



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE QUITO**

CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL

**COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE ZAPATAS AISLADAS Y VIGAS DE
CIMENTACIÓN SOBRE SUELOS BLANDOS Y RÍGIDOS UTILIZANDO EL
PROGRAMA MIDAS GTS NX**

Trabajo de titulación previo a la obtención del
Título de Ingenieras Civiles

AUTORAS: Diana Paulina Lozano Chalán
Kely Cecibel Pilco Calderón

TUTOR: Freddy Israel Rodríguez Badillo

Quito - Ecuador
2022

CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Nosotras, Diana Paulina Lozano Chalán con documento de identificación N°1106084229 y Kely Cecibel Pilco Calderón con documento de identificación N°1726775289; manifestamos que: Somos las autoras y responsables del presente trabajo; y, autorizamos a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total o parcial el presente trabajo de titulación.

Quito, 04 de agosto del 2022

Atentamente,



Diana Paulina Lozano Chalán
1106084229



Kely Cecibel Pilco Calderón
1726775289

CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

Nosotras, Diana Paulina Lozano Chalán con documento de identificación N°1106084229 y Kely Cecibel Pilco Calderón con documento de identificación N°1726775289; expresamos nuestra voluntad y por medio del presente documento cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autoras del Artículo Académico: “Comportamiento Sísmico de Zapatas Aisladas y Vigas de cimentación sobre Suelos Blandos y Rígidos utilizando el Programa Midas GTS NX”, el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingenieras Civiles, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En concordancia con lo manifestado, suscribimos este documento en el momento que hacemos la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 04 de agosto del 2022

Atentamente,



Diana Paulina Lozano Chalán

1106084229



Kely Cecibel Pilco Calderón

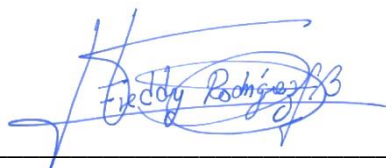
1726775289

CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Yo, Freddy Israel Rodríguez Badillo con documento de identificación N°1720094026, docente de la Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: **COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE ZAPATAS AISLADAS Y VIGAS DE CIMENTACIÓN SOBRE SUELOS BLANDOS Y RÍGIDOS UTILIZANDO EL PROGRAMA MIDAS GTS NX**, realizado por Diana Paulina Lozano Chalán con documento de identificación N°1106084229 y por Kely Cecibel Pilco Calderón con documento de identificación N°1726775289, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción de Artículo Académico que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 04 de agosto del 2022

Atentamente,



Ing. Freddy Israel Rodríguez Badillo, MSc.

1720094026

COMPORTAMIENTO SÍSMICO DE ZAPATAS AISLADAS Y VIGAS DE CIMENTACIÓN SOBRE SUELOS BLANDOS Y RÍGIDOS UTILIZANDO EL PROGRAMA MIDAS GTS NX

SEISMIC BEHAVIOR OF ISOLATED FOOTINGS AND ROAD FOUNDATIONS ON SOFT AND STIFF SOILS USING THE PROGRAM MIDAS GTS NX

Diana Lozano - Chalán¹, Kely Pilco- Calderón², Freddy Rodríguez - Badillo³

Resumen

En el presente proyecto de investigación se analizó el comportamiento de zapatas aisladas y vigas de cimentación ante cargas verticales (debidas al peso propio) y un evento sísmico, las cimentaciones fueron analizadas sobre dos tipos de suelos; suelo blando y rígido.

Los estudios geotécnicos fueron previamente realizados en dos sitios; El Condor, y San Patricio de Lumbisí. A partir de los datos geotécnicos se realizó el diseño de las cimentaciones y se propuso el análisis de ocho casos a fin de estudiar los patrones de comportamiento estático, sísmico y los efectos que se generan en las cimentaciones (rígidas y flexibles), implantadas en los diferentes tipos de suelo, a través del software Midas GTS NX con el cual se realizó modelos en 3D incorporando al suelo como un sólido deformable que recibe las cargas de las columnas a través de los cimientos.

A partir de los resultados obtenidos en los modelos numéricos, se constató que en seis casos: tres en vigas de cimentación y tres en zapatas aisladas resultaron tener deformaciones constantes comportándose como cimentaciones rígidas independientemente de suelos blando o rígidos. Para cimentación flexible con suelo rígido en vigas de cimentación y zapatas

Abstract

In this research project was analyzed the behavior of isolated footing and ground beams foundation to vertical loads (due to their own weight) and a seismic activity was analyzed, the ground foundations were analyzed on two types of soil: Soft and hard soil. Geotechnical studies were previously performed on two sites: The Condor, and San Patricio de Lumbisí. Based on the geotechnical data, the design of the foundations was done and the analysis of eight cases was proposed in order to study the patterns of static, seismic behavior and the effects that are generated in the foundations (rigid and flexible), Implanted in different types of soil by the GTS NX Midas software in which 3D models were made, incorporating to the ground as a deformable solid that receives the loads of the columns through the foundations. Based on the results obtained in the numerical models, it was found that in six cases: three in ground beams foundation and three in isolated footing were constant deformations which is behaving as rigid foundations independently of soft or hard soil. For flexible foundation with hard soil in ground beams foundation and isolated footing, the deformations of the foundations turned out to be variable in its length. Using the Von Mises failure criteria, the safety factor for the

¹ Estudiante de Ingeniería Civil - Universidad Politécnica Salesiana - Quito, Ecuador

² Estudiante de Ingeniería Civil - Universidad Politécnica Salesiana - Quito, Ecuador

Autor para correspondencia: dlozano@est.ups.edu.ec; kpilcoc@est.ups.edu.ec

aisladas las deformaciones de las cimentaciones resultaron ser variables en su longitud.

Usando el criterio de falla de Von Mises se obtuvo el factor de seguridad para las cimentaciones analizadas estableciendo los casos de análisis más críticos.

Palabras Clave: Comportamiento sísmico, modelos constitutivos, Mohr-Coulomb, Von Mises, capacidad admisible del suelo, esfuerzos.

foundations analyzed by establishing the most critical analysis cases was obtained.

Keywords: Seismic behavior, constitutive models, Mohr-Coulomb, Von Mises, admissible soil capacity, efforts.

1. Introducción

La interacción dinámica suelo – estructura es fundamental en la respuesta sísmica de las construcciones ubicadas en zonas que están constituidas por suelos blandos, debido al efecto sísmico se genera esfuerzos en el suelo que son transmitidos hacia la estructura.

Por lo tanto, este trabajo de investigación aportará con información sobre el comportamiento que tienen las cimentaciones tanto flexibles como rígidas cimentadas en suelos blandos y rígidos frente a un evento sísmico.

Se considera como suelo rígido aquel material macizo homogéneo poco deformable que se encuentra en la superficie terrestre, mientras que el suelo blando es un material deformable ante pequeñas cargas.

A continuación, se detalla ocho casos propuestos para el desarrollo del presente trabajo.

Zapatas Aisladas:

- Cimentación flexible en suelo blando.
- Cimentación flexible en suelo rígido.
- Cimentación rígida en suelo blando.
- Cimentación rígida en suelo rígido.

Vigas de cimentación:

- Cimentación flexible en suelo blando.
- Cimentación flexible en suelo rígido.
- Cimentación rígida en suelo blando.
- Cimentación rígida en suelo rígido.

Para el diseño de las cimentaciones (dimensiones y chequeo por corte) se usó la teoría de cimentaciones elásticas para cargas de servicio estáticas.

En el programa se modeló mediante elementos 2D y 3D, tomando como referencia modelos constitutivos Mohr Coulomb (suelo), Von Mises (cimentación) y Elástico (vigas, columnas y losa).

Se realizó un análisis lineal estático y dinámico para sus debidas comparaciones entre tipos de cimentación y suelo.

