



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**

**SEDE QUITO**

**CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**

**DISEÑO DE CONSTRUCCIONES HIDRÁULICAS QUE OPERAN BAJO  
CONDICIONES DE LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE**

Trabajo de titulación previo a la obtención del  
título de Ingeniera Civil

AUTORA: Jenny Verónica Cáceres Toledo

TUTOR: Jorge Iván Calero Hidalgo

Quito - Ecuador  
2022

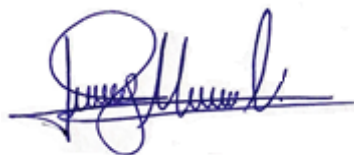
## **CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

Yo, Jenny Verónica Cáceres Toledo con documento de identificación N° 1723780019 manifiesto que:

Soy la autora y responsable del presente trabajo; y, autorizo a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total parcial el presente trabajo de titulación.

Quito, 10 de marzo del 2022

Atentamente,



---

Jenny Verónica Cáceres Toledo

1723780019

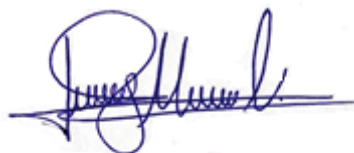
**CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE  
TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**

Yo, Jenny Verónica Cáceres Toledo con documento de identificación N° 1723780019, expreso mi voluntad y por medio del presente documento cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autora del Proyecto Técnico: “Diseño de construcciones hidráulicas que operan bajo condiciones de la dinámica de masa variable”, el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniera Civil, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En concordancia con lo manifestado, suscribo este documento en el momento que hago la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 10 de marzo del 2022

Atentamente,



---

Jenny Verónica Cáceres Toledo

1723780019

## **CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

Yo, Jorge Iván Calero Hidalgo con documento de identificación N° 1800480434, docente de la Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: **DISEÑO DE CONSTRUCCIONES HIDRÁULICAS QUE OPERAN BAJO CONDICIONES DE LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE**, realizado por Jenny Verónica Cáceres Toledo con documento de identificación N° 1723780019, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción de Proyecto Técnico que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 10 de marzo del 2022

Atentamente,



---

Ing. Jorge Iván Calero Hidalgo, MSc.

1800480434

## **DEDICATORIA**

A Dios y al Divino Niño Jesús por darme salud y vida para disfrutar este sueño alcanzado junto a mis seres queridos y por haberme iluminado en todo el camino.

Con todo el amor se lo dedico a la persona más importante en mi vida y por quien luche para alcanzar este título, mi madre Cristina Margarita Toledo Gualán, quien ha sido la persona más paciente, confiada, amable, noble, honrada, solidaria, responsable, de un gran corazón y muchas cualidades más que me ha enseñado a ser una mejor persona y como quien quisiera llegar a ser algún día. Esto es por ti mamá.

## **AGRADECIMIENTOS**

A Dios por la vida, sus bendiciones y su infinito amor conmigo.

A mi mamá Cristina Toledo por ser siempre incondicional y estar a mi lado, por su paciencia, por ser mi soporte, por su comprensión a lo largo de toda mi vida pero principalmente en esta etapa académica y porque sin ella no lo hubiera logrado. Gracias por creer en mí.

A mi hermana Fanny por su apoyo incondicional a la familia, por sus consejos, su tiempo, su cariño y sus cuidados.

A mi hermano Danilo por su cariño, compañía, apoyo pero sobre todo por ser un gran ejemplo de valentía y fortaleza.

Al Ingeniero Iván Calero por su paciencia, comprensión, por ser un gran apoyo, por su tiempo dedicado a compartir sus conocimientos para concluir con éxito este aporte académico y por ser un gran catedrático.

INFINITAS GRACIAS

## ÍNDICE DE CONTENIDOS

CAPÍTULO I .....	1
ANTECEDENTES Y GENERALIDADES .....	1
1.1    Introducción .....	1
1.2    Objetivos .....	3
1.2.1    Objetivo general .....	3
1.2.2    Objetivo específico .....	3
1.3    Problema de estudio .....	4
1.4    Justificación .....	4
1.5    Metodología .....	5
CAPÍTULO II .....	6
BASE TEÓRICA DE LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE APLICABLE AL DISEÑO DE LAS CONSTRUCCIONES HIDRÁULICAS .....	6
2.1    Relaciones fundamentales .....	6
2.2    Ecuación diferencial del movimiento de cuerpos de masa variable .....	8
2.3    Ecuación diferencial de la hidráulica de masa variable .....	9
2.3.1    Fuerzas actuantes en el tramo considerado .....	10
CAPÍTULO III .....	13
HIDRÁULICA DE UN VERTEDERO LATERAL BASADA EN LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE .....	13
3.1    Movimiento de los líquidos con caudal variable .....	13
3.1.1    Ecuación básica .....	13
3.1.2    Forma de la superficie libre en un cauce abierto .....	16

3.1.3 Casos particulares de movimiento de un líquido con caudal variable ....	19
3.2 Análisis hidráulico de los vertederos laterales en los canales rectangulares con flujo subcrítico.....	42
3.3 Aplicación para un vertedero lateral en un canal rectangular con flujo sub crítico....	45
3.4 Movimiento del agua con caudal variable en el tramo de un canal con vertedero lateral.....	52
3.5 Algoritmo de cálculo, método convencional. ....	56
3.6 Aplicación del algoritmo de cálculo, método convencional.....	57
3.7 Análisis de los métodos de masa variable y convencional. ....	57
CAPÍTULO IV.....	58
HIDRÁULICA DE LAS CAPTACIONES FRONTALES CON REJILLA DE ENTRADA HORIZONTAL BASADA EN LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE .....	
4.1 Capacidad de flujo de una rejilla de fondo en una captación de montaña.....	58
4.2 Determinación del caudal que ingresa a la galería de captación. ....	62
4.3 Ecuación para construir la línea de superficie libre del flujo sobre la rejilla.....	67
4.4 Algoritmo de cálculo, DMV. ....	74
4.5 Aplicación del algoritmo, DMV .....	75
4.6 Dimensionamiento de la rejilla de captación, método convencional.....	79
4.7 Algoritmo de cálculo, método convencional. ....	80
4.8 Aplicación del algoritmo, método convencional. ....	81
4.9 Análisis de los métodos de masa variable y convencional. ....	85
CAPÍTULO V.....	87



HIDRÁULICA DE UNA GALERÍA DE CAPTACIÓN BASADA EN LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE.....	87
5.1 Hidráulica de una galería de captación de montaña con rejilla horizontal .....	87
5.2 Aplicación de una galería de captación de montaña con rejilla horizontal.....	96
5.3 Galería de captación con caudal inicial .....	103
5.4 Aplicación para una galería de captación con caudal inicial y velocidad constante en toda su longitud.....	107
5.4.1 Aplicación para la galería de captación con caudal inicial, variaciones en la base, DMV. ....	112
5.5 Aplicación para una galería de captación con rejilla horizontal sin caudal inicial. ..	114
5.6 Algoritmo de cálculo.....	119
5.8 Algoritmo de cálculo, método convencional. ....	121
5.9 Aplicación del algoritmo, método convencional .....	122
5.9.1 Aplicación para la galería de captación con variaciones en la base, método convencional. ....	124
6. Análisis de los métodos de masa variable y convencional. ....	127
CAPÍTULO VI.....	129
HIDRÁULICA DE LOS DRENAJES SUB SUPERFICIALES BASADA EN LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE .....	129
6.1 Análisis hidráulico de los conductos perforados de drenaje y de abastecimiento (tubos y galerías).....	129
6.2 Algoritmo de cálculo, DMV .....	136
6.3 Aplicación del análisis hidráulico para los conductos perforados .....	137

6.4 Algoritmo de cálculo, método convencional .....	144
6.5 Aplicación del algoritmo de cálculo, método convencional .....	145
6.6 Análisis de los métodos de masa variable y convencional. ....	148
CONCLUSIONES .....	150
RECOMENDACIONES.....	152
REFERENCIAS.....	153

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b> Información de entrada para la aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral. .....	27
<b>Tabla 2</b> Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal, $b = 4\text{m}$ .....	28
<b>Tabla 3</b> Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal, $b = 4,50\text{m}$ .....	29
<b>Tabla 4</b> Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal, $b = 5\text{m}$ .....	30
<b>Tabla 5</b> Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal, $b = 5,50\text{m}$ .....	31
<b>Tabla 6</b> Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal, $b = 6\text{m}$ .....	32
<b>Tabla 7</b> Tabla de resultados obtenidos mediante la aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con la variación del ancho del canal.....	33
<b>Tabla 8</b> Información de entrada para la aplicación del método de la carga media del vertedero lateral.....	37
<b>Tabla 9</b> Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal $b = 4\text{m}$ . ....	38

<b>Tabla 10</b> Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal $b = 4,5\text{m}$ .....	38
<b>Tabla 11</b> Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal $b = 5\text{m}$ .....	39
<b>Tabla 12</b> Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal $b = 5,5\text{m}$ . ....	39
<b>Tabla 13</b> Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal $b = 6\text{m}$ . ....	40
<b>Tabla 14</b> Tabla de resultados obtenidos mediante la aplicación del método de carga media del vertedero lateral con la variación del ancho del canal.....	41
<b>Tabla 15</b> Datos para la curva del perfil longitudinal de la superficie libre .....	49
<b>Tabla 16</b> Pérdidas de carga en la fricción común.....	51
<b>Tabla 17</b> Tabla de resultados obtenidos mediante la aplicación del método convencional del vertedero lateral con la variación del ancho del canal.....	57
<b>Tabla 18</b> Tabla de resultados obtenidos del análisis del vertedero lateral, ambos métodos.....	57
<b>Tabla 19</b> Información de entrada para la aplicación del algoritmo, DMV.....	75
<b>Tabla 20</b> Tabla de resultados obtenidos para la longitud de la rejilla, DMV.....	78
<b>Tabla 21</b> Tabla de resultados obtenidos para la longitud de la rejilla con variación del ancho de la rejilla.....	79
<b>Tabla 22</b> Tabla de resultados obtenidos para la longitud de la rejilla, método convencional. .....	84
<b>Tabla 23</b> Tabla de resultados obtenidos para la longitud de la rejilla con la variación del ancho de la rejilla.....	85

