

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

SEDE QUITO

CARRERA:

INGENIERÍA CIVIL

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de:

INGENIEROS CIVILES

TEMA:

**CORRELACIÓN DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD OBTENIDO CON EL ENSAYO
TRIAxIAL UU Y LOS DATOS DEL ENSAYO DE CORTE DIRECTO UU EN LA
CANGAHUA DE LA CIUDAD DE QUITO**

AUTORES:

**LOGACHO TAPIA BRYAN WLADIMIR
OBANDO CASTRO CHRISTIAN ANDRÉS**

TUTOR:

RODRÍGUEZ BADILLO FREDDY ISRAEL

Quito, febrero 2021

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Nosotros Logacho Tapia Bryan Wladimir; Christian Andrés Obando Castro, con documentos de identificación N°172280670-8; 171860582-5, manifestamos nuestra voluntad y cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del trabajo de titulación: **CORRELACIÓN DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD OBTENIDO CON EL ENSAYO TRIAXIAL UU Y LOS DATOS DEL ENSAYO DE CORTE DIRECTO UU EN LA CANGAHUA DE LA CIUDAD DE QUITO**, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de Ingeniero Civil, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en nuestra condición de autores nos reservamos los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribimos este documento en el momento que hacemos entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.



Bryan Wladimir Logacho Tapia
CI: 172280670-8



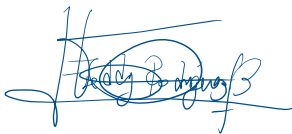
Christian Andrés Obando Castros
CI: 171860582-5

Fecha: Quito, febrero 2021

DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR

Yo Freddy Israel Rodríguez Badillo con documento de identificación N°1720094026, declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el Artículo Académico: **CORRELACIÓN DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD OBTENIDO CON EL ENSAYO TRIAXIAL UU Y LOS DATOS DEL ENSAYO DE CORTE DIRECTO UU EN LA CANGAHUA DE LA CIUDAD DE QUITO**, realizado por Logacho Tapia Bryan Wladimir; Obando Castro Christian Andrés, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerado como trabajo final de titulación.

Atentamente,



Freddy Israel Rodríguez Badillo
CI: 1720094026
Fecha: Quito, febrero 2021

CORRELACIÓN DEL MÓDULO DE ELASTICIDAD OBTENIDO CON EL ENSAYO TRIAXIAL UU Y LOS DATOS DEL ENSAYO DE CORTE DIRECTO UU EN LA CANGAHUA DE LA CIUDAD DE QUITO

CORRELATION OF THE ELASTICITY MODULE OBTAINED WITH THE TRIAXIAL TEST UU AND THE DIRECT SHEAR UU TEST DATA IN THE CANGAHUA OF THE CITY OF QUITO

Bryan Logacho-Tapia¹, Christian Obando-Castro², Freddy Rodríguez-Badillo³

Resumen

La investigación se realizó con el objetivo de encontrar una ecuación que correlacione el módulo de elasticidad del suelo a partir de los datos de corte directo UU y clasificación SUCS con el ensayo triaxial UU. Tradicionalmente el módulo de elasticidad se puede determinar a través de los datos del ensayo de compresión simple o ensayo triaxial, mediante la pendiente de la curva esfuerzo desviador vs deformación unitaria vertical. Se obtuvieron 6 bloques inalterados de suelo, los cuales corresponden a Cangahua de seis sitios diferentes del norte y noreste de Quito. Se estudiaron los resultados de los ensayos de resistencia al corte y clasificación de suelo SUCS, por medio de un análisis de varianza (ANOVA) para determinar las variables estadísticamente representativas, las cuales fueron aplicadas en una regresión lineal múltiple para definir la ecuación correlacionada. Los resultados estadísticos fueron corroborados a través del análisis de supuestos de valores residuales empleando pruebas de hipótesis para los modelos ANOVA y regresión lineal múltiple. Se complementó el estudio con el análisis de los niveles de confianza y diferencia de medias.

Palabras Clave: Cangahua, triaxial, corte directo, ANOVA, regresión lineal múltiple, módulo de elasticidad, correlación de E.

Abstract

The investigation was made with the objective to find an equation that correlates the modulus of elasticity of the soil from direct shear UU and classification SUCS data with the triaxial test UU. Traditionally, the modulus of elasticity of the soil can be determined from the simple compression test or triaxial test data through the slope of the curve deflecting stress vs. vertical unit strain. Six unaltered soil blocks were obtained, which correspond to Cangahua of six different places in the north and northeast of the city of Quito. The results of the SUCS soil classification and shear strength tests were studied using an analysis of variance ANOVA to determine the variables statistically representative, which were applied in a multiple linear regression to define the correlated equation. Statistical results were corroborated through the analysis of assumptions of residual values using hypothesis tests for ANOVA models and multiple linear regression. The study was complemented with the analysis of the levels of confidence and difference of means

Keywords: Cangahua, triaxial, direct shear, SUCS, ANOVA, multiple linear regression, modulus of elasticity, correlation of E.

¹ Estudiante de Ingeniería Civil - Universidad Politécnica Salesiana - Quito, Ecuador

² Estudiante de Ingeniería Civil - Universidad Politécnica Salesiana - Quito, Ecuador

³ Docente de Ingeniería Civil - Universidad Politécnica Salesiana - Quito, Ecuador

Autor para correspondencia: blogachot@est.ups.edu.ec; cobandoc@est.ups.edu.ec; frodriquezbl@ups.edu.ec

1. Introducción

Existen estudios en los que se ha utilizado el análisis matemático para determinar expresiones que ayudan a obtener parámetros geomecánicos en función de otras variables. Se puede destacar la correlación que existe para definir el módulo de elasticidad mediante el número de golpes del ensayo SPT estudiada por varios autores a lo largo de los años. [1]

Para el estudio geotécnico es de gran importancia obtener el módulo de elasticidad del suelo (E) sin embargo, cuando se realizan ensayos de corte directo no es posible determinarlo, es por ello que esta investigación pretende definir una expresión que ayude y simplifique el cálculo del módulo de elasticidad sin la necesidad de usar el ensayo triaxial UU. Se busca correlacionar los datos del ensayo de corte directo UU y clasificación SUCS con el módulo de elasticidad calculado a partir del ensayo triaxial UU usando un análisis estadístico. [2]

Para obtener los datos necesarios se ejecutaron dos tipos de ensayos de resistencia al corte: (1) Ensayo triaxial no consolidado no drenado (UU) sin saturar y (2) Ensayo de corte directo no consolidado no drenado (UU) sin saturar, basados en las normas ASTM D2850 y ASTM D3080 respectivamente, esta información es complementada con ensayos de clasificación SUCS que incluyen los ensayos de granulometría por lavado (ASTM C136), contenido de humedad (ASTM D2216) y límites de Atterberg (ASTM D4318).

Se considera al módulo de elasticidad como la variable dependiente y a los datos de los ensayos de corte directo y clasificación SUCS como variables independientes que influyen directamente en su valor.

El análisis de varianza (ANOVA) sirve para obtener los parámetros geomecánicos (variables independientes) estadísticamente representativos. Estas variables se consideran para la correlación, con el módulo de elasticidad (variable dependiente), calculado a partir de los datos de la curva esfuerzo deformación del ensayo triaxial UU y determinar una ecuación a través del análisis de

regresión lineal múltiple. Estos análisis se realizaron en RStudio, software libre usado generalmente para análisis estadísticos.

2. Muestras de Suelo y Métodos

2.1. Descripción del suelo

El suelo usado en la investigación es Cangahua, considerado como un material geológico con una granulometría comprendida entre arena fina y arcilla.

Se formó por el depósito, removilización, meteorización y endurecimiento de materiales arrojados por erupciones a lo largo del arco volcánico, es de color café amarillento, relativamente deleznable y carece de estratificación.

La Cangahua posee un ángulo de fricción interno entre 23° y 32° ; un coeficiente de Poisson entre 0.3 y 0.4; valores de cohesión entre 0.5 y 1.5 kg/cm², aunque pueden alcanzar valores mayores. El coeficiente de permeabilidad k de la Cangahua varía entre 1.35×10^{-6} y 4.48×10^{-6} m/s. [3]

2.2. Muestras de suelo

2.2.1. Ubicación

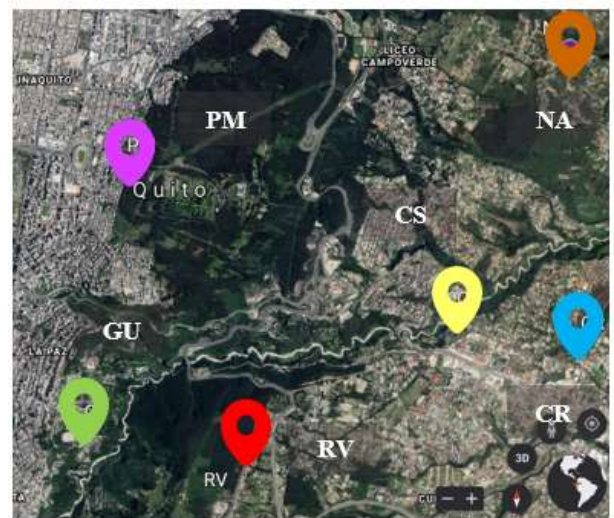


Figura 1. Ubicación de muestras.

Para la selección de las muestras de suelo se ubicaron 6 lugares distintos del norte y noreste de la ciudad de Quito, elegidas de acuerdo al

mapa de suelos contenido en el estudio de la microzonificación sísmica de Quito [4].

En la Figura 1 se indica el mapa de localización de dónde se obtuvieron los especímenes, mientras que en la Tabla 1 se detalla el número de muestras, sector, ubicación y código de cada una.

Tabla 1. Muestras a ensayar.

| N° | Sector | Ubicación | Representación |
|----|-----------------------|---|----------------|
| 1 | Cumbayá | Manuela Sáenz y Juan Montalvo. Reservorio de Cumbayá | CR |
| 2 | Cumbayá | Av. Pampite y Calle 1. Cerca de la Universidad San Francisco | CS |
| 3 | Guápulo | Av. De los Conquistadores y la Tolita. | GU |
| 4 | Nayón | Camino del Inca y Manuela Sáenz | NA |
| 5 | El Batán | Diego Noboa y Guanguiltagua. Entrada al Parque Metropolitano | PM |
| 6 | Santa Rosa de Cumbayá | Av. Simón Bolívar, salida de Av. Ruta Viva hacia el sur de la ciudad de Quito | RV |

2.3. Metodología

2.3.1. Obtención de muestras



Figura 2. Extracción de muestra inalterada ubicada en Nayón, Calles: Camino del Inca y Manuela Sáenz. (NA)

Consistió en la obtención de muestras inalteradas del suelo de acuerdo a la norma ASTM D4220 [5], conforme la siguiente metodología:

- Se talló las muestras del suelo en bloques con dimensiones aproximadas de 30x30x30 cm.
- Se perfiló las aristas laterales hasta obtener un cubo y se separó la muestra del suelo en la base. En este procedimiento se usaron herramientas manuales (pico, barrena, machete).
- Las muestras fueron envueltas con plástico film, hasta sellar completamente, de tal manera de evitar la pérdida de humedad e impermeabilizar el suelo.



