

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA SEDE QUITO CARRERA DE TELECOMUNICACIONES

## REDUCCIÓN DEL PAPR EN LA SEÑAL MULTIPORTADORA OFDM-IM MEDIANTE LA TÉCNICA DE ENVOLVENTE CONSTANTE

Trabajo de titulación previo a la obtención del Título de Ingeniero en Telecomunicaciones

## AUTORES: MARK JOSEPH ALVAREZ ROSERO MATÍAS BENJAMIN PINTO CAMPOVERDE

## TUTOR: MILTON NAPOLEÓN TIPÁN SIMBAÑA

Quito-Ecuador 2024

## CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Nosotros, Mark Joseph Alvarez Rosero con documento de identificación N° 1725774358 y Matías Benjamin Pinto Campoverde con documento de identificación N° 1725508814; manifestamos que:

Somos los autores y responsables del presente trabajo; y, autorizamos a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total o parcial el presente trabajo de titulación.

Quito, 06 de agosto del año 2024

Atentamente,

MankAlvanez

Mark Joseph Alvarez Rosero 1725774358

## CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

Nosotros, Mark Joseph Alvarez Rosero con documento de identificación N° 1725774358 y Matías Benjamin Pinto Campoverde con documento de identificación N° 1725508814 expresamos nuestra voluntad y por medio del presente documento cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos los autores del Artículo Académico: "Reducción del PAPR en la señal multiportadora OFDM-IM mediante la técnica de envolvente constante", el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingenieros en Telecomunicaciones, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En concordancia con lo manifestado, suscribimos este documento en el momento que hacemos la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 06 de agosto del año 2024

Atentamente,

- MorkAlungee

Mark Joseph Alvarez Rosero 1725774358

## CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Yo, Milton Napoleón Tipán Simbaña con documento de identificación N° 1713583126, docente de la Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: REDUCCIÓN DEL PAPR EN LA SEÑAL MULTIPORTADORA OFDM-IM MEDIANTE LA TÉCNICA DE ENVOLVENTE CONSTANTE, realizado por Mark Joseph Alvarez Rosero con documento de identificación N° 1725774358 y Matías Benjamin Pinto Campoverde con documento de identificación N° 1725508814, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción de Artículo académico que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 06 de agosto del año 2024

Atentamente,

Attepins

Ing. Milton Napoleón Tipán Simbaña, MSc 1713583126

### DEDICATORIA

Este proyecto de investigación es dedicado con todo el cariño del mundo a mis padres Alfonso Alvarez y Sandra Rosero, por ser los mejores compañeros de vida que Dios pudo ponerme en mi camino. Siempre han estado en los momentos más difíciles de mi vida, demostrándome que con esfuerzo y dedicación uno puede superarse a sí mismo y demostrar de lo que uno es capaz, queridos padres las palabras faltan de lo mucho que siento por ustedes durante todos estos años de vida, mi alma y corazón estarán siempre agradecido con ustedes.

A mis hermanos Gerhard y Janina, que son la fuente de inspiración y fortaleza por seguir adelante y ser un ejemplo para ellos. A mis tías Consuelo y Narcisa, y a mi abuelita Rosa Lida, por su constante motivación y su inquebrantable apoyo a seguir esforzándome hasta alcanzar el objetivo, por último, a mi mascota Preciosa que fue una parte fundamental en esta linda trayectoria academia.

Mark Joseph Alvarez Rosero

Esta pequeña parte de mi vida sin duda alguna se las dedico con orgullo a mis abuelos Mónica y Rene, quien han estado día a día conmigo para apoyarme en este duro proceso, quien me han dado la fuerza para día a día seguir adelante y culminar esta linda y dura etapa de mi vida. Se las dedico a mis papás Iván, Ana y mis hermanos, Sergio e Ivana quien no los tengo de cerca físicamente, pero de corazón están siempre dentro de mi y de igual manera me apoyan cuando más lo necesito, cuando me caigo y no encuentro quien me ayude a seguir adelante, pues ahí están mis héroes y gracias a mi familia puedo seguir de pie luchando contra cada obstáculo que la vida me depara.

