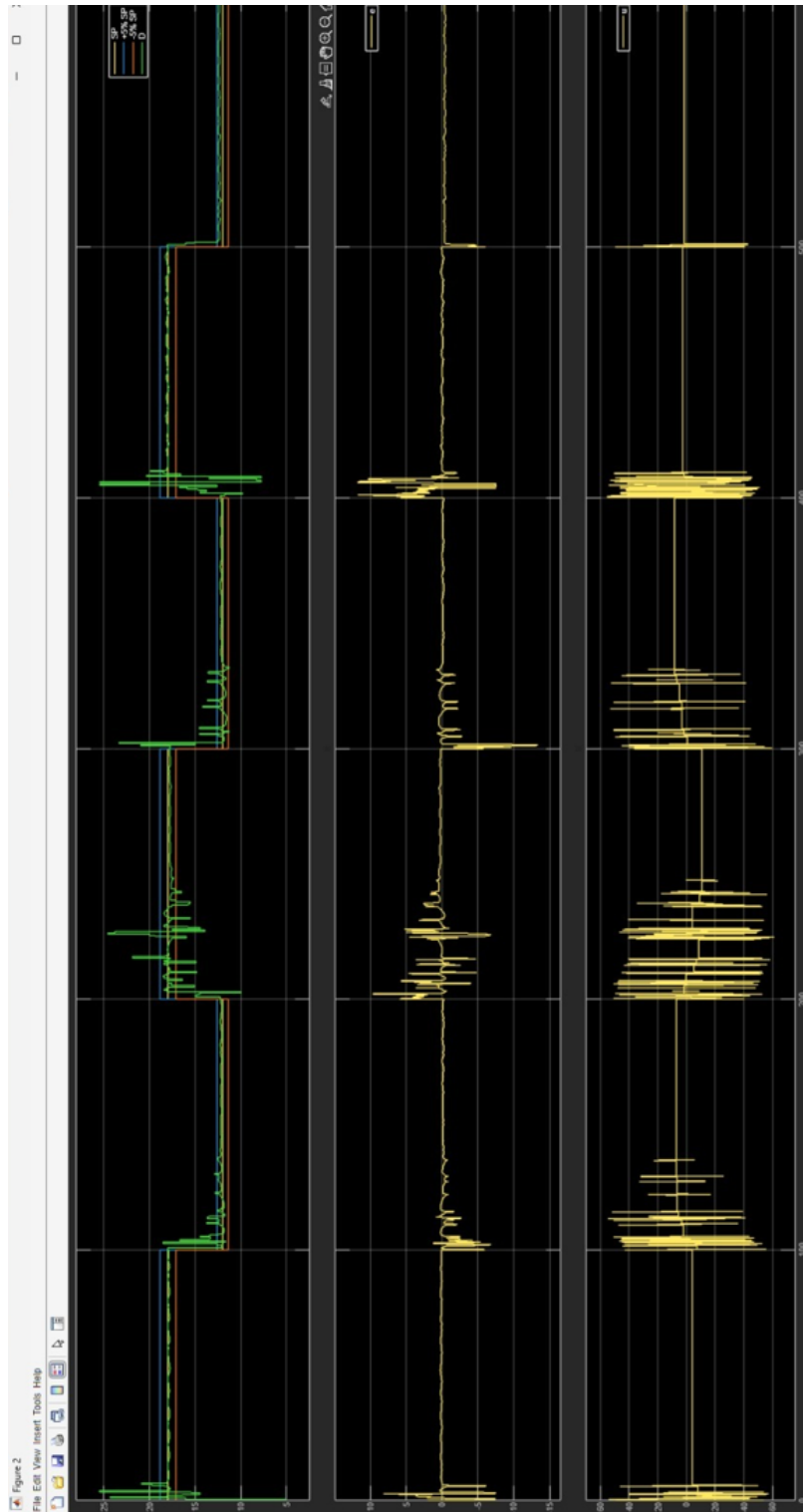


Figura 72. Respuesta del sistema viga-bola bajo el controlador PD difuso.

Fuente: Autor.

