



POSGRADOS

MAESTRÍA EN ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN

RPC-SO-30-No.507-2019

OPCIÓN DE TITULACIÓN:

PROYECTOS DE DESARROLLO

TEMA:

DETECCIÓN Y DIAGNÓSTICO DE SEVERIDAD
DE FALLOS BASADO EN OBSERVADORES DE
ESTADO APLICADOS AL MOTOR DE
INDUCCIÓN ACOPLADO A UNA CAJA DE
ENGRANAJES CON DIENTE ROTO

AUTOR:

CHRISTIAN SANTIAGO FEICAN CAMPOVERDE

DIRECTORA:

MARIELA CERRADA LOZADA

CUENCA – ECUADOR

2024

Autor:



Christian Santiago Feican Campoverde.

Ingeniero Mecatrónico.

Candidato a Magíster en Electrónica y Automatización, Mención en Informática Industrial por la Universidad Politécnica Salesiana - Sede Cuenca.

cfeican@est.ups.edu.ec

Dirigido por:



Mariela Cerrada Lozada.

Ingeniero de Sistemas.

Magister en Ingeniería de Control.

Doctor en Sistemas Automáticos.

mcerrada@ups.edu.ec

Todos los derechos reservados.

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS

©2024 Universidad Politécnica Salesiana.

CUENCA – ECUADOR – SUDAMÉRICA

CHRISTIAN SANTIAGO FEICAN CAMPOVERDE

Detección y diagnóstico de severidad de fallos basado en observadores de estado aplicados al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diente roto

Índice general

Índice de Figuras	V
Índice de Tablas	VIII
Resumen	X
Abstract	X
1. Introducción	1
1.1. Descripción general del problema.....	2
1.2. Objetivos.....	3
1.2.1. Objetivo general.....	3
1.2.2. Objetivos específicos.....	3
1.3. Contribuciones.....	3
1.4. Metodología.....	4
1.5. Organización del manuscrito.....	5
2. Antecedentes y fundamentación teórica	6
2.1. Antecedentes.....	7
2.1.1. Modelado del sistema mecatronico del motor y caja de engranajes.....	8
2.1.2. Observadores de detección y diagnóstico.....	9
2.2. Fundamentación Teórica.....	11
2.2.1. Monitoreo basado en la condición.....	11
2.2.2. Máquina de Inducción.....	13
2.2.3. Modelo dinámico del motor de inducción en coordenadas primitivas.....	13
2.2.4. Vectores espaciales.....	17
2.2.5. Transformada de Clarke.....	19
2.2.6. Modelo dinámico de la caja de engranajes.....	23

2.2.7. Filtro de detección y diagnóstico de fallos basado en observadores de estado.....	26
2.2.8. Adquisición de datos	32
2.2.9. Análisis de vibraciones de cajas de engranajes en el dominio de la frecuencia	38
3. Modelo Dinámico del Motor de Inducción	40
3.1. Parámetros del modelo de la máquina de inducción	41
3.2. Simulación del modelo del motor mediante el modelo matemático en coordenadas originales.....	43
3.3. Simulación del modelo del motor mediante el modelo matemático en vectores espaciales.....	46
3.4. Simulación del modelo del motor mediante el modelo matemático aplicado la transformada de Clarke	48
3.5. Linealización del Modelo de Clarke.....	50
3.6. Definición del modelo matemático del sistema sujeto a fallo .	51
4. Filtro de detección y diagnóstico basado en observadores	54
4.1. Configuración del filtro de detección basado en observadores .	55
4.2. Observabilidad del sistema	55
4.3. Diseño del filtro de detección basado en el observador de Luenberger	56
4.4. Diseño del filtro de diagnóstico generador de residuales	57
4.4.1. Índice de observabilidad.....	58
4.4.2. Desarrollo de un observador de diagnóstico con el algoritmo de aproximación algebraica.....	61
4.5. Evaluación del diseño del sistema de detección y diagnóstico .	66
4.5.1. Evaluación del observador de detección.....	68
4.5.2. Evaluación del observador de diagnóstico.....	71
5. Resultados	73
5.1. Validación del modelo matemático del motor de inducción.....	74
5.2. Resultados del filtro de detección basado en observadores en el modelo simulado	77
5.3. Resultados del filtro de diagnóstico aplicado al modelo simulado	82
5.4. Resultado del filtro de detección aplicado a los datos experimentales del sistema en condición de fallo.....	83
6. Conclusiones y Recomendaciones	93
6.1. Conclusiones.....	94
6.2. Recomendaciones	96
6.3. Trabajos Futuros	96

Índice de Figuras

2.1. Residuales generados por el filtro de detección operando en paralelo a la caja de engranajes con una severidad de fallo de diente roto de 50 % [Jimenez, 2022].....	10
2.2. Residuales generados por el filtro de diagnóstico operando en paralelo a la caja de engranajes con una severidad de fallo de diente roto de 50 % [Jimenez, 2022].....	11
2.3. Esquema del motor de inducción trifásico [Aller J., 2006].....	14
2.4. Transformada de Clarke aplicada al estator y rotor del motor de inducción [Morfín et al., 2018].....	20
2.5. Equivalencia entre el circuito acoplado magnéticamente y el circuito equivalente [Morfín et al., 2018].....	23
2.6. Esquema del modelo de la caja de engranajes [Berrezueta, 2021]	24
2.7. Principio de detección y diagnóstico basado en modelos [Ding, 2013]	27
2.8. Esquema de generación de residuales de un observador de diagnóstico [Ding, 2013]	31
2.9. Banco de pruebas [Ortega, 2021].....	33
2.10. Disposición del sistema electromecánico del banco de pruebas [Sanchez, 2018].....	34
2.11. Montaje esquemático de sensores [Sanchez, 2018].....	36
2.12. Configuración de sensores y módulos [Sanchez, 2018].....	38
3.1. Simulación del motor de inducción en coordenadas originales.	44
3.2. Simulación del motor de inducción aplicado la transformada de vectores espaciales.....	46
3.3. Simulación del motor de inducción aplicado la transformada de Clarke.....	49
3.4. Simulación del modelo lineal del motor de inducción aplicado la transformada de Clarke.....	52

4.1. Diagrama del sistema de detección y diagnóstico de fallos aplicados al modelo del motor de inducción acoplado al modelo de la caja de engranajes para obtener el residual de corriente.	67
4.2. Diagrama del sistema de detección y diagnóstico de fallos aplicados al modelo del motor de inducción acoplado al modelo de la caja de engranajes para obtener el residual de par.	68
4.3. Diagrama en Simulink del sistema de detección y diagnóstico de fallos aplicados al modelo del motor de inducción acoplado al modelo de la caja de engranajes.....	69
4.4. Residuales de corriente del filtro de detección resultante de la simulación del modelo del sistema sujeto a fallo de diente roto con severidad del 62,5 %.....	70
4.5. Residual de par eléctrico del filtro de detección resultante de la simulación del modelo del sistema sujeto a fallo de diente roto con severidad del 62,5 %.....	70
4.6. Residuales del filtro de diagnóstico resultante de la simulación del modelo del sistema sujeto a fallo de diente roto con severidad del 62,5 %.....	71
5.1. Comparación en el tiempo de la señal de corriente medida en fase α y la simulada del motor de inducción, en condiciones de funcionamiento nominales.....	74
5.2. Comparación en la frecuencia de la señal de corriente medida y la simulada del motor de inducción, en condiciones de funcionamiento nominales.....	75
5.3. Comparación en el tiempo de la señal de par eléctrico medida y la simulada del motor de inducción, en condiciones de funcionamiento nominales.....	76
5.4. Residual de corriente I_α generado por el filtro de detección operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.	77
5.5. Respuesta frecuencial del residual de corriente I_α generado por el filtro de detección operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.	78
5.6. Residual de par eléctrico generado por el filtro de detección operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.	80

5.7. Respuesta frecuencial del residual de par eléctrico generado por el filtro de detección operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.	81
5.8. Residual generado por el filtro de diagnóstico operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.	82
5.9. Comparativa de la señal de corriente frente a la señal del residual de los datos experimentales.	83
5.10. Comparativa de la señal de corriente frente a la señal del residual de los datos experimentales.	85
5.11. Comparativa de la respuesta frecuencial de corriente frente a la señal del residual de los datos experimentales alrededor de la frecuencia fundamental	85
5.12. Comparativa de la respuesta frecuencial de corriente frente a la señal del residual de los datos experimentales alrededor de la frecuencia de engrane.	86
5.13. Residual de corriente I_α e I_β generado por el filtro de detección operando en paralelo a los datos experimentales.	87
5.14. Respuesta frecuencial del residual de corriente I_α generado por el filtro de detección operando en paralelo a los datos experimentales en el dominio de la frecuencia.	88
5.15. Diagrama en Simulink del sistema de detección y diagnóstico de fallos aplicados a los datos experimentales.	89
5.16. Residual de par eléctrico generado por el filtro de detección operando en paralelo a los datos experimentales.	90
5.17. Respuesta frecuencial del residual de par eléctrico generado por el filtro de detección operando en paralelo a los datos experimentales.	91

Índice de Tablas

2.1. Técnicas de mantenimiento basado en la condición [Vacacela, 2020]	12
2.2. Características del motor del banco experimental[Sanchez, 2018].	35
2.3. Especificaciones del equipo mecánico del banco experimental [Sanchez, 2018].	35
2.4. Características de los engranajes [Sanchez, 2018].	36
2.5. Niveles de severidad para el modo de fallo de diente roto [Sanchez, 2018].	37
2.6. Frecuencias características de la caja de engranajes [Ortega, 2021].	39
3.1. Bases del sistema del motor en conexión doble estrella paralelo.	41
3.2. Parámetros eléctricos del motor de inducción	41
3.3. Parámetros mecánicos del motor de inducción	41
3.4. Parámetros eléctricos y mecánicos del motor de inducción	42
3.5. Error en estado estacionario de las señales experimentales y las señales simuladas en coordenadas originales.	45
3.6. Error en estado estacionario de las señales experimentales y las señales simuladas en vectores espaciales.	47
3.7. Error en estado estacionario de las señales experimentales y las señales simuladas en coordenadas de Clarke.	49
4.1. Polos del sistema y polos deseados para el observador detector de fallos	57
5.1. Datos estadísticos de la señal de corriente simulada y experimental.	76

- 5.2. Datos estadísticos del residual generado por el filtro de detección de fallos aplicado al modelo matemático del motor acoplado a la caja de engranajes en condición de fallo.79
- 5.3. Datos estadísticos del residual de corriente I_α generado por el filtro de detección de fallos aplicado a los datos experimentales. 89
- 5.4. Datos estadísticos del residual de par eléctrico generado por el filtro de detección de fallos aplicado a los datos experimentales. 92

Resumen

Dentro del ámbito industrial, se llevan a cabo planes de mantenimiento estructurados, que permitan preservar el estado saludable de la maquinaria, dando paso al desarrollo de metodologías y sistemas para la detección y diagnóstico de fallos en maquinarias rotativas. Bajo este concepto, en el presente proyecto de desarrollo se detalla el diseño de un conjunto de filtros de detección y diagnóstico de fallo en el motor de inducción que actúa sobre la caja de engranajes con fallo de diente roto.

Para el desarrollo de este trabajo se toma como punto de partida la validación del modelo matemático del motor de inducción aplicando la transformada de Clarke, mismo que fue simulado con los parámetros obtenidos del motor de inducción del banco de pruebas ubicado en el laboratorio de vibraciones de la Universidad Politécnica Salesiana. Los resultados de la simulación fueron contrastados con las señales experimentales características del motor. Seguidamente, se pudo establecer el modelo en espacio de estados en condición nominal y en condición de fallo, que sirve de base para el diseño de los filtros de detección y diagnóstico de fallos propuestos.

Como resultado de los filtros de detección y diagnóstico, se generaron los residuales de corriente del estator y del par eléctrico del motor de inducción, que tienen la característica de sensibilidad en términos de cambio de su magnitud, ante la presencia de fallo de diente roto de la caja de engranajes acoplada al motor de inducción. Esto permitió determinar la condición de fallo a partir de una severidad del 37,5 % de diente roto.

Finalmente, se validó el sistema de detección y diagnóstico de fallo utilizando los modelos diseñados de observadores, con señales de voltaje y corriente del estator obtenidas de manera experimental tanto en condiciones nominales como en condición de fallo. Se pudo verificar que los residuales de corriente son sensibles ante la presencia de un diente roto en la caja de engranes a partir de una severidad del 12,5 % en el análisis frecuencial.

Abstract

Within the industrial field, structured maintenance plans are carried out in order to preserve the healthy state of the machinery, giving way to the development of methodologies and systems for the detection and diagnosis of faults in rotating machinery. Under this concept, the present development project details the design of a set of filters for the detection and diagnosis of fault in the induction motor acting on the gearbox with broken tooth fault.

For the development of this work we take as a starting point the validation of the mathematical model of the induction motor by applying the Clarke transform, which was simulated with the parameters obtained from the induction motor of the test bench located in the vibration laboratory of the Salesian Polytechnic University. The simulation results were contrasted with the experimental signals characteristic of the motor. Subsequently, it was possible to establish the state space model in nominal and fault condition, which serves as the basis for the design of the proposed fault detection and diagnosis filters.

As a result of the detection and diagnostic filters, the stator current and induction motor electrical torque residuals were generated, which have the characteristic of sensitivity in terms of change of their magnitude, in the presence of broken tooth fault of the gearbox coupled to the induction motor. This allowed determining the fault condition from a severity of 37,5 % of broken tooth.

Finally, the fault detection and diagnosis system was validated using the designed observer models, with stator voltage and current signals obtained experimentally both in nominal and fault conditions. It was possible to verify that the current residuals are sensitive to the presence of a broken tooth in the gearbox from a severity of 12,5 % in the frequency analysis.

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se presenta la descripción general del problema de estudio, el objetivo general y específico del trabajo de grado. Así como las contribuciones y metodología aplicada para el desarrollo del trabajo.

1.1. Descripción general del problema

En los procesos industriales los principales fallos que se presentan en cajas reductoras o cajas de engranajes son la rotura del diente, el agrietamiento, la picadura y el gripado. Este tipo de mecanismos, por lo general, se encuentran cerrados para disminuir los riesgos presentes, motivo por lo que aumenta la complejidad en la inspección y monitoreo directo de los engranajes. Los fallos que se pueden presentar en las máquinas rotativas son difíciles de detectar hasta que se presenta la falla afectando los tiempos y costos de producción [Cubillo et al., 2016]. Las distintas señales derivadas de estos sistemas, tales como emisiones acústicas, vibración, corriente y par eléctrico, han sido empleadas en la identificación de fallos mediante el enfoque de mantenimiento basado en condición. Esta estrategia se utiliza como parte del mantenimiento predictivo en maquinaria rotativa.

Los modelos matemáticos del proceso buscan representar todos los elementos físicos que forman parte de un sistema y a su vez el comportamiento dinámico de cada componente en conjunto, para de esta manera establecer diferentes relaciones del comportamiento de cada etapa del sistema. Por otro lado, el modelado basado en datos tiene la particularidad de no modelar la interrelación de los componentes que integran un proceso, sino en obtener la relación entre las variables de entrada y las variables de salida deseadas del proceso; este modelado también es conocido como modelo de caja negra. Para nuestro caso, las variables de análisis se enfocan en el voltaje, corriente y el par eléctrico del motor de inducción acoplado a una caja de engranajes, por lo que el interés se enfoca en establecer el modelo del motor y su respuesta al estar acoplado a una caja de engranes con diferentes severidades de fallo [Ortega, 2021].

Este proyecto se enfoca en el monitoreo y detección de fallos en cajas de engranajes sometida a diferentes tipos de fallos. Siendo las señales del par eléctrico y corriente del motor de inducción, las que se van a analizar con la metodología de observadores de estado. En este caso, la señal del par es obtenido mediante las señales de corriente y voltaje generadas por el motor que actúa sobre la caja de engranajes. La aplicación de la metodología de observadores no ha sido reportada en este campo de aplicación directamente, pero sí en otros campos como la detección de fallos en diferentes procesos industriales [Isermann, 2005, Chen and Patton, 1999].

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Diseñar un sistema de detección y diagnóstico de fallos basado en el modelo matemático del motor de inducción acoplado a una caja de engranajes rectos en condición de fallo de diente roto.

1.2.2. Objetivos específicos

- Caracterizar el modelo matemático del motor de inducción acoplado a una caja de engranajes en diferentes configuraciones de fallo.
- Configurar un filtro de detección basado en observadores del par eléctrico del motor de inducción acoplado a una caja de engranes en su modelo matemático.
- Configurar un filtro de diagnóstico generador de residuales para el par eléctrico del motor de inducción acoplado a una caja de engranes en su modelo matemático.
- Evaluar el diseño del sistema de detección y diagnóstico de fallos en la señal del par eléctrico del motor de inducción acoplado a una caja de engranes.

1.3. Contribuciones

La premisa de estudio se centra en determinar que en efecto el fallo mecánico puede ser detectado a través del residual de corriente y de par eléctrico del motor de inducción que actúa sobre la caja de engranajes con fallo de diente roto. A continuación, se presentan las contribuciones generadas por el desarrollo del presente trabajo:

1. Comparación entre el modelo dinámico del motor de inducción en vectores espaciales con el modelo dinámico del motor de inducción aplicando la transformada de Clarke, mismo que será usado para obtener el modelo linealizado y permitir el cálculo de diferentes observadores de estado.
2. Diseño del observador de Luenberger a partir del modelo dinámico del motor de inducción, el mismo será utilizado para la detección del fallo de un diente roto en la caja de engranajes, mediante el análisis del

residual de corriente y par eléctrico siendo señales de fácil adquisición y cómputo en las máquinas rotativas, que representa un mínimo costo de implementación.

3. Diseño de un observador de diagnóstico a partir del modelo dinámico del motor de inducción acoplado a una caja de engranajes que presenta un diente roto, de igual manera siendo la señales de interés la corriente y el par eléctrico.
4. Validación de los observadores de detección con señales reales obtenidas de forma experimental del banco de pruebas disponible en el laboratorio de vibraciones en la Universidad Politécnica Salesiana SedeCuenca

1.4. Metodología

El presente trabajo de titulación sigue un enfoque cuantitativo, dado el carácter numérico de los datos que se caracterizan, como el par eléctrico, aceleración, velocidad, corriente y voltaje; que se presenta en el sistema mecatrónico de una caja de engranajes actuada por un motor de inducción de jaula de ardilla. Para este proyecto de investigación se plantean cuatro fases que se detallan a continuación:

- **Etapa 1:** Se estudia y analiza el modelo del motor de inducción en condiciones nominales para poder comprender su comportamiento. Una vez analizada la dinámica del sistema libre de fallo, se analizan los fallos generados en la caja de engranajes y como estos afectan la dinámica del motor. Esta etapa comprende el uso de la Transformada de Clarke como representación útil para el diseño de observadores de estado. Finalmente, se implementa el modelo obtenido utilizando el software MATLAB/Simulink.
- **Etapa 2:** En esta etapa se analizan los requerimientos de aplicación de filtros de detección y filtros de diagnóstico de severidad de fallo enfocados en el motor de inducción acoplado a una caja de engranajes rectos. Se estudia la condición de observabilidad para el filtro de Luenberger y los índices mínimos de observabilidad, para el filtro de diagnóstico.
- **Etapa 3:** En esta etapa se validan la capacidad informativa de los residuales de corriente y par eléctrico generados por los observadores

de Luenberger, en un ambiente de simulación. Este análisis se hace tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia. También se hace un análisis similar con los residuales del filtro de diagnóstico.

- **Etapa 4:** Una vez validados los observadores de detección y diagnóstico en un ambiente simulado, se procede a su validación con los datos experimentales. Este proceso se realizará con las señales de voltaje y corriente medidas del banco de pruebas para representarlas en coordenadas de Clarke y vectores espaciales.

1.5. Organización del manuscrito

El presente documento se encuentra estructurado de la siguiente manera:

El Capítulo 2 está conformado por los antecedentes teóricos relacionados a este proyecto, como es el monitoreo basado en la condición, el modelo dinámico del motor de inducción y el uso de la transformada de Clarke en el modelo del motor de inducción. Además, se presenta los fundamentos teóricos de los observadores de estados aplicados a la detección y diagnóstico de fallos en el motor de inducción.

En el Capítulo 3 se describe el proceso y los procedimientos seguidos para validar el modelo dinámico del motor de inducción al aplicar la transformada de Clarke, verificando que las señales generadas con este modelo sean las equivalentes al obtenido del modelo dinámico en coordenadas originales y validadas con datos experimentales del motor de inducción en condición de vacío.

En el Capítulo 4 se aborda el desarrollo de los observadores de detección y diagnóstico basados en el observador de Luenberger, así como su implementación en conjunto al modelo dinámico del motor de inducción acoplado a una caja de engranajes en un entorno simulado.

El Capítulo 5 describe el análisis de los resultados obtenidos al considerar diferentes severidades de fallo de un diente roto de la caja de engranajes, validados con datos experimentales.

Finalmente, en el Capítulo 6 se encuentran las conclusiones y recomendaciones generadas al terminar el proyecto, además de los trabajos a futuro que se podrían desarrollar.

Capítulo 2

Antecedentes y fundamentación teórica

En este capítulo se presenta en primer lugar los antecedentes teóricos sobre la detección y diagnóstico de fallos basados en el monitoreo basado en la condición. Además, se presenta los fundamentos teóricos referentes al modelo dinámico del motor de inducción y el desarrollo de observadores de detección y diagnóstico basado en el observador de Luenberger.

2.1. Antecedentes

Dentro de la industria se utiliza ampliamente sistemas que cuentan con máquinas rotativas tales como ejes, rodamientos, chumaceras, poleas, bandas, cajas de engranajes, entre otros; debido al requerimiento de transmisión de potencia a lo largo de los sistemas. Por tal motivo, las fallas inesperadas de este tipo de elementos pueden causar pérdidas elevadas de producción y daños catastróficos en planta, donde la principal prioridad es identificar y definir alteraciones en los indicadores de condición, con el propósito de detectar posibles fallos incipientes antes de que evolucionen a fallas completas.. [Costa Castelló et al., 2016].

Para abordar la detección y diagnóstico de la severidad de fallos, se han considerado dos enfoques: el primero se basa en el aprendizaje a partir de datos, donde se identifican patrones específicos de fallos mediante modelos de aprendizaje automático. El segundo enfoque se sustenta en el procesamiento de señales, aplicando técnicas analíticas a las señales sin procesar. Esto facilita la extracción de características fundamentales que posibilitan la detección de patrones de fallo. [Cerrada et al., 2018].

Ante la limitada disponibilidad de bases de datos de la operación del sistema en condición de fallo, se han desarrollado metodologías basadas en el procesamiento de señales, como es el caso de la metodología basada en modelos matemáticos, también denominada redundancia analítica. Esta metodología usa el modelo del proceso que se desea diagnosticar, a partir del cual se implementan diferentes estrategias ó algoritmos para generar residuales que permitirán diagnosticar condiciones de fallo [Ding, 2013].

Desde principios de la década de 1970, existe un considerable interés y desarrollo en la creación de sistemas novedosos de detección y diagnóstico de fallos basados en modelos matemáticos. Este enfoque ha sido objeto de atención en diversos estudios que aplican diversas técnicas [Simani et al., 2003]. En [Gertler, 1998] se aborda el diagnóstico de fallos basados en modelos matemáticos utilizando métodos en función de ecuaciones de paridad. Los estudios presentados por [Chen et al., 1998], se centran en las metodologías basadas en observadores de estado con un énfasis explícito al problema de la robustez en el diagnóstico de fallos, siendo un punto clave de partida para el desarrollo de este trabajo.

La metodología basada en observadores de estado es una de las más estudiadas por las ventajas presentadas en la actualidad, donde se aprecia su estructura flexible y similitud con el observador de Luenberger [Ding,

2013]. Existe la aplicación de esta metodología en diversas problemáticas, entre ellas tenemos los sistemas de almacenamiento y distribución de aguas, estimación de par mecánico y estimación de velocidad [Ding, 2013]. Un caso de diagnóstico de fallos estudiado previamente es el apreciado en el sistema de depósito de agua que se encuentra constituido por tres tanques interconectados del laboratorio del curso de Diagnóstico y Control Tolerante a Fallos del Máster en Automática y Robótica de la Universidad Politécnica de Cataluña, donde se han aplicado metodologías de detección de fallos basados en observadores y el uso de residuales estructurados para el aislamiento de fallos [Costa Castelló et al., 2016].

Otro caso, como el de [Morfín et al., 2018], describe el empleo de observadores asintóticos con el propósito de estimar el par de carga en un motor de inducción de jaula de ardilla, con la finalidad de incorporarlo en un modelo integral del sistema. También nos encontramos con el uso de observadores de estado basados en modelos dinámicos aplicados al diagnóstico de fallas en el convertidor del rotor en generadores de inducción, donde se busca generar señales de residuo sensibles a cada falla considerada e insensible a perturbaciones [González et al., 2018].

Recientemente, el uso de observadores de estado en la detección de fallos ha sido aplicado en el grupo de Investigación y Desarrollo en Tecnologías Industriales (GIDTEC) de la Universidad Politécnica Salesiana, en el trabajo presentado por [Criollo and Valdez, 2021], donde implementa el observador de Luenberger y el observador de diagnóstico a partir del modelo matemático en condición de fallo de la planta de agua del laboratorio de automatización y control totalmente integrado, que permite la detección de 7 tipos de fallos, donde cuatro fallos son internos del proceso y tres fallos se relacionan con los sensores y actuadores del proceso.

2.1.1. Modelado del sistema mecatrónico del motor y caja de engranajes

Dentro del GIDTEC se han presentado diferentes trabajos referentes a la detección de severidad de fallos en cajas de engranajes usando modelos matemáticos, que han sido desarrollados en el laboratorio de vibraciones de la Universidad Politécnica Salesiana Sede Cuenca. En una primera instancia, se ha expuesto el trabajo vinculado a la estimación del par de carga en motores de inducción. Este enfoque se basa en el modelo matemático del motor y está orientado a la estimación de fallos en cajas de engranajes rectos, específicamente aquellos relacionados con dientes rotos, abordando distintos niveles de severidad. Se utiliza como técnica de procesamiento una variación

de la transformada rápida de Fourier (FFT) en la que aplica un relleno de ceros a la señal de par eléctrico para tener una mejor estimación en las amplitudes del espectro de la frecuencia. Este estudio evidencia que la señal de par eléctrico en estado estacionario, considerada como una estimación del par de carga en el motor, es susceptible a la presencia de fallos relacionados con dientes rotos [Ortega, 2021].

En el trabajo desarrollado en [Berrezueta, 2021] se expone el modelo matemático de una caja de engranajes en su condición nominal. Se analizan los patrones de vibración en el espectro de la FFT, así como en el espectro de la envolvente y el espectro de potencia.

El modelo tiene la característica de ser un sistema de dos grados de libertad netamente torsional, con posible pérdida de contacto entre dientes. El mismo fue simulado en el software Simulink, obteniendo una señal de vibración validada con los parámetros definidos por el modelo físico de la caja de engranajes del laboratorio de vibraciones del GIDTEC. La aplicación de la FFT permitió identificar la frecuencia de engranaje, la frecuencia de entrada y la frecuencia de salida. Estas frecuencias son características del comportamiento del sistema, y fueron identificadas a través del análisis de la señal de vibración [Berrezueta, 2021].

