



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE QUITO**

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

**RELACIONES MOMENTO-CURVATURA PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN
ARMADO Y ACERO ESTRUCTURAL PROGRAMADAS EN MATLAB**

Trabajo de titulación previo a la obtención del
título de Ingeniera e Ingeniero Civil

AUTORES: Nathaly Hailys Cruz Villavicencio

Stalin Eduardo Niveló Álvarez

TUTOR: Wilson Ramiro Torres Berni

Quito - Ecuador
2022

CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Nosotros, Nathaly Hailys Cruz Villavicencio con documento de identificación N° 1600717035 y Stalin Eduardo Niveló Álvarez con documento de identificación N° 1718977075; manifestamos que:

Somos los autores y responsables del presente trabajo; y, autorizamos a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total o parcial el presente trabajo de titulación.

Quito, 21 de febrero del 2022

Atentamente,



Nathaly Hailys Cruz Villavicencio

1600717035



Stalin Eduardo Niveló Álvarez

1718977075

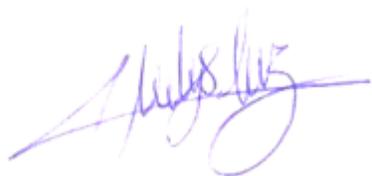
**CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE
TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**

Nosotros, Nathaly Hailys Cruz Villavicencio con documento de identificación N° 1600717035 y Stalin Eduardo Niveló Álvarez con documento de identificación N° 1718977075; expresamos nuestra voluntad y por medio del presente documento cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del Artículo Académico: “Relaciones momento-curvatura para elementos de Hormigón Armado y Acero Estructural programadas en Matlab”, el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniera e Ingeniero Civil, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En concordancia con lo manifestado, suscribimos este documento en el momento que hacemos la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 21 de febrero del 2022

Atentamente,



Nathaly Hailys Cruz Villavicencio

1600717035



Stalin Eduardo Niveló Álvarez

1718977075

CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Yo, Wilson Ramiro Torres Berni con documento de identificación N° 1710259845, docente de la Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: RELACIONES MOMENTO-CURVATURA PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO Y ACERO ESTRUCTURAL PROGRAMADAS EN MATLAB, realizado por Nathaly Hailys Cruz Villavicencio con documento de identificación N° 1600717032 y por Stalin Eduardo Niveló Álvarez con documento de identificación N°1718977075, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción de Artículo Académico que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 21 de febrero del 2022

Atentamente,



Ing. Wilson Ramiro Torres Berni, PhD

1710259845

RELACIONES MOMENTO-CURVATURA PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO Y ACERO ESTRUCTURAL PROGRAMADAS EN MATLAB

MOMENT-CURVATURE RELATIONS FOR ELEMENTS OF REINFORCED CONCRETE AND STRUCTURAL STEEL PROGRAMMED IN MATLAB

Nathaly Cruz-Villavicencio¹, Stalin Niveló- Álvarez²

Resumen

El presente artículo tiene por finalidad la obtención de la relación momento-curvatura tanto en secciones de hormigón armado como en acero estructural mediante las constitutivas propias de cada material, hormigón armado confinado, no confinado, acero estructural, a través de un script desarrollado en MATLAB.

Al final se obtienen los diagramas para las secciones propuestas como ejemplo en donde se aprecia la relación momento-curvatura con la delimitación para los criterios de aceptación según los rangos señalados en la normativa ASCE 41-17. Además, se verificará estas relaciones obtenidas con las generadas en el software SAP2000.

Palabras Clave: Constitutiva de Holzer, Constitutiva de Mander, Curvatura en perfiles I, Curvatura en secciones rectangulares, Hormigón Confinado, Niveles de desempeño.

Abstract

The purpose of this article is to obtain the moment-curvature relationship in both reinforced concrete sections and structural steel through the constitutives of each material, confined, unconfined reinforced concrete, structural steel, through a script developed in MATLAB.

At the end, the diagrams for the proposed sections are obtained as an example, where the moment-curvature relationship with the delimitation for the acceptance criteria according to the ranges indicated in ASCE 41-17 is appreciated. In addition, these relationships obtained will be verified with those generated in SAP2000 software.

Keywords: Confined Concrete, Constitutive of Holzer, Constituent of Mander, Curvature in rectangular sections, Curvature in I shaped profiles, Performance levels.

Índice de Términos

A – Área.

A_c – Área a compresión del hormigón no confinado o acero estructural.

A_{cc} – Área a compresión del hormigón confinado.

A_s – Cuantía de acero.

A_t – Área en tracción de hormigón armado o acero estructural.

E – Módulo de elasticidad del acero.

E_c – Módulo de elasticidad del hormigón.

E_{sec} – Módulo secante del hormigón asociado al esfuerzo máximo f'_{cc} .

F – Fuerza.

F_c – Fuerzas a compresión del hormigón no confinado.

F_{cc} – Fuerzas a compresión del hormigón confinado.

P – Carga axial a compresión.

P_y – Carga última admisible.

YC – Brazo a compresión influenciado por P en el acero estructural.

YT – Brazo a tracción influenciado por P en el acero estructural.

b' – Base del núcleo confinado.

c – Peralte del bloque a compresión.

ct – Peralte del bloque a tracción del hormigón confinado.

d' – Recubrimiento medido hasta el centroide del acero superior.

f – Esfuerzo.

f'_{co} – Esfuerzo a compresión del hormigón no confinado.

f'_{cc} – Esfuerzo a compresión del hormigón confinado.

f_y – Esfuerzo de fluencia del acero.

f_{yh} – Límite elástico del refuerzo transversal de acero.

f_{cr} – Esfuerzo crítico del hormigón confiando a tracción.

f_s – Esfuerzo del acero.

f_{su} – Máximo esfuerzo del acero.

h – Altura de la sección de hormigón armado.

K_e – Factor de forma cuyos valores se describen en la tabla 1.

n – Número de varillas.

p_s – Relación del volumen del acero confinado con el volumen de hormigón confinado.

rec – Recubrimiento hasta la cara del estribo.

s – Separación entre estribos

ϵ_c – Deformación unitaria del hormigón.

ϵ_{cr} – Deformación unitaria crítica del hormigón confinado a tracción.

ϵ_{cc} – Deformación unitaria del hormigón asociada al esfuerzo máximo f'_{cc} .

ϵ_{cu} – Deformación unitaria máxima de hormigón.

ϵ_{cr} – Deformación unitaria crítica a tracción del hormigón armado.

ϵ_y – Deformación unitaria de fluencia.

ϵ_s – Deformación unitaria del acero.

ϵ_{sh} – Deformación donde inicia zona de endurecimiento.

ϵ_{su} – Deformación unitaria máxima de acero.

ϕ – Diámetro de las varillas.

1. Introducción

Existen múltiples escritos que tratan sobre la relación momento-curvatura. Sin embargo, en esta investigación ha considerado las constitutivas propias de cada material como son: hormigón armado confinado, no confinado y acero estructural, para obtener resultados aún más cercanos a la respuesta real de cada sección.

