UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA ECUADOR

POSGRADOS

MAESTRÍA EN
EDUCACIÓN INTERCULTURAL BILINGÜE

RPC-SO-06-NO.185-2021

OPCIÓN DE TITULACIÓN:

PROPUESTAS METODOLÓGICAS Y TECNOLÓGICAS AVANZADAS

TEMA:

MÓDULO DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO KICHWA

AUTOR:

DAVID EFRAÍN MONTALUISA ÁLVAREZ

DIRECTOR:

HÉCTOR GILBERTO CÁRDENAS JÁCOME

CUENCA – ECUADOR
2025

Autor:

David Efraín Montaluisa Álvarez
Licenciado en Comunicación Social.
Candidato a Magíster en Educación Intercultural Bilingüe por la Universidad Politécnica Salesiana – Sede Cuenca.
eframontaluisa@gmail.com

Dirigido por:

Héctor Gilberto Cárdenas Jácome
Licenciado en Ciencias de la Educación.
Magister en Diseño Curricular.
hcardenas@ups.edu.ec

CUENCA – ECUADOR – SUDAMÉRICA
DAVID EFRAÍN MONTALUISA ÁLVAREZ
Módulo de pensamiento matemático kichwa

DEDICATORIA

A mi madre Catalina, mi padre Luis y a mi hermana, Belén, por todo su amor y apoyo incondicional.

AGRADECIMIENTO

Mi agradecimiento va dirigido a Héctor Cárdenas, mi asesor de tesis, por su valiosa guía y apoyo permanente durante todo el proceso de formación académica.

A la Universidad Politécnica Salesiana, por la oportunidad de cursar por sus distinguidas aulas y por su excelente plantel de trabajo, quienes contribuyeron significativamente en mi formación académica.

Tabla de Contenido

MÓDULO DE PENSAMIENTO MATEMÁTICO KICHWA

Autor:

DAVID EFRAÍN MONTALUISA ÁLVAREZ

Uchillayachishka

Puchukay watakunapi yupaymanta yachayka yapa sinchi tukushkami. Shina kakpi, makiwan rurashpa kallarinchik. Chaymanta allimanta umawallatak llankankapak yallichinchik. Kichwa rimashka yupanata, Taptanatapash hapishpa wankunata kikin kuskata churashpami killkachinchik. Yupanamanta tukuy shukta yupay ruranakuna llukshishkatapash rikuchinchik.

Tarinapa shimikuna:

kichwa yupana, Taptana, chunkachina, yupay yuyay, tupuna, chimpapurachina, unanchayana.

Resumen

El aprendizaje de las matemáticas en los últimos veinticinco años se ha deteriorado, según las evaluaciones estandarizadas. Ante eso, se propone realizarlo a partir de lo concreto en dirección hacia la abstracción. Se usa el pensamiento subyacente en el conteo oral kichwa y la Taptana para la comprensión de sistemas de numeración posicionales. Se presenta el conteo como la fuente de donde se derivan las operaciones matemáticas.

Palabras clave:

Conteo quichua, Taptana, sistema decimal, pensamiento matemático, medidas y ecuaciones en quichua, simbolización.

Abstract

Mathematics learning has deteriorated over the last twenty-five years, according to standardized assessments. Given this, we propose moving from the concrete toward abstraction. The underlying thinking of Kichwa oral counting and Taptana is used to understand positional number systems. Counting is presented as the source from which mathematical operations are derived.

Key words

Kichwa counting, Taptana, decimal system, mathematical thinking, measurements and equations in Kichwa, symbolization.

1. Introducción

Sobre la importancia de las matemáticas, Jouette, A. (2000), en la introducción a su libro “El secreto de los números” considera que las cifras marcan nuestra existencia. El ingeniero aimarista Guzmán de Rojas, I. (1979, p. 73), autor de estudios sobre la lógica trivalente en la lengua aimara, en su libro “Niño vs. Número”, trae una cita del filósofo Kant quien consideraba que las ciencias son genuinamente ciencia en la medida que contienen matemáticas.

Desde esta perspectiva, desarrollar un módulo de pensamiento matemático kichwa permite reconocer y valorar las formas propias de razonamiento lógico y cuantitativo presentes en las cosmovisiones andinas. Tal como lo demuestra Guzmán de Rojas (1979), los sistemas de pensamiento de los pueblos originarios contienen estructuras formales complejas que pueden dialogar con la ciencia matemática universal.

Efectivamente, los primeros hombres realizaban sus propias operaciones elementales en sus actividades cotidianas. Con la evolución del ser humano y las sociedades, las operaciones se complejizaron. Sin embargo, dentro de la enseñanza de esta ciencia se han identificado diversas deficiencias pedagógicas que dificultan su aprendizaje. Estas limitaciones no solo obstaculizan el desarrollo de habilidades cognitivas avanzadas, sino que también han contribuido a generar una percepción negativa hacia la materia por parte de un amplio grupo de estudiantes.

En este contexto, el módulo de pensamiento matemático kichwa ofrece una alternativa pedagógica que responde a estas deficiencias mediante un enfoque que busca pasar de lo concreto a lo abstracto. Al utilizar materiales del entorno cotidiano se facilita que el estudiante comprenda las abstracciones propias de las operaciones matemáticas desde experiencias significativas y cercanas. Esta metodología no solo mejora la comprensión conceptual, sino que también fortalece el vínculo entre el conocimiento académico y los saberes ancestrales, generando un aprendizaje más motivador, accesible y culturalmente pertinente.

Como se mencionó en el párrafo anterior, uno de los principales desafíos que enfrentan los estudiantes es conceptualizar los principios matemáticos abstractos. Es decir, presentan inconvenientes al momento de pasar del razonamiento concreto hacia el pensamiento abstracto. Esta problemática requiere ser abordada desde los primeros años de formación educativa, ya que su persistencia genera consecuencias negativas en etapas posteriores, como el bachillerato y la educación superior.

Frente a este desafío, el módulo de pensamiento matemático kichwa propone como una metodología efectiva para acompañar de manera progresiva el tránsito paulatino del pensamiento concreto al abstracto. Esto se lo realiza a través del uso de recursos y materiales propios del entorno cultural, los estudiantes logran construir significados desde su realidad, facilitando así la interiorización de conceptos matemáticos complejos.

Esto puede verse agravado por el enfoque que prioriza el aprendizaje memorístico y mecánico de fórmulas y procedimiento matemáticos en lugar de la comprensión de los conceptos y fundamentos lógicos y el desarrollo del razonamiento crítico. Además, la memorización sin comprensión suele llevar a una retención a corto plazo, lo que se refleja en el olvido de fórmulas y procedimientos si no comprenden el significado detrás de ellos.

El módulo de pensamiento matemático kichwa contribuye a superar esta limitación al centrarse en una metodología activa y significativa, en la que el aprendizaje parte de la experiencia, la observación y la resolución de problemas reales del entorno. En lugar de memorizar fórmulas descontextualizadas, los estudiantes construyen el conocimiento a través de actividades que promueven la exploración, la comparación, la clasificación y la medición con objetos concretos y situaciones familiares. Esta metodología permite que comprendan los principios lógicos que sustentan las operaciones, favoreciendo así un aprendizaje más duradero, comprensivo y útil para el desarrollo del razonamiento crítico y la toma de decisiones en su vida cotidiana.

Actualmente, la enseñanza de las matemáticas se parece a las acciones de los magos que hacen aparecer un conejo en un sobrero vacío a base de una hábil prestidigitación. El mago no muestra el proceso cómo consigue hacer eso. En este texto, por el contrario, se trata de que los estudiantes vean y comprendan con claridad los procesos para llegar a los resultados. Como dice Obregón (2007), al referirse a los magos y a las matemáticas:

> Pues bien: los matemáticos, los verdaderos matemáticos, son una especie de magos, pero con inclinación totalmente opuesta a la de los magos de salón: se complacen en que el público descubra sus secretos, se complacen en que el público vea, paso a paso, donde estaba oculto el conejo, y como entró en el sombrero aparentemente vacío … Más aún aspira a que, terminada la "función", los "espectadores" puedan repetir el "truco" y otros semejantes por sí solos (p. 27).

El presente Trabajo está estructurado en dos grandes secciones: la primera corresponde al marco teórico y metodológico, y la segunda expone la propuesta del Módulo de Pensamiento Matemático-Kichwa. En la primera parte se presenta una introducción general al tema, la delimitación del problema de investigación y un marco teórico referencial que incluye paradigmas, teorías y modelos educativos relevantes, como el conductismo y el constructivismo. Además, se analiza el Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe (MOSEIB), con énfasis en su enfoque pedagógico progresivo de lo concreto a lo abstracto, y se reflexiona sobre los fundamentos del pensamiento matemático en contextos interculturales. En la segunda parte se realiza la propuesta metodológica.

2. Determinación del Problema

Los resultados de las evaluaciones nacionales realizadas desde 1996 hasta el presente, evidencian un bajo rendimiento en matemáticas. Según los datos recogidos en las pruebas Aprendo del Ministerio de Educación, realizadas en 1996, 1997, 1998, 2000, 2007 (Aprendo, 2007, p. 21), menos del 40% de los estudiantes del tercer año de básica contestan correctamente las preguntas de matemáticas. En las pruebas Ser Ecuador 2008, Ser estudiante (2013), la tendencia en aprendizaje continua a la baja. En las pruebas PISA aplicadas en 2017, los resultados publicados por el Instituto Nacional de Evaluación Educativa INEVAL (2018), apenas el 29% de los estudiantes alcanzan un nivel mínimo de competencia en matemáticas.

En la prueba Ser estudiante 2022-2023, publicadas por INEVAL, el 24% alcanzó el nivel satisfactorio y, el 6.3% alcanza el nivel excelente. En la evaluación del 2023-2024, publicado el 2025, el promedio de aprendizaje en matemáticas es de 681 sobre mil puntos, lo cual demuestra que la dificultad de aprendizaje de las matemáticas persiste. Pues, no alcanza el mínimo del nivel satisfactorio que es de 700 puntos.

Una de las causas identificadas es la persistencia de modelos de enseñanza centrados en el memorismo y el mecanicismo. Esta forma de aprendizaje está presente desde los primeros niveles de la educación básica. Así, por ejemplo, se ha podido constar que en el libro de segundo grado de matemáticas sigue promoviendo el aprendizaje memorístico por tramos para la escritura del 1 al 99.

La razón del uso de la metodología usada para enseñar a escribir en forma memorística es la forma de conteo oral que tienen las lenguas europeas. A continuación, se muestra el desface existente en la forma de contar del castellano con la forma de representar por escrito. Para visualizar esto, a continuación, se presentan la forma de contar en: latín, castellano y quichua. En castellano la concordancia solo entre lo oral y lo escrito se da solo entre el 16 y el 19, en el resto es asistemático.

Cuadro comparativo de los nombres de los números en algunas lenguas

No	Kichwa	Latín	Castellano	Inglés	Francés	Alemán
1	shuk	unus	uno	one	un	eins
2	ishkay	duo	dos	two	deux	zwai
3	kimsa	tres	tres	three	trois	drei
4	chusku	quattor	cuatro	four	quatre	vier
5.	pichka	quinque	cinco	five	cinq	fünf
6	sukta	sex	seis	six	six	sechs
7	kanchis	septem	siete	seven	sept	sieben
8	pusak	octo	ocho	eight	huit	acht
9	iskun	nonem	nueve	nine	neuf	neun
10	chunka	decem	diez	ten	dix	zehn
11	chunka shuk (10+1)	undecim (1+10)	once (1+10)	Eleven	onze (1+10)	elf
12	chunka ishkay(10+2)	duodecim(2+10)	doce (2+10)	twelve(2+10)	douze (2+10)	zwolf(2+10)
13	chunka kimsa(10+3)	tredecim (3+10)	trece (3+10)	thirteen (3+10)	treize (3+10)	dreizen(3+10)
14	Chunka chusku(10+4)	quattordecim (4+10)	catorce (4+10)	fourteen (4+10)	quatorze (4+10)	vierzhen (4+10)
15	chunka pichka (10+5)	quindecim (5+10)	quince (5 + 10)	fifteen (5+10)	quinze (5+10)	füinfzehn(5+10)
16	Chunka sukta(10+6)	sexdecim (6+10)	dieciseis (10+6)	sixteen (6+10)	zeize (6+10)	sechzehn (6+10)
17	chunka kanchis(10+7)	septemdechim(10+7)	diecisiete(10+7)	seventeen(7+10)	dix-sept (10+7)	siebzehn(7+10)
18	chunka pusak(10+8)	duodeviginti(20-2)	dieciocho (10 + 8)	eighteen (8+10)	dix-huit(10+8)	achtzehn(8+10)
19	chunka iskun(10+9)	unodeviginti (20-1)	diecinueve (10+9)	nineteen (9+10)	dix-neuf(10+9)	neunzehn(9+10)
20	ishkay chunka(2x10)	viginti (2x10)	veinte (20)	twenty (20)	vingt (2x10)	zwanzig(2x10)
21	Ishkay chunka shuk [(2x10) +1]	viginti unus (20+1)	veintiuno (20+1)	twenty one (20+1)	vingt un (20+1)	ein und zwanzig (1+20)
80	pusak chunka (8x10)	octoginta(8x10)	ochenta (80)	eighty (80)	quatre vingt (4x20)	achtzig (80)
95	Iskun chunka picha [(9x10) + 5]	nonaginta quinque (9x10) + 5]	noventicinco (90+5)	ninty five (90+5)	quatre vingt quinze [(4x20) +15]	neuzig fünf (90+5)

Se los enseñan en un primer momento, a escribir del 1 al 10. Se dice que el diez es el número 1 con un cerito al lado. Una vez que las niñas y los niños dibujan este tramo, se enseña con la misma metodología del 11 al 19, o a veces hasta el 20. Luego el mecanicismo sigue del 20 al 29, luego del 30 al 39; del 40 al 49, etc., hasta llegar al 99 o en algunos casos hasta el 100. Evidentemente que los estudiantes aprenden a dibujar las cantidades, pero sin comprender que se está usando un sistema de numeración posicional, que en este caso es, el decimal.

Pese a que los niños son inducidos a descomponer cantidades en miles, centenas, decenas y unidades, no se les explica el sentido de dicho ejercicio, ni se hace explícita la lógica detrás del sistema posicional. Tampoco se desarrolla una conciencia plena sobre los conceptos matemáticos, lo que genera una desconexión entre el lenguaje hablado y escrito en la representación de las cantidades.

Por otra parte, matemáticos como Asimov, I. (2005) han señalado la importancia del sistema posicional, posible a partir de la invención del cero. Mientras en la India este signo apareció alrededor del año 400 d.C., en América los pueblos mayas ya lo habían desarrollado ocho siglos antes. Este conocimiento ancestral muestra que existen otras formas de entender y enseñar las matemáticas, más conectadas con las raíces culturales y lingüísticas.

En ese sentido, se observa que las lenguas europeas, influenciadas por el latín, presentan una desconexión entre oralidad y escritura numérica, lo que contrasta con lenguas como el kichwa, el japonés, el chino o el mapudungun, que mantiene una mayor coherencia entre la forma oral y escrita de los números. En el caso del kichwa, esta claridad se complementa con el uso de la Taptana, un recurso didáctico ancestral basado en el principio de numeración posicional y apoyo en material concreto.

El Ministerio de Educación del Ecuador ha reconocido el valor pedagógico de la Taptana, incorporándolo como herramienta en la enseñanza de las matemáticas dentro de un enfoque intercultural que recupera saberes propios y favorece el aprendizaje significativo.

En el Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe, elaborado por la Dirección de Educación Intercultural Bilingüe y luego republicado por el Ministerio de Educación (2013, pg. 42), se plantea que "*los conceptos básicos deben ser desarrollados a partir de la práctica, por lo que se debe evitar toda* *memorización anterior a la comprensión de los conceptos*”.

A partir de este contexto, se plantea la siguiente pregunta generadora del problema que orienta esta investigación:

¿Por qué es importante rescatar la forma de aprender matemáticas desde la cosmovisión kichwa, utilizando materiales concretos como la Taptana y la lengua originaria, para fortalecer la comprensión del sistema de numeración posicional y superar las limitaciones del aprendizaje memorístico?

Entre los objetivos se planteó: 1) hacer una revisión de la situación actual del aprendizaje de las matemáticas y sus posibles causas. 2) Elaborar una propuesta para enseñar los conceptos fundamentales de las matemáticas usando la lengua propia y las estrategias de generalizar a partir de acciones particulares.

3. Marco teórico referencial

Como fundamentos teóricos de este trabajo se ha utilizado las teorías desarrolladas por Jean Piaget y Lev Vygotsky avances y propuestas realizados por especialistas en la enseñanza de las matemáticas y de la educación en general. También se ha tomado en consideración las políticas y estrategias pedagógicas señaladas en el Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe MOSEIB elaborado por la DINEIB y publicado por el Ministerio de Educación (2013). Se ha revisado estas teorías para extraer sus aportes en para la elaboración de una propuesta educativa que permita desarrollar una metodología que explique los procesos de paso de lo concreto a lo abstracto sin tener que aprender algoritmos de manera memorística y mecánica.

3.1 Teoría del Desarrollo Cognitivo y Teoría sociocultural

Jean Piaget, desarrolló la teoría del desarrollo cognitivo para explicar cómo los seres humanos construyen el conocimiento desde la infancia. Para este autor, el aprendizaje no es una siempre acumulación de información, sino el resultado de la interacción entre el individuo y su entorno (Dongo, 2008). Esta interacción se traduce en un proceso activo de construcción del conocimiento, en el cual los niños reorganizan sus estructuras mentales a través de la experiencia.

Piaget identificó cuatro etapas del desarrollo cognitivo, sensorio motriz, preoperacional, operaciones concretas y operaciones formales. En la etapa de operaciones concretas, que se desarrolla entre los 7 y los 11 años aproximadamente, los niños comienzan a desarrollar habilidades lógicas, pero aún requieren del apoyo de objetos físicos y situaciones concretas para comprender los conceptos abstractos (Ramírez-Trejo, 2021). Por ello el uso de materiales concretos como la Taptana, se alinea con las necesidades cognitivas de esta etapa y favorece un aprendizaje más significativo y duradero.

Esta teoría también hace referencia a la asimilación, incorporación de nuevos conocimientos en esquemas mentales ya existentes; y la acomodación, la modificación de dichos esquemas para adaptarse a nuevas experiencias. Estos dos procesos interactúan constantemente y permiten que los niños logren un equilibrio cognitivo. (Ramírez-Trejo, 2021). En este marco, la enseñanza de las matemáticas desde la cosmovisión kichwa, mediante recursos como la Taptana y el uso de la lengua kichwa, permite que los niños asimilen los conceptos matemáticos desde referentes culturales cercanos y acomoden sus estructuras cognitivas a partir de la práctica concreta y situada.

Dentro del desarrollo cognitivo se resalta la importancia del juego y la exploración como estrategias de aprendizaje infantil. La Taptana, como herramienta de conteo, basado en el sistema decimal y en principios posicionales, permite al estudiante experimentar con cantidades, observar regularidades, construir equivalencias y establecer relaciones lógicas, lo que fortalece su comprensión del sistema numérico sin recurrir al mecanismo o la memorización.

Por otra parte, según la Teoría del enfoque sociocultural, el conocimiento se construye por la interacción del niño con otros contextos históricos y culturales determinados. El uso de un módulo de pensamiento matemático kichwa, en el marco de esta teoría, resulta pertinente ya que se enfoca en el valor del lenguaje, la cultura y las herramientas simbólicas propias como mediadores fundamentales del desarrollo cognitivo (Vygotsky, 1978).

Uno de los conceptos centrales en la teoría Sociocultural es la zona de desarrollo próximo (ZDP), que se entiende como la distancia entre lo que una persona que está aprendiendo puede hacer por sí solo y lo que puede lograr con la guía de un adulto o la colaboración con compañeros más competentes. Esto aplicado al módulo de pensamiento matemático kichwa permite diseñar estrategias didácticas que faciliten el tránsito de una comprensión concreta del número hacia formas más abstractas y simbólicas del razonamiento matemático como señalaba Vygotsky (1978).