2.1.2. Observadores de detección y diagnóstico

En el trabajo [Jimenez, 2022] se presenta el modelo matemático de la caja de engranajes en condiciones de fallo de diente roto, proporcionando una función variante en el tiempo que describe el coeficiente de rigidez del diente roto. En las señales de vibración del modelo mencionado, se logró identificar las frecuencias características de engranaje, entrada y salida en el espectro de la FFT, considerando diversas condiciones de operación con diferentes cargas. Con los resultados de este trabajo se demostró que el modelo planteado es apto para el diseño de filtros de diagnóstico y detección de fallos.

Uno de los resultados más representativos respecto al análisis de severidad de fallo enfocado a la caja de engranajes desarrollado por [Jimenez, 2022], sobre la base del modelo de la caja de engranajes, es que considera necesario descomponer al modelo matemático en seis subsistemas lineales e invariantes en el tiempo, con la finalidad de seleccionar un único sistema para el desarrollo de los filtros de detección y diagnóstico de fallo.

En cuanto al filtro de detección basado en observadores, se generan cuatro residuales que corresponden a las posiciones y velocidades angulares de los engranajes de entrada y salida, respectivamente. Los residuales obtenidos

son asintóticamente estables y sensibles a la severidad de fallo, con picos característicos durante los periodos de contacto del diente con fallo [Jimenez, 2022]. Este resultado se puede observar en la Figura 2.1.

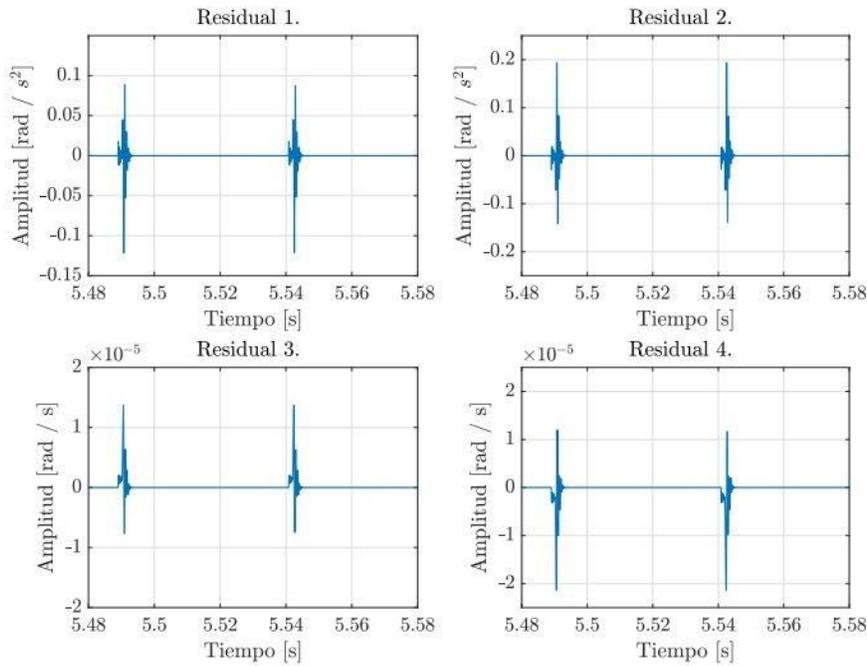


Figura 2.1: Residuales generados por el filtro de detección operando en paralelo a la caja de engranajes con una severidad de fallo de diente roto de 50 % [Jimenez, 2022].

Mientras tanto, en el caso del filtro de diagnóstico generador de residuales, produce dos residuales referentes a las velocidades angulares de los engranajes de entrada y salida. Los residuales generados son asintóticamente estables y sensibles a la severidad de fallo con picos característicos durante los periodos de contacto del diente con fallo, este resultado se puede observar en la Figura 2.2.

El trabajo descrito en este documento y como una extensión a la propuesta de [Jimenez, 2022], se plantea la concepción de un sistema para detectar y diagnosticar los niveles de severidad de fallos de diente roto. Este diseño se basa en la implementación de observadores de estados, utilizando como punto de partida el modelo del motor de inducción de jaula de ardilla, siendo esta

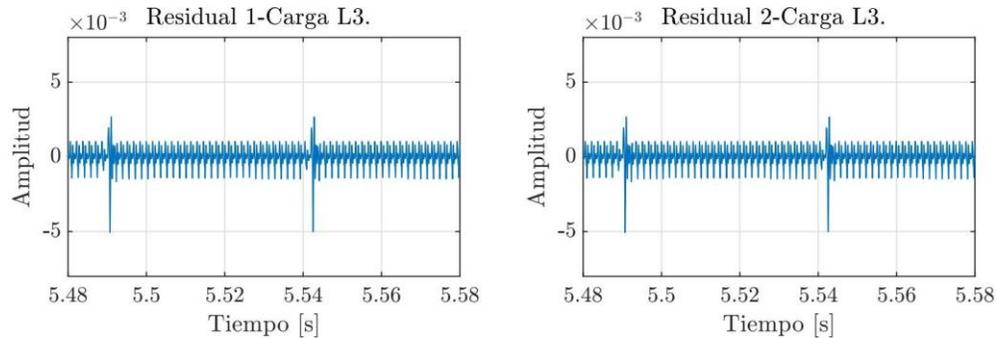


Figura 2.2: Residuales generados por el filtro de diagnóstico operando en paralelo a la caja de engranajes con una severidad de fallo de diente roto de 50 % [Jimenez, 2022].

una temática de alto interés en el área de supervisión de maquinaria rotativa.

2.2. Fundamentación Teórica

2.2.1. Monitoreo basado en la condición

Dentro de la ejecución de los procesos industriales es necesario considerar estrategias adecuadas de mantenimiento, que permitan disminuir los mantenimientos correctivos dentro de planta, así como los costos involucrados en este tipo de procesos y de la misma manera permita aumentar la disponibilidad y seguridad en planta [Thawkar et al., 2018], teniendo en consideración que los costos por mantenimiento están entre el 40 % al 70 % de los costos totales asumidos por producción [Lemesand Hvam, 2019]. Debido a las razones mencionadas, se han desarrollado diversas estrategias de mantenimiento, las cuales pueden agruparse en tres categorías principales: Mantenimiento Correctivo, Mantenimiento Preventivo y Mantenimiento Predictivo [Coria et al., 2015].

El Mantenimiento Predictivo es un método de prevención avanzado, donde las operaciones de mantenimiento están en función del estado específico de la maquinaria; es decir, el sistema está en constante monitoreo para detectar fallos relacionados con desperfectos de los componentes antes de que afecte su funcionalidad nominal [Colledani et al., 2018]. El mantenimiento

Tabla 2.1: Técnicas de mantenimiento basado en la condición [[Vacacela, 2020](#)]

Variable medida	Técnica de diagnóstico	Aplicación
Vibraciones	Análisis de vibraciones	Maquinaria rotativa
	Impulsos de choque	
	Analizador de frecuencias	
Corriente	Análisis espectral de corriente eléctrica	Motores eléctricos
Viscosidad, partículas y degradación de lubricantes	Análisis de aceites	Reductores, cajas de cambio, motores térmicos, compresores
Temperatura	Termografía	Sistemas estáticos, térmicos, eléctricos y electrónicos
	Pintura térmica	
	Adhesivos de bandas	
Valor óhmico y capacidad	Medida de resistencia, ondas de choque, corrientes de absorción, conducción	Motores eléctricos
Ruidos	Medición de acústica	Maquinaria rotativa
	Medición de emisión acústica	
Corrosión	Sonido ambiental	Depósitos, tuberías, calderas, etc.
	Detector de gas	

predictivo abarca al Mantenimiento basado en la Condición (MBC), definido como el proceso que facilita la evaluación del estado de la maquinaria en funcionamiento, utilizando indicadores extraídos de señales relacionadas con los distintos modos de fallos a los que el sistema podría estar expuesto [[Sanchez, 2018](#)].

El MBC abarca tres características esenciales: diagnóstico, detección y pronóstico. El diagnóstico implica la detección, aislamiento e identificación de fallos, mientras que la detección se centra en indicar si el sistema presenta alguna condición de fallo. El aislamiento se refiere a la ubicación del componente del sistema que experimenta el fallo, y la identificación determina la naturaleza del fallo una vez detectado. El pronóstico estima cuando ocurrirá un fallo funcional del equipo, es decir, estima la vida útil del equipo. En la [Tabla 2.1](#) se presentan algunas de las técnicas que se emplean en el mantenimiento basado en la condición.

El mantenimiento basado en la condición esta conformado por tres pilares

fundamentales, descritos a continuación:

1. **Adquisición de datos:** Es obtener datos relevantes del estado actual del sistema.
2. **Procesamiento de datos:** Consiste en la gestión y análisis de los datos o señales almacenadas durante la adquisición, con el objetivo de lograr una comprensión más profunda e interpretación efectiva de la información.
3. **Toma de decisiones de mantenimiento:** Implica la recomendación de estrategias o pautas de mantenimiento eficaz para cada evento que se genere [Jimenez, 2022].

2.2.2. Máquina de Inducción

La máquina de inducción, también conocida como máquina asíncrona, es un convertidor electromecánico de energía de tipo rotativo. Este tipo de dispositivos puede desempeñarse tanto como motor, cuando consume energía de la red eléctrica para realizar trabajo mecánico, como generador, cuando entrega energía a la red eléctrica al convertir trabajo mecánico en energía eléctrica [Chapman, 2012].

La máquina de inducción se compone de un estator y un rotor, y recibe su nombre debido a la inducción electromagnética que tiene lugar entre estas dos partes. Debido a que la mayor parte de motores de inducción en la industria son de alimentación trifásica, a continuación se explicará el funcionamiento y el modelado para este caso en particular [Chapman, 2012, Aller J., 2006].

El motor se alimenta con tensiones trifásicas equilibradas en el estator. Los devanados del estator producen un campo magnético rotativo que induce una fuerza electromotriz en los devanados del rotor, lo que resulta en la circulación de corriente en el rotor. Esta corriente en el rotor genera un campo magnético rotativo que interactúa con el campo del estator, dando lugar al desarrollo del par eléctrico. [Aller J., 2006].

2.2.3. Modelo dinámico del motor de inducción en coordenadas primitivas

El modelo dinámico del motor de inducción tiene en cuenta la posición física de los devanados del motor. En el caso de un motor trifásico, se consideran tres devanados en el estator y tres devanados en el rotor. Aquí, $a_{e,r}$, $b_{e,r}$, $c_{e,r}$

representan los ejes coordenados asociados a las fases a, b, c del motor en el estator y rotor, respectivamente. Además, $i_{a,b,c}^e, i_{a,b,c}^r$ denotan las corrientes

de fase en el estator y el rotor, mientras que θ representa la posición angular del eje del rotor, ver Figura 2.3 [Aller J., 2006].

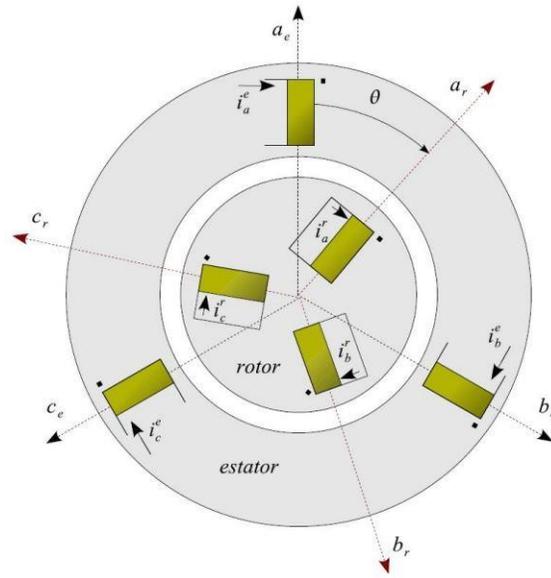


Figura 2.3: Esquema del motor de inducción trifásico [Aller J., 2006].

Los devanados del rotor están conectados en cortocircuito en sus extremos, y mediante las leyes de Kirchhoff, es posible establecer las ecuaciones que describen el comportamiento del motor. Esta descripción prescinde de los efectos de la saturación magnética, las corrientes parásitas, la distribución no sinusoidal de la fuerza magnetomotriz y el ranurado [Aller J., 2006], las ecuaciones serán:

$$[v] = [R][i] + \frac{d[\lambda]}{dt} \quad (2.1)$$

$$[\lambda] = [L(\theta)][i] \quad (2.2)$$

$$[v] = [R][i] + [L(\theta)]\frac{d[i]}{dt} + \dot{\theta}[\tau(\theta)][i] \quad (2.3)$$

Donde:

v es el vector de voltaje.

λ es el vector de flujo.

R es la matriz de resistencias.

i es el vector de corriente.

$L(\theta)$ es la matriz de inductancias.

$\tau(\theta)$ es la matriz de par [Aller J., 2006].

Las ecuaciones presentan las siguientes consideraciones

$$[v] = \begin{bmatrix} [v_e] \\ [v_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [v_a^e & v_b^e & v_c^e]^T \\ [v_a^r & v_b^r & v_c^r]^T \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$[i] = \begin{bmatrix} [i_e] \\ [i_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [i_a^e & i_b^e & i_c^e]^T \\ [i_a^r & i_b^r & i_c^r]^T \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$[\lambda] = \begin{bmatrix} [\lambda_e] \\ [\lambda_r] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [\lambda_a^e & \lambda_b^e & \lambda_c^e]^T \\ [\lambda_a^r & \lambda_b^r & \lambda_c^r]^T \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

donde:

v_e representa el vector de voltaje en el estator.

v_r denota el vector de voltaje en el rotor.

i_e se refiere al vector de corriente en el estator.

i_r hace referencia al vector de corriente en el rotor.

λ_e es el vector de flujo en el estator.

λ_r representa el vector de flujo en el rotor [Aller J., 2006].

Las matrices de parámetros que regulan el comportamiento del modelo de la máquina de inducción en el sistema de coordenadas primitivas son:

$$[I] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

$$[0] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

$$[C(\theta)] = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

$$\frac{d}{d\theta}[C(\theta)] = \begin{bmatrix} -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) \\ -\sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin(\theta) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{4\pi}{3}\right) & -\sin(\theta) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

donde:

I es la matriz identidad.

S es la matriz de acoplamientos simétricos entre bobinas del estator o rotor.

$C(\theta)$ es la matriz que determina el comportamiento cíclico de los acoplamientos mutuos entre el estator y el rotor.

Además,

$$[R] = \begin{bmatrix} [R_{ee}] & [R_{er}] \\ [R_{re}] & [R_{rr}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [R_e][I] & [0] \\ [0] & [R_r][I] \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

$$[L(\theta)] = \begin{bmatrix} [L_{ee}] & [L_{er}(\theta)] \\ [L_{re}(\theta)] & [L_{rr}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\sigma e}[I] + L_{me}[S] & L_{er}[C(\theta)] \\ L_{er}[C(\theta)]^T & L_{\sigma r}[I] + L_{mr}[S] \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$[\tau(\theta)] = \begin{bmatrix} \frac{d}{d\theta}[L_{ee}] & \frac{d}{d\theta}[L_{er}(\theta)] \\ \frac{d}{d\theta}[L_{re}(\theta)] & \frac{d}{d\theta}[L_{rr}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & L_{er} \frac{d}{d\theta}[C(\theta)] \\ L_{er} \frac{d}{d\theta}[C(\theta)]^T & [0] \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

La descripción de los parámetros que conforman las matrices del modelo del motor, se detalla a continuación:

R_e representa la resistencia de cada una de las bobinas del estator.

R_r indica la resistencia de cada una de las bobinas del rotor.

$L_{\sigma e}$ es la inductancia de dispersión del estator.

$L_{\sigma r}$ es la inductancia de dispersión del rotor.

L_{me} denota la inductancia de magnetización del estator.

L_{mr} se refiere a la inductancia de magnetización del rotor.

L_{er} representa la inductancia mutua de acoplamiento entre el estator y el rotor [Aller J., 2006].

La ecuación mecánica que describe el comportamiento del motor se deriva a partir de la segunda Ley de Newton:

$$T_e - T_m = J\ddot{\theta} \quad (2.15)$$

La ecuación del par eléctrico del motor se obtiene utilizando el principio de trabajos virtuales descritos en el trabajo de [Aller J., 2006]:

$$T_e = \frac{\partial W_c'}{\partial \theta} = \frac{1}{2} [i]^T [\tau(\theta)]^T [i] \quad (2.16)$$

Reemplazando la Ecuación (2.16) en la Ecuación (2.15) se obtiene:

$$\frac{1}{2} [i]^T [\tau(\theta)]^T [i] - T_m = J\ddot{\theta} \quad (2.17)$$

La Ecuación (2.17), junto con la Ecuación (2.3), proporciona un modelo matemático que describe el comportamiento de la máquina de inducción en coordenadas primitivas.

2.2.4. Vectores espaciales

El modelo dinámico del motor de inducción en coordenadas primitivas está conformado por matrices simétricas o cíclicas, que están relacionadas con la característica de ser variante en el tiempo que presenta el modelo del motor. Las matrices cíclicas se desacoplan al aplicar la transformación de componentes simétricas, descritas en la Ecuación (2.18) y en la Ecuación (2.19), cuya característica hermitiana permite que sea conservativa en magnitud [Aller J., 2006, Aldrete et al., 2019].

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_+ \\ x_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ 1 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_+ \\ x_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_+ \\ x_- \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Al aplicar la transformación de componentes simétricas, se generan los sistemas independientes, secuencia cero, positiva y negativa. Según la expresión matemática de la Ecuación (2.20), el sistema de secuencia cero exhibe un valor nulo, el cual puede cambiar en el caso de que la suma de tensiones o corrientes sea distinta de cero. Por otro lado, los sistemas de secuencia positiva y negativa están conjugados entre sí. Con esta consideración, se formula el modelo dinámico del motor utilizando únicamente la secuencia positiva. [Aller J., 2006, Ortega, 2021].

$$\vec{x}(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Al aplicar la transformación mediante el sistema de secuencia positiva se denomina transformación a vectores espaciales. Los vectores espaciales que resultan al aplicar la transformada pueden representar un sistema de tensiones, corrientes o flujos trifásicos mediante un vector en el espacio, cuya posición y magnitud son función del tiempo [Aller J., 2006].

El modelo dinámico del motor de inducción es expresando en las siguientes ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \vec{v}_e \\ \vec{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_e \\ \vec{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \left(\begin{bmatrix} L_e & M_{er}e^{j\theta} \\ M_{er}e^{j\theta} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_e \\ \vec{i}_r \end{bmatrix} \right) \quad (2.21)$$

$$M_{er} \Im m \{ \vec{i}_e (\vec{i}_r e^{j\theta}) \} - T_m(\dot{\theta}) = J\ddot{\theta} \quad (2.22)$$

donde:

$$\vec{v}_e = \sqrt{\frac{2}{3}} [1 \alpha \alpha^2] [v_a^e \ v_b^e \ v_c^e]^T$$

$$\vec{i}_e = \sqrt{\frac{2}{3}} [1 \alpha \alpha^2] [i_a^e \ i_b^e \ i_c^e]^T$$

$$\vec{v}_r = \sqrt{\frac{2}{3}} [1 \alpha \alpha^2] [v_a^r \ v_b^r \ v_c^r]^T$$

$$\vec{i}_r = \sqrt{\frac{2}{3}} [1 \alpha \alpha^2] [i_a^r \ i_b^r \ i_c^r]^T$$

$$L_e = L_{\sigma e} + \frac{3}{2} L_{me}$$

$$L_r = L_{\sigma r} + \frac{3}{2} L_{mr}$$

$$M_{er} = \frac{3}{2}L_{er}$$

Las expresiones anteriores presentan una dependencia con la posición angular θ al no ser tomada en cuenta en la referencia de las variables del rotor al estator. El modelo de la máquina de inducción trifásica en el sistema de coordenadas espaciales se describe en la Ecuación (2.23) y en la Ecuación (2.24).

$$\begin{bmatrix} \vec{v}_e \\ \vec{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_e \\ \vec{i}_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_e & M_{er} \\ M_{er} & L_r \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \vec{i}_e \\ \vec{i}_r \end{bmatrix} - j\dot{\theta} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ M_{er} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{i}_e \\ \vec{i}_r \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

$$M_{er} \Im m \{ \vec{i}_e (\vec{i}_r^*) \} - T_m(\dot{\theta}) = J\ddot{\theta} \quad (2.24)$$

2.2.5. Transformada de Clarke

En la representación dinámica de un motor de inducción, es importante tener en consideración que las inductancias mutuas entre los devanados varían de manera periódica por el movimiento relativo entre los devanados del estator y del rotor. Con esta premisa, se debe tener en cuenta que el modelo dinámico del motor de inducción es no lineal y variante en el tiempo [Aller J., 2006, Chapman, 2012].

Para suprimir la dependencia temporal generada por las inductancias mutuas de los devanados del estator y rotor, se aplica la transformada de similitud de Clarke. Esta representación modifica las variables eléctricas del sistema en coordenadas originales (a-b-c) al marco de coordenadas Clarke ($\alpha - \beta - 0$), cuyos ejes se fijan en el devanado del estator y el eje α se alinea con el eje de la fase a [Marino et al., 1993, Morfín et al., 2018, Yilmaz et al., 2021], ver Figura 2.4.

La matriz de transformación de Clarke y su inversa aplicadas a las variables del estator se definen en la Ecuación (2.25) [Morfín et al., 2018].

$$T_s = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

Por otra parte, la matriz de transformación de Clarke y su inversa aplicadas a las variables del rotor se definen en la Ecuación (2.20), Ecuación (2.21) y

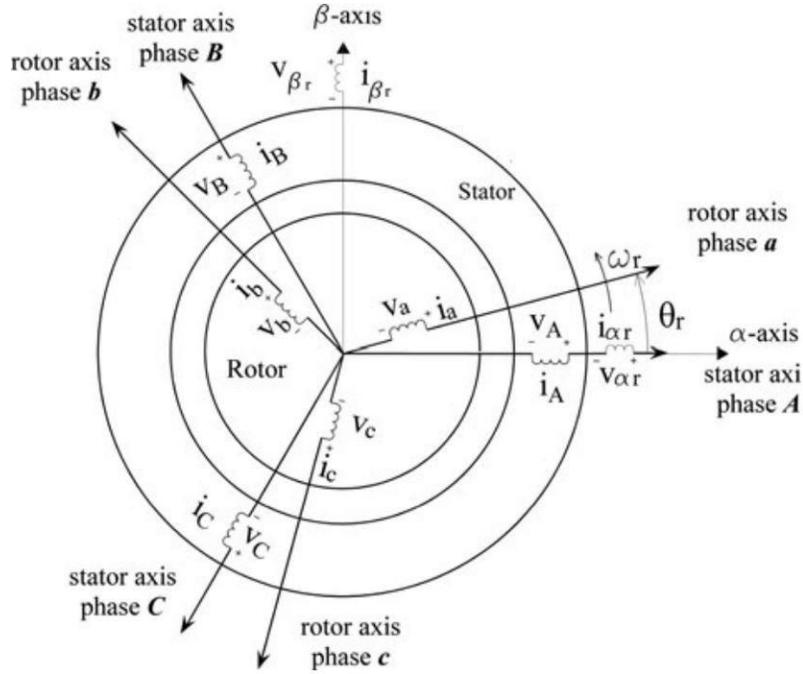


Figura 2.4: Transformada de Clarke aplicada al estator y rotor del motor de inducción [Morfin et al., 2018]

en la Ecuación (2.28) respectivamente.

$$T_s^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$T_r = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \sin(\theta_r) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

$$T_r^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \sin(\theta_r) & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r + \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \cos\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \sin\left(\theta_r - \frac{2\pi}{3}\right) & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

El par electromagnético, expresado en función de los flujos del rotor y las corrientes del estator, se encuentra definido en la Ecuación (2.29).

$$T_e = \frac{3P L_m}{4 L_r} (i_{\beta s} \lambda_{\alpha r} - i_{\alpha s} \lambda_{\beta r}) \quad (2.29)$$

Al definir el par electromagnético, la formulación de la velocidad angular del motor de inducción se establece en la Ecuación (2.30).

$$J_m \frac{d}{dt} \omega_m = \frac{3P L_m}{4 L_r} (i_{\beta s} \lambda_{\alpha r} - i_{\alpha s} \lambda_{\beta r}) - B_m \omega_m - T_L \quad (2.30)$$

Aplicando la transformada de Clarke al modelo del motor de inducción de la sección 2.2.3 se obtiene el modelo matemático del motor de inducción en coordenadas de Clarke, descrito a continuación [[Morfín et al., 2018](#), [Marino et al., 1993](#)]:

$$\frac{d}{dt} \omega_m = K_T (i_{\beta s} \lambda_{\alpha r} - i_{\alpha s} \lambda_{\beta r}) - \frac{B_m}{J_m} \omega_m - \frac{1}{J_m} T_L \quad (2.31)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & -\frac{P}{2} \omega_m \\ \frac{P}{2} \omega_m & -\frac{1}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_m}{T_r} & 0 \\ 0 & \frac{L_m}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\delta}{T_r} & \frac{P}{2} \delta \omega_m \\ -\frac{P}{2} \delta \omega_m & \frac{\delta}{T_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\gamma & 0 \\ 0 & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

Los parámetros constantes de las ecuaciones de estado son definidos en las siguientes relaciones matemáticas:

$$K_T = \frac{3P L_m}{4 J_m L_r}; \quad T_r = \frac{L_r}{R_r}$$

$$\delta = \frac{1 - \sigma}{\sigma L_m}; \quad \gamma = \frac{1}{\sigma T_s} + \frac{1 - \sigma}{\sigma T_r}$$

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}; \quad T_s = \frac{L_s}{R_s}.$$

donde los parámetros del motor son definidos como:

L_s es la inductancia del estator.

L_m es la inductancia mutua.

L_r es la inductancia del rotor.

P es el número de polos.

B_m es el coeficiente de fricción en el eje.

T_L es el torque de carga.

Relación entre el Circuito acoplado magnéticamente y el circuito equivalente

Es importante mencionar que los valores de los parámetros de las inductancias que se usarán en el modelo del motor de inducción, corresponden a las tres inductancias descritas en el modelo del circuito acoplado magnéticamente del motor que son: la inductancia del estator, inductancia mutua y la inductancia del rotor [Chapman, 2012, Morfín et al., 2018]. Las ecuaciones de voltaje desglosadas de los dos circuitos acoplados magnéticamente son:

$$v_1 = (L_{11} - aL_{12}) \frac{d}{dt} i_1 + aL_{12} \left(\frac{d}{dt} i_1 + \frac{d}{dt} \frac{i_2}{a} \right) \quad (2.34)$$

$$av_2 = aL_{12} \left(\frac{d}{dt} i_1 + \frac{d}{dt} \frac{i_2}{a} \right) + (a^2 L_{22} - aL_{12}) \frac{d}{dt} \frac{i_2}{a} \quad (2.35)$$

donde:

L_{11} representa la autoinductancia del estator.

L_{22} indica la autoinductancia del rotor.

L_{12} denota la autoinductancia mutua entre el estator y el rotor.