### AGRADECIMIENTO

Mi profundo agradecimiento a Dios, a mis ángeles de la guarda y a San Juan Bautista por permitirme culminar un objetivo más en mi vida personal y carrera profesional.

A mis padres, que siempre me han mostrado su amor, sabiduría y su apoyo incondicional, quienes siempre confiaron en el primer día de este lindo trayecto universitario, a mis familiares, amigos y conocidos que fueron una pieza fundamental en mi desarrollo académico, ayudándome a prender de mis errores y mejorar cada dia como estudiante, profesional y amigo.

A la Universidad Politécnica Salesiana, con cada docente de la carrera de Telecomunicaciones agradeciéndoles por la confianza brindada y por sus capacitaciones para afrontar la vida laboral y profesional.

A nuestro tutor, el Ing. Milton Napoleón Tipán Simbaña, por ayudarnos en el transcurso del semestre, a tenernos paciencia y ser una guía y orientación para resolver nuestras dudas y concluir con éxito el presente trabajo.

Mark Joseph Alvarez Rosero

Agradezco infinitamente a mis abuelos quien han sido el motor principal en mi vida universitaria para poder llegar con éxitos a esta etapa de mi vida, quien día a día me han dado esa motivación y fuerza para nunca rendirme. También agradezco a mis padres y hermanos, las cuales no están cerca de mi fisicamente, pero a pesar de la distancia nunca me abandonaron y siempre estuvieron y están ahí presentes para apoyarme siempre. Agradecimiento a mi novia Angie quien a sido la persona que a estado en las buenas y en las malas en todo mi proceso universitario y quien siempre me ha alentado para nunca darme por vencido y siempre seguir adelante y por ello hoy en día poder dedicarles este triunfo a todos ustedes.

Por ulitmo agradezco a cada uno de los docentes que confirma la Universidad Politécnica Salesiana por poder acompañarnos en este proceso universitario.

# REDUCCIÓN DEL PAPR EN LA SEÑAL MULTIPORTADORA OFDM-IM MEDIANTE LA TÉCNICA DE ENVOLVENTE CONSTANTE

# PAPR REDUCTION IN OFDM-IM MULTICARRIER SIGNAL USING CONSTANT ENVELOPE TECHNIQUE

Mark Alvarez, Matías Pinto, Milton N. Tipán<sup>3</sup>

## Resumen

En este artículo, se evaluó la técnica de envolvente constante para la reducción del PAPR de la señal multiportadora OFDM con índice de modulación, candidata para la tecnología inalámbrica de sexta generación. Los resultados muestran que la aplicación de la técnica de envolvente constante basada en la modulación de fase permite una reducción de 9.28 dB para una probabilidad de la función de distribución acumulativa complementaría de  $10^{-5}$ . Esto hará posible el uso de está modulación en los nuevos entornos inalámbricos incrementando su alcance ya que extiende su uso en los regímenes no lineales de los amplificadores de potencia de los transmisores.

*Palabras clave*: OFDM-IM, PAPR, Envolvente Constante, 6G.

## Abstract

In this article, the envelope technique was evaluated constant for signal PAPR reduction OFDM multicarrier with modulation index, candidate for sixth-grade wireless technology generation. The results show that the application of the constant envelope technique based on Phase modulation allows a reduction of 9.28 dB for a probability distribution function complementary cumulative tion of  $10^{-5}$ . This will possible the use of this modulation in the new en- wireless turnstiles increasing their range since extends its use in the nonlinear regimes of the transmitter power amplifiers.

*Keywords*: OFDM-IM, PAPR, Constant Envelope, 6G.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Carrera de Telecomunicaciones, Universidad Politécnica Salesiana, Quito, Ecuador, e-mail: malvarezr7@est.ups.edu.ec <sup>2</sup>Carrera de Telecomunicaciones, Universidad Politécnica Salesiana, Quito, Ecuador, e-mail: mpintoc1@est.ups.edu.ec <sup>3</sup>Carrera de Telecomunicaciones, Universidad Politécnica Salesiana, Quito, Ecuador, e-mail: mtipans@ups.edu.ec

#### 1. Introducción

En los últimos años, las comunicaciones inalámbricas de cuarta (4G) y quinta (5G) generación han transformado las telecomunicaciones con sus avanzados servicios de internet, pero enfrentan desafíos para satisfacer las crecientes demandas de comunicación. La sexta generación (6G) promete ser más rápida, superando los límites actuales y las expectativas de los usuarios para el año 2030 [1].