El enfoque sociocultural también se centra en el papel del lenguaje como mediador del pensamiento, lo que puede servir como marco conceptual en el contexto intercultural. Para el caso del módulo de pensamiento matemático kichwa, el uso de la lengua propia en las aulas permite desarrollar un pensamiento lógico desde las estructuras lingüísticas coherentes de la forma de conteo de esta lengua. De esta teoría se ha tomado en consideración la importancia del entorno que en el presente caso es el conteo oral en kichwa para comprender el concepto de sistema de numeración decimal posicional.

3.2 El Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe MOSEIB

La Dirección Nacional de Educación Intercultural Bilingüe DINEIB en 1993, organizó un equipo de técnicos indígenas para que diseñen un modelo de educación propia. En este modelo se considera como plano axiológico que cada nacionalidad tiene su: cosmovisión, ciencias, valores y formas de enseñar a sus miembros.

Así, desde el marco del MOSEIB, la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, y en general de cualquier ciencia, debe partir de la vida cotidiana, de los ciclos agrícolas, del trabajo comunitario y las prácticas de medición ancestrales, que constituyen formas válidas de pensamiento lógico y cuantitativo.

Otro aspecto que destacar del MOSEIB es la propuesta de superar la visión antropocéntrica y fragmentaria de la ciencia moderna y adoptar una visión holística y cósmica del conocimiento, al comprender que el ser humano es parte del universo, lo que permite que el aprendizaje sea en armonía con la naturaleza. En este marco, el uso de la lengua materna, el kichwa, sirve como matriz epistémica desde la cual se organiza el mundo, se estructura el tiempo-espacio (pacha) y se construyen categorías matemáticas propias.

Por eso el módulo busca fortalecer la oralidad, la simbolización y la progresión hacia la abstracción, sin recurrir a la memorización mecánica. Desde el plano axiológico, el módulo busca promover valores como la reciprocidad, la solidaridad, la justicia, la creatividad, curiosidad científica y respeto a la diversidad cultural y lingüística. El aporte del MOSEIB es sus estrategias pedagógicas y metodológicas para rescatar el sistema de numeración impregnado en el conteo oral

3.3 Pensamientos matemáticos

Según Flores (2017) el pensamiento matemático es una forma de razonamiento que permite comprender, analizar y resolver problemas mediante el uso de estructuras lógicas, patrones, abstracciones y modelos. Esto implica desarrollar una actitud crítica, creativa y consciente frente a los conceptos numéricos y su aplicación en distintos contextos. Es una capacidad fundamental para interpretar el mundo, tomar decisiones informadas y transformar la realidad a través del uso significativo de las matemáticas.

Hasta hace poco estaba vigente el paradigma de que el pensamiento matemático occidental era el único que había alcanzado un nivel de ciencia. Pero, actualmente algunos estudiosos han comenzado a rescatar el pensamiento matemático de las culturas indígenas. El peruano Carlos Milla (2010 [1983]), en su libro Génesis de la cultura andina, mostró que el pensamiento matemático de estas culturas se lo puede encontrar en: construcciones de pirámides, acueductos, casas, diseños en los tejidos, quipus, piedras para calcular, etc.

Otro investigador es Marcos Guerrero Ureña (2004), en su libro “Los Dos Máximos Sistemas del Mundo” hace un contraste entre el Espacio de Representación Matemático Occidental y Andino. Definió el Espacio Matemático de Representación (EMR) como las diversas formas en que las civilizaciones comprenden, interpretan y utilizan los conceptos matemáticos basándose en el estudio del cosmos. Según esta perspectiva, cada cultura desarrolla su propio EMR fundamentado en su percepción del mundo y en sus necesidades particulares.

En esta línea, Guerrero describió el Espacio Matemático de Representación Andino (EMRA) como la manera en que las culturas andinas han concebido, interpretado y construido sistemas matemáticos y geométricos a partir de su observación y entendimiento del cosmos, con el propósito de representar y comprender su entorno.

El autor también señaló diferencias fundamentales entre el EMR desarrollado en Occidente (EMRO) y el de las culturas andinas, las cuales derivan de sus divergentes cosmovisiones. En el caso del EMRO, especialmente desde el Renacimiento y la Ilustración, la matemática se consolidó como una disciplina autónoma y abstracta, separada de otras áreas del conocimiento. Este enfoque se caracteriza por descomponer problemas complejos en componentes más simples, siguiendo una lógica reduccionista (Guerrero, 2004). Asimismo, el pensamiento matemático europeo prioriza la lógica y la abstracción, con el objetivo de identificar principios universales y leyes matemáticas aplicables de manera general.

En contraste, el pensamiento matemático andino se basa en un enfoque interdisciplinario que parte del principio de complementariedad. En las civilizaciones andinas, la matemática no es vista como una disciplina aislada, sino como una parte integrada de un todo mayor, estrechamente vinculada con áreas como la astronomía, la agricultura y la religión. Esta integración refleja una visión holística del conocimiento.

Otra diferencia crucial entre ambas cosmovisiones radica en la concepción del tiempo. Mientras que la matemática occidental tiende a considerar el tiempo de forma lineal, con una progresión clara del pasado al futuro, las culturas andinas lo entienden de manera cíclica, donde los eventos se repiten y están interconectados. Además, las matemáticas andinas hacen uso de principios fractales para representar diferentes escalas, lo que les permite abordar el entorno de forma dinámica y flexible, en contraposición a las escalas fijas y definidas del pensamiento occidental.

Dentro de la ERMA destacan aspectos cómo:

- El conocimiento del Pacha (espacio-tiempo) y su representación de manera cíclica y holística dónde se integran el entorno natural y las prácticas humanas en un todo interconectado.

- La lógica trivalente.

- Un amplio conocimiento de la geometría, la simetría y los fractales lo cual se evidencia en su arquitectura, textiles, símbolos y cerámica.

El trabajo de Marcos Guerreo que muestra que el pensamiento matemático occidental no ha sido el único que existe, sino que ha existido otra forma de pensar las matemáticas en un entorno de apego a la agricultura y a la naturaleza de nuestro contexto ha sido importante para desarrollar el trabajo.

4. Materiales y metodología

El presente trabajo de titulación se enmarca en un enfoque cualitativo de tipo interpretativo, el cual reconoce que el conocimiento no es neutral ni universal, sino que se construye a partir de los contextos históricos y culturales específicos. Se optó por una investigación bibliográfica de fuentes documentales.

Para la elaboración del manual se ha investigado sobre la enseñanza de matemáticas, en textos nacionales y extranjeros. También se ha hecho una compilación de materiales producidos en algunos proyectos y programas de educación bilingüe. Entre estos se puede mencionar: Instituto Lingüístico de Verano (ILV), Centro de Investigaciones para la Educación Indígena CIEI de la Pontificia Universidad Católica del Ecuador PUCE, Proyecto de Educación Bilingüe Intercultural PEBI de la GTZ. Asimismo, se accedió al libro elaborado por el dirigente de Educación de la Confederación de Nacionalidades Indígenas del Ecuador CONAIE y publicado por la UNESCO en 1988, denominado Comunidad, Escuela y Currículo.

Por otra parte, se ha revisado el currículo nacional del Ministerio de Educación de 2016 y sus actualizaciones, entre ellos el denominado currículo priorizado del año 2021. Se analizó el currículo de la nacionalidad kichwa del 2017. Igualmente, se estudió el Modelo del Sistema de Educación Intercultural Bilingüe MOSEIB elaborado por un equipo de indígenas en 1993 de la Dirección Nacional de Educación Intercultural Bilingüe DINEIB y codificado en 2013.

Otro componente educativo que se ha revisado son los resultados de las evaluaciones nacionales: informe Aprendo (2007), pruebas ser bachiller 2008, Informe de Banco Mundial, pruebas del INEVAL, informe de Ponce de la FLACSO 2010, el SISEMOE de la Dirección Nacional de Educación Intercultural Bilingüe DINEIB, informe de la FLACSO 2023 sobre la evaluación del MOSEIB, informe sobre pruebas PISA 2017, informes de las pruebas Ser estudiante INEVAL 2023.

En los textos se observó los aspectos positivos y también sus limitaciones. De los currículos se extrajo ideas para definir los temas prioritarios para el manual de matemáticas.

La actividad siguiente ha sido definir los temas más importantes a incluirse en el Manual. Los contenidos pertinentes son muchos, pero se ha tenido que priorizar los que permiten cumplir con los objetivos planteados.

Una vez definidos los contenidos se ha esbozado un diseño para desarrollar el material, redactar usando un lenguaje sencillo en kichwa. También se ha contemplado la elaboración de ilustraciones apropiadas con imágenes propias de la cultura. Finalmente se contempló realizar una revisión integral para asegurar la concatenación de los temas y una adecuada redacción. Al ser una propuesta basada en algo nuevo tanto por la lengua como la metodología de partir de lo concreto para ir poco a poco avezando hacia la generalización, su alcance es exploratorio. Se intenta que docentes y estudiantes vean los mismos temas de las matemáticas con una nueva mirada, al estilo que hablaba Kuhn en sus revoluciones científicas (2004).

5. Resultados y discusión

En lo concerniente a las evaluaciones realizadas en el Ecuador desde 1996 hasta el presente, a breves rasgos se ha encontrado lo siguiente. En el informe de las pruebas APRENDO publicadas en 2008, se encuentran los resultados de las evaluaciones realizadas en los años 1996, 1997, 1998, 2000 y 2007 en el tercero, séptimo y décimo años de educación básica. Las materias evaluadas fueron: lenguaje y matemáticas

Las pruebas se calificaron sobre 20 puntos, cada pregunta fue calificada sobre un punto sin tomar en cuenta el grado de dificultad de la pregunta. En síntesis, se puede de estos años señalar lo siguiente: en 1996 en lenguaje un 55 por ciento estaban en un nivel satisfactorio: buena, muy buena y excelente. Un 45% estaban entre regular y deficiente. Para el 2007, en lenguaje casi no había variado mucho, pero sí en matemáticas.

En las pruebas Ser Ecuador del 2008 se incluyó en las evaluaciones al tercer año de bachillerato. Se calificó sobre 1.000 puntos. Se tomó en cuenta el grado de dificultad de las preguntas. Cruzando los datos entre los diferentes niveles, se encontró que el 32,18% de los estudiantes obtuvieron la calificación de regular y el 49% tuvo insuficiente. Sumado esto se obtiene que 81,18% estuvo por debajo del nivel mínimo requerido (Ministerio de Educación, 2008, p.13).

Posteriormente en octubre de 2017 se aplicaron por primera vez en Ecuador las pruebas del Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA por sus siglas en inglés) de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OECD). Dichas pruebas evalúan las áreas de: lectura, matemáticas y competencias científicas, para crear un perfil de las capacidades de los estudiantes y obtener información sobre los contextos de cada uno (OCDE, s.f.).

Los resultados, los publicó el INEVAL e 2018 y dicen lo siguiente: un 49% alcanzó un nivel satisfactorio en lectura y escritura, un 29% en matemáticas y un 23% en ciencias (INEVAL, 2018, p. 6).

En estas evaluaciones participaron 6000 estudiantes, de diferentes instituciones del país, entre los niveles de 8vo. de Educación General Básica y 3ro. de Bachillerato. A nivel general, los resultados reflejaron que el desempeño de los estudiantes se encontraba dentro del promedio de la región. Sin embargo, en el área de matemáticas el rendimiento se situaba por debajo de la media, con un 70% de alumnos que no alcanzaron el nivel básico de habilidades en esta disciplina (INEVAL, 2018).

Además, a pesar de situarnos entre el promedio de la región, América Latina y el Caribe obtuvo pobres resultados frente a Europa y América del Norte, lo que refleja una necesidad de mejorar las políticas públicas educativas y las metodologías de enseñanza de las distintas materias.

Esto pone en evidencia la necesidad de replantear los métodos de enseñanza aplicados en los centros educativos del país. En este sentido, diversos autores coinciden en que, dentro de la enseñanza de las matemáticas, es fundamental capacitar a los docentes en estrategias pedagógicas y planificaciones que incorporen elementos de la semiótica. Esto facilitaría que los estudiantes logren la transición del razonamiento concreto al abstracto, favoreciendo la conceptualización de los principios matemáticos.

En relación con lo anterior, autores como: Díaz, J y Bermejo, V. (2007) y Montaluisa (2018) destacan la importancia de emplear herramientas didácticas, como maquetas y materiales concretos, en la instrucción de las matemáticas. Estas herramientas no solo facilitan el aprendizaje y la comprensión de nuevos conceptos, sino que también promueven el desarrollo del conocimiento lógico-matemático, superando las dificultades relacionadas con la construcción de relaciones mentales a través de procesos de abstracción reflexiva.

En las últimas pruebas Ser Estudiante del 2023, cuyos resultados fueron emitidos por el Instituto Nacional de Evaluación INVEVAL, se consideró como satisfactorios al puntaje sobre 700 puntos, como elemental al rango entre 600 y 699, insuficiente al rango entre 400 y 599. Los niveles de desempeño lo clasificaron entre: avanzado, intermedio, elemental, y necesita refuerzo. Para comparar con los resultados con las pruebas anteriores se puede tomar en consideración como satisfactorios los niveles: intermedio y avanzado. Con esto, en bachillerato, cruzando los diferentes estándares considerados, se tiene los siguientes resultados para el 2023: El nivel intermedio alcanza menos del 30%.

Al comentar sobre los aprendizajes, algunos autores como Paladines, C. (2016) y también Paladines, C. (2017) indican que reflejan un deterioro significativo en las capacidades de los estudiantes en las áreas de lenguaje y matemáticas. Entre los factores que el autor considera como las fuentes de esta problemática están: la falta de actualización del sistema educativo, pues desde la década de los ochenta se sigue manteniendo.

> …la centenaria orientación enciclopedista, con alrededor de 10 materias para el tronco común y dos o tres asignaturas complementarias más, definidas por la institución de acuerdo con su proyecto e identidad institucional. Si se compara con los programas de estudio de los años setenta o de los ochenta, la estructura es similar, pero con cambio de nombres (Paladines, 2016, p. 12).

Con el propósito de solucionar el problema del aprendizaje de las matemáticas, el Ministerio de Educación incrementó los días de clases durante el año. Ha pasado de 165, a 180 días y luego a 200 días. Se implementó un sistema de seguimiento casi policiaco a los docentes. Se exige continuos informes de actividades, presentación de evidencias, etc. Esto distrae a los docentes de su preparación pedagógica.

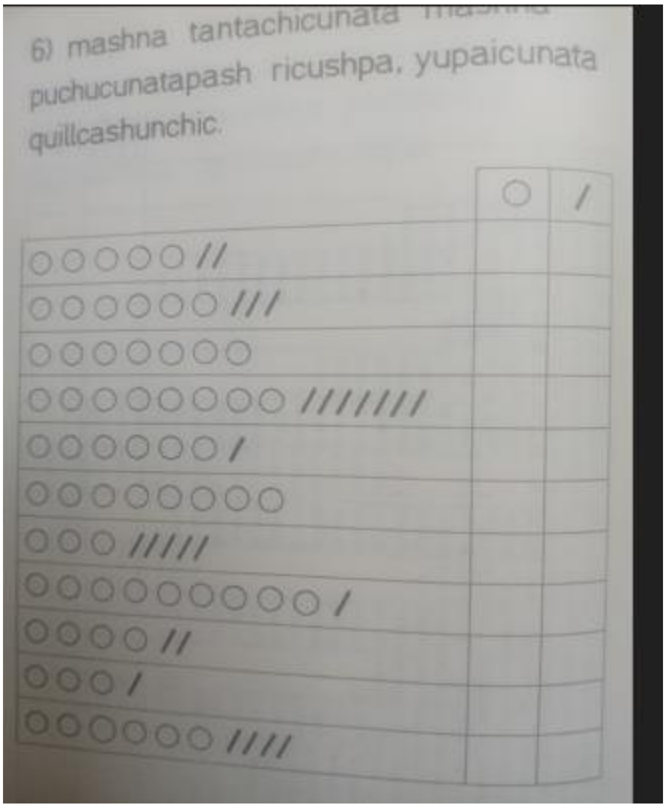
Por otra parte, en el período 2010 a 2017, con la bonanza económica del precio del petróleo, el Ministerio contrató equipos números de consultores extranjeros de distintos países para que de asesoramiento. Se favoreció a cubanos, venezolanos, mexicanos, brasileños, chilenos, colombianos, españoles, etc. Este millonario gasto solo dejó como resultado unos informes voluminosos que nadie ha leído. También hubo el programa prometeos para la educación superior.

Además, desde 2012 se infló el aparato burocrático del Ministerio de Educación con sueldos altos, denominado nivel jerárquico superior. Se creo viceministerios que antes no había. De una subsecretaría hoy existen nueve. De ocho direcciones nacionales hoy existen más de cuarenta, etc.

En lo relacionado a materiales educativos que se encontró se puede comentar los siguiente. El Instituto Lingüístico de Verano ILV, tuvo el acierto de hacer estudios de varias lenguas de la Costa y la Amazonía ecuatoriana. Publicó algunos materiales para lectura en lenguas indígenas. Pero, en lo cuanto a las matemáticas tomó la decisión de enseñar directamente en castellano. No se ha visto ni un mínimo esfuerzo por tomar en consideración la matemática de las nacionalidades indígenas.

En los materiales producidos por el CIEI de la PUCE hay que hacer una distinción entre los que produjo para la educación de adultos de los que produjo para la enseñanza de niñas y niños. En los materiales para la enseñanza de matemáticas publicó en 1978, tres libros denominados “Kaimi ñukanchik iupai 1, 2, 3. Éstas son nuestras matemáticas’, elaborados por Gabriel Tarlé y Humberto Muenala. En estos textos se usó el kichwa y se intentó rescatar el pensamiento de la cultura. Pero, posiblemente, por la influencia del sistema Montesori, propusieron el uso de semillas diferentes, colores y figuras también distintas para hacer la diferencia. Así para las unidades usaron palillos, para las decenas una bombita, para las centenas un cuadrado. El uso de figuras diferentes para distinguir las unidades, decenas, centenas no fue apropiado, en estos materiales, para la explicación el concepto de sistema decimal a nivel escrito. Pues, en un sistema posicional, es la columna en la cual está el signo la que da el valor de los números. No es ni la forma, ni los colores los que dan el valor de unidades, decenas, centenas. Para el cálculo oral se puede usar formas y colores distintos, pero no para el nivel escrito.

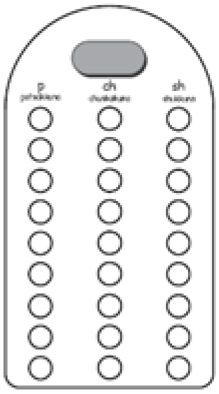
Con estos antecedentes, el texto que se ha elaborado, “Módulo de Pensamiento Matemático Kichwa”, pretende que los estudiantes de matemáticas comprendan desde el inicio los “secretos” que están detrás de los conceptos y operaciones fundamentales de las matemáticas.


6) mashna tantachicunata mashna puchucunatapash ricushpa, yupaicunata quillcashunchic.