En la Figura 2.5 se puede interpretar la Ecuación (2.34) y la Ecuación (2.35). Al no considerar las resistencias se puede obtener las relaciones que definen las inductancias equivalentes entre el circuito acoplado magnéticamente y el circuito equivalente:

$$L_{ls} = L_{11} - aL_{12} \quad (2.36)$$

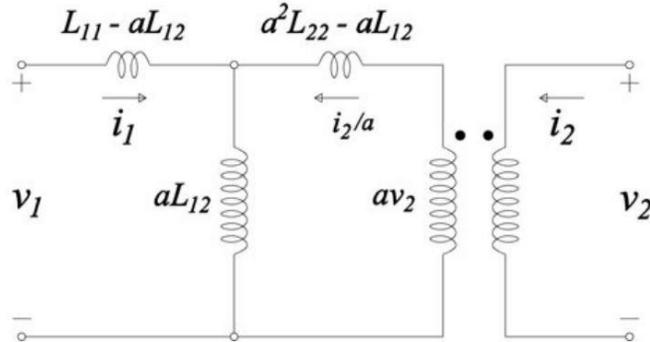


Figura 2.5: Equivalencia entre el circuito acoplado magnéticamente y el circuito equivalente [Morffn et al., 2018]

$$L_{er} = aL_{12} \quad (2.37)$$

$$L_{l_r}^e = a^2L_{22} - aL_{12} \quad (2.38)$$

En la práctica cotidiana es común considerar la relación de transformación $a = 1$ en el modelo del motor de inducción de jaula de ardilla. Con esta consideración, los parámetros de las inductancias utilizadas en el cálculo del modelo dinámico del motor aplicado la transformada de Clarke se detallan a continuación:

$$L_m = \frac{3}{2}L_{er} \quad (2.39)$$

$$L_s = L_{\sigma s} + \frac{3}{2}L_{er} \quad (2.40)$$

$$L_r = L_{\sigma r} + \frac{3}{2}L_{er} \quad (2.41)$$

Cabe mencionar, que el uso de esta relación se aplicará en la sección 3.2, al definir los parámetros eléctricos del motor de inducción.

2.2.6. Modelo dinámico de la caja de engranajes

El modelo que controla el comportamiento dinámico de un par de engranajes debe tener en cuenta ciertas características físicas, tales como la variación de la rigidez, el error de transmisión y la posible pérdida de contacto debido a la holgura entre engranajes. Por tal motivo, en el caso de

estudio detallado en [Berrezueta, 2021] se utiliza el modelo de torsión de dos grados de libertad.

El modelo matemático que describe las ecuaciones de movimiento de una caja de engranajes se fundamenta en un modelo de parámetros concentrados, como se ilustra en la Figura 2.6. En este esquema, se observan dos engranajes conectados entre sí con un coeficiente de rigidez variable en el tiempo $K(t)$, un juego entre engranajes b y un coeficiente de amortiguamiento variable en el tiempo $C(t)$. Además, la caja de engranajes está sujeta a dos pares: T_1 que corresponde al par del motor y T_2 que corresponde al par de carga. La variable $e_s(t)$ representa el error estático de transmisión, el cual varía en el tiempo [Berrezueta, 2021, Ortega, 2021].

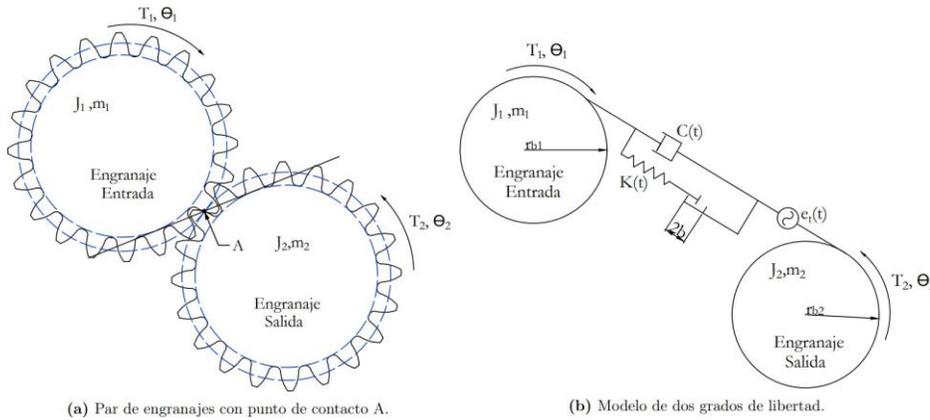


Figura 2.6: Esquema del modelo de la caja de engranajes [Berrezueta, 2021]

Estas ecuaciones se derivan a partir de la segunda ley de Newton, que establece que la suma de los pares T_i con respecto a un punto de rotación o es igual a la aceleración rotacional multiplicada por la inercia de la masa, como se expresa en la Ecuación (2.42).

$$J\alpha = \sum_i T_i \tag{2.42}$$

donde:

- J es la inercia de la masa del sistema.
- α es la aceleración rotacional del sistema.

$\sum_i T_i$ es la sumatoria de pares del sistema [Berrezueta, 2021].

Con base en la Ecuación (2.42), la caja de engranajes se modela como:

$$J_1\ddot{\theta}_1 + rb_1C(t)(rb_1\dot{\theta}_1 - rb_2\dot{\theta}_2) + rb_1K(t)g(x(t)) = T_1 \quad (2.43)$$

$$J_2\ddot{\theta}_2 - rb_2C(t)(rb_1\dot{\theta}_1 - rb_2\dot{\theta}_2) - rb_2K(t)g(x(t)) = -T_2 \quad (2.44)$$

donde:

J_1 y J_2 representan las inercias de la masa de los engranajes de entrada y salida, respectivamente.

rb_1 y rb_2 son los radios de base de los engranajes de entrada y salida, respectivamente.

T_1 y T_2 son los pares de motor y carga, respectivamente.

$K(t)$ es la función del coeficiente de rigidez que varía en el tiempo.

$C(t)$ es la función del coeficiente de amortiguamiento que varía en el tiempo.

$g(x(t))$ es la función que modela la pérdida de contacto debido al juego entre engranajes.

$x(t)$ es el error dinámico de transmisión [Berrezueta, 2021].

El error dinámico de transmisión $x(t)$ se define como $x(t) = rb_1\theta_1 - rb_2\theta_2$, mientras que la función que describe la pérdida de contacto por juego entre engranajes $g(x(t))$ está modelada en la Ecuación (2.45).

$$g(x(t)) \begin{cases} x(t) - b & \text{cuando } x(t) > b \\ 0 & \text{cuando } -b < x(t) < b \\ x(t) + b & \text{cuando } x(t) < -b \end{cases} \quad (2.45)$$

donde:

b es la holgura entre los engranajes.

$x(t)$ es el error dinámico de transmisión.

En el trabajo [Jimenez, 2022] se presenta una función periódica que define las variaciones del coeficiente de rigidez $K(t)$ y del coeficiente de amortiguamiento $C(t)$ a lo largo del tiempo en la Ecuación (2.46) y en la Ecuación (2.47), respectivamente.

$$\Delta K(t) = \begin{cases} \Delta K & \text{cuando } (n+1)t_m \leq t \leq nt_m + (\epsilon_\alpha - 1)t_m \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2.46)$$

$$\Delta C(t) = \begin{cases} \Delta C_{max} & \text{cuando } nt_m \leq t \leq nt_m + (\epsilon_\alpha - 1)t_m \\ \Delta C_{min} & \text{cuando } nt_m + (\epsilon_\alpha - 1)t_m \leq t \leq (n+1)t_m \\ \Delta C_{max} & \text{cuando } (n+1)t_m \leq t \leq (n+1)t_m + (\epsilon_\alpha - 1)t_m \\ 0 & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (2.47)$$

Se define t_m como el tiempo de contacto entre un par de dientes, n es el número de pares que han completado su tiempo de contacto t_m . A su vez, $\Delta K(t)$ representa la reducción de rigidez cuando engrana el diente roto, tanto en doble como en simple contacto, y es proporcional a la severidad del fallo [Jimenez, 2022]. La expresión matemática de $\Delta K(t)$ se detalla en la Ecuación (2.48).

$$\Delta K(t) = K_{min} - K_{\delta min} \quad (2.48)$$

donde:

K_{min} es la reducción de rigidez en el periodo de simple contacto.

$K_{\delta min}$ es la rigidez resultante en fallo.

En cuanto a $\Delta C(t)_{max}$, este representa el valor máximo nominal, y $\Delta C(t)_{min}$ es el valor mínimo nominal del coeficiente de amortiguamiento para los periodos de doble contacto del diente con un porcentaje de rotura. Su formulación se especifica en la Ecuación (2.49).

$$\begin{aligned} \Delta C_{max} &= 2\zeta_g \sqrt{K_{max} m_{eg}} - 2\zeta_g \sqrt{(K_{max} - \Delta K) m_{eg}} \\ \Delta C_{min} &= 2\zeta_g \sqrt{K_{min} m_{eg}} - 2\zeta_g \sqrt{(K_{min} - \Delta K) m_{eg}} \end{aligned} \quad (2.49)$$

donde:

ζ_g es la razón de amortiguamiento del material

m_{eg} es la masa media equivalente entre engranes.

2.2.7. Filtro de detección y diagnóstico de fallos basado en observadores de estado

Los sistemas de detección de fallos son considerados como la forma más básica de sistemas de diagnóstico de fallas, ya que activan señales de alarma para indicar la presencia de una incidencia. Por otro lado, los sistemas de detección y aislamiento de fallos generan señales de alarma específicas en función del fallo producido en el sistema o de datos definidos que proporcionan información sobre el tipo o la magnitud del fallo ocurrido [Ding, 2013]. De manera general, en el diagnóstico de fallos se realizan tres acciones fundamentales:

- **Detección de fallos:** Detectar la ocurrencia de fallos en las unidades funcionales del proceso que conduzcan a un comportamiento no deseado o intolerable de todo el sistema.
- **Aislamiento de fallos:** Localización y clasificación de diferentes tipos de fallos.
- **Análisis o identificación de fallos:** Determinar el tipo, magnitud y causa de la avería [Ding, 2013].

La estructura general de los sistemas de detección y diagnóstico de fallos basados en la generación de residuales se ilustra en la Figura 2.7. Se observa que los sistemas de detección y diagnóstico basados en modelos constan de dos etapas [Lunze and Staroswiecki, Simani et al., 2003]:

- **Generación Residual:** El modelo, junto con las señales de entrada y salida, se utiliza para calcular los residuales que describen el grado de similitud entre el comportamiento del sistema y el modelo.
- **Evaluación Residual:** Los residuales se evalúan para detectar, aislar e identificar los fallos.

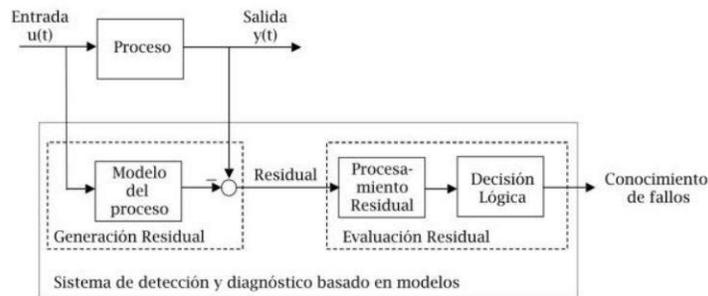


Figura 2.7: Principio de detección y diagnóstico basado en modelos [Ding, 2013]

Filtros de detección basados en observadores de Luenberger

En un sistema dinámico descrito matemáticamente por $\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ y $y(t) = Cx(t) + Du(t)$, donde sin pérdida de generalidad, se considera nula la existencia de la matriz D, el observador de Luenberger de orden

completo es un subsistema capaz de estimar los estados del sistema de acuerdo con de la Ecuación (2.50) y Ecuación (2.51) [Ogata, 2010, Nise, 2011].

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + Bu(t) + L[y(t) - C\hat{x}(t)] \quad (2.50)$$

$$\hat{y}(t) = C\hat{x}(t) \quad (2.51)$$

En esta expresión, $\dot{\hat{x}}(t)$ son los estados estimados, mientras que $\hat{y}(t)$ son las salidas estimadas del sistema. Las entradas del subsistema incluyen tanto las salidas estimadas $\hat{y}(t)$ como las medidas $y(t)$, así como la entrada de la planta $u(t)$. Además, se introduce la matriz L como la matriz de ganancias del observador, la cual debe ser determinada de manera que permita que la dinámica del error de estimación del observador sea asintóticamente estable [Ding, 2013].

La función de la señal del residual $r(t)$ se define como:

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y - C\hat{x} - Du \quad (2.52)$$

Incluyendo la variable $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$, de estimación de estados, se obtiene las ecuaciones generadoras de residuales $r(t)$:

$$\dot{e}(t) = (A - LC)e(t) \quad (2.53)$$

$$r(t) = Ce(t) \quad (2.54)$$

Es evidente que $r(t)$ presenta características distintivas de un residual cuando la matriz de ganancias L se elige de tal manera que $A - LC$ sea estable. Por tal motivo, una señal de residual es entendida como un indicador de posibles fallos en el sistema. Utilizando la Ecuación (2.50) y Ecuación (2.51), se puede generar un residual $r(t)$ por comparación:

$$r(t) = y(t) - \hat{y}(t) \quad (2.55)$$

La Ecuación (2.56) describe la característica más importante de un residual en ausencia de fallo.

$$\lim_{t \rightarrow \infty} r(t) = 0 \quad \text{para todo } u(t), \quad x(0) \text{ y } y(0) \neq 0 \quad (2.56)$$

En el caso de presentarse un fallo en el sistema, entonces $r(t) \neq 0$, generando un cambio de amplitud que permite la detección del fallo.

Filtros de diagnóstico basados en observadores

El proceso de diagnóstico de fallos involucra las etapas de generación y evaluación del residual, el cual facilitará la identificación de la ocurrencia de un fallo en el sistema. Con este propósito, el observador de diagnóstico es de gran interés, ya que se caracteriza por su estructura flexible y su similitud con el observador de Luenberger. Estas características lo convierten en una de las formas de generación de residuales más investigadas en este campo. A continuación, se describe el proceso de formulación para un filtro de diagnóstico basado en observadores [Ding, 2013].

La base de un observador de diagnóstico se origina en un observador de tipo Luenberger, cuya formulación se especifica en la Ecuación (2.57) y la Ecuación (2.58).

$$\dot{z} = Gz + Hu + Ly \quad (2.57)$$

$$\hat{y} = \bar{W}z + \bar{V}y + \bar{Q}u \quad (2.58)$$

En estas ecuaciones, $z \in \mathbb{R}^s$ donde s representa el orden del observador y puede ser igual, menor o mayor que el orden del sistema denotado por n . Además, se asume que el sistema lineal es controlable y observable. Por lo tanto, las matrices $G, H, L, \bar{Q}, \bar{V}$ y \bar{W} de las Ecuaciones (2.57) y (2.58), junto con una matriz $T \in \mathbb{R}^{s \times n}$, deben cumplir con las condiciones de Luenberger [Ding, 2013]. Estas condiciones se describen a continuación:

I.

$$G \text{ es estable} \quad (2.59)$$

II.

$$TA - GT = LC \quad H = TD - LB \quad (2.60)$$

III.

$$C = \bar{W}T + \bar{V}C \quad \bar{Q} = D - \bar{V}D \quad (2.61)$$

Bajo las condiciones descritas, el sistema ofrece un sistema insesgado para $y(t)$, de modo que:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (y(t) - \hat{y}(t)) = 0 \quad (2.62)$$

A continuación, se analizará la aplicación del observador de diagnóstico de la Ecuación (2.57) y (2.58) en la generación de residuales. Al considerar un sistema dinámico con el error de estimación de estado $e = Tx - z$ como su vector de estados y $y - \hat{y}$ como su señal de salida. En relación con las

condiciones descritas desde la Ecuación (2.59) hasta la Ecuación (2.61), se obtiene:

$$\dot{e} = Ge \quad (2.63)$$

$$y - \hat{y} = \bar{W}e \quad (2.64)$$

Con base en la Ecuación (2.63) y Ecuación (2.64) la ecuación del residual $r(t)$ esta descrita como:

$$r = V^*(y - \hat{y}) \quad V^* \neq 0 \quad (2.65)$$

El vector residual descrito en la Ecuación (2.65), presenta una dinámica descrita por las ecuaciones (2.66) y (2.72).

$$\dot{z} = Gz + Hu + Ly \quad (2.66)$$

$$r = V^* - V^*\bar{W}z - V^*\bar{V}y - V^*\bar{Q}u = Vy - Wz - Qu \quad (2.67)$$

donde,

$$V = V^*(I - \bar{V}), \quad W = V^*\bar{W}, \quad Q = V^*\bar{Q} \quad (2.68)$$

Por lo tanto, la condición de diseño del generador residual III dado en la Ecuación (2.59), ese reemplaza por:

$$VC - WT = 0 \quad Q = VD \quad (2.69)$$

Las fórmulas presentes en (2.64) y (2.67) delinear un plan de diseño para generar residuales, el cual se puede representar como un observador y un posfiltro, como se muestra en la Figura 2.8. A partir de esta información, surge el interés en determinar una matriz de ganancias para el observador, y también en demostrar las relaciones entre las matrices G, L, T, V y W mediante la resolución de las condiciones establecidas en las ecuaciones (2.59), (2.60) y (2.69).

La evaluación comparativa entre el observador de diagnóstico propuesto y el filtro de detección de fallos arroja las siguientes observaciones:

- El diseño del observador de diagnóstico puede dar lugar a un generador residual de orden reducido, lo cual es deseable y beneficioso para la implementación en tiempo real.
- El observador de diagnóstico proporciona un mayor nivel de flexibilidad en el diseño.
- Sin embargo, el diseño del observador de diagnóstico es más complejo en comparación con el filtro de detección de fallos.

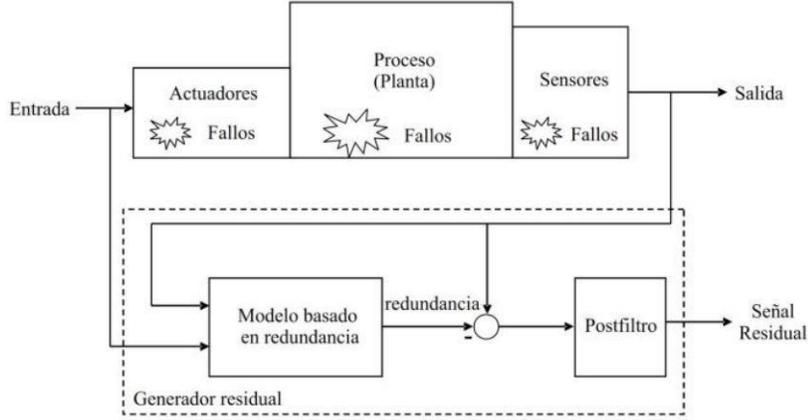


Figura 2.8: Esquema de generación de residuales de un observador de diagnóstico [Ding, 2013]

Algoritmo de aproximación algebraica para la solución de las condiciones de Luenberger

La resolución de las matrices que cumplen con las condiciones de Luenberger, a través del uso del algoritmo de aproximación algebraica, se describe en el desarrollo del siguiente Teorema, cuya exposición se presenta en [Ding, 2013].

Teorema. Considerando el modelo del sistema $G_{yu} = C(sI - A)^{-1}B + D$ y $s \geq \sigma_{min}$ en el que σ_{min} es el mínimo índice de observabilidad del sistema, por lo tanto las matrices L, T, V y W están definidos por:

$$L = -c(G)X \quad T = YJ \quad (2.70)$$

$$V = WTC^T(CC^T)^{-1} \quad WTC_N^T = 0 \quad (2.71)$$

Las ecuaciones (2.70) y (2.71) satisfacen las condiciones de Luenberger descritas anteriormente, donde la matriz G es seleccionada de tal forma que sea estable; $X \in R^{s \times m}$ es una matriz generada de manera arbitraria, donde m es el número de salidas del sistema. Además, se tiene en consideración las siguientes relaciones:

$$C_N \in R^{(n-m) \times n} \quad y \quad rango \begin{bmatrix} C \\ C_N \end{bmatrix} = n \quad CC_N^T = 0 \quad (2.72)$$

$$Y = [X \quad GX \quad \dots \quad G^{n-1}X] \quad (2.73)$$

$$c(s) = \det(sI - A) = a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 \quad (2.74)$$

$$c(G) = a_n G^n + a_{n-1} G^{n-1} + \dots + a_1 G + a_0 \quad (2.75)$$

$$J = \begin{bmatrix} a_n C A^{n-1} + a_{n-1} C A^{n-2} + \dots + a_2 C A + a_1 C \\ a_n C A^{n-2} + a_{n-1} C A^{n-3} + \dots + a_2 C \\ \vdots \\ a_n C \end{bmatrix} \quad (2.76)$$

Con base en lo expuesto con anterioridad, se resume el siguiente algoritmo para la solución de las condiciones de Luenberger a través de la aproximación algebraica:

- **Paso 1:** Establecer las matrices G y X .
- **Paso 2:** Calcular $c(s) = \det(sI - A)$ para obtener los coeficientes del polinomio característico a_0, a_1, \dots, a_n .
- **Paso 3:** Calcular las matrices L y T según la Ecuación (2.47).
- **Paso 4:** Resolver $WTC_N^T = 0$ para W .
- **Paso 5:** Establecer V según la Ecuación (2.48) [Ding, 2013].

2.2.8. Adquisición de datos

El laboratorio de vibraciones de la Universidad Politécnica Salesiana en Cuenca dispone de los equipos necesarios para simular fallos en máquinas rotativas, las cuales son frecuentes en la industria.

Los fallos más comunes que se encuentran son: desalineación, desbalance, combinaciones de fallos de rodamientos y engranajes. La recolección de datos se llevó a cabo en un prototipo experimental, bajo condiciones de operación controladas que simulan situaciones reales. Durante este proceso, se recopilaban señales de velocidad, vibración, tensión, corriente y emisiones acústicas [Ortega, 2021]. La composición del banco de pruebas consta de cinco unidades principales:

- I. Unidad motriz.
- II. Unidad de mando.
- III. Unidad de adquisición de datos.

IV. Unidad de carga.

V. Unidad sistemas rotativos [Ortega, 2021].

Los componentes del banco de pruebas del laboratorio de vibraciones pueden ser apreciados de forma clara en la Figura 2.9.

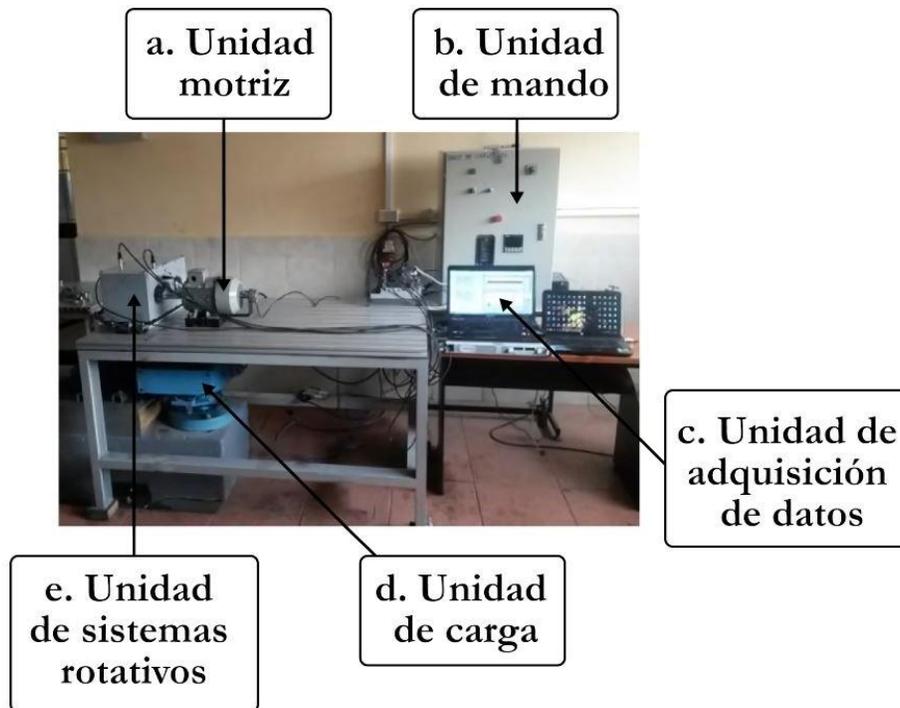


Figura 2.9: Banco de pruebas [Ortega, 2021]

Plan experimental

La base de datos se generó utilizando un banco experimental equipado con un motor, una caja de engranajes rectos de una sola etapa, una polea trapezoidal y un freno magnético. Se emplearon diversos dispositivos de adquisición de señales, incluyendo un tacómetro, cuatro acelerómetros, seis sensores de emisión acústica, seis sensores de voltaje, tres sensores de corriente, un encoder láser y dos micrófonos de condensador. Estos dispositivos se conectaron a una computadora a través de un chasis de

adquisición de datos (DAQ, NI cDAQ) con un programa desarrollado por miembros del grupo de investigación GIDTEC. La adquisición de datos se llevó a cabo tanto en condiciones de operación nominal como en situaciones de fallo de diente roto, variando las severidades y aplicando un par de carga constante mediante el freno magnético a tensiones de 0V, 10V y 20V, que representan las cargas denominadas como L1, L2 y L3, respectivamente [Sanchez, 2018], ver Figura 2.10.

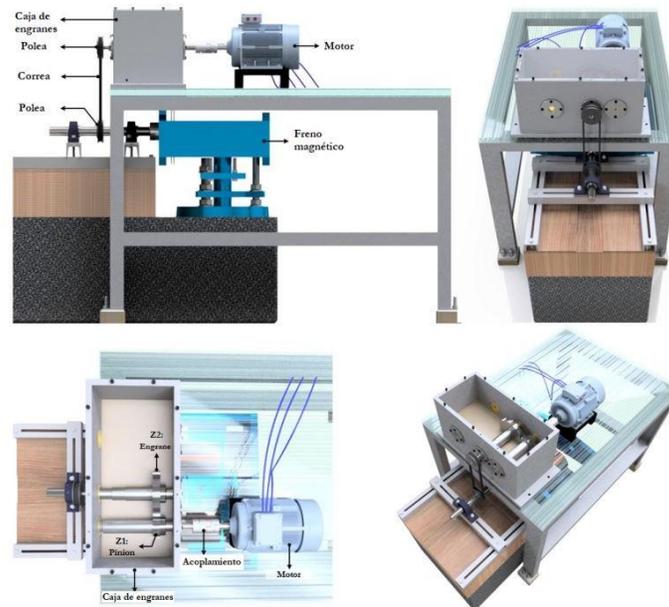


Figura 2.10: Disposición del sistema electromecánico del banco de pruebas [Sanchez, 2018].

Las características técnicas del motor utilizado en el banco experimental se presentan en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Características del motor del banco experimental [Sanchez, 2018].

Características del motor	
Motor	Motor A
Marca	Siemens
Denominación	1LA7 096-6YA60
Tipo de motor	Trifásico
Potencia nominal	2Hp
Conexiones	YY/Y
Tensión nominal	220 / 440 V
Corriente Nominal	7,8 / 3,9 A
FP	0.77
Pares de polos	3
Velocidad nominal	1110 rpm
Clase de aislamiento	Clase F
Momento de inercia	0,0035 $kg.m^2$

Las especificaciones técnicas del equipo mecánico utilizado en el banco experimental se presentan en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3: Especificaciones del equipo mecánico del banco experimental [Sanchez, 2018].