X. CRONOGRAMA

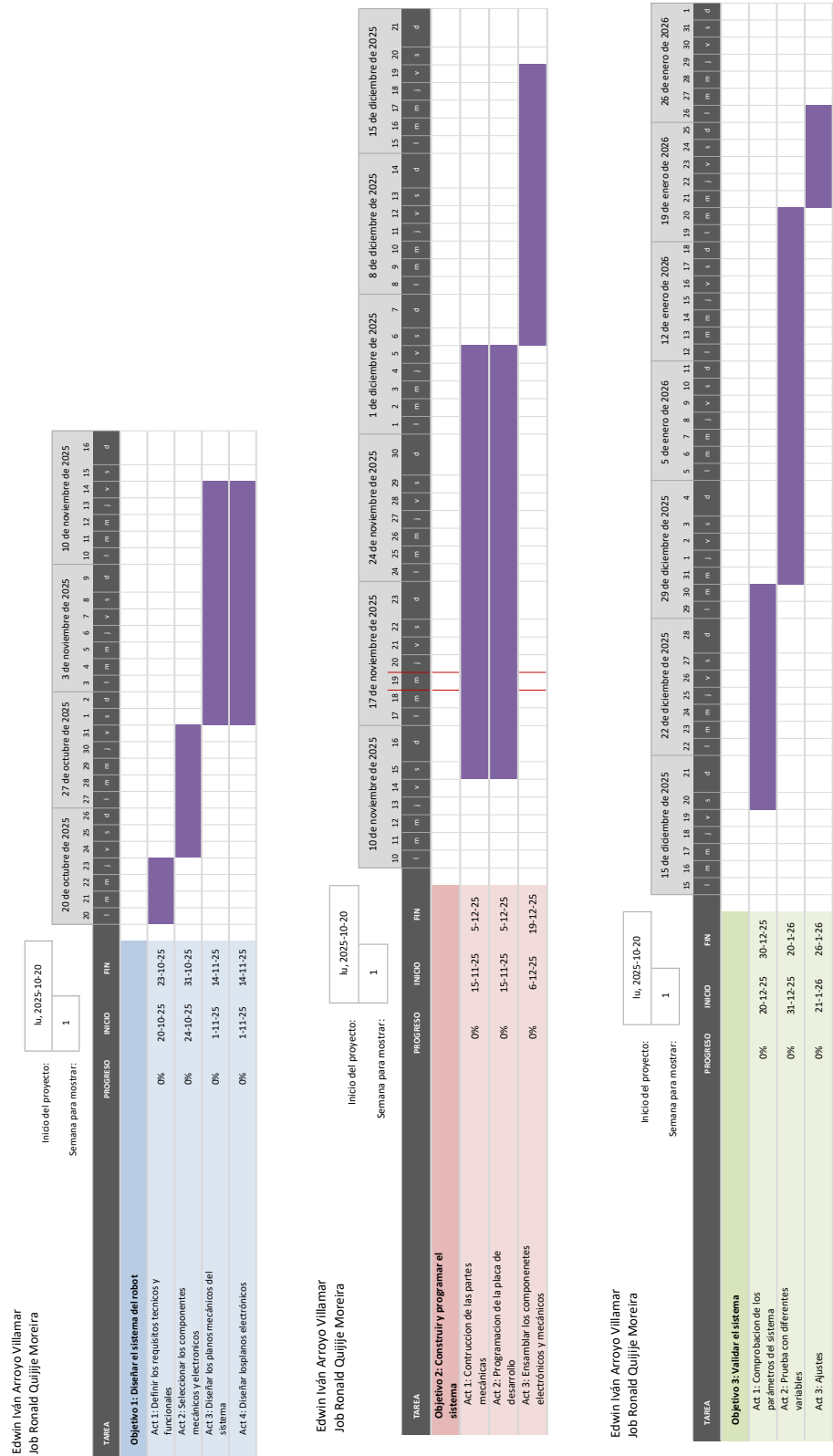


Figura 73. Cronograma de los objetivos

Fuente: Autor.

XI. PRESUPUESTO

Tabla II
PRESUPUESTO DE MATERIALES Y COSTOS DEL SISTEMA VIGA-BOLA.

Nombre del elemento	Descripción	Cantidad	Precio unitario (\$)	Valor total (\$)
ESP32	Unidad	1	18,00	18,00
Filamento PLA	Rollo	1	25,00	25,00
Sensor Sharp GP2Y0A41SK0F	Unidad	1	2,35	2,35
Servo motor MG995	Unidad	1	5,25	5,25
Tablero MDF	Plancha	1	8,00	8,00
Tablero Aglomerado	Plancha	1	20,00	20,00
Fuente de alimentación 5VDC	Unidad	1	7,00	7,00
Otros materiales (tornillos, cintas, etc.)	Set	1	8,00	8,00
Subtotal materiales				93,60
Mano de obra	Corte láser	1	50,00	50,00
Mano de obra	Corte con sierra vertical	1	5,00	5,00
Mano de obra	Impresión 3D	1	24,00	24,00
Subtotal costos logísticos				79,00
Total				172,60

XII. CONCLUSIONES

El desarrollo del sistema viga–bola permitió analizar de manera integral el comportamiento de dos estrategias de control aplicadas a un sistema no lineal e inherentemente inestable. A través del diseño mecánico de la estructura, la implementación del sistema electrónico y la programación del controlador en la plataforma embebida, se logró construir un prototipo funcional capaz de validar experimentalmente los conceptos teóricos estudiados. Este proceso permitió vincular la teoría del control con una aplicación práctica real.