<b>Tabla 24</b>	Tabla de resultados obtenidos del cálculo de la longitud de la rejilla, ambos métodos .....	85
<b>Tabla 25</b>	Tabla referencial para el cálculo de las pérdidas de carga $0 < p \leq 1$ .....	99
<b>Tabla 26</b>	Determinación de magnitudes de T y V al final de la galería.....	103
<b>Tabla 27</b>	Datos para la construcción de las curvas de configuración del fondo de la galería... ..	109
<b>Tabla 28</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho $b = 1\text{m}$ .....	112
<b>Tabla 29</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho $b = 2\text{m}$ .....	113
<b>Tabla 30</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho $b = 3\text{m}$ .....	113
<b>Tabla 31</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho $b = 4\text{m}$ .....	113
<b>Tabla 32</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho $b = 5\text{m}$ .....	114
<b>Tabla 33</b>	Datos para gráficos de línea de superficie libre del flujo en la galería; configuración del fondo de la galería; profundidades críticas.....	116
<b>Tabla 34</b>	Información de entrada para la aplicación del algoritmo de cálculo, método convencional.....	122
<b>Tabla 35</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho $b = 1\text{m}$ .....	124
<b>Tabla 36</b>	Tabla del dimensionamiento de la galería de captación, $b = 1\text{m}$ .....	124
<b>Tabla 37</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y $b = 2\text{m}$ .....	124
<b>Tabla 38</b>	Tabla del dimensionamiento de la galería de captación, $b = 2\text{m}$ .....	125
<b>Tabla 39</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y $b = 3\text{m}$ .....	125
<b>Tabla 40</b>	Tabla del dimensionamiento de la galería de captación, $b = 3\text{m}$ .....	125
<b>Tabla 41</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y $b = 4\text{m}$ .....	126
<b>Tabla 42</b>	Tabla del dimensionamiento de la galería de captación, $b = 4\text{m}$ .....	126
<b>Tabla 43</b>	Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y $b = 5\text{m}$ .....	126

<b>Tabla 44</b>	Tabla del dimensionamiento de la galería de captación, $b = 5\text{m}$ .....	127
<b>Tabla 45</b>	Tabla de resultados obtenidos del análisis de una galería de captación con caudal inicial, ambos métodos.....	127
<b>Tabla 46</b>	Tabla de las pérdidas de carga sumatorias .....	139
<b>Tabla 47</b>	Tabla para la sección $\omega_o \text{ m}^2$ .....	143
<b>Tabla 48</b>	Tabla de resultados obtenidos mediante el método convencional .....	148
<b>Tabla 49</b>	Tabla de resultados obtenidos del análisis de un conducto perforado, ambos métodos .....	148

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> Tramo considerado de un flujo líquido con caudal variable a lo largo del cauce .....	10
<b>Figura 2</b> Forma de la superficie libre en caso de desagüe lateral de un caudal, desde un canal ( $\frac{dQ}{ds} < 0$ ) .....	17
<b>Figura 3</b> Forma de la superficie libre en un canal en caso de ingreso lateral de agua ( $\frac{dQ}{ds} > 0$ ) .....	18
<b>Figura 4</b> Forma de la superficie libre para un canal prismático con flujo subcrítico .....	20
<b>Figura 5</b> Vertedero lateral en un canal prismático de sección rectangular con flujo subcrítico ..	22
<b>Figura 6</b> Movimiento de un líquido con caudal variable, DMV .....	26
<b>Figura 7</b> Perfil longitudinal de la superficie libre .....	50
<b>Figura 8</b> Corte longitudinal del tramo de un canal con vertedero lateral para flujo subcrítico ...	52
<b>Figura 9</b> Corte longitudinal del tramo de un canal con vertedero lateral para flujo supercrítico	52
<b>Figura 10</b> Análisis hidráulico de un vertedero lateral, método convencional .....	56
<b>Figura 11</b> Captación de montaña con rejilla de fondo, vista en planta .....	59
<b>Figura 12</b> Captación de montaña con rejilla de fondo, cortes .....	60
<b>Figura 13</b> Rejilla horizontal de captación .....	61
<b>Figura 14</b> Dimensionamiento de la rejilla de captación, DMV .....	74
<b>Figura 15</b> Curva de la relación funcional $\sigma = f(A)$ .....	76
<b>Figura 16</b> Dimensionamiento de la rejilla de captación, método convencional .....	80
<b>Figura 17</b> Galería de una captación de montaña con rejilla horizontal .....	87
<b>Figura 18</b> Galería con caudal inicial .....	104
<b>Figura 19</b> Perfil longitudinal de la superficie libre de flujo .....	110
<b>Figura 20</b> Configuración del fondo de la galería $v = 2,42\text{m/s}$ .....	111
<b>Figura 21</b> Configuración del fondo de la galería $v = 1,5 \text{ m/s}$ .....	111
<b>Figura 22</b> Configuración del fondo de la galería $v = 3,5 \text{ m/s}$ .....	112
<b>Figura 23</b> Galería sin caudal inicial .....	114
<b>Figura 24</b> Línea de superficie libre del flujo en la galería .....	117
<b>Figura 25</b> Configuración del fondo de la galería .....	118
<b>Figura 26</b> Profundidades críticas, galería de captación .....	118
<b>Figura 27</b> Galería de captación con caudal inicial y velocidad constante, DMV .....	119
<b>Figura 28</b> Galería de captación sin caudal inicial, DMV .....	120

<b>Figura 29</b> Galería de captación, método convencional.....	121
<b>Figura 30</b> Esquema de análisis de un conducto perforado con caudal creciente.....	131
<b>Figura 31</b> Análisis hidráulico de los conductos perforados, DMV.....	136
<b>Figura 32</b> Línea piezométrica, conducto perforado.....	140
<b>Figura 33</b> Línea de energía, conducto perforado.....	141
<b>Figura 34</b> Análisis hidráulico de los conductos perforados, método convencional.....	144



## GLOSARIO DE ABREVIATURAS

$dQ$ : Variación del caudal en la longitud  $ds$

$\omega$ : Área de la sección del flujo principal.

$h_f$ : Carga perdida.

$K$ : Módulo o característica de caudal

$\Delta h$ : Diferencia de las profundidades extremas en el canal

$\Delta H$ : Diferencia de las cargas extremas sobre el vertedero

$\Delta s$ : Tramo de cálculo de longitud

$k$ : Coeficiente (menor a 2), para análisis preliminar.

$B$ : Ancho del canal (m).

$m$ : Coeficiente de caudal del vertedero.

$H$ : carga sobre el vertedero

$Q$ : caudal ( $m^3/s$ ).

$H$ : Profundidad (m).

$K$ : Módulo o característica del caudal

$h_{cr}$  : Profundidad crítica en el canal (m).

$h_2$ : Profundidad en la sección final (m).

$c$ : Altura de la cresta del vertedero desde el fondo del canal.

$H_m$ : Carga media del vertedero lateral para el tramo dado.

$Q_m$ : Caudal promedio en el canal ( $m^3/s$ ).

$h_m$ : Profundidad promedio en el canal (m).

$Q_1$  y  $Q_2$ : Caudales en el canal antes del vertedero y a continuación del vertedero ( $m^3/s$ ).

$Q_m$ : Caudal medio entre ellos ( $m^3/s$ ).

$Q_{V.L}$ : Caudal del vertedero lateral ( $m^3/s$ ).

$L$ : longitud del vertedero lateral (m).

$i$ : Pendiente del fondo del canal.

$h_1$  ,  $h_2$ : Profundidad del canal, en las abscisas inicial y final del vertedero, respectivamente.

$\omega_1$  y  $\omega_2$ : Área de la sección de flujo del canal, en las abscisas, respectivamente, inicial y final del vertedero.

$H_1$  y  $H_2$ : Carga al inicio y al final del vertedero.

$H_m$ : Carga promedio.

$K_1$ : Módulo de caudal promedio.

$K_1$  y  $K_2$ : Características de caudal correspondientes, respectivamente a las profundidades  $h_1$  y  $h_2$ .

$Q_1$ : Caudal en el canal rectangular antes vertedero ( $m^3/s$ ).

$Q_2$ : Caudal en el canal rectangular después del vertedero ( $m^3/s$ ).

$v_{2k}$ : Valor crítico de la velocidad, correspondiente al caudal  $Q_2$ .

$h_2$ : Profundidad del flujo, correspondiente al caudal  $Q_2$ .

$\beta$ : Coeficiente de desagüe a través del vertedero lateral.

$i_{tv}$ : Pendiente del canal en el tramo del vertedero.

$Q_o$ : Caudal total ( $m^3/s$ )

$Q_x$ : Caudal que ingresa a la galería de captación desde el inicio de la rejilla hasta la sección con abscisa  $x$ . ( $m^3/s$ )

$Q_x''$ : Caudal que se mueve sobre la rejilla con abscisa  $x$ . ( $m^3/s$ )

$q_o$ : Caudal unitario sobre la rejilla ( $m^3/s/m$ )

$q_x''$ : Caudal unitario sobre la rejilla ( $m^3/s/m$ )

$q_x$ : Caudal unitario que ingresa a la galería de captación ( $m^3/s/m$ )

$\omega_x''$ : Área de la sección transversal del flujo que se mueve sobre la rejilla, por unidad de longitud de frente (1 metro).

$v_x''$ : Velocidad media de flujo. (m/s)

$h_1$ : Ordenada de la superficie libre de flujo. (m)

$v_1$ : Proyección de la velocidad del líquido separado, en la dirección perpendicular a la del flujo principal. (m/s)

$Kv_x^{n^2}$ : Elemento que cuantifica las pérdidas de carga longitudinales por fricción

$g$ : Aceleración de la gravedad. (m/s<sup>2</sup>)

$h_2$ : Profundidad de flujo al final de la rejilla. (m)

$\mu$ : Coeficiente de descarga de la rejilla

$i$ : Pendiente de la rejilla en dirección del flujo

$K_i$ : Coeficiente corrector que depende de la pendiente de la rejilla

$Q$ : Caudal al final de la galería (m<sup>3</sup>/s)

$q$ : Caudal unitario que ingresa desde la rejilla a la galería (m<sup>3</sup>/s/m)

$l$ : Longitud de la galería. (m)

$n$ : Coeficiente de rugosidad.

$T$ : Profundidad total de la galería (m)

$Q_1, Q_2$ : Caudales al comienzo y al final del conducto perforado (m<sup>3</sup>/s)

$q$ : Caudal unitario receptado o entregado (m<sup>3</sup>/s/m)

$Qn$ : Caudal de tránsito (de ingreso o entrega) (m<sup>3</sup>/s)

$x, y$ : Coordenadas de la línea piezométrica (el origen de las coordenadas se ubica en el centro de la sección inicial del tramo perforado del conducto); el eje,  $y$  está dirigido hacia arriba.

d: Diámetro del conducto.(m)

$\omega$ : Área de la sección de flujo de la sección. (m<sup>2</sup>)

k: Característica del caudal.

$\omega_o$ : Área de los orificios en la unidad de longitud del conducto. (m<sup>2</sup>)

$\mu$ : Coeficiente de caudal de los orificios.

$h_{\omega,x}$ : Pérdidas de carga sumatorias.

E<sub>1</sub>: Energía al inicio del conducto perforado.

E<sub>2</sub>: Energía al final del conducto perforado.

E<sub>z</sub>: Energía variable a lo largo del conducto.