Por otro lado, a partir de la relación momento-curvatura se podrá obtener la ductilidad de una sección tanto de hormigón armado como de acero estructural. Sabiendo que, la formulación de estos valores requiere de una serie de complejos cálculos, lo que implica invertir mucho tiempo en el proceso.

Además, con la información que se ha desarrollado se podrá realizar una evaluación de desempeño de estructuras a nivel seccional de manera eficiente, incorporando los criterios de aceptación requeridos en el análisis no lineal. Así mismo, se puede conocer los diferentes niveles de incursión elástico e inelástico a nivel seccional.

2. Relación Momento – Curvatura

La relación momento-curvatura es importante para conocer la ductilidad de un elemento, esta relación se logra a partir de las constitutivas de los materiales implicados. Mediante estos diagramas, se puede realizar una comparación de los valores de diseño con los obtenidos ya que se pueden extraer los momentos y curvaturas máximos (M_u, ϕ_u), momentos y curvaturas de fluencia (M_y, ϕ_y) [1]

Una relación de momento-curvatura se debe basar en el comportamiento lo más real posible de los materiales que constituyen a la sección [2]. Por lo que la relación momento-curvatura de un elemento viga o columna también depende de la forma y dimensiones de la sección transversal, el refuerzo longitudinal y la configuración del refuerzo transversal [3]. Esto implica que cada uno de los componentes y características de un elemento influyen directamente en dicha relación.

La gráfica de la relación momento-curvatura nos proporciona distintos puntos de momento resistente con su respectiva curvatura para un diagrama de deformaciones, este logra la

compatibilidad de deformaciones y equilibrio de las fuerzas internas en donde podemos encontrar, para una sección de hormigón armado y acero estructural, puntos importantes como el momento de agrietamiento que se genera cuando el concreto alcanza su resistencia a tracción, el momento para el cual el concreto en compresión falla, el momento para el cual el acero de refuerzo o estructural fluye y el momento para el cual el acero estructural falla [4].

Una de las finalidades de la gráfica, es la facilidad que proporciona para encontrar la ductilidad local o seccional de un elemento.

2.1. Curvatura

Curvatura (ϕ) es la tasa de cambio de ángulo a lo largo del eje del miembro [3].

En la geometría mostrada en la Figura 1 es donde se explica gráficamente la obtención de la fórmula de curvatura.

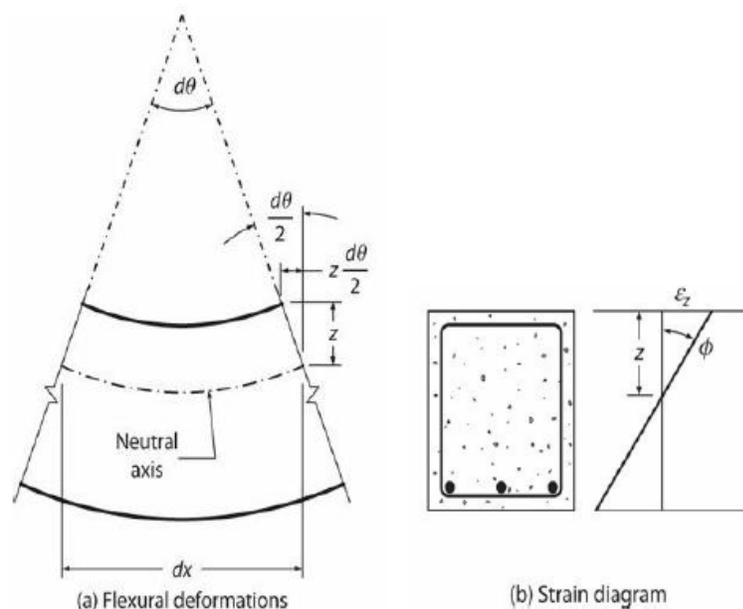


Figura 1. a) Deformaciones por flexión y b) diagrama de deformación [3]

Con el proceso que consta en la expresión 1 [3] se logra observar un comportamiento del material de forma lineal-elástica.

$$\phi = \frac{d\theta}{dx} = \frac{\epsilon_z}{z} = \frac{\sigma_z * I}{E * z} = \frac{M * z * I}{E * z} = \frac{M}{EI} \quad (1)$$

2.2. Ductilidad

La ductilidad es la propiedad mecánica de ciertos materiales que les permite experimentar deformaciones de tipo plástica generadas por la aplicación de una carga en el tiempo, sin que su resistencia disminuya lo que previene la llegada del material a una fractura o falla [5]. Uno de los materiales más dúctiles empleados en la ingeniería civil es el acero.

Para lograr la ductilidad en los elementos estructurales se debe diseñarlos con la capacidad de admitir deformaciones inelásticas después de varios ciclos de carga ocasionados por una acción sísmica sin que su resistencia se vea afectada [2].

La ductilidad matemáticamente se define como la relación entre deformación específica última y deformación de fluencia [6]. Expresada en la ecuación 2

$$\mu = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_y} \quad (2)$$

Como se mencionó anteriormente, también puede ser obtenida a través del diagrama momento-curvatura siendo esta el coeficiente entre el valor de curvatura última y el de curvatura en el momento de la primera plastificación de la armadura [2]. Y se expresa en la ecuación 3.

$$\mu = \frac{\varphi_u}{\varphi_y} \quad (3)$$

2.3. Leyes constitutivas de los materiales

El hormigón armado es una combinación entre hormigón simple y acero de refuerzo, el hormigón es material que trabaja muy bien a compresión, pero su respuesta en tensión es baja, por ese motivo se creó el hormigón armado ya que añadiendo el refuerzo de acero logramos obtener la resistencia a la tensión requerida además de ayudar a resistir fuerzas de compresión aumentando la resistencia general del elemento [7]. Unir estos dos materiales genera una compensación ya que al fusionarse juntos trabajan como un solo cuerpo obteniendo las mejores propiedades de cada material.

2.3.1. Constitutiva de hormigón no confinado

El hormigón no confinado es la parte exterior de la sección que no se encuentra rodeada por acero; posee un modelo el cual se obtiene a partir de las ecuaciones de la 4 a la 10, existen una variedad de autores que mediante experimentos han logrado representar esta curva entre los cuales destaca Mander [8]cuya ecuación se detalla a continuación.

$$f_c = \frac{x*r*f'_{co}}{r-1+x^r} \quad (4)$$

$$f'_{cc} = f'_{co} \left(-1.254 + 2.254 * \sqrt{1 + \frac{7.94f'_l}{f'_{co}}} - 2 \frac{f'_l}{f'_{co}} \right) \quad (5)$$

$$f'_l = \frac{1}{2} k_e p_s f_{yh} \quad (6)$$

$$x = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (8)$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\varepsilon_{cc}} \quad (9)$$

$$r = \frac{E_c}{(E_c + E_{sec})} \quad (10)$$

Tabla1. Factor de forma Ke.[9]

Efectividad del confinamiento, Ke	
Sección	Ke
Bien confinada	1.00
Circular	> 0.95
Rectangular	0.75 - 0.85
Muros estructurales	0.50