Figura 3. Muestras inalteradas envueltas en plástico film.

2.3.2. Ensayos de clasificación de suelos

Para la caracterización del tipo de suelo se realizaron los siguientes ensayos:

Tabla 2. Ensayos para caracterización del tipo de suelo.

| Ensayo | Norma |
|--------------------------------------|-------------|
| Granulometría por lavado | ASTM C 136 |
| Contenido de humedad secado al horno | ASTM D 2216 |
| Límite Líquido | ASTM D 4318 |
| Límite Plástico | ASTM D 4318 |
| Clasificación de suelos SUCS | ASTM D 2487 |

2.3.2.1) Granulometría por lavado [6]

Para este ensayo se realizó el siguiente procedimiento:

- Se pesó 300 gramos de muestra de suelo, obtenidos de los sobrantes del tallado de especímenes cilíndricos para el ensayo triaxial UU.
- Se lavó la muestra de suelo con una fuente constante de agua que pasó a través del tamiz N°4, N°40 y N°200, hasta que el efluente sea transparente sin presencia visible de sedimentos.
- Todos los sólidos retenidos en el tamiz se colocaron en un recipiente, dejando secar la muestra obtenida, al interior del horno durante 24 horas con una temperatura de 110 ± 5 °C.
- Con la muestra de suelo seca se procedió a tamizar la muestra nuevamente.

2.3.2.2) Contenido de humedad secado al horno [7]

El procedimiento para este ensayo fue el siguiente:

- Se tomó una cápsula y colocó una porción de suelo, de tal manera de no desbordar. Se determinó la masa del recipiente más la porción de suelo usando la balanza de precisión.
- Se realizó el secado al horno por 24 horas con una temperatura de 110 ± 5 °C.
- Se determinó la masa del recipiente más suelo seco y con los datos obtenidos se calculó el contenido de agua o humedad natural del suelo.

2.3.2.3) Límites de Atterberg [8]

Dependiendo de la cantidad de agua que contenga el suelo, existe cuatro estados de consistencia (líquido, plástico, semisólido, sólido) y entre estos estados se presentan límites que definen su comportamiento, como son: límite de contracción (LC), límite plástico (LP) y límite líquido (LL).

Para ejecutar el ensayo de límite líquido (LL) se basó en la siguiente metodología:

- Se tomó 500 gramos de suelo que se obtuvo del sobrante del tallado de las muestras cilíndricas para realizar el ensayo triaxial UU, únicamente usando el suelo que pasa por el tamiz N°40 (partículas de tamaños menores a 0.425 mm)
- Se reguló el contenido de humedad en el suelo colocando agua hasta que se obtuvo una masa semilíquida homogénea.
- Se colocó aproximadamente 50 gramos de la masa homogénea en la copa de Casagrande y se realizó una ranura aproximadamente de 12 mm de ancho, que divide a la muestra en partes iguales.
- Se procedió a activar el mecanismo (copa de Casagrande) golpeando la copa con la base, hasta que la ranura se cierre en una longitud de media pulgada y se registró el número de golpes.
- Se tomó aproximadamente 5 gramos de la muestra de la copa de Casagrande para estimar el contenido de humedad. Este procedimiento se ejecutó cinco veces.
- Se graficó la curva de fluidez, de la cual se determinó el valor de la humedad del suelo a los 25 golpes (LL).

Para el ensayo de límite plástico (LP) se realizó el siguiente procedimiento:

- Se tomó una porción de la mezcla homogénea del suelo que se utilizó para el ensayo de límite líquido y se procedió a realizar varios rollitos de aproximadamente 3 mm de diámetro y longitud aproximada de 10 cm hasta que presentó agrietamientos.
- Se colocó en una cápsula los rollitos de aproximadamente 1 cm para determinar su contenido de humedad, siendo este el límite plástico (LP).

2.3.2.4) Clasificación de suelos SUCS

El Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS), se representa con una simbología generalmente de dos letras, este ensayo se realizó cumpliendo la norma ASTM D2487 [9].

- Obtenidos los datos del ensayo de granulometría por lavado se procedió a graficar en escala semilogarítmica los porcentajes pasantes en los tamices N°4, N°40, N°100 y N°200.
- Mediante la gráfica de graduación del suelo se estimó el porcentaje en peso de grava, arena y finos.
- Se determinó la clasificación del suelo con la siguiente metodología:

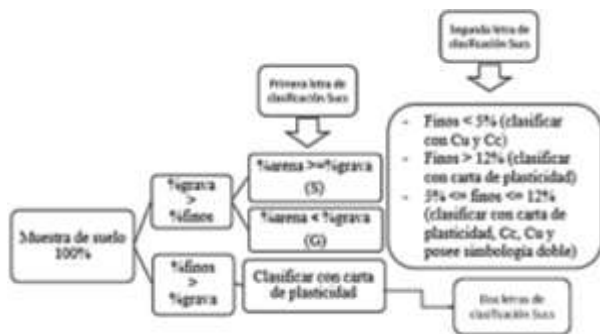


Figura 4. Metodología de clasificación SUCS.

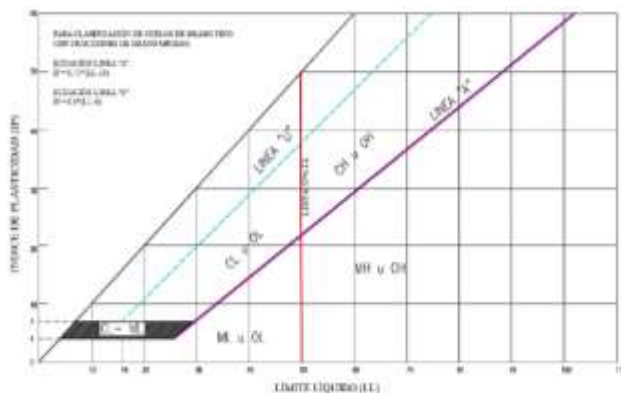


Figura 5. Carta de plasticidad.

Coefficiente de Uniformidad:

$$C_U = \frac{D_{60}}{D_{10}} \quad (1)$$

Dónde:

- D_{60} : tamaño de las partículas en mm, en la gráfica granulométrica corresponden al 60% del material pasante.
- D_{10} : tamaño de las partículas en mm, en la gráfica granulométrica corresponden al 10% del material pasante.

Coefficiente de Curvatura:

$$C_c = \frac{(D_{30})^2}{D_{10} * D_{60}} \quad (2)$$

Dónde:

- D_{30} : tamaño de las partículas en mm, en la gráfica granulométrica corresponden al 30% del material pasante.

Tabla 3. Clasificación SUCS para suelos granulares.

| Símbolo | Significado |
|---------|---------------------------------------|
| GW | Grava bien graduada |
| GP | Grava pobremente graduada |
| GW-GM | Grava bien graduada con limo |
| GW-GC | Grava bien graduada con arcilla |
| GP-GM | Grava pobremente graduada con limo |
| GP-GC | Grava pobremente graduada con arcilla |
| GM | Grava limosa |
| GC | Grava arcillosa |
| GC-GM | Grava arcillo-limosa |
| SW | Arena bien graduada |
| SP | Arena pobremente graduada |
| SW-SM | Arena bien graduada con limo |
| SW-SC | Arena bien graduada con arcilla |
| SP-SM | Arena pobremente graduada con limo |
| SP-SC | Arena pobremente graduada con arcilla |
| SM | Arena limosa |
| SC | Arena arcillosa |
| SC-SM | Arena arcillo-limosa |

Tabla 4. Clasificación SUCS para suelos finos.

| Símbolo | Significado |
|---------|--|
| CL | Arcilla magra de baja plasticidad |
| CL-ML | Arcilla limosa de baja plasticidad |
| ML | Limo |
| OL | Arcilla orgánica o Limo orgánico (de baja plasticidad) |
| OH | Arcilla orgánica o Limo orgánico (de alta plasticidad) |
| CH | Arcilla inorgánica altamente plástica |
| MH | Limo inorgánico altamente plástico |

2.3.3. Plan de pruebas

Con las muestras inalteradas obtenidas se realizaron 6 ensayos triaxiales y 6 de corte directo, ambos UU, uno por sitio. En total se determinaron 18 módulos de elasticidad, dado que se calcula un módulo para cada esfuerzo de confinamiento (0.5, 1 y 2 kg/cm²) a partir de los datos del triaxial UU, con este número de datos se comprobó la validez estadística de la población de muestras.

2.3.4. Ensayos de resistencia al corte

La resistencia al corte del suelo se define como la fuerza resistente interna por unidad de área, la misma que se desarrolla hasta el equilibrio límite previo al deslizamiento a lo largo de un plano de falla dentro del suelo [10].

2.3.4.1) Ensayo triaxial UU (no consolidado no drenado)



Figura 6. Equipo para ensayo triaxial UU.

Se realizó el ensayo siguiendo la norma ASTM D 2850 [11]:

- Se ensayaron 3 especímenes cilíndricos previamente tallados aproximadamente de 3.6 cm de diámetro y relación altura-diámetro aproximada de 2.2.
- En la base del pedestal del equipo se colocó una placa porosa, papel filtro y la muestra de suelo impermeabilizada con el uso de una membrana y bandas elásticas para su sellado.
- Se acopló la cámara triaxial con precaución alineando la muestra en la base del equipo con pernos.
- Se sometió a la muestra a estados de confinamiento de 0.5, 1 y 2 Kg/cm² y su posterior incremento de esfuerzo principal mayor hasta obtener la falla por corte.

El módulo de elasticidad se define como la relación entre el cambio de esfuerzos y el cambio de deformación unitaria longitudinal, obtenidos de una curva esfuerzo desviador - deformación unitaria.