La implementación del controlador PID clásico permitió obtener una respuesta estable ante cambios escalonados en la referencia, cumpliendo con criterios fundamentales como seguimiento, reducción del error en estado estacionario y estabilidad general del sistema. Sin embargo, durante las pruebas se evidenció que el desempeño del PID depende significativamente del proceso de sintonización de sus ganancias, el cual requiere ajustes iterativos y criterios técnicos adecuados para evitar sobreimpulsos elevados, oscilaciones persistentes o tiempos de establecimiento prolongados.

En contraste, el controlador PD difuso mostró un comportamiento dinámico más adaptable frente a variaciones en el error y su derivada. La incorporación de reglas lingüísticas y funciones de membresía permitió abordar la naturaleza no lineal del sistema sin depender estrictamente de un modelo matemático preciso, facilitando una respuesta más suave y con oscilaciones moderadas dentro de márgenes aceptables. Esto evidenció la capacidad del enfoque difuso para integrar conocimiento heurístico en el diseño del control.

El análisis comparativo realizado mediante los índices de desempeño IAE e ISE permitió cuantificar objetivamente el comportamiento de ambas estrategias. Los resultados obtenidos confirmaron que los dos controladores cumplen con el objetivo principal de estabilizar la bola en la posición deseada; no obstante, el controlador PD difuso presentó ventajas en términos de reducción acumulada del error y suavidad en la acción de control bajo determinadas condiciones de operación, lo cual representa un aporte relevante dentro del marco de esta investigación.

Finalmente, el proyecto permitió consolidar conocimientos en áreas como dinámica de sistemas, análisis estructural, electrónica de potencia, programación en sistemas embebidos y control inteligente. La integración de estas disciplinas dio como resultado un sistema experimental completamente operativo, que constituye una base sólida para futuras investigaciones y mejoras tecnológicas en el ámbito del control automático aplicado a sistemas didácticos.

XIII. RECOMENDACIONES

Como línea de trabajo futura, se recomienda realizar una optimización sistemática de las funciones de membresía y de la base de reglas del controlador difuso mediante técnicas de ajuste automático, tales como métodos de optimización numérica, algoritmos evolutivos o técnicas híbridas. Esto permitiría mejorar aún más los índices de desempeño obtenidos y reducir la dependencia del ajuste empírico realizado durante el desarrollo del proyecto.

Se sugiere evaluar la posibilidad de fabricar en material metálico las partes móviles del sistema, particularmente el disco de acoplamiento, la biela y el cabezal porta-sensor, debido a que estos elementos están sometidos a movimiento continuo y a esfuerzos repetitivos. La sustitución del PLA por aluminio u otro material de mayor resistencia podría incrementar la vida útil del mecanismo y reducir posibles deformaciones con el tiempo. En caso de que el costo de manufactura en metal resulte elevado, se sugiere considerar la impresión 3D con un porcentaje de relleno cercano al 100 %, con el fin de aumentar la rigidez y durabilidad de dichas piezas.

Como mejora funcional del proyecto, se recomienda desarrollar una versión completamente embebida del sistema de control, de manera que no dependa del entorno de MATLAB para su operación. La implementación directa del algoritmo en el microcontrolador permitiría que el sistema funcione de forma autónoma y facilitaría su utilización como herramienta didáctica. Además, esto abriría la posibilidad de que futuros estudiantes puedan modificar y experimentar con el código empleando lenguajes como C++ o Python, ampliando así el alcance académico del prototipo.

Se propone diseñar una práctica académica orientada al análisis del sistema en lazo cerrado, que permita a los estudiantes inferir experimentalmente la función de transferencia del sistema viga y bola en lazo abierto. Esta actividad contribuiría a reforzar los conceptos de modelado dinámico y control clásico, vinculando la teoría con un sistema físico real. De esta manera, el prototipo no solo cumpliría una función demostrativa, sino que se consolidaría como una plataforma de aprendizaje aplicada..

Otra posible mejora consiste en implementar un sistema de adquisición de datos más robusto que permita registrar de manera continua las variables relevantes del sistema, tales como posición, error y señal de control. Esto facilitaría la realización de análisis estadísticos más detallados y comparaciones experimentales repetibles entre diferentes estrategias de control.

Adicionalmente, podría ampliarse el estudio evaluando técnicas de control más avanzadas, como control adaptativo, control predictivo basado en modelo o enfoques basados en inteligencia artificial. La comparación de estos métodos con el PID clásico y el PD difuso permitiría enriquecer el análisis y ampliar el alcance académico del sistema desarrollado.