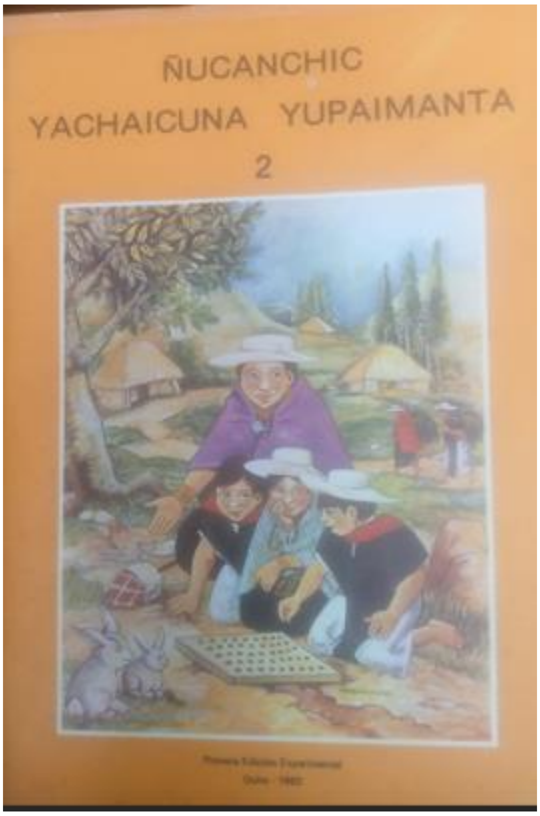
	○	/
○○○○○ //		
○○○○○○ ///		
○○○○○○○		
○○○○○○○○ ///////		
○○○○○○ /		
○○○○○○○○		
○○○ /////		
○○○○○○○○○ /		
○○○○ //		
○○○ /		
○○○○○○ ////		

Fuente: Muenala, Humberto 1980, p. 38.

A diferencia del material de adultos, en los materiales para la educación infantil, publicados a partir de 1983, hubo un cambio de concepción. Pues, se dejó de usar formas o colores distintos para explicar el valor posicional de los signos. Esto se debió que, ya en 1982, Luis Montaluisa había diseñado la Taptana para la enseñanza de sistemas de numeración posicionales basado en la forma de contar oral que tiene el kichwa. Así para enseñar a escribir cantidades mayores que 9, es decir decenas, centenas, miles, etc., se usa ya la Taptana en el libro denominado “Ñucanchic shimipi yupaita yachacushunchic 1” elaborado por Jérez, A; Montaluisa, L; y Ushiña, P. (1983), texto para el primer nivel de educación básica. A partir de allí se ha venido usando la Taptana para enseñar el concepto de sistemas de numeración posicional de cualquier base que se requiera.



Taptana Montaluisa



Fuente: Jerez Agustín y José Tene 1983.

En los materiales del Proyecto de Educación Bilingüe PEBI, publicados a partir de 1988, tomaron el diseño de la Taptana de 1982, pero con el afán de no citar a al autor, pusieron colores a las columnas. Para las unidades pusieron un color, para las decenas otro color y así sucesivamente. Esto, al parecer, lo hicieron porque las personas que laboraban en este proyecto estaban familiarizadas con el sistema Montesori que usa colores o materiales diferentes para diferenciar unidades, decenas, centenas, etc. Esto ha significado un retroceso en la enseñanza del pensamiento matemático kichwa. La Taptana con columnas a color lo reprodujeron en madera como se lo puede apreciar en la imagen de abajo.

El haber puesto colores en las columnas de la Taptana es un error pedagógico grave. Pues, es como regresar a los sistemas de numeración no posicionales donde el color, la forma, etc., era el que daba valor a los signos que representan las cantidades. Mientras que, en los sistemas de numeración, el valor es dado únicamente por el puesto que ocupa el signo. Por lo tanto, hay que rescatar la Taptana original diseñada por Luis Montaluisa en 1982.

Con estos antecedentes, el módulo de pensamiento matemático kichwa pretende ser una propuesta alternativa para enseñar los conceptos fundamentales de la matemática que permita comprender los procesos de abstracción que se ha seguido esta ciencia hasta llegar al nivel complejo de abstracción que ha alcanzado el día de hoy. Para esto se usa la lengua y se ha partido de la forma de contar en kichwa a nivel oral, cuyo esquema es diferente de la forma como se cuenta en las lenguas europeas que han adoptado la forma de contar a nivel oral del latín.

Así pues, la propuesta pedagógica elaborado pretende que cada concepto matemático sea aprendido y fijado en los estudiantes de manera casi natural: observando hechos concretos particulares para ir generalizado.

Por ejemplo, en el concepto de superficie se muestra cómo a partir de la fórmula construida para obtener la superficie del cuadrado, se obtiene la del rectángulo, la del triángulo, político regular y el círculo. En apariencia son fórmulas diferentes. Pero, si se va desarrollando paso a paso, se observa que si la fórmula del cuadrado es igual a lado por lado: l x l. La del rectángulo es lo mismo, solo que en este caso el un lado es más grade que el otro y por eso se representa con la fórmula: base x altura. Al un lado se lo denomina base y al otro lado se lo llama altura. Pero, en esencia, la fórmula es la misma que la del cuadrado. El triángulo es la mitad de un rectángulo. Por lo tanto, su fórmula es la misma del rectángulo, pero dividido para dos. La fórmula para obtener la superficie de un polígono regular es la misma del triángulo, solo que en este caso hay que considerar la sumatoria de las bases de todos los triángulos en los que se puede dividir el polígono, a lo cual se lo denomina perímetro. Este perímetro es multiplicado por la altura. En el círculo, que es un polígono regular de infinito número de lados se aplica la misma fórmula del polígono regular, con la particularidad de que al perímetro se lo denomina circunferencia y a la altura se lo denomina radio.

Esta metodología de trabajar con materiales concretos, que es características de las culturas ancestrales, nos permite mostrar que las fórmulas que aparecen como muy diferentes para obtener la superficie de las diferentes figuras, todas son en la práctica derivadas de la fórmula del cuadrado. Por otra parte, recuérdese que el cuadrado es el punto de partida para la construcción de la chakana y del pensamiento matemático ancestral según Guerrero (2004).

Así, el Manual de Pensamiento Matemático Kichwa, estructurado en capítulos temáticos que recorren desde los orígenes del pensamiento matemático en la humanidad hasta el desarrollo del conteo como operación fundamental. Se plantea que las demás operaciones —suma, resta, multiplicación y división— son extensiones o derivaciones del conteo, articuladas desde una perspectiva que integra la lógica matemática con el conocimiento ancestral y lingüístico de la nacionalidad kichwa.

En el manual se muestra que las operaciones matemáticas se presentan como un continuum desarrollado a partir de la operación más sencilla que es el conteo. Hace notar, que las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas están en la falta de compresión de conceptos básicos como son los sistemas de numeración posicional. Esto es, en los primeros años de la educación. Si a niñas y niños se les muestra cómo se ha organizado los sistemas de numeración, las operaciones derivadas del conteo pueden ser explicadas con más facilidad que si se les enseña a escribir los números de manera mecánica sin la comprensión de lo que son los sistemas de numeración posicionales. Más aún, esta comprensión es importante, ahora que la tecnología usa sistemas de numeración posicional como: el binario, el octal, hexadecimal etc., para los lenguajes de programación.

6. Conclusiones

El problema del aprendizaje de las matemáticas, como se ha vistos en los resultados de aprendizaje de diferentes años, se ha agravado pese al millonario gasto en consultores, asesores y al desmedido incremento del nivel jerárquico superior. Esto no ha servido para mejorar el aprendizaje de las matemáticas ni de los demás campos de las ciencias.

Hace falta materiales educativos escritos en lenguas indígenas y con pensamiento de las nacionalidades. La educación sigue siendo extranjerizante. A la educación intercultural bilingüe se la privado de su autonomía y se la ha sometido a la burocracia del Ministerio de Educación.

Frente a esta situación se puede apreciar que la forma de conteo oral del kichwa y de unas pocas lenguas en el Mundo como el chino, el japonés, el mapudungun muestran con mejor claridad el sistema de numeración decimal que las lenguas europeas, en las cuales en lugar de contar: diez y uno, diez y dos, diez y tres, etc., dicen once, doce, trece, en donde se pierde su relación con el diez que es la base del sistema. Esto permite proponer como conclusión que la enseñanza de la escritura de los números en los primeros grados, sin hacer relación con un sistema decimal posicional, es una de las causas de las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas en los niveles superiores. La enseñanza semiótica de la escritura de los números del 1 al 99 usando la forma de conteo oral del kichwa, el uso de la Taptana y la explicación sistemática de cada uno de los conceptos de la matemática, partiendo desde lo concreto que se propone en este texto se aspira a que los estudiantes descubran la belleza del camino hacia lo abstracto en las matemáticas.

Por otra parte, los materiales para enseñar las matemáticas en lenguas indígenas requieren tomar en consideración partir de situaciones concretas particulares contextualizados, y desde allí ir mostrando los procesos de generalización hasta llegar a la abstracción pura. Esto contribuirá a dar prestigio a la educación intercultural bilingüe frente a los padres de familia que se muestran escépticos de los beneficios de este sistema y frente a la sociedad en general. Así, a futuro se podrá contar con matemáticos indígenas.

Finalmente, Se aspira que los estudiantes descubran la “belleza de las matemáticas” dicho por Bertrand Russell y rescatado por Obregón (2007) y también que los docentes busquen formas de explicar los conceptos de manera sencilla como decía Einstein en relación a la comprensión de las ciencias: “No entiendes realmente algo a menos que seas capaz de explicárselo a tu abuela”, pensamiento igualmente rescatado por Obregón (2007),

7. Propuesta metodológica y tecnológica avanzada

Kichwa yupaymanta yachakuna kamu

Manual de pensamiento matemático kichwa

Rikushpa rimanakushunchik

Observemos y conversemos

Fuente: Magdalena Guamán

Ñukanchik shimipi yupayta yachakushunchik

Aprendamos matemáticas en nuestra lengua

Kallariy

Introducción

Kunankama, yupayta yachankapakka, wamrakuna achka llakikunatami charinkuna. Kay llakiy imaraykutak rikurishkata yachanami kanchik.

Kay llakika, yupayta mana allitak yachachishkarayku anchayashkami. Wawakunaman, uchillamantapacha, mana yupay ñanta hamutachishpa yachachishkachu.

Wawakuna, yupaymanta alli hamutachunka, allimanta yuyachishpa yachachinami kanchik. Wawakunaman, yupaykuna imashina rikurishkata, imapaktak runakuna wiñachishkatapash yuyachinami kanchik. Makiwan rumikunata hapichishpa, kaspikunatapash hapichishpa yupaymanta yachaykunataka yachachinami kanchik.

Kay kamupika, tukuy yarinakunata llankachishpa, rikuchishpapash yachachinata munanchik. Kallariy watakunapika, ashtawan tukuyta rikuchishpa, yuyachishpapash yachachisha ninchik. Wawakunata, ima tiyaktapash yupachishpa, kipaka kaspikunawan, shuk imakunawanpash rikchachinami kanchik. Shinami, unanchayachishpa hamutachinami kanchik.

1. Yupay kallarinamanta pacha

Inicio de las matemáticas en la humanidad

Ñawpa runakunaka, allimanta yupay yachayta wiñachirkami. Pachamamata rikurayashpashi, paypa kawsayta riksiy tukurkakuna. Kay killkashkapi, yupay yachayta wiñachinkpak, ima ñanta katishkata rikushunchik.

Punchapash tutapash tiyaymanta yachay

Conciencia de la existencia día y noche

Ñawpa pachapi runakunaka, pachamamata rikurayashpami karishkashi. Chaypi tuta tiyakta, puncha tiyakta rikushkashi.

tuta

puncha

Shukllapash, tawkapash hamunanamanta

Consciencia de la existencia de las cantidades: uno y varios

Chay kipa, tawka tiyashkakunata rikurashkashi. Tawka tiyakkunata rikushpaka, yupay kallarishkashi.

Rukakunawan yupana

Conteo con los dedos

Kallaripika, makipa rukakunawan[1] yupashpa kallarishkami. Shinami chunkakama yupashkami.

shuk maki

ishkay maki

Wakin llaktakunapika, chakikunapi tiyak rukakunata yupashpa, ishkay chunkakama yupay kallarishkami.

Maki rukakuna

chaki rukakuna

Maya runakuna maki rukakunawan, chaki rukakunawan yupashpa, ishkay chunkakama yupay kallarirkami. Ecuadorpika, chachi mashikuna ishkay chunkakama yupak karka.

2. Mana kuskayuk[2] yupana llikakuna[3]

Sistemas de numeración no posicionales

[1] ruka: dedo

[2] Kuska: puesto, lugar, posición

[3] Yupana llika: sistema de numeración

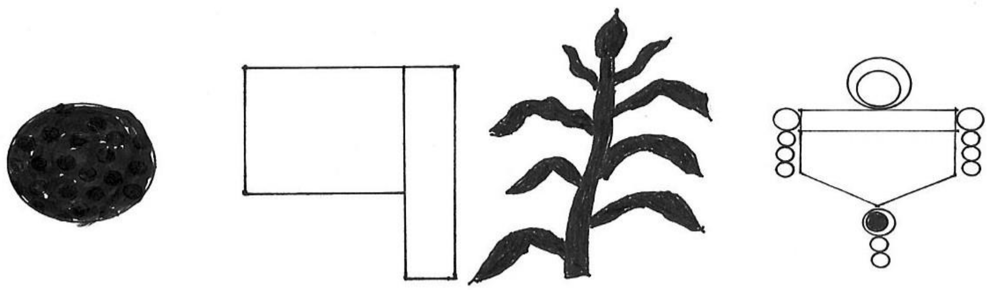
Achka tiyakkunata yupankapakka, yupana llikunata rurashpa kallarishkami. Kallariypika mana kuskayuk yupana llikakunata wiñachishkami. Aztecakuna Egipciokunapash kay yupana llikakunata wiñachirka. Kay mana kushkayuk yupana llikakunapika, sapan shuyu, maypi kashpapash, chay yupayllatatak rikuchikmi karka.

2.1 Aztecakunapak runakunapa yupana llikata riksishunchik

Conozcamos el sistema de numeración de los aztecas

Paykunaka, kay chusku shuyukunawan yupaykunata killkarkakuna:

shuk rumpa = 1
shuk unanchashina = 20
shuk sara yura = 400
shuk sara wayunka = 8.000



1 20 400 8.000

Rikuchina ruray

Ejercicio demostrativo

Kunanka Azteca shuyukunawan, 2025 yupayta killkashunchik

Escribamos el 2025 con los signos de los Aztecas:

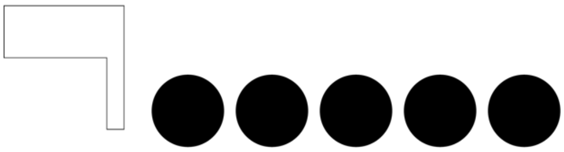
1 sara =

400

1 unancha =

20

1 rumpa = 1



Kaypi tiyan: 5 x 400 =2000

1x 20 = 20

5 x 1= 5

2025

Ruraykuna

Ejercicios

1) **Azteca shuyukunawan, 20. 050 yupayta killkapay.**

   Escribe el 20.050 con los signos de los aztecas

2 x 8000

10 x 400

2 x 20

10 1

2) **Azteca shuyukunawan 1492 yupayta killkapay**

   Escribe el 1492 con los dibujos de los Aztecas

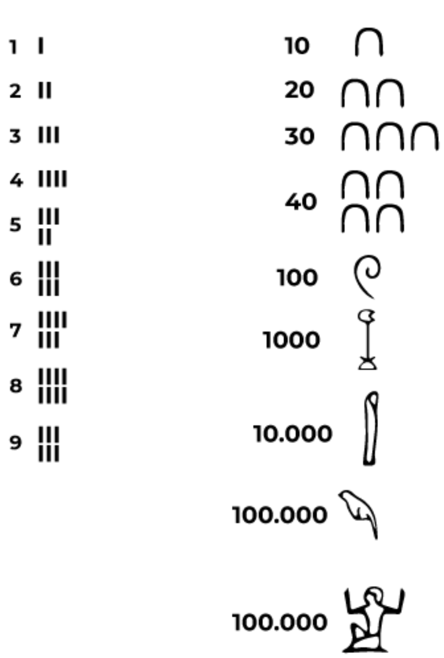
3) Azteca shuyukunawan 10.000 yupayta kikkapay

Escribe 10.000 con los dibujos de los Aztecas

2.2 Egipcio runakunapa yupana llikata riksishunchik

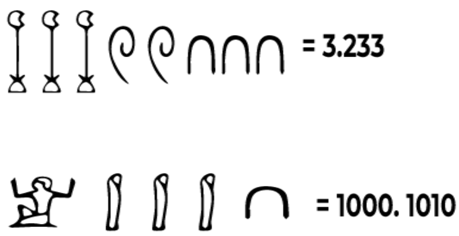
Conozcamos el sistema de numeración egipcio

Paykunaka, kay shuyukunawan yupaykunata killkarkakuna. Shina



Egipciokuna, kay shuyukunawan yupaykunata killkak karkami. Sapan shuyu, maypi kashpapash, paypa kikin yupayta rikuchikmi karka. Shina:

Rikuchina ruray
Ejemplo demostrativo



Fuente: Elaboración propia

Ruraykuna
Ejercicios

1) **Egipciopa shuyukunawan 12.835 yupayta killkapay**
   Escribir 12.835 con los signos de los egipcios

2) **Egipciopa shuyukunawan 55.462 yupayta killkapay**
   Escribe 55.462 con los signos de los egipcios

2.3 Romanokunapa yupayta rikuchinkapak shuyukuna
Signos de los romanos para representar los números

Romanokuna, yupayta rikuchinkapakka, kay shuyukunata charirkami:

I,	II,	III,	IV,	V,	VI,	VII,	VIII,	IX,
1	2	3	4	5	6	7	8	9

X = 10
L = 50
D = 500
M = 1.000

Shinapash, Romanokunaka, kallaripika, etruscukunapa shuyukunata hapirkami. Estruskunaka yupayta rikuchinkapakka shuyukunapi yapashpami rikuchikkuna karka. Shina:

I, II, III, IIII, V, VI, VII, VIII, VIIII, X
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

Kipami, romanokunaka shuyupi yapashpapash kuchushpapash yupaykunata rikuchik kallarirkami. Shina:

I, II, III, IV, V, VI, VIII, IX, X

Romanokuna, illak yupayta mana charishkachu. Chaymanta hatun yupaykunata rikuchinkapakka may sinchimi kanma. Shinallatak, hatun yupaykunawan yupana, anchuchina, kutina, rakina, shuktak yupanakunatapash rurankapakka, may sinchimi kanman.

3 Kuskayuk yupana llikakuna

Sistemas de numeración posicionales

Illak yupayta rikuchinkapak shuk unanchata wiñachinamanta: 0

La invención del símbolo para representar el número 0 que es la no existencia de cantidad.

Mana kuskayuk yupana llikakunaka, mana 0 yupayta rikuchinkapak charirkachu. Romanakuna, Griegokunapash mana 0 charishkachu. Chaymanta hatun yapana, achuchina, kutina, rakinatapash rurankapakka, yapa sinchimi karka.

3.1. Ishkay chunkapi tantachishpa yupana llika:

Sistema de numeración posicional de base 20

Mayakunapak llika

Sistema de numeración posicional maya de base 20

India llaktapi, 400 wata, Jesús wacharishka kipa, illak yupayta rikuchinkapakka, kay unanchata wiñachirkami: 0. Kipami, árabekuna Indiapa yupay unanchakunata hapishkami. Chayta europeokunaman ña Jesús wacharishkamanta 1000 watapi riksichirkami. Kay 0 unanchaka, yupaymanta yachayta achkatakmi yanaparkami. Kunanka ima yupaykunatapash hawallami killkashpa rikuchinchik.

Shinapash, ñukanchik Abya-Yala llaktapi, maya mashikunaka kay rumpataka ña killkakkunami kashka. Paykuna, ishkay chunka watashpami yupakkuna kashka. Yupaykunata killkankapakka kimsa charirka. Kay shuyukunawan ima yupaytapash killkakkuna kashka. Mayakunaka kimsa unanchakunallawan ima yupaytapash rikuchikkuna karka.

