



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE GUAYAQUIL
CARRERA DE ELECTRICIDAD

**ESTUDIAR LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO DE UNA LÍNEA AÉREA DE
69KV MEDIANTE CÓDIGOS PYTHON Y SIMULACIONES EN ATP DRAW**

Trabajo de titulación previo a la obtención del
Título de Ingeniero Eléctrico

AUTORES: Jordy Richard Castro Rivera
Naomi Alejandra Santos Camargo

TUTOR: Ing. Otto Washington Astudillo Astudillo, MEL

Guayaquil – Ecuador

2026

CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Nosotros, Jordy Richard Castro Rivera con documento de identificación N° 0928778356 y Naomi Alejandra Santos Camargo con documento de identificación N° 0954438420; manifestamos que:

Somos los autores y responsables del presente trabajo; y, autorizamos a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total o parcial el presente trabajo de titulación.

Guayaquil, 26 de enero del año 2026

Atentamente,



Jordy Richard Castro Rivera
CI: 0928778356



Naomi Alejandra Santos Camargo
CI: 0954438420

CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

Nosotros, Jordy Richard Castro Rivera con documento de identificación N° 0928778356 y Naomi Alejandra Santos Camargo con documento de identificación N° 0954438420, expresamos nuestra voluntad y por medio del presente documento cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del Proyecto Técnico: Estudiar las corrientes de corto circuito de una línea aérea de 69KV mediante códigos Python y simulaciones en ATP DRAW, el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

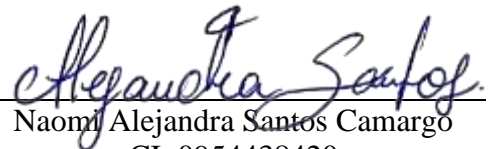
En concordancia con lo manifestado, suscribimos este documento en el momento que hacemos la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Guayaquil, 26 de enero del año 2026

Atentamente,



Jordy Richard Castro Rivera
CI: 0928778356



Naomi Alejandra Santos Camargo
CI: 0954438420

CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Yo, Otto Washington Astudillo Astudillo con documento de identificación N° 0102054871, docente de la Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: ESTUDIAR LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO DE UNA LÍNEA AÉREA DE 69KV MEDIANTE CÓDIGOS PYTHON Y SIMULACIONES EN ATP DRAW, realizado por Jordy Richard Castro Rivera con documento de identificación N° 0928778356 y Naomi Alejandra Santos Camargo con documento de identificación N° 0954438420, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción Proyecto Técnico que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Guayaquil, 26 de enero del año 2026

Atentamente,



Ing. Otto Washington Astudillo Astudillo,
0102054871

DEDICATORIA

Primeramente, le doy gracias a Dios porque siempre ha sido mi guía, me ha dado fuerza cuando estaba perdida y me ha dado el coraje para retomar el rumbo y alcanzar esta meta tan anhelada. Me ha brindado apoyo incondicional en cada etapa de este camino.

A mi madre le dedico este logro, la Sra. Magaly Camargo Fuller por el sacrificio compartido, por su amor incondicional, su paciencia y su entrega absoluta. Este proceso no lo recorrí sola; lo caminamos juntas, enfrentando desafíos y celebrando cada avance. Gracias por creer en mí incluso cuando yo dudé. Este logro es también el reflejo de tu esfuerzo y dedicación.

A una persona muy especial en mi vida, la Srta. Paola Gómez Maridueña por estar siempre a mi lado, por su apoyo constante, su confianza y su acompañamiento incondicional a lo largo de este proceso. Gracias por impulsarme a seguir adelante y por compartir cada paso de este camino con compromiso y cariño.

Finalmente, agradezco a todas las personas que, de una u otra manera, formaron parte de este recorrido. Hoy puedo decir con orgullo que el esfuerzo, la perseverancia y el apoyo sincero hicieron posible alcanzar este objetivo; lo logré una vez más.

Santos Camargo Naomi Alejandra.

Dedico este trabajo de titulación a Dios y, de manera especial, a mi familia, quienes han sido el principal pilar y apoyo constante a lo largo de mi formación académica.

A mi madre, Lourdes Rivera, por su apoyo incondicional, sus consejos y su fortaleza, que fueron fundamentales para mantenerme firme en los momentos más difíciles.

A mi esposa, Dayanna Aguais, por su amor, paciencia y respaldo permanente, así como por su esfuerzo y sacrificio para contribuir al bienestar de nuestro hogar, lo que me permitió cumplir con mis responsabilidades académicas y laborales.

A mis hijos, Liam Castro y Jordy Castro, quienes representan mi mayor inspiración y motivación para seguir adelante, esforzarme cada día y ser un ejemplo de constancia, responsabilidad y superación personal.

Este logro es el resultado del equilibrio entre el estudio, el trabajo y la familia, y no habría sido posible sin su apoyo, comprensión y aliento permanente.

Jordy Richard Castro Rivera

AGRADECIMIENTO

A Dios, por darme la vida, la fortaleza y la sabiduría necesarias para culminar este logro.

A mi madre, la Sra. Magaly Camargo Fuller y mi persona especial la Srta. Paola Gómez Maridueña, por el sacrificio compartido, su amor incondicional y su apoyo constante a lo largo de este proceso.

A mi compañero de tesis, Jordy Castro Rivera, por su compromiso, responsabilidad y apoyo durante el desarrollo de este proyecto.

Al Ing. Otto Astudillo Astudillo, tutor de tesis, por inculcarnos conocimientos, disciplina académica y criterio técnico durante el desarrollo de este proyecto.

A todos quienes, de alguna manera, contribuyeron para que esta meta hoy sea una realidad, mi más sincero agradecimiento.

Santos Camargo Naomi Alejandra

Expreso mi profundo agradecimiento a mi familia, por su apoyo constante, comprensión y motivación a lo largo de todo mi período de formación universitaria, siendo un pilar fundamental para alcanzar este logro académico.

Agradezco de manera especial a mi compañera de tesis, Alejandra Santos Camargo por su compromiso, responsabilidad y trabajo colaborativo, los cuales fueron esenciales para el desarrollo y culminación del presente trabajo.

Asimismo, expreso mi sincero agradecimiento a mi tutor de tesis, Ing. Otto Astudillo Astudillo, por su guía y orientación académica, y al docente de la asignatura de Tesis, Juan Carlos Lata, por su acompañamiento y apoyo durante el desarrollo de este estudio.

Finalmente, agradezco a los docentes de la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana por los conocimientos y la formación profesional brindada a lo largo de mi etapa universitaria.

Jordy Richard Castro Rivera

ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN	ii
CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA	iii
CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN	iv
DEDICATORIA	v
AGRADECIMIENTO	vi
ÍNDICE DE CONTENIDO	vii
ÍNDICE DE FIGURAS	xii
ÍNDICE DE TABLAS	xiv
RESUMEN	xv
ABSTRACT	xvi
1. CAPITULO I: INTRODUCCIÓN	1
1.1. Título	1
1.2. Introducción	1
1.3. Planteamiento del problema	1
1.4. Justificación	2
1.5. Objetivos	2
1.5.1. Objetivo general.....	2
1.5.2. Objetivos específicos	2
2. CAPITULO II: MARCO TEÓRICO	4
2.1. Sistemas eléctricos de potencia y líneas de transmisión	4
2.2. Líneas aéreas de 69kV	5
2.3. Parámetros eléctricos de una línea aérea	6
2.3.1. Resistencia del conductor.....	6
2.3.2. Inductancia de la línea.....	6
2.3.3. Capacitancia de la línea.....	7
2.4. Método matricial	7
2.5. Reducción de Kron	7
2.6. Integral de Carson	8
2.7. Transformación modal y componentes simétricas	9
2.7.1. Secuencia positiva	9

2.7.2. Secuencia negativa.....	10
2.7.3. Secuencia cero	10
2.8. Análisis de cortocircuito.....	11
2.8.1. Cortocircuito trifásico.....	11
2.8.2. Cortocircuito monofásico	12
2.8.3. Cortocircuito bifásico	12
2.9. Simulación computacional en Python y ATP-Draw.....	12
2.10. Herramientas para análisis eléctrico	12
2.10.1. Python.....	12
2.10.2. ATP DRAW / EMTP.....	13
2.11. Conclusión del marco teórico.....	14
3. CAPITULO III: MARCO METODOLÓGICO	15
3.1. Enfoque metodológico del estudio	15
3.2. Datos generales del sistema y supuestos de cálculo	15
3.2.1. Frecuencia del sistema:.....	15
3.2.2. Tensión nominal línea - línea:.....	16
3.2.3. Tensión nominal fase – neutro equivalente:	16
3.2.4. Longitud total de la línea:	16
3.2.5. Resistividad del suelo:	16
3.2.6. Constante magnética:.....	16
3.2.7. Conductores y configuración:.....	16
3.3. Distancias geométricas de la línea de subtransmisión.....	17
3.3.1. Matriz geométrica directa D	17
3.3.2. Matriz geométrica reflejada H	18
3.4. Cálculo de impedancias primitivas por unidad de longitud	19
3.4.1. Constantes del modelo	19
3.4.2. Impedancia en aire.....	20
3.4.3. Retorno por tierra: integrales de Carson	21
3.4.4. Impedancia en suelo	22
3.4.5. Matriz de impedancia total	23
3.5. Reducción de Kron: eliminación del hilo de guarda (hg)	25
3.5.1. Fundamentos físicos de la reducción de Kron	25
3.5.2. Método de reducción de Kron.....	25

3.5.3. Matriz de la impedancia total.....	26
3.5.3.1. Submatrices.....	26
3.5.3.2. Inversa de $Z_{ee} - 1$	27
3.5.4. Matriz equivalente reducida Z_{kron}	27
3.5.5. Separación de resistencia e inductancia equivalentes	28
3.5.6. Conclusión de la reducción de Kron	28
3.6. Componentes simétricas: obtención de Z_0, Z_1, Z_2	29
3.6.1. Transformación de Fortescue.....	29
3.6.2. Transformación de la matriz de impedancia	30
3.6.2.1. Matrices de transformación empleadas:.....	30
3.6.3. Matriz modal de impedancias	30
3.6.4. Impedancias de secuencia	31
3.6.5. Resistencia de secuencia.....	32
3.6.6. Inductancia de secuencia	33
3.6.7. Conclusiones del análisis en componentes simétricas	34
3.7. Cálculo de la capacitancia: matriz potencial y reducción de Kron	34
3.7.1. Matriz de potencial P	34
3.7.2. Matriz de potencial primitiva P (1 / f) 4x4.....	35
3.7.3. Obtención de la capacitancia primitiva	35
3.7.4. Reducción de Kron aplicada a la matriz de potencial (eliminación de Hg)	36
3.7.4.1. Submatrices potencial	36
3.7.4.2. Inversa de $P_{ee} - 1$	36
3.7.5. Reducción de Kron sobre P	37
3.7.6. Capacitancias trifásicas equivalente	38
3.7.7. Capacitancias de secuencia C_0, C_1, C_2	38
3.8. Cálculo de la potencia reactiva de secuencia	39
3.8.1. Capacitancias modales de referencia	40
3.8.2. Potencia reactiva de secuencia cero Q_0	41
3.8.3. Potencia reactiva de secuencia positiva Q_+	42
3.8.4. Conclusiones del cálculo de potencia reactiva.....	43
3.9. Cálculo de corrientes de cortocircuito (RMS simétrica) a 50 km	43
3.9.1. Falla monofásica (F – G)	43

3.9.2. Falla entre dos fases aisladas (F – F)	44
3.9.3. Falla entre dos fases y tierra (F – F – G).....	44
3.9.4. Falla trifásica aislada (F – F – F)	45
3.9.5. Falla trifásica con tierra (F – F – F – G)	45
3.10. Representación temporal y gráficas de las corrientes de falla	46
3.10.1. FG – 746.6 A	46
3.10.2. FF – 1082.2 A	49
3.10.3. FFG – 1137.3 A	51
3.10.4. FFF – 1249.7 A	53
3.10.5. FFFG – 1249.7 A	54
3.10.6. Conclusión de resultados obtenidos de las gráficas RMS:.....	55
4. CAPITULO IV: MODELAMIENTO DE ESCENARIO Y SIMULACIÓN DE ATP-DRAW	56
4.1. Modelamiento de la línea de subtransmisión de 69 Kv	56
4.1.1. Parámetros estructurales y geométricos de la línea aérea	56
4.1.2. Parámetros de las componentes simétricas de la línea aérea	58
4.2. Simulación de fallas en la línea aérea de subtransmisión de 69kV	59
4.2.1. Simulación de falla monofásica	59
4.2.2. Corriente resultante de la falla monofásica	61
4.2.3. Simulación de falla entre dos fases aisladas	63
4.2.4. Corriente resultante de la falla entre dos fases aisladas	65
4.2.5. Simulación de falla entre dos fases y tierra.....	67
4.2.6. Corriente resultante de la falla entre dos fases y tierra	69
4.2.7. Simulación de falla trifásica aislada	71
4.2.8. Corriente resultante de la falla trifásica aislada	73
4.2.9. Simulación de falla trifásica con tierra	75
4.2.10. Corriente resultante de la falla trifásica con tierra	77
5. CAPITULO V: ANÁLISIS Y RESULTADOS	79
5.1. Introducción al análisis comparativo	79
5.2. Criterios de comparación utilizados	79
5.3. Parámetros de secuencia obtenidos en Python	79
5.3.1. Componentes simétricas obtenidas en Python	80
5.4. Parámetros de secuencia obtenidos en ATP-Draw.....	80

5.4.1. Componentes simétricas obtenidas en ATP-Draw.....	80
5.5. Comparación de componentes simétricas Python vs ATP-Draw.....	81
5.5.1. Comparación de componentes simétricas con error absoluto y relativo	81
5.6. Análisis del error absoluto y relativo.....	82
5.7. Evaluación de coherencia técnica entre ambos modelos.....	82
5.8. Análisis de divergencias o inconsistencias.....	83
5.9. Parámetros de corriente RMS obtenidos en Python	84
5.9.1. Corriente RMS obtenidas en Python.....	84
5.10. Parámetros de corriente RMS obtenidos en ATP-Draw	84
5.10.1. Corriente RMS obtenidas en ATP-Draw	85
5.11. Comparación de corrientes de cortocircuito RMS: Python vs ATP-Draw	85
5.11.1. Comparación de cortocircuito RMS con error relativo	85
5.12. Análisis del error relativo.....	86
5.13. Comparación visual de formas de onda: Python vs ATP-Draw	87
5.13.1. FG – 746.6 A Python vs FG – 773 A ATP-Draw	87
5.13.2. FF – 1082.2 A Python vs FG – 1048.5 A ATP-Draw	90
5.13.3. FF – 1137.3 A Python vs FG – 1097.4 A ATP-Draw	93
5.13.4. FFF – 1249.7 A Python vs FG – 1277.5 A ATP-Draw.....	96
5.13.5. FFF – 1249.7 A Python vs FG – 1273.8 A ATP-Draw.....	99
5.14. Comparación de tendencias de corriente	102
5.15. Evaluación de coherencia técnica entre ambos modelos.....	102
5.16. Análisis de divergencias o inconsistencias.....	103
6. CAPITULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	104
6.1. CONCLUSIÓN	104
6.2. RECOMENDACIONES.....	105
7. CAPITULO VII: BIBLIOGRAFÍA Y ANEXOS.....	107
7.1. BIBLIOGRAFÍA.....	107
7.2. ANEXOS.....	109
7.2.1 CÓDIGO PYTHON.....	109
7.2.1 CATALO DE CONDUCTORES ACSR.....	128

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura 1. Estructura general del sistema eléctrico de potencia con línea aérea de subtransmisión de 69kV. Fuente: Autores.....</i>	<i>4</i>
<i>Figura 2. Configuración típica de una línea aérea de subtransmisión Fuente: Autores.....</i>	<i>6</i>
<i>Figura 3. Sistema trifásico de conductores externos Fuente: [16].....</i>	<i>8</i>
<i>Figura 4. Sistema trifásico positivo.....</i>	<i>10</i>
<i>Figura 5. Sistema eléctrico negativo Fuente: [19]</i>	<i>10</i>
<i>Figura 6. Sistema trifásico cero</i>	<i>11</i>
<i>Figura 7. Programador técnico Fuente: [29].....</i>	<i>13</i>
<i>Figura 8. Procesador de modelos eléctricos.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 9. Corriente RMS de la falla monofásica Fuente: Autores</i>	<i>48</i>
<i>Figura 10. Corriente RMS de la falla entre dos fases aisladas</i>	<i>50</i>
<i>Figura 11. Corriente RMS de la falla entre dos fases y tierra.....</i>	<i>52</i>
<i>Figura 12. Corriente RMS de la falla trifásica aislada Fuente: Autores</i>	<i>53</i>
<i>Figura 13. Corriente RMS de la falla trifásica con tierra Fuente: Autores</i>	<i>54</i>
<i>Figura 14. Parámetros estructurales de una línea aérea de subtransmisión de 69kV Fuente: Autores</i>	<i>57</i>
<i>Figura 15. Resultado de las componentes simétricas</i>	<i>58</i>
<i>Figura 16. Simulación de falla monofásica (F – G) Fuente: Autores.....</i>	<i>60</i>
<i>Figura 17. Corriente RMS falla monofásica Fuente: Autores</i>	<i>62</i>
<i>Figura 18. Simulación de falla entre dos fases aisladas Fuente: Autores.....</i>	<i>64</i>
<i>Figura 19. Corriente RMS de la falla entre dos fases aisladas Fuente: Autores.....</i>	<i>66</i>
<i>Figura 20. Simulación de falla entre dos fases y tierra Fuente: Autores</i>	<i>68</i>
<i>Figura 21. Corriente RMS de falla entre dos fases y tierra Fuente: Autores</i>	<i>70</i>
<i>Figura 22. Simulación de la falla trifásica aislada Fuente: Autores.....</i>	<i>72</i>
<i>Figura 23. Corriente RMS de la falla trifásica aislada Fuente: Autore</i>	<i>74</i>
<i>Figura 24. Simulación de la falla trifásica con tierra Fuente: Autores.....</i>	<i>76</i>
<i>Figura 25. Corriente RMS de la falla trifásica con tierra Fuente: Autores</i>	<i>78</i>
<i>Figura 26. Comparación de Python Fuente: Autores</i>	<i>88</i>
<i>Figura 27. Comparación de ATP-Draw Fuente: Autores.....</i>	<i>89</i>
<i>Figura 28. Comparación de Python Fuente: Autores</i>	<i>91</i>

<i>Figura 29. Comparación de ATP-Draw Fuente: Autores.....</i>	<i>92</i>
<i>Figura 30. Comparación de Python Fuente: Autores</i>	<i>94</i>
<i>Figura 31. Comparación de ATP-Draw Fuente: Autores.....</i>	<i>95</i>
<i>Figura 32. Comparación de Python Fuente: Autores</i>	<i>97</i>
<i>Figura 33. Comparación de ATP-Draw Fuente: Autores.....</i>	<i>98</i>
<i>Figura 34. Comparación de Python Fuente: Autores</i>	<i>100</i>
<i>Figura 35. Comparación de ATP-Draw Fuente: Autores.....</i>	<i>101</i>

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla 1. Coordenadas (x, y) de los conductores (m) Fuente: Autores.....</i>	<i>17</i>
<i>Tabla 2. Componentes simétricas de Python Fuente: Autores.....</i>	<i>80</i>
<i>Tabla 3. Componentes simétricas de ATP-Draw Fuente: Autores</i>	<i>81</i>
<i>Tabla 4. Componentes simétricas con error absoluto y relativo Fuente: Autores.....</i>	<i>81</i>
<i>Tabla 5. Corriente RMS de Python Fuente: Autores</i>	<i>84</i>
<i>Tabla 6. Corriente RMS de ATP-Draw Fuente: Autores</i>	<i>85</i>
<i>Tabla 7. Corriente de cortocircuito RMS con error relativo Fuente: Autores</i>	<i>85</i>

RESUMEN

Este estudio propone un método para estudiar la corriente de cortocircuito de una línea aérea de transmisión trifásica de 69 kV mediante herramientas de código abierto, combinadas con el desarrollo de código Python y la simulación con el software ATP-Draw. La investigación se centra en el uso de métodos matriciales, integrales de Carson y reducción de Kron para obtener con precisión parámetros eléctricos como resistencia, inductancia y capacitancia a partir de las características físicas, geométricas y eléctricas de la línea. Con base en estos parámetros, se calcula la matriz de orden y las corrientes asociadas a diferentes tipos de fallas (incluyendo cortocircuitos trifásicos, monofásicos y bifásicos).

Posteriormente, se construye un modelo de línea en ATP-Draw para simular los mismos escenarios de falla, y los resultados del cálculo se comparan con los obtenidos con Python. Al comparar ambas herramientas, podemos verificar la fiabilidad del modelo computacional desarrollado y evaluar su consistencia técnica.

Los resultados esperados demuestran que el uso de Python, junto con métodos analíticos maduros, puede constituir una alternativa viable, precisa y rentable al software comercial, contribuyendo al análisis de fenómenos eléctricos y profundizando la comprensión de los fundamentos teóricos. Esta investigación contribuye al ámbito académico al promover la aplicación de herramientas de código abierto en el análisis de sistemas eléctricos y sienta las bases para la investigación sobre la protección y coordinación de líneas de transmisión secundarias.

ABSTRACT

This article proposes a method for studying the short-circuit current of a 69 kV three-phase overhead transmission line using open-source tools, combined with Python code development and simulation with ATP-Draw software. The research focuses on the use of matrix methods, Carson integrals, and Kron reduction to accurately obtain electrical parameters such as resistance, inductance, and capacitance from the physical, geometric, and electrical characteristics of the line. Based on these parameters, the order matrix and the currents associated with different types of faults (including three-phase, single-phase, and two-phase short circuits) are calculated.

Subsequently, a line model is built in ATP-Draw to simulate the same fault scenarios, and the calculation results are compared with those obtained using Python. By comparing both tools, we can verify the reliability of the developed computational model and evaluate its technical consistency. The expected results demonstrate that the use of Python, in conjunction with mature analytical methods, can constitute a viable, accurate, and cost-effective alternative to commercial software, contributing to the analysis of electrical phenomena and deepening the understanding of theoretical foundations. This research contributes to the academic field by promoting the application of open-source tools in the analysis of electrical systems and lays the groundwork for research on the protection and coordination of secondary transmission lines.

1. CAPITULO I: INTRODUCCIÓN

1.1. Título

Estudiar las corrientes de corto circuito de una línea aérea de 69kV mediante códigos Python y simulaciones en ATP DRAW

1.2. Introducción

El análisis de corriente de cortocircuito es un paso fundamental en la investigación y el diseño de sistemas eléctricos. Evalúa las propiedades operativas de las líneas de transmisión en condiciones de falla y garantiza la selección adecuada de los sistemas de protección. Sin embargo, estos análisis suelen depender de software especializado y costoso, lo que limita su adopción y aplicación generalizada en el ámbito académico [1].

Este proyecto tiene como objetivo desarrollar un modelo computacional con Python y realizar una verificación de simulación con el software ATP-Draw para estudiar una línea aérea de transmisión trifásica de 69 kV. Durante el estudio, se calcularán los parámetros eléctricos de la línea, se analizarán diferentes tipos de fallas y se compararán los resultados de la simulación con ambas herramientas [2]. De esta manera, se busca demostrar que el uso de plataformas de libre acceso permite realizar análisis confiables, fortalecer el aprendizaje práctico y ofrecer una alternativa eficiente para el estudio de sistemas eléctricos de potencia.

1.3. Planteamiento del problema

El problema es que el estudio de fenómenos transitorios en sistemas eléctricos exige el uso de software con licencia, ya que esto supone un obstáculo para el desarrollo profesional y académico de los estudiantes de ingeniería eléctrica y de los ingenieros que realizan investigaciones independientes. Además, esta restricción promueve una dependencia de aplicaciones costosas reduciendo la posibilidad de que los estudiantes experimenten con diferentes técnicas de análisis y desarrollen sus propias herramientas de cálculo [3].

En muchas ocasiones esto dificulta la comprensión profunda de los enfoques matemáticos que analizan la conducta de las líneas eléctricas, pues el beneficiario solo observa los

resultados sin intervenir en el proceso.

Por lo tanto, la falta de acceso a plataformas libres también limita que los estudiantes tengan la posibilidad de poner en práctica sus conceptos y así poder desarrollar proyectos técnicos fuera de la universidad. Por eso se vuelve importante adoptar herramientas abiertas como Python que facilitan el estudio de fenómenos transitorios sin barreras económicas y brindan total libertad de programación [4], [5].

1.4. Justificación

La exactitud con la que se determinan las componentes simétricas de las líneas eléctricas aéreas asegura su apropiado cálculo de las corrientes de cortocircuito ya sean trifásicas o monofásicas. Estos parámetros fundamentales permiten seleccionar y dimensionar apropiadamente los sistemas de protección contra sobrecorriente [6].

Asimismo, el correcto cálculo de las corrientes de falla es fundamental para la adecuada coordinación y dimensionamiento apropiado de los sistemas de protección contra sobrecorriente, tales como fusibles, relés e interruptores automáticos. Estos dispositivos dependen directamente de valores precisos de corriente para actuar de forma selectiva y oportuna, minimizando daños y reduciendo los tiempos de interrupción del suministro eléctrico.

1.5. Objetivos

1.5.1. Objetivo general

Analizar los niveles de cortocircuito en una línea aérea de electricidad considerando su estructura y las propiedades físicas, geométricas y eléctricas de sus conductores con el fin de obtener parámetros precisos que permitan revisar el comportamiento del sistema ante fallas y asegurar una adecuada selección y dimensionamiento de las protecciones.

1.5.2. Objetivos específicos

1. Determinar las matrices de resistencia, inductancia y capacitancia de una línea aérea

trifásica de 69 kV mediante el desarrollo de códigos en Python con el propósito de obtener una base de parámetros primarios que permita modelar de forma precisa el comportamiento eléctrico real de la línea.

2. Obtener la matriz modal de una línea aérea trifásica de 69 kV, circuito simple, aplicando el método de reducción matricial de Kron y la integral de Carson en Python a fin de representar adecuadamente los efectos electromagnéticos del sistema y disponer de los parámetros de secuencia necesarios para el análisis de fallas.
3. Calcular las corrientes de falla y los parámetros eléctricos característicos de la línea trifásica aérea de 69 kV circuito simple, utilizando programación en Python para evaluar la magnitud y el comportamiento de las fallas más comunes y facilitar la toma de decisiones en cuanto a la coordinación y dimensionamiento de protecciones.
4. Simular la línea trifásica aérea circuito simple en ATP-Draw y comparar los resultados obtenidos con los cálculos realizados mediante los códigos en Python, con el objetivo de validar el modelo computacional desarrollado y verificar que las herramientas de libre acceso producen resultados confiables frente a un software especializado.

2. CAPITULO II: MARCO TEÓRICO

2.1. Sistemas eléctricos de potencia y líneas de transmisión

Las líneas aéreas de transmisión son elementos fundamentales, ya que permiten transportar energía eléctrica desde los centros de generación hasta las zonas de consumo. Por lo tanto, las condiciones físicas, geométricas y eléctricas de los conductores influyen directamente en la calidad del servicio, las pérdidas de energía, condiciones normales ante el comportamiento del sistema y de falla [7]. Factores como la disposición espacial de las fases, la altura de los conductores, el tipo de material, el radio medio geométrico y la resistividad del suelo determinan los valores de los parámetros eléctricos de la línea y, por ende, su desempeño operativo como se observa en la **Figura 1**.

En sistemas de subtransmisión de 69 kV, el conocimiento preciso de los parámetros eléctricos resistencia, inductancia y capacitancia es esencial para llevar a cabo la coordinación de protecciones, análisis de cortocircuito, flujo de carga y estabilidad del sistema [8]. Una estimación inadecuada de estos parámetros puede conducir a errores en el cálculo de corrientes de falla, afectando la selección de equipos, la confiabilidad de las protecciones y la seguridad del sistema. Sin embargo, el análisis detallado de las líneas aéreas constituye una etapa clave en la planificación, operación y evaluación de los sistemas eléctricos de potencia.

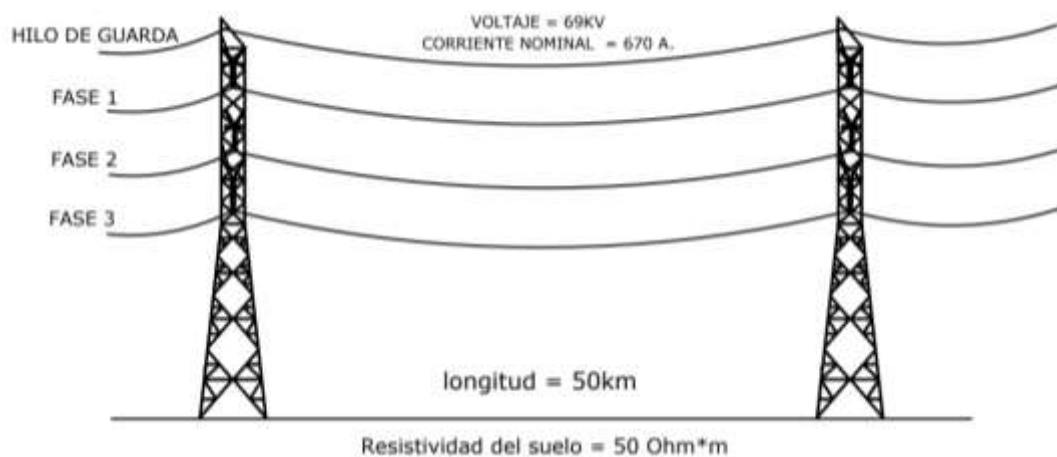


Figura 1. Estructura general del sistema eléctrico de potencia con línea aérea de subtransmisión de 69kV.

Fuente: Autores

2.2. Líneas aéreas de 69kV

Las líneas aéreas de transmisión secundaria de 69 kV se sustentan sobre conductores expuestos y estructuras de aislamiento, generalmente en configuración trifásica. Las características eléctricas y geométricas de estas líneas, como el espaciamiento de fases, la altura sobre el suelo, el tipo de conductor y la resistividad del terreno, afectan directamente sus características operativas, como se muestra en la **Figura 2** [9].

Debido a sus altos niveles de tensión, estas líneas son susceptibles a diversas perturbaciones, como rayos, defectos producidos por la interacción con objetos externos y cortocircuitos debidos a la degradación del aislamiento. Por lo tanto, la investigación sobre corrientes de cortocircuito en líneas aéreas de transmisión secundaria es crucial para el diseño dimensional dinámico y termodinámico de conductores, la selección de interruptores, la coordinación de relés de protección y la verificación de los niveles de tensión electrodinámica en los equipos relacionados. Además, estos estudios ayudan a evaluar la estabilidad del sistema, minimizar el impacto de las fallas y asegurar que el suministro eléctrico sea seguro y continuo.

Por lo tanto, el análisis detallado de estas líneas no solo ayuda a aumentar la confiabilidad operativa del sistema eléctrico, sino que también optimiza la seguridad, la eficiencia y la mantenibilidad de elementos fundamentales de las redes de transmisión de media y alta tensión [10].

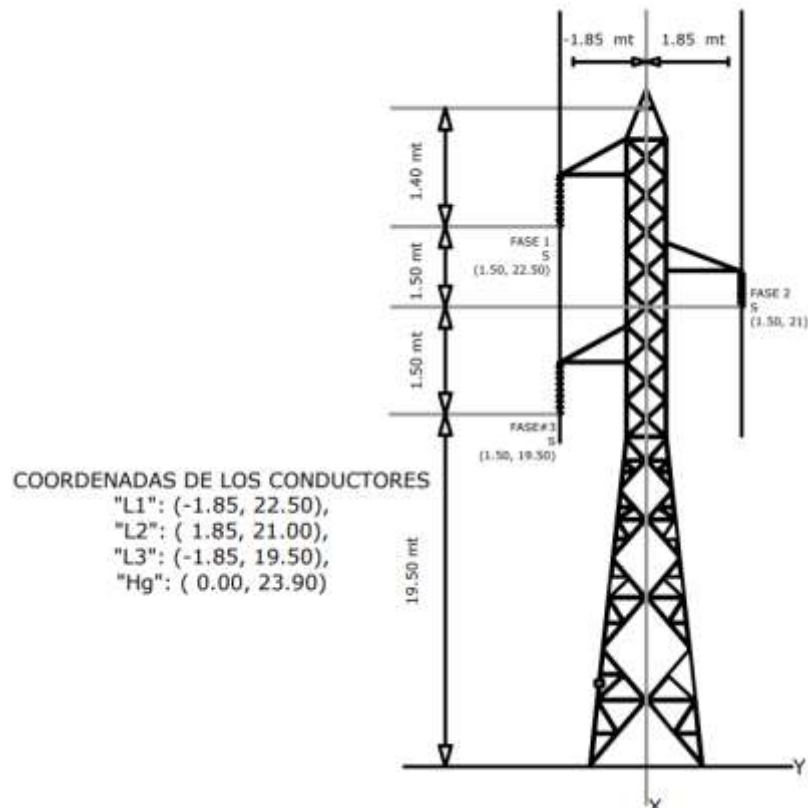


Figura 2. Configuración típica de una línea aérea de subtransmisión
 Fuente: Autores

2.3. Parámetros eléctricos de una línea aérea

Las características eléctricas de las líneas aéreas de transmisión se describen mediante tres parámetros básicos: resistencia, inductancia y capacitancia. Estos parámetros dependen de las propiedades físicas de los conductores y su geometría espacial [11].

2.3.1. Resistencia del conductor

La resistencia de una línea aérea representa la pérdida de energía que se produce cuando la corriente fluye a través del conductor. Este parámetro depende del material del conductor, la sección transversal, la temperatura de operación y la frecuencia del sistema. En el análisis de cortocircuitos, la resistencia influye sobre todo en la cantidad de corrientes de falla y en la disipación de térmica durante una falla.

2.3.2. Inductancia de la línea

La inductancia se asocia al campo magnético que se forma cuando la corriente circula por el conductor y su trayectoria de retorno. En líneas aéreas, la inductancia depende del

espaciamiento de fases, el radio del conductor y la influencia de la tierra. Este parámetro es crucial para calcular la reactancia inductiva y la impedancia total de la línea.

2.3.3. Capacitancia de la línea

La capacitancia representa la capacidad de una línea para almacenar energía eléctrica debido a las diferencias de potencial entre conductores y entre un conductor y tierra. En líneas de transmisión secundarias la capacitancia influye de manera importante en el desempeño del sistema, especialmente durante procesos de estado estacionario y transitorio.

2.4. Método matricial

El análisis matricial permite describir cómo interactúan los conductores de una línea trifásica a través de matrices primitivas de impedancia y admitancia que representan su acoplamiento eléctrico. Sin embargo, en la práctica el modelo suele simplificarse considerando solo los conductores de fase, dejando de lado los neutros o los cables de guarda [12].

$$[T] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

Se obtiene una representación más sencilla para analizar fallas, caídas de tensión y flujos de corriente en cada secuencia.