Finalmente, se sugiere mantener una arquitectura modular tanto en el hardware como en el software implementado, lo que facilitará futuras modificaciones, ampliaciones o integraciones con nuevos algoritmos de control. Esta estructura modular permitirá que el sistema continúe utilizándose como plataforma experimental en investigaciones posteriores o en aplicaciones didácticas dentro del área de control automático.

REFERENCIAS

- [1] J. Pérez, M. Ramírez y L. García, «Modelado y control del sistema bola y viga: una revisión,» *Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica*, vol. 41, n.º 2, págs. 87-95, 2021.
- [2] R. Morales y S. Ortega, «Estabilidad y control de sistemas no lineales: aplicaciones en bola y viga,» *Ingeniería y Ciencia*, vol. 17, n.º 35, págs. 45-60, 2022.
- [3] M. López, J. Sánchez y A. Ruiz, «Limitaciones del controlador PID clásico en sistemas no lineales,» *Revista Colombiana de Ingeniería*, vol. 36, n.º 1, págs. 123-134, 2020.
- [4] A. Fernández, C. Torres y D. Ramírez, «Optimización de parámetros PID para sistemas dinámicos no lineales,» *Ingeniería y Desarrollo*, vol. 39, n.º 2, págs. 201-214, 2021.
- [5] P. Díaz, J. Herrera y E. González, «Control adaptativo en sistemas no lineales: bola y viga,» *Revista de Ingeniería*, vol. 45, n.º 3, págs. 75-84, 2023.
- [6] L. Morales, M. Álvarez y F. Gómez, «Control basado en lógica difusa para sistemas inestables,» *Ingeniería Inteligente*, vol. 12, n.º 4, págs. 101-112, 2022.
- [7] D. Sánchez y R. Vega, «Aplicación de controladores difusos en la estabilización de sistemas dinámicos,» *Revista de Control*, vol. 30, n.º 1, págs. 55-68, 2020.
- [8] M. Torres, J. Castillo y P. Salinas, «Mejora del desempeño del sistema bola y viga mediante control difuso,» *Ingeniería y Tecnología*, vol. 21, n.º 2, págs. 95-104, 2021.
- [9] A. Vargas y C. Hernández, «Desafíos en el diseño de controladores difusos,» *Revista Iberoamericana de Automática*, vol. 10, n.º 3, págs. 65-78, 2023.
- [10] E. Ramírez y S. López, «Control híbrido PID-lógica difusa: avances y aplicaciones,» *Ingeniería y Sistemas*, vol. 15, n.º 1, págs. 23-34, 2022.
- [11] J. Martínez, L. Gómez y R. Herrera, «Tendencias en el control de sistemas no lineales en automatización industrial,» *Revista Latinoamericana de Ingeniería*, vol. 28, n.º 4, págs. 145-156, 2021.
- [12] F. Castillo y A. Gómez, «Aplicaciones educativas del sistema bola y viga,» *Educación en Ingeniería*, vol. 19, n.º 1, págs. 12-21, 2020.
- [13] S. Rodríguez y M. Pérez, «Limitaciones del PID en sistemas con parámetros variables,» *Revista Mexicana de Automatización*, vol. 25, n.º 3, págs. 88-98, 2022.
- [14] V. Torres, P. Medina y G. Morales, «Adaptación de controladores PID para sistemas no lineales,» *Revista Colombiana de Ingeniería*, vol. 38, n.º 2, págs. 77-89, 2023.
- [15] L. Rojas y E. Sánchez, «Control difuso para sistemas con incertidumbre,» *Ingeniería Inteligente*, vol. 14, n.º 1, págs. 45-57, 2021.
- [16] M. Salazar, J. Díaz y R. Ortega, «Ventajas del control difuso en sistemas dinámicos,» *Revista Iberoamericana de Control*, vol. 9, n.º 2, págs. 102-114, 2023.
- [17] C. Navarro y A. Fuentes, «Uso del sistema bola y viga para la enseñanza de teoría de control,» *Revista de Educación en Ingeniería*, vol. 22, n.º 3, págs. 34-44, 2021.
- [18] P. Gómez, R. Hernández y J. Martínez, «Innovación tecnológica en control de sistemas dinámicos,» *Revista de Ingeniería y Tecnología*, vol. 30, n.º 1, págs. 123-134, 2022.
- [19] A. Silva y M. Contreras, «Selección de controladores para sistemas no lineales,» *Revista Científica de Ingeniería*, vol. 27, n.º 2, págs. 59-69, 2020.
- [20] R. Calderón, F. Muñoz y G. Sánchez, «Diseño eficiente de controladores híbridos,» *Ingeniería y Ciencia*, vol. 21, n.º 4, págs. 145-156, 2023.