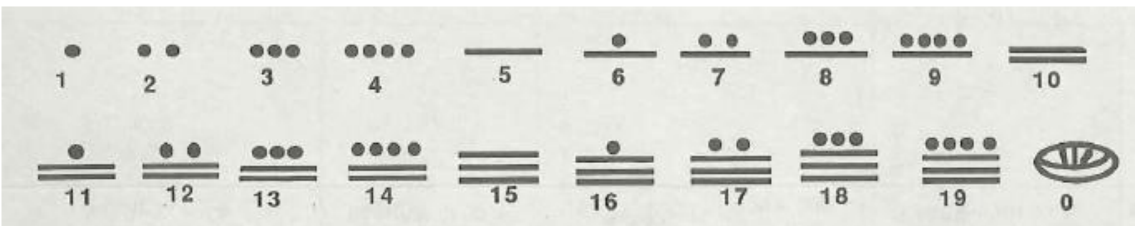
Illak  cero

Shukkuna • unidades

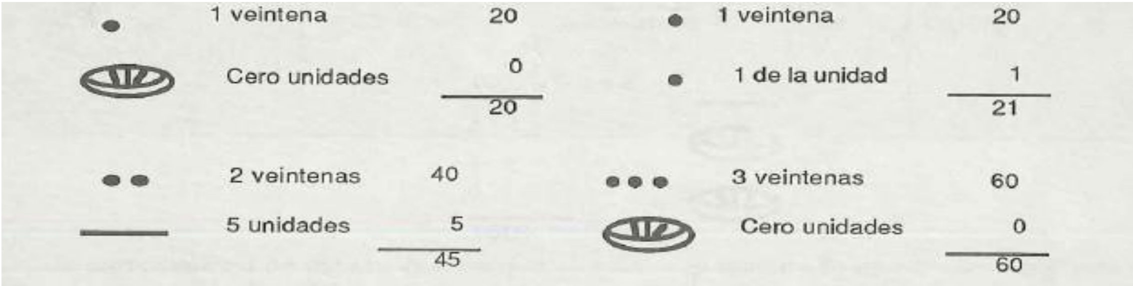
Pichka ▬ cinco

Rikuchik ruyaykuna

Ejercicios demostrativos



Paykunaka uraymanta hawan wachuta rurashpami killkakkuna kashka. Shina.



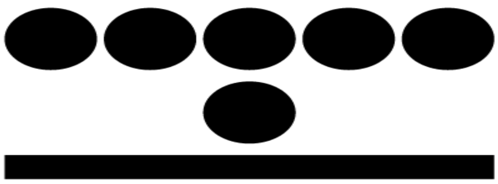
Fuente: Montaluisa, L. 1988

Rikuchina ruray

Ejercicio demostrativo

Kunanka, Maya shuyukunawan, 2025 yupayta killkashunchik:

Ahora escribir con los símbolos mayas



Ruraykuna

Ejercicios

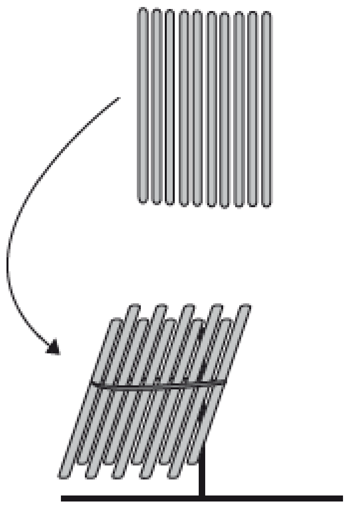
1) . Kunanka, Maya shuyukunawan, 20. 050 yupayta killkapay.

2 x 8000
10 x 400
2 x 20
10 x 1

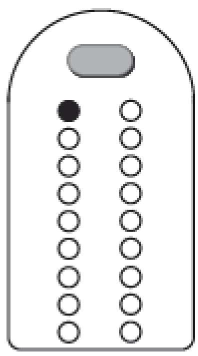
2) **Kunanka, Maya shuyukunawan 1492 killkapay.**

3.2 Chunkapi tantachishpa yupayta rikuchik llika

Sistema de numeración posicional de base diez



1 0

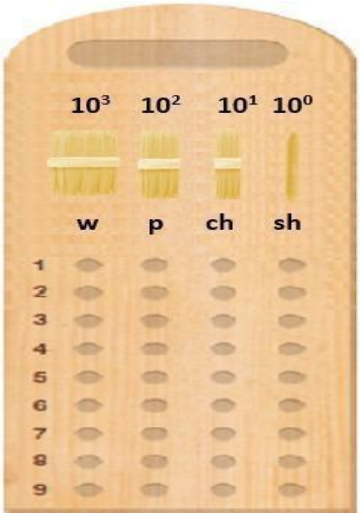


1 0

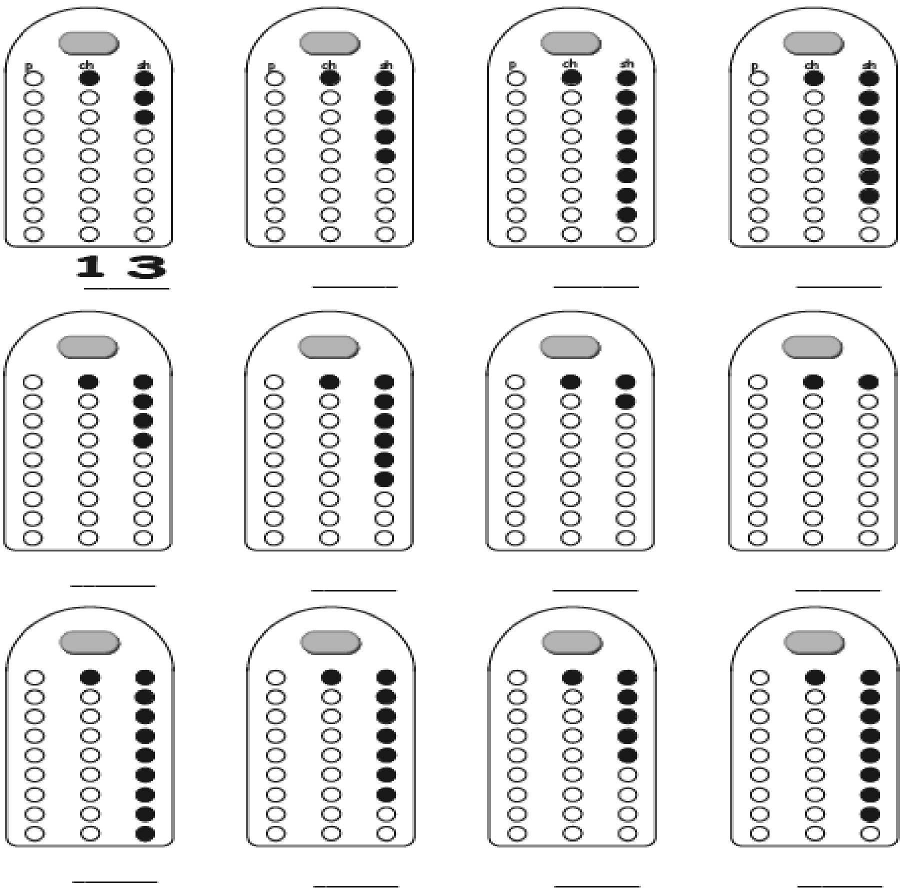
1	0	–	1	0	–																

Taptanapi: warankunata, patsakkunata, chunkakunata, shukkunatapash rikuchishunchik

Kunanka, kay ñanta katishpami ima yupaykunatapash killkanata ushanchik.



Fuente: Montaluisa (2018)



3.3 Kichwa shimipi yupana yuyay

La lógica del conteo oral kichwa

Kichwa yupanaka chunkapi allichishkata sumaktak rikuchinmi. Japonés shimipi shinallatakmi kan. Shinapash, Latín shimipi, español shimipi, inglés shimipika mana shina kanchu.

Latín	Español	Inglés	Kichwa	Japonés (nijon go)
decim 10	diez 10	ten 10	chunka 10	juu 10
undecim 1 + 10	once 1 + 10	eleven 1 + 10	chunka shuk 10 + 1	juu ich 10 + 1
duodecim 2 + 10	doce 2 + 10	twelve 2 + 10	chunka ishkay 10 + 2	juu ni 10 + 2
tredecim 3 + 10	trece 3 + 10	thirteen 3 + 10	chunka kimsa 10 + 3	juu san 10 + 3
quattuordecim 4 + 10	catorce 4 + 10	fourteen 4+ 10	chunka chusku 10 + 4	juu shi 10 + 4
quindecim 5 + 10	quince 5 + 10	fiftenn 5 + 10	chunka pichka 10 + 5	juu go 10 + 5
sedecim 6 + 10	dieciseis 6 + 10	sixteen 6 + 10	chunka sukta 10 + 6	juu roku 10 + 6
septendecim 7 + 10	diecisiete 10 + 7	seventeen 7 + 10	chunka kanchis 10 + 7	juu sichi 10 + 7
duodevinginti 20 - 2	dieciocho 10 + 8	eighteen 8 + 10	chunka pusak 10 + 8	juu hachi 10 + 8
undevinginti 10 + 1	diecinueve 19 + 1	nineteen 9 + 10	chunka iskun 10 + 9	juu kyuu 10 + 9
viginti 20	veinte 20	twenty 20	ishkay chunka 2 x 10	ni juu 2 x 10
unus et viginti 1 + 20	veintiuno 20 + 1	twenty one 20 + 1	ishkay chunka shuk (2 x 10) + 1	ni juu ichi (2x10) + 1

Fuente: Elaboración propia

Inglés shimipipash, ten one (10+1), ten two (10+2), ten three (10+3) rimana rantika: eleven, twelve, thirteen, etc., riman. Chaymanta, chunkachishpa yupana llikata rikuchinkapakka sinchimi tukun.

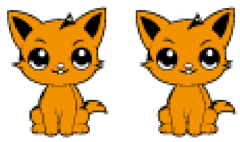
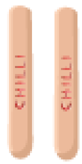
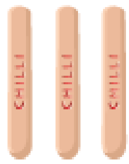
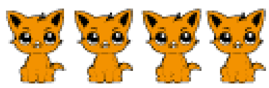
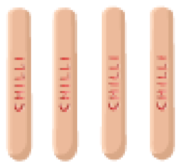
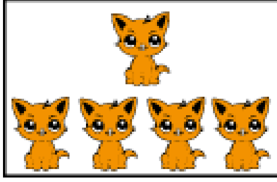
4. Yupaykunata imashina killkanata yachachina ñan

Metodología de cómo enseñar a escribir los números

Kichwapi yupaykunata killkankapakka hawallami kan. Kallaripika, shimiwan rimashka yupaykunata murukunawan, kashpikunawanpash rikuchishpa rikchachinami kan. Kipaka yupaypa shuyukunawan rikchachinami kan. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

1. Yupayta unanchawan rikuchishunchik

Representemos los números con símbolos

Kakkuna	Rikuchina	Unancha
		1
		2
		3
		4
		5

2. Shuyuta rikushpa yupayta killkashunchik

Escribamos los números

1

2

3

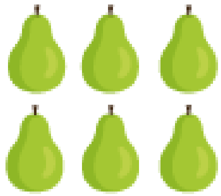
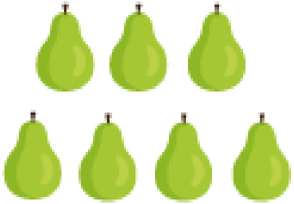
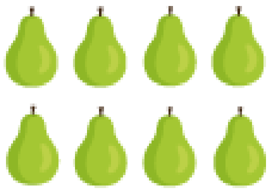
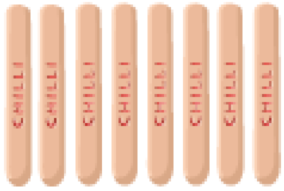
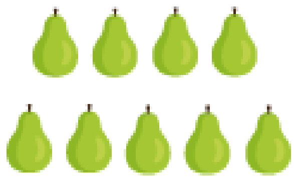
4

5

1	–	1	–	1										
2														
3														
4														
5														

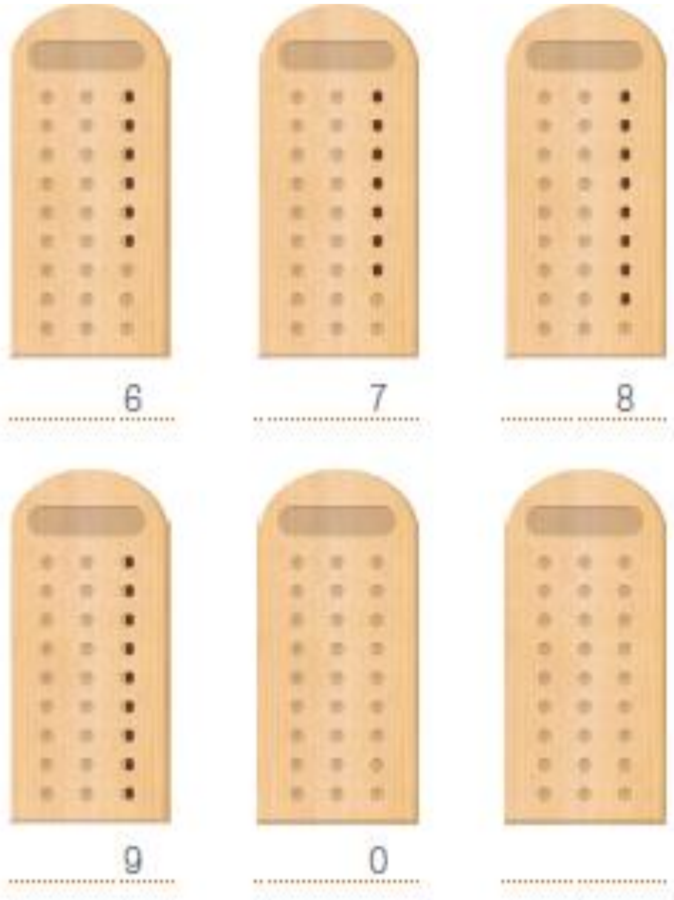
3. Yupayta unanchawan rikuchishunchik

Representemos los números con símbolos

Kakkuna	Rikuchina	Unancha
		6
		7
		8
		9
		0

4. Shuyuta rikushpa yupayta killkashunchik

Escribámos los números



6	–	6	–	6										
7														
8														
9														
0														

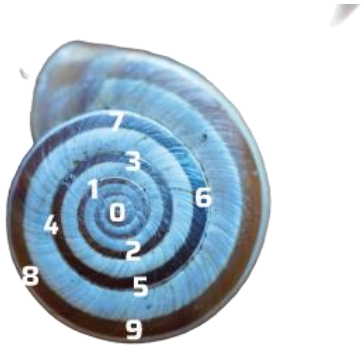
5. Yupaykunata shukmanta iskunkama killkakatishunchik

Leer y escribir números del 1 al 9 en el churu y la recta

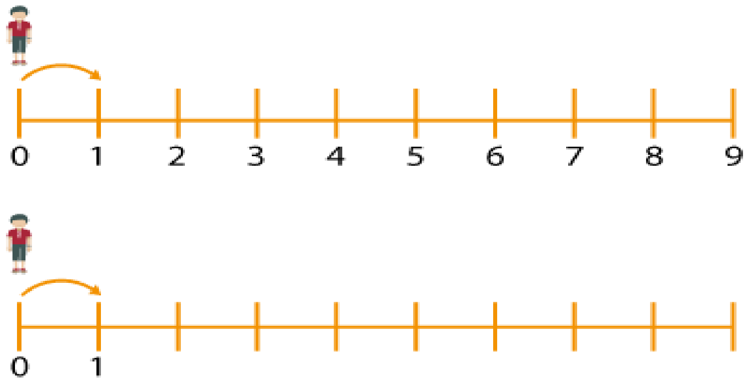
1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9

9 – 8 – 7 – 6 – 5- 4- 3 – 2 – 1

Churupi yupaykunata rikushunchik.



Tatkikunata wachupi rikushunchik. Kipa killkashunchik



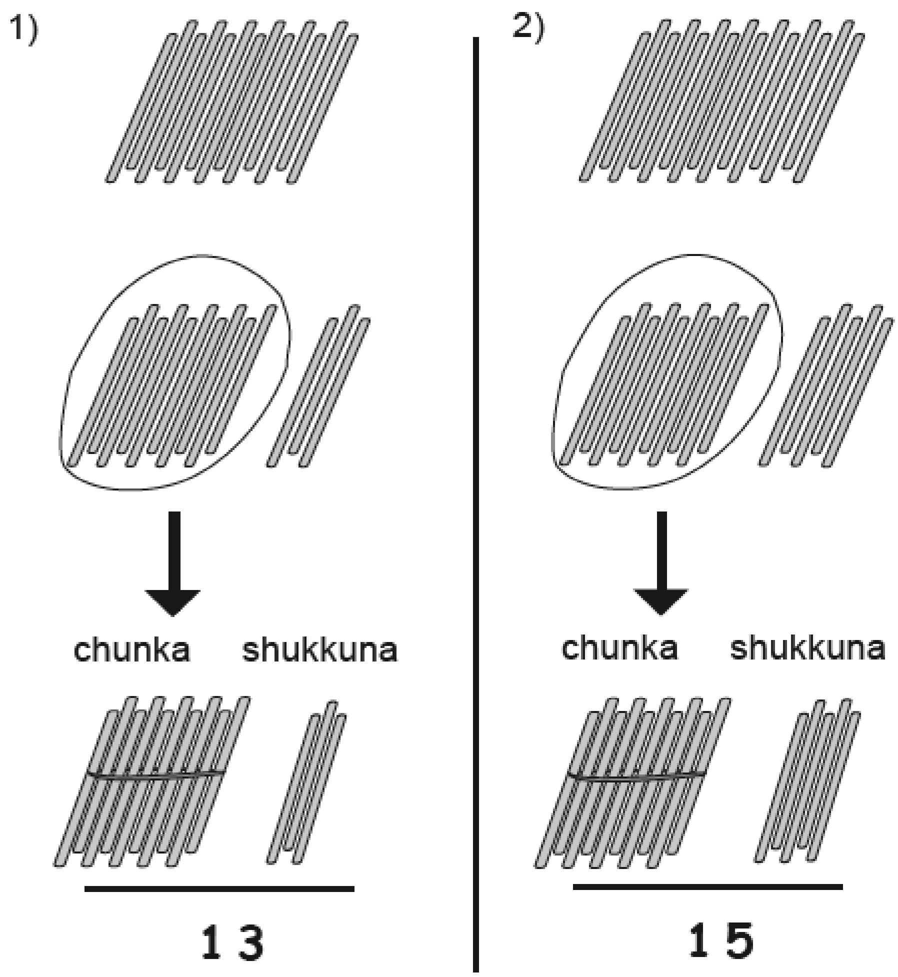
6. Iskunmanta, iskun chunka iskunkama 1-99 yupaykunata killkana

Escritura de 1 al 99

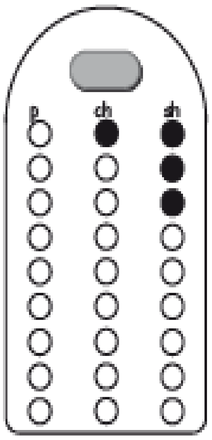
Iskunmanta ashtawan hatun yupaykunata killkanata yachachinkapakka, iskunmanta yallik yupaykunata rimachinami kan. Kipaka, chunka, chunkata tantachinami kan. Shina:

1) Chunkakunataka watashpa wankukunata runami kan.
2) Chunkakunataka llukiman churanami kan. Ranti, sapalla shukkunataka alliman churanami kan.

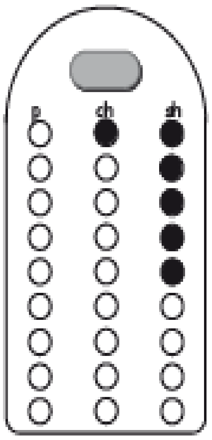
Kayta rurashka kipaka kay yupay shuyukunawan yupaykunata killkanallami kan: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0.