2.5. Reducción de Kron

Este proceso, conocido como reducción de Kron, este es un método matemático para simplificar la matriz original de líneas de transmisión mediante la eliminación de conductores que no participan directamente en la conducción eléctrica, como los cables de tierra [13]. Este método genera una matriz simplificada que representa únicamente las fases activas, preservando los efectos eléctricos de los conductores eliminados como se muestra en la **Figura 3**.

La reducción de Kron se expresa matemáticamente como:

$$R_{eq} = R_{ff} - R_{fe}R_{ee}^{-1}R_{ef}$$

Donde los subíndices f y e representan los conductores de fase y los externos (como el neutro o cable de guarda) [14], [15].

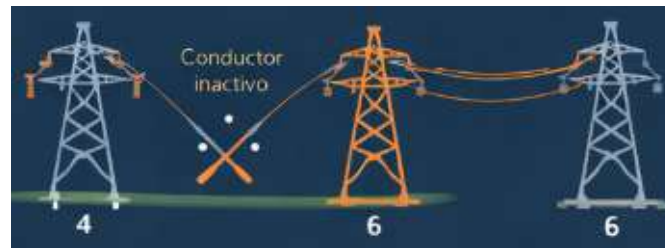


Figura 3. Sistema trifásico de conductores externos
Fuente: [16]

2.6. Integral de Carson

El método de Carson es una formulación matemática utilizada para considerar el efecto del suelo en la impedancia de las líneas aéreas. Mediante la integral de Carson, se incorporan las pérdidas y desfases causados por la corriente de retorno a través de la tierra [17].

Este método resulta especialmente útil para líneas sin conductor neutro físico, ya que el retorno de corriente se modela a través del terreno con resistividad finita. La integral de Carson permite obtener tanto la parte real como la parte imaginaria de la impedancia propia y mutua de los conductores, siendo un elemento fundamental para el cálculo de las matrices primitivas de impedancia total, que consideran conjuntamente los efectos del aire y del suelo [18].

Desde el punto de vista matemático, la formulación general de Carson se expresa mediante integrales impropias que dependen de la geometría del sistema y de las propiedades eléctricas del terreno. Para la impedancia propia de un conductor, la integral se define como:

$$I_{ii} \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(2hi)}}{k+p} dk$$

donde h_i , representa la altura del conductor i respecto al suelo y p es un parámetro complejo que depende de la resistividad del terreno y de la frecuencia del sistema.

De manera análoga, la impedancia mutua entre dos conductores i y j se obtiene mediante la siguiente expresión:

$$I_{ij} \int_0^{\infty} \frac{e^{-k(h_i + h_j)} * \text{Cos} [k(X_{ij})]}{k + p} dk$$

Donde X_{ij} , corresponde a la distancia horizontal entre los conductores i y j .

Estas expresiones permiten incorporar de manera rigurosa el efecto del retorno de corriente por tierra en el cálculo de las impedancias propias y mutuas. No obstante, debido a que las integrales de Carson no admiten una solución analítica cerrada, su evaluación práctica se realiza mediante métodos numéricos, los cuales se describen y aplican en el marco metodológico del presente trabajo

2.7. Transformación modal y componentes simétricas

Para el análisis de sistemas trifásicos desequilibrados, es común utilizar la transformación modal o de componentes simétricas, introducida por Fortescue.

Esta transformación separa el sistema en tres secuencias:

2.7.1. Secuencia positiva

Describe el funcionamiento del sistema en condiciones habituales. En esta condición, las tres tensiones o corrientes tienen una magnitud idéntica, ya que tienen una diferencia de desfase de 120 grados y mantienen la secuencia de fase correcta como se muestra en la **Figura 4**. Este tipo de secuencia es el que predomina durante el funcionamiento estable de la red y puede servir como referencia para evaluar el rendimiento del sistema cuando se somete a interferencias.

$$\begin{aligned}
 U_{a1} &= |U_{a1}| \angle 0^\circ \\
 U_{b1} &= a^2 U_{a1} = |U_{a1}| \angle -120^\circ \\
 U_{o1} &= a U_{a1} = |U_{a1}| \angle 120^\circ
 \end{aligned}$$

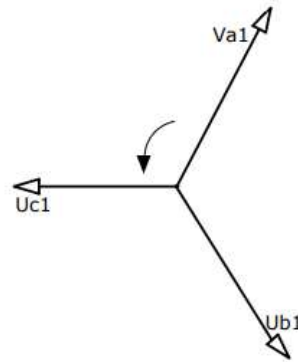


Figura 4. Sistema trifásico positivo

Fuente: [19]

2.7.2. Secuencia negativa

Esto ocurre cuando un sistema se desequilibra, como en ciertas fallas o cargas desequilibradas. Durante este proceso, la amplitud permanece constante, pero la secuencia de fases se invierte, lo que puede afectar negativamente a los equipos eléctricos, especialmente a la maquinaria rotativa, debido al aumento de las pérdidas y la tensión térmica como se muestra en la **Figura 5**.

$$\begin{aligned}
 U_{a2} &= |U_{a2}| \angle 0^\circ \\
 U_{b2} &= a U_{a2} = |U_{a2}| \angle 120^\circ \\
 U_{o2} &= a^2 U_{a2} = |U_{a2}| \angle -120^\circ
 \end{aligned}$$

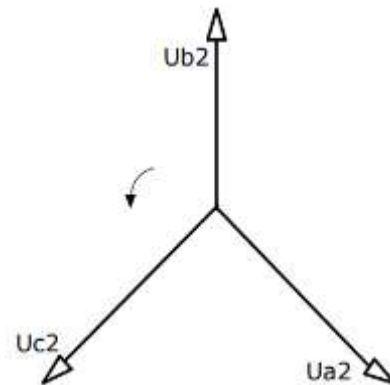


Figura 5. Sistema eléctrico negativo

Fuente: [19]

2.7.3. Secuencia cero

Esto ocurre cuando un sistema se desequilibra, como en ciertas fallas o cargas desequilibradas. Durante este proceso, la amplitud permanece constante, pero la secuencia de fases se invierte como se muestra en la **Figura 6**, lo que puede afectar negativamente a

los equipos eléctricos, especialmente a la maquinaria rotativa, debido al aumento de las pérdidas y la tensión térmica.

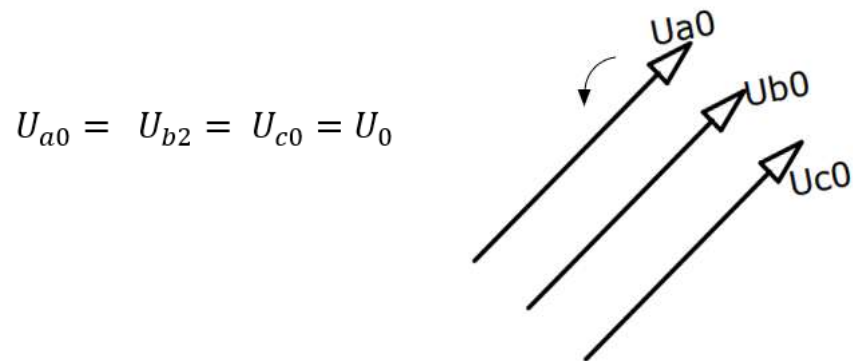


Figura 6. Sistema trifásico cero

Fuente: [19]

2.8. Análisis de cortocircuito

El cortocircuito es una condición anormal en la que uno o varios conductores de fase entran en contacto entre sí o con tierra, produciendo una corriente elevada. El estudio de cortocircuito permite determinar las corrientes máximas de falla que deben soportar los equipos y protecciones del sistema. Mediante la utilización de los parámetros de secuencia obtenidos (Z_0 , Z_1 y Z_2), es posible calcular las siguientes corrientes de falla aplicando las ecuaciones de análisis de sistemas simétricos [20], [21].

2.8.1. Cortocircuito trifásico

El cortocircuito trifásico es el tipo de falla más grave, ya que afecta las tres fases del sistema. Aunque ocurre con menos frecuencia, genera la mayor corriente y suele utilizarse como referencia para la selección de equipos.

2.8.2. Cortocircuito monofásico

Un cortocircuito monofásico ocurre cuando una fase entra en contacto con tierra. Este tipo de falla se frecuente más en líneas aéreas y su análisis requiere considerar la impedancia de secuencia cero del sistema.

2.8.3. Cortocircuito bifásico

Un cortocircuito bifásico ocurre cuando dos fases están conectadas directamente entre sí, sin que importe si hay o no una conexión a tierra, se produce un cortocircuito. El nivel de corriente adquirido está determinado por las impedancias de secuencia positiva y negativa del sistema.

2.9. Simulación computacional en Python y ATP-Draw

Se considera que el desarrollo de modelos computacionales en Python empleando métodos matriciales junto con la integral de Carson y la reducción de Kron permitirá obtener de manera confiable los parámetros eléctricos y las corrientes de cortocircuito de una línea aérea trifásica de 69 kV [22], [23].

Asimismo, se plantea que dichos resultados mantendrán una coherencia técnica aceptable al compararse con las simulaciones realizadas en ATP-Draw, lo que demostraría que las herramientas de libre acceso pueden utilizarse como una alternativa válida para el análisis y estudio de sistemas eléctricos sin depender de software con licencia [24].

2.10. Herramientas para análisis eléctrico

El uso de herramientas computacionales es esencial para analizar los sistemas eléctricos modernos, permitiendo cálculos complejos y simulaciones detalladas [25].

2.10.1. Python

Python se ha establecido como uno de los lenguajes de programación más empleados en la actualidad gracias a su sintaxis sencilla, su facilidad de aprendizaje y la amplia variedad de bibliotecas especializadas disponibles [26].

A pesar de sus ventajas, Python presenta ciertas desventajas cuando se requiere un alto rendimiento computacional. Al ser un lenguaje interpretado, su velocidad de ejecución suele ser menor en comparación con lenguajes compilados de bajo nivel, como C, C++ o Fortran, que históricamente se han utilizado en aplicaciones de computación de alto rendimiento. Esta diferencia se hace más evidente en situaciones que requieren la gestión de grandes cantidades de datos o cálculos complejos, como la resolución de grandes sistemas matriciales [27].

Por otro lado, el entorno científico de Python ha avanzado para abordar estas limitaciones, utilizando bibliotecas optimizadas como NumPy y SciPy, que incorporan rutinas desarrolladas en lenguajes de alto rendimiento. De esta forma, Python consigue un equilibrio entre eficiencia computacional y accesibilidad, convirtiéndose en una opción potente y efectiva para el análisis técnico y la investigación en el campo de la ingeniería [28].



*Figura 7. Programador técnico
Fuente: [29]*

2.10.2. ATP DRAW / EMTP

Herman W. Dommel inició el desarrollo del Programa de Transitorios Electromagnéticos (EMTP) para la Administración de Energía de Bonneville (BPA) en la década de 1960. La versión original del programa empleaba simulaciones de circuitos monofásicos mediante modelos de inductancias, capacitancias y resistencias en líneas ideales, e incluía un interruptor y una fuente de excitación. Para los elementos concentrados, se aplicaba la regla de integración trapezoidal, mientras que, para las líneas de transmisión, se empleaba el método de Bergeron [30].

Con el tiempo, diversas personas de todo el mundo han realizado modificaciones a este programa. A partir de 1973, Scott Meyer se hizo cargo de la coordinación y el desarrollo en BPA, estableciendo un proceso colaborativo con los usuarios de EMTP, lo que ha mejorado su utilidad como herramienta para el análisis de transitorios en sistemas eléctricos [31].

Las versiones recientes del programa ATP/EMTP incorporan funciones gráficas, como un preprocesador gráfico y el gráfico PLOTXY, que permiten su funcionamiento exclusivamente en el entorno Windows. Esta versión más avanzada se conoce como ATP Draw. ATP Draw facilita el modelado preciso de sistemas eléctricos, logrando una representación fiel de la configuración real de la red y mostrando la información en un atractivo entorno gráfico [32].



Figura 8. Procesador de modelos eléctricos

Fuente: [33]

2.11. Conclusión del marco teórico

El análisis matricial y el uso de métodos numéricos como la integral de Carson y la reducción de Kron constituyen una base sólida para modelar líneas aéreas de subtransmisión [34]. Su implementación en Python y la comparación con simulaciones en ATP-Draw permiten validar la precisión del modelo propuesto y fortalecer el uso de herramientas abiertas en el estudio de sistemas eléctricos de potencia [35], [36].

3. CAPITULO III: MARCO METODOLÓGICO

3.1. Enfoque metodológico del estudio

En este trabajo desarrollamos una metodología cuantitativa–computacional para analizar una línea aérea de subtransmisión de 69 kV y 50 km, enfocándonos en dos objetivos principales:

- Obtener los parámetros eléctricos de la línea (matrices de impedancia e inductancia/capacitancia)
- Calcular las corrientes de cortocircuito más relevantes usando el método de componentes simétricas.

Para lograrlo, implementamos un flujo ordenado en Python que inicia con la geometría (distancias entre conductores), continúa con la construcción de matrices primitivas (aire + retorno por tierra), aplica la reducción de Kron para eliminar el hilo de guarda sin perder su efecto, transforma el sistema a secuencias (0, +, –) y finalmente determina las corrientes de falla FG, FF, FFG, FFF y FFFG en valores RMS. Como soporte visual y para coherencia con herramientas de simulación tipo ATP, representamos además las formas de onda y verificamos el RMS mostrado en cada gráfica.

3.2. Datos generales del sistema y supuestos de cálculo

Estos datos permiten representar de manera coherente las condiciones de operación del sistema y garantizan que los resultados obtenidos en las etapas posteriores, cálculo de impedancias, parámetros de secuencia y corrientes de cortocircuito, sean técnicamente consistentes y comparables con herramientas de simulación especializadas.

Los datos base están distribuidos de la siguiente manera:

3.2.1. Frecuencia del sistema:

$$f = 60 \text{ Hz}, \quad \omega = 2\pi f$$

3.2.2. Tensión nominal línea - línea:

$$V_{LL} = 69000 \text{ V}$$

3.2.3. Tensión nominal fase – neutro equivalente:

$$V_f = \frac{V_{LL}}{\sqrt{3}}$$

3.2.4. Longitud total de la línea:

$$L = 50 \text{ km} = 50000 \text{ m}$$

3.2.5. Resistividad del suelo:

$$\rho = 50 \text{ } \Omega \cdot \text{m}$$

3.2.6. Constante magnética:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$$

3.2.7. Conductores y configuración:

$$fases : R_{ac} = 0.138 \text{ } \Omega / \text{km}$$

$$Hg : R_{ac} = 0.138 \text{ } \Omega / \text{km}$$

El método empleado en este estudio, basado en un modelo inicial de cuatro conductores y sus simplificaciones posteriores, caracteriza con precisión los fenómenos electromagnéticos presentes en las líneas de subtransmisión. Este método es crucial para garantizar la validez de los resultados obtenidos en las secciones posteriores, especialmente al comparar el modelo analítico de Python con los resultados de la simulación ATP-Draw.

3.3. Distancias geométricas de la línea de subtransmisión

El primer paso de las distancias consiste en capturar correctamente la geometría. En líneas aéreas, la geometría determina el acoplamiento electromagnético entre conductores, y por eso construimos dos matrices:

- D: matriz de distancias directas (entre conductores reales)
- H: matriz de distancias reflejadas (conductores imagen respecto al suelo)

Estas matrices permiten capturar tanto el acoplamiento directo entre conductores como el efecto del retorno de corriente a través del terreno, siendo la base para el cálculo posterior de las impedancias.

Conductor	X (m)	Y (m)
L1	-1.85	22.5
L2	1.85	21
L3	-1.85	19.5
Hg	0	23.9

Tabla 1. Coordenadas (x, y) de los conductores (m)

Fuente: Autores

3.3.1. Matriz geométrica directa D

Propia $i \neq j$:

$$D_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

Mutua $i = j$:

$$D_{ii} = RMG_i$$

Resultado obtenido – Matriz D [m]:

Se presenta la matriz de distancias directas entre conductores, donde los términos diagonales corresponden al RMG de cada conductor en metros.

$$D = \begin{bmatrix} 0.000885 & 3.992493 & 3.000000 & 2.320022 \\ 3.992492 & 0.000885 & 3.992493 & 3.439840 \\ 3.000000 & 3.992493 & 0.000885 & 4.773102 \\ 2.320021 & 3.439840 & 4.773102 & 0.003100 \end{bmatrix}$$

La matriz D describe con precisión las distancias reales entre los conductores de línea, y su diagonal contiene el radio medio geométrico (RMG) de cada conductor. Esto permite la simulación precisa del auto acoplamiento y el acoplamiento mutuo entre fases y entre conductores y tierra, proporcionando la base geométrica necesaria para calcular con fiabilidad la impedancia original. Su correcta definición garantiza la consistencia física de los parámetros eléctricos obtenidos posteriormente.

3.3.2. Matriz geométrica reflejada H

Mutua $i \neq j$:

$$H_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}$$

y para diagonal propia $i = j$:

$$H_{ii} = 2y_i$$

Resultado obtenido – Matriz H [m]:

La simetría de la matriz y la consistencia de los órdenes de magnitud de sus términos indican que la geometría del sistema conductor se ha modelado correctamente. Esto garantiza que las distancias propias y mutuas entre fases y el hilo de guarda, representan con precisión la estructura física de la línea. Por lo tanto, el efecto de la puesta a tierra se incorpora plenamente al modelo, lo cual es especialmente importante para el cálculo de la impedancia de secuencia cero, ya que es muy sensible a la corriente de retorno a tierra.

$$H = \begin{bmatrix} 45.000000 & 43.657073 & 42.000000 & 46.436866 \\ 43.657073 & 42.000000 & 40.668661 & 44.938096 \\ 42.000000 & 40.668661 & 39.000000 & 43.439412 \\ 46.436866 & 44.938096 & 43.439412 & 47.800000 \end{bmatrix}$$

3.4. Cálculo de impedancias primitivas por unidad de longitud

En esta sección se desarrolla el cálculo de la impedancia por unidad de longitud de la línea aérea, considerando de forma separada las contribuciones del campo electromagnético en el aire, el retorno de corriente por tierra y la resistencia en corriente alterna de los conductores. Este enfoque permite un modelado físico consistente y facilita la posterior obtención de las impedancias de secuencia y la reducción de Kron del sistema.

La impedancia total por unidad de longitud se expresa como:

$$Z_{total} = Z_{aire} + Z_{suelo} + R_{ac}$$

3.4.1. Constantes del modelo

El cálculo de la impedancia longitudinal de la línea se fundamenta en el uso de la constante electromagnética del modelo, definida como:

$$k = \frac{j\omega\mu_0}{2\pi}$$

Para modelar adecuadamente el retorno de corriente por tierra, se introduce la profundidad compleja:

$$\rho = \sqrt{\frac{\rho}{j\omega\mu_0}}$$

Este término es fundamental, ya que permite modelar la influencia del suelo como una función dependiente de la resistividad del terreno y de la frecuencia de operación, evitando asumir una contribución constante e independiente del régimen de operación. Gracias a ello, se obtienen resultados más consistentes, especialmente en el cálculo de impedancias de secuencia cero.

3.4.2. Impedancia en aire

La impedancia en aire representa el efecto del campo electromagnético generado por los conductores en un medio ideal, sin considerar la influencia del retorno de corriente por tierra. Este término depende exclusivamente de la geometría de la línea, las distancias entre conductores y el radio efectivo de cada fase.

Para la impedancia propia de un conductor, se emplea la expresión:

Propia $i = i$:

$$Z_{aire,ii} = k \ln \left(\frac{2h_i}{r_i} \right)$$

Mientras que la impedancia mutua entre dos conductores distintos se calcula como:

Mutua $i \neq j$:

$$Z_{aire,ij} = k \ln \left(\frac{H_{ij}}{D_{ij}} \right)$$

Donde h_i , es la altura del conductor respecto al suelo, r_i el radio del conductor, D_{ij} , la distancia directa entre conductores y H_{ij} la distancia reflejada.

Resultados obtenidos Ω / m :

La matriz de impedancia en aire del sistema, considerando las tres fases y el hilo de guarda, queda expresada como:

$$Z_{aire} (\Omega / m): \begin{bmatrix} j0.0008170 & j0.0018034 & j0.0001989 & j0.0002259 \\ j0.0001803 & j0.0008118 & j0.0001750 & j0.0001937 \\ j0.0001989 & j0.0001750 & j0.0008062 & j0.0001665 \\ j0.0002259 & j0.0001937 & j0.0001665 & j0.0007270 \end{bmatrix}$$

Los términos diagonales representan impedancias propias y los términos fuera de la diagonal el acoplamiento inductivo mutuo. La simetría de la matriz confirma la correcta evaluación geométrica del sistema.

Para el conductor L1:

Como referencia del orden de magnitud de la impedancia propia en aire, para el conductor de fase L1 se obtiene el elemento diagonal de la matriz:

$$Z_{aire,L1,L1} \approx j 0.000817 \Omega/m$$

Este valor, representativo de los elementos propios de la matriz Z_{aire} evidencia el carácter predominantemente inductivo de la línea aérea y confirma la correcta modelación del acoplamiento electromagnético en el aire. Su magnitud proporciona una base confiable para los cálculos posteriores de la impedancia total y de los componentes simétricos del sistema.

3.4.3. Retorno por tierra: integrales de Carson

El retorno de corriente por tierra no se produce a través de un conductor ideal, sino mediante un medio con resistividad finita y distribución volumétrica del flujo magnético. Para modelar este fenómeno se emplea el modelo de Carson, el cual introduce integrales complejas que describen el efecto electromagnético del suelo.

Estas integrales se evaluaron numéricamente y se organizaron en una matriz I_{carson} de dimensión 4 x 4, correspondiente a las tres fases y el hilo de guarda.

Matriz I_{carson} (forma general):

$$I = \begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{1Hg} \\ I_{21} & I_{22} & I_{23} & I_{2Hg} \\ I_{31} & I_{32} & I_{33} & I_{3Hg} \\ I_{Hg1} & I_{Hg2} & I_{Hg3} & I_{HgHg} \end{bmatrix}$$

Los términos diagonales representan el retorno por tierra asociado a cada conductor, mientras que los términos fuera de la diagonal cuantifican el acoplamiento vía suelo entre conductores distintos.

Resultados – Matriz I_{carson} :

$$\begin{bmatrix} 1.7182224 - 0.5982130j & 1.7412112 - 0.6016773j & 1.7718926 - 0.6056750j & 1.6938791 - 0.5947784j \\ 1.7412112 - 0.6016773j & 1.7718926 - 0.6056750j & 1.7966177 - 0.6092719j & 1.7191678 - 0.5984019j \\ 1.7718926 - 0.6056750j & 1.7966174 - 0.6092719j & 1.8302628 - 0.6134526j & 1.7454714 - 0.60209773j \\ 1.6938791 - 0.5947784j & 1.7191678 - 0.5984019j & 1.7454714 - 0.6020977j & 1.6718128 - 0.5915098j \end{bmatrix}$$

La parte real de estas integrales representa pérdidas asociadas a la resistividad del suelo, mientras que la parte imaginaria refleja el carácter inductivo del retorno de corriente.

3.4.4. Impedancia en suelo

A partir del modelo de Carson, la contribución del retorno por tierra se expresa mediante una corrección logarítmica dependiente de la profundidad compleja p :

Propia $i = i$:

$$Z_{suelo,ii} = k \ln \left(\frac{2h_i + p}{2h_i} \right)$$

Mientras que para la impedancia mutua entre conductores distintos se emplea:

Mutua:

$$Z_{suelo,ij} = k \ln \left(\frac{H'_{ij}}{H_{ij}} \right), i \neq j$$

Donde:

$$H'_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (h_i + h_j + 2p)^2}$$

$$H_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (h_i - h_j)^2}$$

Resultados – Matriz Z_{suelo} (Ω / m) :

$$\begin{bmatrix} 0.00009020 + 0.00025910j & 0.00009073 + 0.00026256j & 0.00009133 + 0.00026719j & 0.00008969 + 0.00025543j \\ 0.00009073 + 0.00026256j & 0.00009133 + 0.00026719j & 0.00009187 + 0.00027092j & 0.00009023 + 0.00025924j \\ 0.00009133 + 0.00026719j & 0.00009187 + 0.00027092j & 0.00009250 + 0.00027599j & 0.00009079 + 0.00026321j \\ 0.00008969 + 0.00025543j & 0.00009023 + 0.00025924j & 0.00009079 + 0.00026321j & 0.00008919 + 0.00025210j \end{bmatrix}$$

$$Z_{suelo} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.00009020 + j0.00025910 & & & \\ & 0.00009133 + j0.00026719 & & \\ & & 0.00009250 + j0.00027599 & \\ & & & 0.00008919 + j0.000252210 \end{bmatrix}$$

Se observa que la parte real de los elementos de la matriz es significativamente menor que la parte imaginaria, lo cual indica que, si bien el suelo introduce pérdidas resistivas, el comportamiento del retorno por tierra es predominantemente inductivo. Este resultado es físicamente coherente con la naturaleza del fenómeno, ya que el flujo magnético asociado al retorno se distribuye en un volumen amplio del terreno.

Asimismo, la similitud entre los valores de los elementos diagonales refleja que los conductores se encuentran a alturas comparables respecto al suelo, mientras que las variaciones en los términos mutuos están asociadas a las diferencias geométricas entre fases y el hilo de guarda.

Para el conductor L1 se obtuvo:

$$Z_{suelo,L1,L1} = 0.00009020 + j 0.00025910 \Omega/m$$

Aunque su magnitud es menor que la impedancia en aire, esta contribución representa el efecto del retorno de corriente por tierra y resulta fundamental para la correcta estimación de la impedancia de secuencia cero y el análisis confiable de corrientes de falla a tierra.

3.4.5. Matriz de impedancia total

La matriz de impedancia total por unidad de longitud se obtiene sumando las contribuciones de la impedancia en aire, la impedancia en suelo y la resistencia en corriente alterna de los conductores.

Para los elementos diagonales (impedancia propia) se tiene:

$$Z_{total,ii} = \left(\frac{R_{ac,i}}{1000} \right) + Z_{aire,ii} + Z_{suelo,ii}$$

Mientras que para los elementos fuera de la diagonal (impedancia mutua):

$$Z_{total,ij} = Z_{aire,ij} + Z_{suelo,ij}, i \neq j$$

Resultados – Matriz Z_{total} (Ω / m):

$$\begin{bmatrix} 0.00020320 + 0.00107616j & 0.00009073 + 0.00044291j & 0.00009133 + 0.00046617j & 0.00008969 + 0.00048136j \\ 0.00009073 + 0.00044291j & 0.00020433 + 0.00107905j & 0.00009187 + 0.00044592j & 0.00009023 + 0.00045300j \\ 0.00009133 + 0.00046617j & 0.00009187 + 0.00044592j & 0.00020550 + 0.00108226j & 0.00009079 + 0.00042971j \\ 0.00008969 + 0.00048136j & 0.00009023 + 0.00045300j & 0.00009079 + 0.00042971j & 0.00308919 + 0.00097919j \end{bmatrix}$$

$$Z_{total} =$$

$$\begin{bmatrix} 0.000020320 + j0.00107616 & & & \\ & 0.00020433 + j0.00107905 & & \\ & & 0.00020550 + j0.00108226 & \\ & & & 0.00308919 + j0.00097919 \end{bmatrix}$$

En la matriz de impedancia total se observa que, para las fases, la parte imaginaria es claramente dominante frente a la parte real, lo que indica que el comportamiento de la línea está gobernado principalmente por la reactancia inductiva. Esto es consistente con la naturaleza de las líneas aéreas, donde el campo electromagnético se distribuye en el aire y el suelo, y la resistencia en corriente alterna tiene una contribución secundaria.

Además, los valores similares de impedancia propia en las tres fases reflejan una geometría prácticamente simétrica respecto al suelo. En cambio, el hilo de guarda presenta una componente resistiva mayor, lo cual se explica por su menor sección transversal, mientras que las diferencias en los términos mutuos se deben al distinto acoplamiento electromagnético entre fases y con el hilo de guarda.

Para el conductor L1:

$$Z_{total,L1,L1} = 0.00020320 + j0.00107616 \Omega / m$$

Se observa un comportamiento predominantemente inductivo, típico de líneas aéreas, donde la parte resistiva es pequeña y está asociada a las pérdidas del conductor y al retorno por tierra. Este valor es físicamente coherente y sirve como base para el cálculo de secuencias y el análisis de fallas.

Para el hilo de guarda:

$$Z_{total,Hg,Hg} = 0.00308920 + j0.00097920 \Omega / m$$

En el hilo de guarda se observa una componente resistiva dominante, asociada a su menor sección transversal. La reactancia inductiva se mantiene en el mismo orden de magnitud que la de las fases, debido al acoplamiento electromagnético del sistema. Esto confirma la coherencia física del modelo y la correcta representación del retorno de corriente por tierra.

3.5. Reducción de Kron: eliminación del hilo de guarda (hg)

En los sistemas de transmisión aérea, el hilo de guarda (hg) se instala con el objetivo principal de protección contra descargas atmosféricas. Sin embargo, desde el punto de vista electromagnético, este conductor no es eléctricamente independiente, ya que se encuentra acoplado inductiva y resistivamente con las fases activas de la línea.

Para simplificar el modelo eléctrico sin perder la influencia del hilo de guarda sobre las fases, se aplica la reducción de Kron sobre la matriz de impedancias primitivas por unidad de longitud, obteniendo así una representación trifásica equivalente que conserva la coherencia física del sistema original.

3.5.1. Fundamentos físicos de la reducción de Kron

El método de simplificación de Kronen se basa en el principio de que un conductor retirado aún ejerce un efecto electromagnético sobre el conductor restante. Este efecto se manifiesta implícitamente mediante los términos de acoplamiento mutuo en la matriz de impedancia.

Desde una perspectiva física:

- El cable de tierra conduce corrientes inducidas debido a los campos magnéticos generados por cada fase.
- Estas corrientes provocan caídas de tensión, lo que afecta a las características eléctricas de cada fase.
- El método de simplificación de Kron permite la eliminación explícita de conductores externos e incorpora sus efectos en una nueva matriz equivalente.

3.5.2. Método de reducción de Kron

Dado que el sistema está modelado con 4 conductores (tres fases $L1, L2, L3$ y el hilo de guarda Hg), la matriz Z_{total} se organiza en forma particionada separando:

- $f = \text{fases}(L1, L2, L3)$
- e : conductor eliminado (Hg , 1×1)

$$Z_{total} = \begin{bmatrix} Z_{ff} & Z_{fe} \\ Z_{ef} & Z_{ee} \end{bmatrix}$$

Este término correctivo representa físicamente el efecto reflejado del hilo de guarda sobre las fases activas.

3.5.3. Matriz de la impedancia total

La matriz de impedancia primitiva por unidad de longitud considerada Z_{total} es:

$$\begin{bmatrix} 0.00020320 + 0.00107616j & 0.00009073 + 0.00044291j & 0.00009133 + 0.00046617j & 0.00008969 + 0.00048136j \\ 0.00009073 + 0.00044291j & 0.00020433 + 0.00107905j & 0.00009187 + 0.00044592j & 0.00009023 + 0.00045300j \\ 0.00009133 + 0.00046617j & 0.00009187 + 0.00044592j & 0.00020550 + 0.00108226j & 0.00009079 + 0.00042971j \\ 0.00008969 + 0.00048136j & 0.00009023 + 0.00045300j & 0.00009079 + 0.00042971j & 0.00308919 + 0.00097919j \end{bmatrix}$$

3.5.3.1. Submatrices

$$Z_{ff} (\Omega / m) [3 \times 3]$$

$$Z_{ff} = \begin{bmatrix} 0.00020320 + j0.00107616 & 0.00009073 + j0.00044291 & 0.00009133 + j0.00046617 \\ 0.00009073 + j0.00044291 & 0.00020433 + j0.00107905 & 0.00009187 + j0.00044592 \\ 0.00009133 + j0.00046617 & 0.00009187 + j0.00044592 & 0.00020550 + j0.00108226 \end{bmatrix}$$

$$Z_{fe} (\Omega / m) [3 \times 1]$$

$$Z_{fe} = \begin{bmatrix} 0.0000896905 + 0.0004813630j \\ 0.0000902369 + 0.0004530074j \\ 0.0000907942 + 0.0004297181j \end{bmatrix}$$

$$Z_{ef} (\Omega / m) [1 \times 3]$$

$$[0.0000896905 + 0.0004813630j \quad 0.0000902369 + 0.0004530074j \quad 0.0000907942 + 0.0004297181j]$$

$$Z_{ee} (\Omega / m) [1 \times 1]$$

$$Z_{ee} = [0.0030891976 + 0.0009791971j]$$

Esta submatriz recoge, en la diagonal, las impedancias propias de cada fase y, fuera de ella, las impedancias mutuas que surgen por el acoplamiento electromagnético entre conductores. Dichos términos modelan tanto el acoplamiento inductivo como resistivo entre las fases y el hilo de guarda. El valor elevado de la resistencia del hilo de guarda se explica por su menor

calibre y su rol pasivo en el sistema. En conjunto, estos resultados confirman la coherencia física del modelo adoptado.

3.5.3.2. Inversa de Z_{ee}^{-1}

$$Z_{ee}^{-1} = \left[\frac{1}{0.0030891976 + 0.0009791971j} \right]$$

Multiplicando por el conjugado:

$$Z_{ee}^{-1} = \frac{0.0030891976 - 0.0009791971j}{(0.0030891976)^2 + (0.0009791971)^2}$$

Numéricamente expresado:

$$Z_{ee}^{-1} = 294.154 - 93.239 \ (\Omega / m)^{-1}$$

La submatriz Z_{ee} cuantifica la facilidad con la que el hilo de guarda responde a las corrientes inducidas. Su parte real dominante indica una oposición resistiva significativa, mientras que la componente imaginaria refleja el efecto inductivo asociado. Este término actúa como un factor de ponderación en la reducción de Kron. En consecuencia, determina cuánto influye el hilo de guarda sobre las impedancias equivalentes de las fases.

3.5.4. Matriz equivalente reducida Z_{kron}

La reducción de Kron elimina el conductor H_g y produce una matriz equivalente trifásica:

$$Z_{eq} = Z_{ff} - Z_{fe}Z_{ee}^{-1}Z_{ef}$$

donde Z_{ff} representa la submatriz asociada a los conductores de fase, Z_{ee} corresponde al conductor externo (hilo de guarda), y Z_{fe} , Z_{ef} describen el acoplamiento entre fases y el conductor eliminado.

Resultados obtenidos – Matriz Z_{kron} Ω / m

Tras aplicar la reducción de Kron sobre la matriz de impedancia primitiva, se obtiene la siguiente matriz de impedancia equivalente por unidad de longitud:

$$Z_{kron} = \begin{bmatrix} 0.0002609497 + j0.0010299072 & 0.000144655 + j0.0003986113 & 0.0001421155 + j0.0004234549 \\ 0.0001446553 + j0.0003986113 & 0.0002546806 + j0.0010366287 & 0.0001392772 + j0.0004050345 \\ 0.0001421155 + j0.0004234549 & 0.0001392772 + j0.0004050345 & 0.0002501238 + j0.0010428648 \end{bmatrix}$$

Esta matriz representa el comportamiento eléctrico trifásico equivalente del sistema, incluyendo de manera implícita la influencia electromagnética del hilo de guarda.