Una de sus funciones más esperadas es su velocidad de transmisión que podría alcanzar hasta 1 Tbps, característica esencial para mejorar la experiencia del usuario, técnicamente, 100 veces mayor en velocidad de datos que la red 5G, un bajo consumo de energía, gran ancho de banda y una baja latencia, aproximadamente 0.1 ms, para aplicaciones como la Realidad Virtual (Virtual Reality, VR), Vehículos Autónomos (Autonomous Vehicles, AV), Internet de las Cosas (Internet of Things, IoT), entre otras. Por otro lado, la futura llegada del 6G, impulsará muchas más aplicaciones como son la Realidad Extendida (Extended Reality, XR), Telepresencia Holográfica (Holographic Telepresence, HT) e incluso se espera a que se convierta en el Internet de Todo (internet of Everything, IoE), teniendo respuestas rápidas y con una alta confiabilidad de conexión [2] [3] [4].

La técnica de Multiplexación por División de Frecuencia Ortogonal (Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM) se ha adoptado ampliamente a los estándares de 4G y 5G, debido a su robustez frente a los canales multitrayectos y su fácil funcionamiento. Sin embargo, con la tecnología 6G se requiere de un rendimiento más exigente, con el fin de cumplir los requisitos mencionados [5] [6].

En la actualidad, se han propuesto varios tipos de modulación para reemplazar a los sistemas de OFDM, en donde uno de los más relevantes es la División de Frecuencia Ortogonal con Modulación de Índice (Orthogonal Frequency Division Multiplexing with Index Modulation, OFDM-IM) debido a sus interesantes ventajas, como lograr un mejor rendimiento de tasa de error de bits (Bits Error Rate, BER) no codificado, pero significante mejor que el OFDM, tasas de transmisión más rápidas, explotación de índices de subportadoras activas específicos, para transmitir información adicional, aunque solo una parte de las subportadoras se activará para transportar los símbolos modulados digitalmente, en tanto los bits de índice ayudaran a saber el estado de la información si estará activo o inactivo, mejorando la Eficiencia Espectral (Spectral Efficiency, SE), así como la Eficiencia Energética (Energy Efficiency, EE) y la interferencia entre símbolos (Intersymbol interference, ISI), sin ocupar espacio adicional en su ancho de banda [6] [7] [8].

OFDM-IM muestra estas sobresalientes capacidades, sin embargo, existe un problema que se heredó de OFDM, que es la alta relación de potencia pico a potencia promedio (Peak-to Average Power Ratio, PAPR) causante de la distorsión dentro de la banda y radiación fuera de banda, esto ocurre debido a que la señal de OFDM-IM pasa a través de un amplificador de alta potencia (High Power Amplifier, HPA), lo que reduce la eficiencia del sistema [9] [10].

Para reducir el alto PAPR, se han planteado técnicas de reducción como el Recorte (Clipping), Secuencia de Transmisión Parcial (Partial Transmit Sequence, PTS), Mapeo Selectivo (Selective Mapping, SLM) y envolvente Constante (Constant envelope, CE) con Modulación de fase (Phase Modulation, PM), cada una con su diferente complejidad aunque esta última, no se ha implementado hasta donde conocemos, pese a que soluciona el asunto del PAPR notablemente [9] [10].

En este artículo abordamos el uso de la técnica de CE con PM en la señal multiportadora OFDM-IM para mitigar el PAPR. El resto de este artículo está conformado de la siguiente manera. En la sección 2 se presenta los antecedentes teóricos de PAPR, OFDM-IM y PM, luego en la sección 3 se explica la configuración de la simulación, la sección 4 los resultados y análisis. Finalmente, en la sección 5 las consideraciones finales son presentadas.