2. Materiales y Métodos

2.1 Características del Suelo y Parámetros Geotécnicos.

Para el desarrollo de la investigación se tomó en consideración los parámetros resistentes de suelo obtenidos mediante ensayos de laboratorio, a continuación, se detalla un breve resumen.

Tabla 1. Parámetros de suelo blando y suelo rígido.

Parámetros	Suelo Blando	Suelo Rígido
Cohesión(t/m^2)	1.00	4.20
Ángulo de fricción ($^{\circ}$)	12.50	15.64
Peso Específico (t/m^3)	2.10*	1.50
Módulo de Elasticidad (t/m^2)	405	4220
Coefficiente de Poisson	0.45	0.35
Módulo de corte (t/m^2)	139.65	1562.96

*saturado

Para determinar el módulo de elasticidad de los suelos blando y rígido se escogió una curva esfuerzo – deformación del ensayo triaxial, y se calculó el módulo secante al 50% del esfuerzo de rotura.

2.1.1 Geometría de la estructura

La geometría considerada para el análisis es una estructura regular de cinco niveles con dimensiones de columnas de 45 cm x 45 cm, vigas de 30 x 40 cm, en la tapagrada, vigas de 25 x 25 cm, con luces en el eje x de 3.5 m, 3.8 m, 4.54 m, en el eje y de 2.62 m, 4.4 m, 4.6 m, una altura de entrepiso de 2.89 m, para la losa se realizó una equivalencia de losa deck a maciza y se obtuvo un valor de 0.098 m.

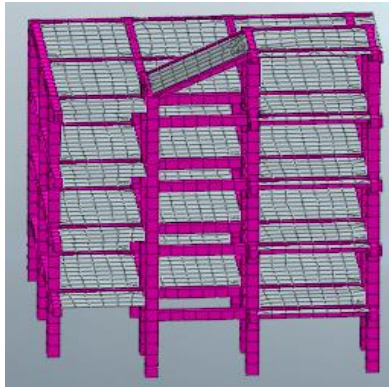


Figura 1. Modelación estructura en MIDAS GTS NX

El peralte de la cimentación fue calculado mediante la fórmula de la guía práctica para el diseño de estructuras de Hormigón Armado.

$$d = \sqrt{\frac{Mu}{\phi * Ru * b}} \quad (1)$$

Donde:

- d: peralte de la cimentación
- Mu: Momento ultimo
- ϕ : factor de reducción
- Ru: factor de resistencia ultima
- B: base de cimentación

2.1.2 Cargas de servicio

Las cargas de servicio para el desarrollo de esta investigación se muestran en la Tabla 2.

Tabla 2. Descripción de las cargas en la estructura.

Niveles	Carga Viva (t/m^2)	Carga Muerta (t/m^2)
N+14.45	-	0.07
N+11.56	0.2	0.07
N+8.67	0.2	0.4
N+5.78	0.2	0.4
N+2.89	0.2	0.4

2.2 Registro Sísmico

El registro sísmico es la lectura de la aceleración vs el tiempo que se han registrado durante un evento sísmico.

El registro sísmico tuvo como epicentro Calderón con una aceleración máxima de 0.048g en un tiempo de 7.73 segundos, el cual fue escalado obteniendo como resultado una aceleración máxima de 0.52g en un tiempo de 12.61 segundos.

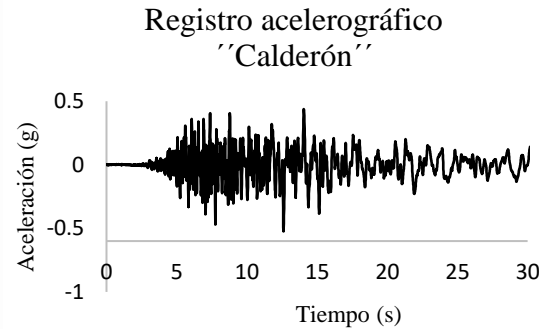


Figura 2. Acelerograma Sismo "Calderón" ocurrido el 17/02/2011

El sismo fue filtrado, escalado y corregido por línea base. Según A. Chaparro [2]: "La corrección por línea base consiste en el desplazamiento del cero del registro, respecto al cero real de aceleración", de manera que, se obtuvo valores de aceleraciones compatibles con el espectro de diseño elástico de acuerdo con la NEC 15.

Los valores del registro sísmico escalados generaron un espectro de respuesta similar al espectro de diseño elástico de la NEC-SE-DS 15. El escalamiento se realizó en el software SeismoMatch y su respectiva corrección se realizó en el software SeismoSignal.

2.3 Metodología

2.3.1 Tipo de suelo

2.3.1.1 Suelo rígido

Se trata de un material denso con diferentes grados de fracturación, de macizos rocosos homogéneos y los suelos muy rígidos con velocidades de propagación de onda de corte

\bar{V}_s , entre 500 m/s y 1500 m/s incluyéndose los casos en los que se cimienta sobre:

- Roca fracturada, con una resistencia a la compresión no confinada qu mayor o igual que 500 kPa (5 kg/cm²).
- Arena muy densa o grava arenosa densa.
- Arcilla muy compacta (de espesor menor que 20 m), con una resistencia al corte en condición no drenada, con número de golpes $N \geq 50$, $V_{s30} \geq 360$ m/s y $\bar{S}u \geq 100$ kPa [3].

2.3.1.2 Suelo blando

Se trata de suelos flexibles con velocidades de propagación de onda de corte \bar{V}_s , menor o igual a 180 m/s, incluyéndose los casos en los que se apoya sobre:

- Arena media a fina, o grava arenosa, con valores del SPT N_{60} menor que 15.
- Suelo cohesivo blando, con una resistencia al corte en condición no drenada $\bar{S}u$, entre 25 kPa (0,25 kg/cm²) y 50 kPa (0,5 kg/cm²).
- Cualquier perfil que no correspondan al tipo E [3].

2.3.2 Capacidad de carga admisible del suelo propuesta por Meyerhof

La capacidad de carga admisible se define como el esfuerzo límite de falla reducido por un factor de seguridad.

Además de estar en función de los parámetros geotécnicos del suelo, también está en función del tipo de cimentación. Se calcula mediante la siguiente expresión:

$$q_{adm} = \frac{qu}{FS} \quad (2)$$

$$qu = c' * N_c * F_{cs} * F_{cd} * F_{ci} + q * N_q * F_{qs} * F_{qd} * F_{qi} + \frac{1}{2} \gamma * B * N_\gamma * F_{\gamma s} * F_{\gamma d} * F_{\gamma i} \quad (3)$$

Donde:

FS: factor de seguridad igual a 3 para cargas estáticas NEC-SE-GC.

c' : cohesión

q : tensión efectiva en el nivel de la parte inferior de la base.

γ : peso unitario del suelo

B : ancho de la cimentación.

$F_{cs}, F_{qs}, F_{\gamma s}$: factores de forma.

$F_{cd}, F_{qd}, F_{\gamma d}$: factores de profundidad.

N_c, N_q, N_γ : factores de capacidad de carga.

2.3.3 Cimentaciones Superficiales

Los cimientos constituyen la infraestructura de cualquier edificación, ya que reciben las cargas de la superestructura y se distribuyen en el suelo, de modo que, la cimentación y los materiales que lo componen deben proveer la resistencia necesaria para soportar las cargas verticales, sin deformaciones excesivas.