## RESUMEN

El proyecto de DISEÑO DE CONSTRUCCIONES HIDRÁULICAS QUE OPERAN BAJO CONDICIONES DE LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE incluye la consideración de tres tipos de construcciones hidráulicas: aliviaderos laterales, captaciones frontales con rejilla horizontal y conductos de drenaje sub superficial. Los aliviaderos laterales tienen amplia aplicación en las captaciones directas superficiales como elementos de control de los caudales. Las captaciones con rejilla horizontal y galería receptora tienen aplicación vigente en las captaciones de montaña. Los conductos perforados sub superficiales, entre los que se encuentran los de drenaje, tienen amplia aplicación en el aprovechamiento de acuíferos y control del flujo subterráneo.

Para cada uno de estos casos se ha formulado el modelo y algoritmo de cálculo, basados en los principios teóricos de la DMV. Para el efecto, a partir de las ecuaciones diferenciales generales, que rigen para todos los procesos en los que tiene lugar la variación de la masa en movimiento, se han deducido e integrado las ecuaciones específicas aplicables a cada caso.

La aplicación de los algoritmos ha permitido, por una parte, analizar y resolver problemas concretos para los tres tipos referidos de construcciones, por otra parte, investigar la incidencia en los resultados de varios parámetros característicos de los modelos utilizados de la DMV y, finalmente, comparar los resultados con los valores de los resultados obtenidos por los métodos simplificados, comúnmente utilizados.

*Palabras clave:* aliviadero lateral, galería de captación, drenaje sub superficial, captación, hidráulica, construcción, métodos, algoritmo, comparación.

## ABSTRACT

The project of THE DESIGN OF CONSTRUCTIONS OPERATING UNDER CONDITIONS OF VARIABLE MASS DYNAMICS includes consideration of three types of hydraulic constructions: lateral spillways, front catchments with horizontal grating, and subsurface drainage pipes. The lateral spillways have wide application in the direct surface catchments as flow control elements. The catchments with horizontal grating and receptor gallery have current acceptance in mountain catchments. The subsurface perforated pipes, in which the ones of the drainage are found, have wide application in the aquifer utilization and subterranean flow control.

For each of these cases, the model and calculation algorithm have been formulated based on the DMV theoretical principles. For that matter, from the general differential equations that apply to all processes in which the variation of the moving mass takes place, the specific equations relevant to each case have been deducted and integrated.

The application of the algorithms has allowed, on one hand, to analyzed and solved particular problems for the three mentioned types of constructions and, on the other hand, to investigate the incidence on the results of several parameters characteristic of the models used by the DMV and, finally to compare the results with the values of the results obtained by the simplified methods, normally utilized.

Keywords: lateral spillways, catchment gallery, subsurface drainage, catchment, hydraulics, construction, methods, algorithm, comparison.

# CAPÍTULO I

## ANTECEDENTES Y GENERALIDADES

### 1.1 Introducción

Las construcciones hidráulicas incluyen diferentes estructuras con funciones específicas para cumplir los objetivos de los sistemas hidráulicos, en el aprovechamiento y control de los recursos hidráulicos. Entre estas estructuras se encuentran aquellas cuya operación involucra procesos regidos por las leyes de la dinámica de masa variable. Posteriormente se mencionara como DMV lo que refiere a la dinámica de masa variable.

En este marco, el presente trabajo de investigación está referido fundamentalmente a las aplicaciones de las leyes de la DMV al análisis y diseño de cuatro estructuras hidráulicas en particular: dos que pertenecen a las captaciones frontales con rejilla horizontal (rejilla de captación y galería receptora), vertederos laterales y conductos perforados sub- superficiales.

Los aliviaderos laterales son obras hidráulicas que corresponden por lo general a una hendidura, realizada a lo largo de una de las paredes o taludes de un canal. Los usos que se le dan a este tipo de obras son, la evacuación de excesos de caudal para protección contra crecidas, la derivación de caudal a canales secundarios y la eliminación de fluctuaciones de caudal, superiores a los caudales de diseño en obras de conducción, producidos por el ingreso de aguas lluvias o por entradas de flujos accidentales. (Sotelo Ávila, 2002).

Las captaciones frontales con rejilla de entrada horizontal son obras de captación por derivación a filo de agua, captan el recurso del afluente sin almacenamiento, aprovechando el caudal que hay en el momento dado. La captación puede realizarse directamente sin ninguna obra



en el cauce, aunque es más común y conveniente construir una presa cerrando este. En este caso el caudal es llevado directamente, por un canal lateral; sin embargo, la obra, cuando no es correctamente diseñada, está expuesta a deterioro por avenidas del río. (Ortiz Flores, 2018).

Las galerías de captación frontal con rejilla horizontal son estructuras que captan el agua en un colector a través de una rejilla, formada por un determinado número de barras, direccionadas en sentido de la corriente que impide el ingreso de material sólido y permite su evacuación hacia aguas abajo. El caudal de esta forma captado se direcciona, generalmente, a un desarenador, en donde sedimenta el material sólido que ha ingresado a través de la rejilla y el agua continúa por la obra de conducción. (Ortiz Flores, 2018).

Los conductos perforados sub superficiales o subterráneos se utilizan para el aprovechamiento o control de los acuíferos y del agua subterránea. (Hargreaves y Merkley 2000).

## **1.2 Objetivos**

### ***1.2.1 Objetivo general***

Formular los procedimientos de diseño y analizar resultados obtenidos, al aplicar los principios teóricos de la dinámica de masa variable, al estudio de las construcciones hidráulicas que operan bajo estas condiciones.

### ***1.2.2 Objetivo específico***

Formular las bases teóricas de la dinámica de masa variable aplicables al análisis de las construcciones hidráulicas que operan en esas condiciones.

Formular el procedimiento de diseño basado en los principios de la dinámica de masa variable y analizar los resultados obtenidos, al aplicarlo a los aliviaderos laterales de los sistemas fluviales de regulación.

Formular el procedimiento de diseño basado en los principios de la dinámica de masa variable y analizar los resultados obtenidos, al aplicarlo a captaciones frontales con rejilla de entrada horizontal de los sistemas fluviales de derivación.

Formular el procedimiento de diseño basado en los principios de la dinámica de masa variable y analizar los resultados obtenidos, al aplicarlo a galerías de captación en los sistemas fluviales de derivación.

Formular el procedimiento de diseño basado en los principios de la dinámica de masa variable y analizar los resultados obtenidos, al aplicarlo a drenajes sub superficiales con tuberías perforadas.

Elaborar los algoritmos de diseño para los procedimientos formulados.

Comparar, para casos concretos, los resultados obtenidos por los métodos convencionales y los basados en la dinámica de masa variable.

### **1.3 Problema de estudio**

Varias estructuras hidráulicas operan en condiciones correspondientes a la dinámica de masa variable; sin embargo, en la mayoría de estos casos, las bases teóricas de diseño, convencionalmente aplicadas, corresponden a modelos que prescinden de esta realidad, aun cuando con frecuencia los resultados obtenidos guardan correspondencia con el medio.

En este marco surge la necesidad básica de contraponer los modelos de diseño generalmente adoptados en la práctica con los modelos que se obtienen a partir de los principios teóricos establecidos en la dinámica de masa variable para, en lo posible formular correlaciones que aseguren la correspondencia entre los dos grupos de métodos.

Entre las construcciones hidráulicas que operan en condiciones de la dinámica de masa variable están: aliviaderos laterales; captaciones frontales con rejilla de entrada horizontal; galerías de captación; conductos de drenaje; presas de hormigón a gravedad durante el periodo de construcción, en relación con la conformación de su estado tensional y de deformaciones.

### **1.4 Justificación**

Las construcciones hidráulicas que operan bajo condiciones correspondientes a la dinámica de masa variable frecuentemente forman parte de diferentes tipos de sistemas hidráulicos: sistemas fluviales de regulación, sistemas fluviales de derivación, sistemas de drenaje tanto superficial como sub superficial. En este contexto es importante formular los procedimientos de diseño y realizar los análisis de resultados, al aplicar los principios teóricos de la dinámica de masa variable.

Precisamente, el trabajo de titulación propuesto pretende establecer criterios y/o parámetros que correlacionen los procedimientos convencionales de diseño de las estructuras mencionadas con los derivados de la aplicación de los principios de la dinámica de masa variable.

## **1.5 Metodología**

La metodología que se utilizará en el DISEÑO DE CONSTRUCCIONES HIDRÁULICAS QUE OPERAN BAJO CONDICIONES DE LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE, constará de lo siguiente:

- Recopilación de la información básica necesaria;
- Formulación de las bases teóricas y herramientas específicas;
- Aplicación de los modelos de análisis obtenidos;
- Aplicación de los métodos convencionales;
- Análisis de los resultados;
- Conclusiones y recomendaciones.

A partir de la información obtenida mediante el estudio de la teoría de la dinámica de masa variable se expone los criterios y relaciones matemáticas aplicables a los objetivos del trabajo, entonces a partir de los modelos matemáticos alcanzadas se formula los algoritmos de análisis para cada uno de los objetivos relacionados con las construcciones específicas.

## CAPÍTULO II

### BASE TEÓRICA DE LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE APLICABLE AL DISEÑO DE LAS CONSTRUCCIONES HIDRÁULICAS

#### 2.1 Relaciones fundamentales

El referirse a los cuerpos de masa variable se supone que, con el transcurso del tiempo, la masa del cuerpo en movimiento aumenta o disminuye. Cuando en el transcurso del tiempo al cuerpo en movimiento en la trayectoria se incorporan partículas adicionales y la masa del cuerpo aumenta; un ejemplo del movimiento de cuerpos con aumento de la masa es el giro del elemento direccional de una turbina hidráulica a reacción durante el periodo de arranque o de un rodete en el que se enrolla hilo. Cuando en el transcurso del tiempo, en el trayecto del movimiento tiene lugar la separación de partículas, desde la masa principal, significa que esta disminuye; un ejemplo de este movimiento es el de una turbina hidráulica a reacción durante el proceso de cierre de su elemento direccional.

La masa de un cuerpo en movimiento es variable también en el caso cuando simultáneamente tiene lugar la incorporación y separación de partículas.

En el caso cuando como resultado de la incorporación y separación simultáneas de partículas la masa del cuerpo no varía (cuando las masas de las partículas incorporadas y separadas son iguales entre sí), de todas maneras, este tipo de movimiento se sujeta a las leyes de la dinámica de masa variable; una exclusión constituye únicamente el caso cuando son iguales entre sí, por magnitud y dirección, las velocidades relativas de las partículas incorporadas y separadas; en este último caso el movimiento tiene lugar de acuerdo a las leyes de la dinámica de los cuerpos de masa constante.