El módulo de elasticidad elegido para el suelo de la investigación se tomó como el módulo secante al 50% (E_{50}) del esfuerzo de rotura. [12]

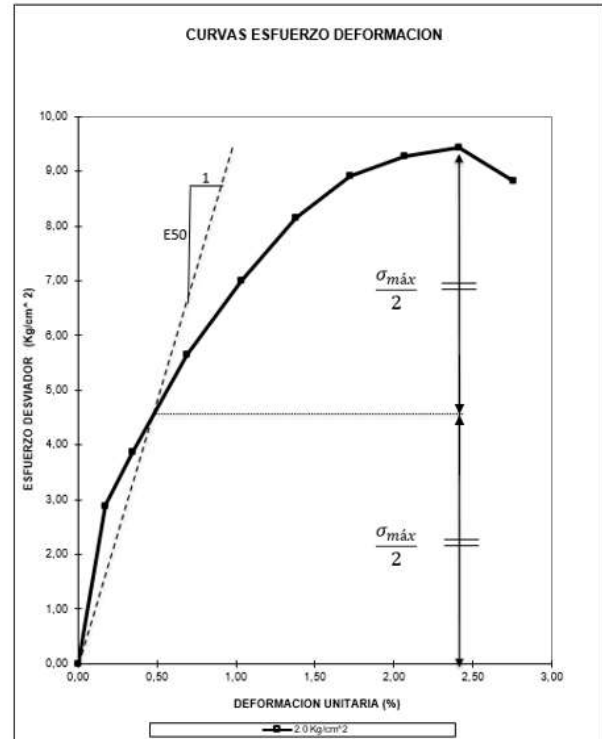


Figura 7. Definición del módulo secante para el 50% del esfuerzo desviador de rotura.

Este ensayo permitió, a través de la envolvente de falla, usando el criterio de Mohr Coulomb ($\tau = c + \sigma_n * \tan\phi$) [13], obtener los parámetros de resistencia al corte (cohesión y ángulo de fricción interna) a través del gráfico de los círculos de Mohr, correspondientes a los distintos estados tensionales. Dado que el módulo de elasticidad es considerado como variable dependiente para la investigación, la cohesión y ángulo de fricción interna del suelo no se tomaron en cuenta, siendo netamente datos de carácter informativo.

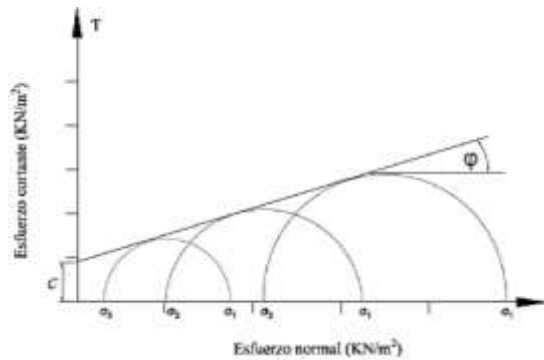


Figura 8. Envolvente de Mohr-Coulomb. [13]



Figura 9. Equipo para ensayo de corte directo.

2.3.4.2) Ensayo de corte directo UU (no consolidado no drenado)

Se realizó el ensayo siguiendo la norma ASTM D 3080 [14]:

- Se talló la muestra del suelo en forma de prisma rectangular con dimensiones 10x10x2 cm.
- Se armó la caja de corte acoplando las mitades de la caja, asegurándola con pernos de bloqueo para que la caja quede fija.
- Se ensambló la caja de corte: placa de retención, placa porosa, rejilla con ranura, muestra de suelo, rejilla con ranura, placa porosa, placa de carga y se acopló el pistón vertical.
- Se indujo a la muestra para que falle por un plano horizontal, aplicando valores típicos de esfuerzo normal (0,5, 1 y 2 Kg/cm²), la velocidad de corte horizontal apropiada para condiciones no drenadas debe ser entre 0,5 y 1,5 mm/min.
- Se obtuvo como resultado los pares ordenados (σ_n, τ) con estos datos se graficó la envolvente de falla ($\tau = c + \sigma_n * \tan\phi$), permitiendo calcular los parámetros geomecánicos (cohesión y ángulo de fricción interna del suelo en condiciones no drenadas).
- Adicionalmente, se recopiló otros datos de interés como: área corregida, peso específico natural y seco del suelo, contenido de humedad, deformación transversal. Del gráfico esfuerzo cortante vs deformación transversal se obtuvo el valor del esfuerzo cortante de falla.

2.3.5. Análisis de varianza (ANOVA)

El ANOVA es una técnica estadística de dependencia que permite estimar las diferencias entre las medias y varianzas de diferentes variables geomecánicas independientes, mediante la comparación conjunta con la variable dependiente que corresponde al módulo secante al 50% del esfuerzo de rotura (E_{50}).

Los parámetros de cada ensayo considerados en el análisis de varianza, usando el software RStudio, fueron los siguientes:

Tabla 5. Parámetros usados en el ANOVA.

| Ensayo | Parámetros | Variable |
|-------------------------------------|--|---------------|
| Clasificación SUCS | • Límite líquido | Independiente |
| | • Límite plástico | |
| | • % Finos | |
| | • % Arena | |
| | • % Grava | |
| Triaxial UU | • Módulo de elasticidad | Dependiente |
| | • Contenido de humedad | Independiente |
| • Peso específico natural del suelo | | |
| • Peso específico seco del suelo | | |
| Corte directo UU | • Cohesión | |
| | • Ángulo de fricción interna del suelo | |
| | • Deformación transversal | |
| | • Área corregida | |
| | • Esfuerzo cortante de falla | |

El modelo usado en la investigación es ANOVA multifactorial, el cual plantea si entre una variable dependiente (E_{50}) y ciertas variables independientes (parámetros geomecánicos) existe relación o no. Este modelo analiza simultáneamente los efectos de los parámetros geomecánicos sobre el módulo de elasticidad (E_{50}) [15]

$$Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \dots + \varepsilon_{ij} \quad (3)$$

Dónde:

- Y_{ij} : variable dependiente (módulo de elasticidad obtenido a partir del ensayo triaxial).
- μ : media de los módulos de elasticidad obtenidos a partir del ensayo triaxial (variable dependiente)
- α, β : efectos que produce cada variable geomecánica independiente sobre la variable dependiente (módulo de elasticidad obtenido a partir del ensayo triaxial).
- i, j : niveles o número de datos correspondientes a las variables geomecánicas independientes.
- ε : error aleatorio que representa el efecto de las variables que pueden afectar a la variable dependiente (módulo de elasticidad obtenido a partir del ensayo triaxial).

En un ANOVA multifactorial existe una hipótesis nula para cada variable independiente geomecánica, y por cada hipótesis un estadístico F de Fisher que permite comprobarla a través de la suma de cuadros. [16].

La suma de cuadrados representa una medida de variación respecto a la media y mide los cambios de la variable dependiente (E_{50}) debido al efecto de las variables geomecánicas independientes. La suma total de cuadrados (STC) en el ANOVA expresa la variación total que se puede atribuir a las variables independientes y es igual a la suma de los cuadrados por cada tratamiento o variable

geomecánica independiente usada (SCT) más la suma de los cuadrados atribuida al error (SCE)

$$STC = SCT + SCE \quad (4)$$

El procedimiento analizó las siguientes hipótesis:

- Hipótesis nula: los efectos de las variables geomecánicas independiente son igual a cero.

$$H_0: \alpha = 0 \quad (5)$$

$$H_0: \beta = 0 \quad (6)$$

⋮

- Hipótesis alternativa: los efectos de las variables geomecánicas independiente son diferentes de cero.

$$H_1: \alpha \neq 0 \quad (7)$$

$$H_1: \beta \neq 0 \quad (8)$$

⋮

Donde el número de letras del alfabeto griego (α, β, \dots) corresponde a la cantidad de variables independientes geomecánicas usadas.

Los resultados de este análisis determinaron las variables independientes que se deben considerar en la regresión lineal múltiple y las que se deben descartar. Así se obtuvo solamente aquellas variables geomecánicas independientes que son estadísticamente representativas.

Los resultados más importantes del análisis estadístico ANOVA son:

- Valor F: es una estadística de prueba usada para determinar si la variable geomecánica independiente está asociado con la variable dependiente (E_{50}). Entre más alto sea el valor, más fuerte será la relación que existe entre las variables (dependiente con independientes). Se obtiene de la división de la media cuadrática de cada tratamiento o variable geomecánica (MS_{VI}) (suma de cuadrados entre los grados de libertad) entre la media cuadrática del error (MS_E):

$$Valor F = \frac{MS_{VI}}{MS_E} \quad (9)$$

- p-value ($\Pr(>F)$): es una probabilidad calculada usando la distribución F [16] que mide la evidencia en contra de la hipótesis nula (los efectos de las variables geomecánicas independiente son igual a cero). Si su valor es menor que el valor de significancia (5%), representa una relación entre variables independientes y dependientes, concluyendo que las variables independientes son estadísticamente representativas para el modelo.

2.3.6. Análisis de regresión lineal múltiple

Es un análisis que permite establecer los coeficientes de una ecuación lineal, en la cual la variable dependiente es el módulo de elasticidad obtenido a partir de los datos del ensayo triaxial UU y las variables independientes obtenidas de los datos de los ensayos de corte directo y clasificación SUCS.

Los resultados del análisis estadístico de regresión lineal son:

- Los coeficientes que señalan los valores de las variables independientes junto a su error estándar.
- El error estándar es un error esperado o promedio que mide la precisión con la que la regresión lineal múltiple estima el valor desconocido del coeficiente. Cuanto menor sea el error estándar, más precisa será la estimación.
- Valor de un estadístico t de Student y un p-valor que se usan para contrastar la significancia, es decir, determinar si los efectos de las variables independientes son realmente importantes para explicar el módulo de elasticidad ajustado.
- El coeficiente de determinación ajustada (R^2 ajustado) es un indicador de bondad de ajuste del modelo (oscila entre 0 y 1). Los valores cercanos a 1 indican un buen ajuste con el módulo de elasticidad obtenido con el ensayo triaxial UU.