3.5.5. Separación de resistencia e inductancia equivalentes

A partir de la matriz R_{kron} , se separan la resistencia y la inductancia equivalentes mediante:

$$R_{kron} = \Re(Z_{kron}), \quad L_{kron} = \frac{\Im(Z_{kron})}{\omega}$$

Resultados obtenidos:

Para el análisis posterior se emplean los elementos diagonales de R_{kron} y L_{kron} , ya que representan los parámetros propios de cada fase.

- Resistencia equivalente por fase:

$$R_{kron} \approx (2.50 - 2.61) \times 10^{-4} \Omega / m$$

- Inductancia equivalente por fase:

$$L_{kron} \approx 2.6 \times 10^{-6} \text{ H} / m$$

3.5.6. Conclusión de la reducción de Kron

La aplicación de la reducción de Kron permitió:

- Eliminar explícitamente el hilo de guarda del modelo eléctrico.
- Conservar su influencia electromagnética sobre las fases activas.
- Obtener una representación trifásica equivalente más simple y manejable.
- Garantizar coherencia física y matemática con el sistema original.

De esta manera, se obtiene una representación trifásica equivalente más simple y manejable,

manteniendo la coherencia física y matemática con el sistema original. Este procedimiento es fundamental porque habilita el análisis posterior mediante componentes simétricas y garantiza resultados confiables tanto en régimen permanente como en estudios transitorios.

3.6. Componentes simétricas: obtención de Z_0, Z_1, Z_2

El análisis de sistemas trifásicos bajo condiciones de falla y desequilibrio se simplifica mediante el uso de componentes simétricas, introducidas por Fortescue. Esta técnica permite descomponer un sistema trifásico acoplado en tres sistemas independientes: secuencia cero, secuencia positiva y secuencia negativa, cada uno con un significado físico bien definido.

La aplicación de esta transformación resulta fundamental para el análisis de fallas monofásicas, bifásicas y trifásicas, ya que permite estudiar el comportamiento del sistema utilizando circuitos equivalentes desacoplados.

3.6.1. Transformación de Fortescue

La transformada de Fortescue se basa en el uso del operador complejo:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

Este operador representa una rotación de 120° en el plano complejo, correspondiente al desfase angular entre las fases de un sistema trifásico equilibrado.

A partir de este operador se define la matriz de transformación directa:

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

y su matriz inversa:

$$T_3^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}, A^{-1}$$

Estas matrices permiten pasar del dominio de fases al dominio de componentes simétricas y viceversa.

3.6.2. Transformación de la matriz de impedancia

Una vez obtenida la matriz trifásica equivalente Z_{kron} mediante la reducción de Kron, la matriz de impedancia en el dominio modal se calcula como:

$$Z_{modal} = T_3^{-1} Z_{kron} T_3$$

3.6.2.1. Matrices de transformación empleadas:

Matriz T_3 (compleja) [3×3]:

$$T_3 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -0.5 - j0.8660 & -0.5 + j0.8660 \\ 1 & -0.5 + j0.8660 & -0.5 - j0.8660 \end{bmatrix}$$

Matriz T_3^{-1} (compleja) [3×3]:

$$T_3^{-1} = \begin{bmatrix} 0.3333 & 0.3333 & 0.3333 \\ 0.3333 & -0.1667 + j0.2887 & -0.1667 - j0.2887 \\ 0.3333 & -0.1667 - j0.2887 & -0.1667 + j0.2887 \end{bmatrix}$$

La matriz T_3 representa la transformación de componentes de fase a componentes simétricas, incorporando los operadores complejos que modelan el desfase de 120° entre fases. Su inversa T_3^{-1} , permite reconstruir las magnitudes de fase a partir de las componentes de secuencia cero, positiva y negativa. Los coeficientes complejos reflejan la simetría del sistema trifásico y garantizan una transformación lineal exacta y reversible. Estas matrices constituyen la base matemática para el análisis de fallas y del comportamiento desequilibrado del sistema.

3.6.3. Matriz modal de impedancias

Aplicando la transformación anterior, se obtiene la matriz de impedancia en componentes simétricas:

$$Z_{modal}(\Omega / m) = \begin{bmatrix} 0.0005392834 + j0.0018545339 & \approx 0 & \approx 0 \\ \approx 0 & 0.0005392834 + j0.0018545339 & \approx 0 \\ \approx 0 & \approx 0 & 0.0005392834 + j0.0018545339 \end{bmatrix}$$

Al aplicar la transformación a componentes simétricas se obtiene una matriz de impedancias prácticamente diagonal. Esto indica que los términos fuera de la diagonal son despreciables, confirmando que el sistema queda correctamente desacoplado en los modos modal. Cada componente presenta la misma impedancia, lo cual es coherente con un sistema equilibrado. En consecuencia, el análisis por secuencias puede realizarse de forma independiente y con validez física.

3.6.4. Impedancias de secuencia

Las impedancias de secuencia se obtienen directamente de los elementos diagonales de la Z_{modal} :

- Secuencia cero:

$$Z_0 = Z_{modal} (1,1)$$

- Secuencia positiva:

$$Z_1 = Z_{modal} (2,2)$$

- Secuencia negativa:

$$Z_2 = Z_{modal} (3,3)$$

Resultados por unidad de longitud (Ω/m):

$$Z_0/m = 5.3928 \times 10^{-4} + j 1.8545 \times 10^{-3}$$

$$Z_1/m = Z_2/m = 1.1324 \times 10^{-4} + j 6.2743 \times 10^{-4}$$

Por unidad de longitud (Ω/km):

$$Z_0 = 0.5393 + j1.8545$$

$$Z_1 = Z_2 = 0.1132 + j6.2743$$

Para una longitud de 50 km (Ω):

$$Z_0(50) = 26.96 + j92.73$$

$$Z_1(50) = Z_2(50) = 5.66 + j31.37$$

Las impedancias de secuencia se obtuvieron directamente de los elementos diagonales de la matriz modal, asegurando consistencia matemática y rigor en el método. La secuencia cero presenta valores superiores debido al retorno de corriente por tierra y al acoplamiento con el hilo de guarda, comportamiento físicamente esperado. Las secuencias positiva y negativa resultan idénticas, lo que confirma la simetría y correcta transposición de la línea. Para una longitud de 50 km, los valores obtenidos evidencian la relevancia de la secuencia cero en estudios de fallas a tierra y validan la solidez del modelo empleado.

3.6.5. Resistencia de secuencia

La resistencia de cada secuencia se obtiene a partir de la parte real de las impedancias:

$$R_0 = \Re(Z_0), \quad R_1 = \Re(Z_1), \quad R_2 = \Re(Z_2)$$

Resultados obtenidos:

Por unidad de longitud (Ω/m):

$$R_0 = 5.3928 \times 10^{-4} \Omega / m$$

$$R_1 = R_2 = 1.1324 \times 10^{-4} \Omega / m$$

Convertido a Ω / km :

$$R_0 = 0.5393 \Omega / km$$

$$R_1 = R_2 = 0.1132 \Omega / km$$

Para una longitud de 50 km:

$$R_0 = 26.96 \Omega$$

$$R_1 = R_2 = 5.66 \Omega$$

La resistencia de secuencia se determina a partir de la parte real de las impedancias de secuencia, ya que los resultados evidencian que la resistencia de secuencia cero es considerablemente mayor que la de las secuencias positiva y negativa. Además, esta diferencia se explica porque, en la secuencia cero, la corriente de retorno circula principalmente a través del suelo y del hilo de guarda, incrementando las pérdidas resistivas. En contraste, las secuencias positiva y negativa se propagan por las fases activas equilibradas, presentando menores valores de resistencia, en concordancia con la teoría de líneas de transmisión.

3.6.6. Inductancia de secuencia

La inductancia de cada secuencia se obtiene a partir de la parte imaginaria de la impedancia:

$$L_k = \frac{\Im(Z_k)}{\omega}, \quad k = 0, 1, 2$$

Con:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi (60) = 376.991 \text{ rad / s}$$

Cálculo de inductancias (H / m):

- Secuencia cero:

$$L_0 = \frac{1.8545 \times 10^{-3}}{376.991}$$

$$L_0 = 4.92 \times 10^{-6} \text{ H / m}$$

- Secuencia positiva y negativa

$$L_{1,2} = \frac{6.2743 \times 10^{-4}}{376.991}$$

$$L_1 = L_2 = 1.66 \times 10^{-6} \text{ H / m}$$

La inductancia de secuencia se obtiene a partir de la parte imaginaria de la impedancia, dividiéndola entre la frecuencia angular del sistema. Los resultados muestran que la inductancia de secuencia cero es mayor que la de las secuencias positiva y negativa, debido a que el flujo magnético enlaza el retorno por tierra y el hilo de guarda. En cambio, las secuencias positiva y negativa circulan por fases equilibradas, presentando valores iguales y menores. Este comportamiento es coherente con la teoría electromagnética de líneas aéreas trifásicas.

3.6.7. Conclusiones del análisis en componentes simétricas

Mediante la transformada de Fortescue se descompuso el sistema trifásico en tres redes de secuencia independientes, lo que simplifica y ordena el análisis ante condiciones de falla. Los resultados evidencian diferencias marcadas entre la secuencia cero y las secuencias positiva y negativa, tanto en la parte resistiva como inductiva. Esta diferencia es físicamente coherente y se debe al retorno de corriente por el suelo y el hilo de guarda en la secuencia cero. Las impedancias obtenidas constituyen la base eléctrica del sistema y permiten calcular de forma realista las corrientes de cortocircuito.

3.7. Cálculo de la capacitancia: matriz potencial y reducción de Kron

El comportamiento capacitivo de una línea aérea se origina en el campo eléctrico establecido entre los conductores y la tierra, así como entre los propios conductores. Para modelar este fenómeno se emplea el método de coeficientes de potencial, que permite incorporar explícitamente la geometría de la línea y la influencia del plano de tierra mediante el método de los conductores imagen.

En este capítulo se construye la matriz de potencial primitiva P, se obtiene la matriz de capacitancias por inversión, y posteriormente se aplica la reducción de Kron para eliminar el hilo de guarda, manteniendo su influencia eléctrica en el sistema trifásico equivalente. Finalmente, se obtienen las capacitancias de secuencia para su uso en el análisis de fallas.

3.7.1. Matriz de potencial P

La matriz de potencial relaciona las cargas eléctricas de los conductores con los potenciales

eléctricos generados. Para una línea aérea con referencia a tierra, los coeficientes de potencial se definen como:

Propio $i = i$:

$$P_{ii} = K_c \ln \left(\frac{2h_{ij}}{r_i} \right)$$

Mutua $i \neq j$:

$$P_{ij} = K_c \ln \left(\frac{H_{ij}}{D_{ij}} \right)$$

Estas expresiones describen el acoplamiento electrostático entre los conductores y la referencia a tierra.

3.7.2. Matriz de potencial primitiva P (1 / f) 4x4

A partir de la geometría del sistema se obtiene la matriz de potencial completa (tres fases e hilo de guarda):

$$P \begin{bmatrix} 1.947887450 \times 10^{11} & 4.299553938 \times 10^{10} & 4.743732884 \times 10^{10} & 5.386270683 \times 10^{10} \\ 4.299553938 \times 10^{10} & 1.935485910 \times 10^{11} & 4.172096968 \times 10^{10} & 4.619351610 \times 10^{10} \\ 4.743732884 \times 10^{10} & 4.172096968 \times 10^{10} & 1.922164925 \times 10^{11} & 3.969569363 \times 10^{10} \\ 5.386270683 \times 10^{10} & 4.619351610 \times 10^{10} & 3.969569363 \times 10^{10} & 1.733407328 \times 10^{11} \end{bmatrix}$$

Los términos diagonales representan la influencia dominante del conductor respecto a tierra, mientras que los términos fuera de la diagonal cuantifican el acoplamiento eléctrico entre conductores.

3.7.3. Obtención de la capacitancia primitiva

La matriz de capacitancias primitivas por unidad de longitud se obtiene como la inversa de la matriz de potencial:

$$C_{prim} = P^{-1}$$

Los valores obtenidos se encuentran en el orden de **pF/m**, lo cual es consistente con líneas aéreas de subtransmisión, donde las capacitancias por unidad de longitud son relativamente pequeñas debido a las grandes separaciones entre conductores y la referencia a tierra.

3.7.4. Reducción de Kron aplicada a la matriz de potencial (eliminación de H_g)

El hilo de guarda no forma parte del sistema trifásico activo, pero sí modifica el campo eléctrico del sistema. Para incorporar su efecto sin mantenerlo explícitamente, se aplica la reducción de Kron directamente sobre la matriz de potencial.

La matriz P se particiona como:

$$P = \begin{bmatrix} P_{ff} & P_{fe} \\ P_{ef} & P_{ee} \end{bmatrix}$$

3.7.4.1. Submatrices potencial

$$P_{ff} (1 / f) [3 \times 3]$$

$$P_{ff} = \begin{bmatrix} 1.947887450 \times 10^{11} & 4.299553938 \times 10^{10} & 4.743732884 \times 10^{10} \\ 4.299553938 \times 10^{10} & 1.935485910 \times 10^{11} & 4.172096968 \times 10^{10} \\ 4.743732884 \times 10^{10} & 4.172096968 \times 10^{10} & 1.922164925 \times 10^{11} \end{bmatrix}$$

$$P_{fe} (1 / f) [3 \times 1]$$

$$P_{fe} = \begin{bmatrix} 5.3862706839 \times 10^{10} \\ 4.2995539389 \times 10^{10} \\ 3.9695693630 \times 10^{10} \end{bmatrix}$$

$$P_{ef} (1 / f) [1 \times 3]$$

$$P_{ef} = [5.3862706839 \times 10^{10} \quad 4.6193516101 \times 10^{10} \quad 3.9695693630 \times 10^{10}]$$

$$P_{ee} (1 / f) [1 \times 1]$$

$$P_{ee} = 1.7334073288 \times 10^{11}$$

3.7.4.2. Inversa de P_{ee}^{-1}

El término P_{ee} corresponde a la submatriz asociada al conductor externo (hilo de guarda). En este caso, al tratarse de una matriz 1×1 , su inversa se obtiene de forma directa como el

inverso escalar del término complejo

$$P_{ee} = [1.7334073288 \times 10^{11}]$$

La inversa de P_{ee} se expresa como:

$$P_{ee}^{-1} = \left[\frac{1}{1.7334073288 \times 10^{11}} \right]$$

Al realizar la operación inversa, se obtiene:

$$P_{ee}^{-1} = 5.768984493118 \times 10^{10}$$

Numéricamente expresado:

$$P_{ee}^{-1} = 5.77 \times 10^{10}$$

Este resultado representa la inversa explícita del término P_{ee} y es coherente con el reducido valor original de la matriz, reflejando la alta impedancia asociada al conductor externo, característica propia del hilo de guarda debido a su función pasiva dentro del sistema.

3.7.5. Reducción de Kron sobre P

$$P_{kron} = P_{ff} - P_{fe}P_{ee}^{-1}P_{ef}$$

El término $P_{fe}P_{ee}^{-1}P_{ef}$ representa la corrección debida al hilo de guarda, incorporando su influencia electrostática sin mantenerlo explícitamente.

$$P_{kron} = \begin{bmatrix} 1.7805181805 \times 10^{11} & 2.8641683984 \times 10^{10} & 3.5102562090 \times 10^{10} \\ 2.8641683984 \times 10^{10} & 1.8123849578 \times 10^{11} & 3.1142477072 \times 10^{10} \\ 3.5102562090 \times 10^{10} & 3.1142477072 \times 10^{10} & 1.8312602623 \times 10^{11} \end{bmatrix}$$

La matriz de potencial reducida obtenida mediante la reducción de Kron permite eliminar explícitamente el hilo de guarda sin perder su influencia electrostática sobre las fases activas. Los valores resultantes reflejan adecuadamente las capacitancias propias en la diagonal y los acoplamientos capacitivos mutuos fuera de ella, manteniendo la simetría física del sistema trifásico. Esto confirma que el efecto del hilo de guarda queda correctamente

incorporado en el modelo equivalente. En consecuencia, la matriz reducida representa de forma consistente el comportamiento electrostático real de la línea.

3.7.6. Capacitancias trifásicas equivalente

La matriz de capacitancia trifásica equivalente se obtiene invirtiendo la matriz de potencial reducida:

$$C_{abc} = P_{kron}^{-1}$$

Matriz de capacitancia trifásica C_{abc} (F/m)

$$C_{abc} \begin{bmatrix} 5.9381852113 \times 10^{-12} & -7.6520105270 \times 10^{-13} & -1.0081322827 \times 10^{-12} \\ -7.6520105270 \times 10^{-13} & 5.7822831002 \times 10^{-12} & -8.3665934638 \times 10^{-13} \\ -1.0081322827 \times 10^{-12} & -8.3665934638 \times 10^{-13} & 5.7962469477 \times 10^{-12} \end{bmatrix}$$

Capacitancia trifásica equivalente (nF/km):

$$\begin{bmatrix} 5.938 & -0.757 & -1.008 \\ -0.757 & 5.782 & -0.837 \\ -1.008 & -0.837 & 5.796 \end{bmatrix}$$

La matriz de capacitancia trifásica presenta valores diagonales muy similares, lo que indica un sistema prácticamente equilibrado desde el punto de vista geométrico y eléctrico. Los términos fuera de la diagonal, con signo negativo, representan la capacitancia mutua entre fases y evidencian el acoplamiento electrostático entre conductores.

Al expresar los resultados en nF/km se obtiene una interpretación física más directa y comparable con valores típicos de líneas aéreas. En conjunto, estos resultados confirman la coherencia eléctrica del modelo y la correcta representación del acoplamiento capacitivo del sistema.

3.7.7. Capacitancias de secuencia C_0, C_1, C_2

Para el análisis por componentes simétricas, la matriz de capacitancia trifásica equivalente se transforma mediante la transformada de Fortescue:

$$C_{modal} = A^{-1}C_{abc}A$$

Las capacitancias de secuencia se obtienen a partir de los elementos diagonales:

$$C_0 = C_{modal} (1,1), \quad C_1 = C_{modal} (2,2), \quad C_2 = C_{modal} (3,3)$$

Resultados obtenidos:

- Secuencia cero:

$$C_0 = 4.098909 \times 10^{-12} \text{ F / m}$$

- Secuencia positiva y negativa:

$$C_1 = C_2 = 6.708902 \times 10^{-12} \text{ F / m}$$

Los valores obtenidos de capacitancia de secuencia son coherentes con el comportamiento físico de una línea aérea: se cumple que $C_1 = C_2$, como se espera para un sistema trifásico simétrico, y además $C_1 > C_0$. Esto se debe a que la secuencia cero corresponde a un modo común, más influenciado por el acoplamiento con el entorno y la referencia a tierra, lo que modifica su capacitancia equivalente respecto a las secuencias positiva y negativa.

3.8. Cálculo de la potencia reactiva de secuencia

Una vez determinada la capacitancia de secuencia de línea, se puede calcular la potencia reactiva capacitiva asociada a cada modo. Esta potencia representa el intercambio de potencia reactiva entre la línea aérea y el sistema eléctrico, originado por la capacitancia distribuida (campo eléctrico) entre el conductor y tierra. Este estudio evalúa principalmente:

- Q_0 : potencia reactiva asociada al modo de secuencia cero, relevante en fallas monofásicas a tierra.
- Q_+ : potencia reactiva asociada al modo de secuencia positiva, representativo del comportamiento en régimen equilibrado.

Para un sistema trifásico equilibrado, se adopta la expresión:

$$Q_{3\phi} = \omega C_{total} V_{LL}^2$$

donde $\omega = 2\pi f$, C_{total} es la capacitancia equivalente total del tramo analizado y V_{LL} es la

tensión línea-línea. En este estudio se considera $f = 60 \text{ Hz}$ y $V_{LL} = 69 \text{ kV}$. La capacitancia total se obtiene a partir de la capacitancia por unidad de longitud multiplicada por la longitud de la línea L .

En este trabajo se consideran:

$$f = 60 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 2\pi (60) = 376.991 \text{ rad / s}$$

$$V_{LL} = 69 \text{ kV} = 69000 \text{ V}$$

La capacitancia total se obtiene multiplicando la capacitancia por unidad de longitud por la longitud de la línea:

$$C_{total} = C_{\text{(por metro)}} \cdot L$$

Para una longitud:

$$L = 50 \text{ km} = 50.000 \text{ m}$$

3.8.1. Capacitancias modales de referencia

Las capacitancias de secuencia se obtienen desde la matriz modal, calculada a partir de la matriz trifásica equivalente:

$$C_{modal} = T_3^{-1} C_{abc} T_3$$

Matriz C_{modal} (F / m):

$$\begin{bmatrix} 4.0989099652 \times 10^{-12} + 0.0000000000 & 3.2970955334 \times 10^{-14} - 6.6097189957 \times 10^{-14} & 3.2970955334 \times 10^{-14} + 6.609718995 \times 10^{-14} \\ 3.2970955334 \times 10^{-14} + 6.6097189957 \times 10^{-14} & 6.7089026470 \times 10^{-12} - 2.6700889920 \times 10^{-27} & 8.2978276670 \times 10^{-13} + 1.4428742661 \times 10^{-13} \\ 3.2970955334 \times 10^{-14} + 6.6097189957 \times 10^{-14} & 8.2978276670 \times 10^{-14} - 1.4428742661 \times 10^{-13} & 6.7089026470 \times 10^{-12} - 3.0074194441 \times 10^{-27} \end{bmatrix}$$

El predominio de términos diagonales en la matriz de capacitancia modal indica que cada modo almacena energía principalmente de forma independiente. Los términos fuera de la diagonal, varios órdenes de magnitud menores, sugieren un acoplamiento capacitivo débil entre modos. La parte imaginaria cercana a cero confirma un comportamiento puramente capacitivo, consistente con el modelo electrostático del circuito. En resumen, estos resultados validan un desacoplamiento modal correcto y la consistencia física del sistema analizado.

De los elementos diagonales se definen:

- Secuencia cero:

$$C_0 = C_{modal} (1, 1) = 4.0989099652 \times 10^{-12} \text{ F / m}$$

- Secuencia positiva y negativa:

$$C_+ = C_- = C_{modal} (2, 2) \text{ y } (3, 3) = 6.7089026470 \times 10^{-12} \text{ F / m}$$

Los valores obtenidos de capacitancia de secuencia son coherentes con el comportamiento físico de una línea aérea: se cumple que $C_1 = C_2$, como se espera para un sistema trifásico simétrico, y además $C_1 > C_0$. Esto se debe a que la secuencia cero corresponde a un modo común, más influenciado por el acoplamiento con el entorno y la referencia a tierra, lo que modifica su capacitancia equivalente respecto a las secuencias positiva y negativa.

3.8.2. Potencia reactiva de secuencia cero Q_0

La potencia reactiva de secuencia cero representa la contribución asociada al modo en el que las tres fases están en fase (modo común), por lo que el acoplamiento con la tierra y el entorno tiene un papel dominante.

Capacitancia total de secuencia cero:

$$C_{0,total} = C_0 L = (4.0989099652 \times 10^{-12}) (50.000)$$

$$C_{0,total} = 2.0494549826 \times 10^{-7} \text{ F}$$

Nota: Es importante aclarar que la capacitancia total de secuencia cero se expresa ya en Farad, y no en Farad por metro, ya que corresponde al valor integrado a lo largo de toda la línea. Por tanto, la potencia reactiva calculada se obtiene directamente a partir de esta capacitancia total, garantizando coherencia dimensional y validez física del resultado.

Potencia reactiva de secuencia cero:

$$Q_0 = \omega C_{0,total} V_{LL}^2$$

$$Q_0 = (376.991)(2.0494549826 \times 10^{-7})(69.000)^2$$

$$Q_0 \approx 0.367847 \text{ MVar}$$

La potencia reactiva de secuencia cero cuantifica el efecto capacitivo del modo común, en el cual las tres fases se encuentran en fase y el acoplamiento con la tierra es dominante. A partir de la capacitancia total de secuencia cero obtenida, se calculó una potencia reactiva aproximada de 0.368 MVar. Este valor confirma que, aunque la secuencia cero no domina en régimen normal, su contribución es relevante en el análisis de fallas a tierra y en la evaluación del comportamiento eléctrico de la línea. Los resultados son físicamente coherentes con la geometría y el entorno del sistema estudiado.

3.8.3. Potencia reactiva de secuencia positiva Q_+

La secuencia positiva representa el modo de operación equilibrada del sistema trifásico (desfase normal de 120°). Por ello, su potencia reactiva capacitiva está directamente relacionada con el comportamiento típico de la línea en régimen permanente.

Capacitancia total de secuencia positiva:

$$C_{+,total} = C_+L = (6.7089026470 \times 10^{-12})(50.000)$$

$$C_{+,total} = 3.3544513235 \times 10^{-7} \text{ F}$$

Potencia reactiva de secuencia positiva:

$$Q_+ = \omega C_{+,total} V_{LL}^2$$

$$Q_+ = (376.991)(3.3544513235 \times 10^{-7})(69.000)^2$$

$$Q_+ \approx 0.602075 \text{ MVar}$$

La secuencia positiva representa el modo de operación equilibrada del sistema trifásico, que corresponde al régimen normal de funcionamiento de la línea. A partir de la capacitancia total de secuencia positiva, ya integrada y expresada en Farad, se obtuvo una potencia

reactiva capacitiva cercana a 0.60 MVar. Este resultado es físicamente coherente con el comportamiento típico de una línea aérea en régimen permanente, donde el efecto capacitivo es dominante. Por ello, esta potencia reactiva constituye la principal contribución al intercambio de energía reactiva del sistema.

3.8.4. Conclusiones del cálculo de potencia reactiva

A partir de las capacitancias de secuencia obtenidas desde Q_0 , se determinó la potencia reactiva capacitiva del tramo de 50 km para una línea de 69 kV y 60 Hz. Los resultados:

$$Q_0 \approx 0.367847 \text{ MVar} \quad Q_+ \approx 0.602075 \text{ MVar}$$

Estos valores concuerdan con el comportamiento físico esperado: el modo de secuencia positiva presenta mayor potencia reactiva debido a su mayor capacitancia equivalente; mientras que el modo de secuencia cero, aunque presenta menor potencia reactiva, también es relevante debido a su fuerte dependencia del acoplamiento a tierra y su importante impacto en los estudios de fallas a tierra.

Estos valores proporcionan una base fiable para evaluar el intercambio de potencia reactiva de las líneas y su impacto en el comportamiento del sistema, especialmente en estudios de operación y fallas.

3.9. Cálculo de corrientes de cortocircuito (RMS simétrica) a 50 km

Se emplea un modelo básico por secuencias V_f, y, Z_0, Z_1, Z_2 a 50 km, y calculamos las corrientes de falla RMS

3.9.1. Falla monofásica (F – G)

$$I_{LG} = \frac{3V_f}{Z_0 + Z_1 + Z_2}$$

Resultado obtenido:

$$I_{LG} = 0.746 \text{ kA}$$

$$I_{LG} = 0.746 \times 1000 \text{ kA}$$

$$I_{LG} = 746.4 \text{ A}$$

La falla monofásica a tierra presenta una corriente de **746.6 A**, refleja una adecuada representación de la impedancia de secuencia cero de la línea, evidenciando la correcta inclusión del retorno por tierra en el análisis de fallas asimétricas.

3.9.2. Falla entre dos fases aisladas (F – F)

$$I_{LL} = \frac{\sqrt{3V_f}}{Z_1 + Z_2}$$

Resultado obtenido:

$$I_{LL} = 1.0822 \text{ kA}$$

$$I_{LLG} = 1.0822 \times 1000 \text{ kA}$$

$$I_{LL} = 1082.2 \text{ A}$$

La falla entre dos fases aisladas genera una corriente de **1082.2 A**, determinada principalmente por las impedancias de secuencia positiva y negativa, mostrando un comportamiento coherente con la teoría clásica de componentes simétricas.

3.9.3. Falla entre dos fases y tierra (F – F – G)

$$I_{LLG} = \frac{\sqrt{3V_f}}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}}$$

Resultado obtenido:

$$I_{LLG} = 1.1373 \text{ kA}$$

$$I_{LLG} = 1.1373 \times 1000 \text{ kA}$$

$$I_{LLG} = 1137.3 A$$

La falla fase–fase–tierra alcanza una corriente de **1137.3 A**, reflejando la interacción conjunta de las secuencias positiva, negativa y cero, lo que incrementa la severidad del cortocircuito respecto a fallas aisladas.

3.9.4. Falla trifásica aislada (F – F – F)

$$I_{LLL} = \frac{V_f}{Z_1}$$

Resultado obtenido:

$$I_{LLL} = 1.2497 kA$$

$$I_{LLL} = 1.2497 \times 1000 kA$$

$$I_{LLL} = 1249.7 A$$

La falla trifásica aislada presenta la mayor corriente del sistema, **1249.7 A**, al involucrar únicamente la secuencia positiva, constituyéndose como el caso más severo para el dimensionamiento térmico y mecánico de los equipos.

3.9.5. Falla trifásica con tierra (F – F – F – G)

En un modelo simétrico balanceado, esta corriente se iguala a la trifásica:

$$I_{LLLG} = I_{LLG}$$

Resultado obtenido:

$$I_{LLLG} = 1.2497 kA$$

$$I_{LLLG} = 1.2497 \times 1000 kA$$

$$I_{LLLG} = 1249.7 \text{ A}$$

La falla trifásica con tierra muestra una corriente equivalente a la trifásica aislada, **1249.7 A**, confirmando que en sistemas balanceados la conexión a tierra no modifica el valor RMS de la corriente de cortocircuito.

3.10. Representación temporal y gráficas de las corrientes de falla

En el modelo de Python, la lógica de generación de formas de onda define primero el momento de ocurrencia de la falla, tras lo cual la corriente presenta una forma de onda sinusoidal correspondiente a una frecuencia industrial de 60 Hz. Antes de este momento, la corriente se considera cero, lo que permite identificar claramente el punto de inicio del cortocircuito en el dominio temporal.

Para complementar los resultados expresados como valores de la media cuadrática, creamos una representación en el dominio temporal de la corriente de cortocircuito, lo que permite visualizar directamente el comportamiento dinámico de cada tipo de falla. Esta representación gráfica es una herramienta importante para verificar si los valores calculados reflejan el verdadero comportamiento físico del sistema eléctrico.

El RMS teórico se asocia con:

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt}$$

3.10.1. FG – 746.6 A

En la **Figura 9**, se representa la corriente de cortocircuito monofásico a tierra (LG), donde comparo la señal simétrica con la asimétrica para la fase en falla. Se observa claramente el efecto del componente DC transitorio, el cual provoca un pico inicial más elevado en la corriente asimétrica, especialmente en los primeros ciclos posteriores al instante de la falla.

Conforme avanza el tiempo, el componente DC se atenúa progresivamente, permitiendo que la señal asimétrica converja hacia la forma simétrica, estabilizándose en el valor RMS indicado (aproximadamente 746.6 A). Además, se evidencia el comportamiento dinámico

del sistema durante el régimen transitorio y su transición hacia el estado permanente, lo cual es clave para el análisis de esfuerzos térmicos y mecánicos en equipos de protección.

Cortocircuito monofásico a tierra (1Φ-G) (marcador: DC<2.0%)

R $I_{RMS} = 746.4 \text{ A}$ $I_{pico_sim} = 1055.6 \text{ A}$

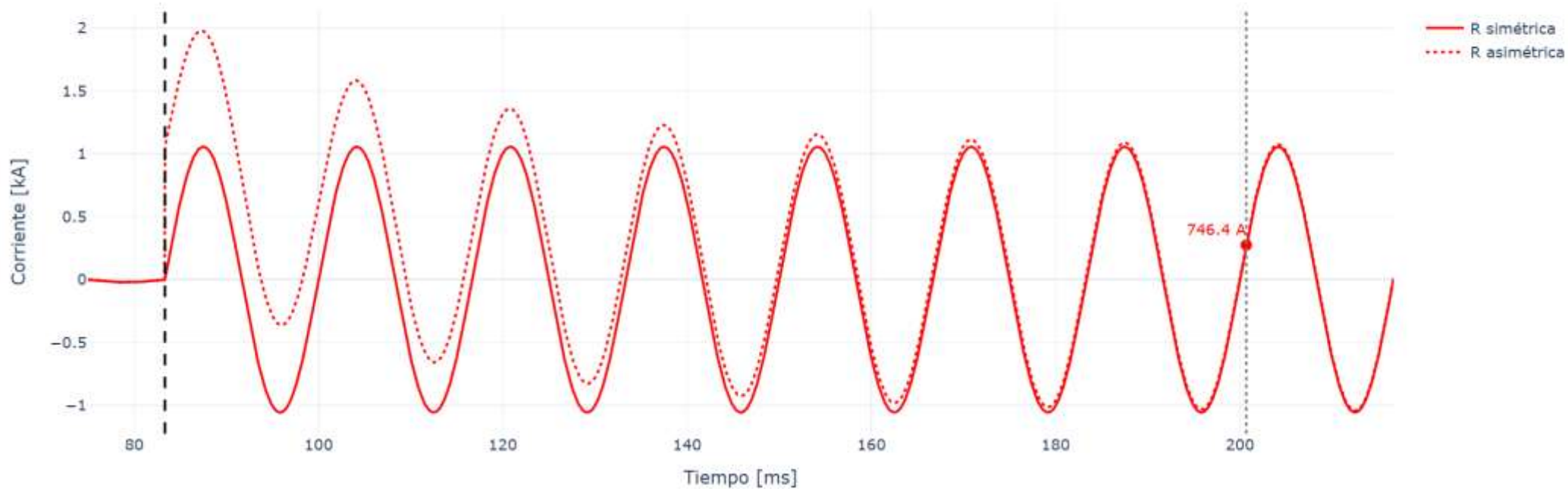


Figura 9. Corriente RMS de la falla monofásica
Fuente: Autores

3.10.2. FF – 1082.2 A

En la **Figura 10**, se representa la corriente de cortocircuito fase–fase, donde se observa el comportamiento de las dos fases involucradas en la falla (S y T). Ambas corrientes presentan igual magnitud RMS, lo cual confirma la simetría eléctrica característica de este tipo de cortocircuito, mientras que la tercera fase permanece prácticamente sin contribución directa.

En los primeros ciclos posteriores al instante de la falla, se evidencia la presencia de un componente DC transitorio, lo que genera una forma de onda asimétrica inicial y picos de corriente elevados. Conforme avanza el tiempo, este componente se atenúa progresivamente, permitiendo que las señales converjan hacia una onda sinusoidal simétrica estable, correspondiente al régimen permanente.