A partir de la definición del movimiento de un cuerpo de masa variable se concluye que la masa del cuerpo en movimiento es función del tiempo:

$$m = f(t)$$

Donde  $f(t)$  – función continua del tiempo.

a) *El caso de separación de partículas desde la masa principal en movimiento, es evidente que:*

$$dm = -dm_1$$

Dónde,  $m_1$ - masa sumatoria de las partículas separadas en un intervalo de tiempo  $dt$ :

$$m_1 = f_1(t)$$

Por consiguiente,  $dm_1$  siempre es magnitud positiva, en tanto que  $dm$  es negativa en el caso de separación de partículas desde la masa principal.

b) *En el caso de incorporación de partículas a la masa principal en movimiento:*

$$dm = dm_2$$

Dónde  $dm_2$ - masa sumatoria de las partículas incorporadas en el intervalo de tiempo  $dt$ .

$$m_2 = f_2(t)$$

En consecuencia, a diferencia del caso anterior de separación de partículas, en el caso de incorporación  $dm$  y  $dm_2$  siempre son positivas.

c) *En el caso de incorporación y separación simultáneas de partículas:*

$$dm = dm_2 - dm_1$$

Cuando  $dm_1 = dm_2$  y  $dm = 0$ , significa que  $m = const$ , es decir que la masa del cuerpo no cambia en el transcurso del tiempo considerado. Sin embargo, como ya se ha anotado, solo en el caso particular cuando son iguales las velocidades relativas de las partículas incorporadas y de las partículas separadas, el movimiento del cuerpo se desarrolla de acuerdo a las leyes de la dinámica de masa constante.

## 2.2 Ecuación diferencial del movimiento de cuerpos de masa variable

A partir del teorema de la dinámica básica, relativo a la variación de la cantidad de movimiento es posible obtener la ecuación diferencial fundamental del movimiento de cuerpos de masa variable, aplicada a cada uno de los tres casos ya formulados.

a) *Caso de separación de partículas a la masa principal en movimiento:*

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{R} + (\bar{u} - \bar{v}) \frac{dm}{dt} \quad (1)$$

Dónde,  $\bar{v}$ - velocidad del cuerpo de masa  $m$ , en el instante de tiempo  $t$ ;  $\bar{u}$ - velocidad de las partículas separadas de masa  $dm_1$ ;  $\bar{R}$ - vector principal de las fuerzas externas.

b) *Caso de incorporación de partículas a la masa principal en movimiento:*

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{R} + (\bar{u} - \bar{v}) \frac{dm}{dt} \quad (2)$$

Es decir que las ecuaciones (1) y (2) coinciden íntegramente, lo que significa que la ecuación diferencial del movimiento de un cuerpo de masa variable es general tanto para el caso de separación como para el de incorporación de partículas; sin embargo, es importante tener presente que  $dm/dt$ , en el caso de incorporación es magnitud positiva, en tanto que en el caso de separación de partículas es negativa.

c) *Caso de incorporación y separación simultáneas de partículas:*

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{R} - (\bar{u}_1 - \bar{v}) \frac{dm_1}{dt} + (\bar{u}_2 - \bar{v}) \frac{dm_2}{dt} \quad (3)$$

Dónde,  $\bar{u}_1$  y  $\bar{u}_2$ - velocidades absolutas, respectivamente, de las partículas separadas e incorporadas a la masa principal.

La ecuación (3) es la ecuación de I. V. Mesherski, que constituye ecuación fundamental de la dinámica de masa variable.

### **2.3 Ecuación diferencial de la hidráulica de masa variable**

En los análisis hidráulicos de las construcciones hidráulicas el movimiento del agua con caudal variable a lo largo del flujo se encuentra generalmente o solo como incorporación o solo como separación de volúmenes líquidos. Por otra parte, en los casos prácticos se puede asumir la trayectoria del movimiento de las partículas tan cercana a la recta que es posible despreciar las fuerzas centrífugas y considerar al movimiento unidimensional. Tomando en cuenta lo indicado, la ecuación vectorial (2) puede ser presentada con la siguiente forma:

$$m \frac{dv}{dt} = R - v(1 - a) \frac{dm}{dt} \quad (4)$$

Dónde:

$$a = u/v \quad (5)$$

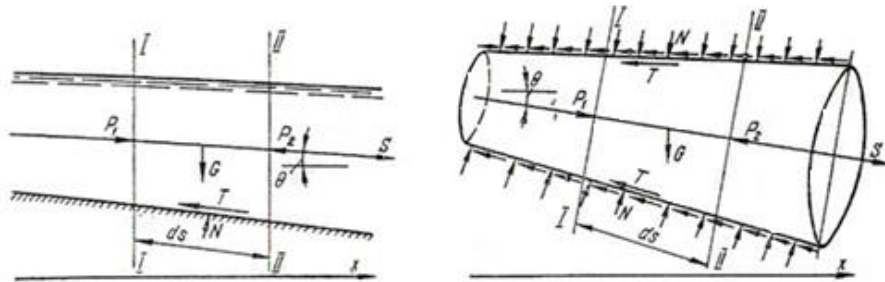
Dónde,  $u$ - proyección de la velocidad media de las partículas cambiantes (incorporadas o separadas) en la dirección de la velocidad de la masa principal del agua  $v$ , es decir en la dirección de la velocidad del flujo principal.



### 2.3.1 Fuerzas actuantes en el tramo considerado

**Figura 1**

Tramo considerado de un flujo líquido con caudal variable a lo largo del cauce.



Elaborado por: La Autora

a) Fuerza de presión hidrodinámica:

- En la sección I-I

$$P_1 = p \cdot \omega$$

- En la sección II-II

$$P_2 = (p + dp)(\omega + d\omega)$$

b) Fuerza de fricción con el fondo y con las paredes del cauce:

$$T = \tau(\chi + d\chi/2)ds$$

c) Peso del volumen de agua en el tramo considerado:

$$G = \gamma(\omega + d\omega/2)ds$$

d) Proyección  $G_s$  del peso en la dirección del flujo:

$$G_s = \gamma(\omega + d\omega/2)ds \frac{dz}{ds}$$

Dónde,  $\frac{dz}{ds}$  pendiente del eje del flujo.

e) Proyección de la fuerza normal a la reacción del cauce:

$$N_s = (p + dp/2)d\omega$$

Considerando las ecuaciones anteriores y tomando en cuenta que:

$$\frac{\tau\chi}{\gamma\omega} = \frac{dh_f}{ds} = i_f$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial s}v$$

La ecuación 4 toma la siguiente presentación:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\alpha v}{g} \frac{\partial v}{\partial s} + \frac{d}{ds} \left( z + \frac{p}{\gamma} \right) + \frac{dh_f}{ds} + \frac{\alpha v^2(1 - \alpha)}{gQ} \frac{dQ}{ds} = 0$$

(6)

Reemplazando:

$$y = z + \frac{p}{\gamma}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = 0$$

$$s = x$$

Dónde,  $y$  es la ordenada de línea piezométrica y para los flujos de superficie libre es la ordenada de la línea de superficie libre se obtiene el integral, entre las secciones consideradas, de la ecuación diferencial del flujo estacionario con caudal variable a lo largo del flujo:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha v_2^2}{2g} + \int_1^2 i_f dx + \int_1^2 \frac{\alpha v^2(1 - \alpha)}{gQ} dQ \quad (7)$$

Esta ecuación recuerda la ecuación de Bernoulli, pero con un nuevo elemento en su miembro derecho.

Para el caso del movimiento de un líquido con caudal variable a lo largo del flujo las pérdidas de carga por la fricción con el fondo y las paredes del cauce se determinan con una ecuación que tiene la misma presentación que para el flujo uniforme y el no uniforme de variación gradual:

$$\frac{dh_f}{ds} = i_f = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q^2}{K^3}$$

**CAPÍTULO III**  
**HIDRAÚLICA DE UN VERTEDERO LATERAL BASADA EN LA DINÁMICA DE**  
**MASA VARIABLE**

**3.1 Movimiento de los líquidos con caudal variable**

**3.1.1 Ecuación básica**

La ecuación fundamental del movimiento de un líquido con caudal variable, a lo largo del trayecto, para el caso de únicamente incorporación o únicamente desincorporación de un caudal puede ser presentada de la siguiente manera (I.M. Konovalov):

$$\frac{1}{g} \int \frac{(1-a)}{\omega} v dQ + \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z + h_f = const$$

(1)

Dónde:

$a = v_1/v$ : Relación de la proyección de la velocidad total de la masa líquida incorporada (o desincorporada), en dirección del movimiento, a la velocidad del flujo principal; cuando la masa incorporada se mueve en dirección perpendicular al flujo principal, entonces

$$v_1 = 0 \text{ y } a = 0.$$

$dQ$  : Variación del caudal en la longitud  $ds$ .

$\omega$ : Área de la sección del flujo principal,  $m^2$ .

$h_f$ : Carga perdida.

Para los cauces no prismáticos abiertos la ecuación fundamental en forma diferencial puede ser presentada de la siguiente manera:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-k \frac{Q}{g\omega^2} \frac{dQ}{ds} + \frac{Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial s} + i - i_f}{1 - \frac{Q^2}{g\omega^3} B}$$

(2)

En los casos de cauces prismáticos  $\frac{\partial\omega}{\partial s} = 0$  y, por consiguiente:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{-k \frac{Q}{g\omega^2} \frac{dQ}{ds} + i - i_f}{1 - \frac{Q^2}{g\omega^3} B}$$

(3)

Dónde:

$$k = (2 - a)$$

Las ecuaciones (2) y (3) en el caso de  $\frac{dQ}{ds} = 0$ , es decir cuando el caudal es constante, se transforman en las ecuaciones usuales del flujo no uniforme:

$$\frac{dh}{ds} = \frac{\frac{Q^2}{g\omega^3} \frac{\partial\omega}{\partial s} + i - i_f}{1 - \frac{Q^2}{g\omega^3} B}$$

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - i_f}{1 - \frac{Q^2}{g\omega^3} B}$$

(4)

Donde:

$\frac{dh}{ds}$ : Relación entre la longitud  $dh$  y la longitud  $ds$ , representa la línea de la superficie del flujo.

$i$ : Pendiente del fondo del cauce.

$i_f$ : Derivada de la profundidad de flujo por coordenada principal del movimiento.

$Q$ : Caudal,  $m^3/s$ .

$g$ : Gravedad,  $m/s^2$ .

$\omega$ : Área de la sección del flujo principal,  $m^2$ .

$B$ : Ancho del cauce o canal,  $m$ .

Para los conductos cerrados con flujo a presión,  $k = const$  y, por tanto, la ecuación fundamental adopta la siguiente presentación:

$$k \frac{v^2}{2g} + \frac{p}{\gamma} + z + h = const$$

O, en forma diferencial: (5)

$$k \frac{v dv}{g} + d \left( \frac{p}{\gamma} + z \right) + \frac{Q^2}{K^2} ds = 0$$

(5')

Dónde:

$K$ : Módulo o característica de caudal  $K = \omega C \sqrt{R}$ .

### **3.1.2 Forma de la superficie libre en un cauce abierto**

La forma de la superficie libre depende de la relación cuantitativa de las fuerzas actuantes y de las condiciones de frontera y puede ser en extremo variada.