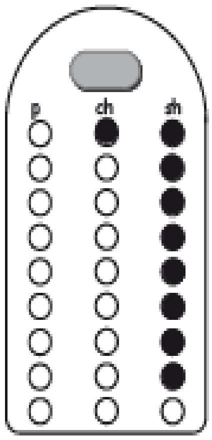


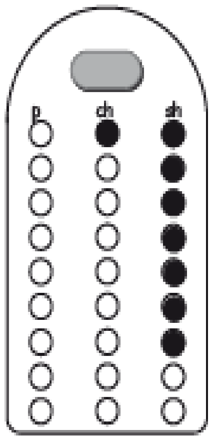
7. Taptanapi mashna yupay tiyakta rikushpa, yupaykunata killkashunchik
Ver las cantidades en la taptana y poner debajo el número

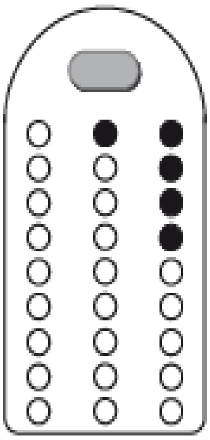


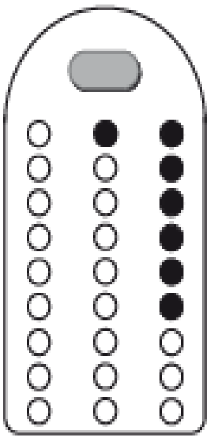
13

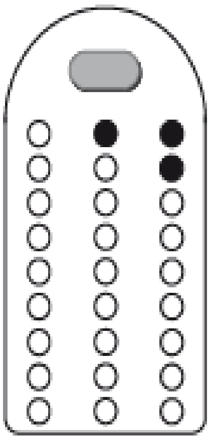


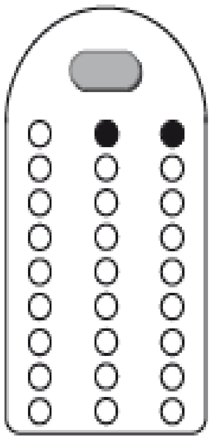


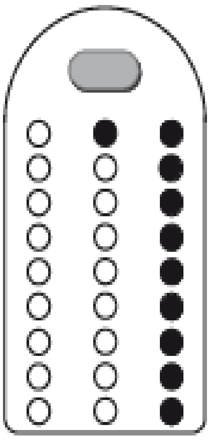


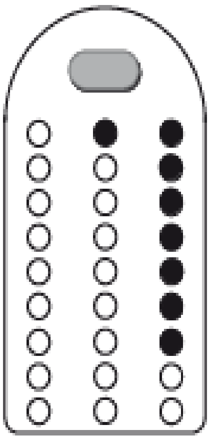


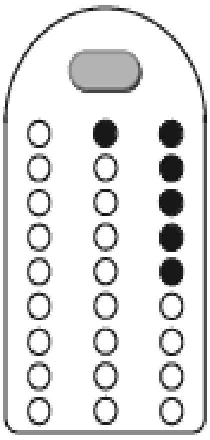


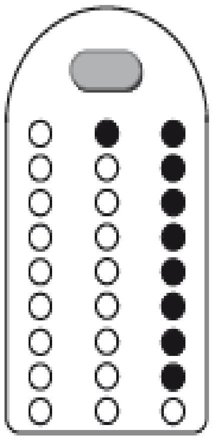






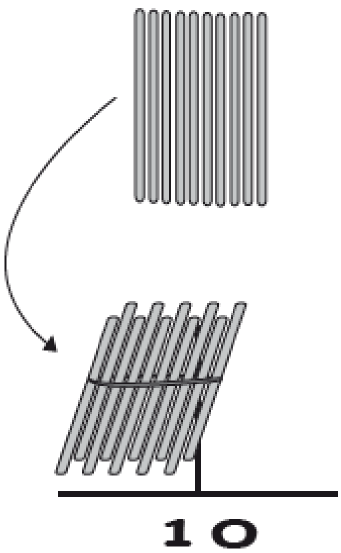


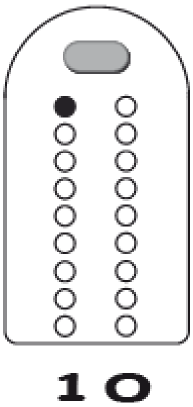




8. Illayuk yupaykunata killkankapakka chunka yupayta imashina killkanata yachakushunchik

Para escribir los números que tienen 0 en las unidades, tenemos que aprender a escribir el diez

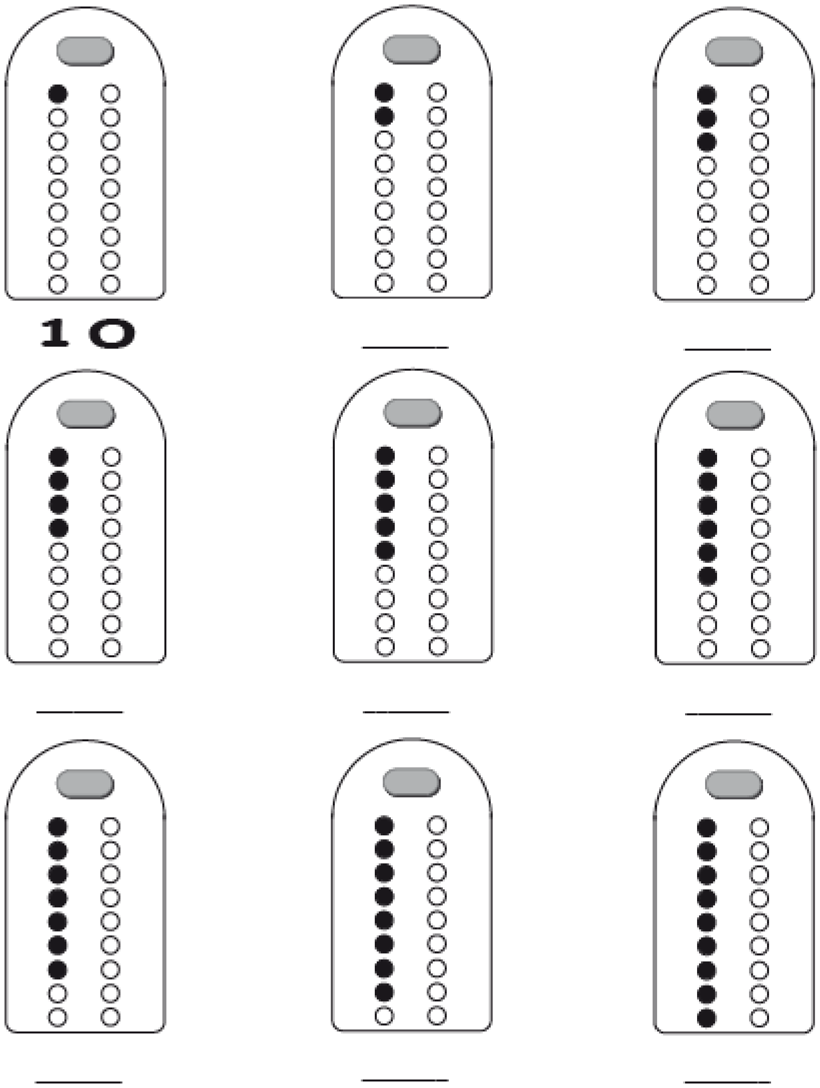




1	0	–	1	0	–																

9. Illayuk yupaykunata killkashunchik

Escribamos los números que tienen 0



1	0	–	2	0	–																												

10. Yupaykunata shukmanta iskun chunkakama killkashunchik

Escribamos los números del 1 al 99

1 - 2 -

10 - 11 -

20 - 21 -

30 -

11. Yupaykunata 99-1 killkashunchik

Escribamos números 99 -1

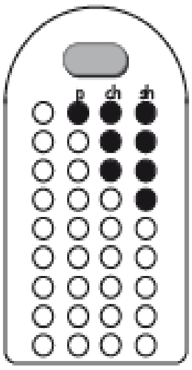
9	9	-	9	8	-

12. Nikta yupayta killkashunchik

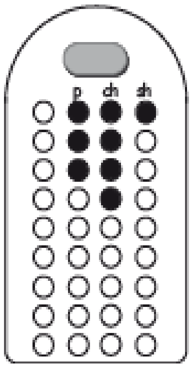
Escribamos los números que nos dictan

13. Patsakchina warankachinapash

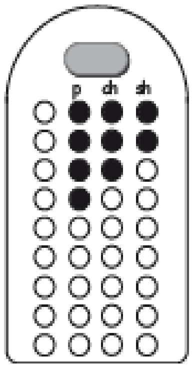
Números de tres cifras (cienes) y cuatro cifras (miles)



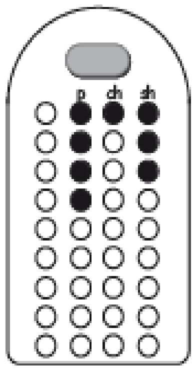
1 3 4



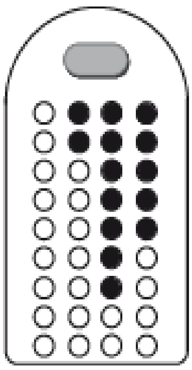
______



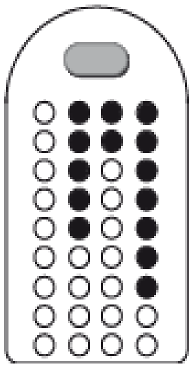
______



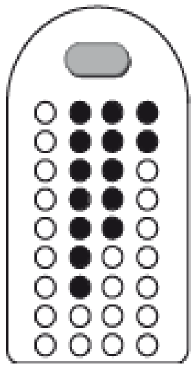
______



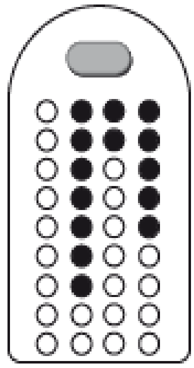
______



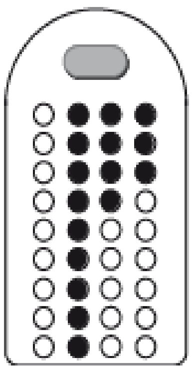
______



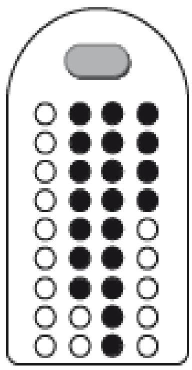
______



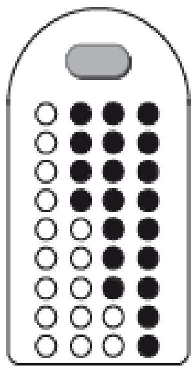
______



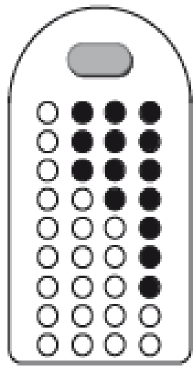
______



______



______

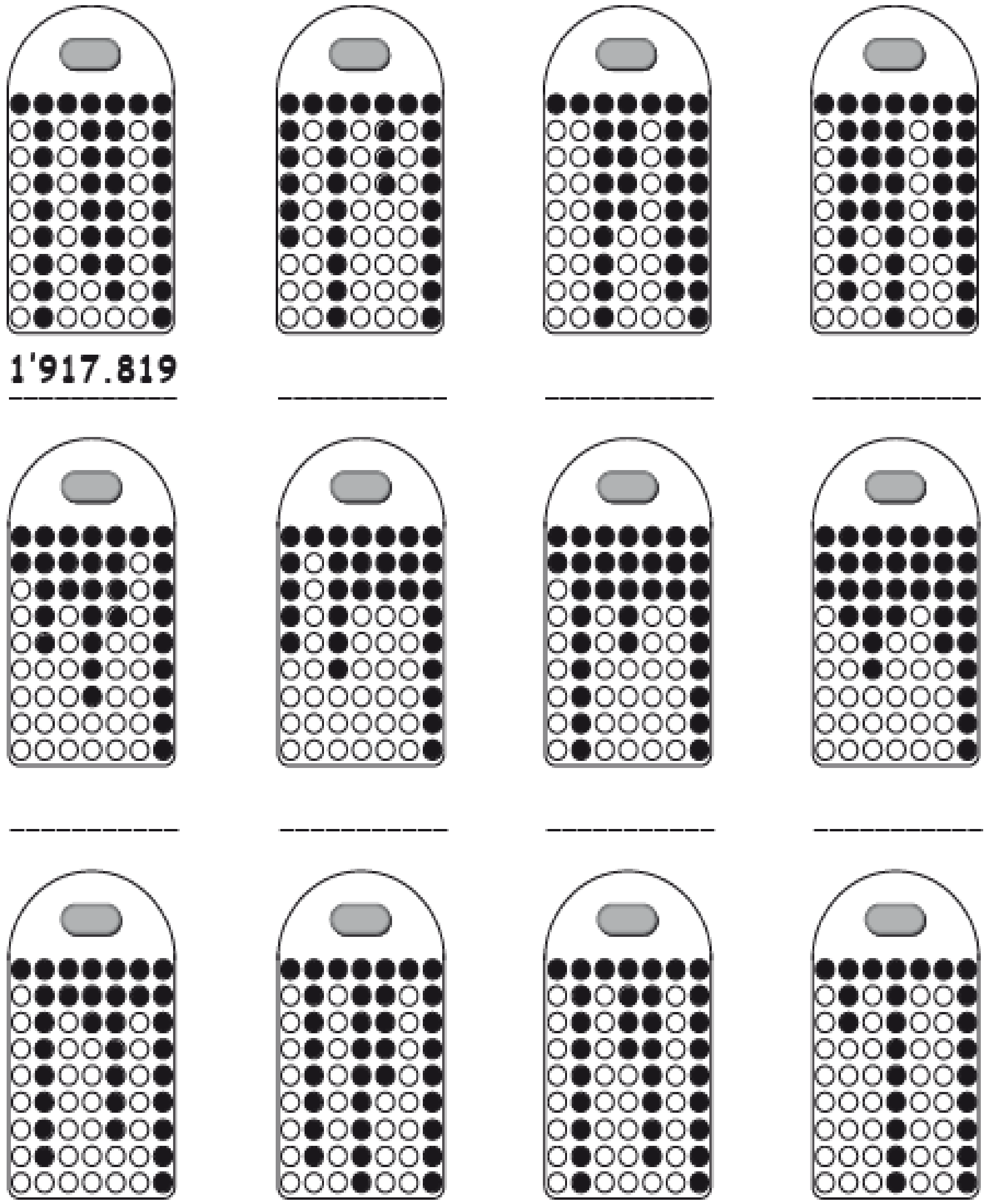


______

14. Kullki pankata riksishunchik
Conozcamos los billetes

Fuente. Montaluisa, L. 2018

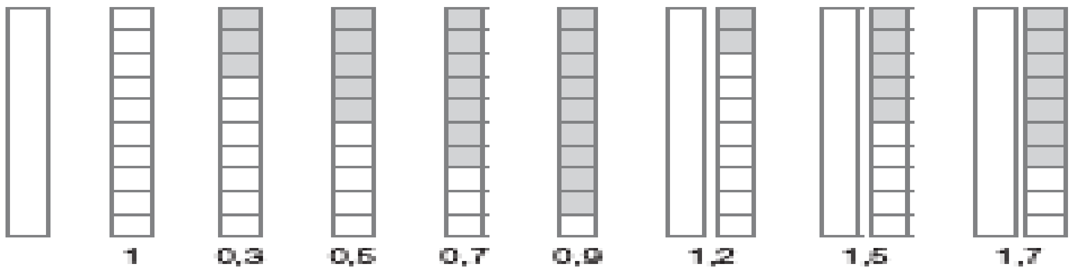
15. Hunukunata killkashunchik
Escribamos por millones



1'917.819

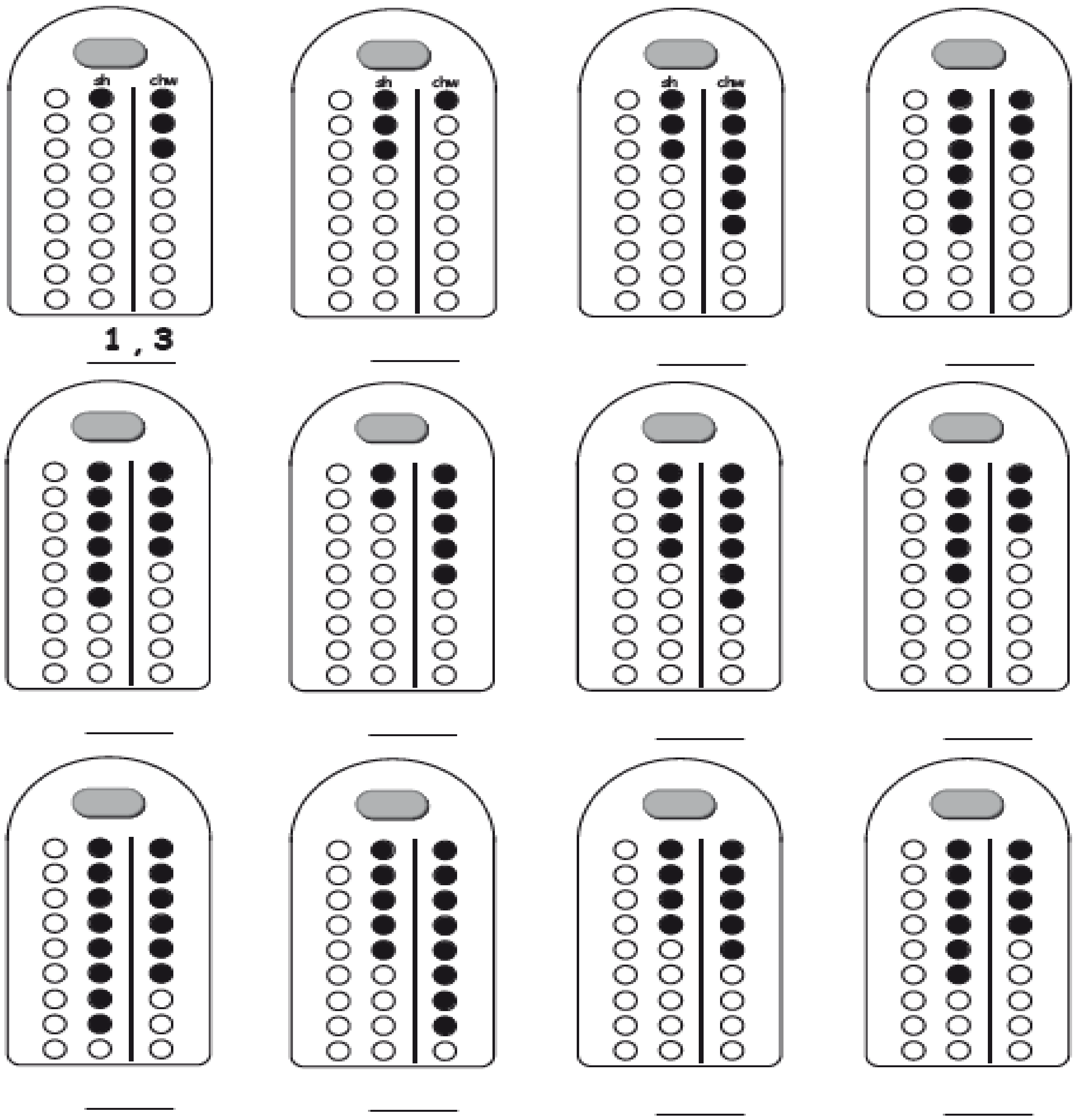
16. Chunkawakunata riksishunchik

Conozcamos los decimales



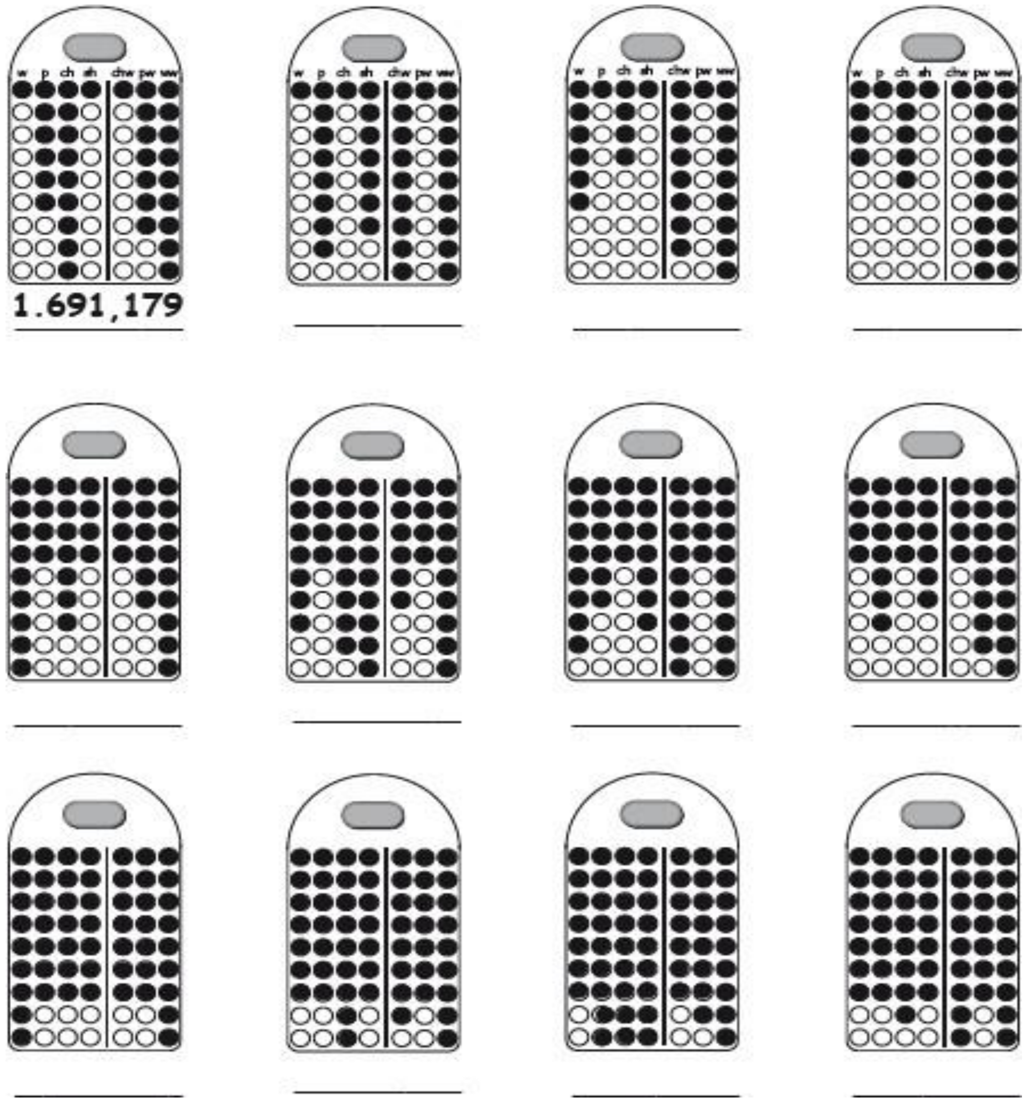
17. Chunkawakunawan yupaykunata killkashunchik