Cortocircuito fase-fase (2Φ) (marcador: DC<2.0%)

S $I_{RMS} = 1082.2 \text{ A}$ $I_{pico_sim} = 1530.5 \text{ A}$
T $I_{RMS} = 1082.2 \text{ A}$ $I_{pico_sim} = 1530.5 \text{ A}$

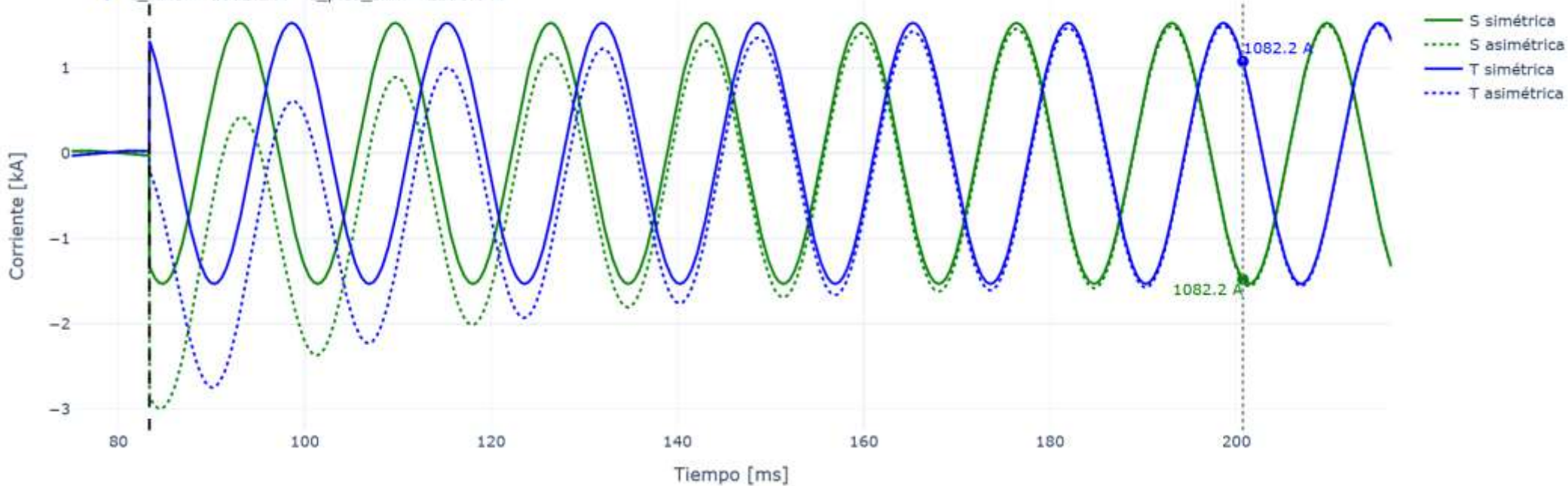


Figura 10. Corriente RMS de la falla entre dos fases aisladas

Fuente: Autores

3.10.3. FFG – 1137.3 A

En la **Figura 11**, se representa la corriente de cortocircuito fase–fase–tierra (LLG), donde se observa el comportamiento de las dos fases en falla (S y T) junto con la influencia de la conexión a tierra. Ambas fases presentan magnitudes RMS ligeramente diferentes, lo cual es característico de este tipo de falla debido a la intervención de las impedancias de secuencia positiva, negativa y cero.

En los primeros ciclos posteriores al inicio del cortocircuito, se evidencia un componente DC transitorio, que genera asimetría en la forma de onda y picos iniciales elevados. A medida que el régimen transitorio se atenúa, las corrientes evolucionan hacia una forma sinusoidal simétrica estable, correspondiente al estado permanente del sistema.

Cortocircuito fase-fase-tierra ($2\Phi-G$) (marcador: DC<2.0%)

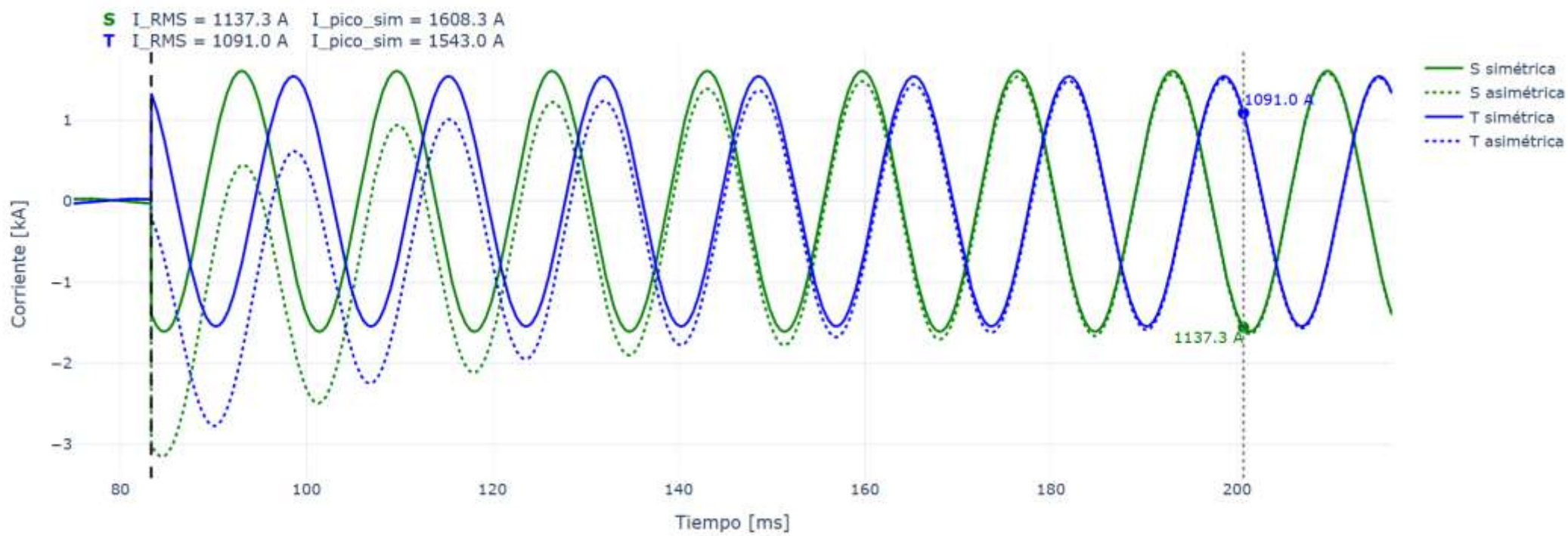


Figura 11. Corriente RMS de la falla entre dos fases y tierra

Fuente: Autores

3.10.4. FFF – 1249.7 A

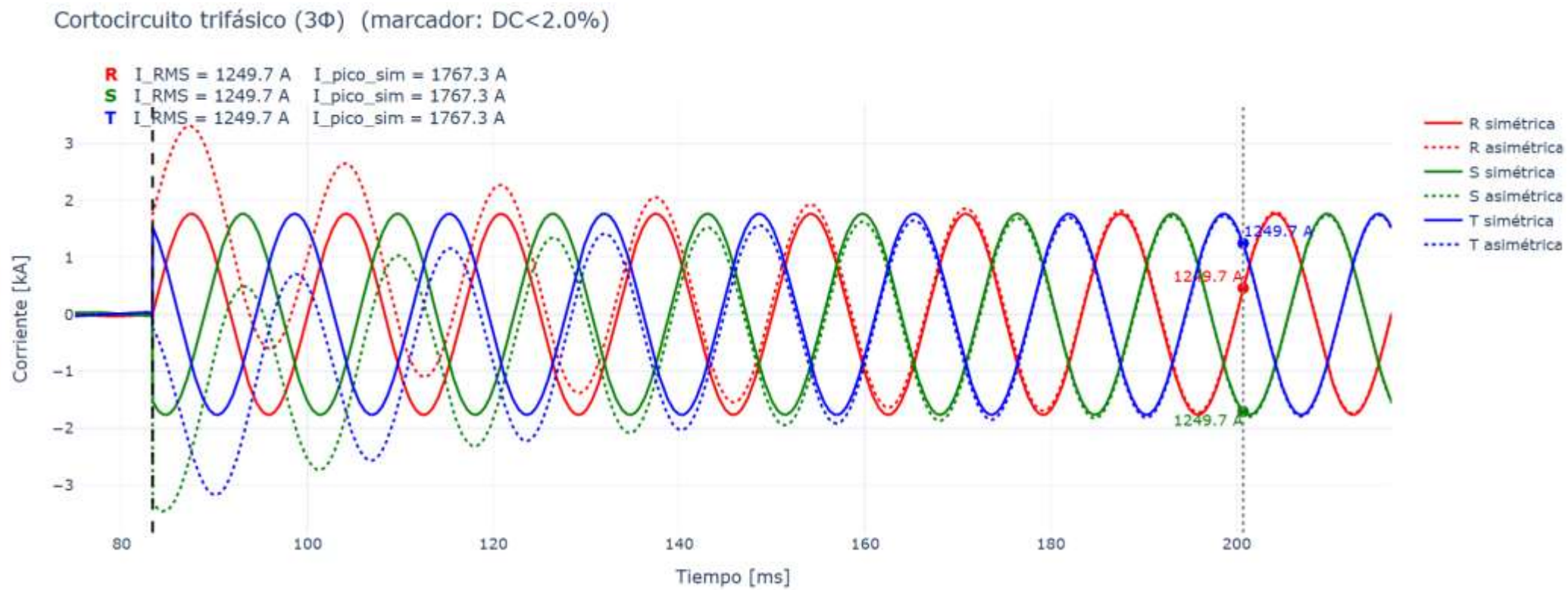


Figura 12. Corriente RMS de la falla trifásica aislada
Fuente: Autores

3.10.5. FFFG – 1249.7 A

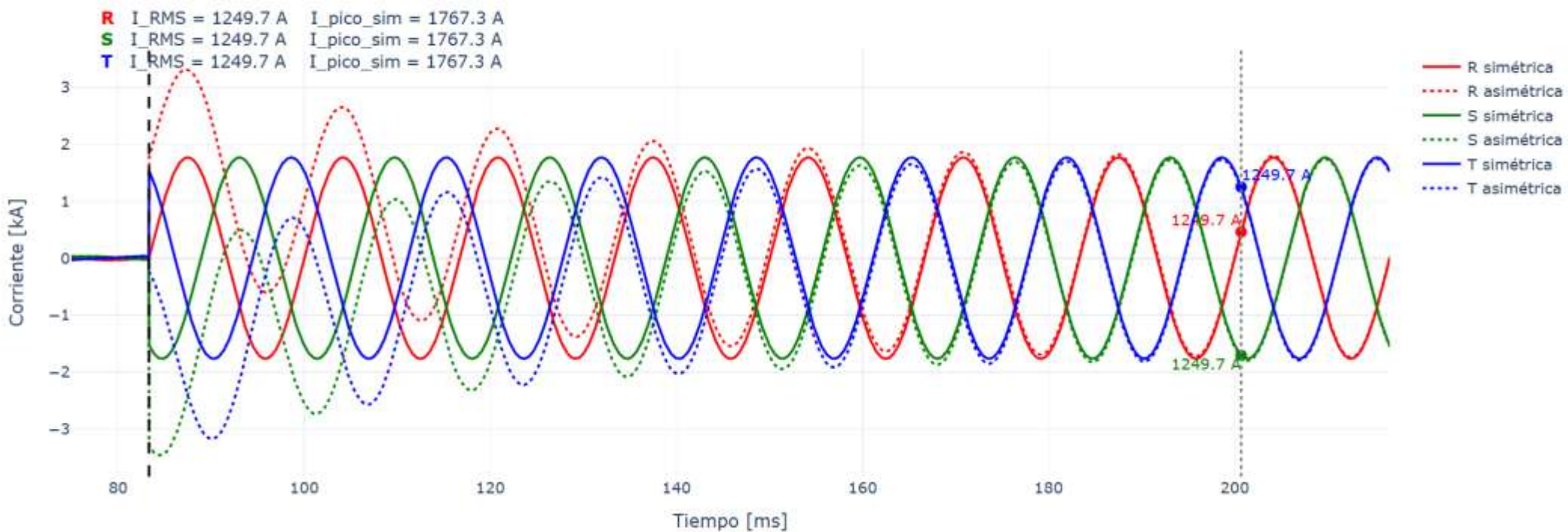
Cortocircuito trifásico a tierra (3 Φ -G) (marcador: DC<2.0%)

Figura 13. Corriente RMS de la falla trifásica con tierra
Fuente: Autores

En la **Figura 12 y 13**, se representa la corriente de cortocircuito trifásico a tierra ($3\Phi-G / LLLG$), donde se observa el comportamiento de las tres fases (R, S y T) durante una falla balanceada con conexión a tierra. Las tres corrientes presentan igual magnitud RMS, lo cual confirma que el evento mantiene una condición simétrica, con corrientes desfasadas 120° entre sí.

En el instante de inicio del cortocircuito se evidencia un pico inicial elevado debido al componente DC transitorio, lo que produce una asimetría en los primeros ciclos. Conforme pasa el tiempo, el componente DC se atenúa progresivamente y las señales se estabilizan en una onda sinusoidal simétrica, correspondiente al régimen permanente.

Este tipo de falla permite evaluar el máximo nivel de corriente bajo condiciones balanceadas y sirve para analizar la capacidad térmica de conductores, los esfuerzos electromecánicos, y el desempeño de los sistemas de protección considerando la referencia a tierra.

3.10.6. Conclusión de resultados obtenidos de las gráficas RMS:

Las formas de onda obtenidas muestran un comportamiento coherente con el modelo teórico, evidenciando un tramo inicial sin falla y una transición hacia un régimen sinusoidal estable tras la ocurrencia del cortocircuito. La estabilidad del régimen posterior confirma que los valores RMS calculados representan adecuadamente el comportamiento permanente de las corrientes de falla, validando el uso del método de componentes simétricas en el análisis realizado.

4. CAPITULO IV: MODELAMIENTO DE ESCENARIO Y SIMULACIÓN DE ATP-DRAW

4.1. Modelamiento de la línea de subtransmisión de 69 Kv

El modelado de una línea aérea de subtransmisión de 69 kV, revela de forma realista las características eléctricas del sistema bajo diferentes tipos de fallas. El análisis de los 10 gráficos resultantes muestra que la respuesta del sistema varía significativamente según el tipo de falla, siendo las fallas trifásicas las que presentan los cambios más severos en la amplitud de la corriente. Las fallas asimétricas presentan procesos transitorios evidentes y desequilibrios de fase significativos, lo que confirma la importancia de una caracterización geométrica y eléctrica precisa de la línea. Sin embargo, los resultados validan que el modelo implementado en ATP-Draw puede reproducir con precisión las características dinámicas esperadas de una línea de subtransmisión real.

4.1.1. Parámetros estructurales y geométricos de la línea aérea

Esta sección presenta los parámetros físicos y geométricos de una línea aérea de transmisión de 69 kV utilizada para el modelado ATP-Draw. La **Figura 14**, muestra la estructura de las torres metálicas, la disposición espacial de las fases y los cables de tierra, y sus distancias verticales y horizontales al suelo.

Estos datos son cruciales para un modelado preciso de las características eléctricas de la línea, ya que afectan directamente el cálculo de la impedancia, el acoplamiento mutuo y los efectos de propagación de las ondas durante eventos transitorios.

PARÁMETROS ESTRUCTURALES [DATA] DE UNA LÍNEA AEREA DE SUB TRANSMISIÓN DE 69 KV . CIRCUITO SIMPLE

ESTRUCTURA : TORRE METÁLICA CON BASE CÓNICA Y CRUCETAS METÁLICAS / LONGITUD DE LA LÍNEA : 50 Km

PARÁMETROS [DATA] DE LA LÍNEA ----- (R.dc ----- Ohm / Km) : LONGITUD = 50 Km

Fases	r.int (cm)	r.ext (cm)	R.dc	X (m)	Y (m)	V.mid (m)
1 --- (R)	0	0.0885	0.1130	-1.85	22.50	14.30
2 --- (S)	0	0.0885	0.1130	1.85	21.00	12.10
3 --- (T)	0	0.0885	0.1130	-1.85	19.50	13.20
4 --- (Hg)	0	0.31	3	0.00	23.90	15.53

r.ext = r.mg = Radio Medio Geométrico del Conductor

V.mid.fases = 0.55 * h.fase

V.mid . R = 0.55 * 22.50 m = 12.37 m

V.mid . S = 0.55 * 21.00 m = 11.55 m

V.mid . T = 0.55 * 19.50 m = 10.72 m

V.mid . Hg = 0.65 * h . Hg = 0.65 * 23.90 = 15.53 m

h . p . fase = (2 / 3) * V.mid.fase + (1 / 3) * V . Tower . fase

h.p.fase.R = (2 / 3) * 12.37 + (1 / 3) * 22.50 = 15.74 m

h.p.fase.S = (2 / 3) * 11.55 + (1 / 3) * 21.00 = 14.70 m

h.p.fase.T = (2 / 3) * 10.72 + (1 / 3) * 19.50 = 13.64 m

h.p . Hg = (2 / 3) * V.mid . Hg + (1 / 3) * V . Tower . Hg

h.p . Hg = (2 / 3) * 15.53 + (1 / 3) * 23.90 = 18.32 m

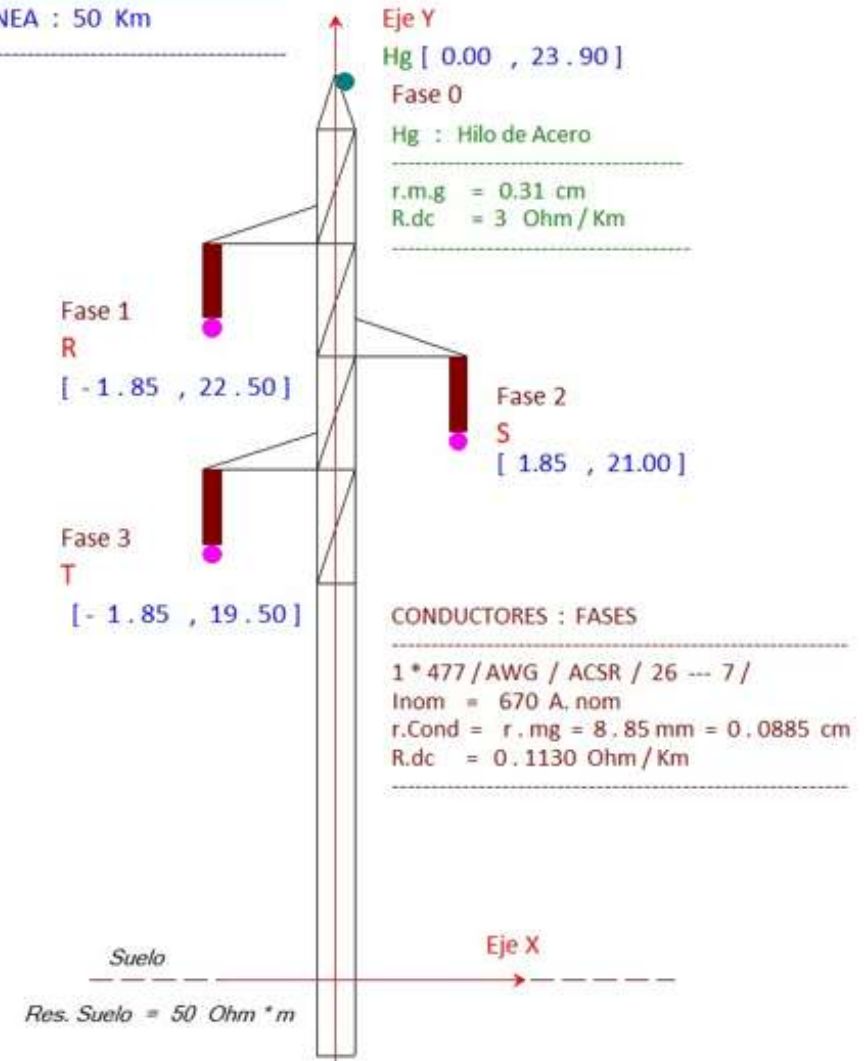
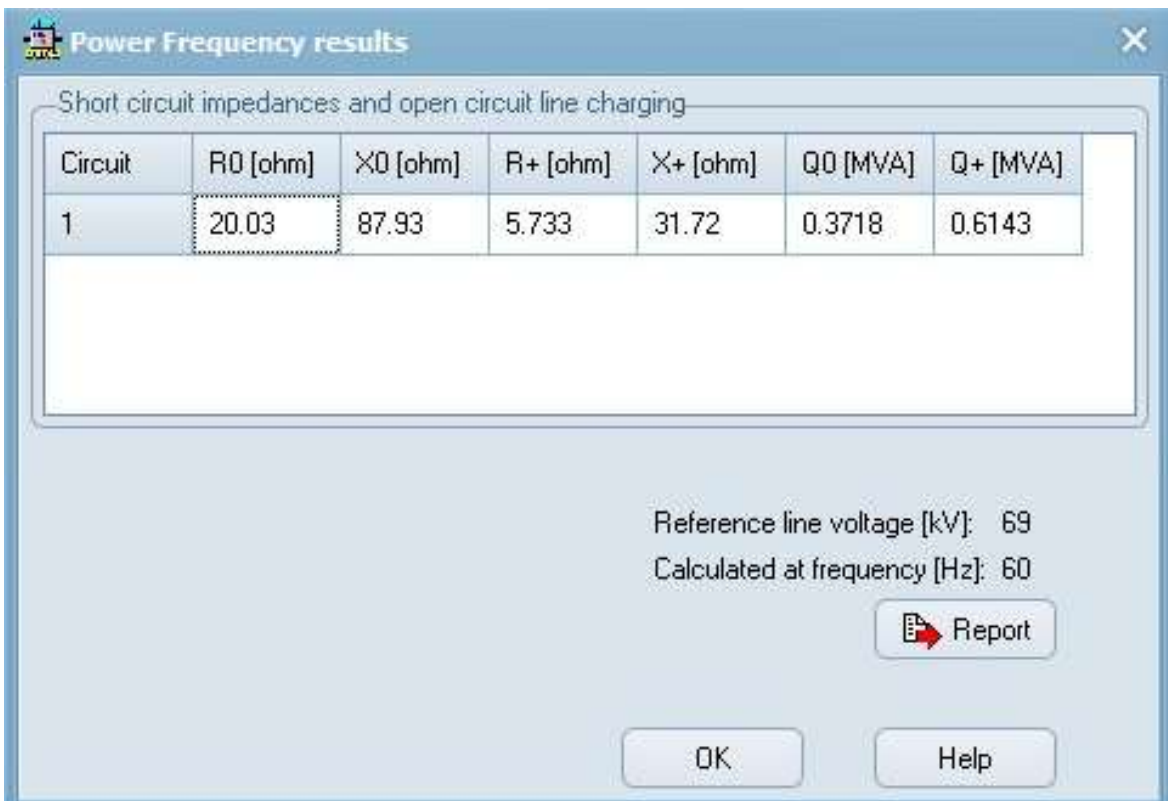


Figura 14. Parámetros estructurales de una línea aérea de subtransmisión de 69kV
Fuente: Autores

4.1.2. Parámetros de las componentes simétricas de la línea aérea

Los parámetros de las componentes simétricas de las líneas aéreas se obtienen calculando la impedancia de frecuencia industrial, caracterizando así las características operativas del sistema en condiciones de equilibrio y desequilibrio. Además, los parámetros de secuencia positiva representan el estado operativo normal del sistema, mientras que los de secuencia cero son clave para el análisis de fallas a tierra. Estos valores reflejan directamente la influencia de la geometría de la línea, las distancias entre conductores y las características del terreno, influyendo de manera significativa en los niveles de corriente y tensión durante eventos transitorios.



Short circuit impedances and open circuit line charging

Circuit	R0 [ohm]	X0 [ohm]	R+ [ohm]	X+ [ohm]	Q0 [MVA]	Q+ [MVA]
1	20.03	87.93	5.733	31.72	0.3718	0.6143

Reference line voltage [kV]: 69
 Calculated at frequency [Hz]: 60

Report OK Help

Figura 15. Resultado de las componentes simétricas

Fuente: Autores

Así como se muestra en la **Figura 15**, se obtuvo una impedancia de secuencia cero mayores que la de secuencia positiva, evidenciando una mayor oposición al flujo de corriente en fallas monofásicas. Además, los valores de potencia reactiva confirman la presencia del efecto capacitivo de la línea, validando que el modelo es coherente y adecuado para estudios de fallas y protección.

4.2. Simulación de fallas en la línea aérea de subtransmisión de 69kV

Las simulaciones de fallas en líneas aéreas de transmisión secundaria de 69 kV ayudan a analizar las características dinámicas del sistema en condiciones de operación anormales. Mediante el software ATP-Draw, se simularon diferentes tipos de fallas eléctricas (incluyendo fallas balanceadas y desbalanceadas) en el extremo de la línea para evaluar las respuestas de corriente y tensión.

Los resultados muestran que cada tipo de falla produce un modo de respuesta diferente, caracterizado por altas amplitudes transitorias iniciales seguidas de un proceso de estado estacionario, similar al de los tipos de cortocircuito. Las fallas monofásicas y bifásicas presentan un desequilibrio fase a fase significativo, mientras que las fallas trifásicas generan las condiciones más severas del sistema. En resumen, estas simulaciones permiten comprender el impacto de las fallas sobre la línea y constituyen una herramienta fundamental para el análisis del desempeño del sistema y el diseño de esquemas de protección adecuados.

4.2.1. Simulación de falla monofásica

La **Figura 16**, muestra el instante de cierre de la falla sincronizado con el cruce por cero de la tensión (VRN), lo que facilita la observación detallada del comportamiento transitorio inicial. Se presenta el modelo del circuito simplificado junto con los instrumentos requeridos para medir tensión y corriente, esenciales para valorar la respuesta del sistema. La falla afecta únicamente a la fase R, la cual se conecta directamente a tierra mediante una impedancia de falla muy baja ($\approx 1E-6 \Omega$), permitiendo evaluar una condición severa de contacto a tierra.

FALLA MONOFÁSICA . (FASE - TIERRA) . LINEA DE SUB TRANSMISIÓN . 69 KV / 50 Km

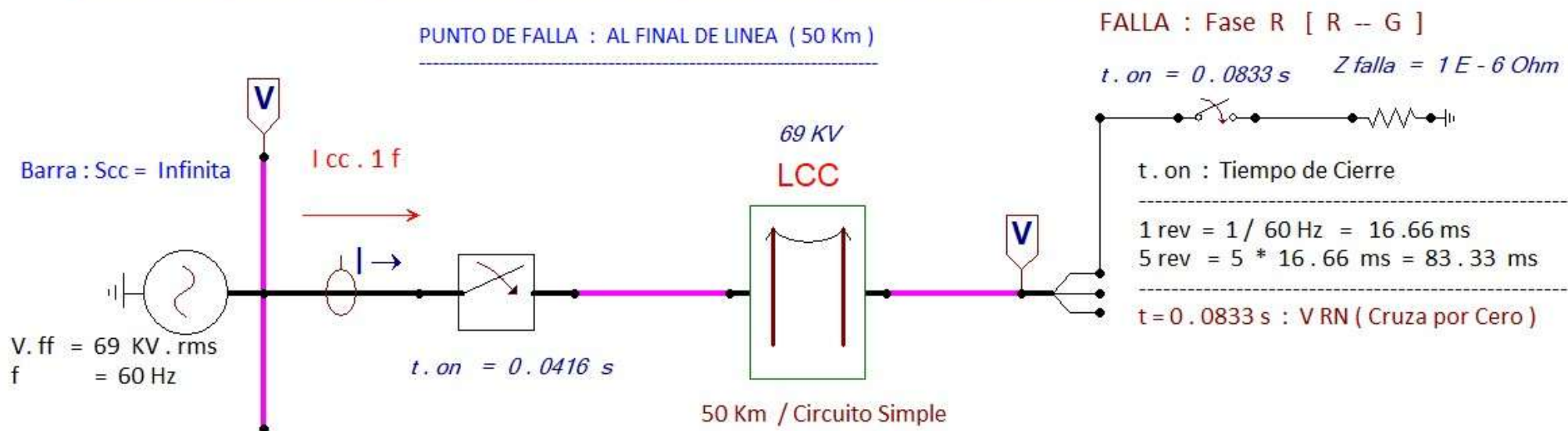


Figura 16. Simulación de falla monofásica (F – G)
Fuente: Autores

4.2.2. Corriente resultante de la falla monofásica

En la **Figura 17**, se muestra la corriente obtenida a partir de la simulación en ATP-Draw durante un evento de falla. Antes de la ocurrencia del disturbio, la señal presenta una amplitud baja, correspondiente al régimen normal de operación del sistema.

El inicio de la falla se identifica aproximadamente en $t \approx 0.08$ s, instante en el cual se produce un incremento significativo en la magnitud de la corriente. A partir de este momento, la forma de onda exhibe un comportamiento senoidal con asimetría inicial, asociado a la presencia de una componente transitoria de tipo continuo (offset DC). Esta componente genera un primer pico de corriente de mayor magnitud, el cual disminuye progresivamente conforme la señal evoluciona en el tiempo. El decaimiento gradual del offset DC provoca que la forma de onda tienda a un comportamiento más simétrico, reflejando la transición hacia el régimen permanente.

Finalmente, alrededor de $t \approx 0.12$ s – 0.14 s, la corriente presenta una forma prácticamente simétrica, indicando que la corriente de falla ha alcanzado su valor estable ($I_{simétrica}$).

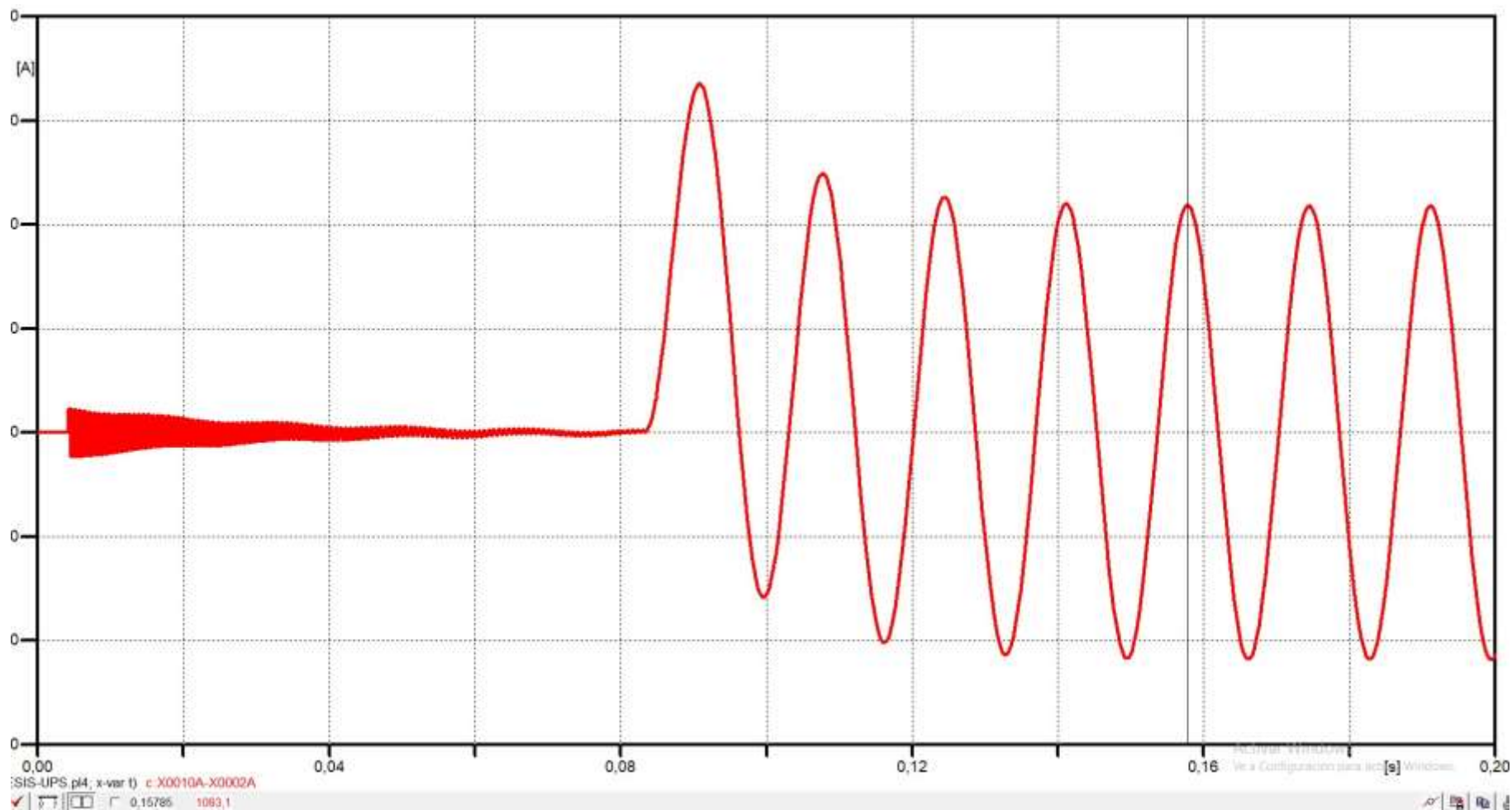


Figura 17. Corriente RMS falla monofásica
Fuente: Autores

4.2.3. Simulación de falla entre dos fases aisladas

El momento en el que se cierra la falla se sincroniza con el cruce por cero de la tensión (VRN), lo que facilita una observación clara del comportamiento transitorio del sistema. En la **Figura 18**, lo se presenta el modelo de un circuito sencillo, junto con los lugares de medición de la tensión y la corriente. Esta simulación ofrece la oportunidad de examinar el aumento de la corriente de falla, el desbalance del sistema y la repercusión de la secuencia cero, siendo esta una de las fallas más comunes y representativas en los sistemas de subtransmisión. La falla se localiza en el extremo final de la línea, conectando la fase R directamente a tierra mediante una impedancia de falla prácticamente nula.