Para el análisis se consideraron los siguientes casos:

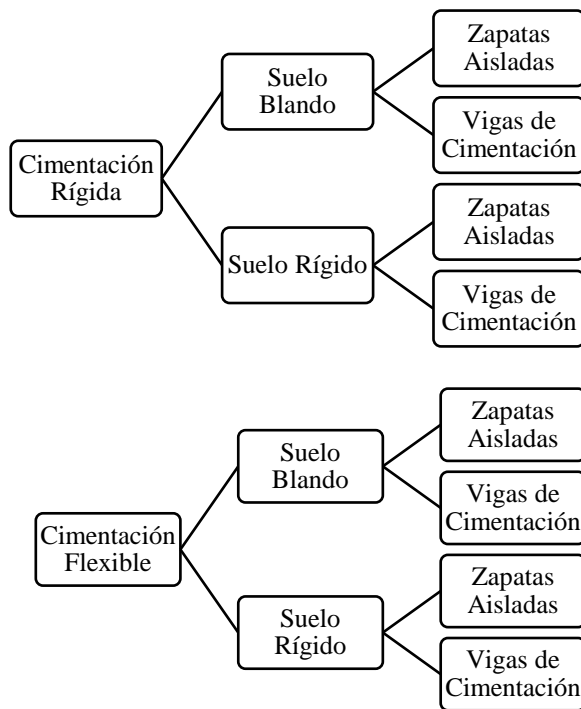


Figura 3. Esquema de los casos de cimentación para cada tipo de suelo.

2.3.4 Módulo de reacción de la subrasante.

El módulo de reacción de la subrasante es la relación entre el esfuerzo actuante y la deformación del suelo, este coeficiente es fundamental en la interacción estática suelo-estructura. Por lo tanto, fue calculado mediante la ecuación de Vesic (1961) para cimentaciones cuadradas y Vesic (aproximada) para vigas de cimentación:

Vesic (1961)

$$K = \frac{E_s}{B \cdot (1 - \mu_s^2)} \quad (4)$$

Vesic (aproximada)

$$K = 0.65 * \sqrt{\frac{E_s * B^4}{E * I}} * \frac{E_s}{(1 - \mu_s^2) * B} \quad (5)$$

Donde:

K: coeficiente de balasto.

Es: módulo de elasticidad del suelo

E : módulo de elasticidad del hormigón.

I : momento de inercia.

μ_s : módulo de Poisson del suelo.

B: base de la cimentación.

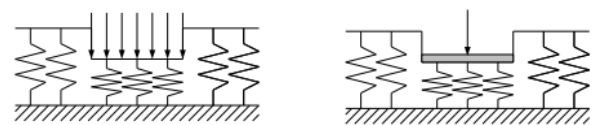
2.3.5 Teoría de Winkler

Se basa en la hipótesis de la interacción entre el suelo y la estructura se puede modelar a través de resortes distribuidos continuamente a lo largo del tramo de estructura en contacto con el terreno.

Además, propone que el desplazamiento transversal v en cualquier punto del suelo que actúa como soporte es directamente proporcional a la presión q aplicada en dicho punto, siendo k el módulo de reacción de la subrasante.

$$q(x) = k * v(x) \quad (6)$$

En este modelo los desplazamientos de una región cargada uniformemente serían constantes, independientes si la viga es infinitamente flexible o rígida, como lo muestra las figuras a y b [4].



a) Placa flexible sometida a una carga uniforme

b) Placa rígida sometida a una carga concentrada

Figura 4. Teoría de Winkler

2.3.6 Diseño geotécnico de cimentaciones rígida y flexible

Para determinar si la cimentación es rígida se verifica mediante la siguiente expresión:

$$Lv \leq 2H \quad (7)$$

Donde:

Lv: longitud de vuelo.

H: altura de la zapata.

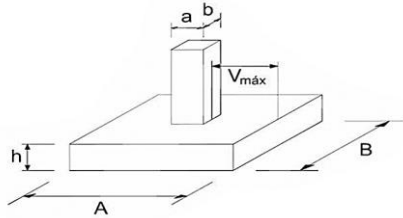


Figura 5. Esquema de una cimentación. [5].

En caso de no cumplir este criterio se considera como cimentación flexible.

2.3.7 Diseño geotécnico en zapatas aisladas y vigas de cimentación

Se usó el método de cimentaciones elásticas, con el caso de una viga finita con una carga P Descritas a continuación:

$$\mathcal{L} = \sqrt[4]{\frac{4EI}{BK}} \quad (8)$$

$$l = \frac{L}{\mathcal{L}} \quad (9)$$

$$\xi = \frac{x}{\mathcal{L}} \quad (10)$$

Para $\xi \leq a$

$$Y_{AC} = \frac{P\mathcal{L}^3}{4EI} [A Ch \xi * \cos \xi ...$$

$$... B(Ch \xi * \sen \xi + Sh \xi * \cos \xi)] \quad (11)$$

$$M_{AC} = \frac{1}{2} P\mathcal{L} [A Sh \xi * \sen \xi ... + B(Ch \xi * \sen \xi - Sh \xi * \cos \xi)] \quad (12)$$

$$A = 2 \frac{Sh l * \cos a * Ch b}{Sh^2 l - \sen^2 l} ... - \frac{\sen l * Ch a * \cos b}{...} \quad (13)$$

$$B = \frac{Sh l (\sen a * Ch b - \cos a * Sh b)}{Sh^2 l - \sen^2 l} ... \frac{\sen l (Sh a * \cos b - Ch a * \sen b)}{...} \quad (14)$$

Para $\xi \geq a$

$$Y_{CB} = [Y_{AC}] + \frac{P\mathcal{L}^3}{4EI} [Ch (\xi - a) * ... \sen (\xi - a) - Sh(\xi - a) * \cos(\xi - a)] \quad (15)$$

$$M_{CB} = [M_{AC}] - \frac{1}{2} P\mathcal{L} [Ch (\xi - a) * ... \sen (\xi - a) + Sh(\xi - a) * \cos(\xi - a)] \quad (16)$$

Donde:

ξ : relación distancia - longitud elástica

\mathcal{L} : longitud elástica.

l : longitud relativa.

L : longitud de la cimentación.

a : distancia de aplicación.

x : abscisas positivas a la derecha.

P : carga aplicada.

E : módulo de elasticidad del hormigón.

I : inercia de la cimentación.

b : base de la cimentación.

K : módulo de reacción de la subrasante.

Para determinar la cimentación flexible se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\frac{1.75}{L} < l_{max} \quad (17)$$

l_{max} : longitud máxima entre columnas.

Caso contrario si no se cumple el criterio anterior se considera como cimentación rígida.

Se entiende por zona de transición al comportamiento de la cimentación que no se define como cimentación rígida o flexible.

$$\frac{\pi}{2} > \lambda L > \pi$$

$$\lambda L = \sqrt[4]{\frac{B * K * B^4}{4 * E_s * I}} \quad (18)$$

Donde:

B: base de la cimentación.

K: coeficiente de balasto.

E_s : módulo de elasticidad del suelo.

I: inercia de la cimentación.

Para la obtención del esfuerzo producido bajo la cimentación se calculó mediante el módulo de reacción de la subrasante y el asentamiento, que están en función de la geometría de la cimentación.

$$\sigma = K * y \quad (19)$$

2.3.8 Zapata combinada

Es una cimentación que soporta dos o más columnas alineadas, cuyas luces son cortas.

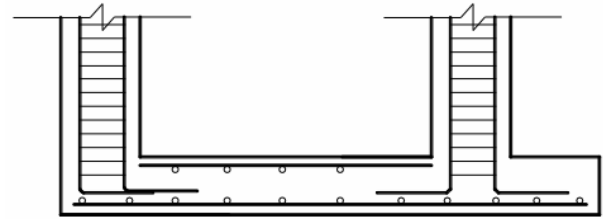


Figura 6. Zapata combinada [6].

2.3.9 Punzonamiento y esfuerzo cortante requerido

Se obtuvo calculando el área crítica de la cimentación, se multiplicó con el esfuerzo cortante más crítico, y se comparó con el esfuerzo cortante requerido que se obtiene de la siguiente manera:

$$V_u = P - \sigma * ((hc + d) * (bc + d)) \quad (20)$$

Donde:

V_u : esfuerzo cortante requerido.