2.3.2. Constitutiva de hormigón confinado

Se puede definir como hormigón confinado a la parte interior de la sección que se encuentra rodeada por el refuerzo transversal, (estribos) el cual mejora el desempeño de la sección al permitir mayores deformaciones, incrementando a la par la ductilidad de la sección de hormigón armado. Se conoce después de muchos ensayos que a medida que el espaciamiento del refuerzo transversal disminuye la ductilidad que va adquiriendo la sección aumentará, esto provoca que la sección actúe mejor cuando se presentan acciones sísmicas.[10]

Además, se puede lograr un incremento de la resistencia a la compresión en hasta un 19% según

estudios realizados en modelos de varios autores, cuando se realiza un correcto diseño cuyos parámetros a seguir se encuentran explicados por la normativa ACI 318-14 donde se puede encontrar los rangos mínimos de colocación para este refuerzo, el uso correcto de este código ayudará a controlar el cortante que pueda producirse.[10]

Existen varios autores que han presentado después de varios ensayos cómo serían los modelos para hormigón confinado, entre los cuales se encuentra el modelo de Mander.[10]

El modelo de Mander para hormigón confinado es aplicable a secciones cuadradas y circulares, la respuesta de la sección es de tipo parabólica y la falla inicia cuando el refuerzo transversal se rompe y deja de confinar el hormigón, esto origina un incremento en las deformaciones superando las admisibles, en la Figura 3 se puede observar la respuesta de un hormigón no confinado que resulta mucho menor que uno confinado. Para la obtención de este diagrama Mander formuló la siguiente expresión 11.[8]

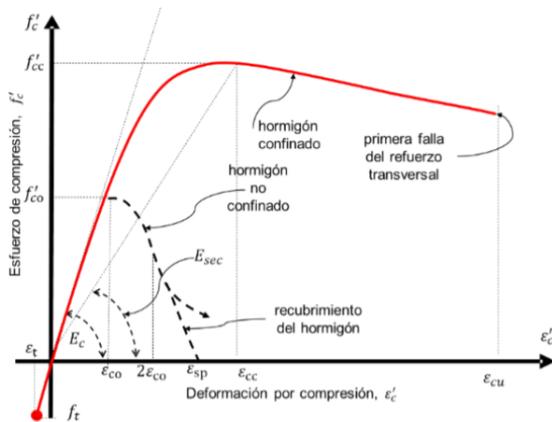


Figura 3. Modelo de Mander curva esfuerzo-deformación del concreto confinado. [10]

$$f_{cc} = \frac{x * r * f'_{cc}}{r - 1 + x^r} \quad (11)$$

2.3.3. Constitutiva del acero estructural

El acero como tal es una aleación principalmente de hierro y carbono en cantidades que pueden ser variables según las características que se requiera obtener. Mientras mayor es la cantidad de carbono,

mayor es su resistencia, pero menor su ductilidad [11].

Para la obtención de la constitutiva del acero estructural se debe realizar un ensayo de tensión el cual nos proporcionará una gráfica de esfuerzo-deformación unitaria, correspondiente a la constitutiva del material. A partir de ella se pueden determinar varias de las propiedades mecánicas antes mencionadas.

De igual manera como para el hormigón en acero podemos encontrar gran variedad de autores que nos proporcionan diferentes ecuaciones para encontrar la constitutiva del material, entre los cuales destacan Mander con su modelo para acero de refuerzo y Holzer para acero estructural.

El acero estructural es un material comúnmente empleado en la construcción que posee forma y una composición química adecuada para la construcción. Entre las propiedades más destacadas se encuentran: alta resistencia, ductilidad, dureza, elasticidad y tenacidad.

Holzer proporciona las expresiones de la 12 a 16 consideradas una de las más completas para obtener la constitutiva del acero estructural [12]

- Zona elástica ($\epsilon \leq \epsilon_y$)

$$f_s = E * \epsilon \quad (12)$$

- Zona plástica ($\epsilon_y < \epsilon \leq \epsilon_{sh}$)

$$f_s = f_y \quad (13)$$

- Zona de endurecimiento ($\epsilon_{sh} < \epsilon \leq \epsilon_r$)

$$f_s = f_y * \left(1 + r * \left(\frac{f_{su}}{f_y} - 1\right)^{(1-r)}\right) \quad (14)$$

$$r = \frac{(\epsilon - \epsilon_{sh})}{(\epsilon_u - \epsilon_{sh})} \quad (15)$$

$$\epsilon_y = f_y / E \quad (16)$$

2.3.4. Constitutiva del acero de refuerzo

Por otro lado, el acero de refuerzo tiene gran importancia, como su nombre hace mención, sirve de refuerzo para las secciones de hormigón. Es de conocimiento general que el hormigón no posee

una alta resistencia frente a efectos de tracción por lo tanto la implementación de varillas de acero brinda al hormigón un aporte y seguridad frente a los efectos mencionados.

La ACI 318-14 nos dice que los productos de refuerzo en general no muestran un punto de fluencia bien definido sino más bien fluyen gradualmente.[13]

De igual manera el modelo de Mander [14] muestra mediante una curva el comportamiento del acero frente a esfuerzos, donde las ecuaciones 8 y 9 son iguales al modelo descrito por Holzer diferenciándose con las ecuaciones 17 y 18 que describen el comportamiento del material dentro de la zona de endurecimiento por deformación.

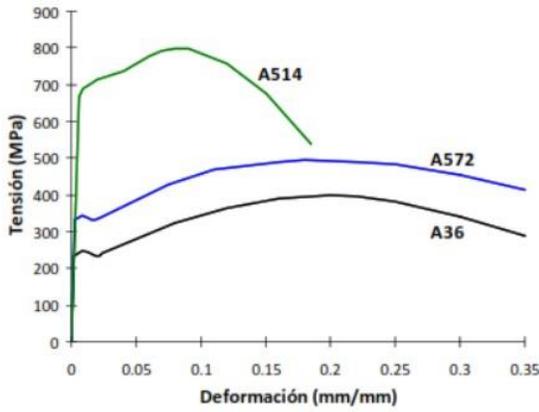


Figura 4. Curva tensión-deformación para aceros ASTM A36, ASTM A514, ASTM A572 [6].

$$f_s = f_{su} + (f_y - f_{su}) \left(\frac{\epsilon_{su} - \epsilon_s}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \right)^p \quad (17)$$

$$p = E_{sh} * \frac{(\epsilon_{su} - \epsilon_{sh})}{(f_{su} - f_y)} \quad (18)$$

2.4. Puntos notables

Son los puntos mínimos con los cuales se puede formar un diagrama momento-curvatura, ya que estos representan puntos de quiebre y estados característicos del comportamiento de la sección tanto en hormigón armado como en acero estructural y son:

a. Punto de agrietamiento o A

Se produce cuando el concreto alcanza su resistencia máxima a la tensión en su fibra extrema, empiezan a parecer las primeras grietas. El momento flector es muy bajo y por

eso muchas veces este punto no se toma en cuenta [15]. Este punto no existe para acero estructural.

b. Punto de fluencia o Y

El acero a tracción deja de trabajar dentro del rango elástico, obteniéndose para el acero estructural a través del esfuerzo de fluencia y deformación unitaria de fluencia[15], y para hormigón armado Y. Park propone las ecuaciones de 19 a la 26 para la determinación de ese punto.