FALLA ENTRE DOS FASES AISLADAS . (FASE - FASE) . LINEA DE SUB TRANSMISIÓN . 69 KV / 50 Km

PUNTO DE FALLA : AL FINAL DE LINEA (50 Km)

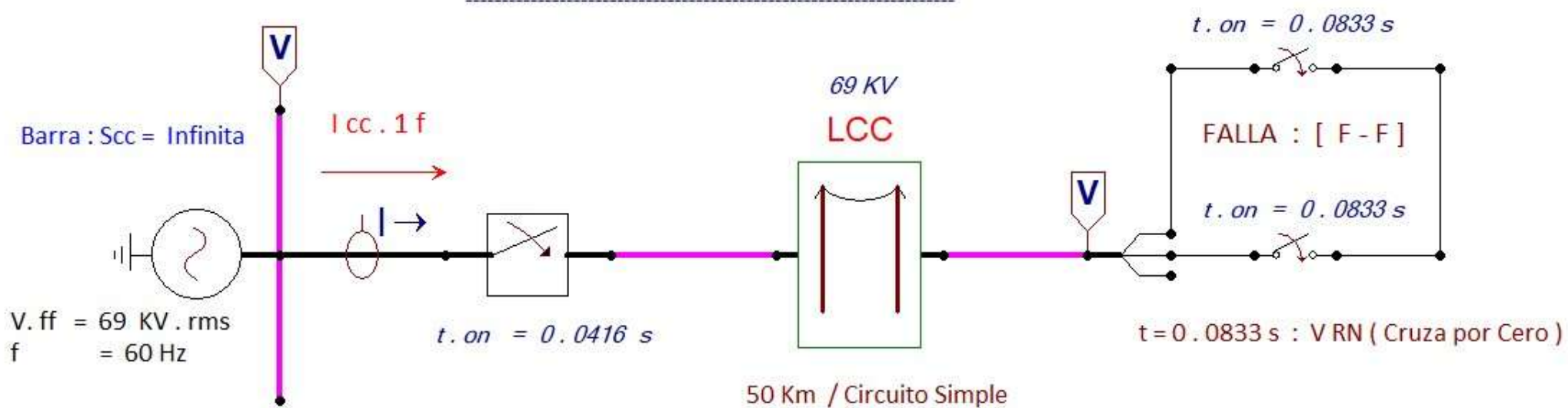


Figura 18. Simulación de falla entre dos fases aisladas
Fuente: Autores

4.2.4. Corriente resultante de la falla entre dos fases aisladas

En la **Figura 19**, se observa que antes de la falla de la corriente se mantienen en valores bajos propios del régimen normal. La falla entre dos fases aisladas se inicia alrededor de $t \approx 0.08$ s, generando un incremento brusco en la magnitud de las corrientes de las fases involucradas. Durante los primeros instantes aparece una marcada asimetría debido a la presencia de la componente transitoria continua, ya que los picos iniciales alcanzan valores elevados, evidenciando el carácter severo del evento.

Las corrientes presentan un desfase cercano a 180° , característico de este tipo de falla. Con el paso del tiempo, la componente transitoria decae en función de la relación X/R del sistema. Finalmente, las corrientes alcanzan un régimen casi permanente con comportamiento senoidal simétrico, representativo del estado estable de la falla.

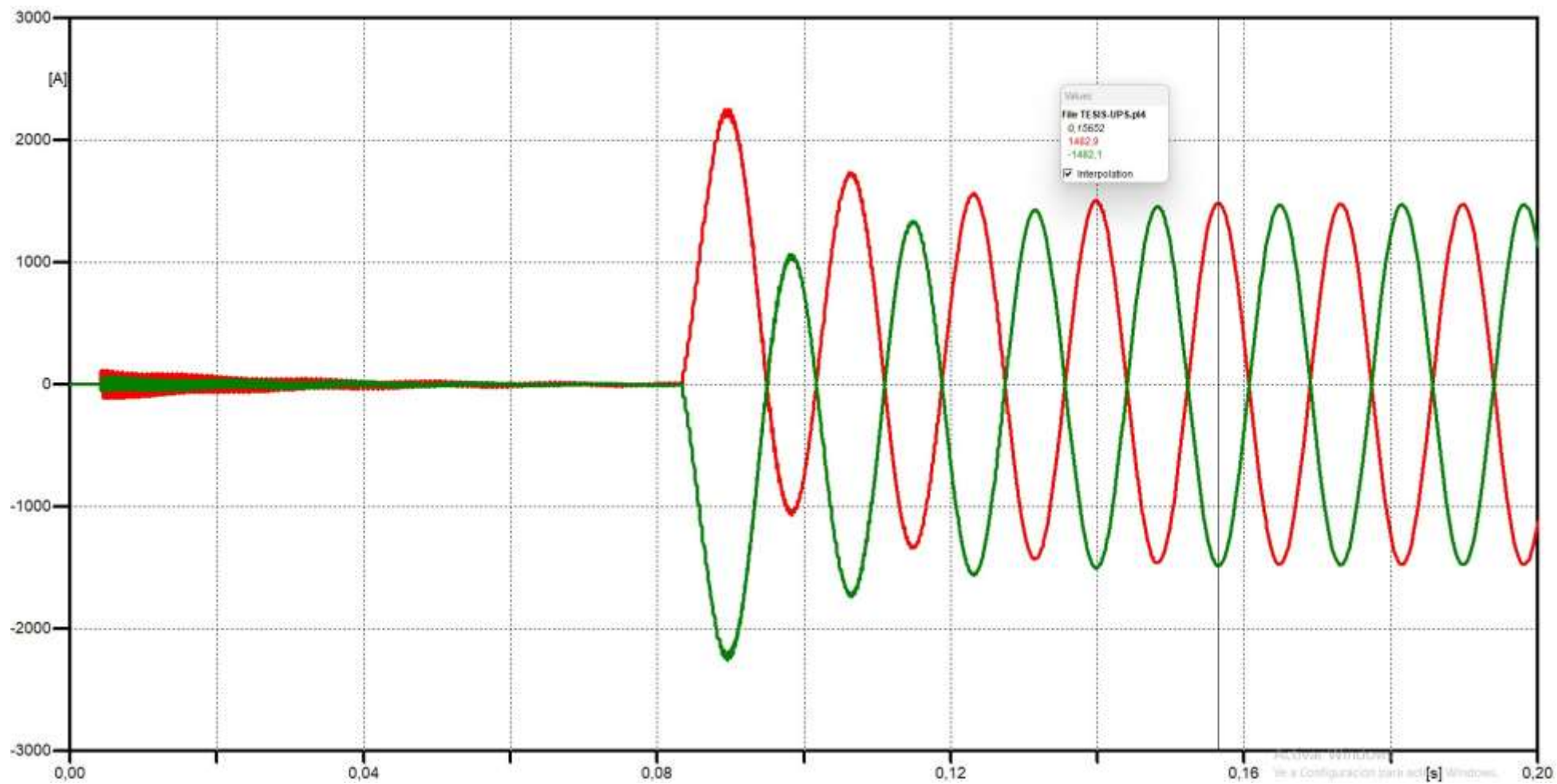


Figura 19. Corriente RMS de la falla entre dos fases aisladas
Fuente: Autores

4.2.5. Simulación de falla entre dos fases y tierra

La **Figura 20**, muestra una impedancia de falla prácticamente nula, lo que maximiza la contribución de la secuencia cero y genera corrientes de mayor magnitud que en una falla L–L. El cierre de la falla se realiza en el cruce por cero de la tensión VRN, A diferencia de la falla fase–fase aislada, en este caso dos fases entran en cortocircuito entre sí y simultáneamente con tierra, lo que provoca la circulación conjunta de corrientes de secuencia positiva, negativa y cero. Este tipo de falla es eléctricamente más severo que la monofásica y la bifásica aislada, y resulta crítica para el diseño de protecciones de tierra y la evaluación del retorno por el conductor de guarda y el suelo.

FALLA ENTRE DOS FASES Y TIERRA (F - F - G) . LINEA DE SUB TRANSMISIÓN . 69 KV / 50 Km

PUNTO DE FALLA : AL FINAL DE LINEA (50 Km)

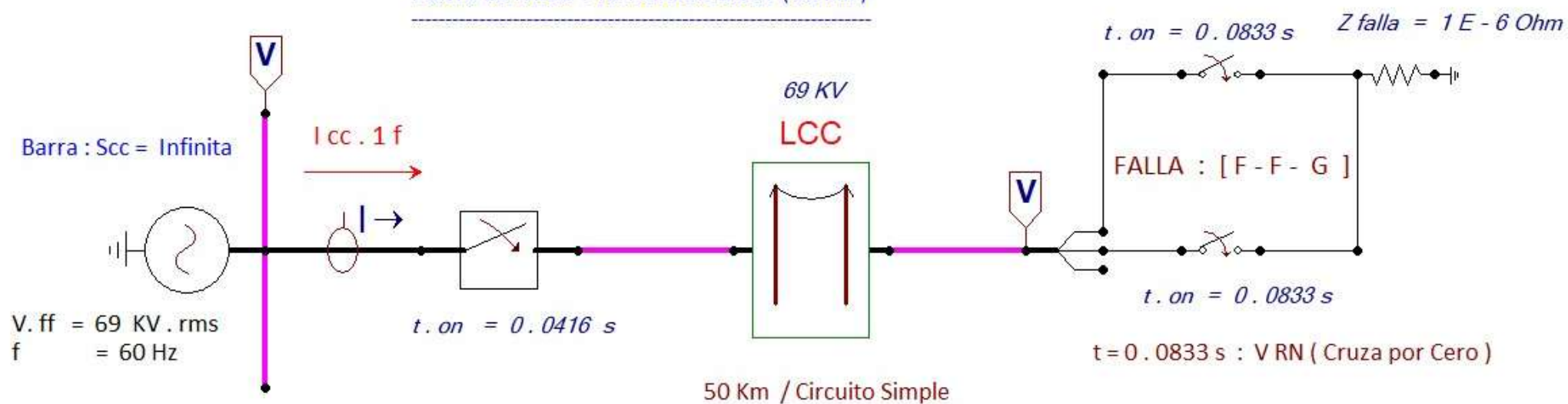


Figura 20. Simulación de falla entre dos fases y tierra
Fuente: Autores

4.2.6. Corriente resultante de la falla entre dos fases y tierra

En la **Figura 21**, se muestran las corrientes de las fases involucradas durante una falla fase–fase–tierra (L–L–G), obtenidas a partir de la simulación en ATP-Draw. Antes de la ocurrencia de la falla, las señales presentan valores reducidos, correspondientes al régimen normal de operación del sistema.

El inicio del evento de falla se identifica aproximadamente en $t \approx 0.08$ s, instante a partir del cual se observa un incremento abrupto en la magnitud de las corrientes. Posteriormente, las señales adoptan una forma de onda senoidal con marcada asimetría inicial, asociada a la presencia de una componente transitoria continua (offset DC).

Esta asimetría se refleja en los primeros picos de corriente, los cuales alcanzan valores significativamente mayores en comparación con los ciclos posteriores. Asimismo, se aprecia un comportamiento opuesto entre las corrientes de las fases, coherente con la naturaleza de una falla que involucra dos fases y un retorno por tierra, lo que genera diferencias en amplitud y desfase entre las señales.

A medida que transcurre el tiempo, la componente transitoria decae progresivamente, provocando que las formas de onda tiendan hacia un comportamiento más simétrico y estable. Este proceso de decaimiento está relacionado con la constante de tiempo del sistema (τ) y la relación X/R de la red eléctrica.

En los ciclos posteriores a la falla, las corrientes alcanzan un régimen casi permanente, donde los picos positivos y negativos presentan magnitudes similares, representando la condición de corriente simétrica estabilizada para la falla L–L–G.

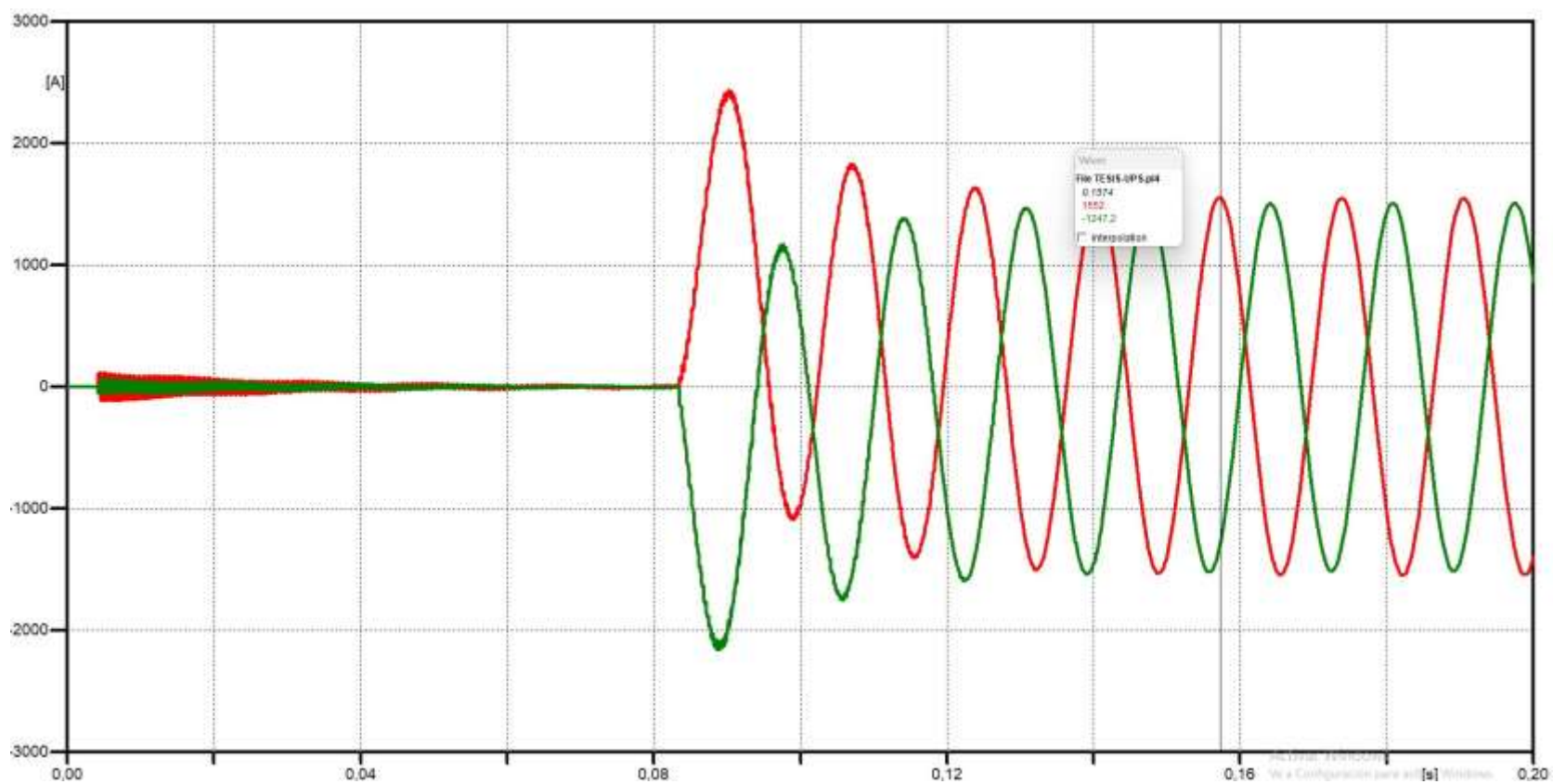


Figura 21. Corriente RMS de falla entre dos fases y tierra
Fuente: Autores

4.2.7. Simulación de falla trifásica aislada

La **Figura 22**, considera una barra de cortocircuito infinito, por lo que la corriente de falla está determinada únicamente por las impedancias propias de la línea. El cierre de los interruptores de falla se realiza de manera simultánea en las tres fases en el cruce por cero de la tensión VRN ($t \approx 0.0833$ s), minimizando la aparición de componentes transitorias asimétricas. La falla se localiza en el extremo final de la línea, donde las tres fases son cortocircuitadas simultáneamente entre sí, sin conexión a tierra, representando una condición totalmente balanceada del sistema. Además, este tipo de falla se involucra exclusivamente en la secuencia positiva, generando corrientes iguales en magnitud y desfasadas 120° , y constituye la condición de máxima corriente de cortocircuito.

FALLA TRIFÁSICA AISLADA . (F - F - F) . LINEA DE SUB TRANSMISIÓN . 69 KV / 50 Km

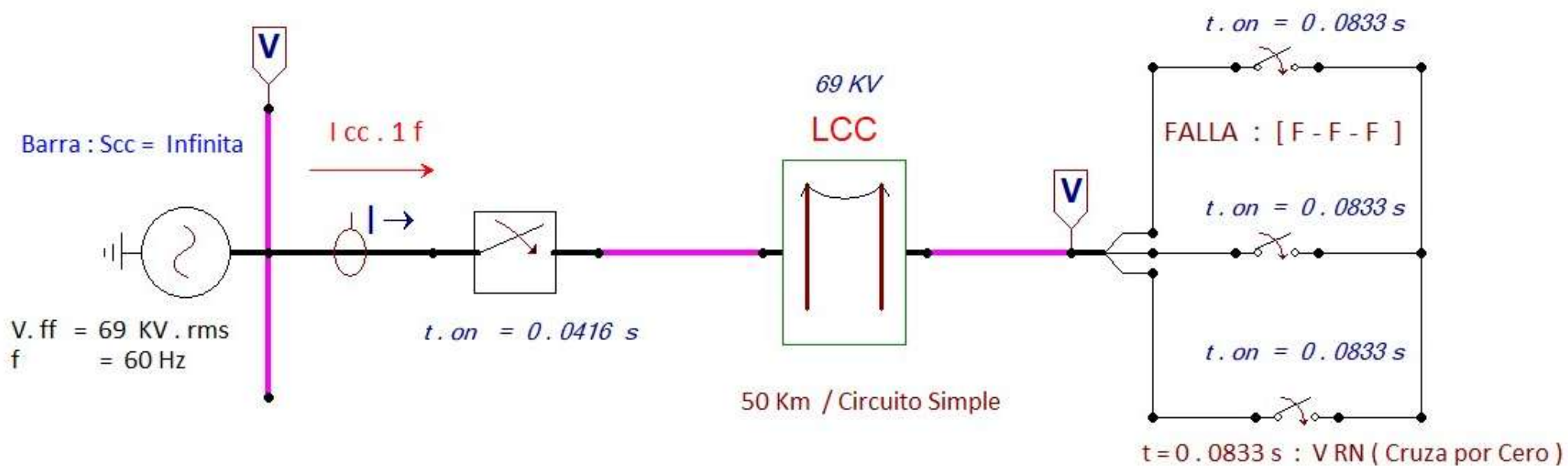


Figura 22. Simulación de la falla trifásica aislada
Fuente: Autores

4.2.8. Corriente resultante de la falla trifásica aislada

En la **Figura 23**, se presentan las corrientes de las tres fases durante una falla trifásica (L–L–L), obtenidas a partir de la simulación en ATP-Draw. Antes del inicio del evento de falla, las señales muestran valores reducidos, correspondientes al régimen normal de operación del sistema.

El inicio de la falla se identifica aproximadamente en $t \approx 0.08$ s, instante a partir del cual se observa un incremento abrupto en la magnitud de las corrientes en las tres fases. Posteriormente, las señales adoptan una forma de onda senoidal con asimetría inicial, debido a la presencia de una componente transitoria continua (offset DC), característica de las corrientes de cortocircuito en sistemas eléctricos de potencia.

Se aprecia que las tres corrientes mantienen un desfase aproximado de 120° entre sí, lo cual corresponde al comportamiento esperado en un sistema trifásico balanceado. En los primeros ciclos posteriores a la falla, los picos de corriente alcanzan valores elevados, evidenciando la asimetría inicial generada por el efecto transitorio.

A medida que transcurre el tiempo, la componente transitoria decae progresivamente, provocando que las formas de onda tiendan a un comportamiento más simétrico y estable. Este proceso de decaimiento está asociado a la constante de tiempo del sistema (τ) y a la relación X/R de la red eléctrica.

Finalmente, en los ciclos posteriores al transitorio inicial, las corrientes alcanzan un régimen casi permanente, donde los picos positivos y negativos presentan magnitudes similares y las tres fases mantienen un comportamiento balanceado, representando la condición de corriente trifásica simétrica estabilizada.

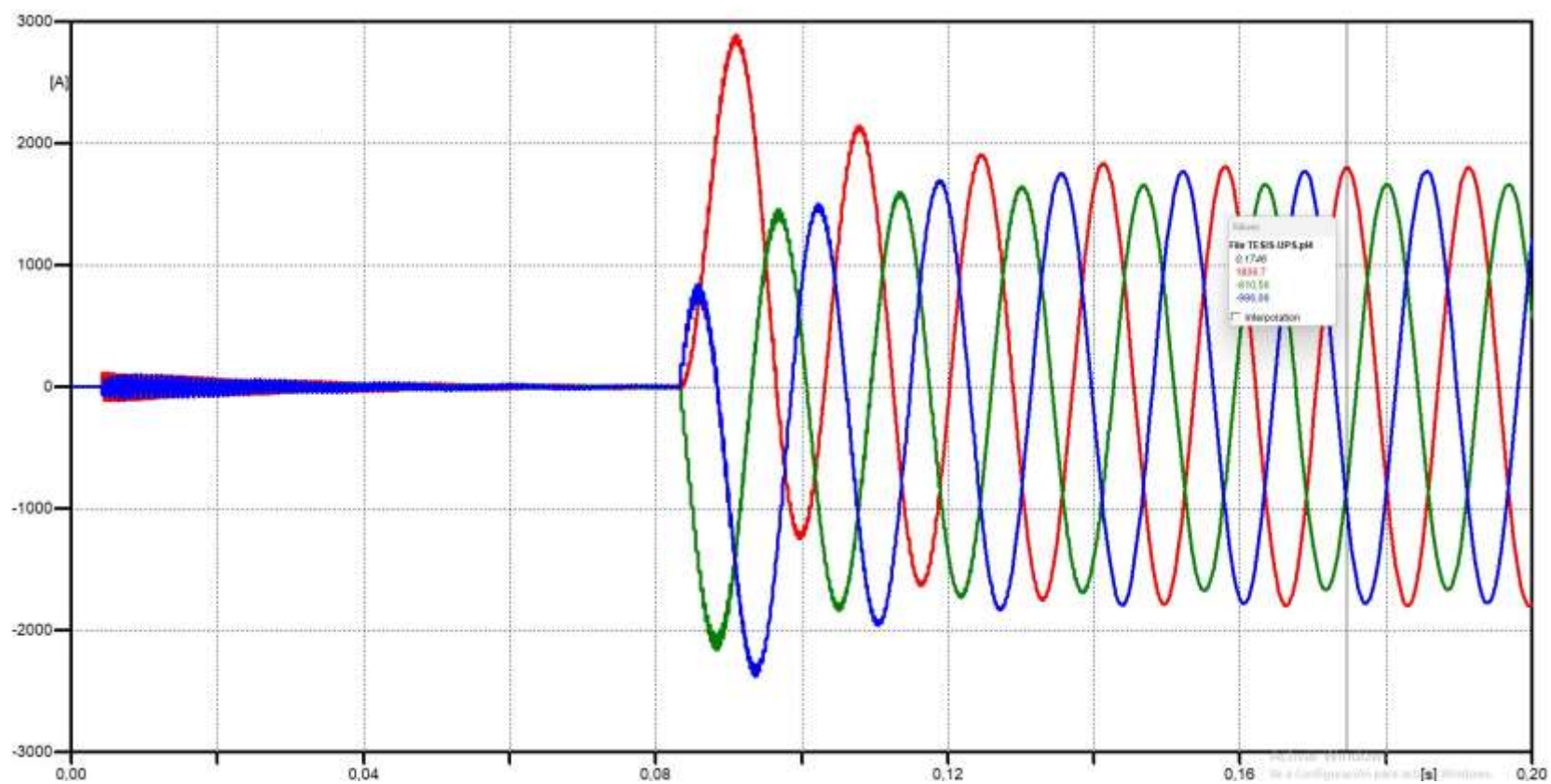


Figura 23. Corriente RMS de la falla trifásica aislada
Fuente: Autore

4.2.9. Simulación de falla trifásica con tierra

El sistema se alimenta desde una barra de cortocircuito infinito, por lo que las corrientes de falla dependen exclusivamente de las impedancias de la línea. En la **Figura 24**, se muestra como la falla se visualiza en el extremo final de la línea, donde las tres fases son cortocircuitadas simultáneamente entre sí y conectadas a tierra mediante una impedancia de falla muy baja ($\approx 1\text{E-}6 \Omega$), y el cierre de la falla se sincroniza en el cruce por cero de la tensión VRN ($t \approx 0.0833 \text{ s}$), reduciendo el efecto del offset DC inicial. Esta condición involucra la contribución conjunta de las secuencias positiva, negativa y cero, generando corrientes de gran magnitud y representa uno de los escenarios más severos para el análisis térmico, mecánico y la coordinación de protecciones en sistemas de subtransmisión.

FALLA TRIFÁSICA CON TIERRA . (F - F - F - G) . LINEA DE SUB TRANSMISIÓN . 69 KV / 50 Km

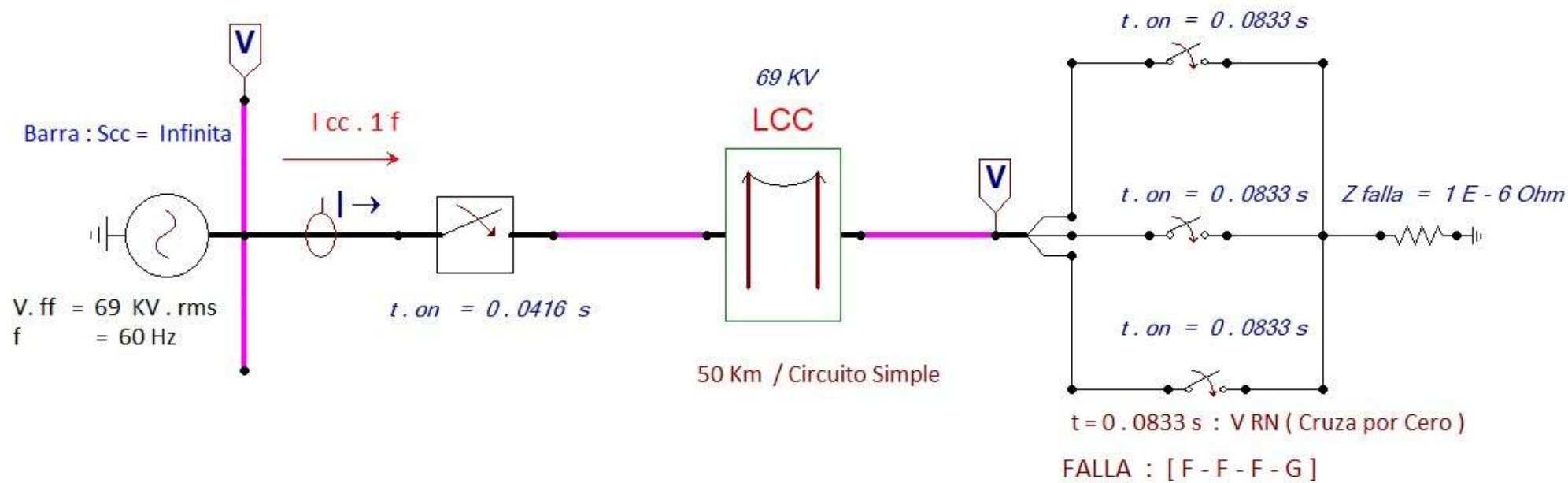


Figura 24. Simulación de la falla trifásica con tierra
Fuente: Autores

4.2.10. Corriente resultante de la falla trifásica con tierra

En la **Figura 25**, se muestran las corrientes de las tres fases durante una falla trifásica a tierra (L-L-L-G), obtenidas a partir de la simulación realizada en ATP-Draw. Antes de la ocurrencia de la falla, las señales presentan valores reducidos, correspondientes al régimen normal de operación del sistema.

El inicio del evento de falla se identifica aproximadamente en $t \approx 0.08$ s, instante a partir del cual se observa un incremento abrupto en la magnitud de las corrientes en las tres fases. Posteriormente, las señales adoptan una forma de onda senoidal con asimetría inicial, producto de la presencia de una componente transitoria continua (offset DC), característica de las corrientes de cortocircuito en sistemas eléctricos de potencia.

Durante los primeros ciclos posteriores a la falla, se evidencian picos de corriente elevados, superiores a los valores observados en el régimen casi permanente, reflejando el comportamiento típico de las corrientes de cortocircuito asimétricas. Asimismo, se mantiene un desfase aproximado de 120° entre las tres fases, coherente con el comportamiento de un sistema trifásico balanceado, aunque influenciado por la conexión a tierra, lo cual afecta la magnitud de las corrientes.

A medida que transcurre el tiempo, la componente transitoria decae progresivamente, provocando que las formas de onda tiendan hacia un comportamiento más simétrico y estable. Este proceso de decaimiento está asociado a la constante de tiempo del sistema (τ) y a la relación X/R de la red eléctrica.

Finalmente, en los ciclos posteriores al transitorio inicial, las corrientes alcanzan un régimen casi permanente, donde los picos positivos y negativos presentan magnitudes similares y las tres fases mantienen un comportamiento balanceado, representando la condición de corriente trifásica estabilizada para la falla L-L-L-G.

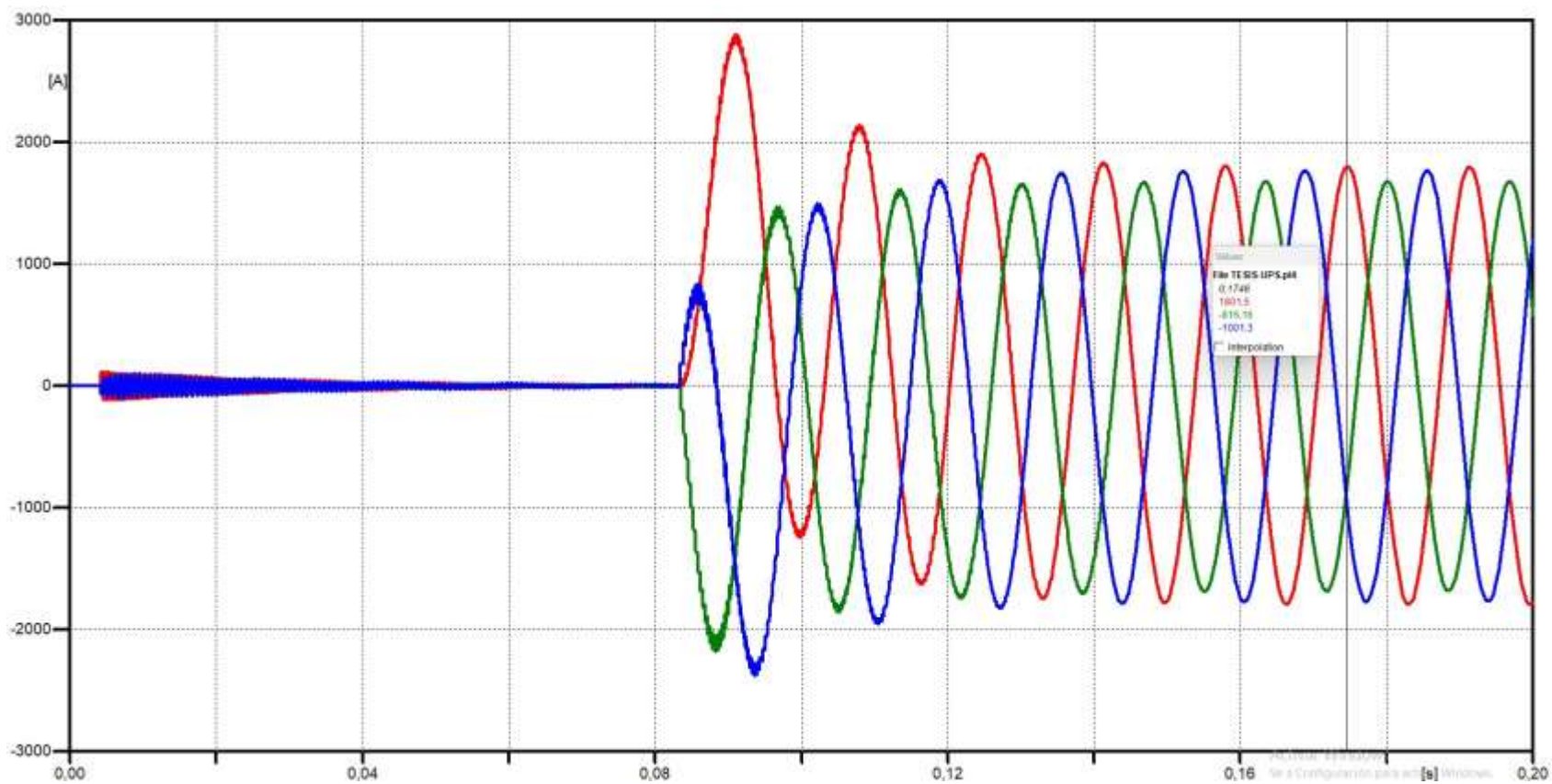


Figura 25. Corriente RMS de la falla trifásica con tierra
Fuente: Autores

5. CAPITULO V: ANÁLISIS Y RESULTADOS

5.1. Introducción al análisis comparativo

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos mediante el modelo computacional desarrollado en Python y su comparación directa con las simulaciones realizadas en ATP-Draw. El análisis se enfoca en la evaluación de las corrientes de cortocircuito para distintos tipos de falla, considerando tanto los valores eficaces (RMS) como el comportamiento temporal de las formas de onda.

La comparación entre ambos entornos permite validar el modelo analítico-computacional implementado en Python, verificando su capacidad para reproducir con precisión los resultados obtenidos en un software especializado de simulación electromagnética como ATP-Draw.

5.2. Criterios de comparación utilizados

Se realizará una comparación cuantitativa entre los resultados obtenidos en Python y ATP-Draw mediante:

- Error relativo porcentual.
- Comparación de tendencias de corriente.
- Evaluación de coherencia técnica entre ambos modelos.
- Análisis de divergencias o inconsistencias.

El error relativo porcentual se determina mediante:

$$Error\% = \left| \frac{I_{Python} - I_{ATP}}{I_{ATP}} \right| \times 100$$

5.3. Parámetros de secuencia obtenidos en Python

Los valores de impedancia y potencia reactiva de secuencia obtenidos mediante Python para una línea de 69 kV y 50 km se resumen a continuación.

5.3.1. Componentes simétricas obtenidas en Python

Parámetro	Valor
$R_0 \Omega$	19.237 Ω
$X_0 \Omega$	86.705 Ω
$R_+ \Omega$	5.661 Ω
$X_+ \Omega$	31.359 Ω
$Q_0 \text{ MVar}$	0.367847 MVar
$Q_+ \text{ MVar}$	0.602075 MVar

Tabla 2. Componentes simétricas de Python

Fuente: Autores

Estos valores se obtuvieron a partir del cálculo de las matrices de impedancia, la reducción de Kron y la transformación a componentes simétricas, considerando explícitamente el retorno por tierra.

5.4. Parámetros de secuencia obtenidos en ATP-Draw

A partir de la ventana *Power Frequency results* de ATP-Draw, se obtienen los siguientes valores de referencia para la misma línea y condiciones de operación.

5.4.1. Componentes simétricas obtenidas en ATP-Draw

Parámetro	Valor
$R_0 \Omega$	20.03
$X_0 \Omega$	87.93
$R_+ \Omega$	5.733
$X_+ \Omega$	31.72
$Q_0 \text{ MVar}$	0.3718

Q_+ MVar	0.6143
------------------------------	--------

Tabla 3. Componentes simétricas de ATP-Draw

Fuente: Autores

Estos resultados corresponden al cálculo en frecuencia industrial (60 Hz) realizado por ATP-Draw, incluyendo los efectos electromagnéticos del sistema.