Escribamos cantidades con decimales



17. Chunkawa, patsakwa, warankawatapash yachakushunchik

Aprendamos las décimas, centécimas y milésimas



18. Chunkawakunawan yupaykunata killkashunchik

Escribamos cantidades con decimales

19. Dólar chunkawakunata riksishunchik

Conozcamos las monedas fraccionarias de dólar

0,01

0,05

0,10

0,25

0,50

5. Yapana Anchuchinapash

Suma y restas

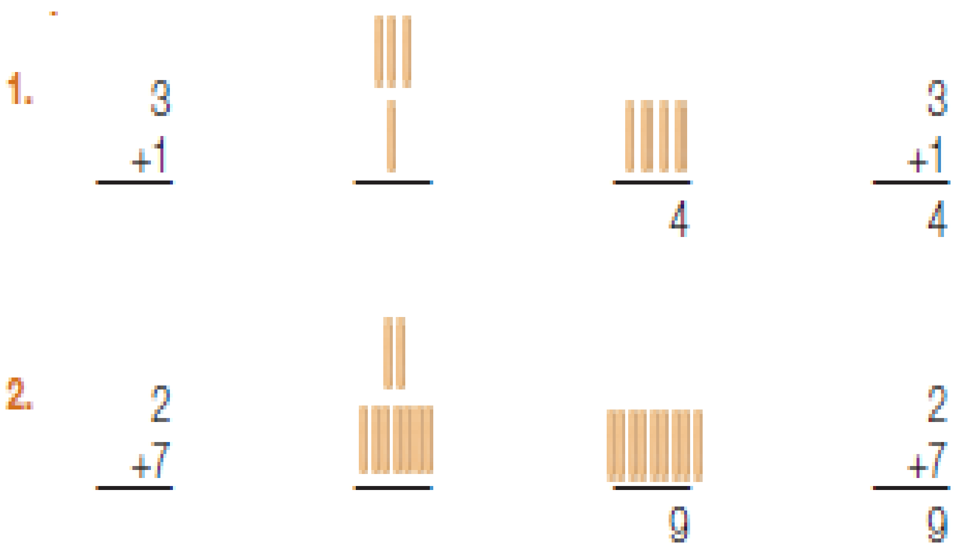
1. Yapana

Suma

Yapanaka, tantachishpa yupanami kan. Tiyashka yanapanakunata tantachishpami mashna tiyashkata yachak tukunchik.

Iskunkama yapana

Sumas en círculo del 1 al 9



Yapashunchik

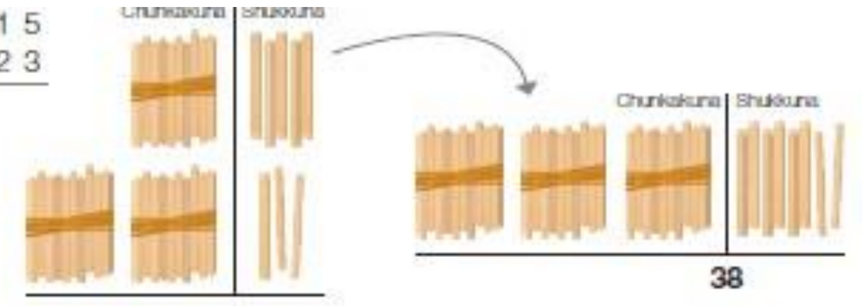
Sumemos

5	3	4	2	1
+ 1	+ 6	+ 4	+ 7	+ 5
____	____	____	____	____

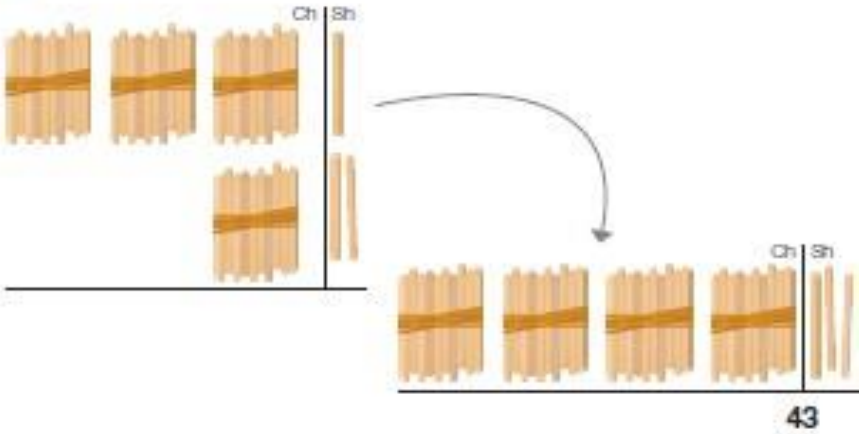
Mana chunkachina yapanakuna

Sumas sin transformaciones a decenas

$$\begin{array}{r} 15 \\ +\,23 \\ \hline \end{array}$$



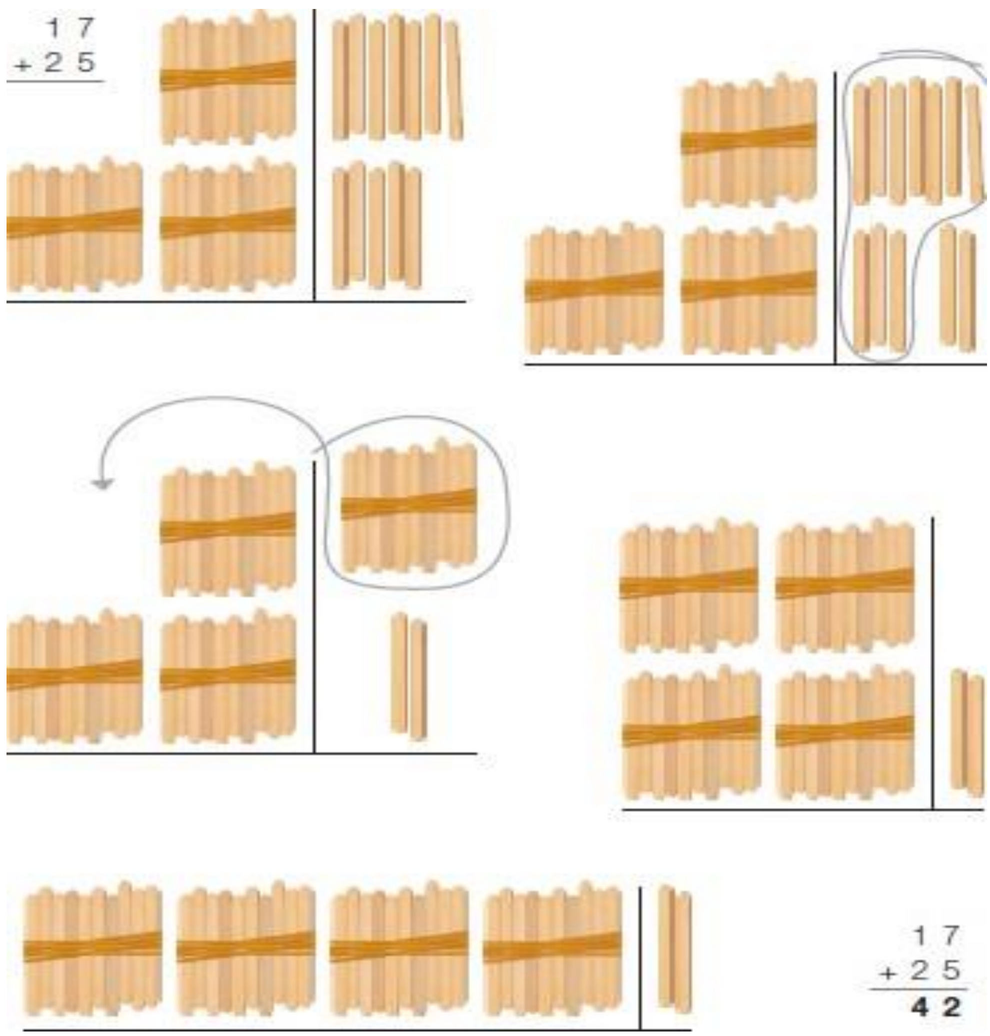
$$\begin{array}{r} 31 \\ +\,12 \\ \hline \end{array}$$



$\begin{array}{r} 1\;5 \\ +\;2\;3 \\ \hline 3\;8 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\;5 \\ +\;2\;3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\;5 \\ +\;2\;3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 1\;5 \\ +\;2\;3 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 2\;3 \\ +\;5\;3 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 5\;1 \\ +\;4\;5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 6\;3 \\ +\;1\;6 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 2\;7 \\ +\;5\;1 \\ \hline \end{array}$
$\begin{array}{r} 358 \\ +\;231 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 219 \\ +\;580 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 400 \\ +\;300 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 815 \\ +\;104 \\ \hline \end{array}$

Chunkachishpa yapana

Sumas con transformaciones a potencias de diez



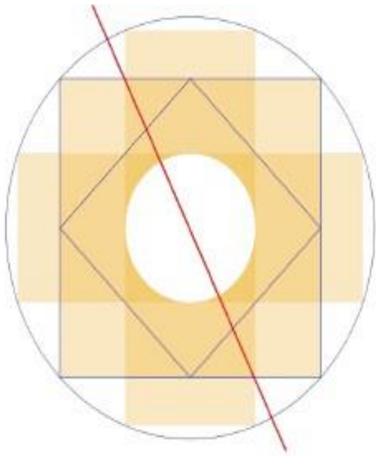
Yapashunchik

Sumemos

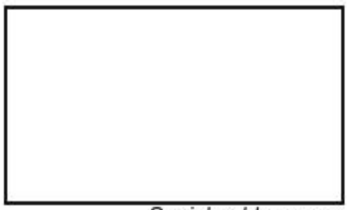
17	26	31	76	88	66
+ 25	+ 37	+ 49	+ 18	+ 2	+ 29
____	____	____	____	____	____

2. **Muyuntina wachuta tupushunchik**

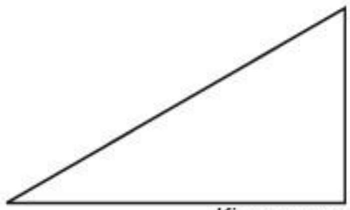
Midamos las líneas del perímetro



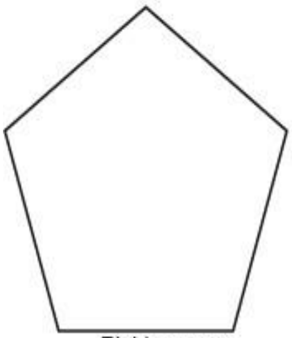
Chakana



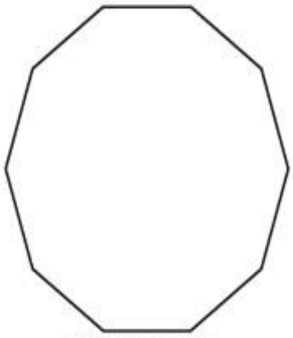
Sunichushkumanya



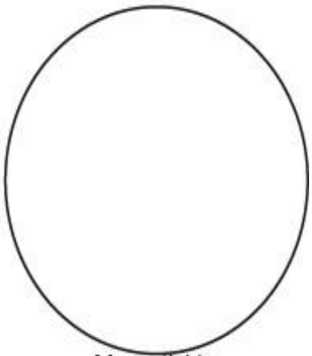
Kimsamanya



Pichkamanya



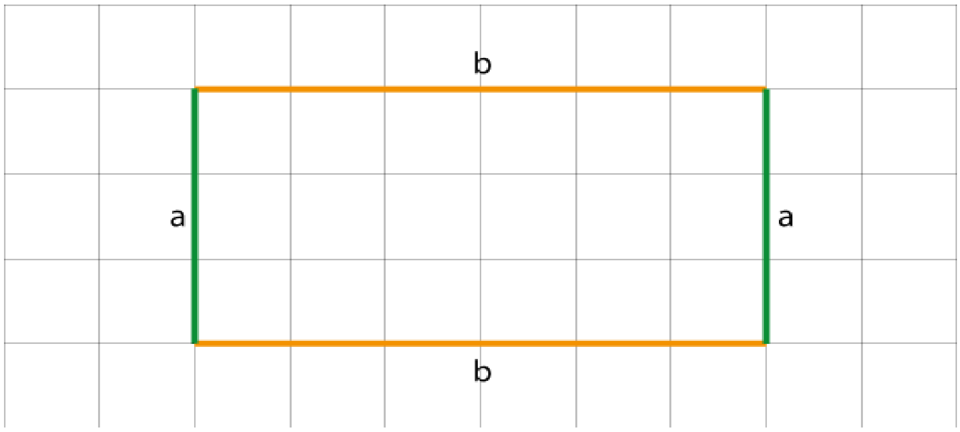
Chunkamanya



Muyuntishka

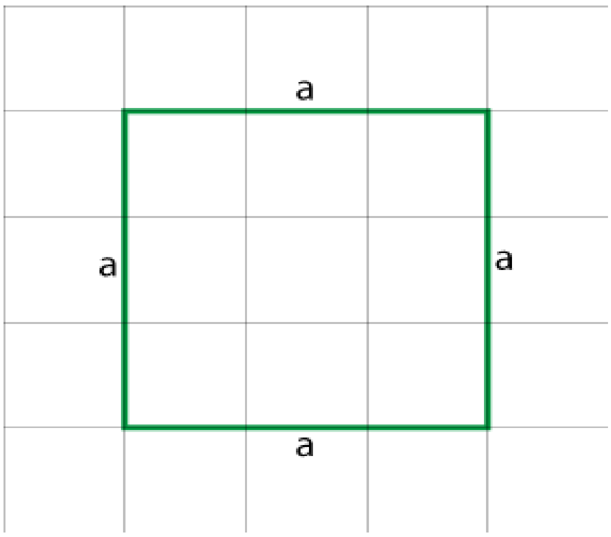
Chushku manyayuk
Rectángulo

Muyuntina tupunaka, manyakunata tupuna nisha nin.