$$\beta_c = \frac{d'}{d} \quad (19)$$

$$\alpha_y = \frac{\epsilon_y}{\epsilon_o} \quad (20)$$

$$\eta_o = \frac{P_o}{f'c * b * d} \quad (21)$$

$$P_t = \frac{A_s f_y}{f'c * b * d} \quad (22)$$

$$P_t' = \frac{A_s' f_y}{f'c * b * d} \quad (23)$$

$$k = \sqrt{(P_t + P_t')^2 \frac{1}{4\alpha_y^2} + (P_t + \beta_c P_t') \frac{1}{\alpha_y}} - (P_t + P_t') \frac{1}{2\alpha_y} \quad (24)$$

$$C_2 = 1 + \frac{0.45}{(0.84 + P_t)} \quad (25)$$

$$\phi_y = \left[1.05 + (C_2 - 1.05) \frac{\eta_o}{0.03} \right] \frac{\epsilon_y}{(1-k)d} \quad (26)$$

c. Punto U

Se encuentra cuando el hormigón alcanza su máxima deformación unitaria a compresión (0.0038), de igual manera para el acero estructural se alcanza con su máxima deformación unitaria a tracción (0.2). Este punto marca el inicio del colapso de la sección.[15]

2.5. Niveles de desempeño

Son una condición límite que se establece durante el diseño de una edificación, cuyos parámetros de selección dependen tanto de elementos estructurales como no estructurales además de la función que desempeñara la estructura durante su

vida útil. Esta descripción permite garantizar la seguridad de los ocupantes después de un evento sísmico.[16]

La propuesta del Comité VISION 2000 define cuatro niveles de desempeño, que dependerán del nivel de daño esperado para la estructura previo a un evento sísmico.[16]

a. Totalmente Operacional

Los daños en la edificación a nivel estructural y no estructural son despreciables, después del evento la estructura sigue en funcionamiento ya que no requiere reparaciones mayores.[16]

b. Operacional

Existe un daño moderado en los elementos no estructurales y algunos daños menores en elementos estructurales pero el edificio sigue funcional después de un sismo con necesidad de reparaciones menores.[16]

c. Seguridad de vida

Los daños presentes son mayores tanto en elementos estructurales como no estructurales, requiere reparaciones de mayor grado por lo tanto queda fuera de servicio.[16]

d. Pre colapso

Se compromete la seguridad de los ocupantes al comprometerse la estabilidad de la estructura con una proximidad al colapso, las reparaciones dejan de ser factibles.[16]

Para la obtención de los niveles de desempeño debemos utilizar como base los puntos notables anteriormente descritos.

Aguiar [15] establece que, la suma de todos los daños o niveles deben alcanzar un 100%, esto se produce al dividir los 4 niveles de desempeño en un área delimitada entre los puntos notables Y y U. Donde el primer 30% corresponde a Totalmente operacional, el siguiente 30% es Operacional, el próximo 20% a Seguridad de Vida y el 20% restante marcado por el punto U indica Pre colapso.

3. Desarrollo

El proceso por seguir en la determinación de la relación momento-curvatura para cada uno de los

materiales estructurales propuestos queda definido a continuación.

3.3. Hormigón Armado

La figura 5 corresponde a un diagrama de flujo simplificado para una sección de hormigón armado, la cual se detalla más adelante en la figura 8. Debido a la extensión de este, las partes simplificadas se las podrá encontrar en los anexos 1, 2 y 3.

En el anexo 1, se describe el proceso del acero de refuerzo. También podremos encontrar que se presenta la sección 1, misma que describe el cálculo de las deformaciones unitarias con las ecuaciones (22, 23), donde la primera expresión muestra que ambas deformaciones están a tracción debido a que las varillas se encuentran por debajo del bloque a compresión c , y en la segunda expresión ε_{s1} y ε_{s2} están a compresión y tracción respectivamente; además de los esfuerzos arrojados por la constitutiva de Mander para acero de refuerzo denotados por las ecuaciones (12, 13, 17), con estos valores y la ecuación 34 se obtiene las fuerzas resultantes producidas por el acero de refuerzo.

$$c \leq d' \begin{cases} \varepsilon_{s1} = (d' - c) \left(\frac{\varepsilon_{s2}}{d - c} \right) \\ \varepsilon_{s2} = (d - c) \left(\frac{\varepsilon_c}{c} \right) \end{cases} \quad (27)$$

$$c > d' \begin{cases} \varepsilon_{s1} = (c - d') \left(\frac{\varepsilon_c(i)}{c} \right) \\ \varepsilon_{s2} = (d - c) \left(\frac{\varepsilon_c(i)}{c} \right) \end{cases} \quad (28)$$

Luego, el anexo 2 representa el proceso realizado del hormigón en compresión, tanto del no confinado como del confinado. Del mismo modo, este anexo presenta la sección 2 la cual muestra el desarrollo del hormigón a compresión, en un inicio se obtiene los valores de Ac y fc con las ecuaciones 4 y 30 para hormigón no confinado, Acc y fcc serán cero ya que las condiciones indican que el bloque de compresión no sobrepasa el acero superior generando que el hormigón confinado no llegue a influir. Conforme los valores de c van aumentando se registrará datos de

Acc y f_{cc} obtenidos con las ecuaciones (11 y 29), con esto se obtiene las fuerzas y momentos resultante tanto para hormigón confinado como no confinado a compresión. Aplicando el método de fibras, se divide las secciones con una altura de un milímetro.

$$Acc = b' * 1 \quad (29)$$

$$Ac = (b - b') * 1 \quad (30)$$

El proceso del hormigón a tracción esta descrito en el anexo 3, cabe recalcar que únicamente actúa el hormigón confinado ya que, al estar confinado por el acero de refuerzo, este genera una ligera resistencia a la compresión a diferencia del no confinado. Igualmente, este anexo ilustra la sección 3 que determina los valores críticos y el bloque de tracción final donde solo trabaja el hormigón confinado para esto se aplica las ecuaciones 31, 32 y 33.

$$f_{cr} = 0.63 * \sqrt{f'c} \quad (31)$$

$$\epsilon_{cr} = \frac{f_{cr}}{E_c} \quad (32)$$

$$ct = d - c \quad (33)$$

Al final de cada anexo se calcularán las fuerzas correspondientes según el material ($FS_1, FS_2, F_c, F_{cc}, F_t$) de acuerdo con la ecuación 34.

$$F = f * A \quad (34)$$

Para finalizar con el diagrama de flujo, una vez obtenidas todas las fuerzas se realiza una sumatoria tanto a compresión como tracción a fin de encontrar un equilibrio; una vez encontrados esos valores cuya tolerancia no debe exceder los 100 N, se realiza una sumatoria de fuerzas para obtener el valor de momento (M) correspondiente, para después aplicar la ecuación 35 para la curvatura.