Para la investigación se utilizó un modelo de regresión lineal múltiple, donde las variables se

pueden relacionar mediante una función de tipo lineal y se expresa de la siguiente manera [17]:

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \dots + \beta_i X_i + \varepsilon \quad (10)$$

Dónde:

- y: variable dependiente (módulo de elasticidad obtenido a partir del ensayo triaxial)
- β_i : parámetros a estimar (coeficientes de ajuste de la ecuación de correlación)
- X_i : variables geomecánicas estadísticamente representativas.
- ε : error aleatorio que representa el efecto de las variables que pueden afectar a la variable dependiente (E_{50})

2.3.7. Supuestos estadísticos residuales

Los supuestos son hipótesis que se deben verificar para tener la confianza de que los modelos usados son válidos, en este estudio estas suposiciones hacen referencia a los residuos del análisis de varianza (ANOVA) y regresión lineal múltiple. Estos supuestos deben cumplir con su respectiva hipótesis nula:

Tabla 6. Supuestos estadísticos residuales para análisis ANOVA y regresión lineal múltiple. [18]

| Supuesto residual | Hipótesis Nula | Hipótesis Alternativa | Prueba |
|-------------------|---|---|---------------|
| Independencia | Existe independencia de residuos | No existe independencia de residuos | Durbin-Watson |
| Normalidad | Los residuos se distribuyen normalmente con media cero y varianza constante. | Los residuos no se distribuyen normalmente con media cero y varianza constante. | Shapiro-Wilk |
| Homocedasticidad | Los residuos presentan varianzas similares, es decir homogeneidad de varianzas. | Los residuos no presentan varianzas similares. | Breush-Pagan |

Los residuos se definen como la diferencia entre el valor de la variable dependiente (E_{50} de triaxial UU) y el valor que pronostica el modelo de regresión lineal múltiple (E_{ajust}). [17]

2.3.8. Intervalos o niveles de confianza

Los intervalos de confianza son rangos de valores de las variables independientes en los que se encuentra una alta probabilidad (generalmente 95%) para que se cumpla que E_{50} sea igual a E_{ajust} . [19]

$$\text{Intervalos de confianza} = \bar{x} \pm z \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (11)$$

Donde:

- \bar{x} : Media de las variables geomecánicas independientes.
- Z: variable que proviene de una distribución normal y se determina mediante $1 - \alpha$, donde alfa hace referencia a un intervalo de confianza deseado por lo que para la investigación se optó por: $1 - \alpha = 0,05$.
- σ : varianza de las variables geomecánicas independientes.
- n: número de muestras inalteradas de Cangahua obtenidas de diferentes sitios del norte y noreste de la ciudad de Quito.

2.3.9. Diferencia de medias

Es un supuesto específico, indica con su hipótesis nula que la media de la variable dependiente del universo de muestras de suelos de la Cangahua de Quito (E_{50}) es igual a la media de la variable dependiente correlacionada (E_{ajust}).

Para realizar este contraste previamente se comprobó si es aceptable la hipótesis nula a través de la prueba t de Student. [20]

3. Resultados y Discusión

Se presenta un resumen de resultados de cada ensayo y del análisis realizado en RStudio.

3.1. Ensayos de clasificación de suelos

Mediante los ensayos de clasificación de suelos se obtuvieron los siguientes valores (se

muestran únicamente los resultados de las variables estadísticamente representativas):

Tabla 7. Resultados de ensayos de clasificación de suelos.

| Código | LL | LP | IP | % G | % A | % F | SUCS |
|--------|----|----|----|-----|-----|-----|-------|
| CR | 23 | 20 | 3 | 1 | 58 | 41 | SM |
| CS | 25 | 21 | 4 | 0 | 48 | 52 | CL-ML |
| GU | 0 | 0 | 0 | 1 | 66 | 33 | SM |
| NA | 26 | 20 | 6 | 0 | 45 | 55 | CL-ML |
| PM | 27 | 16 | 11 | 0 | 45 | 55 | CL |
| RV | 31 | 24 | 7 | 8 | 57 | 35 | SM |

3.2. Ensayos de resistencia al corte

3.2.1. Ensayo triaxial UU

Los resultados del ensayo triaxial UU son los siguientes:

Tabla 8. Parámetros de resistencia al corte de ensayo triaxial UU.

| Código | ϕ (grados) | c (Kg/cm ²) |
|--------|-----------------|-------------------------|
| CR | 33,83 | 1,41 |
| CS | 43,23 | 1,17 |
| GU | 31,33 | 2,83 |
| NA | 31,47 | 0,95 |
| PM | 36,63 | 3,05 |
| RV | 30,79 | 0,31 |

3.2.2. Ensayo de corte directo UU

Como resultado del ensayo de corte directo UU se obtuvieron los siguientes valores (se muestran únicamente los resultados de las variables estadísticamente representativas):

Tabla 9. Contenido de humedad correspondiente al ensayo de corte directo UU

| Código | w (%) |
|--------|-------|
| CR01 | 5,18 |
| CR02 | 4,54 |
| CR03 | 6,09 |
| CS01 | 6,58 |
| CS02 | 6,58 |
| CS03 | 6,70 |
| GU01 | 13,10 |

Logacho. Obando / Correlación del módulo de elasticidad obtenido con el ensayo triaxial UU y los datos del ensayo de corte directo UU en la Cangahua de la ciudad de Quito

| Código | w (%) |
|--------|-------|
| GU02 | 12,87 |
| GU03 | 12,99 |
| NA01 | 10,39 |
| NA02 | 10,48 |
| NA03 | 10,92 |
| PM01 | 9,82 |
| PM02 | 9,54 |
| PM03 | 9,88 |
| RV01 | 23,22 |
| RV02 | 24,21 |
| RV03 | 24,43 |

Tabla 10. Esfuerzos normales y tangenciales de falla del ensayo de corte directo no consolidado no drenado.

| Código | σ_n (Kg/cm ²) | τ máx. (Kg/cm ²) |
|--------|-------------------------------------|--------------------------------------|
| CR01 | 0,5 | 2,01 |
| CR02 | 1,00 | 2,69 |
| CR03 | 2,00 | 4,01 |
| CS01 | 0,5 | 2,53 |
| CS02 | 1,00 | 3,31 |
| CS03 | 2,00 | 4,87 |
| GU01 | 0,5 | 3,53 |
| GU02 | 1,00 | 4,58 |
| GU03 | 2,00 | 5,81 |
| NA01 | 0,5 | 1,37 |
| NA02 | 1,00 | 1,76 |
| NA03 | 2,00 | 2,49 |
| PM01 | 0,5 | 4,01 |
| PM02 | 1,00 | 5,07 |
| PM03 | 2,00 | 5,80 |
| RV01 | 0,5 | 0,50 |
| RV02 | 1,00 | 0,93 |
| RV03 | 2,00 | 1,52 |

Tabla 11. Parámetros geomecánicos de resistencia al corte del ensayo de corte directo UU

| Código | ϕ (grados) | c (Kg/cm ²) |
|--------|-----------------|-------------------------|
| CR | 31 | 1,5 |
| CS | 39 | 1,8 |
| GU | 37 | 2,9 |
| NA | 33 | 1,15 |

| Código | ϕ (grados) | c (Kg/cm ²) |
|--------|-----------------|-------------------------|
| PM | 30 | 3,7 |
| RV | 32 | 0,32 |

3.2.3. Módulo secante

Con la información de las curvas esfuerzo desviador vs deformación unitaria de los ensayos triaxiales se calculó el módulo de elasticidad secante al 50% del esfuerzo de rotura (E_{50}) presentados a continuación:

Tabla 12. Módulos de elasticidad de ensayo triaxial UU.

| Código | 0.5 σ_d (falla) (Kg/cm ²) | ϵ % | E_{50} (Kg/cm ²) |
|--------|---|-----------------|-----------------------------------|
| CR01 | 2,92 | 0,34 | 847,16 |
| CR02 | 4,18 | 0,51 | 821,09 |
| CR03 | 4,72 | 0,51 | 929,22 |
| CS01 | 3,74 | 1,29 | 290,77 |
| CS02 | 4,92 | 1,49 | 329,28 |
| CS03 | 6,81 | 1,58 | 430,56 |
| GU01 | 5,12 | 1,41 | 363,71 |
| GU02 | 6,29 | 1,54 | 407,51 |
| GU03 | 6,88 | 1,54 | 447,47 |
| NA01 | 2,09 | 1,21 | 173,11 |
| NA02 | 2,90 | 1,26 | 229,84 |
| NA03 | 3,66 | 1,26 | 291,62 |
| PM01 | 6,44 | 1,58 | 408,46 |
| PM02 | 7,85 | 1,77 | 443,69 |
| PM03 | 8,64 | 1,91 | 452,59 |
| RV01 | 1,10 | 1,17 | 94,42 |
| RV02 | 1,53 | 1,38 | 111,08 |
| RV03 | 2,73 | 1,74 | 157,3 |

3.3. Análisis estadístico en RStudio

3.3.1 Análisis de varianzas ANOVA

Tabla 13. Resumen estadístico de modelo ANOVA

| Variables | Grados de libertad | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | Valor F | Pr(>F) |
|--------------------|--------------------|-------------------|------------------|---------|----------|
| Cohesión | 1 | 83177 | 83177 | 175,81 | 3,25e-06 |
| Ángulo de fricción | 1 | 53439 | 53439 | 112,95 | 1,43e-05 |

| Variables | Grados de libertad | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | Valor F | Pr(>F) |
|-------------------------|--------------------|-------------------|------------------|---------|----------|
| % Humedad | 1 | 454677 | 454677 | 961,03 | 9,38e-09 |
| Límite líquido | 1 | 149820 | 149820 | 316,67 | 4,37e-07 |
| Límite plástico | 1 | 241010 | 241010 | 509,41 | 8,48e-08 |
| % Finos | 1 | 9311 | 3911 | 19,68 | 0,003021 |
| Esfuerzo cortante | 1 | 15591 | 15591 | 32,95 | 0,000705 |
| Deformación | 1 | 305 | 305 | 0,65 | 0,448305 |
| Peso específico natural | 1 | 243 | 243 | 0,51 | 0,496809 |
| Área corregida | 1 | 588 | 588 | 1,24 | 0,301817 |
| Residuos | 7 | 3312 | 473 | | |

Los resultados más importantes del análisis estadístico ANOVA son:

- Valor F: indica que las medias de las variables geomecánicas independientes: cohesión, ángulo de fricción interna del suelo, contenido de humedad, límite líquido, límite plástico, porcentaje de finos y esfuerzo cortante, varían significativamente entre los grupos e influyen notablemente en la correlación o cálculo de la variable dependiente.
- p-value (Pr(>F)): señala que las variables independientes, al poseer cantidades menores al valor de significancia del 5% son estadísticamente representativas, siendo parámetros geomecánicos importantes para la determinación del módulo de elasticidad ajustado, descartando variables como el porcentaje de grava, porcentaje de arena, deformación transversal, peso específico natural y área corregida.