5.5. Comparación de componentes simétricas Python vs ATP-Draw

Para evaluar la concordancia entre ambos modelos, se calculó el error absoluto y el error relativo porcentual, definidos como:

$$\text{Error absoluto \%} = X_{\text{Python}} - X_{\text{ATP}}$$

$$\text{Error relativo \%} = \left| \frac{X_{\text{Python}} - X_{\text{ATP}}}{X_{\text{ATP}}} \right| \times 100$$

5.5.1. Comparación de componentes simétricas con error absoluto y relativo

Parámetro	Python	ATP	Error absoluto	Error relativo (%)
$R_0 \Omega$	26.96	20.03	0.93	34.6
$X_0 \Omega$	92.72	87.93	4.79	5.46
$R_1 \Omega$	5.66	5.73	0.07	1.24
$X_1 \Omega$	31.37	31.72	0.35	1.10
Q_0 MVar	0.3678	0.3718	0.004	1.06
Q_+ MVar	0.6020	0.6143	0.012	2.00

Tabla 4. Componentes simétricas con error absoluto y relativo

Fuente: Autores

Los resultados obtenidos a partir de la comparación entre los valores calculados en Python y los obtenidos mediante ATP-Draw indican que, en general, el margen de error entre ambos métodos es bajo y aceptable para estudios de líneas de subtransmisión. El análisis del error

relativo muestra que los parámetros de secuencia positiva y las potencias reactivas presentan errores inferiores al 5 %, con valores cercanos al 1 %, lo que evidencia una alta coherencia entre ambas herramientas de cálculo.

5.6. Análisis del error absoluto y relativo

El análisis comparativo entre los resultados obtenidos mediante el modelo implementado en Python y los calculados en el software ATP permite evaluar la precisión y validez del método desarrollado. A partir del cálculo del error absoluto y del error relativo, se evidencia que la mayoría de los parámetros eléctricos analizados presentan una alta concordancia entre ambas herramientas.

Los parámetros correspondientes a la secuencia positiva (R_1 y X_1) muestran errores relativos inferiores al 1.3 %, lo cual indica que el modelo en Python reproduce de manera adecuada el comportamiento del sistema bajo condiciones normales de operación. De forma similar, las potencias reactivas de secuencia cero y positiva (Q_0 y Q_+) presentan errores relativos comprendidos entre 1 % y 2 %, valores considerados aceptables para estudios de sistemas eléctricos de potencia.

Por otro lado, se observa un mayor nivel de discrepancia en la resistencia de secuencia cero (R_0), con un error relativo del 34.6 %. Esta diferencia puede atribuirse a las distintas aproximaciones empleadas en el modelado del retorno por tierra, así como a la elevada sensibilidad de los parámetros de secuencia cero frente a las condiciones del suelo y a los supuestos adoptados en cada metodología de cálculo.

En términos generales, excluyendo el parámetro R_0 , el margen de error promedio de los resultados es del orden del 2 %, lo que, valida la confiabilidad y aplicabilidad del modelo desarrollado en Python como una herramienta adecuada para el análisis y evaluación de parámetros eléctricos del sistema, con resultados comparables a los obtenidos mediante ATP.

5.7. Evaluación de coherencia técnica entre ambos modelos

Desde el punto de vista eléctrico, los modelos implementados en Python y en ATP-Draw presentan una coherencia técnica satisfactoria, dado que ambos describen el comportamiento de la misma línea de subtransmisión bajo los mismos supuestos físicos, aunque mediante

estrategias de modelado distintas. ATP-Draw representa la línea mediante un modelo distribuido, mientras que el modelo en Python se basa en una representación equivalente concentrada obtenida a partir de parámetros por unidad de longitud y la aplicación de la reducción de Kron.

La concordancia observada en los valores de las reactancias de secuencia cero y positiva, así como en las potencias reactivas asociadas, indica que la geometría de la línea y las características electromagnéticas han sido correctamente incorporadas en ambos modelos. Asimismo, los resultados confirman la consistencia del proceso de transformación a componentes simétricas y la equivalencia eléctrica del modelo de capacitancia y admitancia transversal respecto al utilizado en ATP-Draw.

En consecuencia, puede afirmarse que el modelo desarrollado en Python reproduce de manera adecuada el comportamiento eléctrico de la línea a frecuencia industrial, lo que respalda su utilización en estudios de cortocircuito y en el análisis de condiciones de operación y falla del sistema.

5.8. Análisis de divergencias o inconsistencias

Aunque los resultados obtenidos mediante los modelos desarrollados en Python y en ATP-Draw presentan una concordancia general adecuada, se observan diferencias localizadas en los parámetros asociados a la secuencia cero, particularmente en la resistencia equivalente. Estas discrepancias se deben principalmente a la sensibilidad del retorno por tierra frente a las hipótesis de modelado y a las formulaciones electromagnéticas empleadas por cada método. Mientras ATP-Draw utiliza modelos más detallados para representar el acoplamiento conductor–tierra, el modelo en Python adopta una representación equivalente basada en supuestos promedio, lo que conduce a variaciones cuantificables en este parámetro.

En contraste, los parámetros de secuencia positiva y las potencias reactivas muestran desviaciones reducidas, lo que indica que las diferencias identificadas no afectan de manera significativa la representación del comportamiento eléctrico de la línea a frecuencia industrial. En consecuencia, las divergencias observadas se consideran aceptables dentro del marco del estudio y no limitan la validez del modelo propuesto para su aplicación en análisis

de cortocircuito y simulación de condiciones de falla.

5.9. Parámetros de corriente RMS obtenidos en Python

El modelo desarrollado en Python calcula las corrientes de falla a partir de impedancias de secuencia obtenidas mediante formulación analítica, considerando régimen RMS simétrico.

5.9.1. Corriente RMS obtenidas en Python

Tipo de falla	Corriente RMS (A)
Monofásica a tierra (FG)	746.6
Fase-fase (FF)	1082.2
Fase-fase-tierra (FFG)	1137.3
Trifásica (FFF)	1249.7
Trifásica-tierra (FFFG)	1249.7

Tabla 5. Corriente RMS de Python

Fuente: Autores

Los valores de corriente RMS se obtuvieron a partir del modelo analítico desarrollado en Python, considerando las impedancias de secuencia y el régimen permanente a 60 Hz, sin incluir efectos transitorios.

5.10. Parámetros de corriente RMS obtenidos en ATP-Draw

Los valores de corriente eficaz (RMS) se determinaron a partir de la corriente máxima instantánea observada en las formas de onda simuladas, empleando la relación $I_{RMS} = I_{pico} / \sqrt{2}$ válida para señales senoidales en régimen permanente. De esta manera, la corriente pico registrada en la simulación se convierte en su valor equivalente térmico, representativo del esfuerzo eléctrico real en el sistema. Este procedimiento garantiza coherencia entre los valores instantáneos y los parámetros utilizados en el análisis de cortocircuito.

5.10.1. Corriente RMS obtenidas en ATP-Draw

Tipo de falla	Corriente RMS (A)
Monofásica a tierra (FG)	773
Fase-fase (FF)	1049
Fase-fase-tierra (FFG)	1097.4
Trifásica (FFF)	1278
Trifásica-tierra (FFFG)	1274

Tabla 6. Corriente RMS de ATP-Draw

Fuente: Autores

Las corrientes RMS se determinaron directamente desde las formas de onda simuladas, incorporando el comportamiento electromagnético completo del sistema en frecuencia industrial.

5.11. Comparación de corrientes de cortocircuito RMS: Python vs ATP-Draw

Para evaluar la concordancia entre ambos modelos, se calculó el error relativo porcentual, definidos como:

$$\text{Error relativo \%} = \left| \frac{X_{\text{Python}} - X_{\text{ATP}}}{X_{\text{ATP}}} \right| \times 100$$

5.11.1. Comparación de cortocircuito RMS con error relativo

Tipo de falla	Python (A)	ATP-Draw (A)	Error relativo (%)
Monofásica a tierra (LG)	746.6	773	3.42
Fase-fase (LL)	1082.2	1048.5	3.21
Fase-fase-tierra (LLG)	1137.3	1097.4	3.64
Trifásica (LLL)	1249.7	1277.5	2.18
Trifásica-tierra (LLLG)	1249.7	1273.8	1.89

Tabla 7. Corriente de cortocircuito RMS con error relativo

Fuente: Autores

Los resultados muestran que las corrientes de falla calculadas mediante el modelo desarrollado en Python presentan un margen de error inferior al 4 % respecto a ATP-Draw para todos los tipos de falla analizados. Este nivel de discrepancia se considera aceptable en estudios de cortocircuito, y confirma la coherencia y validez del modelo implementado para la simulación de fallas en la línea de subtransmisión.

5.12. Análisis del error relativo

El análisis del error relativo entre las corrientes de falla calculadas mediante el modelo desarrollado en Python y las obtenidas con ATP-Draw permite cuantificar el nivel de concordancia entre ambos enfoques de simulación. Para todos los tipos de falla analizados, los errores relativos se mantienen por debajo del 4 %, lo que indica una adecuada correspondencia entre los resultados y valida la consistencia del modelo propuesto.

Las menores discrepancias se observan en las fallas trifásicas y trifásicas a tierra, con errores relativos cercanos al 2 %, mientras que las fallas monofásicas y bifásicas presentan errores ligeramente superiores, aunque dentro de rangos aceptables para estudios de cortocircuito. En conjunto, el margen global de error de la tabla se sitúa aproximadamente entre el 2 % y el 4 %, confirmando que el modelo implementado en Python reproduce de manera confiable las corrientes de falla calculadas mediante ATP-Draw bajo condiciones de análisis a frecuencia industrial.

5.13. Comparación visual de formas de onda: Python vs ATP-Draw

5.13.1. FG – 746.6 A Python vs FG – 773 A ATP-Draw

La comparación visual de las formas de onda de corriente para la corriente de falla fase–tierra (FG) evidencia una respuesta temporal equivalente entre el modelo desarrollado en Python y la simulación en ATP-Draw. En la **Figura 26 y 27**, se observa el mismo patrón de establecimiento de la corriente de falla, con comportamiento consistente en periodicidad y forma general, lo cual indica que la representación del sistema y el tipo de falla son coherentes en las dos implementaciones.

La diferencia principal entre ambos resultados se concentra en la magnitud de la corriente, donde Python entrega 746.6 A frente a 773 A en ATP-Draw, lo que corresponde a un error relativo de 3.42 %. Esta desviación se considera moderada y compatible con las diferencias de modelado entre un enfoque equivalente concentrado (Python) y uno distribuido (ATP-Draw), además de los criterios internos de cada herramienta para el tratamiento del retorno por tierra y la discretización del sistema.

En consecuencia, la similitud en la forma de onda y la discrepancia limitada en la amplitud permiten concluir que el modelo en Python reproduce de manera adecuada la respuesta de corriente ante una falla FG, siendo válido para estudios comparativos a frecuencia industrial y análisis de cortocircuito en la línea evaluada.

Cortocircuito monofásico a tierra ($1\Phi-G$) (marcador: DC<2.0%)

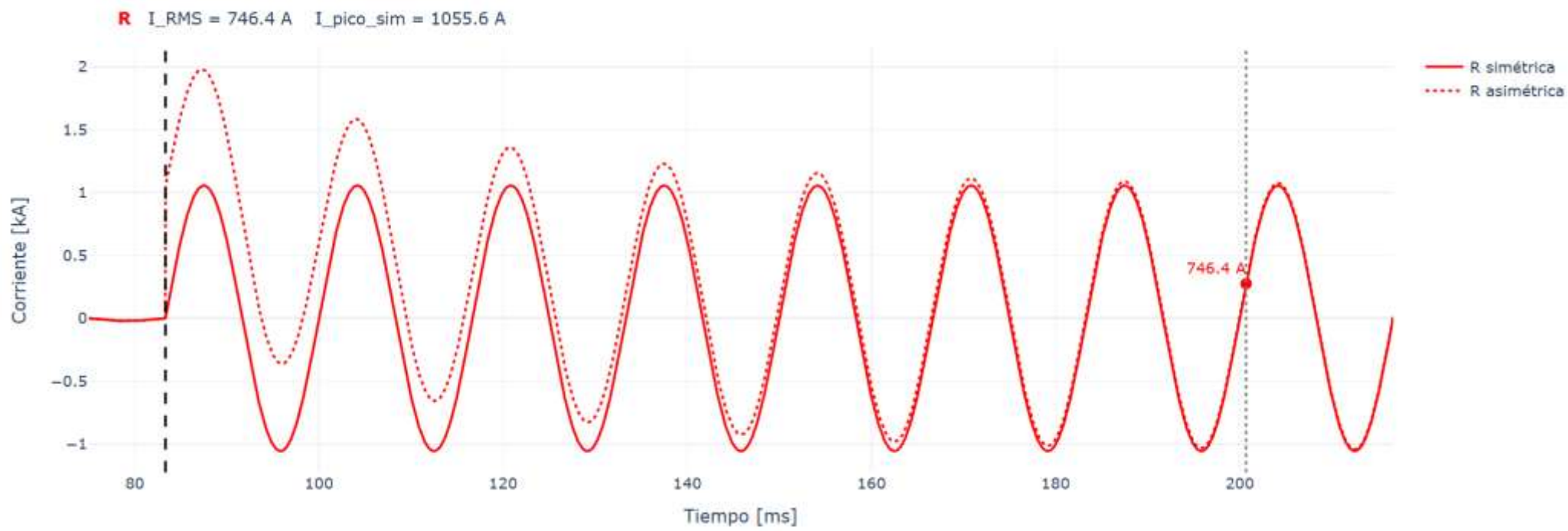


Figura 26. Comparación de Python
Fuente: Autores

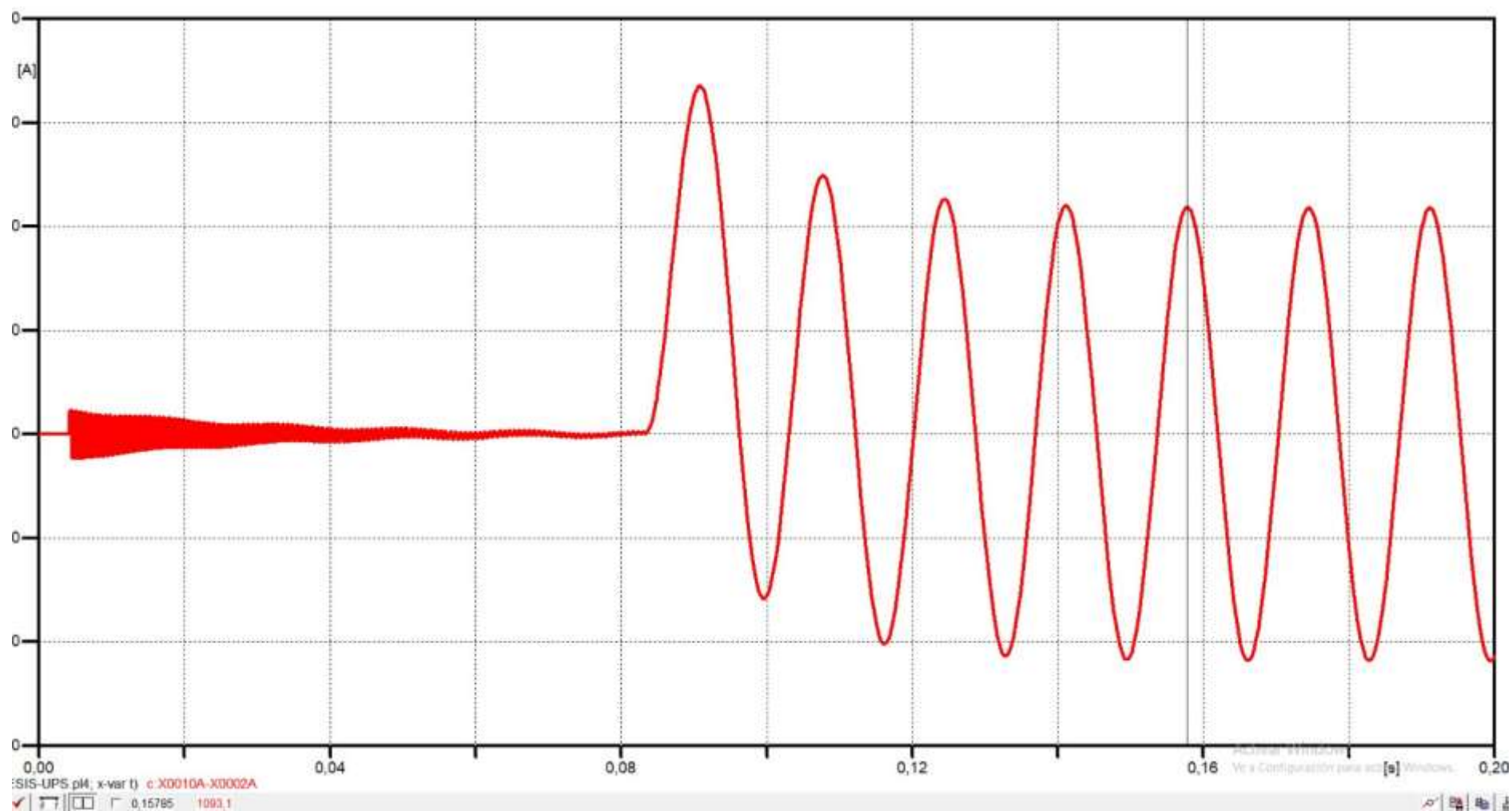


Figura 27. Comparación de ATP-Draw
Fuente: Autores

5.13.2. FF – 1082.2 A Python vs FG – 1048.5 A ATP-Draw

La comparación visual de las formas de onda de corriente para la falla fase–fase (LL) muestra un comportamiento temporal prácticamente equivalente entre el modelo desarrollado en Python y la simulación realizada en ATP-Draw. **En la Figura 28 y 29**, se observa una señal sinusoidal estable, con igual frecuencia y sin distorsiones apreciables, lo que indica que la dinámica del sistema ante este tipo de falla es correctamente reproducida por ambos modelos.

En términos de magnitud, Python presenta una corriente de falla de 1082.2 A, mientras que ATP-Draw arroja un valor de 1048.5 A, lo que representa un error relativo del 3.21 %. Esta diferencia se considera moderada y puede atribuirse a las distintas aproximaciones en la representación de los parámetros eléctricos y a la naturaleza concentrada del modelo analítico frente al modelo distribuido implementado en ATP.

La similitud observada en la forma de onda, junto con la diferencia limitada en amplitud, permite concluir que el modelo en Python reproduce de manera adecuada la respuesta del sistema ante una falla fase–fase, siendo consistente con los resultados obtenidos mediante ATP-Draw.

Adicionalmente, el buen nivel de concordancia obtenido en este tipo de falla, dominado por los parámetros de secuencia positiva, confirma que dichos parámetros han sido correctamente calculados e implementados en el modelo en Python, lo cual resulta fundamental para la confiabilidad de los estudios de cortocircuito.

Cortocircuito fase-fase (2 Φ) (marcador: DC<2.0%)

S I_RMS = 1082.2 A I_pico_sim = 1530.5 A
T I_RMS = 1082.2 A I_pico_sim = 1530.5 A

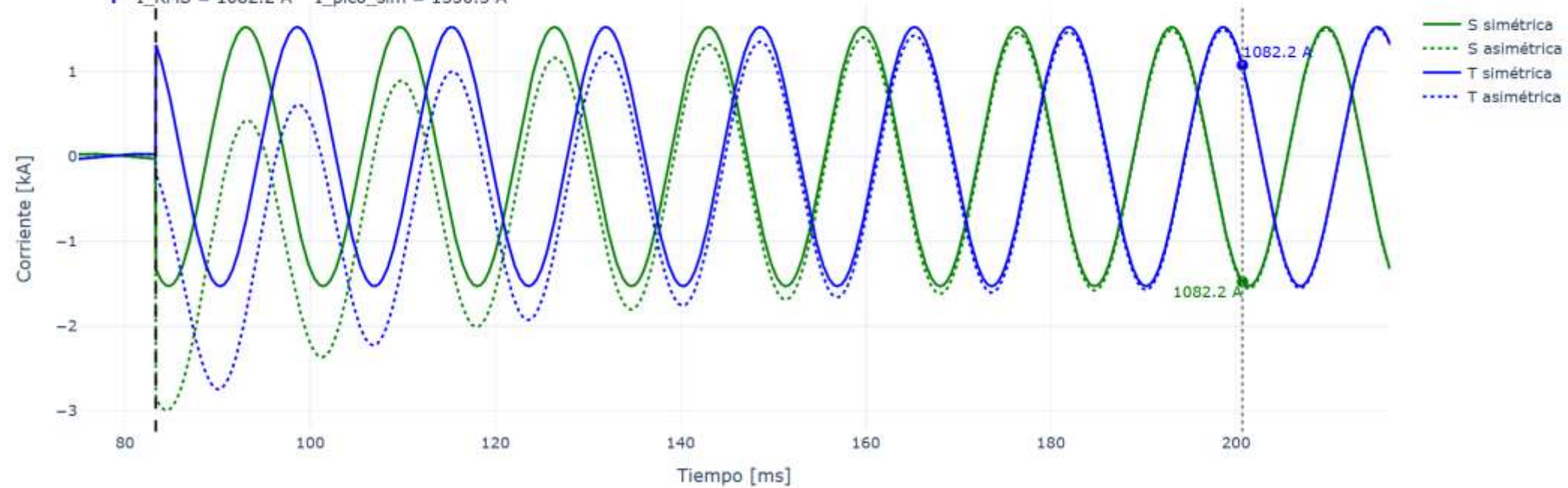


Figura 28. Comparación de Python
Fuente: Autores

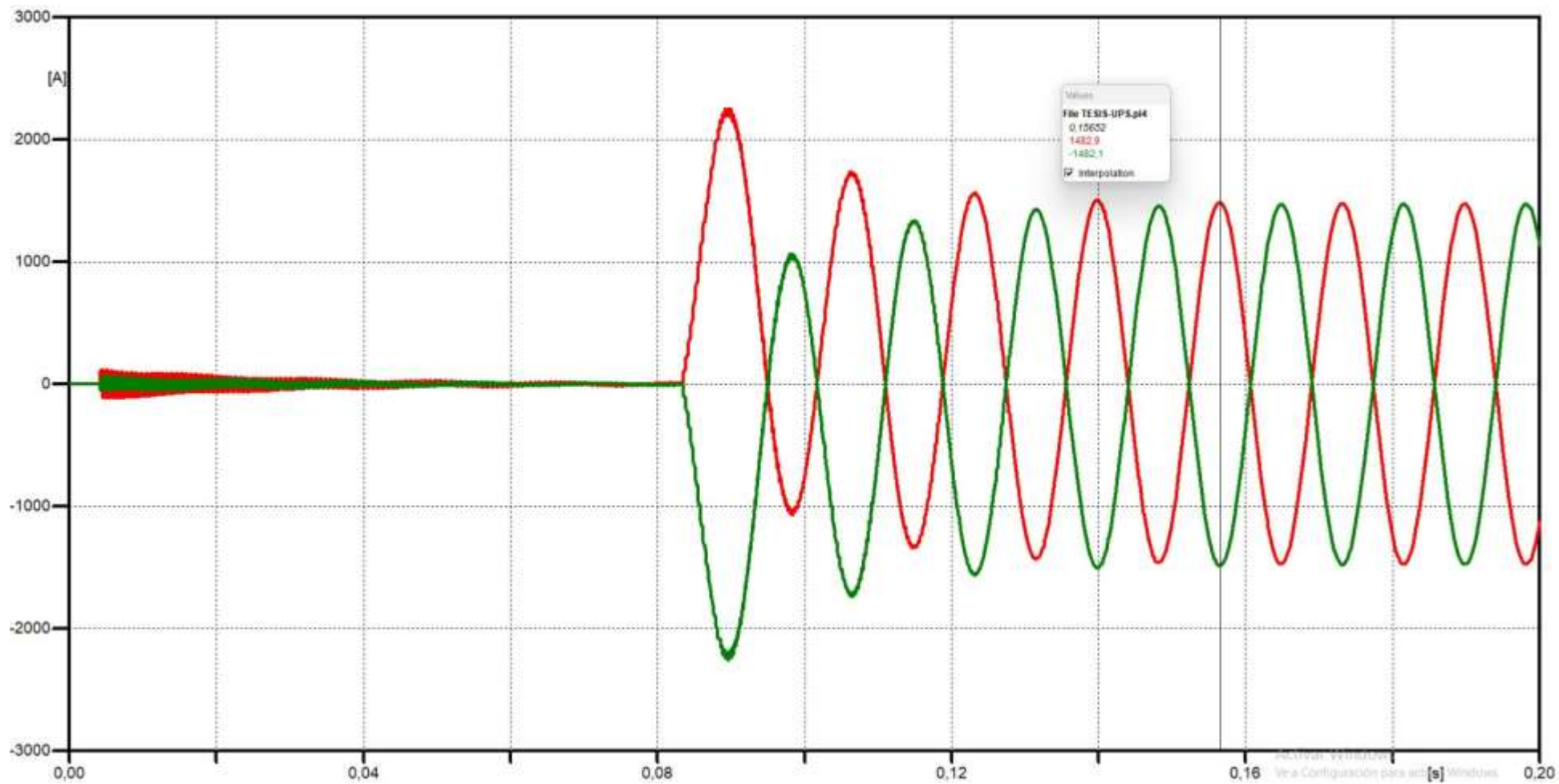


Figura 29. Comparación de ATP-Draw
Fuente: Autores

5.13.3. FF – 1137.3 A Python vs FG – 1097.4 A ATP-Draw

Para la falla fase–fase–tierra (LLG), las formas de onda obtenidas mediante Python y ATP-Draw presentan una evolución temporal similar, manteniendo la misma periodicidad y una respuesta estable durante el régimen de falla. En la **Figura 30 y 31**, se muestra que ambos modelos representan de forma coherente la interacción entre fases y el efecto del retorno por tierra.

La corriente de falla calculada en Python alcanza un valor de 1137.3 A, mientras que ATP-Draw reporta 1097.4 A, lo que corresponde a un error relativo del 3.64 %. Esta discrepancia se encuentra dentro de rangos aceptables y está asociada principalmente a las diferencias en el tratamiento del retorno por tierra y a los supuestos empleados en el modelo equivalente.

En general, la coincidencia en la forma de onda y la diferencia controlada en magnitud indican que el modelo desarrollado en Python es capaz de representar adecuadamente el comportamiento del sistema ante fallas LLG, validando su uso en estudios de cortocircuito.

Cabe destacar que este tipo de falla involucra simultáneamente componentes de secuencia positiva, negativa y cero, por lo que el nivel de concordancia obtenido refuerza la consistencia del proceso de transformación a componentes simétricas y del modelado del sistema de puesta a tierra.

Cortocircuito fase-fase-tierra (2 Φ -G) (marcador: DC<2.0%)

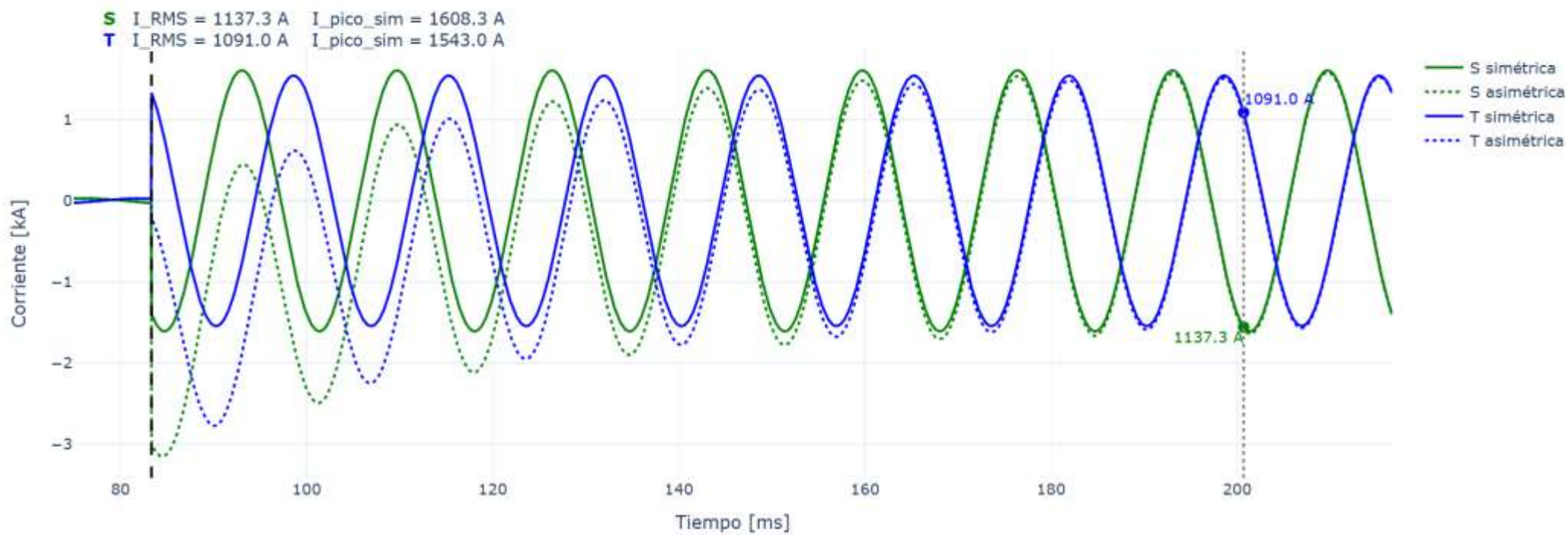


Figura 30. Comparación de Python
Fuente: Autores

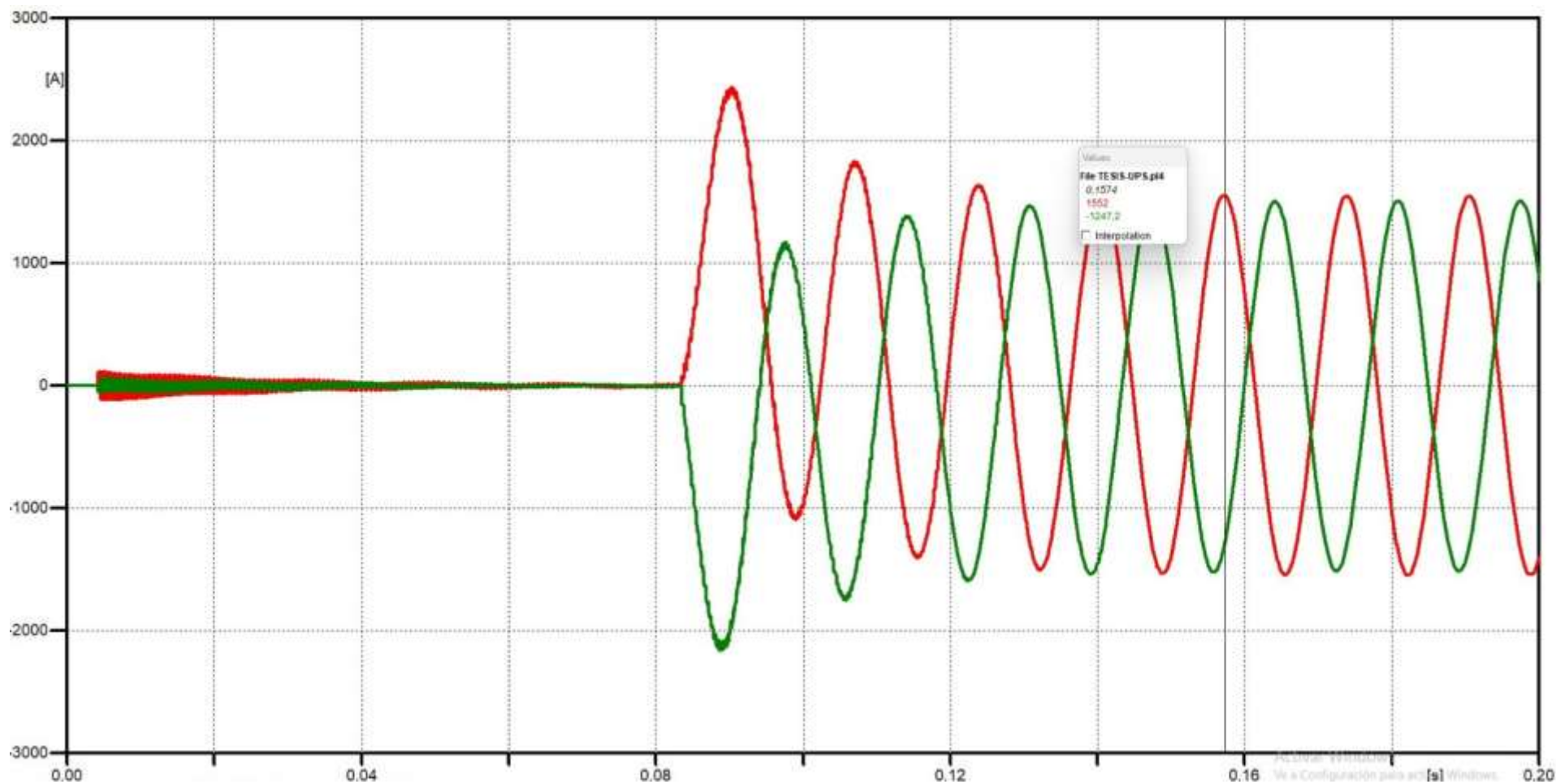


Figura 31. Comparación de ATP-Draw
Fuente: Autores

5.13.4. FFF – 1249.7 A Python vs FG – 1277.5 A ATP-Draw

La comparación visual de las formas de onda correspondientes a la falla trifásica (LLL) evidencia una respuesta prácticamente idéntica entre ambos modelos como se muestra en la **Figura 32 y 33**, caracterizada por corrientes equilibradas, sinusoidales y con igual fase relativa. Este resultado es esperable, dado que este tipo de falla no involucra el retorno por tierra y depende principalmente de los parámetros de secuencia positiva.

En cuanto a la magnitud, Python arroja una corriente de 1249.7 A, mientras que ATP-Draw calcula 1277.5 A, lo que se traduce en un error relativo del 2.18 %. Esta diferencia es baja y confirma la correcta representación de los parámetros dominantes del sistema en el modelo analítico.

La elevada similitud tanto en la forma como en la amplitud de las corrientes permite afirmar que el modelo en Python reproduce con alta fidelidad el comportamiento del sistema ante una falla trifásica, mostrando una excelente concordancia con ATP-Draw.

Asimismo, el reducido nivel de error observado en esta condición de falla refuerza la validez del modelo equivalente concentrado cuando se analiza el comportamiento global del sistema, sin que las simplificaciones adoptadas introduzcan desviaciones significativas en los resultados.

.