Especificaciones del equipo mecánico	
Caja de engranes	Una fase con engranajes rectos
Rodamientos	NTN 6005 Z2C3
Tipo de correa	Correa trapezoidal
Tipo de lubricación	Baño de aceite
Aceite	Gulf HARMONY AW ISO 68
Cantidad de aceite	1.8 gal

La adquisición de datos se lleva a cabo utilizando engranajes rectos que presentan un tipo específico de fallo, conocido como diente roto. Las características de los engranajes utilizados se detallan en la Tabla 2.4. Los fallos se introducen en un solo diente del piñón, donde la condición del engranaje varía desde un estado nominal hasta la inducción del fallo en niveles leves y severos. La severidad se determina mediante el porcentaje de volumen de pérdida del diente, que abarca desde una pérdida uniforme del

12.5 % hasta el 100% de su volumen, comenzando desde una de sus esquinas. De esta manera, se establecen 8 condiciones de fallo, además de una condición en estado nominal, que se aprecia en la Tabla 2.5.

Tabla 2.4: Características de los engranajes [Sanchez, 2018].

Características de los engranajes	
Tipo de engranajes	Rectos
Número de etapas	1
Material	Acero E410
Modulo	2,25
Ángulo de presión	20°
Transmisión de relación cercana	0,67
Áncho	20,7 mm
Número de dientes Z1/Z2	32/48

La Figura 2.11 y la Figura 2.12 muestran la disposición y configuración correspondiente de los sensores en el banco de pruebas, cada uno identificado con su respectiva codificación.

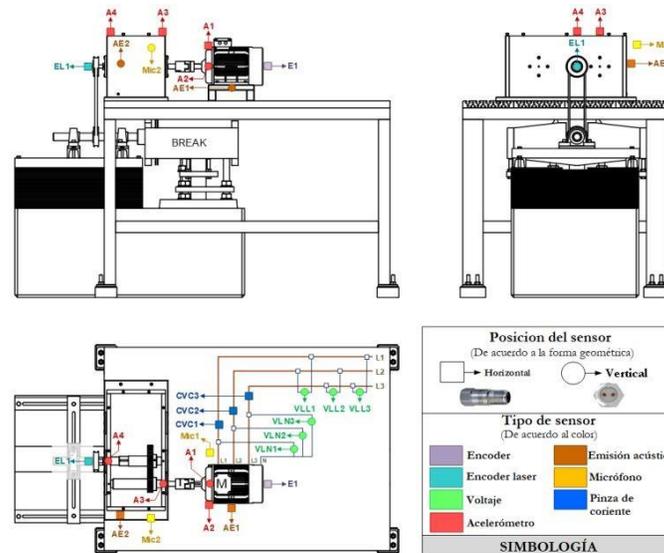
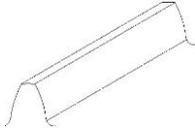
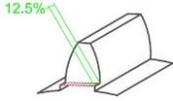
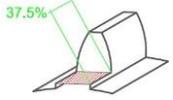
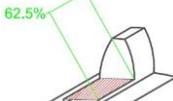
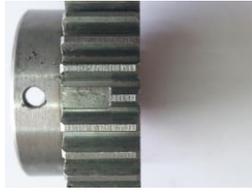
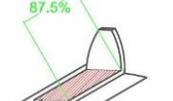
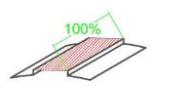


Figura 2.11: Montaje esquemático de sensores [Sanchez, 2018]

Tabla 2.5: Niveles de severidad para el modo de fallo de diente roto [Sanchez, 2018].

Tipo de Fallo	Severidad de Fallo	Descripción	Esquema
Normal	0 %	Condición nominal	
Diente roto	12,5 %		
Diente roto	37,5 %		
Diente roto	62,5 %		
Diente roto	87,5 %		
Diente roto	100 %		

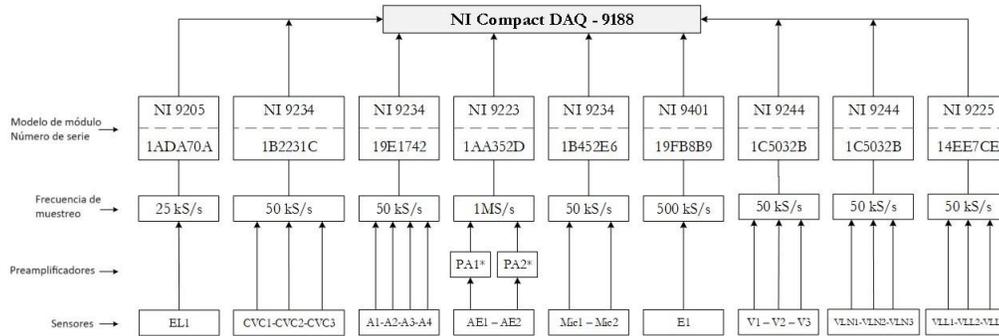


Figura 2.12: Configuración de sensores y módulos [Sanchez, 2018]

2.2.9. Análisis de vibraciones de cajas de engranajes en el dominio de la frecuencia

Las cajas de engranajes exhiben patrones específicos en su espectro de vibración que reflejan su estado, de modo que cualquier variación en estos patrones puede indicar la presencia de fallos [Sanchez, 2017]. Las frecuencias características de la caja de engranajes son las siguientes:

- **Frecuencia de engrane f_m :** es la frecuencia característica de cada engrane. Esta señal es independiente del estado del engrane y su amplitud depende de la carga.
- **Frecuencia de entrada f_g :** es la frecuencia generada por el motor de alimentación.
- **Frecuencia de salida f_p :** es la frecuencia del engrane de salida.
- **Frecuencia de bandas laterales $f_{1,i}$ y $f_{2,i}$:** son frecuencias equidistantes a la frecuencia de engrane [Ortega, 2021].

En el trabajo [Ortega, 2021] se presentan las frecuencias de las componentes características de la caja de engranajes utilizada en el banco de pruebas, las componentes frecuenciales se presentan en la Tabla 2.6.

Tabla 2.6: Frecuencias características de la caja de engranajes [Ortega, 2021].

Descripción	Símbolo	Valor [Hz]
Frecuencia de giro del motor	F_m	19,3
Frecuencia de giro del piñon	F_p	19,3
Frecuencia de giro de la rueda	F_g	12,8
Frecuencia de engrane	GMF	617,6
Bandas laterales de la GMF	$F_{GMF p_{1,2}}$	598,3 - 636,9
	$F_{GMF g_{1,2}}$	604,8 - 630,4

Capítulo 3

Modelo Dinámico del Motor de Inducción

En este capítulo se detalla el proceso de obtención del modelo matemático del motor de inducción de jaula de ardilla en su representación de coordenadas de Clarke. Además, se especifica los parámetros eléctricos y mecánicos de la máquina de inducción utilizada para la simulación del sistema.

Posterior a esto se validan los resultados de la simulación en coordenadas de Clarke frente a los datos obtenidos del modelo del motor en coordenadas originales y en vectores espaciales. Finalmente, se detalla el proceso de linealización del modelo del motor en coordenadas de Clarke y a su vez se detalla el modelo del motor sujeto al fallo de diente roto de la caja de engranajes acoplada a su eje.

3.1. Parámetros del modelo de la máquina de inducción

Previo a la simulación del modelo matemático del motor es necesario tener conocimiento de los parámetros característicos que definen al modelo físico. Para ello se han utilizado los parámetros determinados y presentados en el trabajo de [Ortega et al., 2021], teniendo en consideración que estos parámetros se encuentran planteados en un sistema adimensional de unidades, denominado valor por unidad (pu). Por tal motivo, en este sistema se debe considerar las bases de cada uno de las variables y parámetros que permiten trasladar los valores de las señales del sistema mencionado a sus unidades físicas correspondientes. Los datos de las bases requeridas se encuentran detallados en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Bases del sistema del motor en conexión doble estrella paralelo.

Motor 1	V_{base}	S_{base}	I_{base}	w_{ebase}	w_{mbase}	Z_{base}
Conexión Y	220	1491	3,91	377	125,7	32,46
Unidad	V	W	A	$\frac{rad}{s}$	$\frac{rad}{s}$	Ω

Los parámetros eléctricos aplicados para la simulación del comportamiento de las variables del motor de inducción en el sistema por unidad son:

Tabla 3.2: Parámetros eléctricos del motor de inducción

$L_{\sigma e}$	$L_{\sigma r}$	L_{er}	R_r	R_s	Unidad
0,09890923	0,02439816	1,08683447	0,03649573	0,06000966	pu

Los parámetros mecánicos requeridos para la simulación del motor son el momento de inercia y el coeficiente de fricción mecánica, los cuales se describen en la Tabla 3.3.

Tabla 3.3: Parámetros mecánicos del motor de inducción

J	B	Unidad
15,891	0,03087	pu

La magnitud de la tensión suministrada al sistema es de 215,91 V_{rms} con

una frecuencia de 58,6 Hz. En el sistema por unidad, esto equivale a 0,4907 pu y 0,9767 pu, respectivamente. La conversión de los parámetros indicados en la Tabla 3.2 y la Tabla 3.3 a sus unidades físicas se realiza mediante la aplicación de las siguientes relaciones de transformación:

$$Z_B = \frac{V_B^2}{S_B} \quad (3.1)$$

$$L_B = \frac{Z_B}{\omega_{eB}} \quad (3.2)$$

$$J_B = \frac{S_B}{(\omega_{mB}^2 * \omega_{eB})} \quad (3.3)$$

$$k_B = \frac{S_B}{\omega_{mB}^2} \quad (3.4)$$

$$Z_B = \frac{S_B^2}{\omega_{mB}} \quad (3.5)$$

$$L_B = \frac{S_B}{(\sqrt{3} * V_B)} \quad (3.6)$$

Los parámetros obtenidos en sus unidades físicas respectivas y que son utilizados para el proceso de simulación de los modelos en coordenadas originales y el modelo en coordenadas de Clarke están detallados en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Parámetros eléctricos y mecánicos del motor de inducción

Parámetro	Valor	Unidad
R_s	1,9508	Ω
R_r	1,1847	Ω
$L_{\sigma s}$	$8,5159 \times 10^{-3}$	H
$L_{\sigma r}$	$2,1008 \times 10^{-3}$	H
L_m	$93,5811 \times 10^{-3}$	H
V	215,91	V
f	368,195	rad/s
J_m	0,00398	$kg.m^2$
B_m	$2,914 \times 10^{-3}$	–

Los datos proporcionados en la Tabla 3.4 representan los parámetros físicos esenciales para realizar la simulación del modelo matemático del motor de inducción. Estos parámetros son necesarios tanto para las coordenadas

originales como para las coordenadas de Clarke, y se describen en las secciones siguientes.

3.2. Simulación del modelo del motor mediante el modelo matemático en coordenadas originales

Como etapa inicial, se seleccionó el modelo en coordenadas primitivas de una máquina de inducción trifásica cuyo rotor es del tipo bobinado o también conocido como jaula de ardilla simple en condición de vacío, es decir sin una carga acoplada. La simulación del modelo se realizó en base al modelo matemático descrito en la sección 2.2.3. El software utilizado es MATLAB por las herramientas matemáticas y amplia documentación disponible. El método numérico de resolución utilizado en el software es el algoritmoode45, que se basa en un esquema de paso fijo y está fundamentado en una fórmula explícita de Runge-Kutta. Este método se aplica comúnmente en la resolución de problemas que involucran ecuaciones diferenciales ordinarias.

Para llevar a cabo la simulación del modelo matemático del motor en coordenadas originales, es importante definir condiciones específicas relacionadas con los parámetros eléctricos del motor en condición de vacío [Pardo and Díaz, 2006], los mismos se detalla a continuación:

- Se ha considerado que la resistencia de cada una de las bobinas del estator son equitativas $R_e = R_{e,a} = R_{e,b} = R_{e,c}$, es decir, tienen el mismo valor numérico considerado para el cálculo.
- Se ha considerado que la resistencia de cada una de las bobinas del rotor son equitativas $R_r = R_{r,a} = R_{r,b} = R_{r,c}$, es decir, tienen el mismo valor numérico considerado para el cálculo.
- Las inductancias equivalentes de magnetización, del estator y del rotor serán determinadas a partir de las ecuaciones (2.39) a (2.41), en conjunto con los parámetros establecidos en la Tabla 3.4. El uso de las inductancias equivalentes al circuito acoplado magnéticamente se detalla en la sección 2.2.5.

La Figura 3.1 presenta la simulación de la tensión, corriente, velocidad mecánica y par eléctrico generados por el motor. Estas figuras ilustran el comportamiento dinámico del modelo matemático del motor desde su alimentación en los bornes del estator. Las señales generadas muestran un

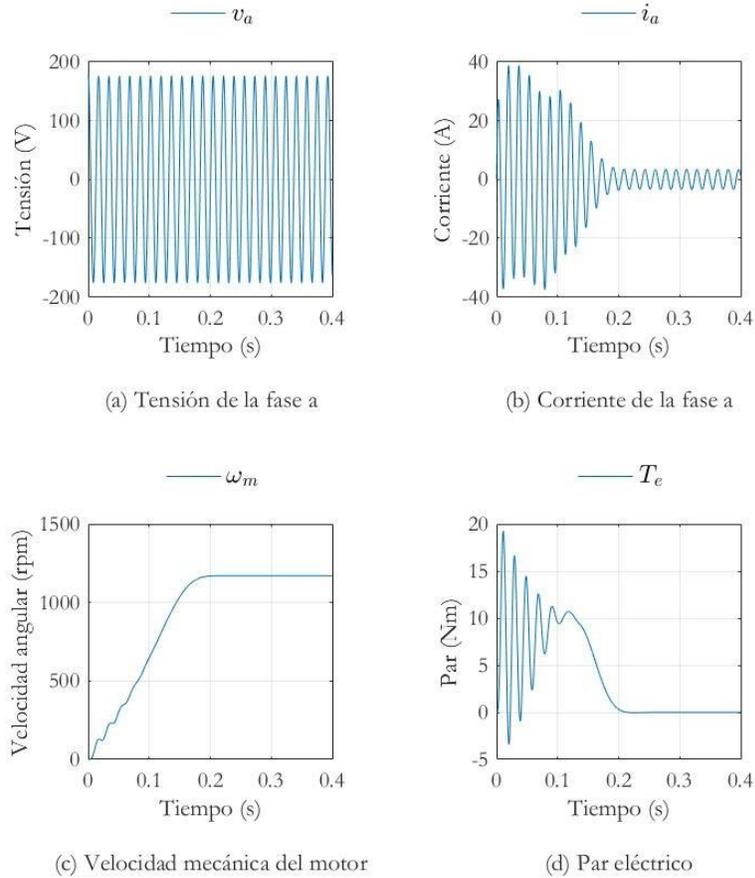


Figura 3.1: Simulación del motor de inducción en coordenadas originales.

régimen transitorio para periodos de tiempo menores a 0,35 segundos y un régimen estacionario para tiempos mayores al valor especificado.

En la Figura 3.1(a), se representa la tensión trifásica de la fase α , la cual se aplica al estator del motor. Por otro lado, la Figura 3.1(b) muestra la señal de corriente de la fase α . Inicialmente, se observan oscilaciones de gran amplitud debido a la energización de la máquina, y estas amplitudes no se ven afectadas por la carga conectada al eje del motor. En estado estacionario, la amplitud de la corriente absorbida por el motor aumentará en función del

incremento de la carga que se requiera movilizar.

La Figura 3.1(c) presenta la velocidad mecánica del motor, la cual aumenta progresivamente hasta alcanzar el régimen estacionario. En el caso de la simulación del motor en vacío, es decir, sin carga acoplada, la velocidad en estado estacionario se acerca a la velocidad síncrona del motor. Sin embargo, al agregar una carga, la velocidad en estado estacionario varía debido al principio de funcionamiento de la máquina.

La Figura 3.1(d) muestra el comportamiento del par eléctrico del motor. En este escenario, se simula el motor sin carga. Por lo tanto, en el régimen transitorio se observan varias oscilaciones generadas por la aceleración del motor, mientras que en el régimen estacionario, el par tiende a cero.

En la tabla 3.5 se presentan los datos de tensión, corriente, velocidad mecánica y par eléctrico simulado frente a los datos obtenidos de las señales experimentales que se detallan en el trabajo de [Ortega, 2021], así como el error relativo generado al comparar estos datos.

Tabla 3.5: Error en estado estacionario de las señales experimentales y las señales simuladas en coordenadas originales.

Señal	Valor Experimental	Modelo Coordenadas Originales	Error Relativo (%)
Tensión (V_{rms})	215,91	215,91	0.0
Corriente (A)	4,54	3,393	25,33
Velocidad (rpm)	1177	1172	0,4
Par Eléctrico (Nm)	0,366	0,357	2,4

De la Tabla 3.5 se aprecia que las señales de corriente en el régimen estacionario simuladas frente a las señales experimentales difieren en amplitud, presentando un error relativo de 25,33 %. Los resultados de la variable de velocidad, en el caso de coordenadas originales, la señal presenta un comportamiento críticamente amortiguado, con un error relativo en régimen permanente de un 0,4 % referente a los datos experimentales. La señal de par, presenta características diferentes en el régimen transitorio, mientras que en el régimen estacionario presentan características similares de forma y amplitud, con un error relativo del 2,4 %.

3.3. Simulación del modelo del motor mediante el modelo matemático en vectores espaciales

En el análisis del comportamiento dinámico del motor de inducción, es importante tener en consideración la existencia de modelos matemáticos equivalentes obtenidos a partir de sistemas de transformación, que permiten acoplar el modelo matemático a diferentes escenarios de trabajo en el área de detección y diagnóstico de fallos. En este caso se ha considerado el modelo utilizado en el trabajo de [Ortega, 2021], donde se desarrolla el modelo dinámico del motor de inducción aplicado la transformada denominada vectores espaciales. Las ecuaciones que rigen este modelo se encuentran detalladas en la sección 2.2.4. Dicho modelo se ha simulado en el software MATLAB con los parámetros especificados en la Tabla 3.4.

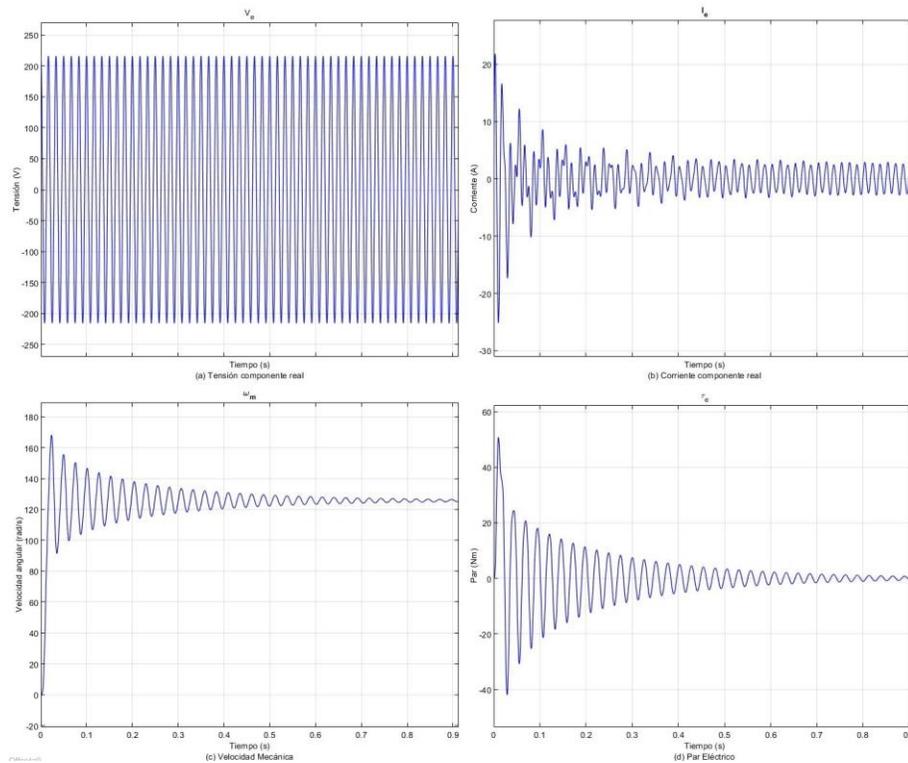


Figura 3.2: Simulación del motor de inducción aplicado la transformada de vectores espaciales.

La Figura 3.2(a) muestra la componente real de tensión equivalente en vectores espaciales que es aplicada al estator del motor. La Figura 3.2(b) muestra la señal de la componente real de la corriente, en el régimen transitorio de la señal se puede notar oscilaciones de gran amplitud, que son similares a las generadas por la simulación del motor en coordenadas originales presentada en la sección 3.2.

En la Figura 3.2(c) se muestra la velocidad mecánica del motor, la velocidad del motor aumenta progresivamente hasta llegar al régimen estacionario. En el caso de la simulación del motor en vacío la velocidad en estado estacionario es próxima a la velocidad síncrona del motor, en nuestro caso al ser un motor de 6 polos la velocidad síncrona debe ser cercana a 1200rpm.

En la Figura 3.2(d), se muestra el comportamiento del par eléctrico del motor en condiciones de vacío. En el régimen transitorio, el par eléctrico presenta varias oscilaciones generadas por la aceleración del motor, mientras que en el régimen estacionario, el par tiende a cero. Estos resultados son similares a los obtenidos con la simulación en coordenadas originales.

En la tabla 3.6 se presenta los datos resultantes de la comparación entre los valores obtenidos de la simulación del modelo del motor aplicado la transformada de vectores espaciales frente a los resultados de los datos experimentales presentados en el trabajo de [Ortega, 2021], donde los resultados de las señales de tensión, velocidad y par eléctrico presentan un error relativo menor al 0,4 %, mientras que en el caso de la corriente en el régimen estacionario presentan un error del 26,38 %.

Tabla 3.6: Error en estado estacionario de las señales experimentales y las señales simuladas en vectores espaciales.

Señal	Valor Experimental	Modelo Vectores Espaciales	Error Relativo (%)
Tensión (V_{rms})	215,91	215,91	0,0
Corriente (A)	4,54	3,342	26,38
Velocidad (rpm)	1177	1167	0,8
Par Eléctrico (Nm)	0,366	0,357	2,4

3.4. Simulación del modelo del motor mediante el modelo matemático aplicado la transformada de Clarke

A partir de este punto es necesario trabajar con las señales equivalentes de tensión aplicados la transformada de Clarke. El ajuste de las variables de alimentación o entrada del modelo matemático se realizó mediante la Ecuación (3.7) y la Ecuación (3.8)

$$v_{\alpha s} = \frac{2}{3} \left(v_a - \frac{v_b}{2} - \frac{v_c}{2} \right) \quad (3.7)$$

$$v_{\beta s} = \frac{2}{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} v_b - \frac{\sqrt{3}}{2} v_c \right) \quad (3.8)$$

En la Figura 3.3 se muestra la simulación de tensión y corriente del componente α , la velocidad mecánica y par eléctrico generado por el modelo del motor. Las componentes de la Figura 3.3 representan el comportamiento dinámico del modelo matemático del motor aplicado la transformada de Clarke, siendo alimentado por lo valores de tensión equivalentes descritos en la Ecuación (3.7) y la Ecuación (3.8).

Las señales generadas poseen un régimen transitorio para periodos de tiempo menores a 0,35s, siendo notorio que el comportamiento dentro de este régimen difiere del comportamiento observado en la simulación del modelo del motor en coordenadas originales. Las señales generadas presentan un régimen estacionario para tiempos mayores a 0,35s, con amplitudes similares a las obtenidas en la simulación del modelo en coordenadas originales.

Respecto a la Figura 3.3(a) se puede apreciar que las señales de tensión presentan amplitudes idénticas a una frecuencia equivalente.

En la Figura 3.3(b), se observa que las señales de corriente simuladas tienen una duración similar en el régimen transitorio, mientras que en el régimen estacionario las corrientes obtenidas difieren en amplitud, presentando un error relativo respecto a los datos experimentales del 9,53 %.

El resultado de la variable de velocidad en la la Figura 3.3(c) para el caso de la simulación del modelo aplicado la transformada de Clarke, presenta una respuesta transitoria sub amortiguada con un tiempo de establecimiento más lento que el obtenido en la simulación del modelo en coordenadas originales con un error relativo del 0,5 %.

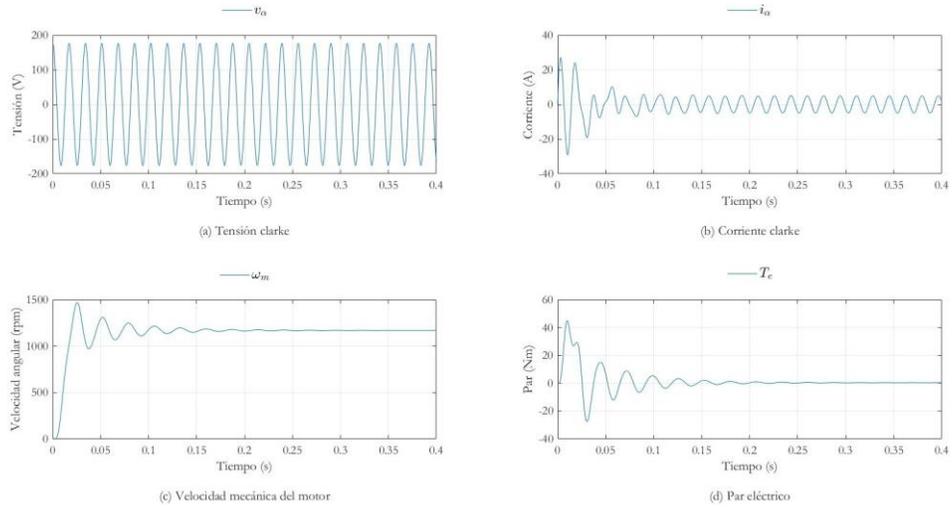


Figura 3.3: Simulación del motor de inducción aplicado la transformada de Clarke.

La señal de par, presenta un comportamiento en el régimen transitorio que difiere al comportamiento transitorio experimental, mientras que en el régimen estacionario presentan características similares de forma y amplitud, con un error relativo del 2,4% como se muestra en la Tabla 3.7.

Tabla 3.7: Error en estado estacionario de las señales experimentales y las señales simuladas en coordenadas de Clarke.

Señal	Valor Experimental	Modelo Coordenadas de Clarke	Error Relativo (%)
Tensión (V)	215,91	215,91	0,0
Corriente (A)	4,54	4,973	9,3
Velocidad (rpm)	1177	1170	0,5
Par Eléctrico (Nm)	0,366	0,357	2,4

Es de suma importancia, tener en consideración que el régimen transitorio generado por un modelo matemático presenta una alta relevancia en el

análisis, en especial en el caso de máquinas rotativas como es el motor de inducción, mismo que genera información relevante en el caso de un cambio repentino en el comportamiento de la máquina.

Cabe mencionar, en el desarrollo de este trabajo, el interés está enfocado en analizar el comportamiento de las señales cuando están en el régimen estacionario, especialmente cuando sus señales de monitoreo presentan características que permita identificar la presencia de una anomalía o fallo. En relación con este análisis y de los resultados del error presentado en la Tabla 3.7, se puede concluir que el modelo matemático en coordenadas de Clarke es apto para la propuesta de este proyecto.