#### 2. Revisión teórica

#### **2.1. PAPR**

Es una métrica utilizada para evaluar la variación de potencia en una señal, este parámetro de desempeño mide la diferencia entre la potencia máxima pico y la potencia promedio de una señal transmitida. Una señal con un alto PAPR tiene picos de potencia mucho mayores que su promedio, lo que puede causar problemas de distorsión y eficiencia en los amplificadores de potencia de los transmisores [11] [12].

La señal multiportadora OFDM-IM, tiene un PAPR menor al de la señal OFDM, sin embargo este puede ser aun significativamente alto respecto a los requerimientos de los amplificadores de potencia requeridos para la 6G, por lo que puede ocasionar muchas más complicaciones en los sistemas prácticos si no es controlado [13].

La expresión matemática del PAPR se muestra en la ecuación (1) que es la relación entre la potencia máxima y la esperanza matemática de la señal transmitida [14].

$$PAPR = \frac{\max |X_n|^2}{E|X_n|^2} \tag{1}$$

Donde  $|X_n|$ , es el valor absoluto de la señal compleja multiportadora, max $|\cdot|$  es la operación máxima y  $E|\cdot|$  es la esperanza matemática.



Figura 1. Bloque de Transmisor OFDM-IM con multiplexación en tiempo.

#### 2.2. OFDM-IM

OFDM-IM es una técnica de modulación que ha sugerido recientemente y tiene como propósito extender el principio de la modulación espacial a las subportadoras OFDM [15].

La técnica de OFDM-IM se ilustra en el diagrama de bloques de la Figura 1. Donde los m bits se divide en q subbloques, uno que genera índices de ubicación del símbolo codificado digitalmente y otro que genera los símbolos codificados. Estos símbolos codificados son n subportadoras, de modo que se obtiene N = qnpuntos de la transformada inversa rápida de Fourier (Inverse Fast Fourier Transform, IFFT). Cada grupo de P bits, se dividen en dos subgrupos de P1 y P2 bits. P1 está conformado por el número de bits de selección de índice, mientras que P2 son bits que son modulados en símbolos de constelaciones M-área. Estos bits se generan como  $P_1 = \lfloor \log_2 {n \choose k} \rfloor$ , mientras que para  $P_2 = k \log_2 M,$ donde <br/>n son las subportadoras y k las subportadoras activas. Estos símbolos son colocados en una matriz de g x  $2^{P_1}$  y las demás suportadoras no activas se establecen como nulo. Después, continua de la misma forma que la generación de símbolo OFDM, es decir, la matriz ingresa a la IFFT para originar los símbolos de OFDM-IM en el dominio de tiempo. Posteriormente, se realiza una transformación de paralelo a serie (Parallel to Series, P/S) permitiendo añadir el prefijo cíclico (Cyclic Prefix, CP) para completar el OFDM-IM [16].

#### 2.3. Modulación de fase

La modulación en fase es un tipo de modulación angular, en esta, la señal de información a transmitir hace que varíe la fase instantánea de la señal portadora cuando esta es modulada, manteniendo su amplitud y frecuencias constantes. Es más robusta frente al ruido del canal que la señal modulada en frecuencia (Frequency Modulation, FM) [17].

En la ecuación (2) se muestra la expresión matemática de la modulación PM, en esta se observa que la señal de información s(t), varía la fase de la señal modulada x(t) [18].

$$x(t) = A \cdot \cos(2\pi f_c t + \gamma + \beta \cdot s(t)) \tag{2}$$

Donde, A es la amplitud,  $f_c$  es la frecuencia de la señal portadora,  $\gamma$  el desplazamiento de fase y  $\beta$  es el índice de modulación.

#### 3. Configuración de la simulación

La señal OFDM-IM fue generada, como se muestra en la Figura 2, se generaron 32400 bits con una función de distribución uniforme, con P = 4 bits, dos para la modulación de símbolos 4-QAM (P1) y dos para los bits de índice (P2) y k = 1. Entonces, la señal con las subportadoras en el dominio de la frecuencia, se transformaron al dominio del tiempo, mediante el bloque de iFFT de orden N = 128, dando como resultado una señal compleja. Ya que, para utilizar la modulación PM es obligatorio tener una señal real, se procedió a utilizar un convertidor P/S y obtener la parte real e imaginaria y multiplexarlas en tiempo. Cabe recalcar que no fue indispensable crear un CP ni una trama de sincronización, debido a que no se simuló un canal de transmisión.