Por lo tanto, se puede observar que las siguientes variables son estadísticamente representativas para el cálculo de E_{ajust} :

- Cohesión
- Ángulo de fricción interna del suelo
- Contenido de humedad

- Límite líquido
- Límite plástico
- Porcentaje de finos
- Esfuerzo cortante

En la tabla 14 se presenta el resumen estadístico de las variables independientes estadísticamente representativas:

Tabla 14. Resumen estadístico de variables estadísticamente representativas.

| Variable | Mín. | 1.er Cuantil | Mediana | Media |
|----------------------|-------|--------------|---------|-------|
| Cohesión | 0,32 | 1,15 | 1,65 | 1,90 |
| Ángulo de fricción | 30,00 | 31,00 | 32,50 | 33,67 |
| Contenido de humedad | 4,54 | 6,61 | 10,13 | 11,53 |
| Límite líquido | 0,00 | 23,00 | 25,50 | 22,00 |
| Límite plástico | 0,00 | 16,00 | 20,00 | 16,83 |
| Porcentaje de Finos | 33,00 | 35,00 | 46,50 | 45,17 |
| Esfuerzo cortante | 0,50 | 1,28 | 3,00 | 3,16 |

(a)

| Variable | 3.er Cuantil | Máx. | Var |
|----------------------|--------------|-------|-------|
| Cohesión | 2,90 | 3,70 | 1,32 |
| Ángulo de fricción | 37,00 | 39,00 | 11,18 |
| Contenido de humedad | 12,96 | 24,43 | 39,63 |
| Límite líquido | 27,00 | 31,00 | 108,7 |
| Límite plástico | 21,00 | 24,00 | 65,79 |
| Porcentaje de Finos | 55,00 | 55,00 | 89,79 |
| Esfuerzo cortante | 4,44 | 5,81 | 2,73 |

(b)

3.3.1.1 Verificación de supuestos residuales

Los resultados del análisis de verificación de residuos son los siguientes:

Tabla 15. Supuestos, prueba y nivel de significancia modelo ANOVA

| Supuestos Residuales | Prueba | p-value (>5%) |
|----------------------|---------------|---------------|
| Independencia | Durbin-Watson | 18,3% |
| Normalidad | Shapiro-Wilk | 56,5% |
| Homocedasticidad | Breush-Pagan | 35,4% |

Análisis: se determina que los residuos entre el módulo de elasticidad calculado (E_{50}) y el módulo de elasticidad ajustado (E_{ajust}) para el análisis de varianza (ANOVA) cumplen con la hipótesis nula de cada supuesto, debido a que el valor de p-value es superior al nivel de significancia del 5% afirmando para cada prueba que:

- Existe independencia de residuos.
- El comportamiento de los residuos tiende a presentar una distribución normal con media cero y varianza constante.
- Los residuos presentan varianzas similares.

Gráficamente también se puede determinar la validez del análisis de supuestos de residuos, los cuales se encuentran anexados en la investigación. (Anexo 1)

3.3.2. Análisis regresión lineal múltiple

Los resultados de la regresión lineal múltiple aplicada en esta investigación son los siguientes:

Tabla 16. Resumen de resultados de regresión lineal múltiple

| Coefficiente | Valor Coeficiente | Error estándar | Valor estándar | Pr(> t) |
|--------------------------------|----------------------|--------------------------------|------------------------------------|----------|
| Intercepto | 1518,363 | 269,545 | 5,633 | 0,000217 |
| Cohesión | 417,289 | 99,242 | 4,205 | 0,001815 |
| Ángulo de fricción | -89,029 | 12,447 | -7,153 | 3,1e-05 |
| Contenido Humedad | 27,844 | 15,414 | 1,806 | 0,101003 |
| Límite líquido | -195,963 | 43,035 | -4,554 | 0,001053 |
| Límite plástico | 260,364 | 55,474 | 4,693 | 0,000850 |
| Porcentaje de Finos | 12,419 | 7,360 | 1,687 | 0,122430 |
| Esfuerzo cortante | 43,186 | 7,294 | 5,921 | 0,000147 |
| Error residual estándar | R² | P-value | Índice de fijación | |
| 21,09 en 10 grados de libertad | 0,9925 | $5,733 \times 10^{-11} < 0,05$ | 323,4 en 7 y 10 grados de libertad | |

De la tabla de resultados de la regresión lineal múltiple se puede destacar que:

- El intercepto igual a 1518.36 en la columna de las variables geomecánicas independientes es el valor esperado del módulo de elasticidad ajustado (E_{ajust}) cuando los valores de las variables independientes son cero.
- Los coeficientes son cantidades vinculadas a las variables geomecánicas independientes que definen incremento o disminución del módulo de elasticidad (E_{ajust}), como por ejemplo el coeficiente con signo positivo de 260.36 designado al límite plástico que aumentará el valor de E_{ajust} a medida que este parámetro geomecánica se incremente (relación directamente proporcional). Estos valores ayudan a formar la ecuación de correlación para predecir al módulo de elasticidad ajustado.

- Respecto al error estándar, por ejemplo, de 7.294 del esfuerzo cortante se puede observar que al estar más cerca de cero (coeficientes sin error) posee menos error de estimación del coeficiente, esto significa que tiende a ser más representativo con respecto a las otras variables geomecánicas (menor valor de error estándar, más exacta será la estimación)
- Se observa que los valores de $\Pr(>|t|)$ son muy pequeños, estableciendo que los coeficientes poseen significancia estadística en el modelo de regresión lineal múltiple, sin embargo, a pesar que los valores del contenido de humedad y porcentaje de finos superan el nivel de significancia no se los descarta debido a que previamente el ANOVA los considera estadísticamente representativos, aportando también a que dichos parámetros ajusten más al modelo (R^2_{ajust} más alto). Estos valores sugieren que los cambios en las variables independientes están asociados con cambios en el módulo de elasticidad ajustado, siendo el ángulo de fricción interna del suelo la variable que afecta en mayor proporción al E_{ajust} al poseer un valor igual a $3,1 \times 10^{-05}$.
- El valor de 21.09 correspondiente al error estándar residual (en los 10 grados de libertad), da una idea de cuán lejos están los valores del modelo ajustado a los valores observados de la variable dependiente (E_{ajust}). Es la cantidad promedio que el módulo de elasticidad ajustado se desviará de la línea de regresión verdadera.
- El coeficiente de determinación ajustado (R^2_{ajust}) indica que existe un 99.25% de efectividad que tienen las variables independientes en predecir el módulo de elasticidad ajustado.
- El p-value de 5.733×10^{-11} es menor al nivel de significancia del %5, la cual indica que se puede rechazar la hipótesis nula de que todos los coeficientes de las variables geomecánicas independientes son cero.
- El índice de fijación de 323.4 señala que existe una relación presuntamente fuerte

entre las variables geomecánicas independientes y variable dependiente, ya que cuantos más lejos esté de 1, será mejor.

- De acuerdo a la tabla 16 se obtuvo como resultado la siguiente ecuación de correlación para el módulo de elasticidad ajustado:

$$E_{ajust} = 1518.36 + 417,29C - 89,03\varphi + 27,84w - 195,66LL + 260,36LP + 12,42Finos + 43,19\tau_{cd} \quad (12)$$

Donde:

- E_{ajust} : Módulo de elasticidad del suelo o Módulo de Young del suelo (kg/cm^2)
- C: Cohesión obtenida de ensayo de corte directo UU (kg/cm^2)
- φ : Ángulo de fricción interna del suelo obtenida de ensayo de corte directo UU (Grados)
- w: Contenido de humedad del suelo del ensayo de corte directo UU (%)
- LL: Límite líquido (%)
- LP: Límite plástico (%)
- Finos: Porcentaje de finos presente en la clasificación SUCS del suelo (%)
- τ_{cd} : Esfuerzo cortante de falla obtenido del ensayo de corte directo UU (kg/cm^2)

3.3.2.1 Verificación de supuestos residuales

Se presentan a continuación los resultados del análisis de verificación de residuos:

Tabla 17. Supuestos, prueba y nivel de significancia modelo de regresión lineal múltiple

| Supuestos Residuales | Prueba | p-value (>5%) |
|----------------------|---------------|---------------|
| Independencia | Durbin-Watson | 18,4% |
| Normalidad | Shapiro-Wilk | 68,4% |
| Homocedasticidad | Breush-Pagan | 46,8% |

Análisis: se verifica que los residuos entre el módulo de elasticidad calculado (E_{50}) y el módulo de elasticidad ajustado (E_{ajust}) para el análisis de regresión lineal múltiple cumplen

con la hipótesis nula de cada supuesto, debido a que el valor de p-value es superior al nivel de significancia del 5% afirmando para cada prueba que:

- Existe independencia de residuos.
- El comportamiento de los residuos tiende a presentar una distribución normal con media cero y varianza constante.
- Los residuos presentan varianzas similares.

Gráficamente también se puede determinar la validez del análisis de supuestos de residuos, los cuales se encuentran anexados en la investigación. (Anexo 2)

3.3.3. Niveles de confianza

Los rangos de las variables geomecánicas independientes se encuentran entre los siguientes límites:

Tabla 18. Niveles de confianza de variables de la ecuación de correlación

| | Lím. Inferior | Lím. Superior |
|---|---------------|---------------|
| Cohesión (Kg/cm ²) | 0,976 | 2,813 |
| Ángulo de fricción interna (grados) | 30,991 | 36,341 |
| Humedad (%) | 6,491 | 16,566 |
| Límite líquido (%) | 13,657 | 30,342 |
| Límite plástico (%) | 10,343 | 23,323 |
| Finos (%) | 37,584 | 52,748 |
| Esfuerzo cortante (Kg/cm ²) | 1,831 | 4,478 |

Análisis: estos valores representan, con una confianza del 95%, los rangos recomendables en los que se puede aplicar la ecuación de correlación sin limitar la zona de obtención de muestras, es decir, el rango de aplicación se extiende a toda la ciudad de Quito, siempre y cuando los datos de las variables geomecánicas independientes se ubiquen entre esos límites de confianza.

3.3.4 Análisis de diferencia de medias

El resultado del análisis de diferencia de medias es el siguiente:

Tabla 19. Resumen de prueba T-Student

| t = -0,012313 | Grados de libertad=34 | p-value = 0,9902 |
|--|-----------------------|--------------------|
| Diferencia Medias | E ₅₀ | E _{ajust} |
| Nivel de confianza de 95% | -165,0553 | 165,0553 |
| Media de muestras | 401,6044 | 401,6044 |
| Diferencia de medias es diferente de 0 | | |

Análisis: con un p-value cercano a 1 (mucho mayor del valor de nivel de significancia del 5%) permite comprobar, con un nivel de confianza del 95% que las medias del módulo de elasticidad medido (E₅₀) y el módulo de elasticidad ajustado (E_{ajust}) son iguales.