$$\phi = \frac{\epsilon_c}{c} \quad (35)$$

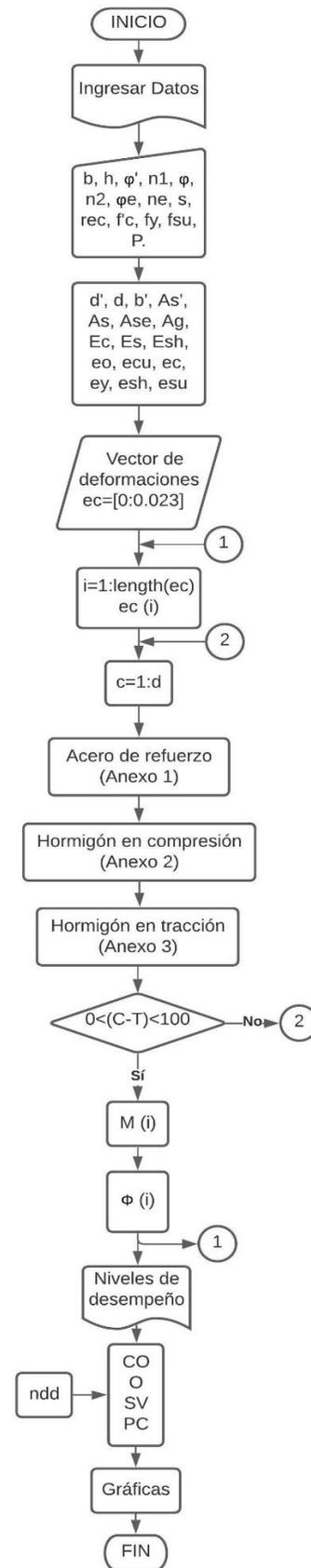


Figura 5. Diagrama de flujo para hormigón armado.

3.4. Acero estructural

De igual manera que en el hormigón, la figura 6 instruye el diagrama de flujo simplificado del acero estructural, cuya sección desarrollada se detalla posteriormente en la figura 11.

El anexo 4, indica el proceso para obtener los valores correspondientes a las fuerzas de compresión y de tracción (F_c, F_t). En la sección 1 del mismo, se abarcan las variables correspondientes a las áreas iniciales (A_c, A_t) y finales (AC, AT) las cuales se diferencian por la presencia de la carga axial P , pues esta produce que el eje neutro se desplace.

Las áreas mencionadas disponen de diferentes expresiones relacionadas directamente con las condiciones para el cálculo del centro de gravedad de la sección. Estas dependen de las tres posibles ubicaciones del centro de gravedad ya que, en el caso secciones no regulares, el centro de gravedad no siempre se ubicará en el alma.

Las expresiones 36, 37 y 38 indican que el centro de gravedad se ubica en el patín superior, el alma y el patín inferior respectivamente, aunque expresión 38 no se ilustra debido a que se sobreentiende.

Por otro lado, las áreas iniciales y finales se diferencian debido a la presencia de la fuerza P . Esta fuerza provoca que el eje neutro se desplace hacia arriba, provocando que el área de compresión disminuya y el área de tracción aumente generando las áreas finales.

$$long(l) \leq tf_1 \quad (36)$$

$$tf_1 < long(l) \leq tf_1 + h \quad (37)$$

$$tf_1 + h < long(l) \quad (38)$$

Subsiguientemente, para determinar que se encontró el centro de gravedad se analiza que las áreas iniciales (A_c, A_t) se igualen, lo que nos proporciona una tolerancia de 0 mm^2 .

Para finalizar con el diagrama de flujo y ya con las fuerzas calculadas, se realiza una sumatoria de momentos para obtener el valor de momento (M) correspondiente y, se aplica la ecuación (39) para la curvatura.

$$\phi = \frac{\epsilon_{s2}}{YT} = \frac{\epsilon_{s1}}{YC} \quad (39)$$

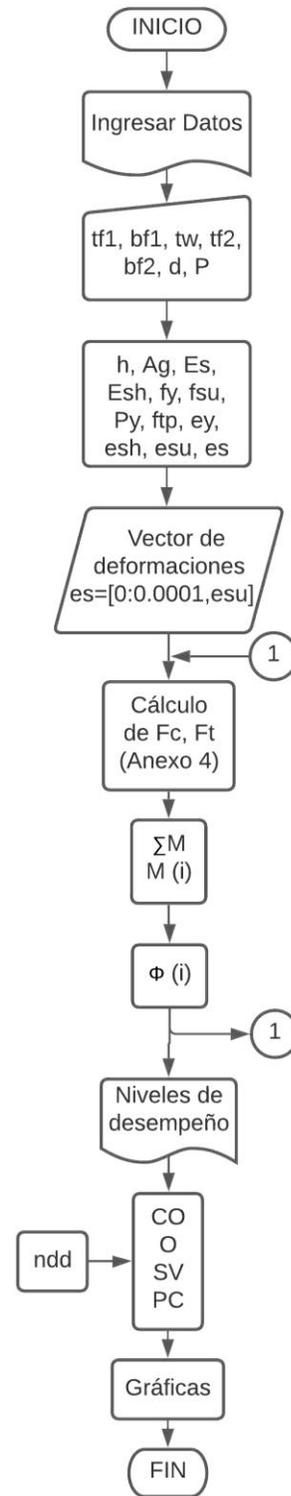


Figura 6. Diagrama de flujo para acero estructural

4. Resultados

A continuación, se presenta las gráficas generadas por los scripts tanto en hormigón armado como acero estructural.

4.1. Hormigón armado

Para la obtención de los diagramas se propone la figura 7, cuyas propiedades están detalladas en la Tabla 2.

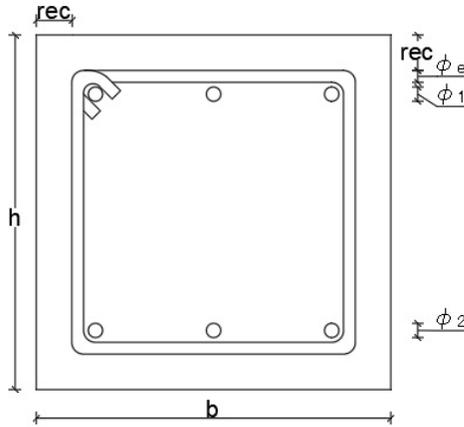


Figura 7: Datos para la sección de hormigón armado.

Tabla 2: Datos para la sección de hormigón armado.

Datos	
$b =$	300 mm
$h =$	300 mm
$\phi_1 =$	12 mm
$n_1 =$	3
$\phi_2 =$	12 mm
$n_2 =$	3
$\phi_e =$	10 mm
$n_e =$	2
$rec =$	30 mm
$s =$	100 mm
$f'c =$	24 MPa
$fy =$	420 MPa
$fsu =$	620 MPa
$P =$	0 N

En la figura 8 se puede observar la constitutiva propuesta por Mander para hormigón armado, donde la curva naranja muestra el comportamiento del hormigón confinado y la curva azul la del no confinado.

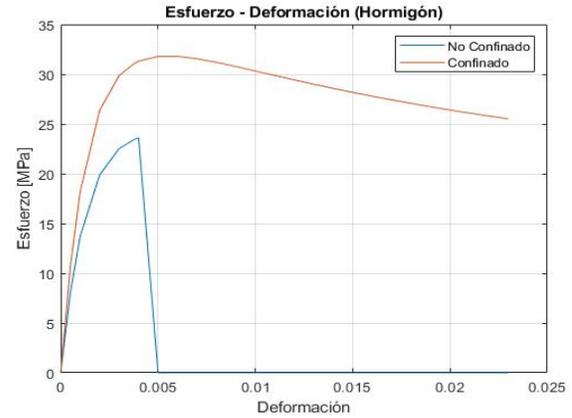


Figura 8. Constitutiva de Hormigón Armado.