Cortocircuito trifásico (3 Φ) (marcador: DC<2.0%)

R I_RMS = 1249.7 A I_pico_sim = 1767.3 A
S I_RMS = 1249.7 A I_pico_sim = 1767.3 A
T I_RMS = 1249.7 A I_pico_sim = 1767.3 A

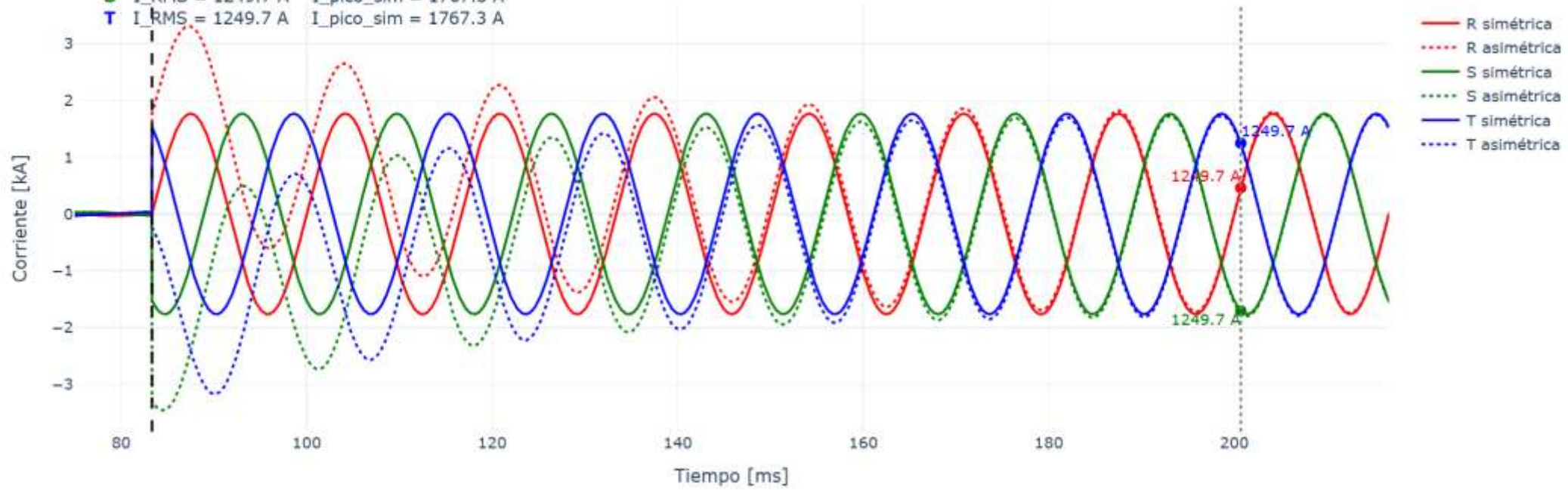


Figura 32. Comparación de Python
Fuente: Autores

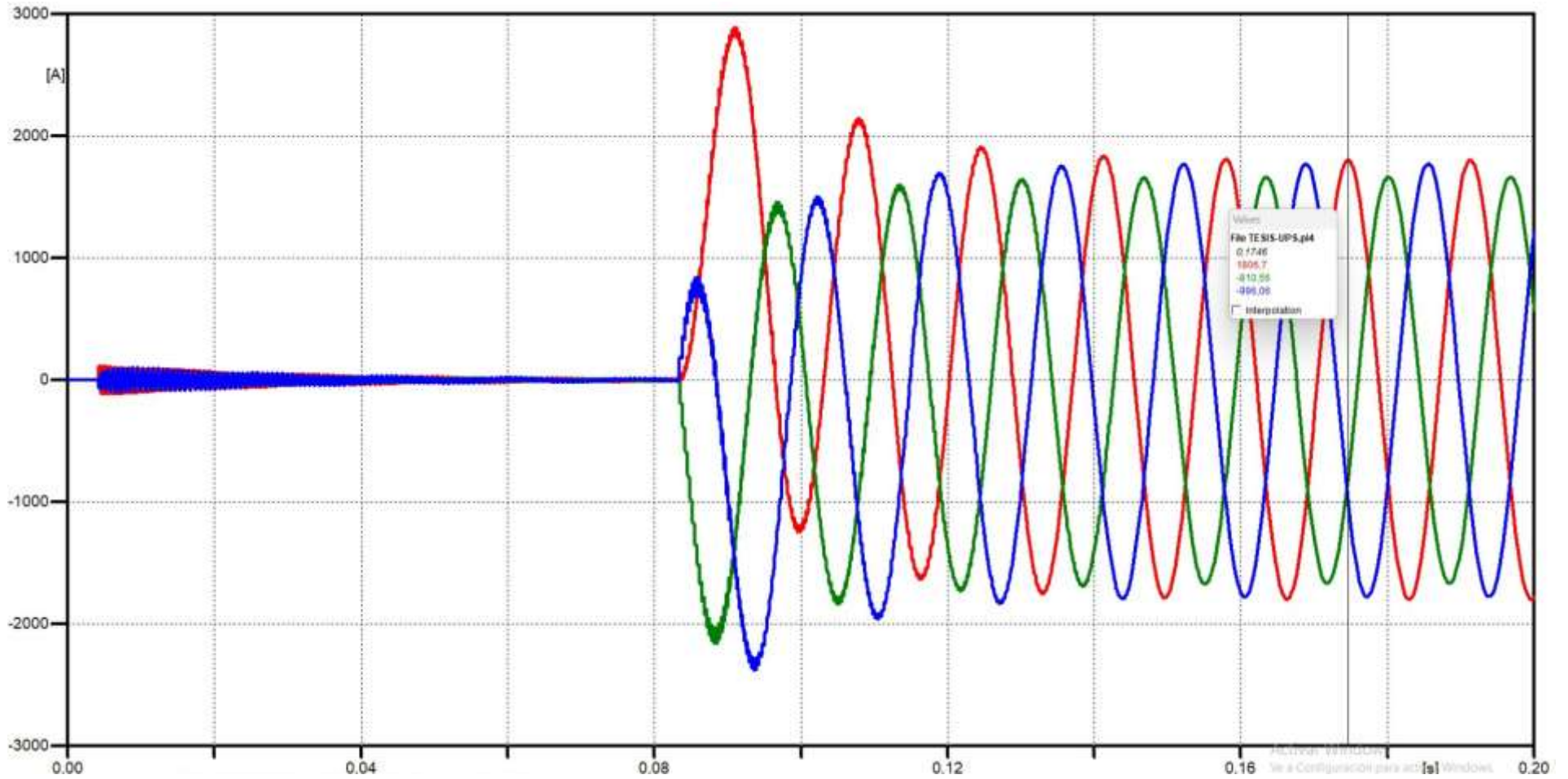


Figura 33. Comparación de ATP-Draw
Fuente: Autores

5.13.5. FFF – 1249.7 A Python vs FG – 1273.8 A ATP-Draw

En el caso de la falla trifásica a tierra (LLLG), las formas de onda obtenidas mediante Python y ATP-Draw presentan un comportamiento muy similar, manteniendo equilibrio entre fases y una respuesta estable durante todo el intervalo de simulación. Visualmente en la **Figura 34 y 35**, no se aprecian diferencias significativas en la evolución temporal de la corriente.

Los valores máximos de corriente muestran una leve diferencia, con 1249.7 A en Python y 1273.8 A en ATP-Draw, lo que corresponde a un error relativo del 1.89 %, el menor registrado entre los tipos de falla analizados. Esta cercanía refuerza la consistencia del modelo desarrollado.

En consecuencia, la comparación visual y cuantitativa confirma que el modelo en Python reproduce de manera confiable el comportamiento del sistema ante fallas trifásicas con conexión a tierra, validando su aplicabilidad para análisis eléctricos a frecuencia industrial.

Finalmente, la baja discrepancia observada en este tipo de falla indica que el efecto del retorno por tierra está adecuadamente representado en el modelo analítico, lo que resulta especialmente relevante para estudios de protección y coordinación en sistemas de subtransmisión.

Cortocircuito trifásico a tierra (3 Φ -G) (marcador: DC<2.0%)

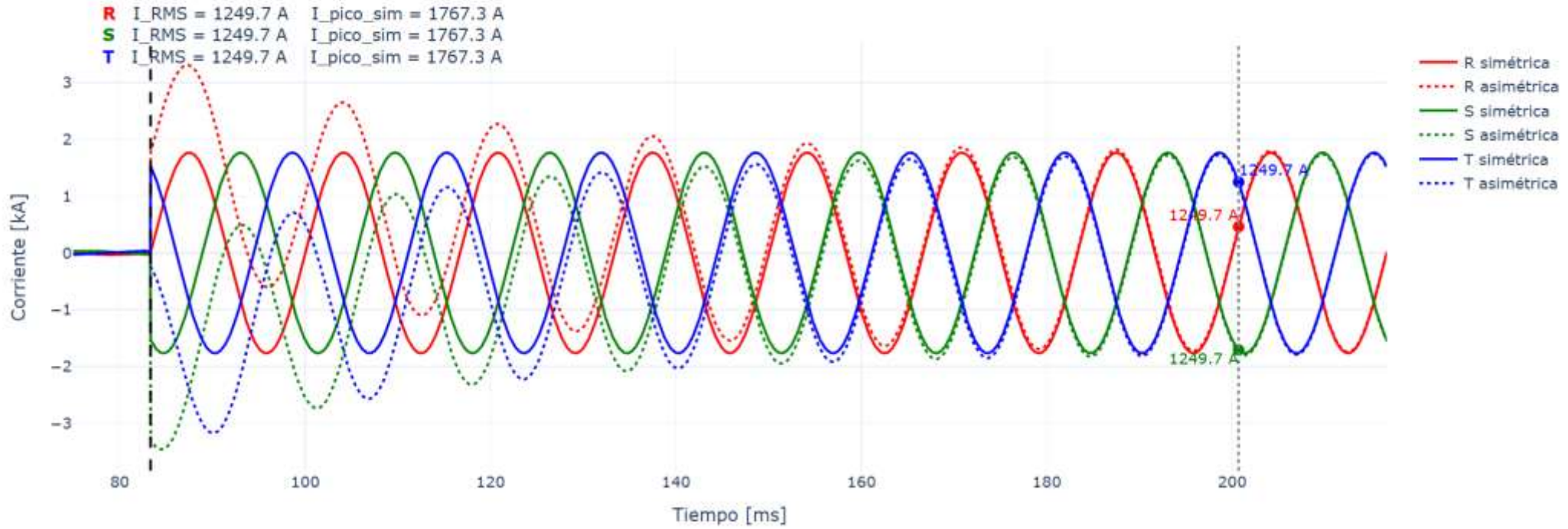


Figura 34. Comparación de Python
Fuente: Autores

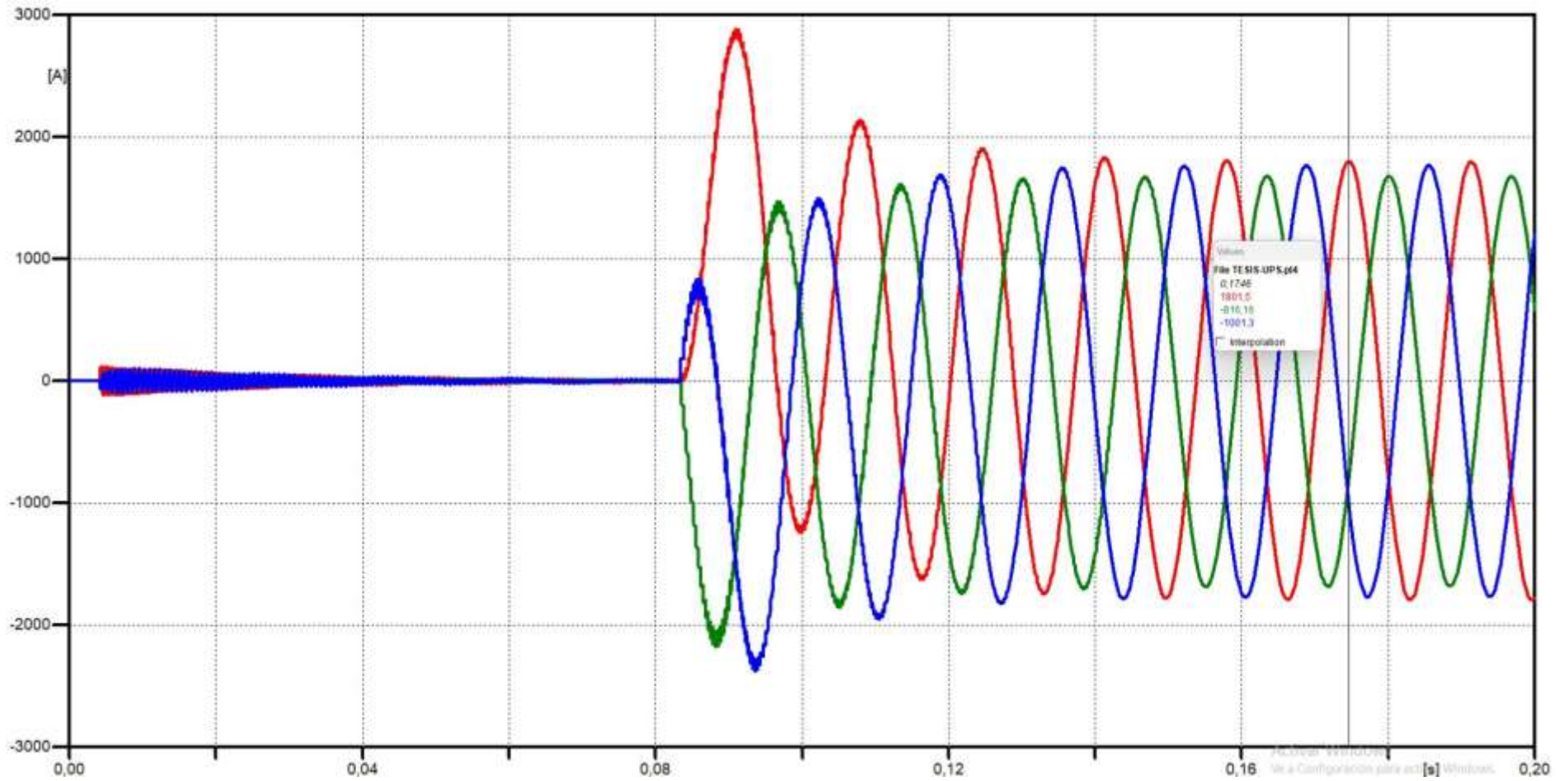


Figura 35. Comparación de ATP-Draw
Fuente: Autores

5.14. Comparación de tendencias de corriente

El análisis comparativo de las tendencias de corriente obtenidas mediante el modelo desarrollado en Python y las simulaciones realizadas en ATP-Draw muestra una evolución temporal coherente para todos los tipos de falla evaluados. En ambos casos, las corrientes presentan patrones consistentes en cuanto a crecimiento inicial, régimen permanente y comportamiento sinusoidal a frecuencia industrial, lo que indica que los modelos representan de manera equivalente la respuesta dinámica del sistema ante condiciones de falla.

Las diferencias observadas se limitan principalmente a la magnitud de las corrientes, manteniendo una tendencia similar entre ambos enfoques a lo largo del tiempo. Estas variaciones responden a las distintas metodologías de modelado empleadas, sin alterar la forma general ni la progresión de las señales. En consecuencia, puede afirmarse que el modelo desarrollado en Python reproduce adecuadamente las tendencias de corriente obtenidas con ATP-Draw, lo que respalda su validez para el análisis comparativo y la evaluación del comportamiento eléctrico de la línea de subtransmisión.

5.15. Evaluación de coherencia técnica entre ambos modelos

La comparación integral de los resultados obtenidos mediante el modelo desarrollado en Python y las simulaciones realizadas en ATP-Draw evidencia una coherencia técnica consistente entre ambos enfoques, a pesar de las diferencias en sus metodologías de modelado. Mientras ATP-Draw emplea una representación distribuida de la línea, el modelo en Python utiliza una aproximación equivalente concentrada; no obstante, ambos describen de manera adecuada el comportamiento eléctrico del sistema a frecuencia industrial, reproduciendo tendencias, magnitudes y relaciones entre variables de forma comparable.

Las discrepancias observadas se concentran en parámetros sensibles al tratamiento del retorno por tierra, sin afectar de manera significativa la respuesta global del sistema ni las conclusiones derivadas del análisis de fallas. En este contexto, puede afirmarse que el modelo desarrollado en Python es técnicamente coherente y físicamente equivalente al implementado en ATP-Draw, lo que, valida su aplicación en estudios de cortocircuito, análisis de fallas y evaluación del desempeño eléctrico de líneas de subtransmisión.

5.16. Análisis de divergencias o inconsistencias

El análisis comparativo entre los resultados obtenidos mediante el modelo desarrollado en Python y las simulaciones realizadas en ATP-Draw permite identificar divergencias puntuales, principalmente asociadas a parámetros y magnitudes influenciadas por el tratamiento del retorno por tierra. Estas diferencias se manifiestan, sobre todo, en la amplitud de algunas corrientes de falla y en parámetros de secuencia cero, los cuales son altamente sensibles a las hipótesis de modelado y a las formulaciones electromagnéticas empleadas por cada herramienta.

No obstante, dichas divergencias no representan inconsistencias físicas del sistema ni afectan la interpretación global de los resultados. Las tendencias temporales, la forma de las ondas y la relación entre los distintos tipos de falla se mantienen coherentes en ambos modelos, por lo que las discrepancias observadas se consideran aceptables dentro del alcance del estudio y no limitan la validez del modelo desarrollado en Python para su aplicación en análisis eléctricos y simulación de fallas en líneas de subtransmisión.

6. CAPITULO VI: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. CONCLUSIÓN

- Este estudio emplea un método de cálculo analítico basado en programación Python y lo verifica mediante simulación ATP-Draw para realizar un estudio detallado de la corriente de cortocircuito de una línea aérea de subtransmisión de 69 kV. Los resultados de la investigación cumplieron con los objetivos generales del proyecto y caracterizaron con precisión las características eléctricas de la línea bajo diferentes tipos de falla.
- Los parámetros eléctricos básicos (resistencia, inductancia y capacitancia) se calcularon mediante el método matricial, la integral de Carson y el método de reducción de Kron, lo que permitió una caracterización sistemática de los efectos del acoplamiento electromagnético entre conductores y la corriente de retorno a tierra. En particular, los valores calculados de impedancia de secuencia cero, secuencia positiva y secuencia negativa reflejan con precisión el estado físico del sistema y presentan características de alta impedancia en la secuencia cero debido a la influencia del suelo y del hilo de guarda.
- La implementación de este modelo con Python facilita una comprensión integral del proceso computacional, desde la definición geométrica de la línea hasta la determinación final de la corriente de falla. Este enfoque permite un análisis transparente de cada etapa del proceso, profundizando en la comprensión de los fundamentos teóricos del análisis de cortocircuitos y evitando la dependencia total de herramientas cerradas o de "caja negra".
- Los valores de corriente de cortocircuito RMS calculados para diferentes escenarios de falla (monofásica, bifásica, bifásica a tierra y trifásica) son consistentes con la teoría de componentes simétricos. Los resultados de la verificación muestran que las fallas trifásicas generan la mayor corriente, mientras que las fallas a tierra dependen en gran medida de la impedancia de secuencia cero, lo que confirma la importancia de modelar correctamente los bucles de tierra en las líneas aéreas de subtransmisión.
- Una comparación de los resultados de cálculo obtenidos mediante Python y simulaciones ATP-Draw demuestra un alto grado de consistencia técnica entre ambos

modelos. Los errores relativos observados son pequeños y se encuentran dentro de límites aceptables para la investigación en ingeniería eléctrica, lo que valida el modelo computacional desarrollado. Además, la similitud en las formas de onda y los valores de la raíz cuadrada media confirma que las herramientas de código abierto pueden proporcionar resultados fiables en comparación con el software dedicado.

- En conclusión, este trabajo demuestra que el uso de Python como herramienta de análisis, combinado con métodos analíticos consolidados, es una alternativa viable, precisa y fácil de usar para el estudio de corrientes de cortocircuito en líneas aéreas de subtransmisión. Además de sus contribuciones técnicas, este proyecto también contribuye a la comunidad académica al facilitar el desarrollo de modelos propietarios, y el pensamiento crítico y una comprensión profunda de los sistemas eléctricos de potencia

6.2. RECOMENDACIONES

- Se recomienda ampliar el alcance del modelo desarrollado para incluir el análisis de fenómenos electromagnéticos transitorios (como sobretensiones transitorias o descargas de rayos) con el fin de evaluar las características dinámicas de las líneas bajo perturbaciones de corta duración.
- Es aconsejable aplicar el método propuesto a líneas aéreas con diferentes geometrías, longitudes y niveles de tensión para verificar la versatilidad y adaptabilidad del modelo a diferentes escenarios reales de sistemas eléctricos.
- Se sugiere combinar los resultados con estudios de coordinación y ajuste de protecciones (incluyendo relés de sobrecorriente e interruptores automáticos) para que el análisis de corriente de cortocircuito pueda utilizarse directamente como base para el diseño y la verificación de esquemas de protección.
- Resulta recomendable optimizar el código Python utilizando bibliotecas numéricas avanzadas o técnicas de programación más eficientes para reducir el tiempo de cálculo y facilitar su aplicación a sistemas más complejos, como redes interconectadas o análisis a nivel de subestación.
- Finalmente, se recomienda promover el uso de herramientas de software de código abierto en la formación académica y animar a los estudiantes a desarrollar sus propios

modelos analíticos. Este enfoque ayuda a profundizar en la comprensión de los fundamentos teóricos, fomenta la autonomía técnica y contribuye al desarrollo de competencias profesionales en el campo de la ingeniería eléctrica.

7. CAPITULO VII: BIBLIOGRAFÍA Y ANEXOS

7.1. BIBLIOGRAFÍA

- [1] “IEEE Red Book: Electric Power Distribution for Industrial Plants,” IEEE, 1993.
- [2] E. Acha, C. Fuerte-Esquivel, H. Ambriz-Pérez, and I. Herrera, *FACTS: Modelling and Simulation in Power Networks*. Wiley, 2004.
- [3] Julio Sánchez-Curto, “The Basics of Transmission Line Theory in Four Arrows,” *Revista IEEE Microwave*, pp. 85–88, Nov. 2022, Accessed: Jan. 13, 2026. [Online]. Available: <https://ieeexplore-ieee-org.ecups.idm.oclc.org/document/9966413>
- [4] Travis E. Oliphant, “Python_for_Scientific_Computing,” *IEEE*, vol. 9, p. 10, Jun. 2008.
- [5] P. Virtanen *et al.*, “SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python,” *Nat. Methods*, vol. 17, no. 3, pp. 261–272, 2020, doi: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [6] S. R. Bergman, “A Direct-Current Generator for Constant Potential at Variable Speed,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. XXXVII, no. 2, pp. 1405–1415, 1918, doi: 10.1109/T-AIEE.1918.4765576.
- [7] J. R. Carson, “Wave propagation in overhead wires with ground return,” *Bell System Technical Journal*, vol. 5, no. 4, pp. 539–554, 1926.
- [8] J. Grainger and W. Stevenson, *Power System Analysis*. McGraw-Hill, 1994.
- [9] Victoria Kimbrough and Marjorie Vai, *English on call : level one*. McGraw-Hill, 1991.
- [10] A. Bergen and V. Vittal, *Power Systems Analysis*. Prentice Hall, 2000.
- [11] P. Kundur, N. J. Balu, and M. G. Lauby, *Power system stability and control*. McGraw-Hill, 1994.
- [12] P. Anderson, *Analysis of Faulted Power Systems*. Wiley-IEEE Press, 1995.
- [13] A. Marreros Grillo, “Estudio de los fenomenos transitorios electromagneticos en sistemas electricos de potencia y su influencia en los sistemas de proteccion,” *Universidad de Piura*, 2021.
- [14] J. J. Grainger and W. D. Stevenson, *Power system analysis*. McGraw-Hill, 1994.
- [15] W. H. Kersting, *Distribution System Modeling and Analysis*. 2012.
- [16] W. D. Stevenson, *Elements of Power System Analysis*, 4th edition. New York: McGraw-Hill, 1982.
- [17] F. Milano, *Power System Modelling and Scripting*. Springer, 2010.
- [18] J. R. Carson, “Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return,” *Bell System Technical Journal*, vol. 5, no. 4, pp. 539–554, Oct. 1926, doi: 10.1002/j.1538-7305.1926.tb00122.x.

- [19] W. A. Hopkins, “Elements of power system analysis: by W. D. Stevenson, Jr. 370 pages, diagrams, 16 × cm. New York, McGraw-Hill Book Co., Inc., 1955. Price, \$7.50,” *J. Franklin Inst.*, vol. 259, no. 6, p. 551, Jun. 1955, doi: 10.1016/0016-0032(55)90112-5.
- [20] W. D. Stevenson, *Elements of Power System Analysis*, 4th edition. New York: McGraw-Hill, 1982.
- [21] J. J. Grainger and W. D. Stevenson, *Power system analysis*. McGraw-Hill, 1994.
- [22] R. Kerchner and G. Corcoran, *Alternating-Current Circuits*. Wiley, 1951.
- [23] I. E. C, “Part 1: Factors for the calculation of short-circuit currents according to IEC 60909-0,” in *Short-circuit currents in three-phase a.c. systems.*, vol. 3, 2002.
- [24] J. Glover, M. Sarma, and T. Overbye, *Power System Analysis and Design*. Cengage Learning, 2016.
- [25] I. HPG3E, “Estudio de cortocircuito con ATPDraw”.
- [26] Sam Gross and Łukasz Langa, “PEP 703 – Hacer que el bloqueo del intérprete global sea opcional en CPython,” *peps.python.org/pep-0703/*, vol. 175, p. 108035, Jan. 2023, doi: 10.1016/J.FUTURE.2025.108035.
- [27] I. E. C, “IEC 60909-0: Short-circuit currents in three-phase a.c. systems - Part 0,” *IEC*, no. 2, 2014.
- [28] H. W. Dommel, “EMTP Theory Book,” Portland, 1986.
- [29] C. Piñeiro and J. C. Pichel, “OMP4Py: A pure Python implementation of openMP,” *Future Generation Computer Systems*, vol. 175, p. 108035, Feb. 2026, doi: 10.1016/J.FUTURE.2025.108035.
- [30] C. EMTP, *ATP-Draw User Manual*. CanAm EMTP, 2020.
- [31] S. R. Bergman, “A Direct-Current Generator for Constant Potential at Variable Speed,” *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. XXXVII, no. 2, pp. 1405–1415, 1918, doi: 10.1109/T-AIEE.1918.4765576.
- [32] D. P. Bernardon and F. D. Veiga, “Use of the ATP Draw Software for Studies of Parallelism in Distribution Networks Served by Different-Source Substations,” Apr. 2007.
- [33] Herman W. Dommel, “ATP DRAW / EMPT,” *ATP DRAW*, 1960, Accessed: Jan. 08, 2026. [Online]. Available: <https://www.atpdraw.net/>
- [34] J. R. Carson, “Wave propagation in overhead wires with ground return,” *Bell System Technical Journal*, vol. 5, no. 4, pp. 539–554, 1926.
- [35] P. Virtanen *et al.*, “SciPy 1.0: fundamental algorithms for scientific computing in Python,” *Nat. Methods*, vol. 17, no. 3, pp. 261–272, Mar. 2020, doi: 10.1038/s41592-019-0686-2.
- [36] H. Dommel, *Electromagnetic Transients Program Reference Manual*. BPA, 1986.

7.2. ANEXOS

7.2.1 CÓDIGO PYTHON

```

#
=====
====
# TESIS DE INGENIERÍA ELÉCTRICA
#
# Título:
# ESTUDIO DE LAS CORRIENTES DE CORTOCIRCUITO EN UNA LÍNEA AÉREA DE 69
kV
# MEDIANTE CÓDIGO PYTHON Y SIMULACIÓN EN ATP DRAW (ATP-EMTP)
#
# Autores:
# Jordy Castro - Alejandra Santos
#
# Universidad:
# Universidad Politécnica Salesiana
#
# Carrera:
# Ingeniería Eléctrica
#
# Año:
# 2026
#
# -----
-----
# CONFIGURACIÓN DEL ESTUDIO
# -----
-----
# Sistema:
# - Línea aérea trifásica 69 kV
# - Longitud L = 50 km
# - Frecuencia f = 60 Hz
#
# Conductores:
# - 3 fases (L1, L2, L3) + 1 cable de guarda (Hg)
# - Coordenadas (x,y) en metros (m)
# - Parámetros eléctricos: Rac ( $\Omega/m$ ), rmg (m)
#
# Suelo (retorno por tierra):
# - Resistividad  $\rho = 50 \Omega \cdot m$ 
# - Corrección por retorno de tierra mediante INTEGRALES DE CARSON
(I_ij)
# evaluadas numéricamente con el método de Simpson
#
# Métodos de cálculo implementados:
# - Matrices geométricas D (distancias reales) y H (distancias imagen)
# - Impedancia de aire  $Z_{AIR}$  ( $\Omega/m$ ) por método de imágenes
# - Impedancia de suelo  $Z_{SOIL}$  ( $\Omega/m$ ) a partir de integrales de Carson
# - Impedancia total primitiva  $Z_{TOTAL}$  ( $\Omega/m$ ) = Rac +  $Z_{AIR}$  +  $Z_{SOIL}$ 
# - Reducción de Kron (eliminación de Hg)  $\rightarrow$  matriz equivalente  $Z_{eq}$ 
(3x3)
# - Transformación a componentes simétricas  $\rightarrow Z_0, Z_1, Z_2$  (por metro y a
50 km)

```

```

#
# Capacitancia (modelo electrostático):
# - Matriz de coeficientes de potencial P (1/F) por método de imágenes
# - Reducción de Kron sobre P (eliminación de Hg) → Peq
# - Matriz de capacitancia Cabc = inv(Peq) (F/m) y transformación
modal
# - Admitancia Y = jωC (a 50 km) y potencia reactiva Q0 y Q+ (MVar)
#
# Cortocircuitos y validación:
# - Corrientes RMS por fase para fallas: LG, LL, LLG, LLL, LLLG
#   usando Z0, Z1, Z2 a 50 km (componentes simétricas)
# - Comparación ATP vs Python (error porcentual y criterio +5%)
# - Gráficas de corriente simétrica y asimétrica "estilo ATP" (Plotly)
#
# Unidades internas del script:
# - Impedancias serie: Ω/m (conversiones a Ω/km y Ω a 50 km)
# - Capacitancias:      F/m (conversiones a nF/km y F a 50 km)
# - Admitancias:       S (a 50 km)
# - Corrientes:       A RMS (y formas de onda en kA para gráficas)
#
# Librerías utilizadas:
# - numpy: cálculo numérico y manejo matricial
# - pandas: impresión matricial completa en consola
# - plotly: gráficas de formas de onda estilo ATP
#
# -----
# ORGANIZACIÓN DEL CÓDIGO (MODELOS)
# -----
#
# El script se organiza en bloques MODELO para trazabilidad académica:
# - MODELOS 1-10: Impedancias serie (ZAIR, Carson, ZSOIL, ZTOTAL,
Kron, secuencias)
# - MODELOS 11-16: Capacitancia (P, Kron, Cabc, modales, Y y Q)
# - MODELOS 17-19: Cortocircuitos RMS, validación ATP vs Python y
gráficas estilo ATP
#
# Nota:
# Los valores ATP usados en la validación corresponden al caso de
estudio
# configurado con la misma geometría, parámetros y longitud de línea.
#
=====
====

#
=====
====

import numpy as np
import math
import pandas as pd

#
=====
====

# BLOQUE ÚNICO — CONFIGURACIÓN GLOBAL (IMPRESIÓN COMPLETA EN CONSOLA)

```

```

#
=====
====
np.set_printoptions(precision=8, suppress=True)

pd.set_option("display.precision", 10)
pd.set_option("display.width", 2000)
pd.set_option("display.max_rows", None)
pd.set_option("display.max_columns", None)
pd.set_option("display.max_colwidth", None)
pd.set_option("display.expand_frame_repr", False)

def show_matrix(title, M, idx, cols):
    print("\n" + "=" * len(title))
    print(title)
    print("=" * len(title))
    print(pd.DataFrame(M, index=idx, columns=cols))

# Constantes físicas base (una sola vez)
mu0 = 4 * math.pi * 1e-7
eps0 = 8.854187817e-12

#
=====
====
# MODELO 1 - DEFINICIÓN DE PARÁMETROS BASE DEL SISTEMA
#
=====
====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 1 - DEFINICIÓN DE PARÁMETROS BASE DEL SISTEMA")
print("=====
=====")

f = 60.0
w = 2 * math.pi * f
rho = 50.0

labels4 = ["L1", "L2", "L3", "Hg"]
labels3 = ["L1", "L2", "L3"]
n4 = len(labels4)

print(f"Frecuencia f = {f} Hz")
print(f"Velocidad angular  $\omega$  = {w:.6f} rad/s")
print(f"Permeabilidad  $\mu_0$  = {mu0:.12e} H/m")
print(f"Resistividad del suelo  $\rho$  = {rho}  $\Omega \cdot m$ ")
print(f"Etiquetas (sistema 4 conductores) = {labels4}")

#
=====
====
# MODELO 2 - DEFINICIÓN DE GEOMETRÍA Y DATOS DE CONDUCTORES
#
=====

```

```

=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 2 - DEFINICIÓN DE GEOMETRÍA Y DATOS DE CONDUCTORES")
print("=====
=====")

coords = {
    "L1": (-1.85, 22.50),
    "L2": ( 1.85, 21.00),
    "L3": (-1.85, 19.50),
    "Hg": ( 0.00, 23.90)
}

# RMG (m) para impedancias (R y X)
rmg = {
    "L1": 0.000885,
    "L2": 0.000885,
    "L3": 0.000885,
    "Hg": 0.00310
}

# Resistencia AC ( $\Omega/m$ )
Rac = {
    "L1": 0.113 / 1000,
    "L2": 0.113 / 1000,
    "L3": 0.113 / 1000,
    "Hg": 3.0 / 1000
}

xs = np.array([coords[k][0] for k in labels4], dtype=float)
ys = np.array([coords[k][1] for k in labels4], dtype=float)

print("\nCoordenadas (x , y) en metros:")
for k in labels4:
    print(f"{k}: x = {coords[k][0]:8.3f} m , y = {coords[k][1]:8.3f} m")

print("\nRMG (m) (para impedancia):")
for k in labels4:
    print(f"{k}: {rmg[k]:.6f} m")

print("\nResistencias - RAC ( $\Omega/m$ ):")
for k in labels4:
    print(f"{k}: {Rac[k]:.12f}  $\Omega/m$ ")

#
=====
=====
# MODELO 3 - MATRICES GEOMÉTRICAS D Y H (m)
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 3 - MATRICES GEOMÉTRICAS D Y H (m)")
print("=====
=====")