P: carga máxima de la estructura que llega a la cimentación.

σ : esfuerzo obtenido en el centro de la cimentación.

hc: altura de la columna.

d: peralte de la zapata.

Según la ACI 318-14 sección 22.6.5.2 establece tres fórmulas para el cálculo de esfuerzo resistente a cortante y se trabaja con el valor más crítico.

$$v_c = 1.1\lambda\sqrt{f'c} \quad (a) \quad (21)$$

$$v_c = 0.53(1 + \frac{2}{\beta})\lambda\sqrt{f'c} \quad (b) \quad (22)$$

$$v_c = 0.27(2 + \frac{\alpha_s d}{\beta})\lambda\sqrt{f'c} \quad (c) \quad (23)$$

Donde:

λ : valor asignado para concreto de peso normal debe tomarse como 1. Sección 19.2.4.3

β : es la relación del lado largo al lado corto de la sección de la columna. Sección 22.6.5.2

α_s : el valor α_s es 40 para columnas interiores, 30 para columnas de borde y 20 para columnas en esquina. Sección 22.6.5.3

d : peralte de la zapata

$f'c$: resistencia a la compresión del hormigón.

Una vez calculado el esfuerzo cortante solicitado a partir de las cargas últimas se comparó con el esfuerzo cortante resistente crítico el cual debe ser menor o igual, para que las dimensiones de las cimentaciones sean adecuadas.

Se presenta el análisis correspondiente para las cimentaciones rígidas, en el que se usó una altura de cimentación mínima de 300 mm, según el ACI 318-19 sección 13.4.6.1. Se verificó que la resistencia al corte sea mayor a la sollicitación de corte.

$$Lv = \frac{B - b_c}{2} \quad (24)$$

$$Vu = q * (Lv - d) * B \quad (25)$$

$$v_c = \phi * 0.53 * \sqrt{f'c} * B * d \quad (26)$$

$$Vu \leq v_c$$

Donde:

Lv: longitud del vuelo.

B: base de cimentación.

bc: base de la columna.

q: carga del suelo.

d: peralte de la cimentación.

ϕ : factor de reducción para cortante.

Se comprobó el punzonamiento con base en las siguientes expresiones:

$$Vu = P - q * ((hc + d) * (bc + d)) * FM \quad (27)$$

$$FM = \frac{1.2D + 1.6L}{D + L} \quad (28)$$

Donde:

Vu: esfuerzo cortante requerido.

P: carga máxima de la estructura que llega a la cimentación.

q: carga del suelo.

hc: altura de la columna.

d: peralte de la zapata.

bc: base de la columna.

FM: factor de mayoración

Para la comprobación por cortante se usó las expresiones propuestas por el ACI 318-19.

Finalmente, se constató si la base asignada cumple con todas las verificaciones ya mencionadas para su posterior modelado. Se obtuvieron nueve zapatas aisladas con diferentes dimensiones y tres cimentaciones combinadas para los casos flexibles y rígidos. Para las vigas de cimentación se obtuvo una misma dimensión de base para todos los casos de análisis.

2.3.10 Modelación Numérica en MIDAS GTS NX

Los modelos fueron realizados en el programa computacional MIDAS GTS NX, dicho programa permite modelar por el método de elementos finitos para conocer el comportamiento de la estructura a través de la discretización del elemento continuo mediante mallados (tetraédricos e híbridos) propuestos por el programa, se realizó análisis estático y dinámico.

Para la configuración en el programa MIDAS GTS NX para el análisis lineal estático y dinámico se usó las siguientes consideraciones detalladas en la tabla 3.

Tabla 3. Análisis para el cálculo de esfuerzos

Análisis	Consideraciones
Estático Lineal	-Suelo natural. -Suelo de relleno. -Cimentaciones. -Estructura -Peso Propio. - Cargas de servicio. -Condiciones de borde estáticas (restricciones x-y-z).
	-Suelo natural -Suelo relleno -Cimentaciones -Estructura -Peso Propio -Cargas reactiva -Cargas de servicio -Condiciones de borde inferior (restricciones x-y-z) - Condiciones de borde damping -Eigenvalues para determinar las propiedades dinámicas suelo estructura. -Incorporación de sismo para determinar el comportamiento suelo-cimentación.

2.3.10.1 Geometría y mallado

Para la modelación suelo – estructura se creó una geometría para cada elemento: cimentaciones, pedestales, vigas, columnas y losa. En el caso del suelo se creó dos sólidos para mejores conexiones.

Para cada elemento modelado se asignó un mallado de diferentes dimensiones detalladas en la tabla 4.

Tabla 4. Valores de mallado en cada elemento

Elementos	Valores del control de mallado			Valor del mallado en el sólido (m)
	Límite Superior (m)	Límite Inferior (m)	Sección Vertical (m)	
Losa	-	-	-	0.5
Vigas	-	-	-	0.5
Columnas	-	-	-	0.5
Pedestales	0.225	0.225	0.3-0.5	0.3
Cimentaciones	0.3	0.1	0.1-0.3	0.3
Suelo 1	0.5	0.8	0.8-0.5	0.8
Suelo 2	3	3	3	1
Relleno	-	-	-	0.3

2.3.10.2 Cargas

Las cargas de servicio asignadas en el modelo MIDAS GTS NX fueron obtenidas considerando los criterios establecidos en la NEC-SE-CG (no sísmicas) realizado en un proyecto existente.

2.3.10.3 Análisis lineal estático

El análisis estático lineal supone que los materiales del suelo y de la roca son materiales lineales-elásticos y se utiliza para modelar el comportamiento de la estructura y el suelo cuando se aplica una carga.

2.3.11 Análisis dinámico

2.3.11.1 Ecuación general de movimiento

Se considera que la fuerza externa es positiva en la dirección del eje x, y que el desplazamiento $u(t)$, la velocidad $\dot{u}(t)$ y la aceleración $\ddot{u}(t)$ también son positivas en la dirección del eje x. Las fuerzas elásticas y de amortiguamiento se muestran actuando en la dirección opuesta, dado que son las fuerzas internas que se oponen a la deformación y a la velocidad respectivamente.

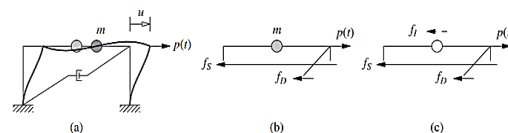


Figura 7. Representación de la ecuación de movimiento, fuerza externa.

La fuerza resultante a lo largo del eje x es $p - f_s - f_D$, y a partir de la Segunda ley del movimiento de Newton se tiene

$$p - f_s - f_D = m\ddot{u} \text{ o } m\ddot{u} + f_D + f_s = p(t) \quad (29)$$

$$mu + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (30)$$

Donde:

$p(t)$: fuerza externa.

m : masa del sistema.

f_s : fuerza restauradora elástica (o inelástica) .

f_D : fuerza amortiguadora.

c : amortiguamiento del sistema

k : rigidez del sistema.

La ecuación (29) corresponde a un movimiento de IGLD con carga exterior y amortiguamiento.

Esta es la ecuación de movimiento que controla la deformación o el desplazamiento $u(t)$ de la estructura idealizada en la figura 7a, que se supone elástica lineal, sometida a una fuerza externa dinámica $p(t)$. Las unidades de masa son fuerza/aceleración. En la figura 7c se presenta el diagrama de cuerpo libre en el momento t , donde la masa se ha reemplazado por su fuerza de inercia, representada mediante una línea discontinua para distinguir esta fuerza ficticia de las fuerzas reales. Al igualar a cero la sumatoria de todas las fuerzas, se obtiene la ecuación (7b), que se obtuvo utilizando la Segunda Ley del movimiento de Newton [8].