Para los cauces prismáticos las principales formas de la superficie libre se presentan en las siguientes figuras 2 y 3.

En condiciones límite son posible  $dh/ds = 0$  y  $dh/ds = \pm\infty$

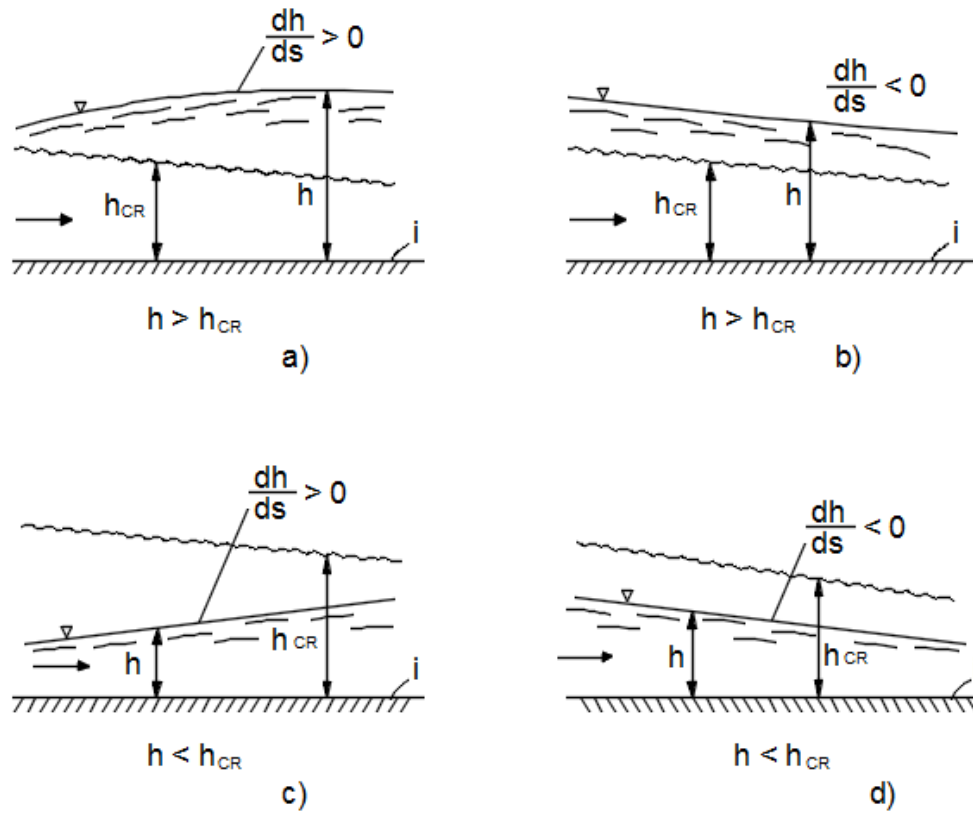
En caso de  $dh/ds = 0$ , el signo de la derivada  $dh/ds$  puede cambiar.

Para fines prácticos mayor interés tiene el caso  $h > h_o$  (figura 2 a y b).

Para los cauces no prismáticos la forma de la superficie libre puede ser construida con la ecuación (2).

**Figura 2**

Forma de la superficie libre en caso de desagüe lateral de un caudal, desde un canal ( $\frac{dQ}{ds} < 0$ )

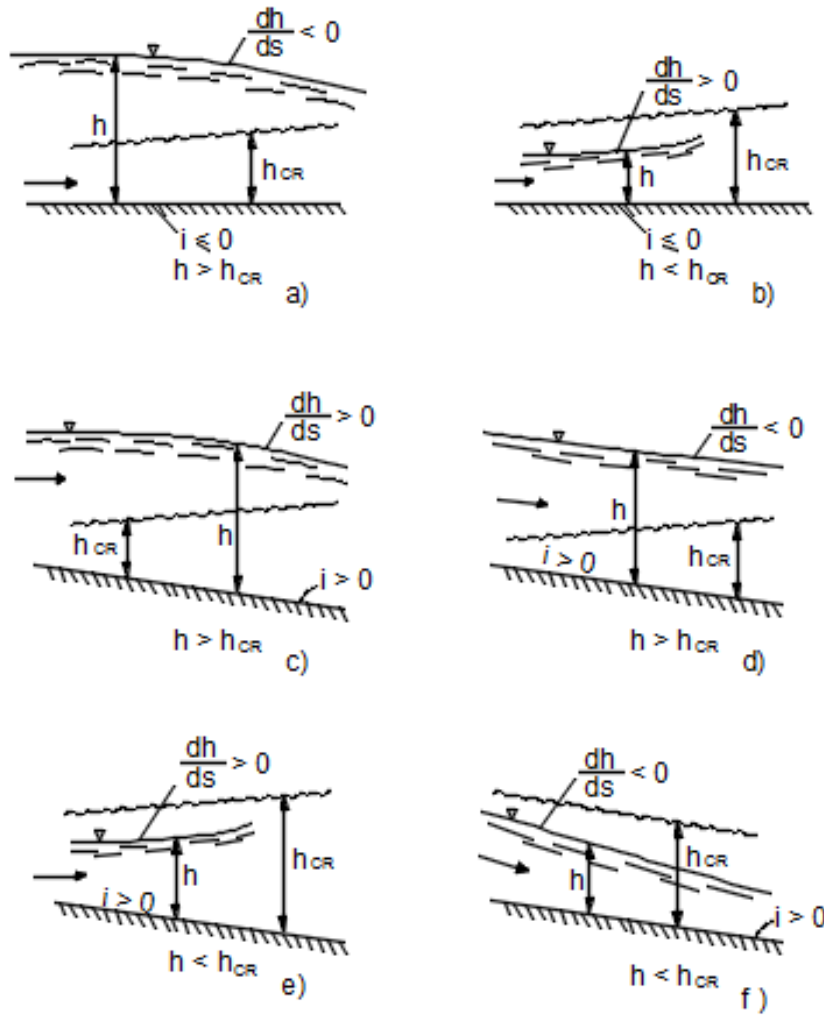


Elaborado por: La Autora



**Figura 3**

Forma de la superficie libre en un canal en caso de ingreso lateral de agua  $\left(\frac{dQ}{ds}\right) > 0$ .



Elaborado por: La Autora

a y b, en caso de  $(-k \frac{Q}{g\omega^2} \frac{dQ}{ds} + i - i_f) < 0$

c, en caso de  $i > (k \frac{Q}{g\omega^2} \frac{dQ}{ds} + i_f)$

d, en caso de  $i < (k \frac{Q}{g\omega^2} \frac{dQ}{ds} + i_f)$

e, en caso de  $i < (k \frac{Q}{g\omega^2} \frac{dQ}{ds} + i_f)$

f, en caso de  $i > (k \frac{Q}{g\omega^2} \frac{dQ}{ds} + i_f)$

### ***3.1.3 Casos particulares de movimiento de un líquido con caudal variable***

#### **3.1.3.1 Canal con vertedero lateral.**

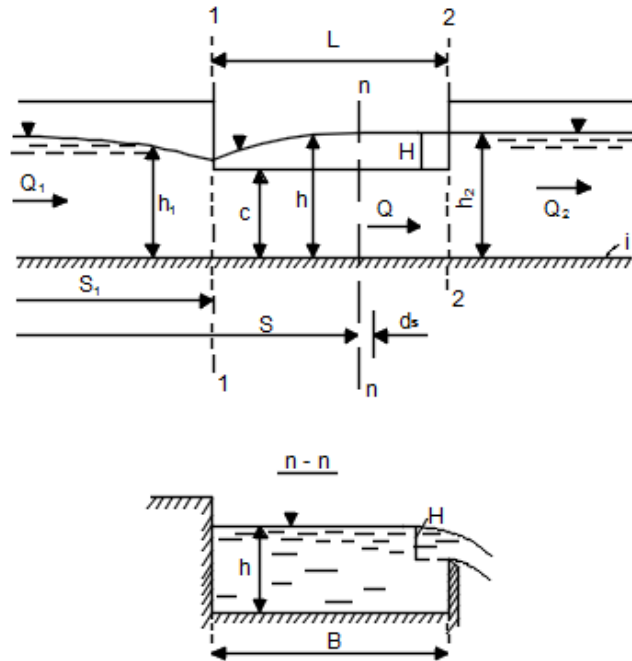
La particularidad del flujo a través de un vertedero lateral es la variación del caudal  $q$  a lo largo de la cresta del vertedero; esta variación está relacionada con la variación de la carga  $H$  en función de la variación del nivel de la superficie libre en el canal.

Para un canal prismático la forma de la superficie libre con mucha frecuencia adopta la forma indicada en la siguiente figura (4).

En este caso, aguas arriba del vertedero, en el canal se establece una curva de caída, en tanto que aguas abajo del vertedero o flujo uniforme con profundidad  $h_2 = h_o$  o flujo no uniforme con profundidad aguas abajo del vertedero lateral  $h_2$ , determinada, independientemente del este, por las condiciones aguas abajo, por ejemplo, por la presencia de un remanso.

#### Figura 4

Forma de la superficie libre para un canal prismático con flujo subcrítico.



Elaborado por: La Autora

El análisis del vertedero lateral comúnmente se refiere a la determinación del caudal del vertedero lateral  $Q_o$  o la longitud de la cresta del vertedero  $L$ . En los dos casos los cálculos están relacionados con la determinación simultánea de la profundidad del agua en el canal.

Cabe considerar que el principal método para resolver este problema consiste en la aplicación de la ecuación (2) y para los cauces cilíndricos la ecuación (3).

Sin embargo, debido a ciertas dificultades que involucra dicho procedimiento, en la práctica se utiliza uno u otro método aproximado y ecuaciones empíricas.