- [21] García, Castro y Delgado, «Análisis y modelado del sistema bola y viga: revisión de técnicas de control,» *Revista Iberoamericana de Ingeniería*, vol. 15, n.º 3, págs. 55-66, 2018.
- [22] Hernández y Vargas, «Implementación de un sistema bola y viga con Arduino para evaluación de controladores,» *Educación en Ingeniería*, vol. 24, n.º 1, págs. 45-53, 2022.
- [23] López, Sánchez y Mejía, «Evaluación de controladores PID clásicos y adaptativos en sistemas no lineales,» *Ingeniería y Desarrollo Tecnológico*, vol. 40, n.º 2, págs. 101-112, 2021.
- [24] Ramírez y Torres, «Control difuso aplicado a sistemas inestables: análisis y resultados experimentales,» *Revista Colombiana de Automática e Instrumentación*, vol. 19, n.º 2, págs. 77-86, 2020.
- [25] Flores, Navarro y Morales, «Comparación experimental entre controladores PID y difuso en un sistema bola y viga con Arduino,» *Revista de Ingeniería Aplicada*, vol. 28, n.º 4, págs. 89-98, 2023.
- [26] Valverde y López, «Análisis del comportamiento dinámico del sistema bola y viga,» *Revista Politécnica de Ingeniería*, vol. 20, n.º 1, págs. 45-54, 2019.
- [27] N. Apellido, «Modelado del sistema viga y bola,» *Revista Ingeniería UC*, 2010. dirección: <http://www.servicio.bc.uc.edu.ve/ingenieria/revista/v10n1/10-1-8.pdf>.
- [28] Pérez y Díaz, «Modelado dinámico y control linealizado de un sistema bola-viga,» *Ingeniería y Control*, vol. 27, n.º 2, págs. 89-97, 2019.
- [29] K. Ogata, *Ingeniería de control moderna*. Pearson, 2010.
- [30] G. F. Franklin, J. D. Powell y A. Emami-Naeini, *Feedback Control of Dynamic Systems*. Pearson, 2015.
- [31] J. W. Valvano, *Embedded Systems: Real-Time Operating Systems for ARM Cortex-M Microcontrollers*. CreateSpace, 2017.
- [32] M. Banz, *Getting Started with Arduino*. O'Reilly Media, 2014.
- [33] E. Upton y G. Halfacree, *Raspberry Pi User Guide*. Wiley, 2016.
- [34] Espressif Systems, *ESP32 Technical Reference Manual*, 2023.
- [35] Arduino. «Arduino Uno Rev3.» Accedido: 2025. dirección: <https://store.arduino.cc/products/arduino-uno-rev3>.
- [36] Raspberry Pi Foundation. «Getting Started with Raspberry Pi Pico W.» Accedido: 2025. dirección: <https://projects.raspberrypi.org/en/projects/get-started-pico-w>.
- [37] Espressif Systems. «ESP32-WROOM-32 Module Datasheet.» Accedido: 2025. dirección: <https://docs.espressif.com/projects/esp-idf/en/v3.3/hw-reference/modules-and-boards.html>.
- [38] K. J. Åström y R. M. Murray, *Feedback Systems: An Introduction for Scientists and Engineers*. Princeton University Press, 2008.
- [39] J. Fraden, *Handbook of Modern Sensors: Physics, Designs, and Applications*, 5th. Springer, 2016.
- [40] *HC-SR04 Ultrasonic Sensor Module Datasheet*, Ultrasonic ranging module technical documentation, ELECFreaks, 2013.
- [41] *CNY70 Reflective Optical Sensor Datasheet*, Reflective optical sensor technical data, Vishay Semiconductors, 2019.
- [42] *E18-D80NK Infrared Photoelectric Sensor Datasheet*, Adjustable infrared proximity sensor technical documentation, Shenzhen EPT Technology, 2020.
- [43] *KY-024 Linear Magnetic Hall Sensor Module Datasheet*, Hall effect magnetic sensor module technical specifications, Keyes, 2018.