2.3.11.2 Valores propios (Eigenvalues)

Permiten determinar las propiedades dinámicas del suelo-estructura, de modo que, facilitan la obtención del modo de vibración natural (forma del modo), periodo natural, factor de participación modal.

Es importante considerar el factor de participación modal ya que representa la cantidad de la estructura que participa en cada modo de vibración, por lo tanto, la sumatoria del factor de participación de masa deberá ser mayor al 90% considerándose un análisis preciso.

2.3.11.3 Amortiguamiento de Rayleigh

La disipación de energía frente a cargas dinámicas se implementó mediante un amortiguamiento tipo Rayleigh. Este amortiguamiento mecánico funciona aplicando una matriz de amortiguamiento C con

componentes proporcionales a la matriz de masa (M) y rigidez (K):

$$C = \alpha M + \beta K \quad (31)$$

Dónde α corresponde a la constante de amortiguamiento proporcional a la masa y β a la constante proporcional a la rigidez.

La implementación de α y β en GTS-NX se puede hacer estableciendo su razón de amortiguamiento, o calculándolo a partir del período o frecuencia de los dos primeros modos de vibrar de la estructura analizada, más una razón de amortiguamiento para cada material. [9]

2.3.12 Modelos Constitutivos

Estudian las propiedades y comportamientos del suelo, usando leyes constitutivas que relacionan el esfuerzo con la deformación mediante una constante lineal o no lineal, de manera que, han sido usadas para simular el comportamiento real del suelo. El método de elementos finitos parte de las propiedades mecánicas del suelo y se consideran fundamentales los siguientes parámetros del suelo: cohesión, ángulo de fricción interna, módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson, estos datos fueron incorporados en los materiales de cada modelo. De esta manera se realizó el análisis bajo dos teorías descritas a continuación:

Mohr Coulomb es un modelo constitutivo de comportamiento elastoplástico que combina la Ley de Hooke y el criterio de falla de Mohr-Coulomb como se muestra en la figura 9, en otras palabras, el suelo pierde su capacidad resistente debido a las fuerzas estructurales que soporta.

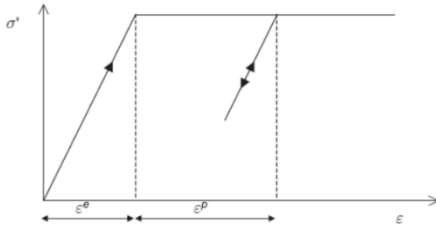


Figura 8. Comportamiento material en el modelo Mohr-Coulomb. [11]

El modelo de Von Mises define el comportamiento de materiales dúctiles, en el cual el esfuerzo de fluencia depende de la velocidad de deformación, generalmente este modelo es destinado para aplicarse en las cimentaciones y estructuras.

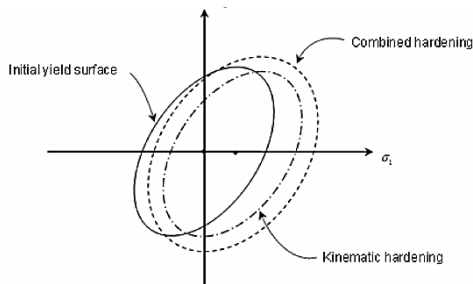


Figura 9. Gráfica de la Teoría de Von Mises. [11]

2.3.13 Configuración del modelo geotécnico estructural.

Para el modelado suelo-estructura se asignó tres materiales con diferentes modelos constitutivos, en el suelo (Mohr-Coulomb), cimentaciones (Von Mises) y estructura (lineal elástico).

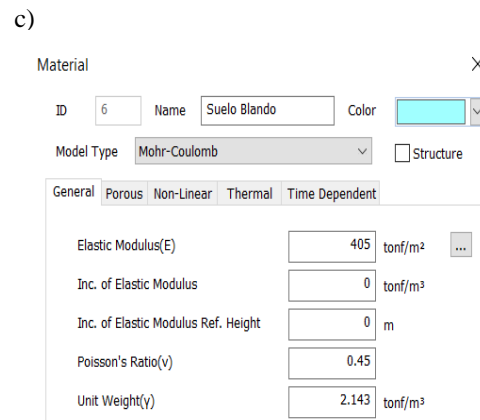
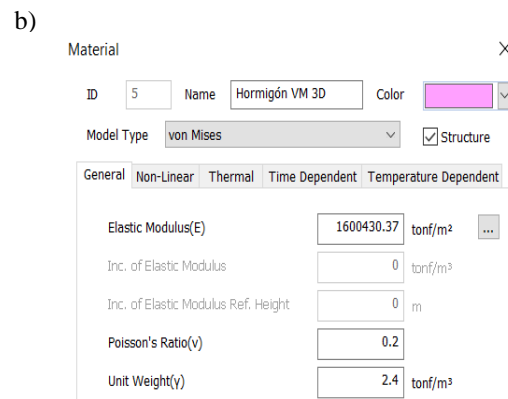
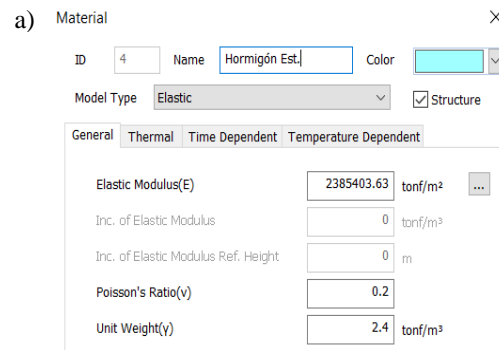


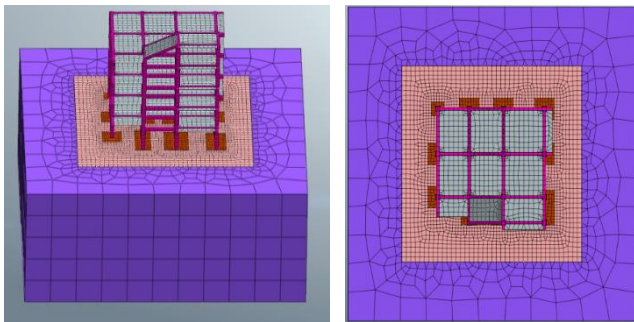
Figura 10. a) Estructura, b) Cimentación, c) Suelo Asignación de materiales incorporados en el modelo

Posteriormente, se modeló elementos en 3D para: cimentaciones, suelos, pedestales, columnas y vigas, a partir de un diseño existente, mientras que para losas se modeló elementos en 2D

Se realizó un control de mallado para evitar errores de conexión entre los nodos de cada Elemento para una mejor transmisión de esfuerzos.

Para el mallado de los elementos en 2D y 3D mediante la función Mesh, se asignó un mallado de tipo híbrido con su respectiva propiedad de acuerdo con cada componente.

Se entiende como mallado híbrido al elemento tetraédrico por defecto y centrado hexaédrico, al igual que la malla 2D, las mallas basadas en cuadriláteros proporcionan un análisis más estable que las mallas basadas en triángulos. los elementos híbridos se forman combinando una pirámide y un tetraedro sobre la base del hexaedro. [11]



a) Modelo suelo - estructura vista en elevación

b) Conexión de nudos de estrato 1 y 2 del suelo

Figura 11. Modelación en Midas GTS NX.

Las condiciones de borde se asignan al nodo del elemento y se reflejan en el análisis, estableciendo las restricciones en un punto, arista, cara, etc. es un método conveniente para seleccionar nodos de elementos incluidos en la forma geométrica seleccionada. [12]

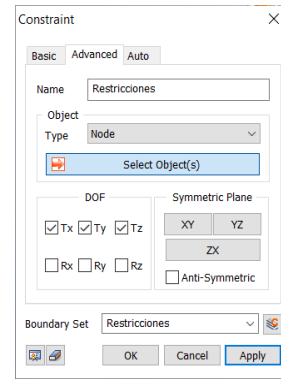


Figura 12. Asignación de condiciones de borde.