En la figura 9 se presenta la relación momento-curvatura para la sección de hormigón armado con los niveles de desempeño.

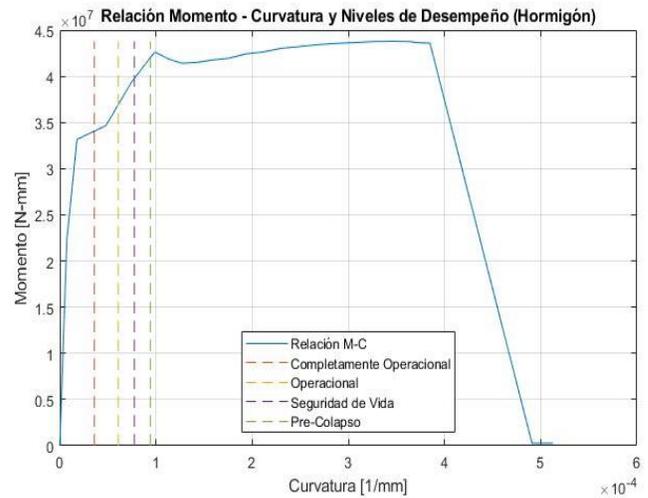


Figura 9. Diagrama Momento-Curvatura

La figura 10 muestra la comparativa entre la curva obtenida en esta investigación vs. la curva que arroja el software SAP2000 para hormigón armado.

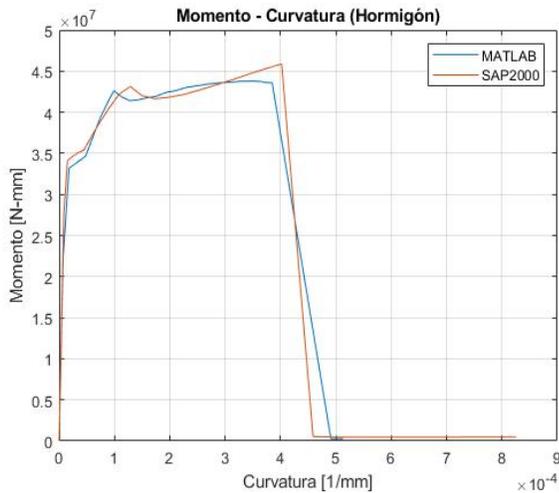


Figura 10. Comparación relación momento-curvatura con SAP2000.

4.2. Acero estructural

Para la obtención de los diagramas se propone la figura 11 y cuyas propiedades están detalladas en la Tabla 3.

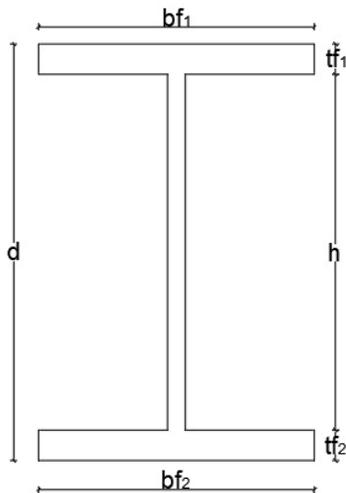


Figura 11: Datos para la sección de hormigón armado.

Tabla 2: Datos para la sección de acero estructural.

DATOS	
$tf_1, tf_2 =$	44 mm
$tw =$	26 mm
$bf_1, bf_2 =$	400 mm
$d =$	1120 mm
$P =$	0 N

En la figura 12 se puede observar la constitutiva propuesta por Holzer para acero estructural, donde muestra el comportamiento del material

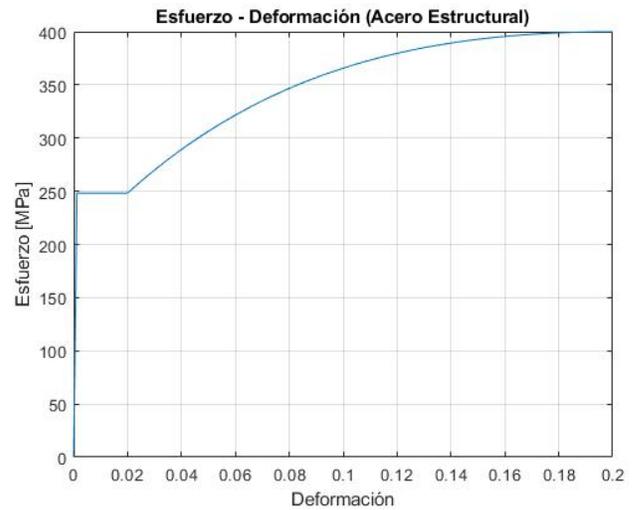


Figura 12. Constitutiva de Acero Estructural.

En la figura 13 se presenta la relación momento-curvatura para la sección de acero estructural con los niveles de desempeño.

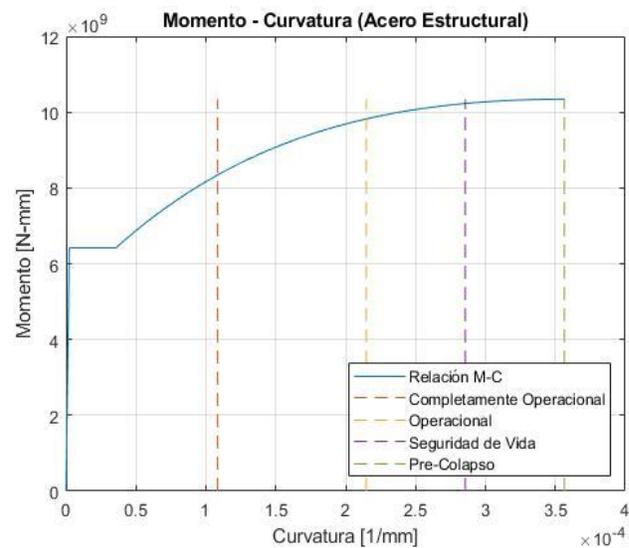


Figura 13. Diagrama momento-curvatura.

La figura 14 muestra la comparativa entre la curva obtenida en esta investigación para acero estructural vs. la curva que arroja el software SAP2000.