3.3.5. Discusión de los resultados

3.3.5.1. Correlación entre E₅₀ y E_{ajust}

De acuerdo a la Figura 10 se puede interpretar que existe alta correlación positiva entre los resultados de los módulos calculados a partir de los datos del triaxial UU (E₅₀) y ajustados (E_{ajust}), ya que siguen una tendencia clara y no dispersa. Mejor es la correlación cuando los puntos sigan una relación lineal

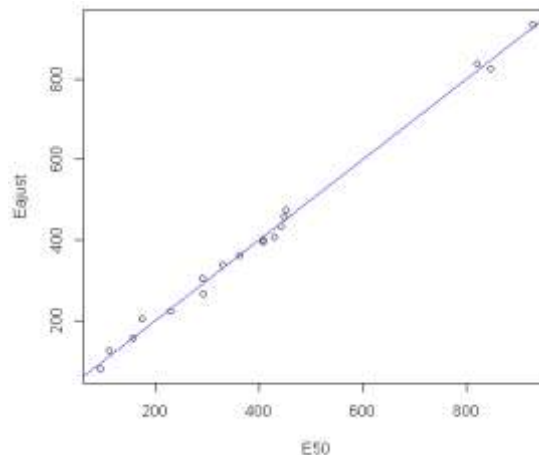


Figura 10. Gráfica de módulo de elasticidad ajustado vs módulo de elasticidad calculado mediante datos del ensayo de triaxial UU

3.3.5.2. Error entre E_{50} y E_{ajust}

El porcentaje de error es la imprecisión que existe entre el módulo E_{50} y el módulo de E_{ajust} , los cuales se presentan en la siguiente tabla:

Tabla 20. Resultados del módulo de elasticidad calculado y el módulo de elasticidad ajustado con su respectivo error estándar.

| Código | E_{50} (Kg/cm ²) | E_{ajust} (Kg/cm ²) | Error % |
|--------|-----------------------------------|--------------------------------------|------------|
| CR01 | 847,16 | 824,74 | 2,65 |
| CR02 | 821,09 | 836,28 | 1,85 |
| CR03 | 929,22 | 936,45 | 0,78 |
| CS01 | 290,77 | 304,18 | 4,61 |
| CS02 | 329,28 | 337,86 | 2,61 |
| CS03 | 430,56 | 408,57 | 5,11 |
| GU01 | 363,71 | 361,45 | 0,62 |
| GU02 | 407,51 | 400,39 | 1,75 |
| GU03 | 447,47 | 456,85 | 2,10 |
| NA01 | 173,11 | 204,03 | 17,86 |
| NA02 | 229,84 | 223,38 | 2,81 |
| NA03 | 291,62 | 267,16 | 8,39 |
| PM01 | 408,46 | 395,93 | 3,07 |
| PM02 | 443,69 | 433,91 | 2,20 |
| PM03 | 452,59 | 474,90 | 4,93 |
| RV01 | 94,42 | 79,64 | 15,65 |
| RV02 | 111,08 | 125,78 | 13,23 |
| RV03 | 157,30 | 157,38 | 0,05 |

Análisis: Los errores calculados para todas las muestras son inferiores al 8%, con excepción de las muestras: NA01, RV01 y RV02, ya que poseen errores del 17.86%, 15.65% y 13.23% respectivamente, valores considerados altos. Se puede deducir, de acuerdo a los niveles de confianza de la tabla 18, que:

- Los errores para los sitios ubicados en la Av. Ruta Viva (RV), se deben a que los contenidos de humedad (tabla 9) y los esfuerzos cortantes (tabla 10) se encuentran por fuera del intervalo de confianza.
- Para la muestra ubicada en Nayón (NA), el error se presenta debido a que el porcentaje de finos (tabla 7) y esfuerzo cortante (tabla 10) no se encuentran entre los niveles de confianza.

El resumen estadístico permite destacar como resultado el porcentaje medio de errores del 5.015% obtenido de la tabla 20, entre el módulo de elasticidad calculado con datos del ensayo triaxial UU (E_{50}) y el módulo de elasticidad correlacionado con las variables estadísticamente significativas (E_{ajust}), el cual indica una aceptación alta del modelo por poseer un valor bajo respecto al error.

Tabla 21. Resumen estadístico entre el módulo de elasticidad calculado y el módulo de elasticidad ajustado con el error estándar existente entre las dos muestras.

| | Módulo de elasticidad E_{50} (Kg/cm ²) | Módulo de elasticidad correlacionado E_{ajust} (Kg/cm ²) | Error (%) |
|----------------|---|---|----------------------|
| Mínimo | 94,420 | Mínimo 79,640 | Mínimo 0,052 |
| 1er Cuantil | 245,070 | 1er Cuantil 234,320 | 1er Cuantil 1,912 |
| Mediana | 385,610 | Mediana 378,690 | Mediana 2,729 |
| Media | 401,600 | Media 401,600 | Media 5,015 |
| 3er Cuantil | 446,520 | 3er Cuantil 451,120 | 3er Cuantil 5,062 |
| Máximo | 929,220 | Máximo 936,450 | Máximo 17,863 |
| Desv. estándar | 243,923 | Desv. estándar 243,386 | Desv. estándar 5,293 |
| Varianza | 59498,38 | Varianza 59236,75 | Varianza 28,019 |

Nota: se realizó el análisis estadístico con la inclusión de 2 muestras saturadas, presentando resultados poco confiables con errores altos de hasta el 28%, por lo que se descartó usar datos de suelos saturados. (Anexo 3)

4. Conclusiones

De acuerdo a los resultados presentados a través de ensayos y diseño de experimentos se concluye que:

Con la regresión lineal múltiple aplicada se explica y predice a la variable dependiente (E_{50}), en función de las variables independientes (cohesión, ángulo de fricción interna del suelo, contenido de humedad y esfuerzo cortante de rotura reportados en el ensayo de corte directo, contenido de finos, límite líquido, límite plástico). El coeficiente de determinación ajustado (R^2) indica que existe un 99.25% de efectividad que tienen las variables independientes en predecir el módulo de elasticidad ajustado.

Los análisis de varianza ANOVA y regresión lineal múltiple, realizados a través del

software RStudio cumplen con todos los supuestos de valores residuales, por lo que se puede concluir que los análisis son válidos y por lo tanto la ecuación de correlación es aceptada. Es recomendable que para futuras investigaciones que pretendan determinar ecuaciones de correlación, se realice un análisis de varianza (ANOVA) y regresión lineal múltiple, justificando que con estos análisis se obtiene un mejor ajuste (coeficiente de determinación alto) entre la variable dependiente y las variables independientes, lo que no se consigue realizando solamente un análisis de regresión lineal simple.

Estudiando los resultados del análisis de regresión lineal múltiple podemos determinar que la variable geomecánica independiente que más impacto tiene en la ecuación de correlación (12) es el ángulo de fricción interna del suelo, debido a que posee el valor más bajo de significancia ($3,1 \times 10^{-05}$) siendo estadísticamente el más representativo, además, que por el valor del coeficiente (-89.029) se puede concluir que el E_{ajust} disminuirá a medida que el ángulo de fricción interna del suelo se incremente (relación inversamente proporcional)

De acuerdo a los niveles de confianza de la tabla 18, se presentó rangos recomendables, con una confianza del 95%, en los que se puede adaptar la ecuación de correlación (12), concluyendo que el rango de aplicación se extiende a toda la ciudad de Quito, siempre y cuando los datos de las variables geomecánicas independientes se encuentren entre los límites de confianza.

Con el análisis de diferencia de medias se pudo comprobar, con un nivel de confianza del 95%, que las medias del módulo E_{50} y el E_{ajust} son iguales, concluyendo que la ecuación de correlación puede ser utilizada para toda la población (Cangahua de Quito)

Se intentó generalizar la ecuación de correlación con datos de suelos saturados, pero la ecuación mostró errores de cálculo de hasta el 28% (Anexo 3. Tabla 4) debido a que el contenido de humedad de esas muestras sobrepasa el límite de los intervalos de

confianza presentados en la tabla 18, descartando de la investigación modelos saturados. Por tal motivo se sugiere que la ecuación de correlación que se obtuvo se aplique para Cangahua en condiciones parcialmente saturadas mediante ensayos de corte directo no consolidado no drenado y bajo los intervalos de confianza determinados.

Realizar una investigación más amplia, para obtener una ecuación general de correlación entre el módulo de elasticidad obtenido con el ensayo triaxial UU y los datos del ensayo de corte directo UU, la misma que abarque todos los tipos de suelos y diferentes condiciones (saturado y parcialmente saturado), verificando los intervalos de confianza, y si fuera el caso, modificando los mismos.

Se recomienda realizar una investigación para suelos locales (suelos de Ecuador) mediante un análisis de varianza (ANOVA) y análisis de regresión lineal múltiple entre los datos del SPT y parámetros de corte (ángulo de fricción interna y cohesión), dado que las expresiones de cálculo usadas por autores de otros países generan un cierto grado de incertidumbre, debido a que los suelos de cada país son diferentes, limitando el rango de su aplicación.