Para el análisis dinámico se asignó condiciones de borde (damping) para simular la relación de amortiguación. Además, se incorporó al modelo la carga reactiva por sismo, en base a la NEC- SE- DS.

Realizando un análisis de eigenvalores se obtuvo los periodos de vibración principales correspondientes a los mayores porcentajes de participación de masa modal.

El análisis dinámico necesita configurar un paso de tiempo (Δt) para los cálculos, además del tiempo de simulación del sismo como se muestra a continuación:

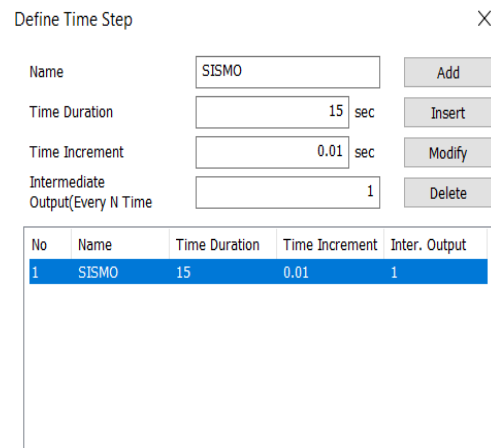


Figura 13. Incorporación del tiempo y su incremento.

Para el análisis estático y dinámico se consideró el análisis in situ para modelar los esfuerzos geostáticos, se seleccionó la opción borrar desplazamientos y deformaciones con el

fin de despreciarlas debido al peso propio del suelo.

3. Resultados y Discusión.

Se presenta un resumen de las dimensiones diseñadas para cada cimentación con su respectivo tipo de suelo. Como se muestra en la tabla 5.

Tabla 5. Resumen de las bases de zapatas aisladas.

BASES DE CIMENTACIÓN						
ZAPATAS AISLADAS	C 12	C 11	C 10	C1-C5	C2-C6	C3-C7
Cimentación flexible en suelo blando	1.4	2.2	2.95	1.8	2.75	2.25
Cimentación rígida en suelo blando	1.4	2.2	2.95	1.8	2.75	2.25
Cimentación flexible en suelo rígido	2.7	-	-	1.65	1.65	1.65
Cimentación rígida en suelo rígido	2.7	-	-	1.65	1.65	1.65

*variable C=columna con su respectiva numeración.
C1-C5; C2-C6; C3-C7= zapatas combinadas

Tabla 6. Resumen de las dimensiones de vigas de cimentación.

VIGAS DE CIMENTACIÓN	B (Lado corto) (m)	L (lado largo) (m)
Cimentación flexible en suelo blando.	0.8	12.07
Cimentación rígida en suelo blando.	0.8	12.07
Cimentación flexible en suelo rígido.	0.8	12.07
Cimentación rígida en suelo rígido.	0.8	12.07

3.1 Análisis lineal estático

Los esfuerzos obtenidos del programa se extrajeron directamente de la cimentación como se aprecia en la figura 14. Por visualización, el sentido del diagrama de esfuerzos se ha revertido como se muestra para el caso de cimentación rígida en suelo rígido.

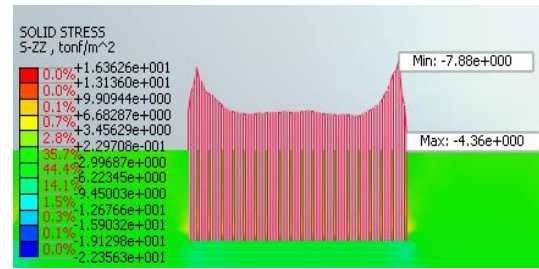


Figura 14. Diagrama de esfuerzos para cimentación rígida en suelo rígido.

De acuerdo con el modelo matemático lineal estático se obtuvo esfuerzos mediante el modelo constitutivo de Von Mises en las cimentaciones críticas, para evaluar su comportamiento suelo - estructura con su respectivo caso.

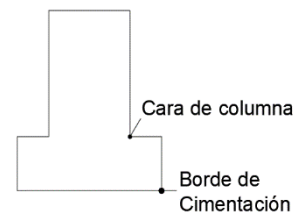


Figura 15. Detalle de las zonas de extracción de datos.

Tabla 7. Resumen de esfuerzos y factores de seguridad para análisis lineal estático en zapatas aisladas.

ZAPATAS AISLADAS		ANÁLISIS LINEAL ESTÁTICO	
CASOS	Zona	Esfuerzo de Von Mises (t/m ²)	Factor de Seguridad
Cimentación flexible en suelo blando	Cara de columna	118.9	17.7
	Borde de Cimentación	279.3	7.5
Cimentación rígida en suelo blando	Cara de columna	95.6	22.0
	Borde de Cimentación	175.0	12.0
Cimentación flexible en suelo rígido	Cara de columna	525.4	4.0
	Borde de Cimentación	82.5	25.5
Cimentación rígida en suelo rígido	Cara de columna	188.0	11.1
	Borde de Cimentación	77.5	27.1

Se puede evidenciar que las cimentaciones en suelo blando tienen un mayor esfuerzo de Von Mises en los bordes de la cimentación, mientras que para las cimentaciones en suelo rígido su mayor esfuerzo se produjo en la cara de la columna, debido a las dimensiones geométricas, propiedades físicas y mecánicas que presenta el suelo. En las cimentaciones en suelo rígido existe mayor concentración de esfuerzos en la cara de la columna debido al punzonamiento.

El mínimo valor del factor de seguridad se presenta en la cara de columna de la cimentación flexible sobre suelo rígido, con un $FS = 4$.

Para las vigas de cimentación, los valores fueron extraídos de las caras de la columna del lado izquierdo y del lado derecho como se muestra en la figura 16.



Figura 16. Detalle de las zonas de extracción de datos.

Tabla 8. Resumen de esfuerzos para análisis lineal estático en vigas de cimentación.

VIGAS DE CIMENTACIÓN		ANÁLISIS LINEAL ESTÁTICO			
CASOS	Zona	Esfuerzo de Von Mises (t/m ²)			
		C8	C9	C10	C11
Cimentación flexible en suelo blando	Cara de columna I	284.2	239.6	244.1	373.4
	Cara de columna D	266.6	213.7	365.7	411.8
Cimentación rígida en suelo blando	Cara de columna I	-	134.6	117.4	191.6
	Cara de columna D	163.40	94.00	156.8	-
Cimentación flexible en suelo rígido	Cara de columna I	309.10	155.0	190.7	176.4
	Cara de columna D	220.60	253.9	186.3	384.8
Cimentación rígida en suelo rígido	Cara de columna I	-	84.2	108.7	105.1
	Cara de columna D	81.5	133	148.1	-

*variable C=columna con su respectiva numeración.

A través de los resultados obtenidos en la tabla 8, se constató que la distribución de esfuerzos de Von Mises varía dependiendo del caso de cimentación analizada.

Mediante graficas del programa se evidenció que existe una mayor concentración de esfuerzos en la cara de la columna mientras que va disminuyendo en los centros de cada luz de viga de cimentación, provocado por el efecto de punzonamiento. Como se puede evidenciar en la figura 17 en el caso de cimentación rígida en suelo blando.

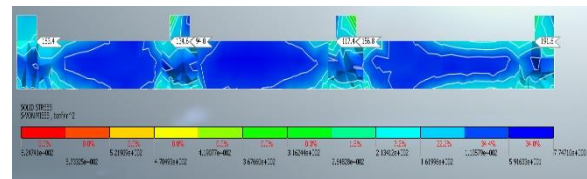


Figura 17. Detalle de las zonas de extracción de datos. Se presenta a continuación en la figura 18 el valor de las luces entre ejes que se utilizó en este proyecto de investigación.