- [44] *LJ12A3-4-Z/BY Inductive Proximity Sensor Datasheet*, Inductive proximity sensor technical documentation, Nanjing Xiangshun Electronics, 2019.
- [45] W. Bolton, *Mechatronics: Electronic Control Systems in Mechanical and Electrical Engineering*, 6th. Harlow, England: Pearson Education, 2015.
- [46] *NEMA 17 Stepper Motor Technical Datasheet*, Two-phase hybrid stepper motor specifications, Wantai Motor, 2018.
- [47] *SG90 Micro Servo Motor Datasheet*, 9g micro servo motor technical specifications, Tower Pro, 2019.
- [48] *MG90S Metal Gear Micro Servo Datasheet*, Metal gear micro servo motor technical data, Tower Pro, 2020.
- [49] *MG995 High Torque Metal Gear Servo Motor Datasheet*, Available: Manufacturer technical documentation, Tower Pro, 2014.
- [50] L. A. Zadeh, «Fuzzy Sets,» *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 11, n.º 3, págs. 338-353, 1965.
- [51] T. J. Ross, *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, 3rd. Wiley, 2010.
- [52] K. M. Passino y S. Yurkovich, *Fuzzy Control*. Addison-Wesley, 1998.
- [53] G. J. Klir y B. Yuan, *Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications*. Prentice Hall, 1995.
- [54] Vega, Mendoza y Lara, «Diseño de un controlador híbrido PID–difuso para el sistema bola y viga,» *Revista Colombiana de Ingeniería*, vol. 41, n.º 1, págs. 91-102, 2023.
- [55] Vargas y Herrera, «Implementación del sistema bola y viga con microcontroladores Arduino,» *Revista Técnica de Ingeniería Aplicada*, vol. 22, n.º 3, págs. 54-63, 2020.
- [56] Rodríguez y Salas, «Evaluación comparativa de métodos de sintonización PID en sistemas no lineales,» *Revista Iberoamericana de Control Automático*, vol. 17, n.º 2, págs. 78-89, 2021.
- [57] García y Torres, «Diseño y sintonización de controladores PID discretos para sistemas no lineales,» *Revista Iberoamericana de Ingeniería Electrónica*, vol. 30, n.º 1, págs. 44-56, 2021.
- [58] López y Medina, «Aplicación práctica de control PID y filtros digitales en Arduino,» *Boletín de Innovación Tecnológica*, vol. 19, n.º 2, págs. 71-82, 2022.
- [59] *Seguridad de las máquinas: Principios generales para el diseño – Evaluación y reducción del riesgo*, Ginebra, Suiza: Organización Internacional de Normalización (ISO), 2010.
- [60] *Seguridad de las máquinas: Equipamiento eléctrico de las máquinas – Parte 1: Requisitos generales*, Ginebra, Suiza: Comisión Electrotécnica Internacional (IEC), 2016.
- [61] O. Safety y H. Administration, *Laboratory Safety Guidance*. Washington D.C., Estados Unidos: U.S. Department of Labor, 2021.
- [62] *Reglamento Técnico de Instalaciones Eléctricas – Edición 2022*, Bogotá, Colombia: Ministerio de Minas y Energía, 2022.
- [63] U. P. de Valencia, *Manual de seguridad en laboratorios de ingeniería eléctrica y automática*. Valencia, España: Editorial Universitaria UPV, 2020.
- [64] Autodesk Inc., *AutoCAD Electrical Toolset – Electrical Control Design Software*, Documentación técnica oficial, Autodesk Inc., 2023.
- [65] *GP2Y0A41SK0F Distance Measuring Sensor Unit Datasheet*, Infrared triangulation distance sensor technical specifications, Sharp Corporation, 2014.

Vista isométrica del ensamble en SolidWorks 2024 74.