### 3.1.3.1.1 Análisis con la ecuación fundamental.

Para el caso de un vertedero lateral en un canal prismático de sección rectangular (Figura 5) la ecuación fundamental en forma de diferencias finitas tiene la siguiente presentación:

$$\frac{\Delta h}{\Delta s} = \frac{k \frac{Q}{gB^2h^2} m \sqrt{2g} H^{3/2} + i - \frac{Q^2}{K^2}}{1 - \left(\frac{h_{cr}}{h}\right)^3}$$

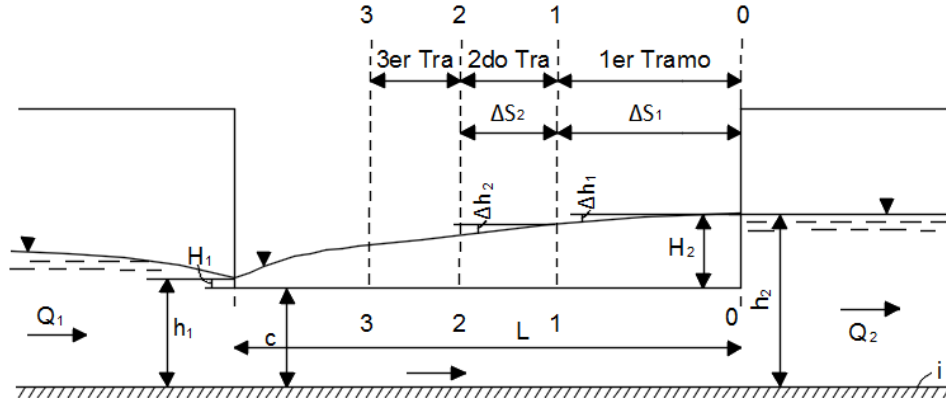
(6)

Dónde:

$\Delta h$ : Diferencia de las profundidades extremas en el canal, igual a  $\Delta H$ - diferencia de las cargas extremas sobre el vertedero, para el tramo de cálculo de longitud  $\Delta s$ ;  $k$ - coeficiente (menor a 2), para análisis preliminar, hasta su verificación experimental, puede adoptarse igual a 1,5...1,75;  $B$ - ancho del canal;  $m$ - coeficiente de caudal del vertedero, su valor se adopta de acuerdo al perfil;  $H$ ,  $Q$ ,  $h$ ,  $K$ ,  $h_{cr}$  respectivamente, carga sobre el vertedero, caudal, profundidad, módulo o característica del caudal y profundidad crítica en el canal, en promedio para el tramo de cálculo considerado, de longitud  $\Delta s$ .

**Figura 5**

*Vertedero lateral en un canal prismático de sección rectangular con flujo subcrítico.*



Elaborado por: La Autora

El análisis se realiza por tramos del canal empezando por el inferior en dirección del flujo.

Procedimiento general de cálculo:

1. Se determina la profundidad  $h_2$  en la sección final con la ecuación  $Q = \omega_2 C_2 \sqrt{R_2 i}$  y la correspondiente carga final sobre el vertedero  $H_2 = h_2 - c$ , donde  $c$  es la altura de la cresta del vertedero desde el fondo del canal.
2. A continuación, se adopta la diferencia de profundidades en las secciones inicial y final del primer tramo del canal  $\Delta h$  o, lo que es igual  $\Delta H$ - diferencia de cargas sobre el vertedero, por cuanto  $\Delta h = \Delta H$  (figura 5) y se determina  $\Delta S_1$  (asumiendo valores  $\Delta' s_1, \Delta'' s_1, \Delta''' s_1, \dots$ ), con el cual se satisface la ecuación (6).
3. Determinando de esta manera la longitud del primer tramo  $\Delta S_1$  se continúa con el análisis del siguiente tramo (aguas arriba) y así sucesivamente. El cálculo concluye cuando la suma

de los caudales de los tramos parciales del vertedero lateral es igual al caudal del vertedero lateral dado, es decir cuándo:

$$\Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \dots + \Delta Q_n = \sum \Delta Q = Q_{V.L.} \quad (7)$$

4. La longitud buscada del vertedero se obtiene como la suma de las longitudes de los tramos:

$$L = \Delta s_1 + \Delta s_2 + \dots + \Delta s_n = \sum \Delta s \quad (8)$$

Para facilitar el cálculo puede ser útil construir previamente funciones gráficas de apoyo:

1.  $q_{V.L.} = m\sqrt{2g}H^{3/2} = f_1(H)$ - curva del caudal por cada metro de longitud del vertedero lateral (caudal unitario), dentro de los límites  $H = 0$  y  $H = H_2$ , dónde  $H_2$ - carga en la sección final del vertedero.

2.  $K = \omega C\sqrt{R}$ - curva de la característica o módulo de caudal del canal (dentro de los límites  $h = a$  y  $h = h_2$ , dónde  $a$ - alto de la cresta y  $h_2$ - profundidad en el canal en la abscisa final del vertedero).

3.  $h_{cr} = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gB^2}} = f(Q)$ - curva de la profundidad crítica (dentro de los límites  $Q = Q_1$  y  $Q = Q_2$ , dónde  $Q_1$  y  $Q_2$ - caudales dados en el canal en las abscisas correspondientes, respectivamente, al inicio y al final del vertedero lateral).

El análisis es conveniente desarrollar en forma tabulada iniciando de la sección 0 (abscisa al final del vertedero), para la profundidad conocida  $h_2$  (en la abscisa al final del vertedero) y para un valor asumido de la diferencia de profundidades  $\Delta h$ .

Se determina la carga media  $H$  del vertedero lateral para el tramo dado  $H_m = H_2 \pm \Delta h/2$  y este valor se consigna en la columna correspondiente.

El caudal unitario  $q$  del vertedero lateral para la carga  $H_m$  se toma del gráfico de apoyo construido (como se mencionó anteriormente).

Se asume arbitrariamente una longitud del tramo  $\Delta s_1$  y se determina el caudal del vertedero lateral en el tramo dado  $\Delta Q = q\Delta s_1$  y el caudal promedio en el canal  $Q_m = Q_2 + \Delta Q/2$ .

Se determina la profundidad promedio en el canal  $h_m = h_2 + \Delta h/2$ .

Se determina el parámetro intermedio:

$$N = k \frac{m\sqrt{2g}}{g} H_m^{3/2} = \frac{kq}{g}$$

A continuación, se determina el valor del primer sumando del numerador:

$$N \frac{Q_m}{\omega_m^2}$$

La longitud del tramo de cálculo se determina con la ecuación  $\Delta s'_1 = \Delta h/I$ , en correspondencia con el valor adoptado (arbitrario) de la diferencia de profundidades al inicio y al final del tramo ( $\Delta h = \Delta H$ ) y la pendiente calculada  $I$ .

Si  $\Delta s'_1$  resulta ser igual al valor previamente asumido  $\Delta s_1$ , entonces se considera concluido el análisis del tramo dado y se continúa con el siguiente tramo, caso contrario el cálculo se repite asumiendo un nuevo valor de  $\Delta s_1$ .

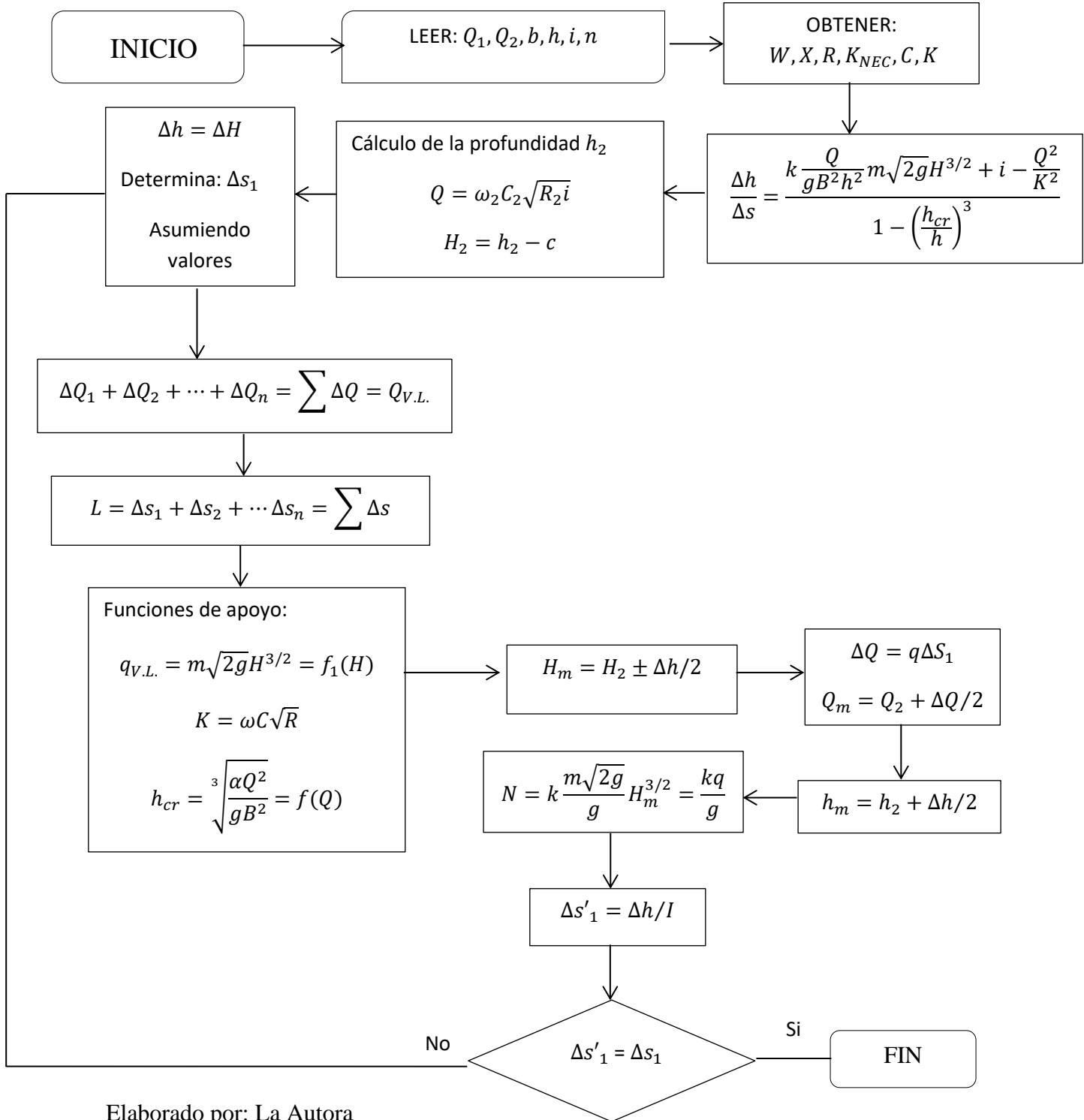
Cabe recalcar que el cálculo tiene mayor grado de aproximación cuando menor es el valor asumido de la diferencia de profundidades  $\Delta h$ .



### 3.1.3.1.2 Algoritmo de cálculo.

**Figura 6**

*Movimiento de un líquido con caudal variable, DMV*



Elaborado por: La Autora

### 3.1.3.1.3 Aplicación de la ecuación fundamental.

A continuación, se realizan los cálculos utilizando las ecuaciones formuladas para el acápite de la ecuación fundamental de los vertederos laterales.

Estos cálculos serán útiles para analizar los resultados que se obtengan a partir de un programa informático.