3.5. Linealización del Modelo de Clarke

Como se explicó en la sección 2.2.3 y 2.2.5 el modelo dinámico del motor de inducción en coordenadas originales tiene la particularidad de ser no lineal y variante en el tiempo, mientras que el modelo del motor en coordenadas de Clarke solo presenta la característica de ser no lineal.

Por tal motivo y atendiendo lo indicado en el trabajo de [Morfín et al., 2018], para llevar a cabo el proceso de linealización del modelo sin perder las características de las variables de interés descritas en la sección anterior se considera la velocidad angular como una variable conocida y medible dentro del banco de pruebas. Para validar el modelo lineal se consideró la velocidad angular en condición nominal sin carga y en estado estable $\omega_m = 119,925 \text{ rad/s}$, mientras que para el diseño del filtro de detección y diagnóstico se deberá considerar la velocidad angular en condición nominal acoplado a la caja de engranajes y en estado estable $\omega_m = 124,25 \text{ rad/s}$. De esta manera a partir de la Ecuación (2.32) y la Ecuación (2.33) el modelo dinámico del motor de inducción aplicado la transformada de Clarke se convierte en un modelo lineal descrito en la Ecuación (3.9) y en la Ecuación (3.10).

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & -\frac{P}{2}\omega_m & \frac{L_m}{T_r} & 0 \\ \frac{P}{2}\omega_m & -\frac{1}{T_r} & 0 & \frac{L_m}{T_r} \\ \delta & \frac{P}{2}\delta\omega_m & -\gamma & 0 \\ \frac{T_r}{P} & \delta & 0 & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Reemplazando los valores de los parámetros eléctricos y mecánicos descritos en la Tabla 3.4, en el modelo matemático descrito en la Ecuación (3.9), se obtiene el modelo dinámico lineal del motor de inducción descrito en la Ecuación (3.11) y en la Ecuación (3.12).

$$\begin{bmatrix} \lambda_r \\ i_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -16,516 & -359,775 & 1,483 & 0,000 \\ 359,775 & -16,516 & 0,000 & 1,483 \\ 1515,0 & 33001,0 & -269,156 & 0,000 \\ -33001,0 & 1515,0 & 0,000 & -269,156 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 96,085 & 0 \\ 0 & 96,085 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

En la Figura 3.4 se observa las señales simuladas de tensión, corriente y par eléctrico del modelo lineal del motor de inducción en condición de funcionamiento nominal, presentan en su régimen estacionario, el mismo comportamiento que los resultados simulados por el modelo del motor en coordenadas de Clarke que se observa en la Figura 3.3.

3.6. Definición del modelo matemático del sistema sujeto a fallo

A partir del modelo matemático en su representación en espacio de estados del sistema en condiciones de operación nominal descrito en la Ecuación (3.9) y en la Ecuación (3.10). Considerando que la señal del par eléctrico del motor y la velocidad mecánica generada por el modelo de la caja de engranajes están relacionadas con el estado de fallo de tipo diente roto.

El modelo del motor en espacio de estados sujeto a fallo esta descrito por la Ecuación (3.13). Donde la matriz A del sistema nominal de la Ecuación (3.9) está relacionada de manera directa con el parámetro de velocidad mecánica ω_m . A partir de esta condición, se definirá la matriz de fallo A_f en la Ecuación (3.14).

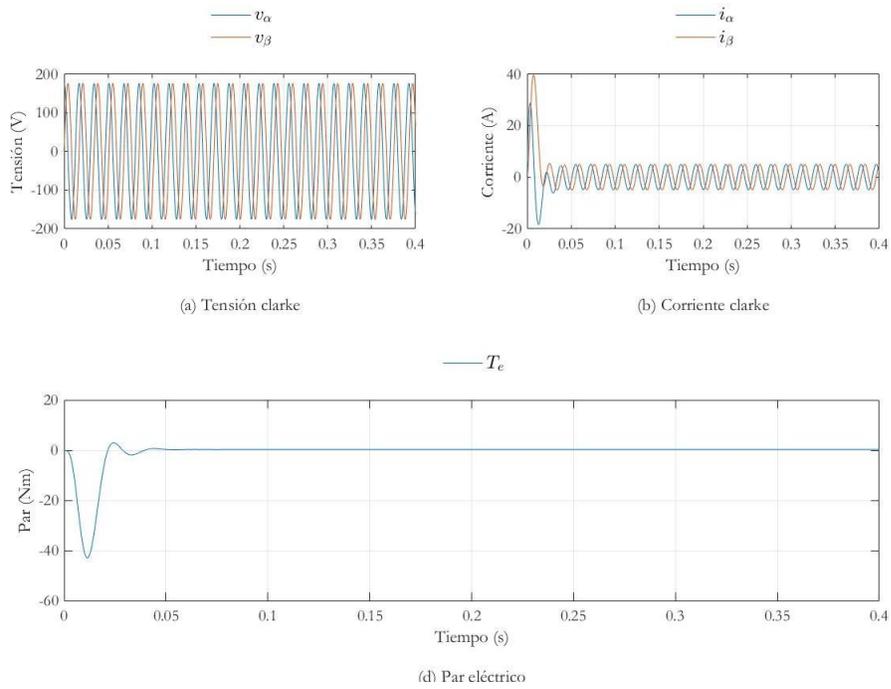


Figura 3.4: Simulación del modelo lineal del motor de inducción aplicado la transformada de Clarke.

$$\dot{x} = Ax + A_f x + Bu \quad (3.13)$$

$$y = Cx$$

$$A_f = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{P}{2}\Delta\omega_m & 0 & 0 \\ \frac{P}{2}\Delta\omega_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{P}{2}\delta\Delta\omega_m & 0 & 0 \\ -\frac{P}{2}\delta\Delta\omega_m & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

donde A_f es la matriz de fallo que involucra la variación del parámetro de velocidad mecánico ω_m , el cual varía de acuerdo a la severidad del fallo

de diente roto. Por lo que el sistema sujeto a fallo del modelo del motor de inducción de jaula de ardilla en coordenadas de Clarke se define en la Ecuación (3.15).

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_r} & -\frac{P}{2}\omega_m & \frac{L_m}{T_r} & 0 \\ \frac{P}{2}\omega_m & -\frac{1}{T_r} & 0 & \frac{L_m}{T_r} \\ \frac{\delta}{T_r} & \frac{P}{2}\delta\omega_m & -\gamma & 0 \\ -\frac{P}{2}\delta\omega_m & \frac{\delta}{T_r} & 0 & -\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{P}{2}\Delta\omega_m & 0 & 0 \\ \frac{P}{2}\Delta\omega_m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{P}{2}\delta\Delta\omega_m & 0 & 0 \\ -\frac{P}{2}\delta\Delta\omega_m & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{\alpha r} \\ \lambda_{\beta r} \\ i_{\alpha s} \\ i_{\beta s} \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{\sigma L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{\alpha s} \\ v_{\beta s} \end{bmatrix} \quad (3.15)
 \end{aligned}$$

Capítulo 4

Filtro de detección y diagnóstico basado en observadores

En este capítulo se detalla el proceso sistemático que se llevó a cabo para el cálculo y validación de los filtros de detección y diagnóstico basado en observadores, presentando las ecuaciones que representan el filtro y el residual para cada caso. Se especifica el diagrama implementado en simulink del sistema de detección y diagnóstico de fallos en paralelo al modelo acoplado del motor de inducción con el modelo de la caja de engranajes. Finalmente, se verificó el comportamiento de los residuales de corriente y par eléctrico simulados por los filtros de detección y diagnóstico ante la presencia de fallo de diente roto, considerando una severidad de fallo del 62,5 %.

4.1. Configuración del filtro de detección basado en observadores

El diseño del filtro de detección basado en el modelo del observador de Luenberger debe tener en cuenta que el sistema sea lineal y tenga invariancia en el tiempo, aspectos que se han presentado en el desarrollo y validación en la sección 3.5.

4.2. Observabilidad del sistema

La observabilidad, según [Nise, 2011], se refiere a la capacidad de estimar las variables de estado a partir del conocimiento de las señales de entrada y salida. En este contexto, la reubicación de polos se presenta como una técnica viable para el diseño de un observador en sistemas que son completamente observables. Un sistema se considera completamente observable si la matriz de observabilidad, como se define en la Ecuación (4.1), tiene un rango igual a n , donde n es el número de variables de estado.

$$\mathbf{O}_M = [C \quad CA \quad \dots \quad CA^{n-1}]^T \quad (4.1)$$

donde A es la matriz de estados y C es la matriz de salidas.

Se considera que la matriz C cuenta con dos salidas disponibles, ya que, se tiene la accesibilidad a la medición de la corriente del estator en sus componentes α y β al aplicar la transformada de Clarke a las corrientes medidas, por lo que la matriz C se define como:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

La Ecuación (4.3) muestra el resultado de la matriz de observabilidad.

$$\mathbf{O}_M = \begin{bmatrix} 0,000 & 0,000 & 1,000 & 0,000 \\ 0,000 & 0,000 & 0,000 & 1,000 \\ 1,515x10^3 & 3,300x10^4 & -2,691x10^2 & 0,000 \\ -3,300x10^4 & 1,515x10^3 & 0,000 & -2,691x10^2 \\ 1,144x10^7 & -9,972x10^6 & 7,469x10^4 & 4,895x10^4 \\ 9,972x10^6 & 1,144x10^7 & -4,895x10^4 & 7,469x10^4 \\ -5,279x10^9 & -1,412x10^9 & -3,132x10^6 & -2,797x10^7 \\ 1,412x10^9 & -5,279x10^9 & 2,797x10^7 & -3,132x10^6 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

El rango de la matriz de observabilidad en la Ecuación (4.3) es $rank(O_M) = 4$. Este valor de rango coincide con el orden del sistema, lo que indica que el sistema es totalmente observable al tener dos salidas disponibles.

4.3. Diseño del filtro de detección basado en el observador de Luenberger

Para iniciar el diseño del filtro, se toma como base el modelo matemático del observador de estado de orden completo, el cual está descrito en la Ecuación (2.50) y en la Ecuación (2.51). El error de estimación se define mediante la Ecuación (2.63).

En el diseño del observador, se utilizan las mediciones de las corrientes en el estator y el valor en estado estable de la velocidad angular de salida del motor como señales disponibles. Con esta información, se busca determinar la matriz L de manera que $A - LC$ tenga autovalores arbitrariamente deseados. Se realiza el cálculo de las ganancias del observador para generar una matriz L de dimensiones $[4 \times 2]$, como se especifica en la Ecuación (4.4).

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_1 & L_2 \\ L_3 & L_4 \\ L_5 & L_6 \\ L_7 & L_8 \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

donde los componentes de la matriz de L_1 hasta L_8 son los valores de las ganancias del observador detector de fallos.

Para determinar la matriz de ganancia L , se requiere tener conocimiento de la dinámica del error de estimación mediante los polos del mismo, considerando que la respuesta del sistema es lineal y por simplicidad del cálculo se requiere que los polos deseados del observador se reubiquen 10 veces a la izquierda de la ubicación de los polos actuales del sistema. Los valores de los polos del sistema y de los polos deseados del observador se detallan en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1: Polos del sistema y polos deseados para el observador detector de fallos

Polos del sistema	Polos del observador
-156,90 + 315,53i	-1280
-156,90 - 315,53i	-1290
-128,77 + 57,07i	-1295
-128,77 - 57,07i	-1300

La Ecuación (4.5) se utiliza para el cálculo de los autovalores del observador.

$$\det[sI - (A - LC)] = 0 \quad (4.5)$$

Los polos del sistema se establecen según la Tabla 4.1, y al utilizar la Ecuación (4.5), se obtiene el polinomio característico del observador de estados. Los coeficientes de este polinomio, expresados en términos de L_1 a L_8 , deben igualarse al polinomio característico deseado de la Ecuación (4.6). Este polinomio deseado se forma a partir de los polos deseados del observador, como se especifica en la Tabla 4.1. Al igualar estas ecuaciones, se generan varias ecuaciones que permiten resolver para los valores de las ganancias de la matriz L.

$$s^4 + 5165 * s^3 + 10003850 * s^2 + 8611459000 * s + 2779795200000 \quad (4.6)$$

Con lo detallado previamente, la matriz de ganancias del observador resultante se formula en la Ecuación (4.7).

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -24,418 & -46,503 \\ 46,514 & -23,812 \\ 2,299 & -350,901 \\ 365,524 & 2,295 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

4.4. Diseño del filtro de diagnóstico generador de residuales

En esta sección, se procede con el diseño del filtro de diagnóstico siguiendo el algoritmo algebraico descrito en la sección 2.2.9. Como paso preliminar al diseño del filtro es necesario determinar el índice de observabilidad y su valor mínimo en el sistema.

4.4.1. Índice de observabilidad

Para el diseño del observador de diagnóstico, es necesario determinar el valor de s , el cual se selecciona considerando $s \geq \sigma_{min}$ y de acuerdo con las condiciones establecidas en la Ecuación (4.9).

$$\sum_{i=1}^m \sigma_i = n \quad (4.8)$$

$$\sigma_{min} = \min_i \sigma_i \quad (4.9)$$

Donde σ_i representa los índices de observabilidad de cada submatriz que compone la matriz de observabilidad. σ_{min} es el valor mínimo entre estos índices de observabilidad. La variable m representa el número de salidas del sistema, mientras que n corresponde al número de estados del sistema.

Se obtienen las matrices de observabilidad según la Ecuación (4.10), estas matrices deben cumplir la igualdad especificada en la Ecuación (4.11).

$$O_v = [C \quad CA \quad \dots \quad CA^{v-1}]^T \quad \text{nótese que } v \leq n \quad (4.10)$$

$$rank(O_v) = rank(O_{v+1}) \quad (4.11)$$

El procedimiento empleado para calcular el valor mínimo de observabilidad implica determinar la matriz C , que representa la matriz de salidas disponibles. Inicialmente, se realiza el cálculo considerando una sola salida disponible, luego dos y así sucesivamente, hasta satisfacer la condición descrita en la Ecuación (4.11). El objetivo es identificar la configuración de la representación en espacio de estados del sistema que requiera la menor cantidad de estados conocidos para el diseño del filtro de diagnóstico.

En un primer escenario se consideró la disponibilidad solo de una salida, que corresponde a la corriente en su componente α , por lo que la matriz C se restablece en la Ecuación (4.12). Se comienza con el cálculo con $v = 1$, obteniendo los siguientes resultados:

$$C = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \quad (4.12)$$

$$O_v = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0] \quad (4.13)$$

$$\text{rango de } O_v = 1 \quad (4.14)$$

$$O_{v+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1,515x10^3 & 33,001x10^3 & -269,156 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\text{rango de } O_{v+1} = 2 \quad (4.16)$$

Se aprecia que con $v = 1$ no se cumple la igualdad, por tal motivo, no se logra definir el mínimo grado de observabilidad. Como segunda opción de análisis, se procede a realizar el cálculo con $v = 2$, obteniendo los siguientes resultados:

$$O_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1,515x10^3 & 33,001x10^3 & -269,156 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$\text{rango de } O_v = 2 \quad (4.18)$$

$$O_{v+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1,515x10^3 & 33,001x10^3 & -269,156 & 0 \\ 11,440x10^6 & -9,972x10^6 & 74,692 & 48,957 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

$$\text{rango de } O_{v+1} = 1 \quad (4.20)$$

De igual manera, se aprecia que considerando $v = 2$, no se cumple la condición de igualdad, es decir, no se ha logrado definir el mínimo grado de observabilidad.

En un segundo caso, se consideró la disponibilidad solo de dos salidas, que corresponden a las corrientes I_α e I_β , por lo que la matriz C se restablece en la Ecuación (4.17). Se comienza con el cálculo de $v = 1$, obteniendo los siguientes resultados

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

$$O_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$\text{rango de } O_v = 2 \quad (4.23)$$

$$O_{v+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1,515x10^3 & 33,001x10^3 & -269,156 & 0 \\ -33,001x10^3 & 1,515x10^3 & 0 & -269,156 \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

$$\text{rango de } O_{v+1} = 4 \quad (4.25)$$

Se aprecia que con $v = 1$ no se cumple la igualdad, por tal motivo, no se logra definir el mínimo grado de observabilidad. Como segunda opción de análisis, se procede a realizar el cálculo con $v = 2$, obteniendo los siguientes resultados:

$$O_v = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1,515x10^3 & 33,001x10^3 & -269,156 & 0 \\ -33,001x10^3 & 1,515x10^3 & 0 & -269,156 \end{bmatrix}$$

$$\text{rango de } O_v = 4$$

$$O_{v+1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1,515x10^3 & 33,001x10^3 & -269,156 & 0 \\ -33,001x10^3 & 1,515x10^3 & 0 & -269,156 \\ 11,4402x10^6 & -9,972x10^6 & 74,692x10^3 & 48,957x10^3 \\ 9,972x10^6 & 11,4402x10^6 & -48,957x10^3 & 74,692x10^3 \end{bmatrix}$$

$$\text{rango de } O_{v+1} = 4$$

Con los resultados obtenidos para el caso de la disponibilidad de dos salidas, el grado mínimo de observabilidad para el sistema es $\sigma_{min} = 2$. Como criterio de selección, se busca evitar la consideración de la mayor cantidad posible de señales de salida, por lo que se elige la condición de diseño que requiere la medición de dos señales de salida. En este caso, las señales seleccionadas son las corrientes I_α e I_β . Además cabe mencionar que se han seleccionado estas señales debido a que las variables de flujo no son medibles, ya que, sus valores son estimados a partir de las mediciones de corriente y voltaje, mientras que las señales de corriente pueden ser obtenidas a partir del uso de amperímetros. Además, es importante aclarar que al considerar solo dos salidas disponibles, el sistema no es completamente observable, y

por lo tanto, $e = Tx - z$ no se cumple para más de dos estados. Sin embargo, para los propósitos de detección y diagnóstico de fallos, es suficiente contar con residuales estables. En base a lo expuesto, se determina que el índice mínimo de observabilidad para todo el sistema es $\sigma_{min} = 2$.

En este caso específico, dado el conocimiento de que el índice mínimo de observabilidad es 2 y que se debe cumplir $s \geq \sigma_{min}$ establece $s = 4$. Esto se realiza con el objetivo de proporcionar una mayor versatilidad al llevar a cabo el desarrollo matemático del observador de diagnóstico mediante un algoritmo de aproximación algebraica. Adicional para este desarrollo se considera el empleo de los polos y el polinomio característico utilizado en el desarrollo del observador de detección detallado en la Tabla 4.1 y en la Ecuación (4.6) respectivamente.

4.4.2. Desarrollo de un observador de diagnóstico con el algoritmo de aproximación algebraica

Basándonos en los parámetros iniciales establecidos para el diseño del observador de detección, tales como el valor de s y los valores de los polos deseados, se procede con el desarrollo del observador de diagnóstico mediante el algoritmo detallado en la Sección 2.2.8.

Paso 1: Generar la matriz X con valores aleatorios según se describe en la Ecuación (4.27), donde m es el número de salidas del sistema y tiene un valor de 2. Además, es necesario definir la matriz G mencionada en la ecuación, la cual se obtiene a partir de los coeficientes del polinomio característico de la Ecuación (4.6).

$$X \in R^{s \times m} \quad (4.26)$$

$$X = \begin{bmatrix} 814,723x10^{-15} & 632,359x10^{-15} \\ 905,791x10^{-15} & 97,540x10^{-15} \\ 126,986x10^{-15} & 278,498x10^{-15} \\ 913,375x10^{-15} & 546,881x10^{-15} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$G = [G_o \quad g] \quad G_o = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad g = \begin{bmatrix} g_1 \\ \vdots \\ g_s \end{bmatrix} \in R^s \quad (4.28)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2779795200000 \\ 1 & 0 & 0 & -8611459000 \\ 0 & 1 & 0 & -10003850 \\ 0 & 0 & 1 & -5165 \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Paso 2: Calcular $c(s) = \det(sI - A)$ para encontrar los coeficientes del polinomio característico a_0, a_1, \dots, a_n . Se aplica la matriz A como se detalla en la Ecuación (3.9). El polinomio característico resultante se muestra en la Ecuación (4.30), y los coeficientes se presentan en la Ecuación (4.31).

$$c(s) = s^4 + 571,344 * s^3 + 215442,8 * s^2 + 35706600 * s + 2297200000 \quad (4.30)$$

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2296400000 \\ 35695100 \\ 215399,6 \\ 571,344 \\ 1,000 \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Paso 3: Calcular las matrices Y, J, L y T según la descripción en la sección 2.2.9. Comenzamos calculando la matriz Y utilizando la matriz aleatoria X y la matriz G previamente definidas. El resultado de este cálculo se presenta en las ecuaciones (4.34) y (4.35).

Luego, se procede a calcular la matriz J , teniendo en cuenta que las señales de corriente I_α e I_β son datos conocidos. La matriz resultante se presenta en la Ecuación (4.37).

$$Y = [X \quad GX \quad G^2X \quad G^3X] \quad (4.32)$$

$$Y = [Y_1 \quad Y_2] \quad (4.33)$$

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 814,723x10^{-15} & 632,359x10^{-15} & -2,539 & -1,520 \\ 905,791x10^{-15} & 97,540x10^{-15} & -7,865x10^{-3} & -4,709x10^{-3} \\ 126,986x10^{-15} & 278,498x10^{-15} & -9,137^{-6} & -5,470x10^{-6} \\ 913,375x10^{-15} & 546,881x10^{-15} & -4,717x10^{-9} & -2,824x10^{-9} \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 13,113 \times 10^3 & 7,851 \times 10^3 & -42,331 \times 10^6 & -25,343 \times 10^6 \\ 38,085 & 22,801 & -118,025 \times 10^3 & -70,658 \times 10^3 \\ 39,327 \times 10^{-3} & 23,545 \times 10^{-3} & -114,257 & -68,402 \\ 15,228 \times 10^{-6} & 9,116 \times 10^{-6} & -39,327 \times 10^{-3} & -23,543 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$J = \begin{bmatrix} a_4 C A^3 + a_3 C A^2 + a_2 C A + a_1 C \\ a_4 C A^2 + a_3 C A + a_2 C \\ a_4 C A + a_3 C \\ a_4 C \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

$$J = \begin{bmatrix} 1,583 \times 10^9 & -1,424 \times 10^6 & 17,261 \times 10^6 & -1,827 \\ 1,424 \times 10^6 & 1,583 \times 10^9 & 1,827 & 17,261 \times 10^6 \\ 12,305 \times 10^6 & 8,882 \times 10^6 & 136,311 \times 10^3 & 48,957 \times 10^3 \\ -8,882 \times 10^6 & 12,305 \times 10^6 & -48,957 \times 10^3 & 136,311 \times 10^3 \\ 1,515 \times 10^3 & 33,001 \times 10^3 & 302,188 & 0 \\ -33,001 \times 10^3 & 1,515 \times 10^3 & 0 & 302,188 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

Después de obtener los cálculos de las matrices Y y J , se realiza el cálculo de la matriz T , cuyo resultado se muestra en la Ecuación (4.39).

$$T = YH \quad (4.38)$$

$$T = \begin{bmatrix} -256,970 \times 10^6 & 403,396 \times 10^6 & -38,640 \times 10^6 & -23,302 \times 10^6 \\ -749,739 \times 10^3 & 1,163 \times 10^6 & -107,357 \times 10^3 & -64,795 \times 10^3 \\ -781,276 & 1,185 \times 10^3 & -103,350 & -62,480 \\ -309,314 \times 10^{-3} & 440,571 \times 10^{-3} & -35,214 \times 10^{-3} & -21,395 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Antes de obtener la matriz L , es esencial determinar la matriz $c(G)$. El resultado de este procedimiento se muestra en la Ecuación (4.41).

$$c(G) = a_4 G^4 + a_3 G^3 + a_2 G^2 + a_1 G + a_0 I \quad (4.40)$$

$$c(G) = \begin{bmatrix} -2,777 \times 10^{12} & 12,769 \times 10^{15} & -38,744 \times 10^{18} & 96,209 \times 10^{21} \\ -8,575 \times 10^9 & 36,780 \times 10^{12} & -107,255 \times 10^{15} & 259,299 \times 10^{18} \\ -9,788 \times 10^6 & 37,378 \times 10^9 & -102,650 \times 10^{12} & 238,979 \times 10^{15} \\ -4,593 \times 10^3 & 13,937 \times 10^6 & -34,610 \times 10^9 & 76,110 \times 10^{12} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Una vez calculados los valores que conforman la matriz $c(G)$ se procede a calcular la matriz L , que se presenta en la Ecuación (4.43).

$$L = -c(G)X \quad (4.42)$$

$$L = \begin{bmatrix} -87,870 \times 10^9 & -52,604 \times 10^9 \\ -236,824 \times 10^6 & -141,776 \times 10^6 \\ -218,265 \times 10^3 & -130,664 \times 10^3 \\ -69,513 & -41,613 \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Paso 4: Resolver la ecuación $WC_N^T = 0$ para W . En esta etapa, se debe calcular la matriz C_N según las condiciones de la sección 2.2.8, teniendo en cuenta que $C_N \in \mathbb{R}^{(n-m) \times n}$. La matriz C utilizada en este cálculo corresponde a la especificada en la Ecuación (4.44), ya que el sistema implica dos salidas conocidas.

$$C_N = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

$$\text{rango} \begin{bmatrix} C \\ C_N \end{bmatrix} = n \quad (4.45)$$

$$\text{rango} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = 4 \quad (4.46)$$

$$CC_N^T = 0 \quad (4.47)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T = 0 \quad (4.48)$$

Cumplidas las condiciones previamente analizadas se procede a calcular la matriz W , la matriz equivalente se detalla en la Ecuación (4.49).

$$W = \begin{bmatrix} 598,790 \times 10^{-9} & -309,157 \times 10^{-6} & 99,690 \times 10^{-3} & 100,001 \times 10^{-3} \\ 598,790 \times 10^{-9} & -309,157 \times 10^{-6} & 99,690 \times 10^{-3} & 100,001 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Paso 5: Establecer V según la Ecuación (2.67). La matriz V resultante se presenta en la Ecuación (4.50).

$$V = \begin{bmatrix} -253,764 \times 10^{-3} & -151,941 \times 10^{-3} \\ -253,764 \times 10^{-3} & -151,941 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \quad (4.50)$$

Establecer las matrices H y Q a partir de las ecuaciones de la sección 2.2, teniendo en consideración que la matriz $D = 0$, por tal motivo la matriz $Q = VD = 0$, mientras que, la matriz H calculada se presenta en la Ecuación (4.51).

$$H = \begin{bmatrix} -3,712 \times 10^9 & -2,239 \times 10^9 \\ -10,315 \times 10^6 & -6,225 \times 10^6 \\ -9,930 \times 10^3 & -6,003 \times 10^3 \\ -3,383 & -2,055 \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

Una vez concluido el algoritmo de aproximación algebraica, se han derivado las matrices que posibilitan la descripción del filtro de diagnóstico, generador de residuales. El modelo matemático correspondiente, basado en las ecuaciones, se expone en la Ecuación (4.52) y la Ecuación (4.53), que representan el observador y el residual, respectivamente.

$$\dot{z} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2779795200000 \\ 1 & 0 & 0 & -8611459000 \\ 0 & 1 & 0 & -10003850 \\ 0 & 0 & 1 & -5165 \end{bmatrix} z + \begin{bmatrix} -3,712 \times 10^9 & -2,239 \times 10^9 \\ -10,315 \times 10^6 & -6,225 \times 10^6 \\ -9,930 \times 10^3 & -6,003 \times 10^3 \\ -3,383 & -2,055 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} -87,870 \times 10^9 & -52,604 \times 10^9 \\ -236,824 \times 10^6 & -141,776 \times 10^6 \\ -218,265 \times 10^3 & -130,664 \times 10^3 \\ -69,513 & -41,613 \end{bmatrix} y \quad (4.52)$$

$$r = \begin{bmatrix} -253,764 \times 10^{-3} & -151,941 \times 10^{-3} \\ -253,764 \times 10^{-3} & -151,941 \times 10^{-3} \end{bmatrix} y - \begin{bmatrix} 598,790 \times 10^{-9} & -309,157 \times 10^{-6} & 99,690 \times 10^{-3} & 100,001 \times 10^{-3} \\ 598,790 \times 10^{-9} & -309,157 \times 10^{-6} & 99,690 \times 10^{-3} & 100,001 \times 10^{-3} \end{bmatrix} z \quad (4.53)$$

4.5. Evaluación del diseño del sistema de detección y diagnóstico

Una vez definida las ecuaciones que rigen el modelo dinámico del motor de inducción de jaula de ardilla, aplicado la transformada de Clarke en condición nominal y en condición de fallo. Así como, el cálculo de los valores respectivos para el observador de detección y diagnóstico de fallo, considerando los parámetros estimados del modelo físico del banco de pruebas.