```

```

===")

D = np.zeros((n4, n4), dtype=float)
H = np.zeros((n4, n4), dtype=float)

for i in range(n4):
    for j in range(n4):
        if i == j:
            D[i, i] = rmg[labels4[i]]
            H[i, i] = 2.0 * ys[i]
        else:
            D[i, j] = math.hypot(xs[i] - xs[j], ys[i] - ys[j])
            H[i, j] = math.hypot(xs[i] - xs[j], ys[i] + ys[j])

show_matrix("MODELO 3.1 - MATRIZ D (DISTANCIAS REALES) (m) [4x4]", D,
labels4, labels4)
show_matrix("MODELO 3.2 - MATRIZ H (DISTANCIAS IMAGEN) (m) [4x4]", H,
labels4, labels4)

#
=====
=====
# MODELO 4 - IMPEDANCIA EN AIRE Z_AIRE (Ω/m)
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 4 - IMPEDANCIA EN AIRE Z_AIRE (Ω/m)")
print("=====
=====")

Z_air = np.zeros((n4, n4), dtype=complex)
k_air = 1j * w * mu0 / (2.0 * math.pi)

print(f"k_air = j·ω·μ0/(2π) = {k_air:.12e} (Ω/m)")

for i in range(n4):
    for j in range(n4):
        if i == j:
            Z_air[i, i] = k_air * math.log((2.0 * ys[i]) /
rmg[labels4[i]])
        else:
            Z_air[i, j] = k_air * math.log(H[i, j] / D[i, j])

show_matrix("MODELO 4.1 - MATRIZ Z_AIR (Ω/m) [4x4]", Z_air, labels4,
labels4)

#
=====
=====
# MODELO 5 - INTEGRALES DE CARSON I_ij (SIMPSON)
#
=====
=====

```

```

print("\n=====
=====")
print("MODELO 5 - INTEGRALES DE CARSON I_ij (SIMPSON)")
print("=====
=====")

p = (1.0 + 1j) * math.sqrt(w * mu0 / (2.0 * rho))
print(f"Parámetro de Carson p = (1+j)*sqrt(ω·μ0/(2·ρ)) = {p:.12e}")

def Iij_simpson(hi, hj, Xij, p, kmax, Nk=20001):
    if Nk % 2 == 0:
        Nk += 1
    k = np.linspace(0.0, kmax, Nk)
    k[0] = 1e-12
    h = k[1] - k[0]
    f_int = np.exp(-k * (hi + hj)) * np.cos(k * Xij) / (k + p)
    S = f_int[0] + f_int[-1] + 4.0*np.sum(f_int[1:-1:2]) +
2.0*np.sum(f_int[2:-1:2])
    return (h / 3.0) * S

def kmax_eff(hi, hj):
    return min(400.0, math.log(1e12) / (hi + hj))

I_carson = np.zeros((n4, n4), dtype=complex)

for i in range(n4):
    for j in range(n4):
        I_carson[i, j] = Iij_simpson(
            ys[i], ys[j],
            abs(xs[i] - xs[j]),
            p,
            kmax_eff(ys[i], ys[j])
        )

show_matrix("MODELO 5.1 - MATRIZ I_CARSON (INTEGRALES) [4x4]", I_carson,
labels4, labels4)

#
=====
=====
# MODELO 6 - IMPEDANCIA DE SUELO Z_SUELO - (suelo=soil) (Ω/m)
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 6 - IMPEDANCIA DE SUELO Z_SUELO - (suelo=soil) (Ω/m)")
print("=====
=====")

Z_soil = 1j * (4e-7 * w) * I_carson

show_matrix("MODELO 6.1 - MATRIZ Z_SUELO (Ω/m) [4x4]", Z_soil, labels4,
labels4)

```

```

#
=====
=====
# MODELO 7 - IMPEDANCIA Z_TOTAL ( $\Omega/m$ )
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 7 - IMPEDANCIA Z_TOTAL ( $\Omega/m$ )")
print("=====
=====")

Z_total = np.zeros((n4, n4), dtype=complex)

for i in range(n4):
    for j in range(n4):
        if i == j:
            Z_total[i, i] = Rac[labels4[i]] + Z_air[i, i] + Z_soil[i, i]
        else:
            Z_total[i, j] = Z_air[i, j] + Z_soil[i, j]

show_matrix("MODELO 7.1 - MATRIZ IMPEDANCIA Z_TOTAL ( $\Omega/m$ ) [4x4]",
Z_total, labels4, labels4)

#
=====
=====
# MODELO 8 - REDUCCIÓN DE KRON SOBRE Z_TOTAL
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 8 - REDUCCIÓN DE KRON SOBRE IMPEDANCIA Z_TOTAL")
print("=====
=====")

Zff = Z_total[0:3, 0:3] # 3x3
Zfe = Z_total[0:3, 3:4] # 3x1
Zef = Z_total[3:4, 0:3] # 1x3
Zee = Z_total[3:4, 3:4] # 1x1

show_matrix("MODELO 8.1 - SUBMATRIZ Zff ( $\Omega/m$ ) [3x3]", Zff, labels3,
labels3)
show_matrix("MODELO 8.2 - SUBMATRIZ Zfe ( $\Omega/m$ ) [3x1]", Zfe, labels3,
["Hg"])
show_matrix("MODELO 8.3 - SUBMATRIZ Zef ( $\Omega/m$ ) [1x3]", Zef, ["Hg"],
labels3)
show_matrix("MODELO 8.4 - SUBMATRIZ Zee ( $\Omega/m$ ) [1x1]", Zee, ["Hg"],
["Hg"])

Zee_val = Zee[0, 0]
Zee_inv = 1.0 / Zee_val

print("\n===== MODELO 8.5 - INVERSA EXPLÍCITA DE Zee

```

```

=====")
print(f"Zee      = {Zee_val:.12e}  Ω/m")
print(f"Zee^-1 = {Zee_inv:.12e}  (m/Ω)")
print("=====
=====")

Kz = Zfe * Zee_inv * Zef
show_matrix("MODELO 8.6 - Kz = Zfe · Zee^-1 · Zef (Ω/m) [3x3]", Kz,
labels3, labels3)

Zeq = Zff - Kz
show_matrix("MODELO 8.7 - Zeq = Zff - Kz (Ω/m) [3x3]", Zeq, labels3,
labels3)

#
=====
=====
# MODELO 9 - COMPONENTES SIMÉTRICAS DE IMPEDANCIA
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 9 - COMPONENTES SIMÉTRICAS DE IMPEDANCIA")
print("=====
=====")

a = np.exp(1j * 2.0 * np.pi / 3.0)

T3 = np.array([
    [1, 1, 1],
    [1, a**2, a],
    [1, a, a**2]
], dtype=complex)

T3_inv = (1.0/3.0) * np.array([
    [1, 1, 1],
    [1, a, a**2],
    [1, a**2, a]
], dtype=complex)

show_matrix("MODELO 9.1 - MATRIZ T3 (COMPLEJA) [3x3]", T3, labels3,
labels3)
show_matrix("MODELO 9.2 - MATRIZ T3_inv (COMPLEJA) [3x3]", T3_inv,
labels3, labels3)

Z_modal = T3_inv @ Zeq @ T3
show_matrix("MODELO 9.3 - MATRIZ Z_MODAL = T3_inv · Zeq · T3 (Ω/m)",
Z_modal, ["0", "+", "-"], ["0", "+", "-"])

Z0_m = Z_modal[0, 0]
Zp_m = Z_modal[1, 1]
Zm_m = Z_modal[2, 2]

R0_m, X0_m = np.real(Z0_m), np.imag(Z0_m)
Rp_m, Xp_m = np.real(Zp_m), np.imag(Zp_m)

```

```

Rm_m, Xm_m = np.real(Zm_m), np.imag(Zm_m)

print("\n===== MODELO 9.4 - SECUENCIAS POR METRO
=====")
print(f"Z0/m = {Z0_m:.12e}   -> R0/m={R0_m:.12e} , X0/m={X0_m:.12e}")
print(f"Z+/m = {Zp_m:.12e}   -> R+/m={Rp_m:.12e} , X+/m={Xp_m:.12e}")
print(f"Z-/m = {Zm_m:.12e}   -> R-/m={Rm_m:.12e} , X-/m={Xm_m:.12e}")
print("=====
=====")

#
=====
=====
# MODELO 10 - CONVERSIÓN DE IMPEDANCIAS A Ω/km Y 50 km
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 10 - CONVERSIÓN DE IMPEDANCIAS A Ω/km Y 50 km")
print("=====
=====")

L_km = 50.0
L_m = L_km * 1000.0

print("\n===== MODELO 10.1 - VALORES EN Ω/km
=====")
print(f"R0 = {R0_m*1000.0:.6f} Ω/km   | X0 = {X0_m*1000.0:.6f} Ω/km")
print(f"R+ = {Rp_m*1000.0:.6f} Ω/km   | X+ = {Xp_m*1000.0:.6f} Ω/km")
print(f"R- = {Rm_m*1000.0:.6f} Ω/km   | X- = {Xm_m*1000.0:.6f} Ω/km")
print("=====
)

R0_50, X0_50 = R0_m*L_m, X0_m*L_m
Rp_50, Xp_50 = Rp_m*L_m, Xp_m*L_m
Rm_50, Xm_50 = Rm_m*L_m, Xm_m*L_m

print("\n===== MODELO 10.2 - TOTALES A 50 km (Ω)
=====")
print(f"R0 (50 km) = {R0_50:.6f} Ω   | X0 (50 km) = {X0_50:.6f} Ω")
print(f"R+ (50 km) = {Rp_50:.6f} Ω   | X+ (50 km) = {Xp_50:.6f} Ω")
print(f"R- (50 km) = {Rm_50:.6f} Ω   | X- (50 km) = {Xm_50:.6f} Ω")
print("=====
=====")

Z0_50 = Z0_m * L_m
Zp_50 = Zp_m * L_m
Zm_50 = Zm_m * L_m

print("\n===== MODELO 10.3 - Z COMPLEJO A 50 km (Ω)
=====")
print(f"Z0 (50 km) = {Z0_50:.6f} Ω")
print(f"Z+ (50 km) = {Zp_50:.6f} Ω")
print(f"Z- (50 km) = {Zm_50:.6f} Ω")
print("=====
=====

```

```

=====")

#
=====
=====
# MODELO 11 - PARÁMETROS BASE PARA CAPACITANCIA
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 11 - PARÁMETROS BASE PARA CAPACITANCIA")
print("=====
===")

Kc = 1.0 / (2.0 * np.pi * eps0)

print(f"ε0 = {eps0:.12e} F/m")
print(f"Kc = 1/(2π ε0) = {Kc:.12e} (1/F)")
print(f"ω = {w:.6f} rad/s")
print(f"Longitud = {L_km} km = {L_m:.0f} m")

#
=====
=====
# MODELO 12 - GEOMETRÍA PARA CAPACITANCIA: MATRICES D Y H (m)
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 12 - GEOMETRÍA PARA CAPACITANCIA: MATRICES D Y H (m)")
print("=====
===")

# Radio usado en Pii (tu bloque de capacitancia)
rmg_cm = {"L1": 0.0885, "L2": 0.0885, "L3": 0.0885, "Hg": 0.31}
r_cap = {k: v/100.0 for k, v in rmg_cm.items()} # m

print("\nRadio usado para capacitancia (m):")
for k in labels4:
    print(f"{k}: r = {r_cap[k]:.6f} m")

D_cap = np.zeros((n4, n4), dtype=float)
H_cap = np.zeros((n4, n4), dtype=float)

i: int
for i in range(n4):
    for j in range(n4):
        if i == j:
            D_cap[i, i] = r_cap[labels4[i]]
            H_cap[i, i] = 2.0 * ys[i]
        else:
            D_cap[i, j] = np.sqrt((xs[i]-xs[j])**2 + (ys[i]-ys[j])**2)
            H_cap[i, j] = np.sqrt((xs[i]-xs[j])**2 + (ys[i]+ys[j])**2)

```

```

show_matrix("MODELO 12.1 - MATRIZ D_CAP (m) [4x4]", D_cap, labels4,
labels4)
show_matrix("MODELO 12.2 - MATRIZ H_CAP (m) [4x4]", H_cap, labels4,
labels4)

#
=====
====
# MODELO 13 - MATRIZ DE POTENCIAL PRIMITIVA P (1/F)
#
=====
====
print("\n=====
====")
print("MODELO 13 - MATRIZ DE POTENCIAL PRIMITIVA P (1/F)")
print("=====
====")

P = np.zeros((n4, n4), dtype=float)

for i in range(n4):
    for j in range(n4):
        if i == j:
            P[i, i] = Kc * np.log(H_cap[i, i] / D_cap[i, i])
        else:
            P[i, j] = Kc * np.log(H_cap[i, j] / D_cap[i, j])

show_matrix("MODELO 13.1 - MATRIZ P (1/F) [4x4]", P, labels4, labels4)

#
=====
====
# MODELO 14 - REDUCCIÓN DE KRON SOBRE P Y MATRIZ C_abc (F/m)
#
=====
====
print("\n=====
====")
print("MODELO 14 - REDUCCIÓN DE KRON SOBRE P Y MATRIZ C_abc (F/m)")
print("=====
====")

Pff = P[0:3, 0:3]
Pfe = P[0:3, 3:4]
Pef = P[3:4, 0:3]
Pee = P[3:4, 3:4]

show_matrix("MODELO 14.1 - SUBMATRIZ Pff (1/F) [3x3]", Pff, labels3,
labels3)
show_matrix("MODELO 14.2 - SUBMATRIZ Pfe (1/F) [3x1]", Pfe, labels3,
["Hg"])
show_matrix("MODELO 14.3 - SUBMATRIZ Pef (1/F) [1x3]", Pef, ["Hg"],
labels3)
show_matrix("MODELO 14.4 - SUBMATRIZ Pee (1/F) [1x1]", Pee, ["Hg"],

```

```

["Hg"])

Pee_val = Pee[0, 0]
Pee_inv = 1.0 / Pee_val

print("\n===== MODELO 14.5 - INVERSA EXPLÍCITA DE Pee
=====")
print(f"Pee      = {Pee_val:.12e}   (1/F)")
print(f"Pee^-1 = {Pee_inv:.12e}   (F)")
print("=====
=====")

Kp  = Pfe * Pee_inv * Pef
Peq = Pff - Kp

show_matrix("MODELO 14.6 - Kp = Pfe · Pee^-1 · Pef (1/F) [3x3]", Kp,
labels3, labels3)
show_matrix("MODELO 14.7 - Peq = Pff - Kp (1/F) [3x3]", Peq, labels3,
labels3)

C_abc = np.linalg.inv(Peq)

show_matrix("MODELO 14.8 - MATRIZ C_abc (F/m) [3x3]", C_abc, labels3,
labels3)
show_matrix("MODELO 14.9 - MATRIZ C_abc (nF/km) [3x3]", C_abc * 1e9 *
1000.0, labels3, labels3)

#
=====
=====
# MODELO 15 - COMPONENTES SIMÉTRICAS DE CAPACITANCIA
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 15 - COMPONENTES SIMÉTRICAS DE CAPACITANCIA")
print("=====
=====")

C_modal = T3_inv @ C_abc @ T3
show_matrix("MODELO 15.1 - MATRIZ C_MODAL = T3_inv · C_abc · T3 (F/m)",
C_modal, ["0", "+", "-"], ["0", "+", "-"])

C0_m = np.real(C_modal[0, 0])
Cp_m = np.real(C_modal[1, 1])
Cm_m = np.real(C_modal[2, 2])

print("\n===== MODELO 15.2 - CAPACITANCIAS MODALES POR METRO
=====")
print(f"C0/m = {C0_m:.12e} F/m")
print(f"C+/m = {Cp_m:.12e} F/m")
print(f"C-/m = {Cm_m:.12e} F/m")
print("=====
=====")

```

```

#
=====
=====
# MODELO 16 - CAPACITANCIA TOTAL A 50 km Y POTENCIA REACTIVA (MVar)
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 16 - CAPACITANCIA TOTAL A 50 km Y POTENCIA REACTIVA
(MVar)")
print("=====
=====")

C0_50 = C0_m * L_m
Cp_50 = Cp_m * L_m
Cm_50 = Cm_m * L_m

print("\n===== MODELO 16.1 - CAPACITANCIAS TOTALES A 50 km (F)
=====")
print(f"C0 (50 km) = {C0_50:.12e} F")
print(f"C+(50 km) = {Cp_50:.12e} F")
print(f"C-(50 km) = {Cm_50:.12e} F")
print("=====
=====")

Y0_50 = 1j * w * C0_50
Yp_50 = 1j * w * Cp_50
Ym_50 = 1j * w * Cm_50

V_11 = 69000.0

Q0_MVar = (V_11**2) * np.imag(Y0_50) / 1e6
Qp_MVar = (V_11**2) * np.imag(Yp_50) / 1e6

print("\n===== MODELO 16.2 - POTENCIA REACTIVA (MVar)
=====")
print(f"Q0 = {Q0_MVar:.6f} MVar")
print(f"Q+ = {Qp_MVar:.6f} MVar")
print("=====
=====")

#
=====
=====
# MODELO 17 - CORTOCIRCUITOS RMS + VALIDACIÓN ATP vs PYTHON (±5%) +
GRÁFICAS ESTILO ATP
#
=====
=====
print("\n=====
=====")

```

```

=====
print("MODELO 17 - CORTOCIRCUITOS RMS + VALIDACIÓN ATP vs PYTHON (±5%) +
GRÁFICAS ESTILO ATP")
print("=====\n")

# ----- BASE DE TENSIÓN -----
V_ll = 69000.0
V_f = V_ll / np.sqrt(3.0)

# ----- IMPEDANCIAS DE SECUENCIA (50 km) -----
---
# (Del MODELO 10 de tu código organizado)
Z0 = Z0_50
Z1 = Zp_50
Z2 = Zm_50

# ----- MATRIZ DE TRANSFORMACIÓN 012 -> abc -----
-----
a = np.exp(1j * 2.0*np.pi/3.0)
A = np.array([[1, 1, 1],
              [1, a**2, a],
              [1, a, a**2]]], dtype=complex)

def mag(x):
    return float(np.abs(x))

print("===== CORRIENTES RMS POR FASE (50 km) =====\n")
print(f"V_ll = {V_ll:.1f} V | V_f = {V_f:.3f} V")
print(f"Z0 = {Z0:.6f} Ω")
print(f"Z1 = {Z1:.6f} Ω")
print(f"Z2 = {Z2:.6f} Ω")

# 1) LG en fase A (A-G)
I1 = V_f / (Z0 + Z1 + Z2)
I2 = I1
I0 = I1
Iabc = A @ np.array([I0, I1, I2], dtype=complex)
IA_LG, IB_LG, IC_LG = map(mag, Iabc)

print("\n1) LG (A-G):")
print(f"IA={IA_LG:.1f} A | IB={IB_LG:.1f} A | IC={IC_LG:.1f} A")

# 2) LL entre B-C
I1 = V_f / (Z1 + Z2)
I2 = -I1
I0 = 0.0
Iabc = A @ np.array([I0, I1, I2], dtype=complex)
IA_LL, IB_LL, IC_LL = map(mag, Iabc)

print("\n2) LL (B-C):")
print(f"IA={IA_LL:.1f} A (≈0) | IB={IB_LL:.1f} A | IC={IC_LL:.1f} A")

# 3) LLG entre B-C-G
Zpar = (Z2 * Z0) / (Z2 + Z0)
I1 = V_f / (Z1 + Zpar)
I2 = -(Z0/(Z0+Z2))*I1

```

```

I0 = -(Z2/(Z0+Z2))*I1
Iabc = A @ np.array([I0, I1, I2], dtype=complex)
IA_LLG, IB_LLG, IC_LLG = map(mag, Iabc)

print("\n3) LLG (B-C-G):")
print(f"IA={IA_LLG:.1f} A (≈0) | IB={IB_LLG:.1f} A | IC={IC_LLG:.1f} A")

# 4) LLL (ABC)
I1 = V_f / Z1
I2 = 0.0
I0 = 0.0
Iabc = A @ np.array([I0, I1, I2], dtype=complex)
IA_LLL, IB_LLL, IC_LLL = map(mag, Iabc)

print("\n4) LLL (ABC):")
print(f"IA={IA_LLL:.1f} A | IB={IB_LLL:.1f} A | IC={IC_LLL:.1f} A")

# 5) LLLG ~ LLL
print("\n5) LLLG (ABC-G):")
print(f"IA={IA_LLL:.1f} A | IB={IB_LLL:.1f} A | IC={IC_LLL:.1f} A")

#
=====
=====
# MODELO 18 - RESUMEN COMPARATIVO ATP vs PYTHON (±5%)
#
=====
=====
print("\n=====
=====")
print("MODELO 18 - RESUMEN COMPARATIVO ATP vs PYTHON (±5%)")
print("=====
=====\n")

# ----- ATP (REFERENCIA) -----
ATP_comp = {"R0 (Ω)": 20.03,
            "X0 (Ω)": 87.93,
            "R+ (Ω)": 5.733,
            "X+ (Ω)": 31.72,
            "Q0 (MVAr)": 0.3718,
            "Q+ (MVAr)": 0.6143}

ATP_I = {"I_LG (A RMS)": 772.0,
         "I_LL (A RMS)": 1048.0,
         "I_LLG (A RMS)": 1097.0,
         "I_LLL (A RMS)": 1277.0,
         "I_LLLG (A RMS)": 1273.0
}

# ----- PYTHON (TU CÓDIGO) -----
# NOTA: Estos nombres salen de tu MODELO 10 y MODELO 16
PY_comp = {"R0 (Ω)": R0_50,
           "X0 (Ω)": X0_50,
           "R+ (Ω)": Rp_50,
           "X+ (Ω)": Xp_50,
           "Q0 (MVAr)": Q0_MVAr,

```

```

    "Q+ (MVar)": Qp_MVar}

PY_I = {"I_LG (A RMS)": IA_LG,
        "I_LL (A RMS)": max(IB_LL, IC_LL),
        "I_LLG (A RMS)": max(IB_LLG, IC_LLG),
        "I_LLL (A RMS)": max(IA_LLL, IB_LLL, IC_LLL),
        "I_LLLG (A RMS)": max(IA_LLL, IB_LLL, IC_LLL)}

def err_pct(calc, ref):
    return 100.0 * (calc - ref) / ref

def status(e):
    return "OK" if abs(e) <= 5.0 else "FUERA"

rows = []
for k in ATP_comp:
    ref = float(ATP_comp[k])
    calc = float(PY_comp[k])
    e = err_pct(calc, ref)
    rows.append([k, ref, calc, e, status(e)])

for k in ATP_I:
    ref = float(ATP_I[k])
    calc = float(PY_I[k])
    e = err_pct(calc, ref)
    rows.append([k, ref, calc, e, status(e)])

df = pd.DataFrame(rows, columns=["Magnitud", "ATP", "Python", "Error %",
                                "Estado"])
df["Error %"] = df["Error %"].map(lambda x: f"{x:.2f}")

print("===== RESUMEN COMPARATIVO ATP vs PYTHON =====")
print(df.to_string(index=False))
print("=====\n")

#
=====
# MODELO 19 - GRÁFICAS DEL CODIGO PYTHON - ESTILO ATP (SIMÉTRICA + ASIMÉTRICA)
#
=====
print("\n=====\n")
print("MODELO 19 - GRÁFICAS DEL CODIGO PYTHON - ESTILO ATP (SIMÉTRICA + ASIMÉTRICA)")
print("=====\n")

import plotly.graph_objects as go

t_on = 0.08333
dt = 50e-6

```

```

pre_factor = 0.02

COL = {"R": "red", "S": "green", "T": "blue"}
shift = {"R": 0.0, "S": -2*np.pi/3, "T": 2*np.pi/3}
TXT_POS = {"R": "top left", "S": "bottom left", "T": "top right"}

phi0 = -w * t_on
tau = 0.03

cycles_before = 0.5
cycles_after = 8.0

use_alpha_mark = True
alpha = 0.02

mark_cycles_after = 2.0
t_extra = 0.008

T = 1.0 / f
t0 = max(0.0, t_on - cycles_before * T)

if use_alpha_mark:
    t_mark = t_on - tau * np.log(alpha)
    mark_label = f"DC<{alpha*100:.1f}%"
else:
    t_mark = t_on + mark_cycles_after * T
    mark_label = f"{mark_cycles_after:.1f} ciclos"

t1 = max(t_mark + t_extra, t_on + cycles_after * T)

t = np.arange(t0, t1 + dt, dt)
t_ms = 1000.0 * t

def idx_nearest(time_s):
    return int(np.argmin(np.abs(t - time_s)))

k_mark = idx_nearest(t_mark)

def build_waves(I_rms_A, ph):
    i_sim = np.zeros_like(t, dtype=float)
    i_as = np.zeros_like(t, dtype=float)

    if I_rms_A is None or abs(I_rms_A) < 1e-12:
        return i_sim, i_as

    I_rms_A = float(abs(I_rms_A))
    Ipk = np.sqrt(2.0) * I_rms_A

    pre = t < t_on
    post = ~pre

    i_sim[pre] = pre_factor * Ipk * np.sin(w*t[pre] + phi0 + shift[ph])
    i_as[pre] = i_sim[pre]

    ang = w*t[post] + phi0 + shift[ph]
    i_sim[post] = Ipk * np.sin(ang)

```

```

sign_dc = np.sign(np.cos(phi0 + shift[ph]))
if sign_dc == 0:
    sign_dc = 1.0
dc = (Ipk * np.exp(-(t[post] - t_on)/tau)) * sign_dc
i_as[post] = i_sim[post] + dc

return i_sim/1000.0, i_as/1000.0

def specs_box(phases_Irms_A):
    txt = []
    for ph in ["R", "S", "T"]:
        I = phases_Irms_A.get(ph, 0.0)
        if I is None or abs(I) < 1e-9:
            continue
        I = float(abs(I))
        Ip = np.sqrt(2.0)*I
        txt.append(
            f"<span style='color:{COL[ph]};'><b>{ph}</b></span> &nbsp; "
            f"I_RMS = {I:.1f} A &nbsp;&nbsp;&nbsp; "
            f"I_pico_sim = {Ip:.1f} A<br>"
        )
    return "".join(txt)

def plot_fault(title, IR=0.0, IS=0.0, IT=0.0, show_T=True):
    fig = go.Figure()
    data = {"R": IR, "S": IS, "T": IT}

    for ph in ["R", "S", "T"]:
        if ph == "T" and not show_T:
            continue
        I = data.get(ph, 0.0)
        if I is None or abs(I) < 1e-9:
            continue

        i_sim, i_as = build_waves(I, ph)

        fig.add_trace(go.Scatter(
            x=t_ms, y=i_sim, mode="lines",
            name=f"{ph} simétrica",
            line=dict(color=COL[ph], width=2)
        ))

        fig.add_trace(go.Scatter(
            x=t_ms, y=i_as, mode="lines",
            name=f"{ph} asimétrica",
            line=dict(color=COL[ph], width=2, dash="dot")
        ))

        fig.add_trace(go.Scatter(
            x=[t_ms[k_mark]], y=[i_sim[k_mark]],
            mode="markers",
            marker=dict(color=COL[ph], size=9),
            showlegend=False
        ))

        y_txt = i_sim[k_mark] + (0.05 if ph != "S" else -0.05)
        fig.add_trace(go.Scatter(

```

```

        x=[t_ms[k_mark]], y=[y_txt],
        mode="text",
        text=[f"{abs(float(I)):.1f} A"],
        textposition=TXT_POS[ph],
        textfont=dict(size=12, color=COL[ph]),
        showlegend=False
    ))

    fig.add_vline(x=1000.0*t_on, line_width=2, line_dash="dash",
line_color="black")
    fig.add_vline(x=1000.0*t_mark, line_width=2, line_dash="dot",
line_color="gray")

    box = specs_box({"R":IR, "S":IS, "T":IT})
    if box:
        fig.add_annotation(
            x=0.02, y=1.10, xref="paper", yref="paper",
            text=box, align="left",
            showarrow=False, font=dict(size=13),
            bgcolor="rgba(255,255,255,0.0)"
        )

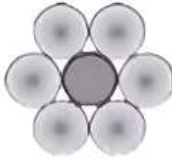
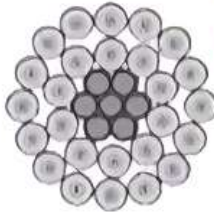
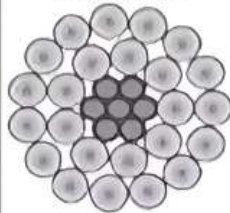
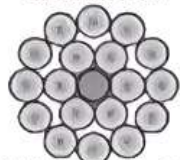

    fig.update_layout(
        title=f"{title} (marcador: {mark_label})",
        xaxis_title="Tiempo [ms]",
        yaxis_title="Corriente [kA]",
        template="plotly_white",
        legend=dict(x=1.02, y=1.0),
        margin=dict(t=120),
        xaxis=dict(range=[1000.0*t0, 1000.0*t1])
    )
    return fig

fig1 = plot_fault("Cortocircuito monofásico a tierra (1Φ-G)", IR=IA_LG,
IS=IB_LG, IT=IC_LG)
fig2 = plot_fault("Cortocircuito fase-fase (2Φ)", IR=IA_LL,
IS=IB_LL, IT=IC_LL)
fig3 = plot_fault("Cortocircuito fase-fase-tierra (2Φ-G)", IR=IA_LLG,
IS=IB_LLG, IT=IC_LLG)
fig4 = plot_fault("Cortocircuito trifásico (3Φ)", IR=IA_LLL,
IS=IB_LLL, IT=IC_LLL)
fig5 = plot_fault("Cortocircuito trifásico a tierra (3Φ-G)", IR=IA_LLL,
IS=IB_LLL, IT=IC_LLL)

fig1.show()
fig2.show()
fig3.show()
fig4.show()
fig5.show()

```

7.2.1 CATALO DE CONDUCTORES ACSR

Cableado Aluminio/Acero	Código	Calibre AWG/ kcmil	Diámetros (mm)					Peso Total Aprox. (kg/km)			Carga de Rotura kg-f	Resistencia Eléctrica (Ohm/ km)		Capacidad de Corriente		
			Hilos Individuales		Núcleo	Total	RMG	Al	Acero	Total		DC a 20°C(1)	AC a 75°C	(2) A	CC(3) kA	
			Acero	Al												
 ME: 7757 CDL: 20.0	Swain/Al	4	2.12	2.12	2.12	6.36	2.05	58.1	23.2	81.3	809	1.280	1.563	145	3.2	
	Sparrow/Al	2	2.67	2.67	2.67	8.01	2.58	62.3	33.9	129.3	1252	0.805	0.993	104	5.1	
	Robin/Al	1	3.00	3.00	3.00	9.00	2.90	116.4	46.6	163.0	1565	0.638	0.779	225	6.4	
	Raven/Al	1/0	3.37	3.37	3.37	10.11	3.25	146.8	58.7	205.6	1925	0.506	0.618	260	8.0	
	Quail/Al	2/0	3.78	3.78	3.78	11.35	3.65	185.1	74.1	259.2	2329	0.401	0.490	301	10.1	
	Pigeon/Al	3/0	4.25	4.25	4.25	12.74	4.10	233.5	93.4	326.8	2860	0.318	0.389	348	12.8	
	Penguin/Al	4/0	4.77	4.77	4.77	14.31	4.61	294.4	117.8	412.1	3486	0.253	0.308	402	16.1	
 ME: 7728 CDL: 20.0	Partridge/Al	268.8	2.00	2.57	6.00	16.29	6.02	374.8	145.6	520	4897	0.202	0.247	465	20.3	
	Ostrich/Al	300	2.12	2.73	6.36	17.28	7.01	421.5	163.7	585	5507	0.180	0.220	501	22.8	
	Lionel/Al	336.4	2.25	2.89	6.74	18.30	7.43	472.6	183.6	656	6119	0.161	0.196	538	25.6	
	Ibis/Al	397.5	2.44	3.14	7.33	19.89	8.07	558.5	216.9	775	7161	0.136	0.166	598	30.2	
	Hawk/Al	477	2.67	3.44	8.02	21.79	8.85	670.1	259.3	930	8597	0.113	0.138	670	36.3	
	Dove/Al	568.5	2.89	3.72	8.67	23.63	9.55	781.8	303.7	1085	9836	0.097	0.118	739	42.3	
	Squab/Al	605	3.01	3.87	9.04	24.54	9.93	850.0	330.1	1160	10701	0.089	0.109	779	46.0	
	Groebbeck/Al	636	3.09	3.97	9.27	25.16	10.21	893.5	347.0	1241	11252	0.085	0.104	804	48.4	
	Ginnet/Al	668.8	3.16	4.07	9.49	25.75	10.46	936.5	363.7	1300	11794	0.081	0.099	828	50.7	
	Starling/Al	715.5	3.28	4.21	9.83	26.68	10.83	1065.2	399.4	1396	12659	0.076	0.092	866	54.4	
	Drake/Al	795	3.45	4.44	10.36	28.13	11.42	1116.9	433.8	1511	13844	0.068	0.083	926	60.5	
	 ME: 7470 CDL: 20.5	Brant/Al	307.5	2.18	3.27	6.54	16.61	7.87	558.5	172.7	731	6376	0.137	0.168	602	30.2
		Flicker/Al	477	2.39	3.58	7.16	21.49	8.63	670.1	207.3	877	7673	0.114	0.140	664	36.3
Parakeet/Al		558.5	2.58	3.87	7.74	23.21	9.32	781.8	241.8	1024	8743	0.098	0.120	732	42.3	
Peacock/Al		605	2.69	4.03	8.07	24.20	9.71	850.0	262.9	1113	9501	0.090	0.110	772	46.0	
Rock/Al		636	2.76	4.13	8.27	24.81	9.96	893.5	276.4	1170	9991	0.086	0.105	797	48.4	
Parridge/Al		668.8	2.82	4.23	8.47	25.40	10.20	936.5	289.7	1226	10472	0.082	0.100	821	50.7	
Stir/Al		715.5	2.92	4.39	8.77	26.31	10.57	1065.2	310.9	1316	11240	0.076	0.093	858	54.4	
Carroll/Al		795	3.08	4.62	9.25	27.74	11.14	1116.9	345.5	1462	12489	0.069	0.084	917	60.5	
 ME: 6817 CDL: 21.7	Waxwing/Al	268.8	3.09	3.09	3.09	15.46	6.00	374.8	49.5	424	3097	0.210	0.256	451	20.3	
	Martin/Al	336.4	3.47	3.47	3.47	17.36	6.74	472.6	62.4	535	3873	0.166	0.203	521	25.6	
	Chickadee/Al	307.5	3.77	3.77	3.77	18.87	7.32	558.5	73.7	632	4435	0.141	0.172	579	30.2	
	Pelican/Al	477	4.13	4.13	4.13	20.67	8.02	670.1	89.5	759	5198	0.117	0.143	650	36.3	
	Osprey/Al	558.5	4.47	4.47	4.47	22.33	8.66	781.8	103.2	865	6011	0.101	0.123	716	42.3	
	Kingbird/Al	636	4.77	4.77	4.77	23.87	9.26	893.5	118.0	1012	6809	0.088	0.107	779	48.4	
	Pipit/Al	300	2.54	2.54	7.62	17.78	7.34	423.5	234.7	658	6774	0.177	0.216	509	22.8	
	Orion/Al	336.4	2.69	2.69	8.07	18.83	7.78	474.9	263.2	738	7596	0.158	0.192	547	25.6	