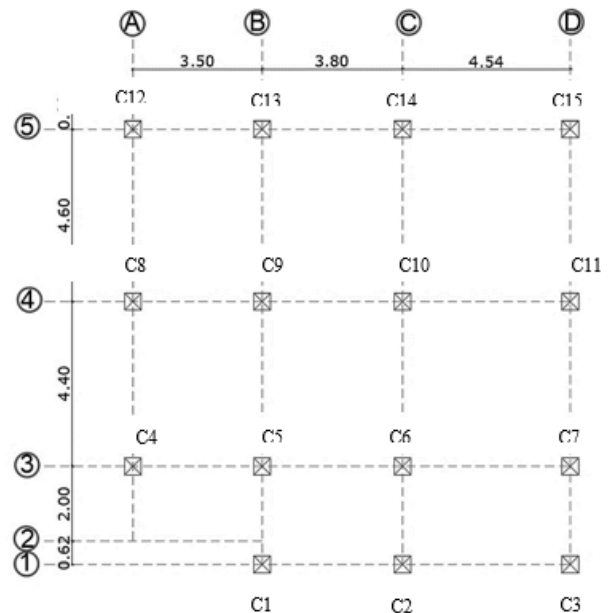


Figura 18. Distribución de número de columna.

Tabla 9. Resumen de factores de seguridad para análisis lineal estático en vigas de cimentación.

VIGAS DE CIMENTACIÓN						
ANÁLISIS LINEAL ESTÁTICO						
CASOS	Zona	Factor de Seguridad	Factor de Seguridad			
			C8	C9	C10	C11
Cimentación flexible en suelo blando	Cara de columna	I	7.4	8.8	8.6	5.6
		D	7.9	9.8	5.7	5.1
Cimentación rígida en suelo blando	Cara de columna	I	-	15.6	17.9	11.0
		D	12.9	22.3	13.4	-
Cimentación flexible en suelo rígido	Cara de columna	I	6.8	13.5	11.0	11.9
		D	9.5	8.3	11.4	5.5
Cimentación rígida en suelo rígido	Cara de columna	I	-	24.9	19.3	20.0
		D	25.7	15.8	14.9	-

*variable C=columna con su respectiva numeración

Se evidenció que los valores obtenidos en la tabla 9 contienen factores de seguridad mayores a dos, de modo que, el diseño propuesto es óptimo para cargas estáticas.

El mínimo valor del factor de seguridad se presenta en la cimentación flexible sobre suelo blando en el lado derecho de a columna 11, con un FS = 5.1.

3.2 Análisis dinámico.

Mediante el caso de análisis lineal tiempo historia método directo se obtuvo los esfuerzos de Von Mises con su respectivo factor de seguridad tanto para zapatas aisladas y vigas de cimentación como se detalla a continuación el caso de zapata aislada para cimentación rígida en suelo blando como se muestra en la figura 19.

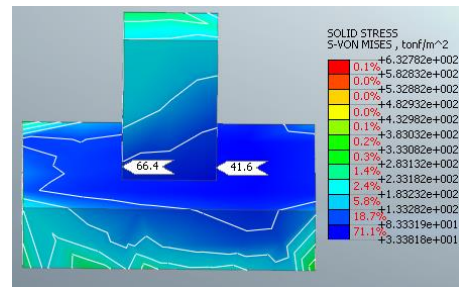


Figura 19. Distribución de esfuerzos de Von Mises en cimentación rígida en suelo blando.

Tabla 10. Resumen de esfuerzos y factores de seguridad para análisis dinámico en zapatas aisladas.

ZAPATAS AISLADAS			
ANÁLISIS DINÁMICO			
CASOS	Zona	Esfuerzo de Von Mises (t/m ²)	Factor de Seguridad
Cimentación flexible en suelo blando	Cara de columna	37.0	56.7
	Borde de Cimentación	466.4	4.5
Cimentación rígida en suelo blando	Cara de columna	66.4	31.7
	Borde de Cimentación	632.8	3.2
Cimentación flexible en suelo rígido	Cara de columna	2351.9	0.9
	Borde de Cimentación	506.6	4.2
Cimentación rígida en suelo rígido	Cara de columna	2382.8	0.9
	Borde de Cimentación	554.9	3.8

De acuerdo con la tabla 10 se deduce que en las cimentaciones aisladas sobre suelo blando los factores de seguridad aumentan en las caras de la columna mientras que en los bordes se reducen debido al efecto del sismo.

El mínimo valor del factor de seguridad se presenta en la cara de columna de la cimentación rígido sobre suelo rígido, con un FS = 0.

Tabla 11. Resumen de esfuerzos para análisis dinámico en vigas de cimentación.

VIGAS DE CIMENTACIÓN						
CASOS	Zona		ANÁLISIS DINÁMICO			
			Esfuerzo de Von Mises (t/m ²)			
			C8	C9	C10	C11
Cimentación flexible en suelo blando	Cara de columna	I	760.05	976.27	1097.38	684.56
		D	617.04	990.52	1396.54	788.44
Cimentación rígida en suelo blando	Cara de columna	I	-	914.50	824.30	455.40
		D	374.60	758.30	441.00	-
Cimentación flexible en suelo rígido	Cara de columna	I	364.20	469.30	474.90	341.30
		D	297.70	308.60	311.20	407.70
Cimentación rígida en suelo rígido	Cara de columna	I	-	334.00	244.60	184.80
		D	203.90	196.00	154.30	-

*variable C=columna con su respectiva numeración.

De la tabla 11 se constató la variación de los esfuerzos de Von Mises en cada viga de cimentación, donde se visualizó que las cimentaciones sobre suelo blando tuvieron los mayores esfuerzos debido a la geometría del cimientado y características del suelo; tomando en cuenta que este tipo de terreno es muy deformable de acuerdo con las cargas que se le impongan.

Tabla 12. Resumen de factores de seguridad para análisis dinámico en vigas de cimentación.

VIGAS DE CIMENTACIÓN						
CASOS	Zona		ANÁLISIS DINÁMICO			
			Factor de Seguridad			
			C8	C9	C10	C11
Cimentación flexible en suelo blando	Cara de columna	I	2.76	2.15	1.91	3.07
		D	3.40	2.12	1.50	2.66
Cimentación rígida en suelo blando	Cara de columna	I	-	2.30	2.55	4.61
		D	5.61	2.77	4.76	-
Cimentación flexible en suelo rígido	Cara de columna	I	5.77	4.47	4.42	6.15
		D	7.05	6.80	6.75	5.15
Cimentación rígida en suelo rígido	Cara de columna	I	-	6.29	8.59	11.36
		D	10.3	10.7	13.6	-

*variable C=columna con su respectiva numeración

En la tabla 12, todos los casos de vigas de cimentación cumplen con el criterio de seguridad ante la falla, por lo tanto, la cimentación no falla frente a un sismo de esta magnitud. El mínimo valor del factor de seguridad se presenta en la cimentación flexible sobre suelo blando en el lado derecho de la columna 10, con un FS = 1.5.

De acuerdo con los resultados de la modelación numérica usando el criterio de falla de Von Mises, ninguna viga de cimentación falla, mientras que en zapatas aisladas fallan las cimentaciones sobre suelo rígido en las caras de las columnas, ya que $\sigma_{VM} = 2352$ a 2383 t/m², mayor a la resistencia a la compresión simple del hormigón ($f'_c = 2100$ t/m²).