Previo a la simulación del sistema mecatrónico del motor de inducción acoplado a una caja de engranajes, es necesario definir la metodología de implementación de los modelos matemáticos del sistema acoplado y de los filtros de diagnóstico. En una primera etapa se implementa en paralelo al modelo del motor el filtro de detección y diagnóstico, del cual se obtiene las señales estimadas del flujo y corriente en coordenadas de Clarke, a su vez la diferencia de la señal de corriente del modelo del motor aplicada la transformada de Clarke con la señal de corriente generada por el observador dan como resultado el residual de corriente del estator donde se analizará características relacionadas con el fallo de diente roto, ver Figura 4.1.

En una segunda etapa, las señales de corriente y flujo en coordenadas de Clarke generadas por el observador, son utilizadas para determinar el par eléctrico estimado. El par eléctrico estimado se resta del par eléctrico generado por el modelo del motor acoplado a una caja de engranajes, dando como resultado el residual del par eléctrico donde se analizará características relacionadas con el fallo de diente roto, ver Figura 4.2.

Finalmente se presenta el diagrama de implementación en el software Simulink para la simulación del modelo del sistema del motor de inducción acoplado al modelo del sistema de la caja de engranajes bajo el modo de fallo de tipo diente roto, ver Figura 4.3.

Para cumplir con este objetivo se han generado cuatro programas en MATLAB y uno en Simulink, descritos a continuación:

- **geofallos:** Software que calcula los parámetros esenciales, como K_{min} , K_{max} , C_{min} , C_{max} , requeridos para el modelo de la caja de engranajes en su estado nominal. Además, tiene en cuenta el porcentaje de rotura del diente en uno de los engranajes [Jimenez, 2022].
- **archivomaestro:** Software que recopila los parámetros del sistema en situaciones de fallo, incluyendo coeficientes de rigidez y amortiguamiento resultantes, coeficiente de pérdida por fricción, momentos de inercia, así como condiciones operativas como velocidad

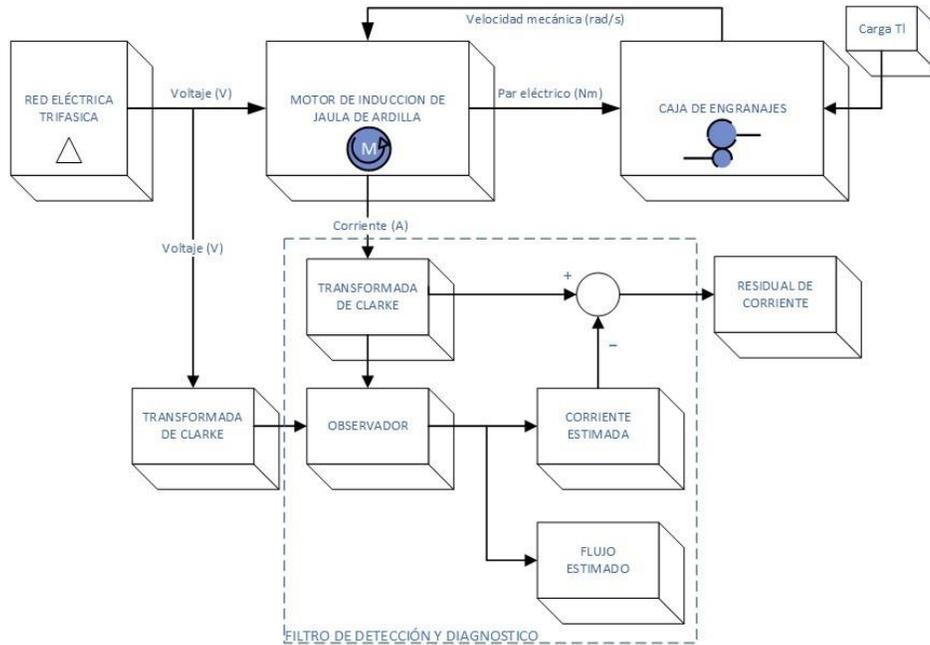


Figura 4.1: Diagrama del sistema de detección y diagnóstico de fallos aplicados al modelo del motor de inducción acoplado al modelo de la caja de engranajes para obtener el residual de corriente.

de rotación, par de carga y par motor [Jimenez, 2022].

- **espacioestados:** Software de cálculo de las matrices para la formulación en espacio de estados del modelo de la caja de engranajes en situaciones de fallo de diente roto. Siendo uno de los códigos necesarios para el funcionamiento del diagrama de bloques construido en Simulink y presentado en el trabajo de [Jimenez, 2022].

La configuración del software para el proceso de simulación se ha establecido utilizando el método de resolución de ecuaciones diferenciales de paso fijo Runge-Kutta (ode-4), con un paso de tiempo de 2×10^{-5} segundos, lo que equivale a una frecuencia de muestreo de 50000 Hz.

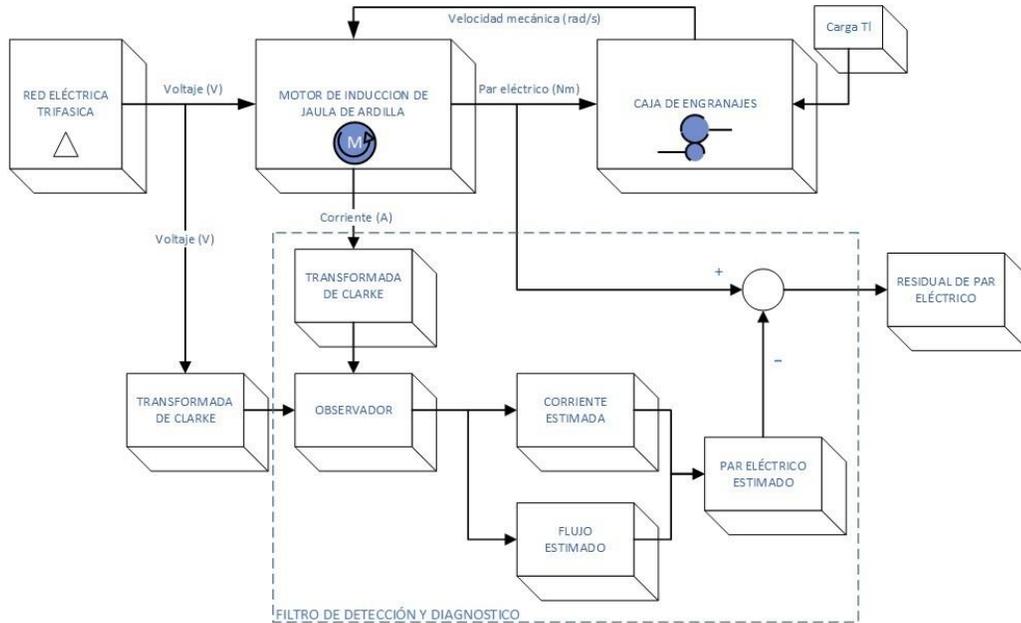


Figura 4.2: Diagrama del sistema de detección y diagnóstico de fallos aplicados al modelo del motor de inducción acoplado al modelo de la caja de engranajes para obtener el residual de par.

4.5.1. Evaluación del observador de detección

La validación del sistema del observador de detección de fallos se efectúa mediante la simulación del filtro de detección junto con el modelo de la planta que experimenta fallos. Se ha desarrollado un código en Matlab específico para este propósito, el cual se describe a continuación:

- **disenodeteccion:** Código en el que se incorpora el filtro de detección y facilita el cálculo de las ganancias necesarias para establecer una dinámica operativa adecuada del observador de Luenberger.

Para evaluar el observador de detección de fallos, las condiciones de simulación para el sistema combinado del modelo y el filtro de detección incluyen una severidad de fallo de diente roto del 62,5 % con una frecuencia de muestreo de 50000 Hz. La Figura 4.4 muestra los residuales de corriente, y la Figura 4.5 muestra el residual de par generado por el filtro de detección bajo

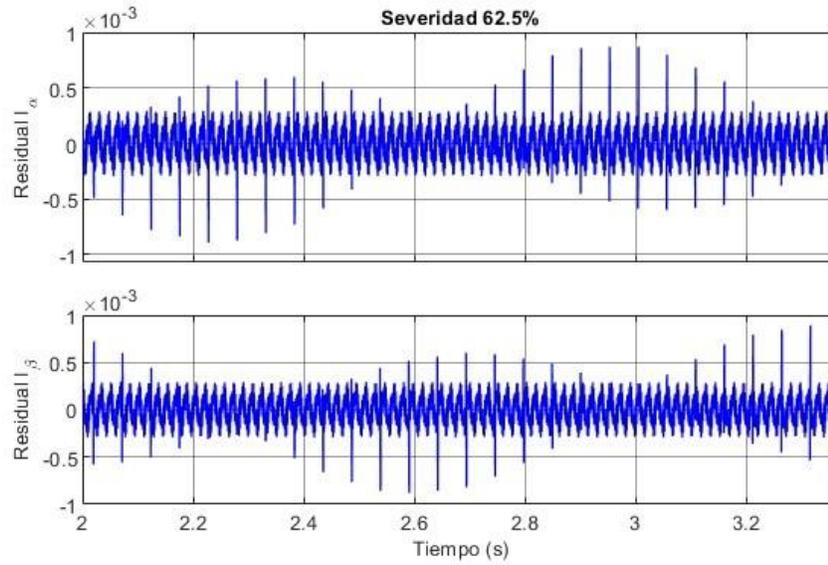


Figura 4.4: Residuales de corriente del filtro de detección resultante de la simulación del modelo del sistema sujeto a fallo de diente roto con severidad del 62,5%.

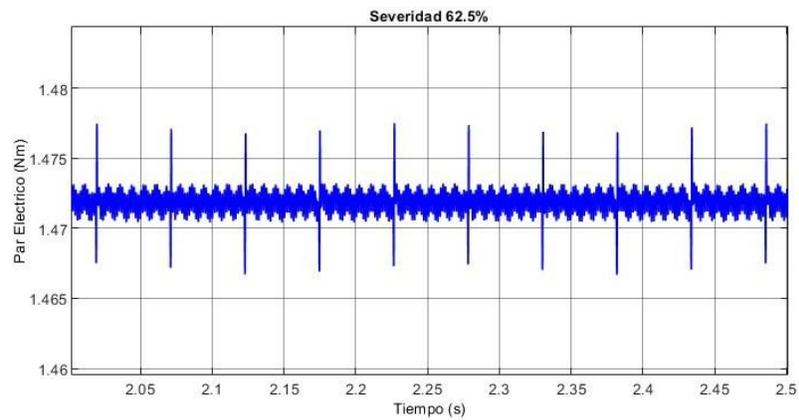


Figura 4.5: Residual de par eléctrico del filtro de detección resultante de la simulación del modelo del sistema sujeto a fallo de diente roto con severidad del 62,5%.

las condiciones establecidas. Se puede observar la sensibilidad del residual de corriente y par ante la presencia de fallos, evidenciada por picos relacionados con la presencia de un fallo de diente roto en la caja de engranajes.

4.5.2. Evaluación del observador de diagnóstico

La evaluación del sistema del observador de diagnóstico de fallos se lleva a cabo mediante la simulación del filtro de diagnóstico en conjunto con el modelo de la planta afectada por el fallo de diente roto. Se ha desarrollado un código en Matlab adicional al mencionado anteriormente, que se describe a continuación:

- **disenodiagnost:** Programa en el que se desarrolla el algoritmo de aproximación algebraica descrita en la sección 4.6. Además, permite calcular las matrices que caracterizan el observador de diagnóstico.

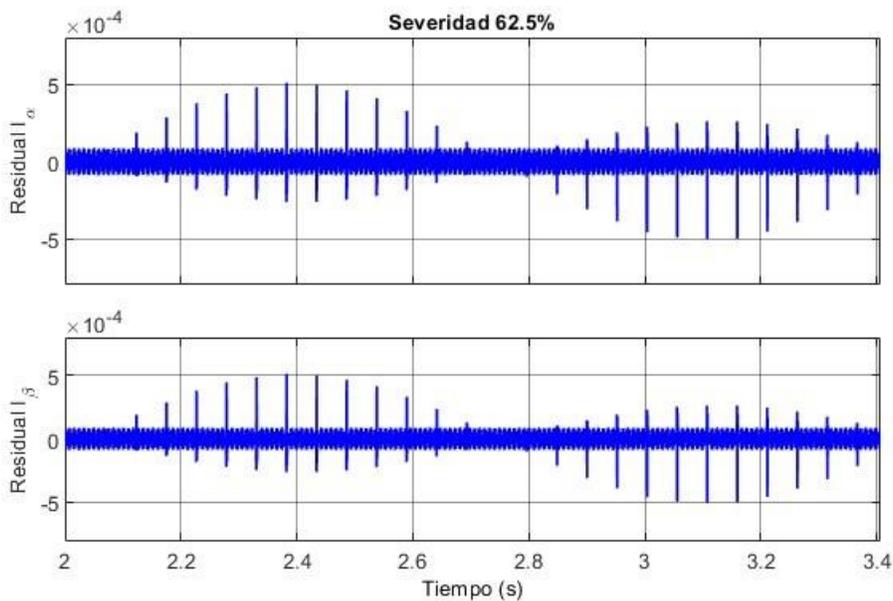


Figura 4.6: Residuales del filtro de diagnóstico resultante de la simulación del modelo del sistema sujeto a fallo de diente roto con severidad del 62,5 %.

En la evaluación del observador de diagnóstico de fallos, se mantienen las condiciones de simulación del sistema conjunto del modelo y el filtro de

diagnóstico establecidas previamente para el sistema en condición de fallo. La Figura 4.6 muestra los residuales generados por el filtro de diagnóstico bajo las condiciones predefinidas.

Los resultados de la simulación del filtro de detección y diagnóstico, junto con el modelo acoplado bajo una severidad de fallo del 62,5 % de diente roto, confirman la presencia de picos durante el tiempo de contacto del diente afectado en cada uno de los residuales generados por el filtro de diagnóstico.

Capítulo 5

Resultados

En este capítulo se detalla el proceso de validación de los residuales generados por el filtro de detección y diagnóstico operando en paralelo al modelo acoplado del motor de inducción de jaula de ardilla con el modelo de la caja de engranajes en condición nominal y en condición de fallo de diente roto. Se analiza las señales temporales y frecuenciales de los residuales de corriente y de par generados por el sistema simulado, en los que se puede apreciar cambios periódicos en las amplitudes y magnitudes en frecuencias específicas que permiten identificar la presencia de fallo en estado estable.

Posterior a este análisis se implementa el filtro de detección basado en el observador de Luenberger en paralelo a los datos experimentales de voltaje y corriente del estator del banco de pruebas del laboratorio de vibraciones del GIDTEC, donde se analiza las residuales de corriente y par eléctrico generados en el dominio del tiempo y de la frecuencia, en los que se puede apreciar magnitudes en frecuencias específicas que permiten identificar la presencia de fallo en estado estable.

5.1. Validación del modelo matemático del motor de inducción

En primer lugar, se valida las corrientes simuladas del modelo dinámico del motor de inducción, al comparar con los datos experimentales obtenidos a partir del banco de pruebas detallado en la sección 2.2.10, para efecto de los análisis solo se considera una fase, en este caso la fase α , en coordenadas originales, o la componente α en coordenadas de Clarke.

En la Figura 5.1 se muestra la característica principal de la señal de corriente del motor de inducción acoplado a la caja de engranajes de diente recto en condiciones nominales, en la misma se puede apreciar que en el caso de la simulación, la señal de corriente se mantiene en amplitud y forma constante durante todo el período estacionario, mientras que, en el caso de la señal experimental presenta cambios en su forma y amplitud durante todo el régimen estacionario, una de las razones de este fenómeno puede asociarse a fenómenos propios de la aproximación del modelo.

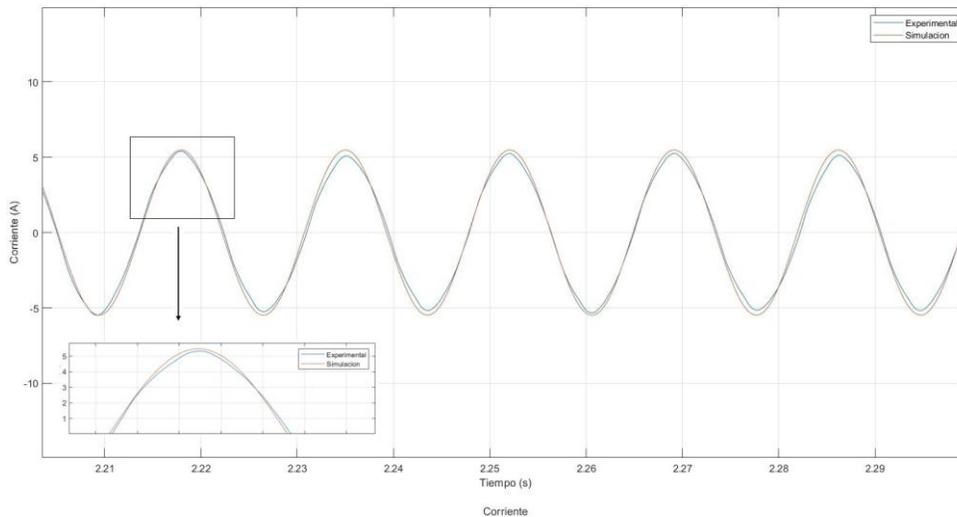


Figura 5.1: Comparación en el tiempo de la señal de corriente medida en fase α y la simulada del motor de inducción, en condiciones de funcionamiento nominales.

En la Figura 5.2 se presenta el comportamiento en el dominio de la frecuencia de las señales de corriente del estator, en ambos casos las señales se encuentran a una frecuencia de 58,6 Hz, en el caso de la señal simulada presenta una amplitud de 5,57 A. Mientras tanto, la señal experimental tiene una amplitud de 5,19 A. Además de presentar varias componentes armónicas cerca de la frecuencia fundamental, las mismas están relacionadas con los elementos conectados a la red eléctrica durante la toma de datos y también están relacionados con los elementos mecánicos propios que conforman el prototipo.

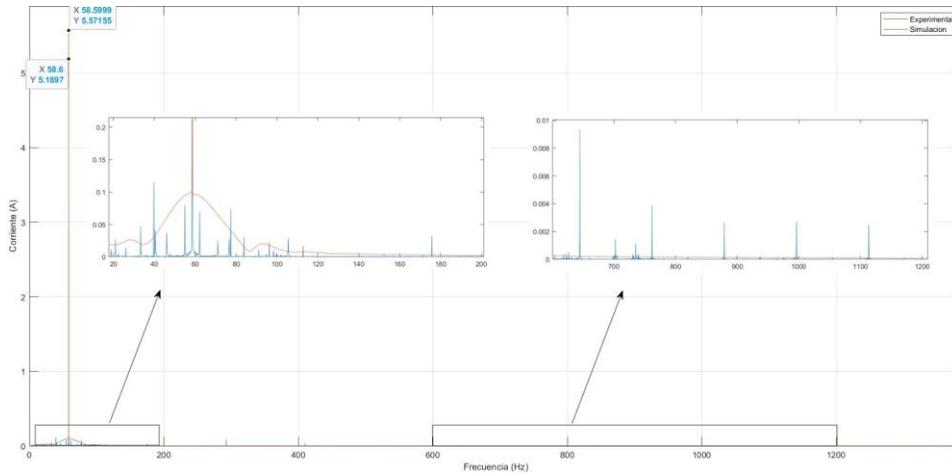


Figura 5.2: Comparación en la frecuencia de la señal de corriente medida y la simulada del motor de inducción, en condiciones de funcionamiento nominales.

La tabla 5.1 presenta el análisis de la señal de corriente simulada y experimental tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia, respecto al valor de la media aritmética se aprecia que existe una diferencia numérica mayor de la señal experimental frente a la simulada y en conjunto con la desviación estándar existe una mayor dispersión respecto a la media aritmética en los datos experimentales. Por otro lado, en el análisis frecuencial se aprecia que ambas señales trabajan a una frecuencia de 58,6 Hz con un error relativo en la amplitud de la corriente del 6,8 %, lo que nos permite confirmar que la señal de corriente simulada es válida para el análisis del filtro de detección y diagnóstico.

Tabla 5.1: Datos estadísticos de la señal de corriente simulada y experimental

Variable	Simulación	Experimental
\bar{x}	$45,2362 \times 10^{-6}$	$1,8588 \times 10^{-3}$
σ	2.4671	3.5895
$ u $	5.57	5.19
ω [Hz]	58.6	58.6

En segundo lugar, se valida la señal de par eléctrico simulado del modelo dinámico del motor de inducción, al comparar con los datos experimentales del banco de pruebas en condición de funcionamiento nominal, esto es, con la caja acoplada sin fallo y carga L3. En la Figura 5.3 se aprecia que en el caso de la señal simulada el par eléctrico tiene un valor medio de $4,6974Nm$, mientras que el par eléctrico experimental tiene un valor medio de $5,4594Nm$, con un error relativo entre las señales del 13,95 %, adicional se puede apreciar que el par eléctrico se mantiene constante durante todo el estado estable, lo que nos permite confirmar que la señal de par simulada es válida para el análisis del filtro de detección y diagnóstico.

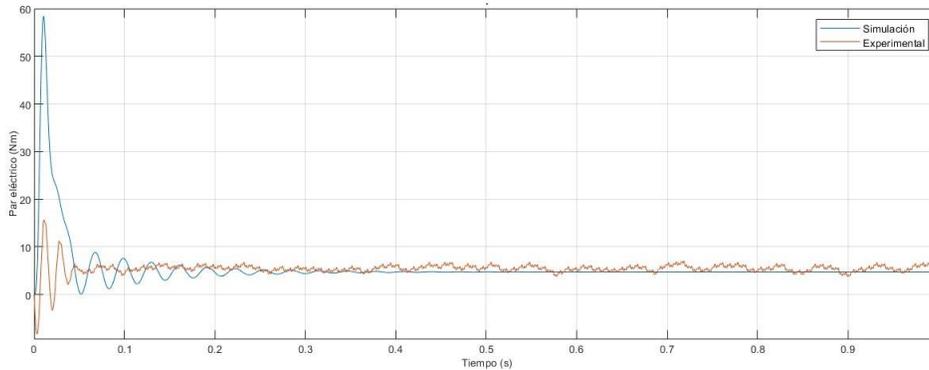


Figura 5.3: Comparación en el tiempo de la señal de par eléctrico medida y la simulada del motor de inducción, en condiciones de funcionamiento nominales.

5.2. Resultados del filtro de detección basado en observadores en el modelo simulado

En esta sección, se analiza los residuales obtenidos por el filtro de detección basado en el observador de Luenberger. Teniendo en cuenta, que en la etapa de diseño del filtro de detección se consideró la disponibilidad de dos salidas del sistema, que corresponden a las corrientes del sistema aplicadas la transformada de Clarke, se obtuvieron dos residuales relacionados con las corrientes del estator del motor de inducción.

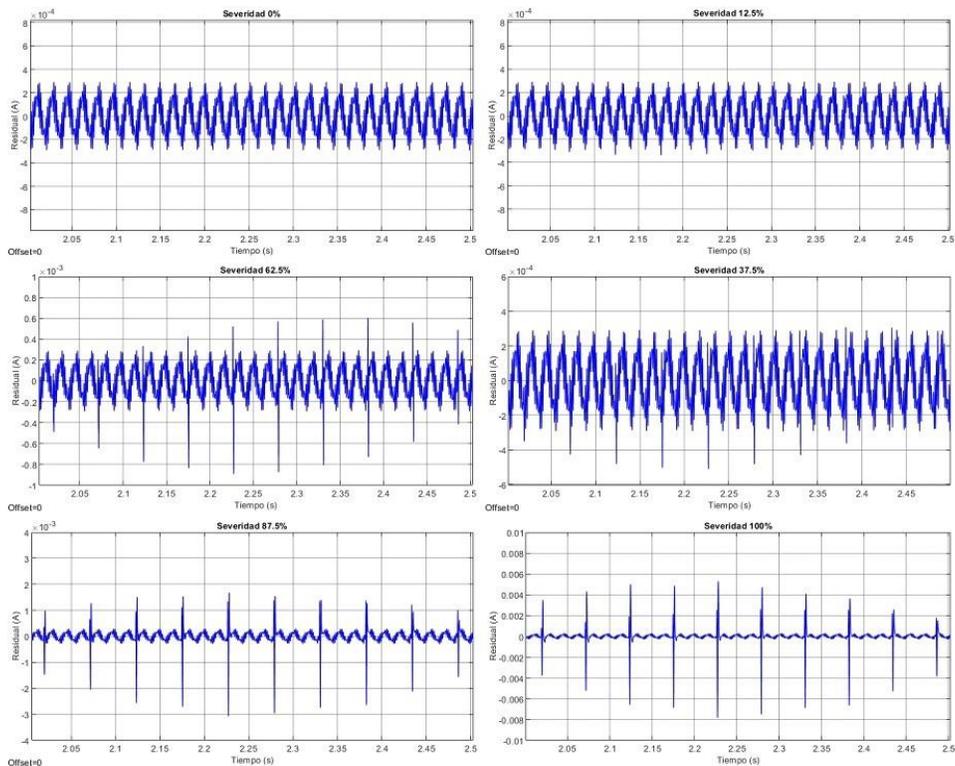


Figura 5.4: Residual de corriente I_α generado por el filtro de detección operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.