**Tabla 1**

*Información de entrada para la aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral.*

<b>Información de entrada:</b>	Símbolo	Valor
Caudal al inicio del vertedero lateral	Q1, m <sup>3</sup> /s	12
Caudal al final del vertedero lateral	Q2, m <sup>3</sup> /s	10
Pendiente	i	0,0005
Coefficiente de rugosidad	n	0,012
Módulo de caudal necesario	Knec	447,2136
Profundidad aguas abajo del vertedero lateral	h, m	1,49
Módulo de caudal	K	447,0186
Altura de la cresta del vertedero desde el fondo del canal.	c	1,3
Coefficiente para el analisis preliminar	k	1,75
Coefficiente de caudal del vertedero	m	0,4

Elaborado por: La Autora

**Tabla 2**

*Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal,  $b = 4m$ .*

N° del tramo	N° de la sección	$h_2$ , m	$\Delta h$ , m	$H_m$ , m	Caudal unitario vertedero, $m^3/sm$	Longitud del tramo $\Delta s$ , m	Caudal del vertedero en el tramo $\Delta Q = q * \Delta s$	Caudal en el canal $Q_M = Q_2 - \Delta Q / 2$	Profundidad en el canal $h_m = h_2 - \Delta h / 2$	$N = km(2g)^{0.5} H_m^{3/2} / g$	Primer sumando $N \cdot Q_m / \omega_m^2$	Módulo de caudal Km	Gradiente de fricción $i_f = (Q_m / Km)^2$	Numerador $N \cdot Q_m / \omega_m^2 + i_f$	Profundidad crítica media en el canal $h_{cr}(m) = 0.5 \cdot (h_{cr} + h_{cr}''')$	Denominador $(1 - h_{cr}(m) / h_m)^3$	Pendiente de la superficie libre $I = \text{Numerador} / \text{denominador}$	Longitud del tramo $\Delta s_i = \Delta h / I$	observación: si $\Delta s_i' = \Delta s_i$ , se continua con el siguiente tramo
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
I	1	1,49		0,19															
			0,02	0,18	0,1353233	2,29	0,3098903	10,154945	1,48	0,02414024	0,0069948	442,87596	0,00052576	0,006969	0,869338122	0,7973339	0,008740431	2,2882168	
	2	1,47		0,17															
II	1	1,47		0,17															
			0,02	0,16	0,113408	2,59	0,2937267	10,301809	1,46	0,02023078	0,0061108	434,61306	0,00056185	0,006049	0,877699771	0,7827402	0,007727958	2,5880059	
	2	1,45		0,15															
III	1	1,45		0,15															
			0,02	0,14	0,092823	3	0,2784691	10,441043	1,44	0,01655865	0,005211	426,38043	0,00059964	0,0051114	0,885590457	0,7673991	0,006660665	3,0027034	
	2	1,43		0,13															
IV	1	1,43		0,13															
			0,02	0,12	0,0736607	3,6	0,2651784	10,573632	1,42	0,01314028	0,0043066	418,1787	0,00063933	0,0041672	0,893071995	0,7512321	0,005547217	3,6054117	
	2	1,41		0,11															
V	1	1,41		0,11															
			0,02	0,1	0,0560356	4,55	0,2549618	10,701113	1,4	0,00999615	0,003411	410,0085	0,0006812	0,0032298	0,900235857	0,7341205	0,004399597	4,5458704	
	2	1,39		0,09															
VI	1	1,39		0,09															
			0,02	0,08	0,0400958	6,18	0,2477919	10,825009	1,38	0,00715266	0,0025411	401,87046	0,00072558	0,0023155	0,907171052	0,7159268	0,003234268	6,1837804	
	2	1,37		0,07															
VII	1	1,37		0,07															
			0,02	0,06	0,026043	9,63	0,2507938	10,950406	1,36	0,00464579	0,0017191	393,76527	0,00077337	0,0014457	0,914163377	0,6962931	0,002076277	9,6326274	
	2	1,35		0,05															
VIII	1	1,35		0,05															
			0,01	0,045	0,0169154	8,11	0,137184	11,018998	1,345	0,00301753	0,0011488	387,70833	0,00080774	0,000841	0,917976873	0,6820723	0,001233029	8,1101082	
	2	1,34		0,04															
						39,95	2,037996												

Elaborado por: La Autora

**Tabla 3**

*Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal,  $b = 4,50m$ .*

N° del tramo	N° de la sección	h <sub>2</sub> , m	Δh, m	H <sub>m</sub> , m	Caudal unitario vertedero, m <sup>3</sup> /sm	Longitud del tramo Δs, m	Caudal del vertedero en el tramo ΔQ=q*Δs	Caudal en el canal Q <sub>M</sub> =Q2-ΔQ/2	Profundidad en el canal hm=h2-Δh/2	N=km(2g) <sup>0,5</sup> Hm <sup>3/2</sup> /g	Primer sumando N.Qm/ω <sub>m</sub> <sup>2</sup>	Módulo de caudal Km	Gradiente de fricción i=(Qm/Km) <sup>2</sup>	Numerador N.Qm/ω <sub>m</sub> <sup>2</sup> +i-if	Profundidad crítica media en el canal hcr(m)= 0,5.(h <sub>cr1</sub> +h <sub>cr2</sub> )	Denominador (1-hcr(m)/hm) <sup>3</sup>	Pendiente de la superficie libre l=Numerador/de nominador	Longitud del tramo Δs=Δh/l	observación: si Δs1'≠Δs1, se continua con el siguiente tramo
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
I	1	1,49		0,19															
			0,02	0,18	0,1353233	2,81	0,380258381	10,19012919	1,48	0,02414	0,0055459	514,576	0,00039216	0,005653753	0,871344973	0,795927143	0,007103354	2,8155712	
	2	1,47		0,17															
II	1	1,47		0,17															
			0,02	0,16	0,113408	3,15	0,3572352	10,36874679	1,46	0,020231	0,0048597	504,845	0,00042183	0,004937858	0,881497698	0,779907633	0,006331337	3,1588903	
	2	1,45		0,15															
III	1	1,45		0,15															
			0,02	0,14	0,092823	3,63	0,336947622	10,5372206	1,44	0,016559	0,0041553	495,153	0,00045287	0,004202416	0,891020545	0,763094208	0,005507074	3,6316928	
	2	1,43		0,13															
IV	1	1,43		0,13															
			0,02	0,12	0,0736607	4,31	0,317477431	10,69595932	1,42	0,01314	0,0034421	485,5	0,00048536	0,003456737	0,899946789	0,745442755	0,00463716	4,3129847	
	2	1,41		0,11															
V	1	1,41		0,11															
			0,02	0,1	0,0560356	5,36	0,300350602	10,84613462	1,4	0,009996	0,0027317	475,888	0,00051945	0,002712213	0,908350927	0,726865296	0,003731384	5,3599422	
	2	1,39		0,09															
VI	1	1,39		0,09															
			0,02	0,08	0,0400958	7,13	0,285882932	10,98907608	1,38	0,007153	0,0020382	466,316	0,00055534	0,001982851	0,916314284	0,707250534	0,002803605	7,1336714	
	2	1,37		0,07															
						26,39	1,978152169												

Elaborado por: La Autora

**Tabla 4**

*Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal, b = 5m.*

Nº del tramo	Nº de la sección	h <sub>2</sub> , m	Δh, m	H <sub>m</sub> , m	Caudal unitario vertedero, m <sup>3</sup> /sm	Longitud del tramo Δs, m	Caudal del vertedero en el tramo ΔQ=q*Δs	Caudal en el canal Q <sub>M</sub> =Q2-ΔQ/2	Profundidad en el canal hm=h2-Δh/2	N=km(2g) <sup>0,5</sup> Hm <sup>3/2</sup> /g	Primer sumando N.Qm/ω <sub>m</sub> <sup>2</sup>	Módulo de caudal Km	Gradiente de fricción i=(Qm/Km) <sup>2</sup>	Numerador N.Qm/ω <sub>m</sub> <sup>2</sup> +i-if	Profundidad crítica media en el canal hcr(m)= 0,5.(h <sub>cr</sub> '+h <sub>cr</sub> '')	Denominador (1-hcr(m)/hm) <sup>3</sup>	Pendiente de la superficie libre I=Numerador/de nominador	Longitud del tramo Δs=Δh/I	observación: si Δs1'=Δs1, se continua con el siguiente tramo
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
I	1	1,49		0,19															
			0,02	0,18	0,1353233	3,37	0,456039411	10,22801971	1,48	0,02414	0,0045089	587,394	0,0003032	0,004705694	0,873503616	0,794406691	0,005923532	3,3763639	
	2	1,47		0,17															
II	1	1,47		0,17															
			0,02	0,16	0,113408	3,75	0,42528	10,44065971	1,46	0,020231	0,0039636	576,156	0,00032838	0,004135268	0,88556878	0,776844125	0,005323163	3,757165	
	2	1,45		0,15															
III	1	1,45		0,15															
			0,02	0,14	0,092823	4,28	0,397282596	10,639301	1,44	0,016559	0,0033984	564,966	0,00035464	0,003543752	0,896765862	0,758481877	0,004672165	4,2806709	
	2	1,43		0,13															
IV	1	1,43		0,13															
			0,02	0,12	0,0736607	5,03	0,370513103	10,82455756	1,42	0,01314	0,0028216	553,824	0,00038201	0,002939606	0,907145825	0,73928484	0,003976283	5,0298232	
	2	1,41		0,11															
V	1	1,41		0,11															
			0,02	0,1	0,0560356	6,16	0,34517905	10,99714708	1,4	0,009996	0,0022435	542,732	0,00041057	0,00233288	0,916762891	0,719206552	0,003243686	6,1658246	
	2	1,39		0,09															
						22,59	1,994294161												

Elaborado por: La Autora

**Tabla 5**

*Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal,  $b = 5,50m$ .*

Nº del tramo	Nº de la sección	$h_2$ , m	$\Delta h$ , m	$H_m$ , m	Caudal unitario vertedero, $m^3/sm$	Longitud del tramo $\Delta s$ , m	Caudal del vertedero en el tramo $\Delta Q=q*\Delta s$	Caudal en el canal $Q_M = Q_2 - \Delta Q/2$	Profundidad en el canal $h_m = h_2 - \Delta h/2$	$N = km(2g)^{0,5} Hm^{3/2} / g$	Primer sumando $N.Qm/\omega_m^2$	Módulo de caudal Km	Gradiente de fricción $if = (Qm/Km)^2$	Numerador $N.Qm/\omega_m^2 + i - if$	Profundidad crítica media en el canal $hcr(m) = 0,5.(h_{cr} + h_{cr'})$	Denominador $(1 - hcr(m)/hm)^3$	Pendiente de la superficie libre $I = Numerador/de\ nominador$	Longitud del tramo $\Delta s = \Delta h/I$	observación: si $\Delta s' = \Delta s$ , se continua con el siguiente tramo
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
I	1	1,49		0,19															
			0,02	0,18	0,1353233	3,96	0,535880139	10,26794007	1,48	0,02414	0,0037409	661,118	0,00024122	0,003999682	0,87577502	0,792798682	0,005045016	3,9643084	
	2	1,47		0,17															
II	1	1,47		0,17															
			0,02	0,16	0,113408	4,37	0,49559296	10,51573655	1,46	0,020231	0,0032993	648,341	0,00026307	0,003536226	0,889809015	0,773623241	0,004570992	4,375418	
	2	1,45		0,15															
III	1	1,45		0,15															
			0,02	0,14	0,092823	4,94	0,4585458	10,74500945	1,44	0,016559	0,0028365	635,621	0,00028577	0,003050719	0,902696041	0,753658752	0,004047879	4,9408592	
	2	1,43		0,13															
IV	1	1,43		0,13															
			0,02	0,12	0,0736607	5,74	0,42281217	10,95641553	1,42	0,01314	0,0023603	622,959	0,00030933	0,002550994	0,914497803	0,732894416	0,003480712	5,7459513	
	2	1,41		0,11															
						19,01	1,912831069												