Referencias

- [1]. J. G. Galindo, "Relación entre el módulo de deformación y el SPT," [online]. España, 2018. Disponible en: <https://jesusgonzalezgalindo.wordpress.com/2018/07/06/relacion-entre-el-modulo-de-deformacion-y-el-spt/>
- [2]. Wrench, B., & Nowatzki, E. (1986). A relationship between deformation modulus and SPT-N for gravels. Virginia: ASCE.
- [3]. A. M. Gaibor Lombeida y M. P. Guano Zambrano, "Resistencia de la Cangahua en función de su composición mineralógica y contenido de humedad en dos sectores de Quito: sur y norte"

- Proyecto de titulación, Universidad Politécnica Salesiana, Quito, Ecuador. Sep. 2012.
- [4]. R. A. Falconí, “Clasificación de los suelos de Quito” en Microzonificación Sísmica de Quito, 2da ed., vol. 2, Ecuador, 2017, pp. 29-54
- [5]. ASTM D4220 / D4220M-14, Prácticas estándar para conservar y transportar muestras de suelo, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2014, www.astm.org
- [6]. ASTM C136 / C136M-19, Método de prueba estándar para análisis por tamizado de agregados finos y gruesos, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2019, www.astm.org
- [7]. ASTM D2216-19, Métodos de prueba estándar para la determinación en laboratorio del contenido de agua (humedad) de suelo y roca por masa, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2019, www.astm.org
- [8]. ASTM D4318-17e1, Métodos de prueba estándar para límite líquido, límite plástico e índice de plasticidad de suelos, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2017, www.astm.org
- [9]. ASTM D2487-17e1, Práctica estándar para la clasificación de suelos con fines de ingeniería (Sistema unificado de clasificación de suelos), ASTM International, West Conshohocken, PA, 2017, www.astm.org
- [10]. M. N. Bernal, “Tema 6. Elasticidad,” [online]. España: Universidad de Almería, 2018. Disponible en: <https://w3.ual.es/~mnavarro/Tema%206%20Elasticidad.pdf>
- [11]. ASTM D2850-15, Método de prueba estándar para prueba de compresión triaxial no consolidada-no drenada en suelos cohesivos, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2015, www.astm.org
- [12]. Soporte de Fine Geo 5, “Teoría de ayuda en línea: Módulo secante” [online]. Estados Unidos, 2019. Disponible en: <https://www.finesoftware.es/ayuda-en-linea/geo5/es/modulo-secante-del-suelo-es-01/>
- [13]. W. T. Lambe & R. V. Whitman, “Resistencia al Corte” en Mecánica de suelos, Limusa S.A., México, 2004
- [14]. ASTM D3080 / D3080M-11, Método de prueba estándar para la prueba de cizallamiento directo de suelos en condiciones de drenaje consolidado (retirado en 2020), ASTM International, West Conshohocken, PA, 2011, www.astm.org
- [15]. J. G. Alcázar, “ANOVA multifactorial” [online]. España: Universidad de Alcalá, 2019. Disponible en: http://www3.uah.es/juange_alcazar/Estadistica%20Alcala/ANOVA%20multifactorial.pdf
- [16]. El Blog de Minitab, “Comprensión del Análisis de Varianza (ANOVA) y la Prueba F” [online]. Estados Unidos, 2019. Disponible en: <https://blog.minitab.com/es/compre-sion-del-analisis-de-varianza-anova-y-la-prueba-f>
- [17]. A. M. Lara Porras, “Regresión y Correlación” [online]. España: Universidad de Granada, 2017. Disponible en: <http://wpd.ugr.es/~bioestad/guia-r-studio/practica-3/>
- [18]. E. M. Molanes López, “Diseño de experimentos: ANOVA” [online]. España: Universidad Carlos III de Madrid, 2018. Disponible en: <http://halweb.uc3m.es/esp/personal/personas/emolanes/esp/archivos/estii/anova.pdf>
- [19]. Candía R. y Caiozzi G., “Intervalos de confianza” [online]. Chile, 2005.

Disponible:

https://scielo.conicyt.cl/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0034-98872005000900017

- [20]. Rodó, P., “Distribución t Student” [online]. España, 2017. Disponible: <https://economipedia.com/definiciones/distribucion-t-de-student.html>

ANEXOS

Anexos 1.

Análisis gráfico de supuestos residuales. ANOVA

- Independencia:

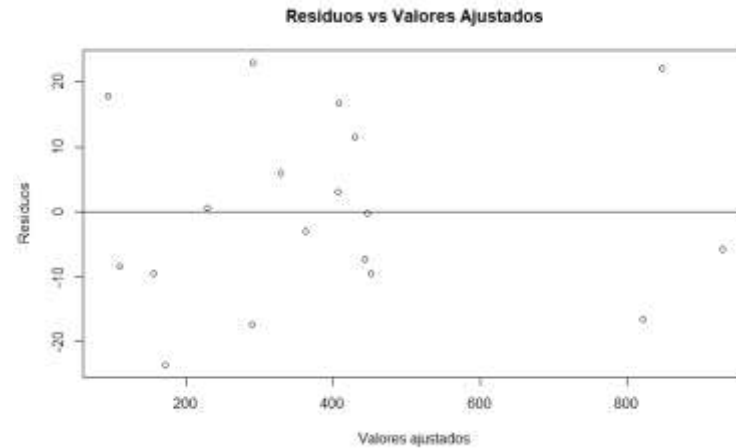


Gráfico de Residuos vs Valores ajustados supuesto de independencia

Análisis: los residuos aparecen de forma aleatoria, observando que no existe ninguna tendencia sistemática que haga sospechar del incumplimiento de la suposición de independencia.

- Normalidad:

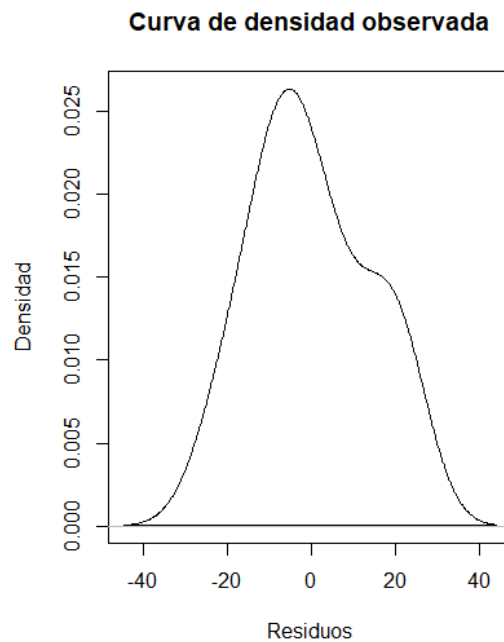


Gráfico de distribución normal de densidad observada vs residuos del modelo ANOVA

Análisis: se puede considerar que la curva de densidad observada en la figura se asemeja a una campana, precisamente a la campana de Gauss, siguiendo una distribución normal.

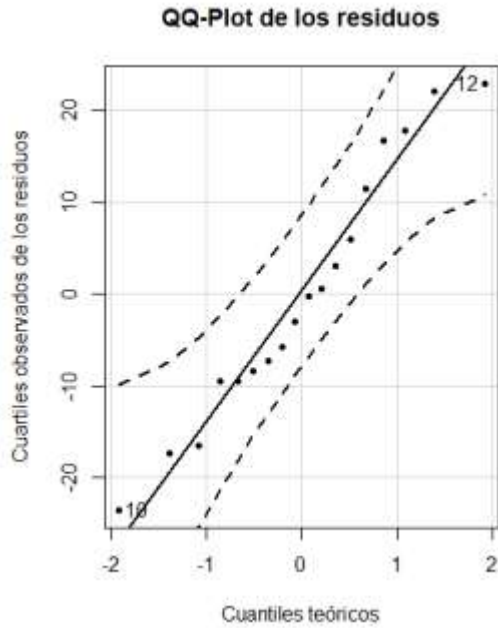


Gráfico de verificación de residuos prueba de normalidad

Análisis: se puede ver que los residuos, representados por los puntos, se aproximan a la línea central que representa los cuantiles de una distribución normal teórica por lo que no existe indicios de incumplimiento del supuesto de normalidad.

- Homogeneidad:

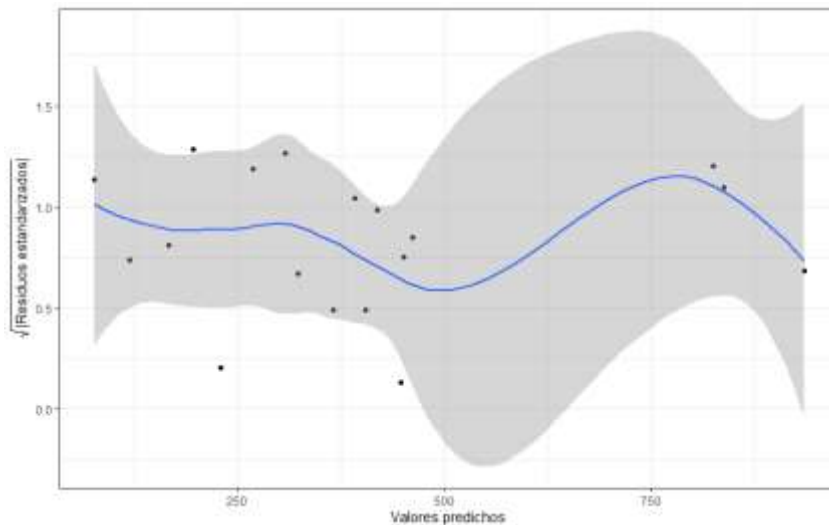


Gráfico de residuos prueba de homogeneidad de varianzas

Análisis: en la figura no se observa ninguna tendencia en la distribución de residuos lo cual implica que no existe indicios de incumplimiento del supuesto de homogeneidad de varianzas.

Anexos 2.

Análisis gráfico de supuestos residuales. Regresión lineal múltiple.

- Independencia:

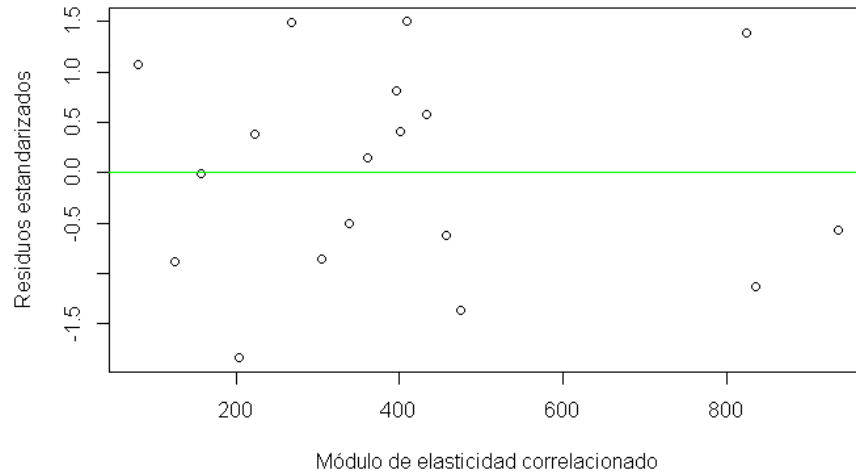


Gráfico de Residuos vs Valores ajustados supuesto de independencia

Análisis: en la figura se puede observar que los residuos no poseen ninguna tendencia, validando el supuesto de independencia.

- Normalidad:

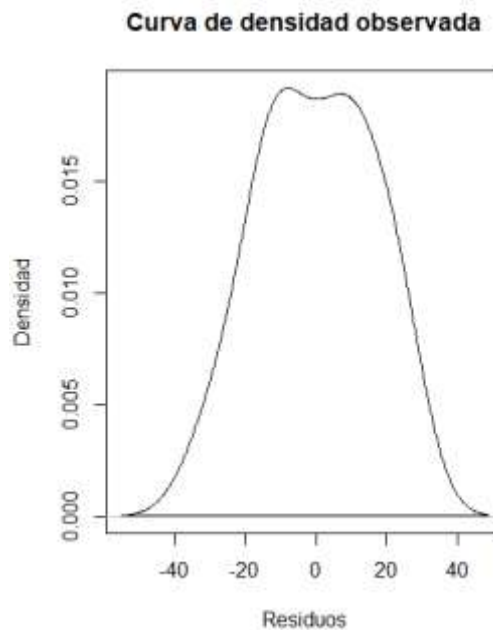


Gráfico de distribución normal de densidad observada vs residuos del modelo ANOVA

Análisis: al igual que en el supuesto de normalidad del ANOVA, se puede observar en la figura que la curva de densidad sigue una distribución normal.