Al verificar los residuales generados por el filtro de detección basado en el observador de Luenberger bajo diferentes severidades de fallo, se concluye

que en condición nominal y hasta una severidad de fallo de diente roto del 25 % la amplitud del residual tiende a cero sin presencia de picos, mientras que a partir de una severidad de fallo desde el 37,5 % hasta el 100 % de diente roto. La señal temporal del residual presenta amplitudes específicas durante el tiempo de contacto del diente afectado. En este escenario, se evidencia cambios de amplitud en el tiempo de contacto del diente afectado que son proporcionales a la severidad de fallo, los resultados se presentan en la tabla 5.2 y pueden ser visualizados en la Figura 5.4.

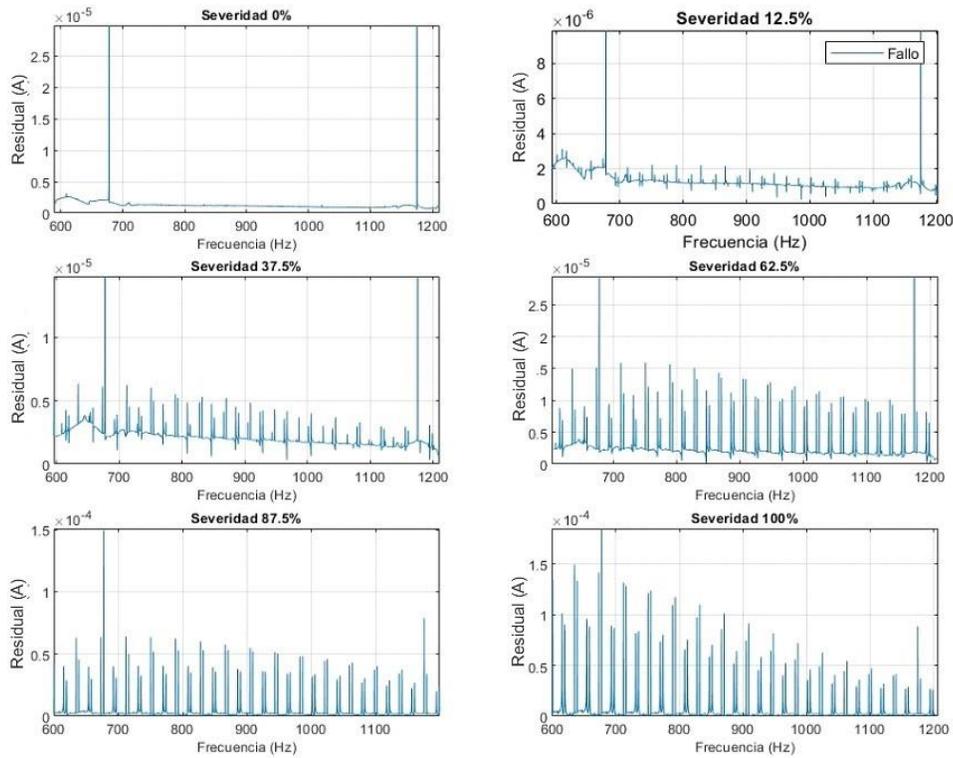


Figura 5.5: Respuesta frecuencial del residual de corriente I_α generado por el filtro de detección operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.

Se analizó los espectros de frecuencia de la FFT de cada uno de los residuales bajo diferentes severidades de fallo, en los que se presenta

armónicos alrededor de la frecuencia de engrane desfasados a una frecuencia aproximada de 19,2 Hz, que corresponden a la frecuencia de giro del engranaje afectado. En este escenario, se puede evidenciar diferencias en las magnitudes de los armónicos generados en función de la severidad de fallo y también la presencia de estos armónicos a partir de una severidad de fallo del 12,5 % del diente roto. A diferencia del análisis temporal permite reconocer la presencia de fallo con una severidad mínima de rotura de diente, estos resultados pueden ser visualizados en la Figura 5.5.

En la tabla 5.2 se detallan los valores de la media aritmética, desviación estándar, así como, la frecuencia característica del espectro de frecuencia de la señal simulada del modelo matemático del motor. En este escenario se puede evidenciar que las señales son simétricas. Debido a que el valor de la media aritmética tiende a cero, por otra parte, la desviación estándar nos brinda mayor información de la dispersión de los datos respecto a la media aritmética, donde el valor de la dispersión varía proporcionalmente según la severidad de fallo de diente roto. En el caso del análisis frecuencial, todas las señales obtenidas por el residual presentan una frecuencia fundamental de 58,6 Hz, con una variación mínima en las amplitudes según cada severidad de fallo de diente roto.

Tabla 5.2: Datos estadísticos del residual generado por el filtro de detección de fallos aplicado al modelo matemático del motor acoplado a la caja de engranajes en condición de fallo.

Severidad	Tiempo		Frecuencia		
	\bar{x}	σ	$ u $	ω [Hz]	$ u _{\omega=644,6Hz}$
0 %	680.7312×10^{-9}	24.8873×10^{-3}	0.03311	58.6	0,000284242
12.5 %	680.8090×10^{-9}	24.8873×10^{-3}	0.03311	58.6	0,000289975
25 %	680.9046×10^{-9}	24.8873×10^{-3}	0.03311	58.6	0,000378562
37.5 %	-983.3316×10^{-9}	24.8942×10^{-3}	0.03367	58.6	0,000478861
50 %	-983.3702×10^{-9}	24.8942×10^{-3}	0.03367	58.6	0,000637421
62.5 %	-983.3567×10^{-9}	24.8944×10^{-3}	0.03366	58.6	0,000864486
75 %	-983.1524×10^{-9}	24.8944×10^{-3}	0.03366	58.6	0,00102543
87.5 %	-982.0398×10^{-9}	24.8968×10^{-3}	0.03366	58.6	0,00301841
100 %	-975.4130×10^{-9}	24.9089×10^{-3}	0.03366	58.6	0,00767355

A continuación se analizan los residuales de par eléctrico generados por el filtro de detección basado en el observador de Luenberger. Al verificar los

residuales de par eléctrico se resalta que la amplitud del residual no tiende a cero como en el caso del residual de corriente, esto se debe a que el cálculo del filtro de detección considero al modelo del motor sin carga, ya que esta es una variable que cambia con relación al sistema mecánico acoplado, de igual manera este cambio de magnitud esta relacionado a las consideraciones a las que se encuentra sujeto el modelo matemático que se detallaron en el capítulo 3.

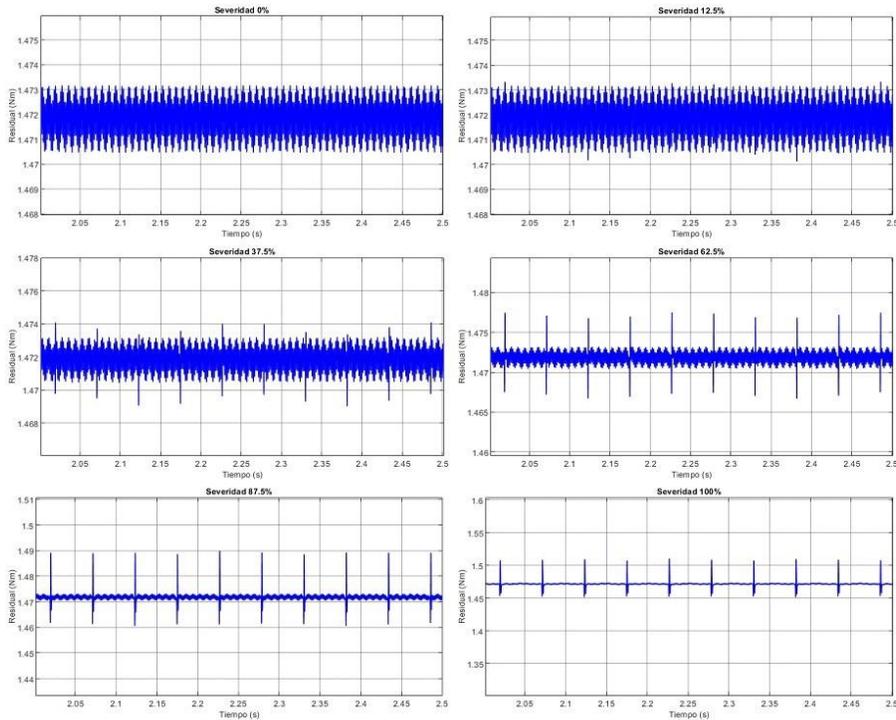


Figura 5.6: Residual de par eléctrico generado por el filtro de detección operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.

A partir del residual de par eléctrico generado por el filtro de detección bajo diferentes severidades de fallo de diente roto, se concluye que en condición nominal hasta una severidad de fallo del 25 % la amplitud del residual tiende a un valor de $1,47Nm$, mientras que a partir de una severidad del 37,5 % el residual presenta cambios específicos en su magnitud durante el tiempo de contacto del diente afectado, estos resultados pueden ser

visualizados en la Figura 5.6.

Se analizó la respuesta frecuencial de cada uno de los residuales bajo diferentes severidades de fallo, en los que se presenta armónicos alrededor de la frecuencia de engrane desfasados a una frecuencia aproximada de 19,3 Hz, que corresponden a la frecuencia de giro del engranaje afectado. En este escenario, se puede evidenciar diferencias en las magnitudes de los armónicos generados en función de la severidad de fallo y también la presencia de estos armónicos a partir de una severidad de fallo del 12,5% del diente roto. A diferencia del análisis temporal permite reconocer la presencia de fallo con una severidad mínima de rotura de diente, estos resultados pueden ser visualizados en la Figura 5.7.

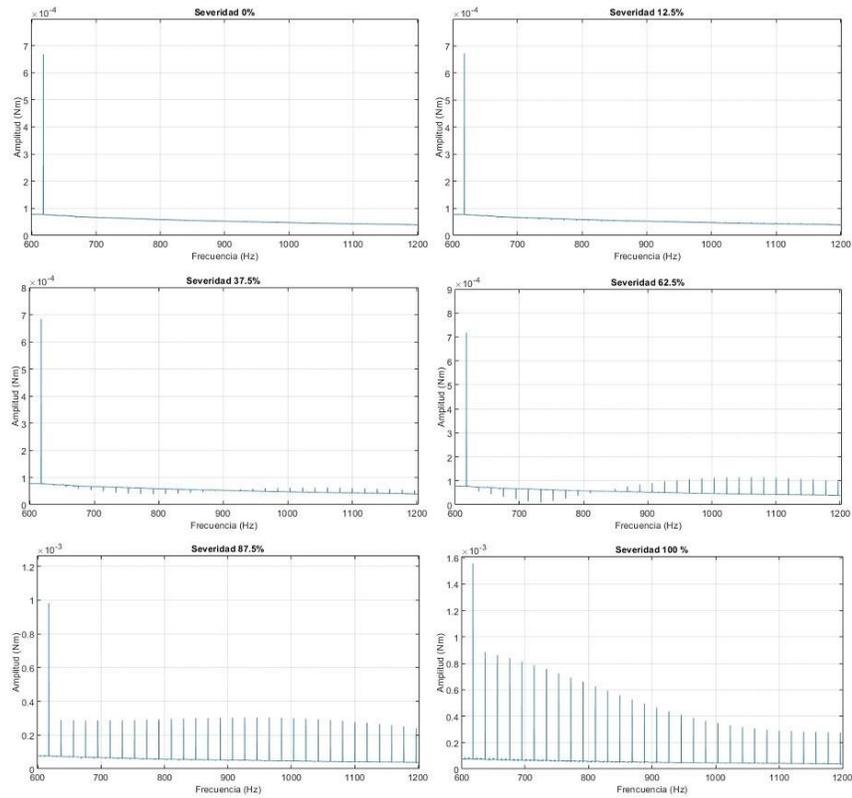


Figura 5.7: Respuesta frecuencial del residual de par eléctrico generado por el filtro de detección operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.

5.3. Resultados del filtro de diagnóstico aplicado al modelo simulado

En esta sección, se analizará los residuales obtenidos por el filtro de diagnóstico. Es importante recordar que estos residuales no tienen relación con las señales de corriente, por cuanto son residuales obtenidos de una etapa de posfiltro. Se obtuvieron dos residuales a partir de las señales de las corrientes del estator del motor de inducción aplicadas la transformada de Clarke.

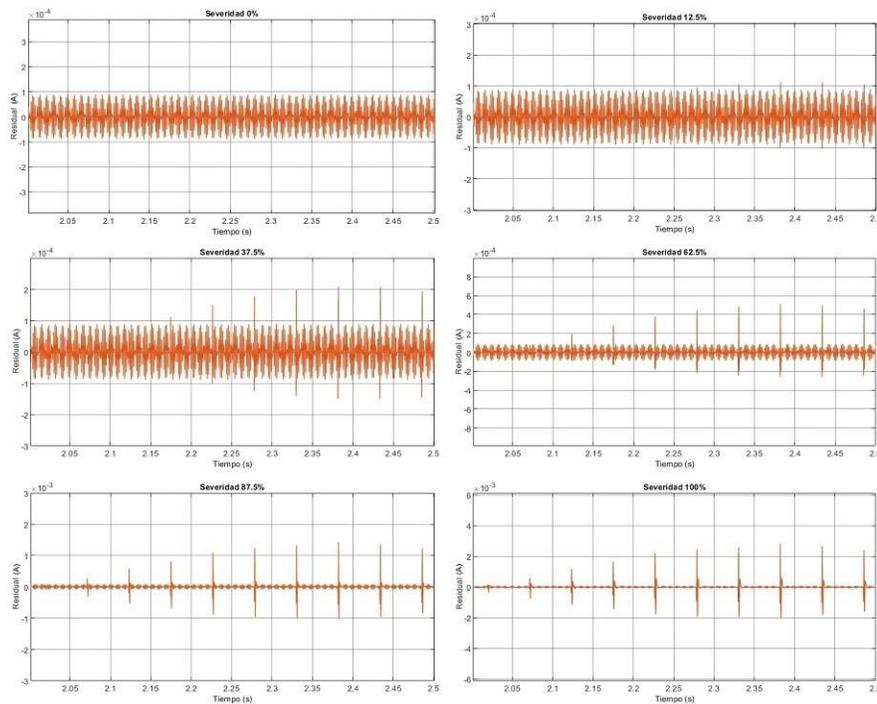


Figura 5.8: Residual generado por el filtro de diagnóstico operando en paralelo al motor de inducción acoplado a una caja de engranajes con diferentes severidades de fallo.

Al verificar los residuales generados por el filtro de diagnóstico bajo diferentes severidades de fallo, se concluye que en condición nominal y hasta una severidad de fallo de diente roto del 25 % la amplitud del residual tiende a cero sin presencia de picos, mientras que a partir de una severidad de

fallo desde el 37,5 % hasta el 100 % de diente roto. La señal temporal del residual presenta picos específicos durante el tiempo de contacto del diente afectado. En este escenario, se evidencia picos específicos durante el tiempo de contacto del diente afectado, que son proporcionales a la severidad de fallo, los resultados pueden ser visualizados en la Figura 5.8.

Nota: Al verificar los resultados de los residuales de diagnóstico y compararlos frente a los residuales del filtro de detección, se puede concluir que los dos filtros tienen comportamientos similares que permiten determinar el fallo de diente roto a partir de las señales de corriente del estator. Por tal motivo, para los siguientes análisis se utilizará solamente los resultados del filtro de detección.

5.4. Resultado del filtro de detección aplicado a los datos experimentales del sistema en condición de fallo

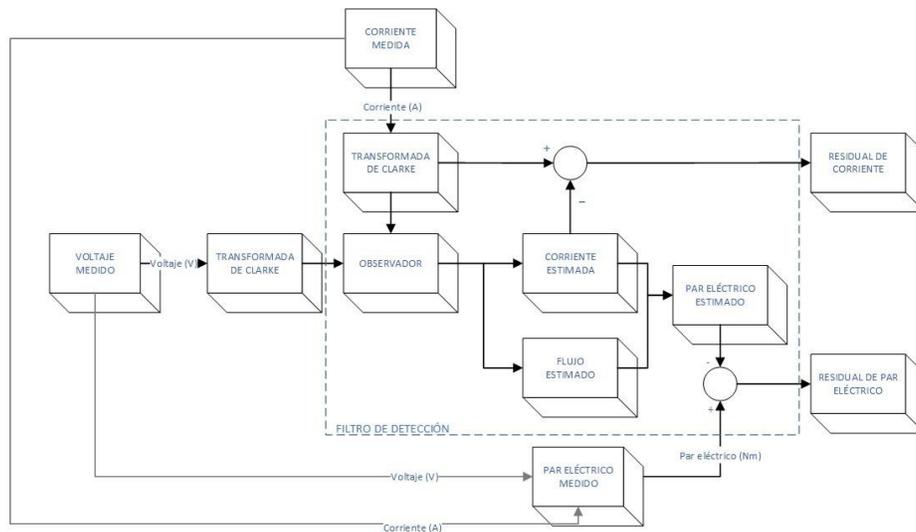


Figura 5.9: Comparativa de la señal de corriente frente a la señal del residual de los datos experimentales.

Es necesario definir la metodología de generación del residual de corriente, así como la generación del par eléctrico estimado a partir de filtro de

detección, y la generación del par eléctrico real a partir de las señales de corriente y voltaje medidas, ver Figura 5.9:

1. La señal del voltaje y corriente se conectan como entradas del filtro de detección, del cual se obtiene las señales estimadas del flujo y corriente en coordenadas de Clarke.
2. La diferencia de la señal de corriente medida aplicada la transformada de Clarke con la señal de corriente generada por el observador dan como resultado el residual de Corriente donde se analizará características relacionadas con el fallo de diente roto.
3. La señal de par eléctrico medido se estima con las señales de corriente y voltaje medidas, en vectores especiales, ya que coinciden en magnitud con el par eléctrico en coordenadas de Clarke.
4. Las señales de corriente y flujo en coordenadas de Clarke generadas por el observador, son utilizadas para determinar el par eléctrico estimado, que se resta del par eléctrico medido, dando como resultado el residual del par eléctrico

Se comparará la señal de corriente experimental en condición de fallo con el residual del filtro de detección sometido a un fallo de diente roto con una severidad del 100 %, con la finalidad de concluir cuál de las señales presentan mayor información sobre la presencia del fallo.

En la Figura 5.10 se observa la señal temporal de los datos experimentales de la corriente con una severidad de fallo del 100 % de diente roto, en la misma no se aprecia ninguna condición o variación de la señal que indique la presencia de fallo, por otra parte, en el caso del residual generado por el filtro de detección, es notorio identificar una modificación de forma que hace relación a la condición de fallo de diente roto, que también puede estar relacionada al proceso de adquisición de datos.

En la Figura 5.11 y Figura 5.12 se observa los espectros de la FFT de la corriente experimental con una severidad de fallo del 100 % de diente roto. En el caso de la Figura 5.11 se puede apreciar la frecuencia fundamental del sistema que tiende a los 58,6 Hz, y en el caso de la Figura 5.12 se puede apreciar la componente relacionada con la frecuencia de engrane a los 644,6 Hz, notando que ambas señales presentan un comportamiento similar en presencia de fallo.

Por lo antes mencionado, se puede concluir que, para la detección de fallo de diente roto, la señal del residual de corriente obtenida a partir del

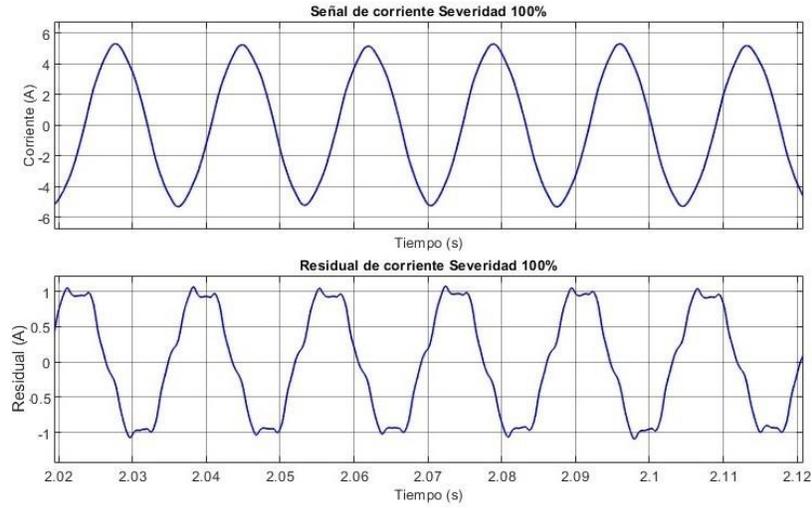


Figura 5.10: Comparativa de la señal de corriente frente a la señal del residual de los datos experimentales.

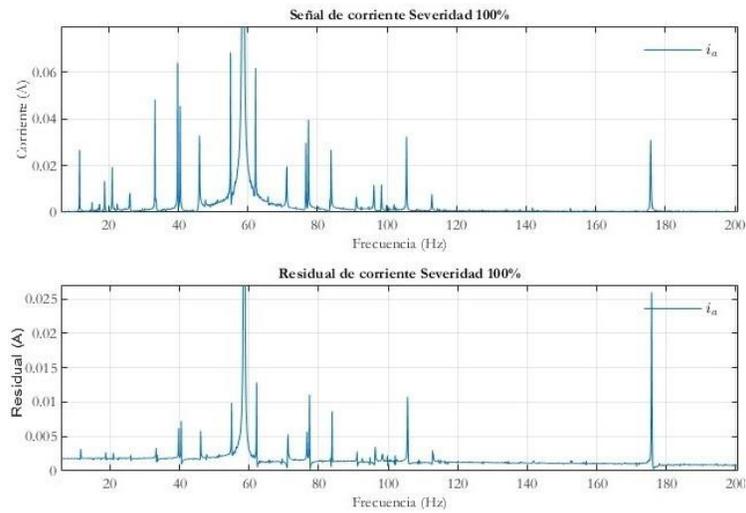


Figura 5.11: Comparativa de la respuesta frecuencial de corriente frente a la señal del residual de los datos experimentales alrededor de la frecuencia fundamental

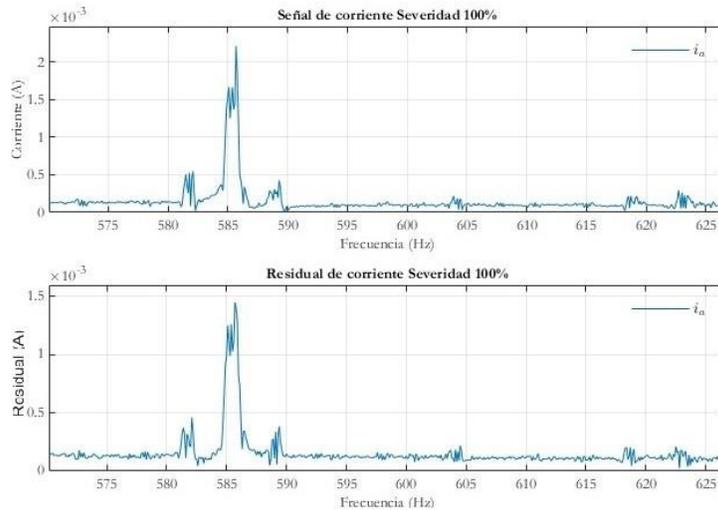


Figura 5.12: Comparativa de la respuesta frecuencial de corriente frente a la señal del residual de los datos experimentales alrededor de la frecuencia de engrane.

filtro de detección es más notable en amplitud de su espectro, que la señal experimental de corriente del estator del motor de inducción.

Para completar el análisis de la capacidad informativa de los residuales de corriente I_α y I_β frente a la señal de corriente en coordenadas originales, en la Figura 5.13, se evidencian los cambios del residual para diferentes severidades de fallo de diente roto.

Como se manifestó en la sección 5.1, las señales de corriente obtenidas de manera experimental presentan imprecisiones en las mediciones, que no permiten la reconstrucción de las señales de manera fiable, por tal motivo, se podrán generar residuales que no presenten información adecuada o similar a los resultados obtenidos mediante la simulación detallada en la sección 5.2.

Al verificar los residuales generados por el observador de detección bajo diferentes severidades de fallo, se concluye que con los datos de corrientes medidas, en el análisis temporal no permite evidenciar la presencia de fallos de tipo de diente roto en ninguna de las severidades analizadas, por otro parte, la información generada en el residual, hace referencia a las imprecisiones de los datos que presentan las señales de corriente experimentales utilizadas para este análisis como se puede observar en la Figura 5.13.

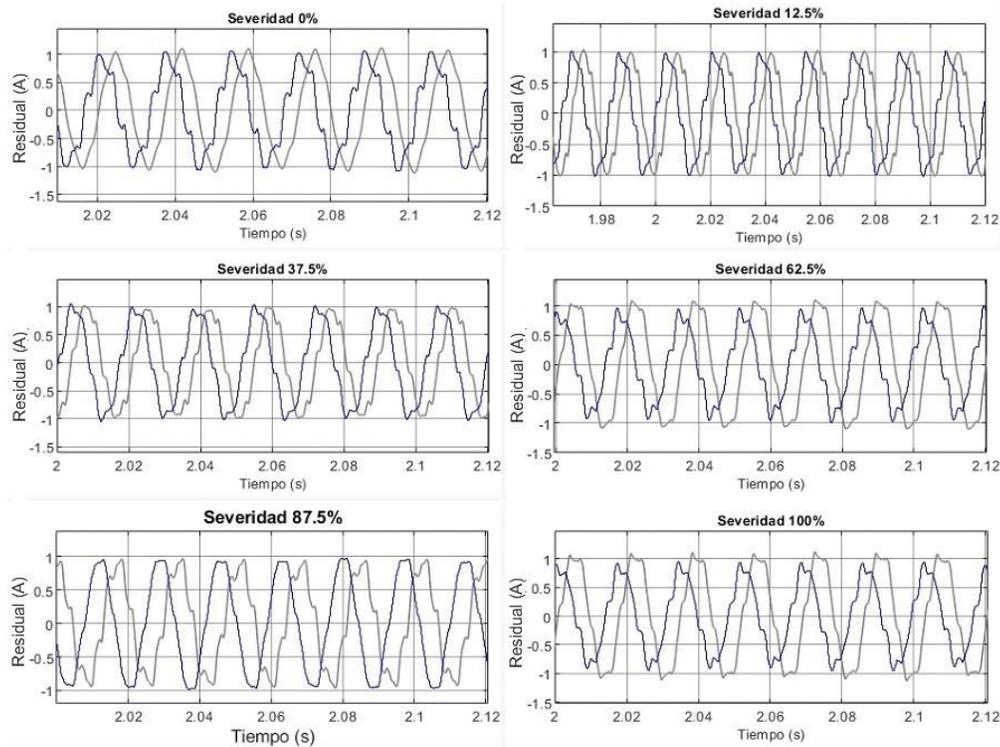


Figura 5.13: Residual de corriente I_α e I_β generado por el filtro de detección operando en paralelo a los datos experimentales.

Desde el análisis frecuencial del residual, a diferencia de los resultados obtenidos en la simulación, no se presentan armónicos con un desfase correspondiente a la frecuencia de giro del engranaje afectado, en este caso podemos ver armónicos desfasados a una frecuencia de alrededor de 100 Hz, la misma que presenta magnitudes proporcionales a la severidad de fallo de diente roto, que se presenta en la Tabla 5.3. Por otra parte, se puede verificar la presencia de armónicos alrededor de la frecuencia de engrane misma que está relacionado por su comportamiento al fallo de diente roto, esta información puede verificarse en la Figura 5.12 y Figura 5.14.