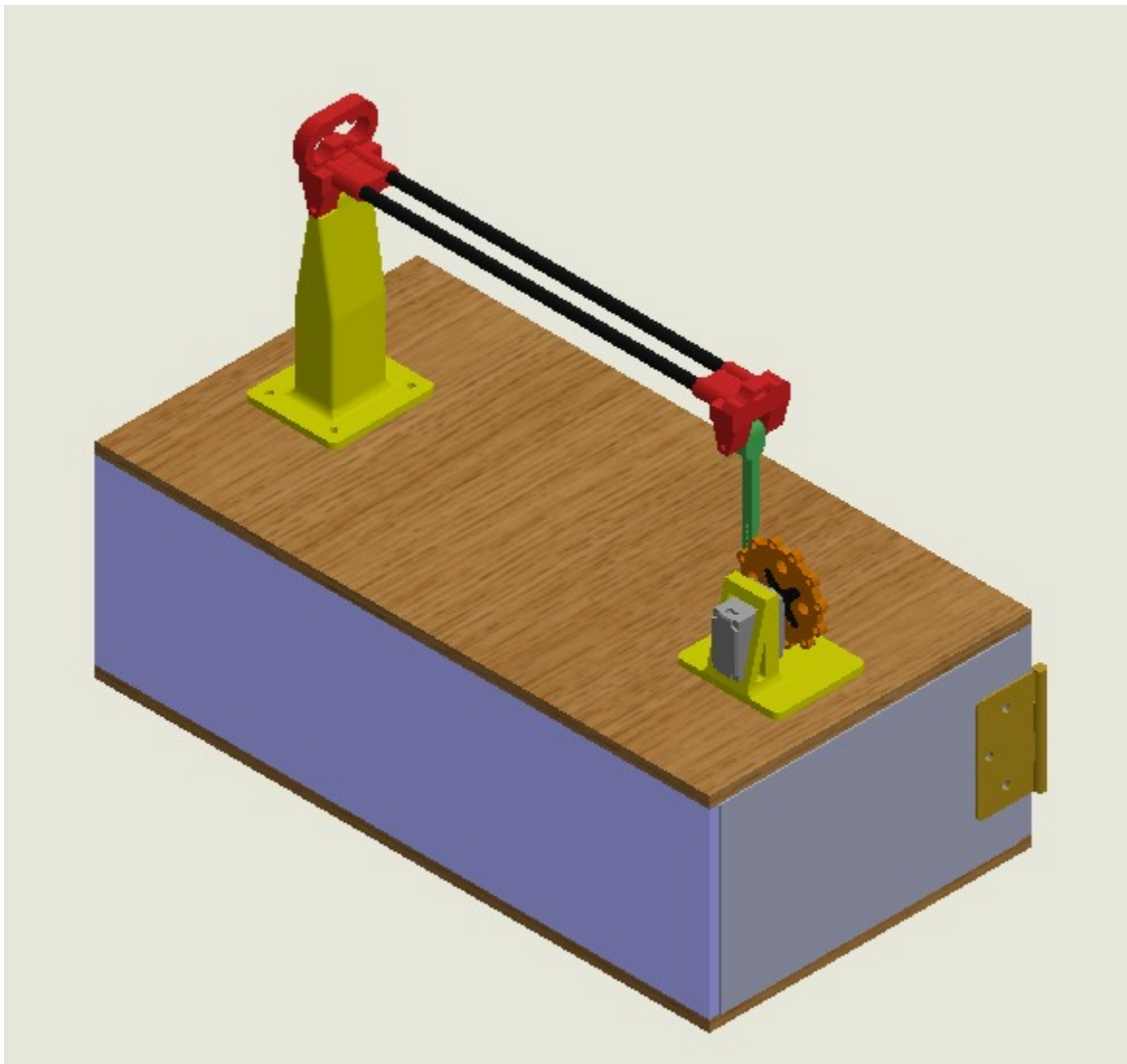


Figura 74.

Fuente: Autor.

Proceso de corte laser para plancha MDF 75.



Figura 75.

Fuente: Autor.

Proceso de conexión eléctrica 76.