La señal OFDM-IM multiplexada fue entonces modulada en fase con una amplitud de  $A = 1, \gamma = \pi/7, \beta =$  $0.5 \text{ y } f_c = 400 \text{ MHz}$ , los valores fueron seleccionados para normalizar las medidas y la frecuencia de portadora corresponde al rango de frecuencias bajas de 5G, que permitirá a futuro la convergencia de las tecnologías 5G y 6G.

Finalmente, el PAPR y la función de distribución acumulativa complementaria (Complementary Cumulative Distribution Function, CCDF) de OFDM-IM y



4



Figura 2. Diagrama de bloques de la configuración de la simulación CE-OFDM-IM

la señal modulada con PM (CE-OFDM-IM) fue evaluado.

### 4. Resultados y análisis

La simulación fue realizada en el software Matlab@2023, . La Figura 3, muestra la señal en tiempo, con picos altos de amplitud de aproximadamente de 2.25. Se observa que tiene un alto PAPR calculado en 12.79 dB, esto no permite trabajar al amplificador de potencia del transmisor en toda la zona lineal, limitando su rango dinámico, lo que causa distorsión en la señal produciendo intermodulación entre las subportadoras y emisiones fuera de banda. Además, en el receptor se requerirá convertidores analógicos digitales (Analog Digital Converte, ADC) de grandes rangos dinámicos lo que encarecerá su costo.



Figura 3. Señal OFDM-IM.

Luego, se obtuvo la señal CE-OFDM-IM, mediante

la modulación en fase de la señal OFDM-IM. Una envolvente constante es obtenida a una amplitud de 1, con una variación en fase de la señal y frecuencia constante, como se observa en la Figura 4 y la gráfica insertada. Esto indica que la señal obtenida tiene un PAPR de 0 dB, lo que elimina los picos de amplitud de la señal, permitiendo trabajar a los amplificadores de potencia en un mayor rango de la zona nolineal.



Figura 4. Señal OFDM-IM vs CE-OFDM-IM para un  $\beta=0.5.$ 

Finalmente, se realizó la comparación de las señales OFDM-IM y CE-OFDM-IM mediante la evaluación del CCDF como se muestra la Figura 5. A un CCDF de  $10^{-5}$  un PAPR de 2.99 dB y 12.27 dB para CE-OFDM-IM y OFDM-IM respectivamente fue obtenido. Una ganancia de aproximadamente 9.28 dB en la reducción del PAPR es conseguida con la modulación PM.



Figura 5. CCDF de la señal OFDM-IM y CE-OFDM-IM.

### 5. Conclusiones

La reducción del PAPR de una señal OFDM-IM por medio de la técnica de envolvente constante fue realizada mediante simulación numérica. Una ganancia de 9.28 dB respecto a la señal OFDM-IM sin modulación PM es obtenida. Está técnica permitirá alcanzar distancias más largas de comunicación al mejorar el desempeño de los amplificadores de potencia en el transmisor 6G. Sin embargo, requiere de una portadora adicional para la modulación PM lo que encarecerá al equipo. La optimización del índice de modulación es un trabajo futuro que permitirá conseguir parámetros de desempeño adecuados a los futuros sistemas inalámbricos.

### Referencias

- C. -X. Wang et al., "On the Road to 6G: Visions, Requirements, Key Technologies, and Testbeds," in IEEE Communications Surveys Tutorials, vol. 25, no. 2, pp. 905-974, Secondquarter 2023.
- [2] J. Singh, G. Singh and N. Vashisht, "Evaluating 6G Network Technology Principles and Applications: A Review," 2023 3rd International Conference on Smart Generation Computing, Communication and Networking (SMART GENCON), Bangalore, India, 2023, pp. 1-5.
- [3] S. K. A. Yaklaf, K. S. Tarmissi and N. A. A. Shashoa, "6G Mobile Communications Systems: Requirements, Specifications, Challenges, Applications, and Technologies," 2021 IEEE 1st International Maghreb Meeting of the Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering MI-STA, Tripoli, Libya, 2021, pp. 679-683.