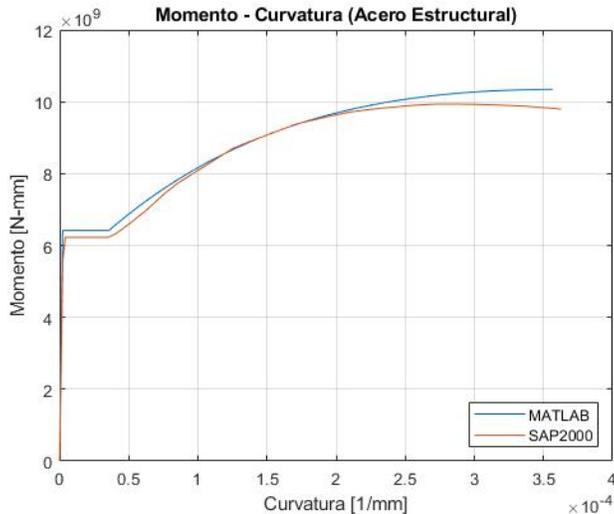


Figura 14. Comparación relación momento-curvatura con SAP2000

5. Conclusiones

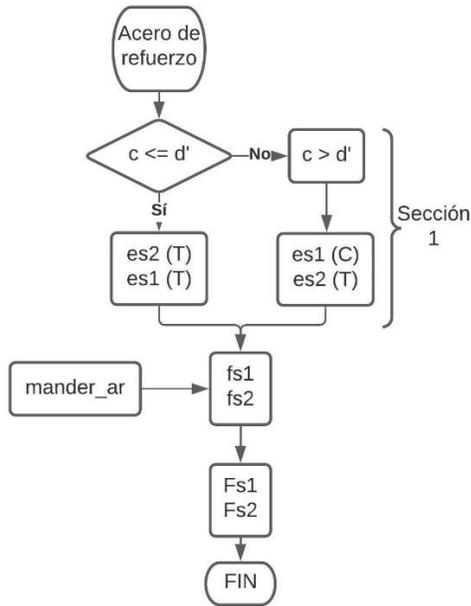
- Probando las constitutivas de diferentes autores como Hognestad y Park [17] para hormigón armado y Mander para acero, se logró determinar que los modelos propuestos por Mander y Holzer son lo que entregan una mejor respuesta frente a su comparativa con el software SAP2000.
- La investigación realizada, permitió minimizar el tiempo que toma desarrollar las extensas iteraciones que se necesitan para la obtención del diagrama momento-curvatura, dando como resultado valores precisos en tiempo de procesos reducidos.
- Se pudo ilustrar de una manera sencilla la obtención de la gráfica momento-curvatura a través de diagramas de flujo ya que mediante ellos podemos encontrar una descripción de los pasos a seguir para su desarrollo lo que facilitaría la comprensión de este tema a futuros investigadores que pretendan continuar con trabajos relacionados.
- Una vez obtenidos valores de momento y curvatura para una carga axial dada, se puede determinar fácilmente el desempeño alcanzado de una sección cualquiera mediante los niveles de desempeño conocidos [16].

Referencias

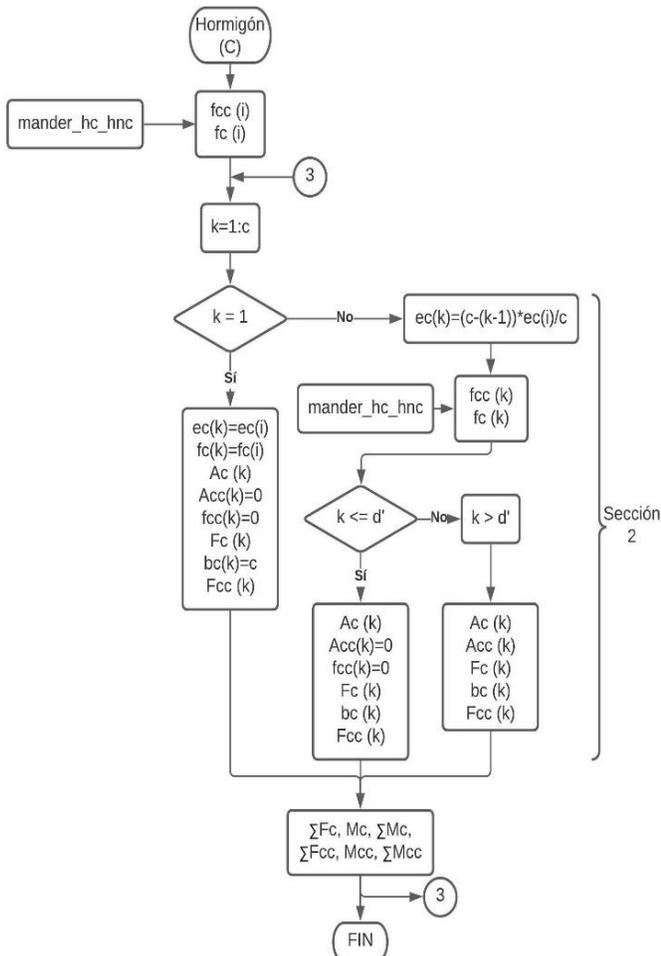
- [1] H. Romero and O. Quiroga, “Obtención del diagrama momento - curvatura en muros de concreto reforzado,” Bucaramanga, 2015. Accessed: Feb. 03, 2022. [Online]. Available: <https://docplayer.es/86600645-Obtencion-del-diagrama-momento-curvatura-en-muros-de-concreto-reforzado.html>
- [2] S. Rodríguez Morales, “Diagramas momento-curvatura para secciones de hormigón armado. Determinación del valor de ductilidad local de una sección de hormigón armado. Empleo del programa matlab en aplicaciones estructurales a nivel seccional (parte II).,” *Anales de Edificación*, vol. 1, no. 2, p. 27, Sep. 2015, doi: 10.20868/ade.2015.3101.
- [3] Moehle Jack, *Seismic Design of Reinforced Concrete Buildings*. 2015.
- [4] D. V. Almada, J. N. Bárcena, and M. T. Enciso, “Determinación y Análisis de la gráfica Momento-Curvatura de diferentes secciones de vigas de concreto reforzado,” pp. 1–10, 2016. Accessed: Feb. 01, 2022. [Online]. Available: <http://www.laccei.org/LACCEI2016-SanJose/RefereedPapers/RP228.pdf>
- [5] M. Bruneau, C. Ming Uang, and R. Sabelli, *Ductile Design of Steel Structures*, vol. 2da ed. New York: McGraw-Hill, 2011.
- [6] J. Crisafuli, “Diseño sismorresistente de construcciones de acero,” *5ta ed*, Mendoza, 2018.
- [7] J. Mc Cormac and R. Brow, *Diseño de Concreto reforzado*, 8va ed., vol. 1. México: Alfaomega Grupo Editor, 2011.
- [8] J. B. Mander, M. J. N. Priestley, and R. Park, “THEORETICAL STRESS-