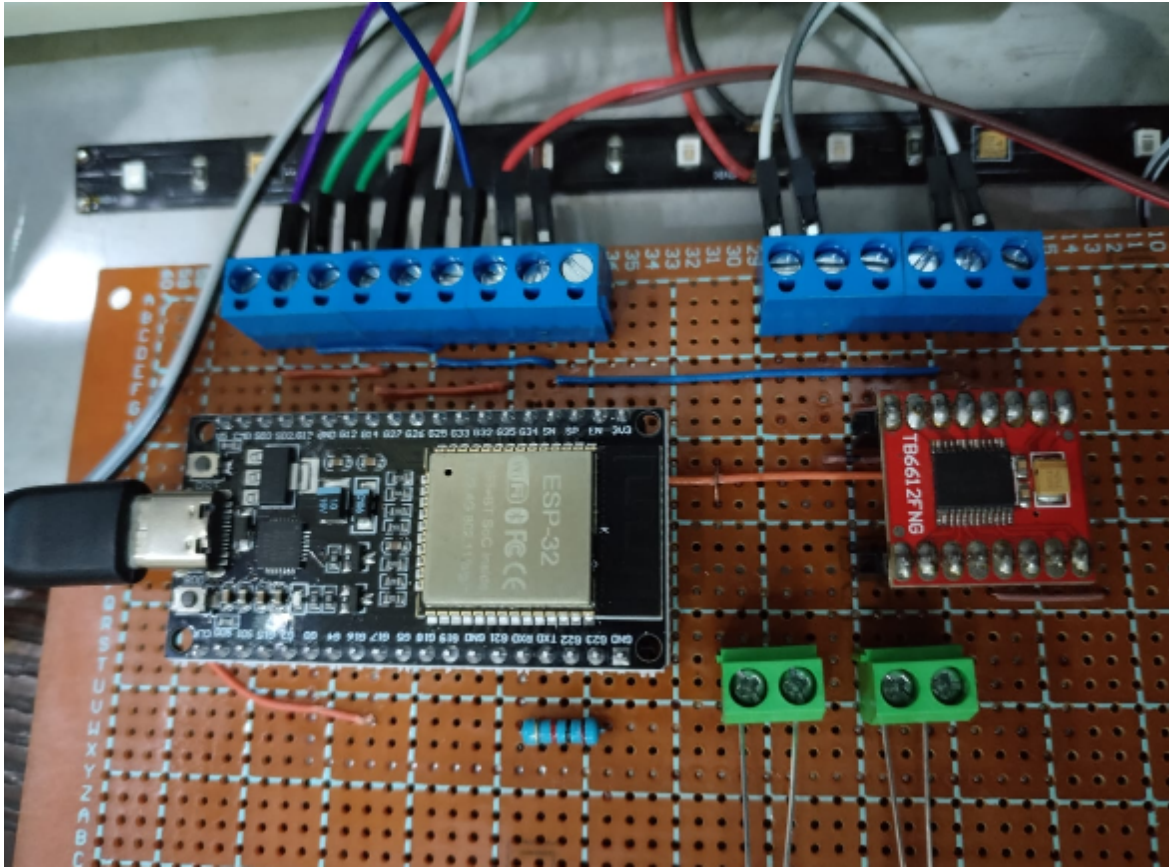


Figura 76.

Fuente: Autor.

Código de los índices de desempeño mostrados en las figuras 77, y 78.

```

1  clc;
2  clear;
3  close all;
4  %% PARAMETROS DE TIEMPO (por si no existen en la figura)
5  Ts = 0.02;
6  Tfinal = 600;
7  %% FUNCION PARA EXTRAER ERROR DESDE FIG
8  extraer_error = @(nombreFig) extraerDatosFig(nombreFig, Ts, Tfinal);
9  %% EXTRAER DATOS PID
10 [t_pid, e_pid] = extraer_error('Control_PID_170202026.fig');
11 %% -----
12 % EXTRAER DATOS DIFUSO
13 [t_fuzzy, e_fuzzy] = extraer_error('Control_PID_Difuso_170202026.fig');
14 %% CALCULO INDICES
15 IAE_pid = trapz(t_pid, abs(e_pid));
16 ISE_pid = trapz(t_pid, e_pid.^2);
17 IAE_fuzzy = trapz(t_fuzzy, abs(e_fuzzy));
18 ISE_fuzzy = trapz(t_fuzzy, e_fuzzy.^2);
19 %% TABLA 2x2 RESULTADOS
20 Resultados = table( ...
21     [IAE_pid; IAE_fuzzy], ...
22     [ISE_pid; ISE_fuzzy], ...
23     'VariableNames', {'IAE', 'ISE'}, ...
24     'RowNames', {'PID', 'Difuso'} );
25
26 disp('-----')
27 disp('      INDICES DE DESEMPEÑO')
28 disp('-----')
29 disp(Resultados)
30
31 %% Mejora porcentual tomando PID como referencia
32 mejora_IAE = (IAE_pid - IAE_fuzzy)/IAE_pid * 100;
33 mejora_ISE = (ISE_pid - ISE_fuzzy)/ISE_pid * 100;
34
35 Tabla_Porcentaje = table( ...
36     [0; mejora_IAE], ...
37     [0; mejora_ISE], ...
38     'VariableNames', {'IAE_%Mejora', 'ISE_%Mejora'}, ...
39     'RowNames', {'PID', 'Difuso'} );
40
41 disp('-----')
42 disp('MEJORA PORCENTUAL (referencia: PID)')
43 disp('-----')
44 disp(Tabla_Porcentaje)
45
46 %% FUNCION LOCAL
47
48 function [t, e] = extraerDatosFig(nombreFig, Ts, Tfinal)
49
50     if ~isfile(nombreFig)
51         error(['El archivo ', nombreFig, ' no existe en el directorio actual.']);
52     end
53
54     % Abrir figura en segundo plano (invisible)
55     h = openfig(nombreFig, 'invisible');
56     % Buscar ejes
57     ax = findall(h, 'Type', 'axes');
58
59     if isempty(ax)
60         close(h);
61         error('No se encontraron ejes en la figura.');
```

Figura 77.

Fuente: Autor.

```

62     end
63
64     % Buscar todas las curvas dentro de los ejes
65     lineObjs = findall(ax, '-property', 'YData');
66
67     if isempty(lineObjs)
68         close(h);
69         error('No se encontraron datos YData en la figura.');
```

70 end

71

72 % Si hay varias señales, elegir la más larga (normalmente el error completo)

73 maxLength = 0;

74 idx = 1;

75

76 for k = 1:length(lineObjs)

77 ytemp = get(lineObjs(k), 'YData');

78 if length(ytemp) > maxLength

79 maxLength = length(ytemp);

80 idx = k;

81 end

82 end

83

84 e = get(lineObjs(idx), 'YData');

85 t = get(lineObjs(idx), 'XData');

86

87 close(h);

88

89 % Si no hay tiempo guardado, reconstruirlo

90 if isempty(t)

91 N = length(e);

92 t = 0:Ts:(N-1)*Ts;

93 end

94

95 end

96

Figura 78.

Fuente: Autor.