- [4] C. D. Alwis et al., "Survey on 6G Frontiers: Trends, Applications, Requirements, Technologies and Future Research," in IEEE Open Journal of the Communications Society, vol. 2, pp. 836-886, 2021.
- [5] M. T. Mahmud and H. -G. Ryu, "Performance Evaluation of OFDM Hybrid Number and Index Modulation for 6G Mobile System," 2021 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC), Jeju Island, Korea, Republic of, 2021, pp. 39-42.
- [6] H. Zhang, D. Kong, Y. Xin, L. Xiao and T. Jiang, "Filter Bank Orthogonal Frequency Division Multiplexing With Index Modulation," in IEEE Communications Letters, vol. 25, no. 12, pp. 3960-3964, Dec. 2021.
- [7] Y. Lian, M. Ying, S. Wang and Y. Wang, "An Efficient Maximum Subcarrier Power Detection Scheme for OFDM-IM Systems," 2023 International Wireless Communications and Mobile Computing (IWCMC), Marrakesh, Morocco, 2023, pp. 258-263.
- [8] X. Chen, M. Liu, G. Gui, B. Adebisi, H. Gacanin and H. Sari, "Complex Deep Neural Network Based Intelligent Signal Detection Methods for OFDM-IM Systems," 2021 Joint European Conference on Networks and Communications 6G Summit (EuCNC/6G Summit), Porto, Portugal, 2021, pp. 90-94.
- [9] K. -H. Kim, "PAPR Reduction in OFDM-IM Using Multilevel Dither Signals," in IEEE Communications Letters, vol. 23, no. 2, pp. 258-261, Feb. 2019.
- [10] S. Ghosh and S. Anuradha, "Comparative Analysis of PAPR reduction techniques for FBMC-IM and OFDM-IM systems in generalized fading channels," 2023 14th International Conference on Computing Communication and Networking Technologies (ICCCNT), Delhi, India, 2023, pp. 1-7.
- [11] Q. S. Ahmad and I. U. Khan, "An Optimized Waveform Synthesis Scheme To Resolve High PAPR In MIMO OFDM Systems (A Review)," 2022 4th International Conference on Advances in Computing, Communication Control and Networking (ICAC3N), Greater Noida, India, 2022, pp. 1720-1724.
- [12] T. S. V. V. D, N. K. A, V. K. P, C. K. K, J. G and R. R. A, "Fusion of Adaptive SLM Technique with Companding for PAPR reduction in 5G MIMO-OFDM System," 2023 Second International Conference on Electrical, Electronics,

6

Information and Communication Technologies (ICEEICT), Trichirappalli, India, 2023, pp. 1-5.

- [13] H. Lim and S. U. Lee, "Constant Envelope Multiplexing Scheme for Three Equal Power Signals," 2022 27th Asia Pacific Conference on Communications (APCC), Jeju Island, Korea, Republic of, 2022, pp. 94-95.
- [14] B. S. Faraj and A. Siddiq, "Peak to Average Power Ratio Reduction for OFDM with IM System," 2022 4th International Conference on Advanced Science and Engineering (ICOASE), Zakho, Iraq, 2022, pp. 95-100.
- [15] N. Taşpınar and K. Aközlü, "PAPR Reduction Using Particle Swarm Optimisation Algorithm in OFDM-IM Systems," 2023 Kleinheubach Conference, Miltenberg, Germany, 2023, pp. 1-4.

- [16] S. A. Nambi and K. Giridhar, "Modified CI and Modulation Order Replacement for Enhancing OFDM-IM Performance," in IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, vol. 13, no. 6, pp. 1286-1300, Oct. 2019.
- [17] D. A. Hague, "Continuous Phase Modulation of Phase Coded Transmit Waveforms using Multi-Tone Sinusoidal Frequency Modulation," 2021 55th Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers, Pacific Grove, CA, USA, 2021, pp. 1393-1397.
- [18] G. Forbes, "Phase Demodulation Using the Hilbert Transform in the Frequency Domain," Engineering Archive, 2010.