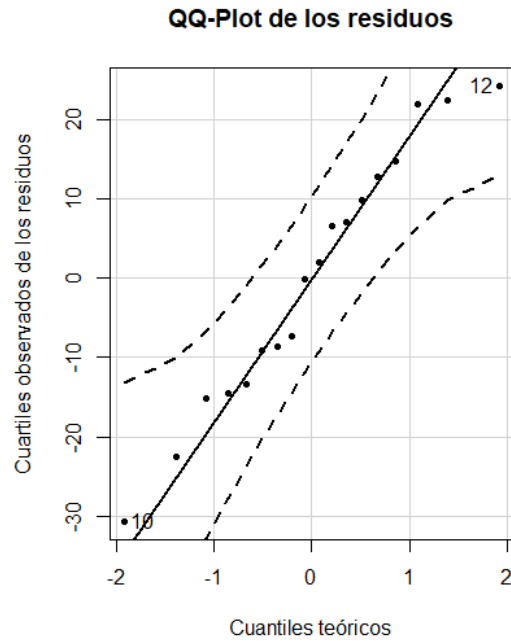


Gráfico de verificación de residuos prueba de normalidad

Análisis: en la figura se puede apreciar que el conjunto de residuos se ubica cercanos a la línea central que representa los cuantiles de una distribución normal teórica, por lo que no se puede rechazar la hipótesis nula.

- Homogeneidad:

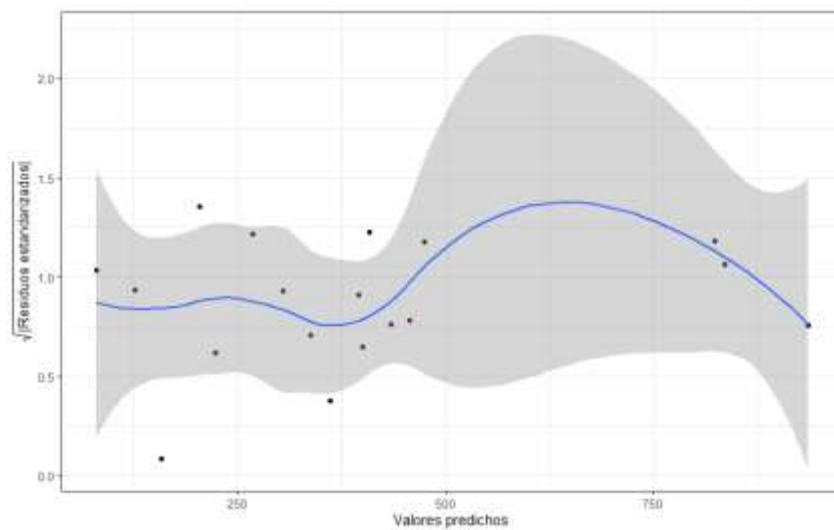


Gráfico de residuos prueba de homogeneidad de varianzas

Análisis: en la figura se puede apreciar que el conjunto de residuos se ubica cercanos a la línea central que representa los cuantiles de una distribución normal teórica, por lo que no se puede rechazar la hipótesis nula.

Anexos 3.
Análisis de modelo con muestras saturadas.

Tabla 1. Parámetros usados en el ANOVA.

| Ensayo | Parámetros | Variable |
|--------------------|---|---------------|
| Clasificación SUCS | <ul style="list-style-type: none"> • Límite líquido • Límite plástico • % Finos • % Arena • % Grava | Independiente |
| Triaxial UU | <ul style="list-style-type: none"> • Módulo de elasticidad | Dependiente |
| Corte directo UU | <ul style="list-style-type: none"> • Contenido de humedad • Peso específico natural del suelo • Grado de saturación • Cohesión • Ángulo de fricción interna del suelo • Deformación transversal • Área corregida • Esfuerzo cortante de falla | Independiente |

Tabla 2. Resumen estadístico de modelo ANOVA

| Variables | Grados de libertad | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | Valor F | Pr(>F) |
|--------------------|--------------------|-------------------|------------------|----------|----------|
| Cohesión | 1 | 442256 | 442256 | 1140.700 | 1.22e-11 |
| Ángulo de fricción | 1 | 77846 | 77846 | 200.786 | 6.03e-08 |
| % Humedad | 1 | 574406 | 574406 | 1481.552 | 3.34e-12 |
| Límite líquido | 1 | 140125 | 140125 | 361.421 | 3.52e-09 |
| Límite plástico | 1 | 161727 | 161727 | 417.139 | 1.75e-09 |
| % Finos | 1 | 35228 | 35228 | 90.862 | 2.46e-06 |
| % Arena | 1 | 98654 | 98654 | 254.455 | 1.93e-08 |
| % Grava | 1 | 8124 | 8124 | 20.955 | 0.00101 |

| Variab les | Grados de libertad | Suma de cuadrados | Cuadrados medios | Valor F | Pr(>F) |
|-------------------------|---------------------------|--------------------------|-------------------------|----------------|------------------|
| Esfuerzo cortante | 1 | 24645 | 24645 | 63.567 | 1.21e-05 |
| Deformación | 1 | 1085 | 1085 | 2.799 | 0.12527 |
| Peso específico natural | 1 | 243 | 243 | 0.627 | 0.44673 |
| Área corregida | 1 | 192 | 192 | 0.496 | 0.49740 |
| Grado de saturación | 1 | 358 | 358 | 0.923 | 0.35928 |
| Residuos | 10 | 3877 | 388 | | |

Tabla 3. Resumen de resultados de regresión lineal múltiple

| Coficiente | Valor Coficiente | Error estándar | Valor estándar | Pr(> t) |
|--------------------------------|-------------------------|----------------------------------|------------------------------------|--------------------|
| Intercepto | 95.386 | 216.311 | 0.441 | 0.665968 |
| Cohesión | 194.072 | 44.540 | 4.357 | 0.000657 |
| Ángulo de fricción | -50.077 | 1.914 | -26.157 | 2.75e-13 |
| Contenido Humedad | 6.931 | 6.785 | 1.021 | 0.324370 |
| Límite líquido | -72.013 | 5.992 | -12.017 | 9.18e-09 |
| Límite plástico | 121.128 | 14.384 | 8.421 | 7.50e-07 |
| % Finos | -2.902 | 4.124 | -0.704 | 0.493217 |
| % Arena | 21.812 | 1.675 | 13.022 | 3.25e-09 |
| % Grava | -58.025 | 16.054 | -3.614 | 0.002817 |
| Esfuerzo cortante | 48.501 | 6.264 | 7.743 | 2.00e-06 |
| Error residual estándar | R² | P-value | Índice de fijación | |
| 20,28 en 14 grados de libertad | 0.9963 | 1.706 x 10 ⁻¹⁵ < 0.05 | 422.4 en 9 y 14 grados de libertad | |

Ecuación de correlación.

$$E_{ajust} = 95,386 + 194,072C - 50,077\varphi + 6,931w - 72,013LL + 121,128LP - 2,902Finos + 21,812Arena - 58,025Grava + 48,501\tau_{CD} \quad (13)$$

Donde:

- E_{ajust} : Módulo de elasticidad del suelo o Módulo de Young del suelo (kg/cm²)
- C: Cohesión obtenida de ensayo de corte directo UU (kg/cm²)
- φ : Ángulo de fricción interna del suelo obtenida de ensayo de corte directo UU (Grados)
- w: Contenido de humedad del suelo del ensayo de corte directo UU (%)
- LL: Límite líquido (%)
- LP: Límite plástico (%)
- Finos: Porcentaje de finos presente en la clasificación SUCS del suelo (%)
- Arena: Porcentaje de arena presente en la clasificación SUCS del suelo (%)
- Grava: Porcentaje de grava presente en la clasificación SUCS del suelo (%)
- τ_{CD} : Esfuerzo cortante de falla obtenido del ensayo de corte directo UU (kg/cm²)

Tabla 4. Resultados del módulo de elasticidad calculado y el módulo de elasticidad ajustado con su respectivo error estándar.

| Código | E₅₀ (Kg/cm²) | E_{ajust} (Kg/cm²) | Error % | Código | E₅₀ (Kg/cm²) | E_{ajust} (Kg/cm²) | Error % |
|---------------|---|--|--------------------|---------------|---|--|--------------------|
| CR01 | 847.16 | 821.872 | 2.985 | PM01 | 408.46 | 389.346 | 4.679 |
| CR02 | 821.09 | 850.417 | 3.572 | PM02 | 443.69 | 438.816 | 1.099 |
| CR03 | 929.22 | 925.181 | 0.435 | PM03 | 452.59 | 476.578 | 5.300 |
| CS01 | 290.77 | 299.485 | 2.997 | RV01 | 94.42 | 92.409 | 2.130 |
| CS02 | 329.28 | 337.316 | 2.440 | RV02 | 111.08 | 120.126 | 8.143 |
| CS03 | 430.56 | 413.809 | 3.891 | RV03 | 157.30 | 150.266 | 4.472 |
| GU01 | 363.71 | 353.179 | 2.895 | B01 | 45.48 | 53.628 | 17.916 |
| GU02 | 407.51 | 402.511 | 1.227 | B02 | 62.98 | 62.427 | 0.879 |
| GU03 | 447.47 | 462.999 | 3.471 | B03 | 65.86 | 58.265 | 11.532 |
| NA01 | 173.11 | 205.679 | 18.814 | S01 | 29.52 | 37.877 | 28.310 |
| NA02 | 229.84 | 225.218 | 2.011 | S02 | 30.40 | 37.389 | 22.989 |
| NA03 | 291.62 | 263.673 | 9.583 | S03 | 66.80 | 51.454 | 22.973 |

NOTA: los resultados de los ensayos triaxial UU y corte directo UU, ambos saturados, fueron obtenidos del estudio de mecánica de suelos de:

- B: Clínica Sur (Sector El Recreo)
- S: Rediseño de túnel en la quebrada Játicu (Sector San Patricio)

Fuente: Ing. Freddy Rodríguez B.