Conclusiones

En el caso de zapatas aisladas para la obtención del módulo de reacción de la subrasante se utilizó la fórmula de Vesic (1961) con el que se verificó el tipo de cimentación (rígida o flexible) y a su vez el comportamiento del diagrama de esfuerzos, mientras que para las vigas de cimentación se utilizó la fórmula de Vesic (Aproximada) con el que se verificó las mismas condiciones.

Se realizó un análisis de sensibilidad del tamaño del mallado, verificando que los resultados dependen de este, sin embargo, con un tamaño de malla para el suelo entre 0.3 m (en los bordes de la cimentación) a 1 m (en los extremos del dominio del modelo) se obtuvieron resultados coherentes con los resultados analíticos.

Las cimentaciones aisladas sobre suelos blandos presentan una mayor sollicitación de esfuerzos y por lo tanto menor FS en los bordes de la cimentación, mientras que las cimentaciones aisladas sobre suelos rígidos presentan menores FS en la cara de la columna.

Las vigas de cimentación independientemente de la rigidez del suelo presentaron la mayor sollicitación de esfuerzos en las caras de las columnas y por lo tanto los menores factores de seguridad.

Para el caso de cimentación aislada flexible sobre suelo blando, se constató que la cimentación se encuentra en zona de transición (rígida - flexible) de acuerdo a la teoría de cimentaciones elásticas, mientras que los resultados del modelo numérico muestran que la cimentación tiende a comportarse de manera rígida de acuerdo con los diagramas de esfuerzo de valor constante.

En un escenario estático la cimentación aislada que mejor se comporta sobre un suelo blando es la zapata rígida, mientras que en un evento sísmico se comporta mejor la cimentación flexible, análisis basado en función de los FS.

En un escenario estático y sísmico para vigas de cimentación se comporta mejor una viga rígida sobre un suelo blando, análisis basado en función de los FS.

En un escenario estático la cimentación aislada que mejor se comporta sobre un suelo rígido es la zapata rígida, mientras que en un evento sísmico se comporta mejor la cimentación flexible, análisis basado en función de los FS.

En un escenario estático y sísmico para vigas de cimentación se comporta mejor una viga rígida sobre un suelo rígido, análisis basado en función de los FS.

Se comprobó que los esfuerzos calculados analíticamente mediante la teoría de cimentaciones elásticas coinciden con los valores del modelo numérico.

De acuerdo con los diagramas de esfuerzos, el comportamiento de las cimentaciones aisladas rígidas y flexibles en suelo blando tiende a presentar valores constantes, es decir se

comportan como rígidas, resultado del cálculo analítico como del modelo numérico.

Para el caso de cimentaciones flexibles (aislada y vigas de cimentación) en suelo rígido se comprobó mediante el diagrama de esfuerzos que posee valores variables en la base, es decir se comporta como cimentaciones flexibles, resultado del cálculo analítico como del modelo numérico.

Para los tres casos restantes de vigas de cimentación y tres casos de zapatas aisladas (cimentación flexible y rígida en suelo blando; y cimentación rígida en suelo rígido) resultan valores constantes de acuerdo con los diagramas de esfuerzos obtenidos en el programa y el cálculo analítico, por lo que se comportan como rígidas.

Tabla 15. Comparación de esfuerzos zapatas aisladas

ZAPATAS AISLADAS			
CASOS	Zona	ANÁLISIS LINEAL ESTÁTICO Factor de Seguridad	ANÁLISIS DINÁMICO Factor de Seguridad
Cimentación flexible en suelo blando	Cara de columna	17.7	56.7
	Borde de Cimentación	7.5	4.5
Cimentación rígida en suelo blando	Cara de columna	22.0	31.7
	Borde de Cimentación	12.0	3.3
Cimentación flexible en suelo rígido	Cara de columna	4.0	0.9
	Borde de Cimentación	25.5	4.15
Cimentación rígida en suelo rígido	Cara de columna	11.2	0.9
	Borde de Cimentación	27.1	3.8

En la tabla 15. Se presenta una breve comparación de factores de seguridad entre el análisis lineal estático y dinámico para zapatas aisladas, en el que se observó que los valores en los bordes de cimentación disminuyeron debido

al efecto del sismo, mientras que en las caras de la columna en cimentaciones con suelo blando los valores son mayores por efecto del sismo debido a las propiedades y parámetros del suelo y las cimentaciones sobre suelo rígido los factores de seguridad tienden a fallar.

Tabla 16. Comparación de factores de seguridad promedios en vigas de cimentación.

CASOS	Zona	ANÁLISIS LINEAL ESTÁTICO	ANÁLISIS DINÁMICO
		Factor de Seguridad	Factor de Seguridad
Cimentación flexible en suelo blando	Cara de columna	7.37	2.45
Cimentación rígida en suelo blando	Cara de columna	15.51	3.77
Cimentación flexible en suelo rígido	Cara de columna	9.72	5.82
Cimentación rígida en suelo rígido	Cara de columna	20.00	10.14

En la tabla 16 se obtuvo un promedio de los factores de seguridad constatando un mejor comportamiento de una viga de cimentación rígida tanto para suelo blando como rígido.

Referencias

- [1] E. Carreño, B. Bravo, A. Suarez, J. Tordesillas, 1999: Registro y tratamiento de Acelerogramas. Revista Física de la Tierra. 11: 81-111
- [2] A.Chaparro, “Selección y procesamiento de acelerogramas para el análisis dinámico de la presa teatino”, Colombia 2017.
- [3] P. Inga, “Análisis de la vulnerabilidad sísmica frente a los sismos ocurridos en Perú – Yungay 1970 y Perú – ICA 2007, de dos edificios de 06 pisos en urbanización San Isidro, Trujillo,” Proyecto de titulación, Trujillo, Perú, 2020.
- [4] J. Aristizábal, “Estructura de vigas sobre suelos elásticos de rigidez variable”, Int. de Desastres Naturales, Accidentes e infraestructura Civil. Vol 3, pp. 157-173.
- [5] A. Muelas, “Cimentaciones directas” en *Manual de mecánica de suelos y cimentaciones*. 1ra ed, Ed. Independiente, 2001, pp. 4-13.
- [6] G. Jaramillo, Manual de Cimentaciones, edición de prueba actualizada con la NSR-10.
- [7] F. Hernández, M. González, “Método simplificado para estimar deformaciones sísmicas permanentes en muros de tranques de relave chilenos” Proyecto de titulación, Universidad de Chile Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas Departamento de Ingeniería Civil, Santiago de Chile, Chile. Oct. 2017
- [8] A.Chopra, “Dinámica de estructuras,” pp.14-16,2014.

- [9] User Manual MIDAS GTS NX, “Analysis Reference_Chapter-6 Analysis,” vol. 5, pp. 455-461, 2018.
- [10] A. Fredes, P. Araya, Espectro de respuesta, Chile 2014.
- [11] User Manual MIDAS GTS NX, “Analysis Reference_Chapter-5 Analysis,” vol. 5, pp. 370-373, 2018.
- [12] User Manual MIDAS GTS NX, “Analysis Reference_Chapter-5 Analysis,” vol. 5, pp. 370-373, 2018.
- [13] B. M. Das, “Fundamentos de Ingeniería de cimentaciones 7ma Edición,” p. 794, 2011.
- [14] J. E. Bowles, “Foundation Analysis and Design,” pp. 404–414, 1997.
- [15] User Manual MIDAS GTS NX, “Analysis Reference_Chapter-4 Mesh,” vol. 5, pp. 131–134.
- [16] Guía práctica para el diseño de estructuras de hormigón armado de conformidad con la norma ecuatoriana de la construcción NEC 2015, cap. 2, pp. 73–87.
- [17] M. Pérez, J. Yepes “Diseño geométrico de una Zapata doble para cimentación aplicada en torres de transmisión eléctrica,” *Ingenio* vol. 1, pp. 17-24, 2021.