- STRAIN MODEL FOR CONFINED CONCRETE,” 1988.
- [9] J. Freire, “CÁLCULO DEL DIAGRAMA MOMENTO – CURVATURA POR EL MÉTODO DE FIBRAS PARA SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO Y PERFILES DE ACERO EMPLEANDO UN SOFTWARE DE PROGRAMACIÓN ESPECIALIZADO,” Ambato, 2017.
- [10] Y. Mieles Bravo and J. A. Hernandez, “Comportamiento de secciones de hormigón sometidas a flexión reforzadas con barras de acero o PR,” *Research Gate*, 2015. doi: 10.13140/RG.2.1.2122.6086.
- [11] URSSA Aceros Especiales, “Acero Estructural,” 2021. <https://www.acerosurssa.es/es/content/40-acero-estructural#:~:text=El%20t%C3%A9rmino%20acero%20estructural%20hace,para%20componentes%20de%20m%C3%A1quinas%20industriales.> (accessed Jan. 31, 2022).
- [12] R. Aguiar, D. Mora, and M. Rodríguez, “DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA Y MOMENTO-ROTACIÓN PARA ELEMENTOS DE HORMIGÓN ARMADO Y ACERO CON ASCE/SEI 41 Y SISTEMA DE COMPUTACIÓN CEINCI-LAB,” 2015.
- [13] F. H. American Concrete Institute, “Requisitos de Reglamento para Concreto Estructural,” 2014.
- [14] D. Mora and R. Aguiar, “MODELACIÓN DE DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA Y MOMENTO-ROTACIÓN EN SECCIONES DE ACERO ESTRUCTURAL,” 2015.
- [15] R. Aguiar, “Análisis Sísmico por Desempeño,” *CIENCIA*, pp. 12–16, 2003. [Online]. Available: <https://www.researchgate.net/publication/280627456>
- [16] S. Safina Melone, “Vulnerabilidad sísmica de edificaciones. Análisis de su contribución al riesgo sísmico,” 2002. Accessed: Feb. 01, 2022. [Online]. Available: <https://upcommons.upc.edu/handle/2117/93538>
- [17] N. Moreno, “Efecto de las fibras de acero sobre el confinamiento de columnas de concreto,” Bogotá, 2017.

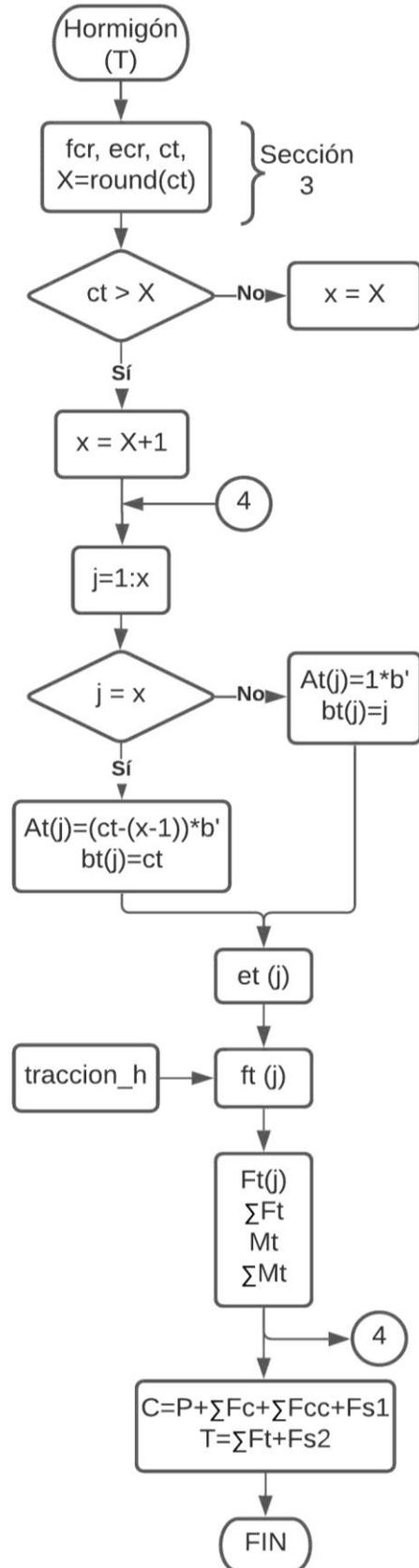
Anexos



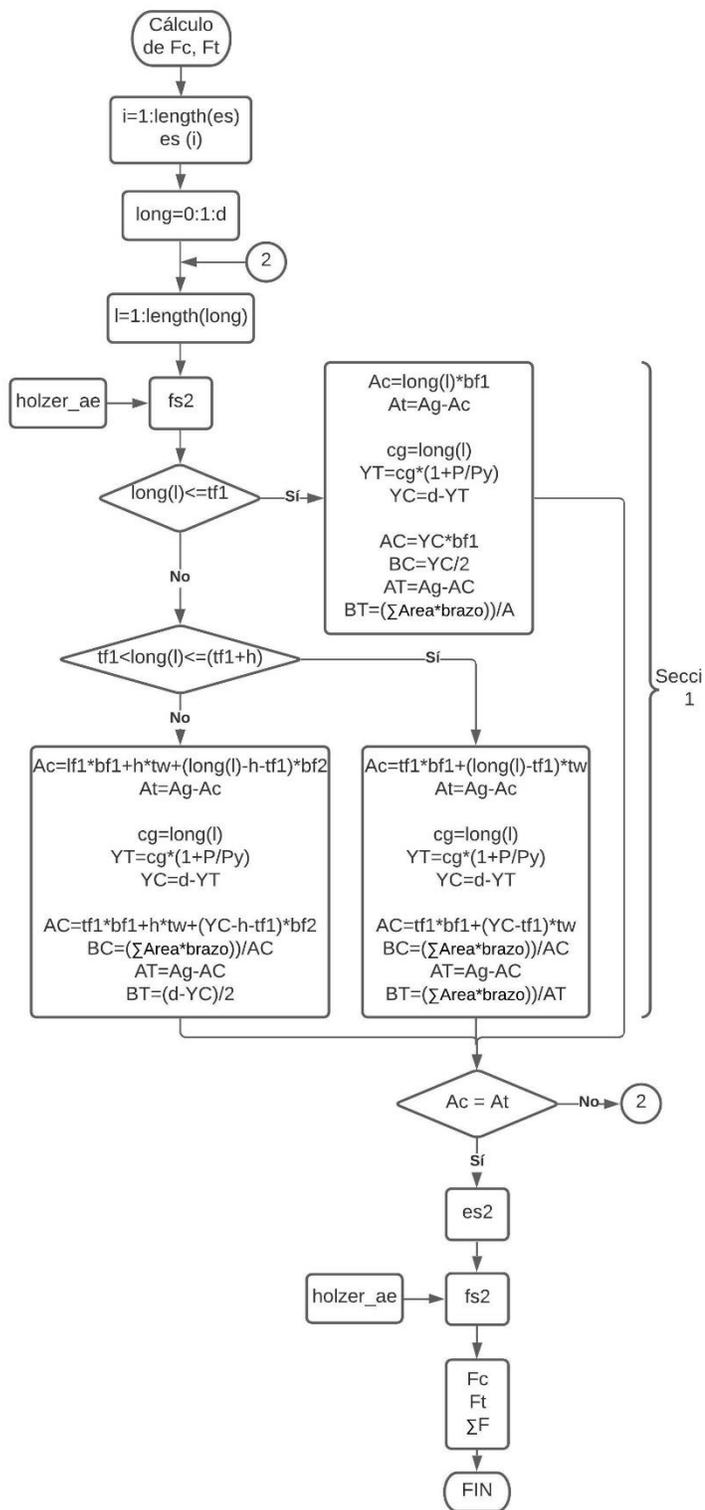
Anexo 1. Cálculo del acero de refuerzo.



Anexo 2. Cálculo del hormigón en compresión.



Anexo 3. Cálculo del hormigón a tracción.



Anexo 4. Cálculo de fuerzas del acero estructural.