Muyuntina wachu = b +a +b + a

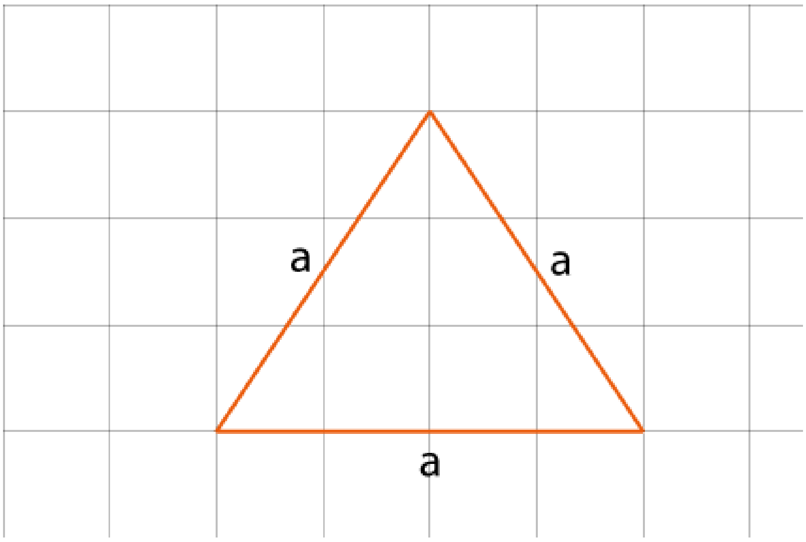
Chusku pakta manyayuk
Cuadrado



Muyuntinaka= a + a + a +a
Perímetro

Kimasa manyayuk

Triángulo

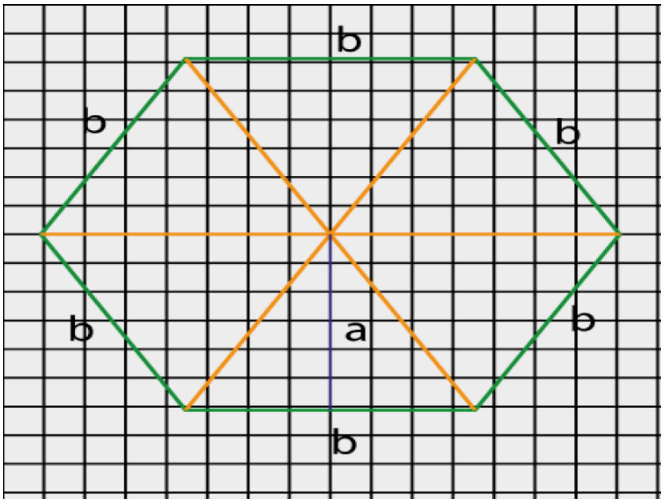


Muyuntina = a + a + a

Perímetro

Tawkapaktamanyayuk

Polítgono regular

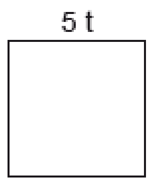


Muyuntina = b+b+b+b+b+b

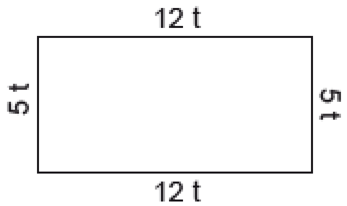
Perímetro

Muyuntina ruraykuna

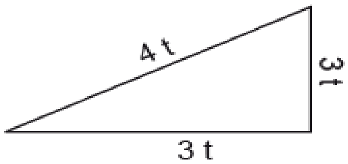
Ejercicios para medir el perímetro



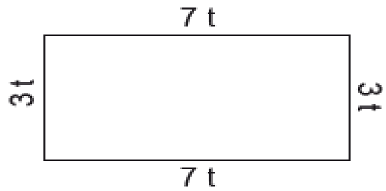
$5\ t + 5\ t + 5\ t + 5\ t = 20\ t$



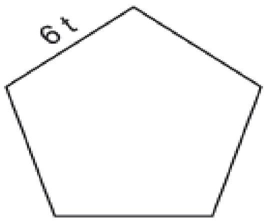
$5\ t + 12\ t + 5\ t + 12\ t =$



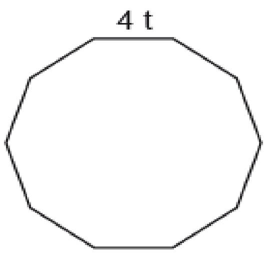
______________________________ =



______________________________ =



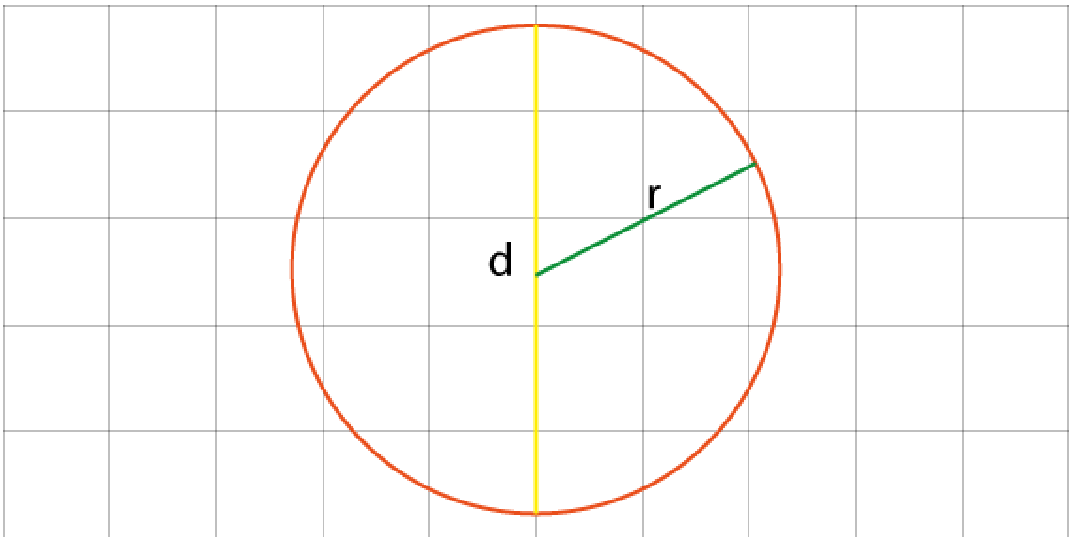
______________________________ =



______________________________ =

Rumpa muyuntina

Circunferencia, perímetro del círculo



Rumpa muyuntinata mashkankapakka, kayta ruranami: $\frac{C}{D} = 3{,}1415926\ldots$

Kay 3,1415926… yupaytaka griego runakuna pi nishpa shutichirka. Kay unanchawan rikuchikmi kan: π. Shina kakpika $\frac{C}{D} = \pi$

$\frac{C}{D} \cdot D = \pi \cdot D$ -------- $C = \pi \cdot D$

Shinapash $D = 2r$. Chaymanta $C = \pi \cdot 2r$.

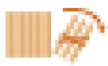
Shina kakpi, rumpa muyuntintaka kay rikchaywanmi rikuchin:

Muyuntina = $2\pi \cdot r$

3. Anchuchina

Resta

Anchuchinaka, shuk yupaymanta mashnatapash kichuna nisha ninmi.

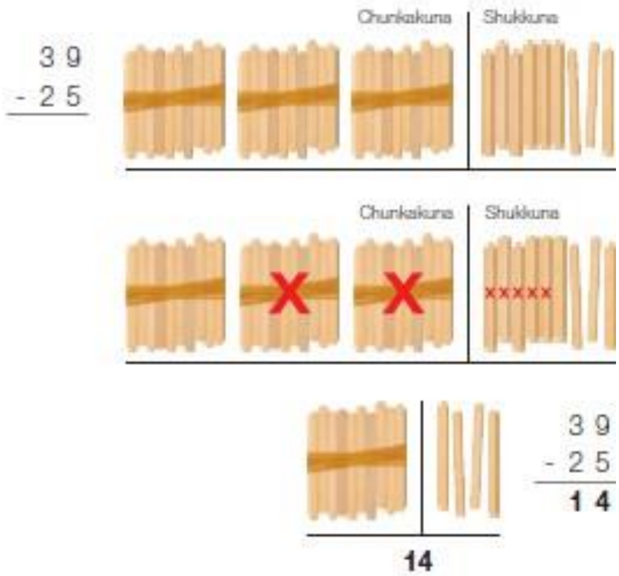
1.	8 -3		 5	8 -3 5
2.	9 -7		 2	9 -7 2

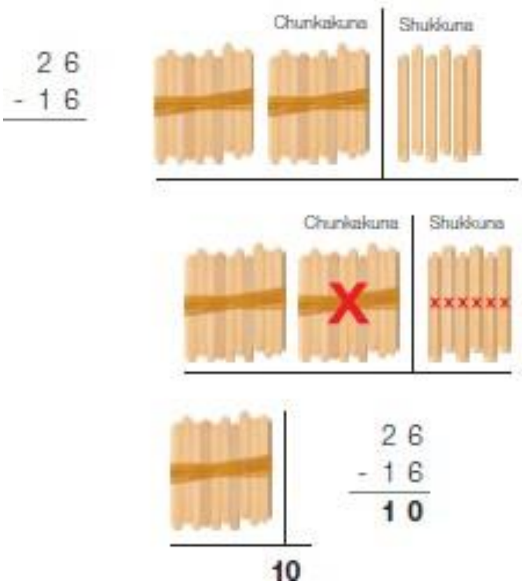
Anchuchishunchik

9 -1 8	5 -3	8 -4	9 -3
8 -6	7 -7	8 -7	5 -3
7 -3	9 -5	6 -3	1 -1

Chunkakunata mana paskashpa anchuchina
Restas sin transformaciones de potencias de diez

Anchuchishunchik





Anchuchishunchik

35	28	39	66	38	57
- 12	- 16	- 20	- 16	- 26	- 41

Chunkakunata paskashpa anchuchina

Restas con transformaciones de las potencias de diez en potencias menores

Chunkakunata shukllayachishpa anchuchina

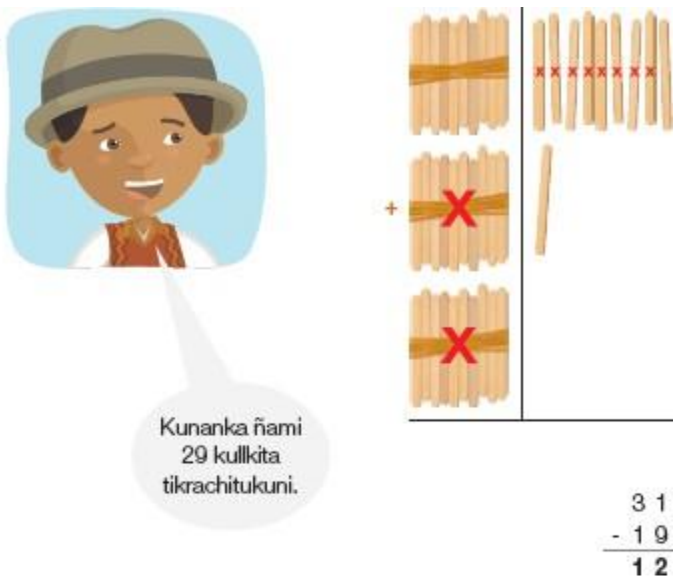
1.

$$\begin{array}{r} 31 \\ -\ 19 \\ \hline \end{array}$$

2.

3.

4.



Fuente: Montaluisa, L. 2018

Anchuchikunata rurashunchik
Resolvamos estas restas

35 -17	42 -23	54 -28	63 -47
74 -36	81 -29	137 - 18	282 -145
155 -87	542 -238	691 -257	871 -326

6. Kutina-Rakina

Multiplicación y división

1. Kutina

Multiplicación

Kutinaka, pakta pakta yapanakunata tantachinami kan. Shina:

1 . 3 = III

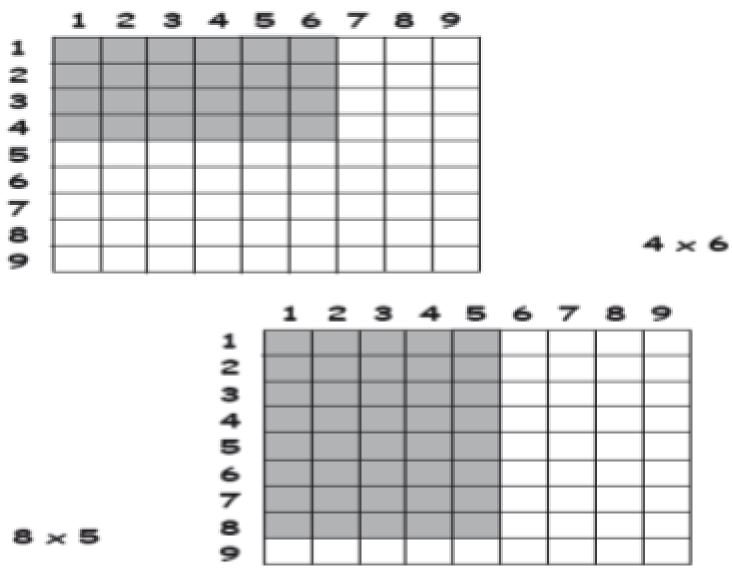
2 . 3 = III III

3 . 3 = III III III

4 . 3 = III III III III

5 . 3 = III III III III III

Kutishunchik



Ishkay yupaywan kutina
Multiplicación por dos cifras
Kutina

a)

```
      123
X      32
---------
      246
     369
---------
     3936
```

b)

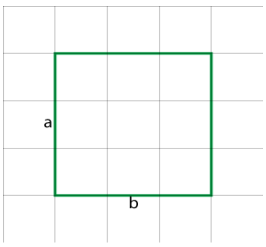
```
      345
X      43
---------
     1035
    1380
---------
    14835
```

2. Pampa[4] tupuna

Medidas de superficie

Tawa pampa tupuna. Tawaka, shuk chusku pakta pakta manyayuk wishkakami kan.

Tawa pampa
Superficie del cuadrado

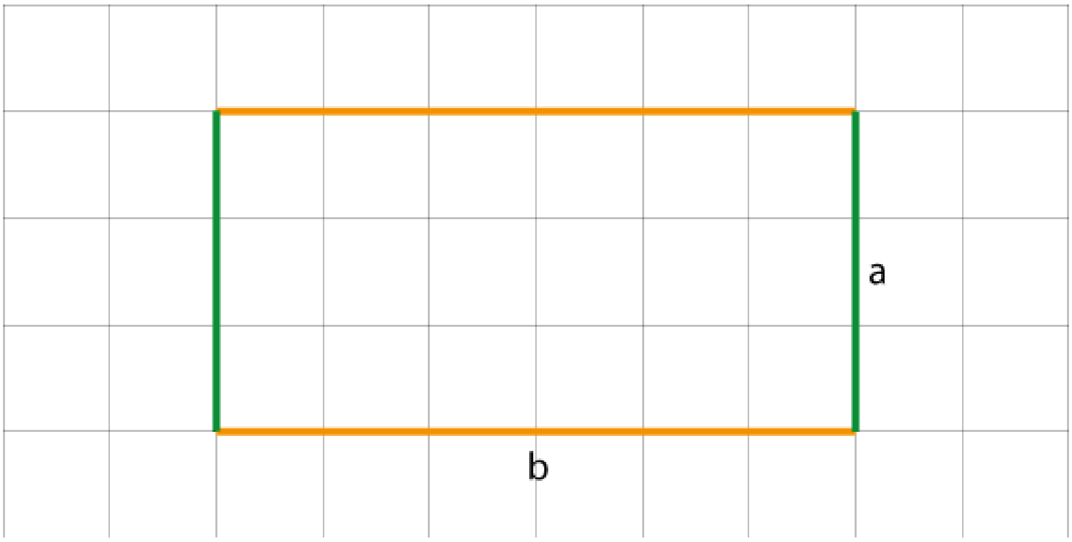


Pampa = Tiksi[5] x hawa (base x altura) (l^2)

[4] Pampa: superficie
[5] Tiksi: base. Hawa: altura

Chusku manyayuk pampa

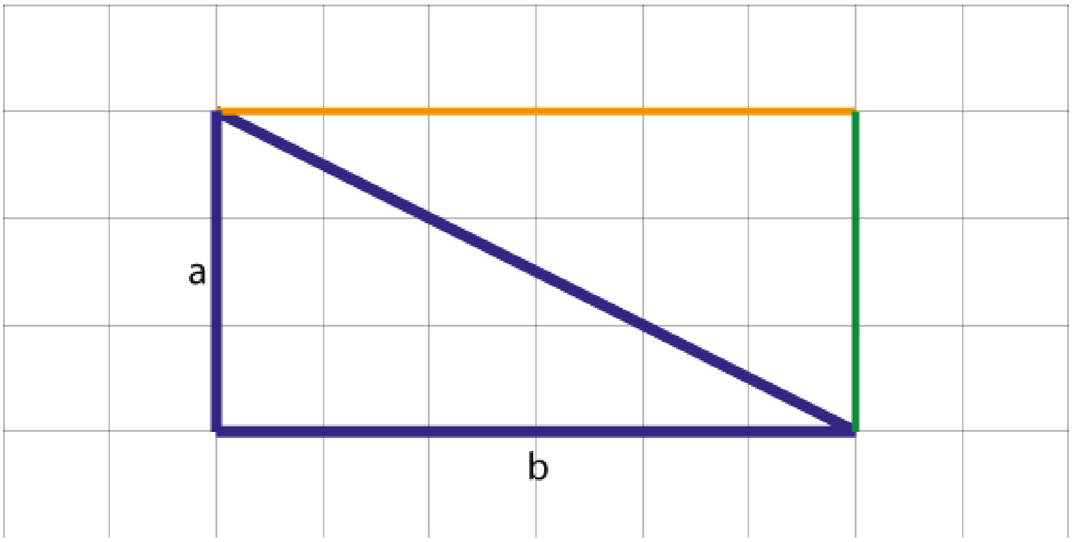
Superficie del rectángulo



$$A = base\ x\ altura$$

Kimsa manyayuk tupuna

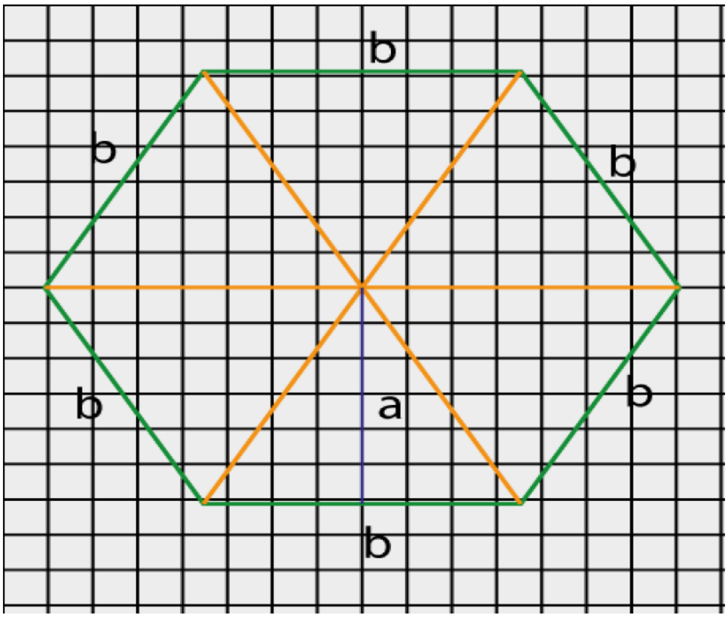
Superficie del Triángulo



$$A = \frac{base\ x\ altura}{2}$$

Tawka pakta manyayuk pampa

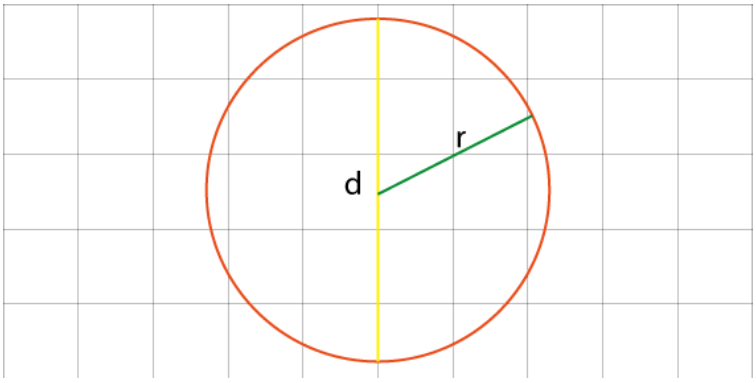
Superficie del Polígono regular



$$A = \frac{Perímeto\ x\ apotema}{2}$$

Rumpa pampa

Superficie del círculo



$A = \pi \times r^2$

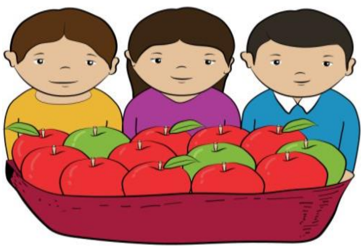
3. Rakina

División

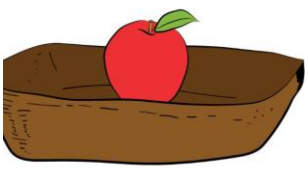
Rakinaka, pakta yupayta kichunami kan. Shina: 13 /3

13- 3 = 10
10 -3 = 7
7 – 3 = 4
4 – 3 = 1

Kaypika, chusku kutinta, 3 yupayta anchuchishkanchik.
Chaymanta 13 : 3 = 4   Ashtawan 1 puchunmi.



Sapan wawa 4 muyuta chaskinmi. Shukka puchunmi.



Rakina ruraykuna

Ejercicios de división

$$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \cline{2-2} -8 & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$$

$\begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ \cline{2-2} -8 & 4 \\ \hline 0 & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ \cline{2-2} & \end{array}$
$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 18 & 3 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 24 & 4 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 36 & 4 \\ \cline{2-2} & \end{array}$
$\begin{array}{r|l} 40 & 5 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 45 & 5 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 54 & 6 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 36 & 6 \\ \cline{2-2} & \end{array}$
$\begin{array}{r|l} 63 & 7 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 72 & 8 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 81 & 9 \\ \cline{2-2} & \end{array}$	$\begin{array}{r|l} 64 & 8 \\ \cline{2-2} & \end{array}$

Sapan yupaypi mashna chunkakuna tiyashkata rikushunchik.

Puchu tiyakpipash rikuchinami kanchik

1. 120 yupaypika
   12 chunkakuna

2. 145 yupaypika
   14 chunkakuna
   5 puchun

3. 349 yupaypika
   ……………………………………
   ……………………………………

4. 597 yupaypika
   ……………………………………..
   ……………………………………..

5. 600 yupaypika
   ………………………………………
   ………………………………………

6. 888 yupaypika
   ……………………………………….
   ……………………………………….