En la tabla 5.3 se detallan los valores de la media aritmética, desviación estándar, así como, la frecuencia característica del espectro de frecuencia del residual de corriente de los datos experimentales. En este escenario se puede

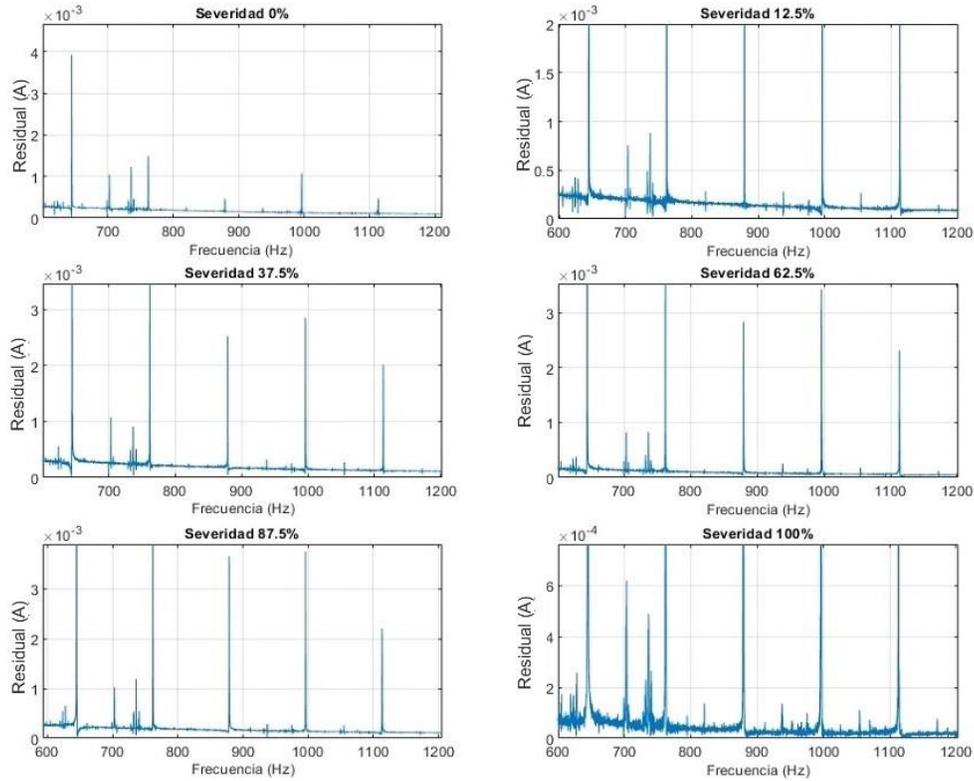


Figura 5.14: Respuesta frecuencial del residual de corriente I_α generado por el filtro de detección operando en paralelo a los datos experimentales en el dominio de la frecuencia.

evidenciar que los residuales son simétricos, ya que el valor de la media aritmética tiende a cero, por otra parte, la desviación estándar no varía proporcionalmente según la severidad de fallo de diente roto. En el caso del análisis frecuencial, todas las señales obtenidas por el residual presentan una frecuencia fundamental de 58,59 Hz, con una variación mínima en las amplitudes según cada severidad de fallo de diente roto lo que permite tener información relativa del fallo a partir de una severidad del 50 % de diente roto.

A continuación, se analiza los residuales del par eléctrico. Teniendo en consideración que para la implementación del sistema se cuenta con las señales de tensión de alimentación del estator del motor, así como las señales

Tabla 5.3: Datos estadísticos del residual de corriente I_α generado por el filtro de detección de fallos aplicado a los datos experimentales.

Severidad	Tiempo		Frecuencia		
	\bar{x}	σ	$ u $	ω [Hz]	$ u _{\omega=644,6Hz}$
0 %	574.3380×10^{-6}	726.6014×10^{-3}	1.02372	58.59	0,00392857
12.5 %	1.2535×10^{-6}	781.0366×10^{-3}	1.09801	58.59	0,00392857
25 %	1.2140×10^{-6}	687.0593×10^{-3}	0.95690	58.59	0,0129975
37.5 %	1.9978×10^{-6}	711.0266×10^{-3}	0.98464	58.59	0,0127471
50 %	898.0571×10^{-6}	668.7663×10^{-3}	0.93336	58.59	0,00732235
62.5 %	231.5348×10^{-6}	778.1124×10^{-3}	1.05857	58.59	0,0107248
75 %	490.7373×10^{-6}	722.2211×10^{-3}	1.00595	58.59	0,0108912
87.5 %	-116.0602×10^{-6}	642.2938×10^{-3}	0.89192	58.59	0,0134733
100 %	671.3767×10^{-6}	770.2055×10^{-3}	1.04565	58.59	0,0110095

de corriente del estator, se genera el diagrama de Simulink que acopla el bloque de datos experimentales con el filtro de detección y diagnóstico, tal como se puede apreciar en la Figura 5.15.

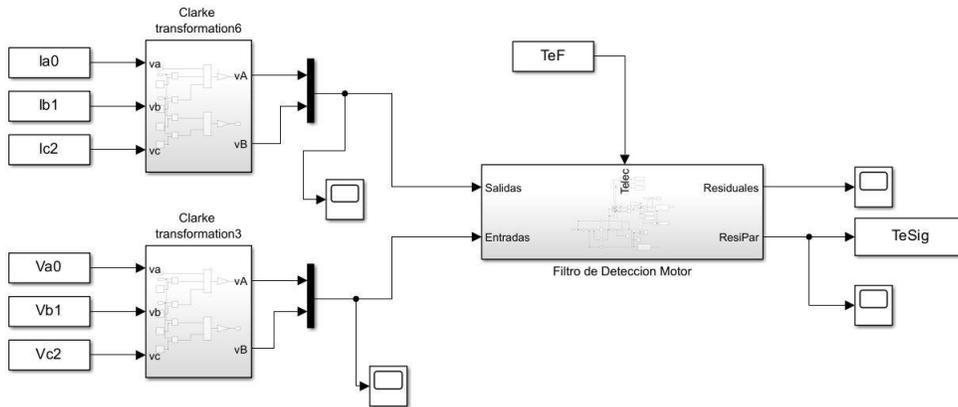


Figura 5.15: Diagrama en Simulink del sistema de detección y diagnóstico de fallos aplicados a los datos experimentales.

Al verificar los residuales de par eléctrico generados por el observador de

detección bajo diferentes severidades de fallo, se concluye que en el análisis temporal no permite evidenciar la presencia de fallos de tipo de diente roto en ninguna de las severidades analizadas, cabe mencionar que la amplitud del residual no tiende a cero como en el caso del residual de corriente, debido a que el cálculo del filtro de detección considera al modelo del motor sin carga. Estos resultados se presentan en la Figura 5.16.

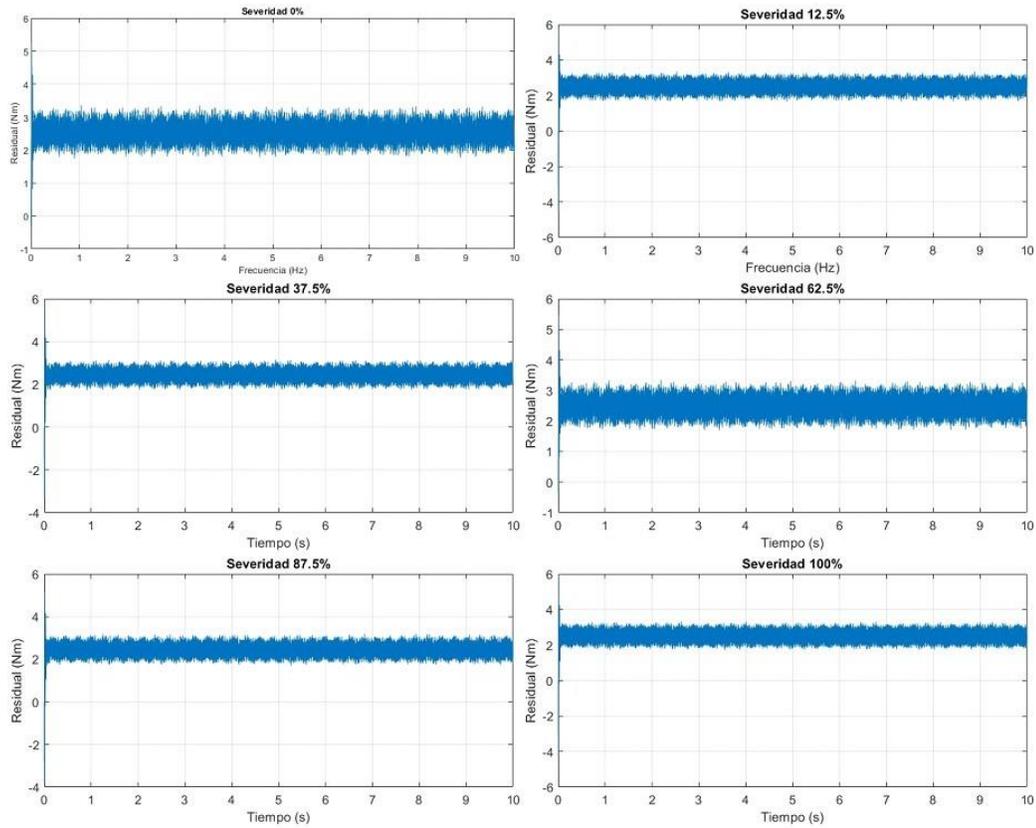


Figura 5.16: Residual de par eléctrico generado por el filtro de detección operando en paralelo a los datos experimentales.

Al analizar la respuesta frecuencial alrededor de la frecuencia de engrane del residual de par eléctrico a diferentes severidades de fallo, no se identifica ninguna característica frecuencial que permita asociar la presencia de un fallo de diente roto. Además, se puede evidenciar que la magnitud de la frecuencia

de engrane no varia de manera proporcional a la severidad de fallo como en el caso del residual de corriente, de igual manera no se aprecia componentes frecuenciales asociadas a la frecuencia de entrada generada por el motor de inducción, ver Figura 5.17.

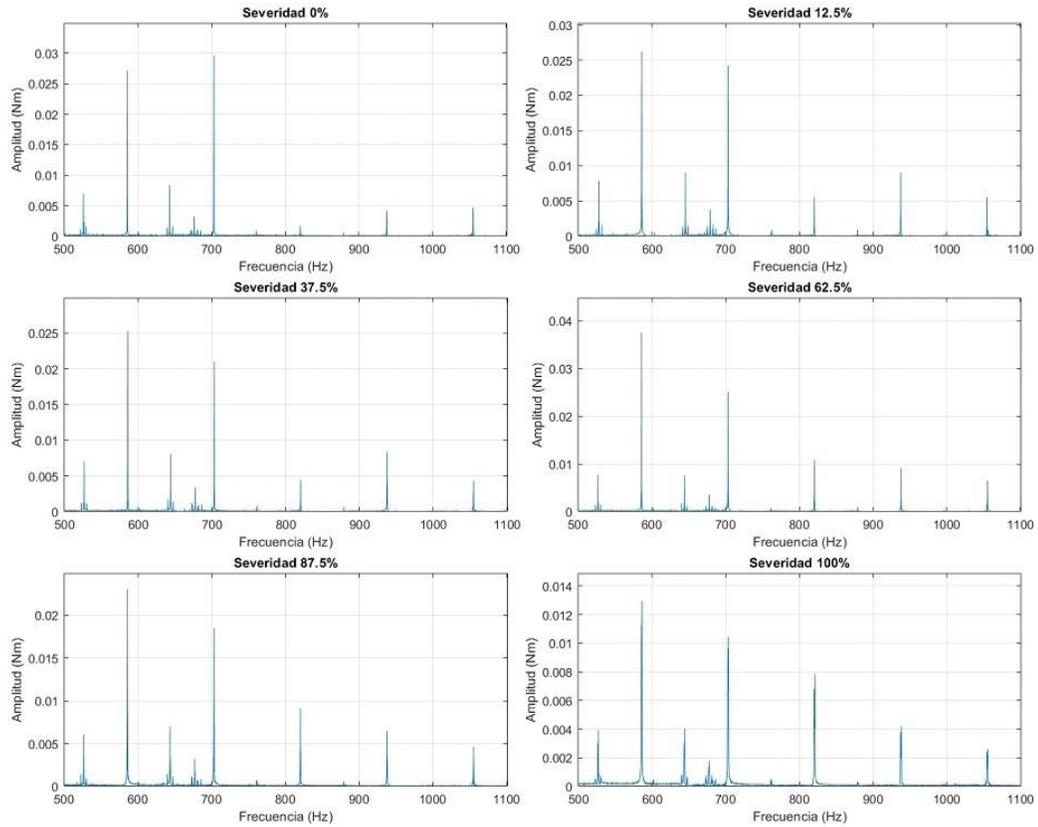


Figura 5.17: Respuesta frecuencial del residual de par eléctrico generado por el filtro de detección operando en paralelo a los datos experimentales.

En la tabla 5.4 se detallan los valores de la media aritmética, desviación estándar, así como, la frecuencia característica del espectro de frecuencia del residual de par eléctrico de los datos experimentales. En este escenario se puede evidenciar que la media aritmética no tiene variación significativa en función de las severidades de fallo, siendo el mismo caso del valor obtenido de la desviación estándar de cada severidad de fallo. Al analizar la respuesta

frecuencial, se observa que las señales obtenidas por el residual presentan una frecuencia de engrane alrededor de 644 Hz y no se evidencia relación en las magnitudes que permitan asociar o identificar la presencia de fallo.

Tabla 5.4: Datos estadísticos del residual de par eléctrico generado por el filtro de detección de fallos aplicado a los datos experimentales.

Severidad	Tiempo		Frecuencia	
	\bar{x}	σ	$ u $	ω [Hz]
0 %	2.355	0.2909	0.0083	643.6
12.5 %	2.315	0.3411	0.009	645.3
25 %	2.304	0.2916	0.0057	644.8
37.5 %	2.344	0.3049	0.00808	644
50 %	2.325	0.3079	0.00749	645.3
62.5 %	2.330	0.3122	0.00756	644.4
75 %	2.302	0.2795	0.00744	644.4
87.5 %	2.278	0.3028	0.00701	643.9
100 %	2.307	0.3366	0.0044	644.4

Al analizar los resultados de los datos experimentales se concluye que la respuesta frecuencial de los residuales de corriente permiten identificar la presencia de fallo de diente roto, mientras que en el análisis del residual de par eléctrico no se identifica la presencia de fallo en las diferentes severidades de diente roto.

Capítulo 6

Conclusiones y Recomendaciones

En el presente capítulo se detallan las conclusiones y recomendaciones obtenidas a partir de los resultados del sistema de detección y diagnóstico de severidad de fallos basado en observadores de estado. Además, se proponen algunos trabajos futuros que se podrían desarrollar en la misma temática del proyecto.

6.1. Conclusiones

El desarrollo de filtros de detección y diagnóstico de fallos basados en el modelo matemático para el caso específico del motor de inducción acoplado a una caja de engranajes rectos, requiere de un proceso estructurado para la obtención del modelo, considerando que existen sistemas cuyo modelo tiene varias representaciones como es el caso del motor de inducción.

En este trabajo se validó el modelo matemático del motor de inducción aplicando la transformada de Clarke, el mismo se encuentra acoplado a una caja de engranajes en condición de fallo de diente roto. Además, se realizó el diseño de un filtro de detección basado en observadores y un filtro de diagnóstico generador de residuales. A continuación se resaltan las principales conclusiones:

- A partir de los parámetros característicos determinados en trabajos previos mediante la técnica de optimización y en conjunto con el modelo matemático del motor de inducción en sus diferentes representaciones generadas por las transformadas de vectores espaciales y transformada de Clarke, se ha podido validar que las variables resultantes del sistema tales como voltaje del estator, corriente del estator, velocidad mecánica y par eléctrico, se validan de manera favorable a las señales de las variables obtenidas de manera experimental en el banco de pruebas del laboratorio de vibraciones. Dentro de las comparaciones en estado estable en condición de carga de la caja de engranaje, se pudo verificar que el error relativo en los casos de tensión, velocidad y par eléctrico son menores al 2,4 %, cuyos valores se consideran aceptables para la respuesta del modelo del motor. Por otra parte, en el caso de la corriente se presenta un error del 25 %, debido a que dentro de los parámetros utilizados no se consideran las pérdidas en el motor.
- Teniendo en cuenta que el modelo del motor de inducción presenta la condición de ser no lineal y variante en el tiempo, se procedió a eliminar la condición de varianza en el tiempo al aplicar la transformada de Clarke en la cual por sus condiciones genera un modelo matemático que no depende de la posición del motor. En el caso de la linealización se ha considerado que la velocidad es una variable conocida en estado estable en condición nominal, siendo a su vez esta variable la que permite establecer de manera satisfactoria el modelo matemático del motor de inducción acoplado a una caja de engranajes en condición de fallo de diente roto en estado estable.

- El sistema de detección, basado en el observador de Luenberger, depende de la disponibilidad de las mediciones de corriente del estator aplicadas a la transformada de Clarke. Este filtro produce dos residuales distintos que son estables y responden de manera sensible a la severidad del fallo. Esto se debe a que su comportamiento exhibe picos en su amplitud durante los períodos de contacto del diente afectado. En el caso de la simulación del modelo ideal, se observa que el pico generado en los residuales tiene una relación proporcional con el nivel de severidad. En resumen, se concluye que el filtro diseñado presenta una caracterización adecuada para los propósitos de detección y diagnóstico de fallos de diente roto en una caja de engranajes rectos, utilizando las señales del motor de inducción.
- El filtro de diagnóstico generador de residuales, al igual que el filtro de detección, depende de las mediciones de corriente del estator aplicadas a la transformada de Clarke. Este filtro produce dos residuales diferentes que son estables y responden de manera sensible a la severidad del fallo, ya que su comportamiento exhibe picos en su amplitud durante los períodos de contacto del diente afectado. En la simulación del modelo ideal, se observa que el pico generado en los residuales tiene un comportamiento proporcional al nivel de severidad. En resumen, se concluye que el filtro diseñado presenta una caracterización adecuada para los propósitos de detección y diagnóstico de fallos de diente roto en una caja de engranajes rectos utilizando las señales del motor de inducción.
- Para las pruebas y validación del sistema de detección de fallos con datos experimentales, se consideró los residuales generados por el filtro de detección, que se conecta en paralelo al sistema del motor de inducción acoplado a la caja de engranajes en condición de fallo. Donde los residuales de corriente generados por el filtro, en el dominio del tiempo no brindan información relevante que este asociada a la presencia de fallo, mientras que su respuesta frecuencial evidencia frecuencias características alrededor de la frecuencia de engrane que son proporcionales a la severidad de fallo. Mientras que, al analizar el residual de par eléctrico obtenido a partir de las señales de voltaje y corriente medidas no se pudo evidenciar la presencia del fallo de diente roto en ninguna severidad de fallo, ni en dominio de la frecuencia ni en el dominio del tiempo.

6.2. Recomendaciones

En la temática relacionada con la detección de fallos basada en el modelo matemático, particularmente para el caso del motor de inducción, se recomienda:

- Validar la efectividad de usar el modelo matemático del motor de inducción de jaula de ardilla, a su vez verificar las condiciones que delimitan los parámetros relacionados con el modelo, considerando que al aplicarlos las señales de interés simuladas presenten errores mínimos respecto a las señales reales.
- Utilizar el valor en estado estable medido de la variable de velocidad mecánica en condición de fallo (velocidad real). Al no considerar el valor medido de velocidad, la señal del residual no presentarán características que permitan identificar la condición de fallo. Esto implica la condición de disponer de un sensor de velocidad.
- Considerar en el caso real la resolución de los sensores, de manera especial en el caso de los voltímetros y amperímetros, ya que se requiere una alta fidelidad de las señales para la implementación de los observadores.

6.3. Trabajos Futuros

Tomando en cuenta los objetivos de este trabajo, como la validación del modelo del motor en coordenadas de Clarke, el análisis de residuales de corriente y par eléctrico con base en el diseño de un sistema de detección y diagnóstico en tiempo continuo, se propone los siguientes temas para trabajos futuros:

- Diseño de un filtro de detección basado en otras estructuras de observadores de estados como el filtro de Kalman u observadores en régimen deslizante.
- Procesamiento de los residuales de un sistema de detección y diagnóstico de fallos basado en aprendizaje automático aplicado al modelo del motor acoplado a una caja de engranajes.

Bibliografía

- C. Aldrete, L. Corial, and R. Ramón. Sensorless control para un motor de inducción mediante un observador de luenberger adaptativo. *Investigación Básica y Aplicada*, 7:337–342, 2019.
- Aller J. *Maquinas Electricas y Rotativas: Introduccion a la Teoria General*. Universidad Simón Bolívar, Caracas, 2006.
- A. Berrezueta. Modelamiento matemático de una caja de engranajes con diferentes cargas para la obtención de los patrones de vibración. *Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca*, 2021.
- M. Cerrada, R. V. Sánchez, C. Li, F. Pacheco, D. Cabrera, J. Valente de Oliveira, and R. E. Vásquez. A review on data-driven fault severity assessment in rolling bearings. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 99:169–196, jan 2018. doi: 10.1016/J.YMSSP.2017.06.012.
- S. Chapman. *Máquinas eléctricas*. McGraw, Hill, 2012.
- J. Chen and R. J. Patton. Robust Model-Based Fault Diagnosis for Dynamic Systems. 3, 1999. doi: 10.1007/978-1-4615-5149-2. URL <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4615-5149-2>.
- J. Chen, R. J. Patton, and Z. Chen. LMI approach to fault-tolerant control of uncertain systems. *IEEE International Symposium on Intelligent Control - Proceedings*, (Lmi):175–180, 1998. doi: 10.1109/isic.1998.713656.
- M. Colledani, M. C. Magnanini, and T. Tolio. Impact of opportunistic maintenance on manufacturing system performance. *CIRP Annals*, 67 (1):499–502, jan 2018. doi: 10.1016/J.CIRP.2018.04.078.
- V. H. Coria, S. Maximov, F. Rivas-Dávalos, C. L. Melchor, and J. L. Guardado. Analytical method for optimization of maintenance policy

based on available system failure data. *Reliability Engineering System Safety*, 135:55–63, 2015. doi: 10.1016/J.RESS.2014.11.003.

- R. Costa Castelló, V. Puig, and J. Blesa. Introducción a la Diagnóstico de Fallos basada en Modelos mediante Aprendizaje basado en Proyectos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial RIAI*, 13 (2):186–195, 2016. doi: 10.1016/J.RIAI.2015.09.011.
- I. Criollo and J. Valdez. Enfoques basados en observadores de estados para el diseño de filtros de detección de fallas en una clase de procesos industriales. *Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca*, 2021.
- A. Cubillo, S. Perinpanayagam, and M. Esperon-Miguez. A review of physics-based models in prognostics: Application to gears and bearings of rotating machinery. *Advances in Mechanical Engineering*, 8(8):1–21, 2016. doi: 10.1177/1687814016664660.
- S. X. Ding. Model-Based Fault Diagnosis Techniques. *Advances in Industrial Control*, 2013. doi: 10.1007/978-1-4471-4799-2.
- J. Gertler. *Fault Detection and Diagnosis in Engineering Systems*. Boca Raton, 1998. doi: <https://doi.org/10.1201/9780203756126>.
- G. N. González, C. H. De Angelo, D. G. Forchetti, and D. A. Aligia. Diagnóstico de Fallas en el Convertidor del Rotor en Generadores de Inducción con Rotor Bobinado. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, 15(3):297–308, 2018. doi: 10.4995/RIAI.2017.9042.
- R. Isermann. Model-based fault-detection and diagnosis – status and applications. *Annual Reviews in Control*, 29:71–85, 2005. doi: 10.1016/j.arcontrol.2004.12.002.
- D. Jimenez. Diseño de un sistema de detección y diagnóstico de niveles de severidad de fallos basado en un modelo matemático para una caja de engranajes rectos. *Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca*, 2022.
- L. C. Lemes and L. Hvam. Maintenance Costs in the Process Industry: A Literature Review. *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management*, pages 1481–1485, dec 2019. doi: 10.1109/IEEM44572.2019.8978559.
- J. Lunze and M. Staroswiecki. *Mogens Blanke · Michel Kinnaert Diagnosis and Fault-Tolerant Control Third Edition*.

- R. Marino, S. Peresada, and P. Valigi. Adaptive Input-Output Linearizing Control of Induction Motors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 38(2):208–221, 1993. doi: 10.1109/9.250510.
- O. A. Morfín, C. E. Castañeda, R. Ruiz-Cruz, F. A. Valenzuela, M. A. Murillo, A. E. Quezada, and N. Padilla. The Squirrel-Cage Induction Motor Model and Its Parameter Identification Via Steady and Dynamic Tests. *Electric Power Components and Systems*, 46(3):302–315, 2018. doi: 10.1080/15325008.2018.1445140.
- N. Nise. *Control Systems Engineering*. John Wiley Sons, 6th edition, 2011.
- K. Ogata. *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación, 5th edition, 2010.
- R. Ortega. Estimación del par de carga en motores de inducción basado en su modelo matemático y orientado a la detección de fallos en cajas de engranajes. *Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca*, 2021.
- R. Ortega, M. Cerrada, D. Cabrera, and R. V. Sánchez. A Method for the Estimation of the Constant Load Torque by Using the Steady-State Electrical Torque Signal. *ETCM 2021 - 5th Ecuador Technical Chapters Meeting*, oct 2021. doi: 10.1109/ETCM53643.2021.9590699.
- A. Pardo and J. Díaz. Three-Phases Induction Motor Modeling. *Revista Colombiana de Tecnologías de Avanzada*, 2(8):1–8, 2006.
- R. Sanchez. *Diagnóstico de fallos en cajas de engranajes mediante la aplicación de diferentes técnicas de inteligencia artificial*. PhD thesis, Universidad Nacional de Educación a Distancia, 2017.
- R. Sanchez. *Diagnóstico de fallos en cajas de engranajes con base en la fusión de datos de señales de vibración, corriente y emisión acústica*. PhD thesis, Universidad Pontificia Bolivariana, 2018. URL <https://repository.upb.edu.co/handle/20.500.11912/4020>.
- S. Simani, C. Fantuzzi, and R. J. Patton. Model-based Fault Diagnosis in Dynamic Systems Using Identification Techniques. 2003. doi: 10.1007/978-1-4471-3829-7. URL <http://link.springer.com/10.1007/978-1-4471-3829-7>.
- A. Thawkar, P. Tambe, and V. Deshpande. A reliability centred maintenance approach for assessing the impact of maintenance for

availability improvement of carding machine. *International Journal of Process Management and Benchmarking*, 8(3):318–339, 2018. doi: 10.1504/IJPMB.2018.092891.

A. Vacacela. Establecimiento de tres bases de datos para la detección de fallos en rodamientos mediante señales acústicas, vibracionales y de corriente. *Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca*, 2020. URL <http://dspace.ups.edu.ec/handle/123456789/19547>.

M. Yilmaz, S. Tezgel, and M. Corapsiz. A Graphical User Interface for Clarke-Park Transforms based on LabVIEW. *Afyon Kocatepe University Journal of Sciences and Engineering*, 21:317–325, 2021. doi: 10.35414/akufemubid.833337.