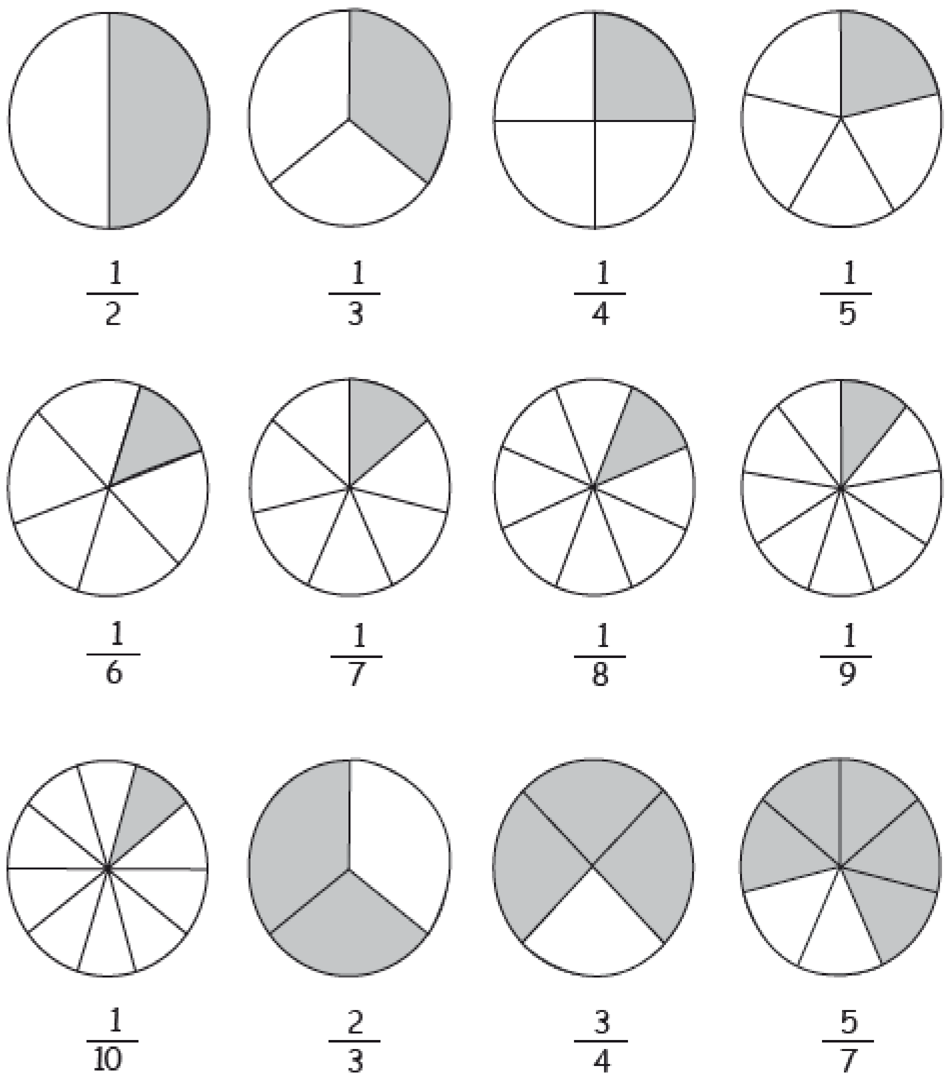
7. 999 yupaypika
   …………………………………………..

Pakina

Fracciones

Shukllata hapishpa pakishunchik

Tomemos una unidad y hagamos fracciones



Pakikunata yapashunchik

Suma de fracciones

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{\cancel{2}}{\cancel{2}}=1 \qquad \frac{1}{3}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3} \qquad \frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{3}{3}=1 \qquad \frac{1}{4}+\frac{2}{2}=\frac{3}{4} \qquad \frac{1}{3}+\frac{1}{3}=$$

$$\frac{2}{4}+\frac{1}{4}= \qquad \frac{2}{5}+\frac{2}{5}= \qquad \frac{3}{6}+\frac{1}{6}=$$

$$\frac{4}{7}+\frac{2}{7}= \qquad \frac{1}{8}+\frac{3}{8}= \qquad \frac{2}{9}+\frac{4}{9}=$$

$$\frac{1}{7}+\frac{3}{7}+\frac{2}{7}=\frac{6}{7} \qquad \frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{4}{9}= \qquad \frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=$$

$$\frac{1}{10}+\frac{5}{10}+\frac{2}{10}= \qquad \frac{2}{10}+\frac{3}{10}+\frac{2}{10}= \qquad \frac{1}{11}+\frac{3}{11}+\frac{5}{11}=$$

$$\frac{1}{12}+\frac{2}{12}+\frac{4}{12}= \qquad \frac{3}{13}+\frac{4}{13}+\frac{5}{13}= \qquad \frac{5}{15}+\frac{3}{15}+\frac{1}{15}=$$

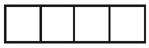
7. Kutipayana-Sapipayana

Potenciación y Radicación

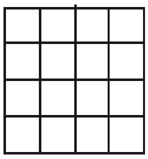
1. Kutipayana

Potenciación

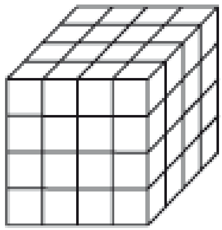
$4^1 = 4$



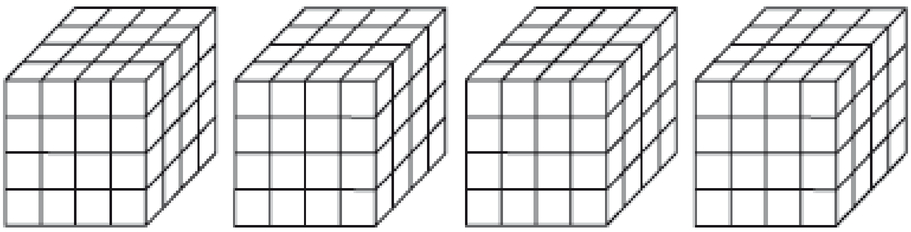
$4^2 = 4 \times 4 = 16$



$4^3 = 4 \times 4 \times 4 = 64$



$4^4 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$



Ruraykuna

Ejercicios

2^1 = **2**

2^2 = 2 x 2 = **4**
2^3 = 2 x 2 x 2 = **8**
2^4 = 2 x 2 x 2 x 2 =**16**
2^5 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 =**32**
2^6 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = **64**
2^7 = 2 x 2 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = **128**
2^8 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = **256**
2^9 = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = **512**
2^{10} = 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = **1.024**

Shinapash:

2^0 = 1

Kunanka kay ruraykunata rurapay
Ahora construye los ejercicios

3^1 = 3 =3
3^2 = 3 x 3 =
3^3 = 3 x 3 x 3 =
3^4 = 3 x 3 x 3 x 3 =
3^5 = 3 x 3 x 3 x 3 x 3 =
……..

Shuktak kutiray ruraykuna
Otros ejercicios de potenciación

4^5=
5^3=
6^2=
5^6=
7^4=
8^1=
9^6=
10^3=
11^4=
20^3=

$31^4=$

$46^2=$

$51^0=$

$100^3=$

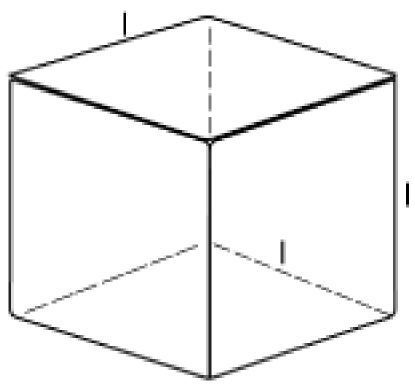
$123^2=$

2. Ukuta tupuna

Medidas de volumen

Puti[6] tupuna

Volumen del cubo



V = base x altura

$V = l \times l \times l = l^3$

3. Sapipayana

Radicación

Kunanka, kutirashka sapita mashkanami kanchik. Kutirayashka yupay ima sapimanta tukushkata mashkanami kanchik.

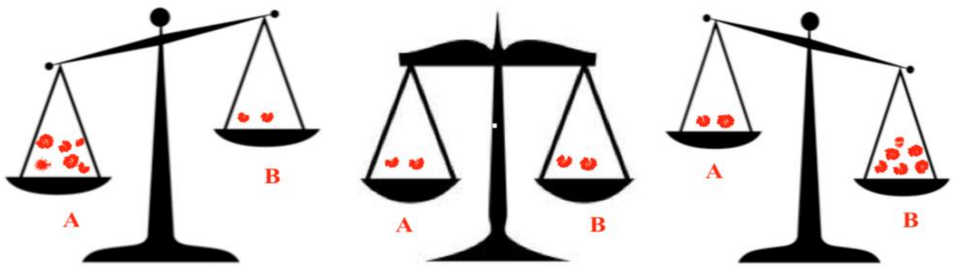
[6] Puti: cubo

8. Paktachina

Ecuaciones

Mana paktashka, paktashkapash

(Inecuaciones y Ecuaciones)



A mayor que B A igual que B A menor que B

$A > B$ $A = B$ $A < B$

Yupaykunawan paktanakuna

Ecuaciones con númeos

$8+5 = 7+2+4$

$8+x = 7+2+4$

Fotosíntesispa chimpapurachina

Ecuación de la fotosíntesis

Fotosintesis (foto es luz; síntesis es procesar)

$6CO_2$ + $6H_2O$ + achik = $C_6H_{12}O_6 + 60_2$

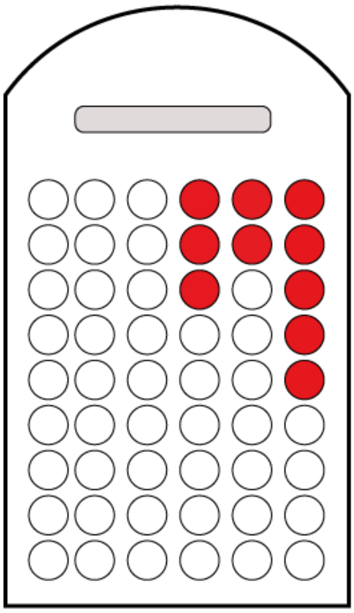
Dióxido de Carbono + yaku + achik glucosa + oxígeno

6 C + 12 O + 12 H + 6 O + achik = (6 C + 12H + 6 O) + 12 O

6 C + 18 O + 12 H = 6 C 12 H 18 O

9. Riksishkanakman[7] yaykuna

Introducción al álgebra: cálculo con cantidades no conocidas, incógnitas.



Dónde c=100
b=10
a=1

$3c + 2b + 5a = 325$

$3(100) + 2(10) + 5(1) = 325$

$325 = 325$

Mana riksishka yupaykunawan llankana

Introducción al álgebra. Cálculo con cantidades no conocidas.

[7] riksishkanakak= álgebra

$X + 2 = 8$

$X + 2 - 2 = 8 - 2$

$X = 6$

$3x = 15$

$$\frac{3x}{3} = \frac{15}{3}$$

$X = 5$

10 Shuktak yupana llikakuna

Kunanka, ishkaypi yupana llikata, pusakpi yupana llikatapash mutsunchik. Willi willikunapi nikirayanapipash imatapash killkankapak shuyunkapak yupankapapash kay yupana llikakunata hapishpa rurankuna.

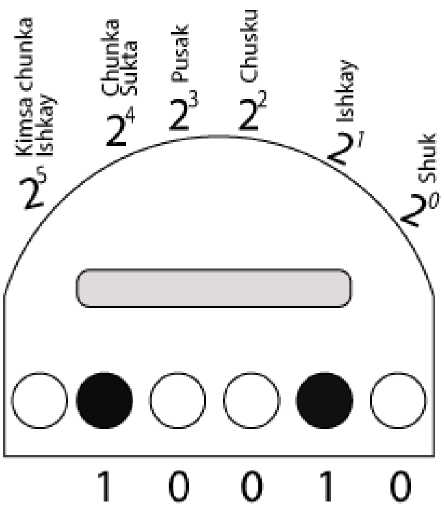
1. Ishkaypi yupayna llikata riksishunchik.

Sistema de numeración posicional de base 2

Rikuchina ruray

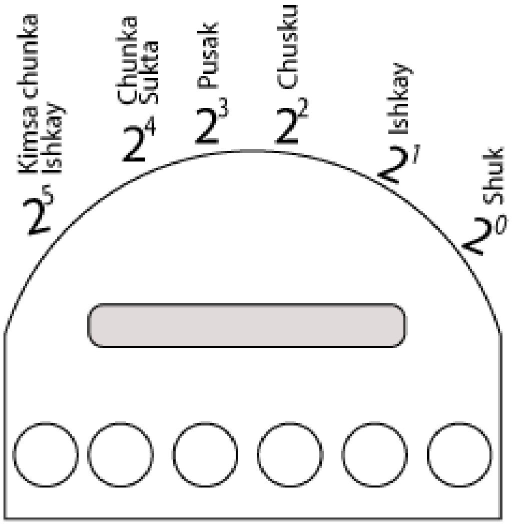
Ejercicio de muestra

Kunanka, 18 yupayta ishkay yupana llikapi killkashunchik

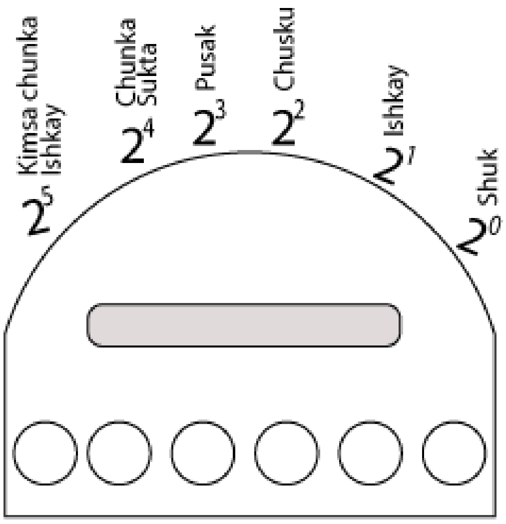


Kaypika, llukimanta kallarishpa alliman rishpaka, kaytami charinchik: Llukipika, shuk chunka sukta wanku tiyanmi. Pusak wankuka illanmi. Chusku wankupash illanmi. Shuk ishkay wankuka tiyanmi. Shukllapash illanmi.

Kunanka, 25 yupayta ishkay yupana llikapi killkapay
Ahora, representar la cantidad 25 en sistema de base 2

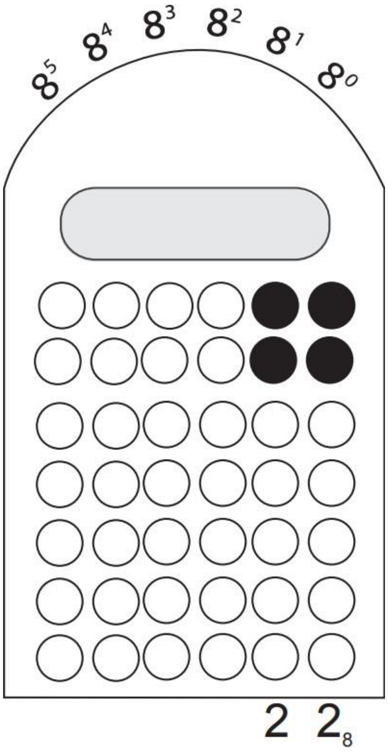


Kunanka, 33 yupayta ishka yupana llikapi killkapay
Ahora, represente 33 en taptana de base 2



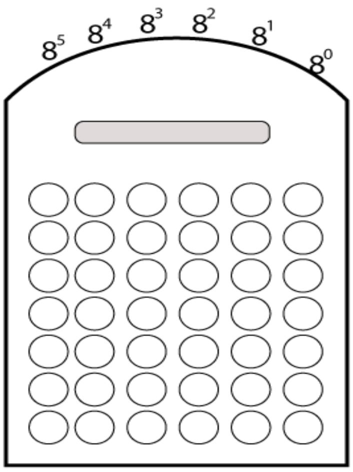
2. Pusak yupana llikata riksishunchik

Sistema de numeración posicional de base 8



Kunanka, 66 yupayta pusak yupana llikapi killkapay

Ahora, represente la cantidad 66 en la base 8



8. Referencias

Asimov, I. (2005). *De los números su historia*. El Ateneo. 7 edición 1ra. reimpresión.

Brunner, J. (1969). Hacia una teoría de la instrucción. UTEHA

Dongo, A. (2008). La teoría del aprendizaje de Piaget y sus consecuencias para la praxis educativa. Revista de Investigación en Psicología, 11(1), 167–181.

Flores, A. (2017). Pensamiento Matemático y el quehacer científico. *Revista de proyectos y textos académicos en Didáctica de las Ciencias y la Ingeniería. No 1,* (001), 27-39*.*

Guerreo, M. (2004). *Los dos máximos sistemas del Mundo: Las matemáticas del viejo y el nuevo mundo*. Quito: Abya-Yala.

Guzmán de Rojas, I. (1979). *Niños vs Número*. Editorial Khana Cruz S.R.L

Heller, R. y Martin, C. (1986). *Bits y Bytes: iniciación a la informática*. Rei Andes Ltda.

INEVAL (2018). *Educación en el Ecuador: resultados de PISA para el desarrollo del Ecuador. Resumen Ejecutivo*. Quito: INEVAL

INEVAL (2023). Informe nacional de resultados Ser Estudiante, subnivel Básica elemental. Quito: INEVAL.

INEVAL (2025). Ser estudiante, subnivel de educación básica elemental: Informe de resultados. Quito: INEVAL https://cloud.evaluacion.gob.ec/nextcloud/index.php/s/7J2dr10XWvPK7W2

Jerez, A., Montaluisa, L., Ushiña, P. (1983). *Ñucanchic shmipi yupaita yachacushunchic 1*. Ministerio de educación-Pontificia Universidad Católica del Ecuador.

Jérez, A. y Tene, J (1983). Ñucanchic yachaicuna yupaimanta 2. Quito: Ministerio de educación-Pontificia Universidad Católica del Ecuador.

Jouette, A. (2000). *El secreto de los números.* Barcelona: Ediciones Robinbook.

Kuhn, T. (2004). La estructura de las revoluciones científicas. Fondo de cultura económica.

Milla, C. (2010 [1983]). *Génesis de la cultura andina*. Sexta edición. LimaAmaru Wayra.

Ministerio de Educación (2007). Informe técnico Aprendo: Logros académicos y factores asociados.

Ministerio de Educación-DINEIB (2013 [1993]). Modelo del sistema de educación Intercultural Bilingüe. Quito: Ministerio de Educación.

Ministerio de Educación (2008). Resultados censales de las pruebas Ser Ecuador). Quito: Ministerio de Educación.

Montaluisa, L. (2018). *Taptana Montaluisa*. SUBSEB-Ministerio de Educación

Muenala H. (1980). *Caimi ñucanchic Yupai 1*. Quito: Ministerio de Educación-Pontificia Universidad Católica del Ecuador.

Obregón, I. (2009). *Magia y belleza de las matemáticas y algo de su historia: números naturales, algebra, geometría, trigonometría, logaritmos, conjuntos, matrices*. Stilo impresores Ltda.

Paniagua, F. (1982). *Los números y el tiempo*. Representaciones y servicios de ingeniería.

Paladines C. (2016). *Perspectivas de cambio en la educación básica y bachillerato, Ecuador: 2007- 2013-2016.* Fundación Alianza Estratégica.

Paladines, C. (2017). *Historia de la educación y del pensamiento pedagógico ecuatorianos*. Pontificia Universidad Católica del Ecuador.

Piaget, J. (1967). *Génesis del número en el niño.* Editorial Guadalupe.

Ramírez-Trejo, D. (2021). Teoría del Desarrollo Cognitivo. Uno Sapiens Boletín Científico De La Escuela Preparatoria No. 1, 4(7), 18–20.

Schiliemann A., Darraher, D., y Briuela B. (2011). *El carácter algebraico de la aritmética*. Paidos.

Tarle, G y Muenala, H. (1978). *Kaimi ñukanchik iupai* 1, 2, 3. Editorial Don Bosco.

Trujillo, L. (2017). *Teorías pedagógicas contemporáneas*. Bogotá: Fundación Universitaria del Área Andina. https://core.ac.uk/download/pdf/326425474.pdf

Urton, G. (2005). *Signos del khipu inka: código binario*. Centro de Estudios Regionales Andinos Bartolomé de las Casas.

Vygotski, L. (1978). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Crítica.