Elaborado por: La Autora

**Tabla 6**

*Aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con variación del ancho del canal, b = 6m.*

Nº del tramo	Nº de la sección	h <sub>2</sub> , m	Δh, m	H <sub>m</sub> , m	Caudal unitario vertedero, m <sup>3</sup> /sm	Longitud del tramo Δs, m	Caudal del vertedero en el tramo ΔQ=q*Δs	Caudal en el canal Q <sub>M</sub> =Q2-ΔQ/2	Profundidad en el canal hm=h2-Δh/2	N=km(2g) <sup>0,5</sup> Hm <sup>3/2</sup> /g	Primer sumando N.Qm/ω <sub>m</sub> <sup>2</sup>	Módulo de caudal Km	Gradiente de fricción if=(Qm/Km) <sup>2</sup>	Numerador N.Qm/ω <sub>m</sub> <sup>2</sup> +- if	Profundidad crítica media en el canal hcr(m)= 0,5.(h <sub>cr1</sub> +h <sub>cr2</sub> )	Denominador (1-hcr(m)/hm) <sup>3</sup>	Pendiente de la superficie libre l= Numerador/de nominador	Longitud del tramo Δsi=Δh/l	observación: si Δsi≠Δsi, se continua con el siguiente tramo
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
I	1	1,49		0,19															
			0,02	0,18	0,1353233	4,57	0,618427332	10,30921367	1,48	0,02414	0,003156	735,589	0,00019642	0,003459612	0,878120327	0,791129577	0,004373003	4,573516	
	2	1,47		0,17															
II	1	1,47		0,17															
			0,02	0,16	0,113408	5	0,56704	10,59273367	1,46	0,020231	0,0027926	721,244	0,0002157	0,003076924	0,894147236	0,770296005	0,00399447	5,0069224	
	2	1,45		0,15															
III	1	1,45		0,15															
			0,01	0,145	0,0978398	2,74	0,268081154	10,72677424	1,445	0,017454	0,0024907	710,531	0,00022791	0,002762752	0,90167445	0,757033862	0,003649443	2,7401438	
	2	1,44		0,14															
IV	1	1,44		0,14															
			0,01	0,135	0,087895	2,91	0,255774568	10,85466153	1,435	0,01568	0,0022958	703,41	0,00023813	0,002557718	0,908826943	0,745968321	0,003428722	2,9165382	
	2	1,43		0,13															
V	1	1,43		0,13															
			0,01	0,125	0,0783121	3,12	0,244333677	10,97682837	1,425	0,01397	0,0020977	696,306	0,00024852	0,00234918	0,915633315	0,734710437	0,003197423	3,1275189	
	2	1,42		0,12															
						18,34	1,95365673												

Elaborado por: La Autora

**Tabla 7**

*Tabla de resultados obtenidos mediante la aplicación de la ecuación fundamental del vertedero lateral con la variación del ancho del canal.*

<b>Parámetro de variación</b>	<b>Resultados obtenidos</b>
Ancho del canal	Longitud del vertedero
b, m	Lver, m
4	39,95
4,5	26,39
5	22,59
5,5	19,01
6	18,34

Elaborado por: La Autora



### 3.1.3.1.4 Cálculo por el método de la carga media

En la práctica resulta común realizar el cálculo de un vertedero lateral a partir de la carga media. En este caso para el canal de forma prismática se dispone de dos ecuaciones:

$$\begin{cases} Q_{V.L} = mL\sqrt{2g}H_m^{3/2} \\ h_1 + \frac{Q_1^2}{2g\omega_1^2} = h_2 + \frac{Q_2^2}{2g\omega_2^2} + \left(\frac{Q_m^2}{K_m^2} - i\right)L \end{cases} \quad (9)$$

O, sin considerar la resistencia hidráulica a lo largo del canal:

$$\begin{cases} Q_{V.L} = mL\sqrt{2g}H_m^{3/2} \\ h_1 + \frac{Q_1^2}{2g\omega_1^2} = h_2 + \frac{Q_2^2}{2g\omega_2^2} - iL \end{cases} \quad (10)$$

Dónde:

$Q_1$  y  $Q_2$ : Caudales en el canal antes del vertedero y a continuación del vertedero.

$Q_m$ : Caudal medio entre ellos  $Q_m = 0,5(Q_1 + Q_2)$ .

$Q_{V.L} = Q_1 - Q_2$ : Caudal del vertedero lateral.

$m$ : Coeficiente de caudal del vertedero lateral, cuyos valores numéricos se adoptan en concordancia con el perfil del vertedero, en forma semejante que para los vertederos frontales.

$L$ : Longitud del vertedero lateral.

i: Pendiente del fondo del canal.

$h_1, h_2$  : Profundidad del canal en las abscisas respectivamente, inicial y final del vertedero.

$\omega_1$  y  $\omega_2$ : Área de la sección de flujo del canal en las abscisas respectivamente, inicial y final del vertedero.

$H_1$  y  $H_2$ : Carga al inicio y al final del vertedero.

$H_m$ : Carga promedio igual a  $\frac{H_1+H_2}{2}$ .

$H_1 = h_1 - c$  y  $H_2 = h_2 - c$ , siendo  $c$  el alto de la cresta del vertedero sobre el fondo del canal;

$K_m = \frac{K_1+K_2}{2}$  : Característica y módulo de caudal promedio, donde  $K_1$  y  $K_2$ - características de caudal correspondientes, respectivamente a las profundidades  $h_1$  y  $h_2$ .

La característica promedio de caudal puede ser determinada con la ecuación:

$$K_m = \omega_m C_m \sqrt{R_m}$$

Determinando:

$$\omega_m = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2}; C_m = \frac{C_1 + C_2}{2}; R_m = \frac{R_1 + R_2}{2}$$

La longitud de la cresta del vertedero se determina con la solución conjunta de las dos ecuaciones (9), por cuanto la carga  $H_1$  es desconocida y no puede ser determinada independientemente del cálculo del vertedero. El cálculo con estas ecuaciones está ligado al

inevitable margen de error cuya magnitud y signo (+ o -) no pueden ser establecidos previamente sin el cálculo de control con la ecuación fundamental.

Para obtener resultados más confiables y con mayor grado de aproximación cuando se utiliza el método de la carga promedio, cabe realizar el análisis por tramos, empezando desde el más inferior; el procedimiento a seguir puede ser, por ejemplo, el siguiente:

- Adoptando para el tramo de cálculo (el más inferior, en dirección del flujo) el valor del caudal  $\Delta Q^*$  y asumiendo que todos los parámetros excepto  $\Delta L$  y  $H_1$ , son conocidos, por la información de entrada, se resuelve el sistema de ecuaciones (10), respecto a  $\Delta L$ . Se obtienen dos ecuaciones:

$$\Delta L = F_1(H_1) \tag{11}$$

$$\Delta L = F_2(H_2)$$

- Se resuelve el sistema de ecuaciones obtenido, asumiendo una serie de valores  $H_1', H_1'', H_1''' \dots$  y se determinan los correspondientes valores de  $\Delta L', \Delta L'', \Delta L''' \dots$  para cada una de las dos ecuaciones. De esta manera es posible construir dos curvas  $F_1$  y  $F_2$ ; el punto de intersección de estas dos curvas permite determinar  $\Delta L$  y  $H_1$  (solución del sistema), para el tramo dado, con el valor seleccionado del caudal del vertedero lateral  $\Delta Q$ .

- Luego se continúa con el siguiente tramo, para el cual la carga final  $H_2$  será igual a la carga inicial  $H_1$  encontrada para el tramo anterior y así sucesivamente.

La aplicación del sistema de ecuación es (11), es decir la solución del problema sin considerar la resistencia hidráulica, es permisible para vertederos cortos, pero con las limitaciones indicadas anteriormente. En este caso si además se asume  $iL = 0$ , el proceso de cálculo se simplifica substancialmente por cuanto la profundidad  $h_2$  se determina directamente con la ecuación (9), luego de lo que se determina la carga  $H_2 = h_2 - c$ .

### 3.1.3.1.5 Aplicación del método de la carga media

Mediante la aplicación de un sistema computarizado se realizan los cálculos respectivos para mostrar los resultados obtenidos para el método de la carga media.

**Tabla 8**

*Información de entrada para la aplicación del método de la carga media del vertedero lateral.*

<b>Información de entrada:</b>	Símbolo	Valor
Pendiente	i	0,0005
Coeficiente de rugosidad	n	0,012
Profundidad al final del vertedero lateral	$h_2$ , m	1,49
Altura de la cresta del vertedero desde el fondo del canal.	a	1,3
Coeficiente de caudal del vertedero	m	0,4
<b>Valores a obtener:</b>		
Longitud del vertedero lateral	$\Delta L$ , m	
Caudal del vertedero	$Q_{ver}$ , m <sup>3</sup> /s	

Elaborado por: La Autora

**Tabla 9**

*Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal  $b = 4m$ .*

N° del tramo	N° de la sección	h2, m	H2, m	Q2, m³/s	ΔQ, m³/s	Q1, m³/s	Qm, m³/s	H1, m	h1, m	Hm, m	hm, m	ωm	χm	Rm	Cm	Módulo de caudal, Km	F1(H1)	F2(H1)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
I	1,2	1,49	0,19	10	0,5	10,5	10,25	0,1714	1,4714	0,1807	1,4807	5,9228	6,9614	0,8508059	81,119233	443,1657013	3,6738658	3,7764842
II	2,3	1,4714	0,1714	10,5	0,5	11	10,75	0,151	1,451	0,1612	1,4612	5,8448	6,9224	0,8443314	81,016022	435,1079832	4,3602657	4,1518233
III	3,4	1,451	0,151	11	0,5	11,5	11,25	0,1288	1,4288	0,1399	1,4399	5,7596	6,8798	0,8371755	80,901177	426,3393482	5,3930437	5,5420215
IV	4,5	1,4288	0,1288	11,5	0,5	12	11,75	0,105	1,405	0,1169	1,4169	5,6676	6,8338	0,8293482	80,774617	416,9102414	7,0605534	7,5153079

Elaborado por: La Autora

**Tabla 10**

*Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal  $b = 4,5m$ .*

N° del tramo	N° de la sección	h2, m	H2, m	Q2, m³/s	ΔQ, m³/s	Q1, m³/s	Qm, m³/s	H1, m	h1, m	Hm, m	hm, m	ωm	χm	Rm	Cm	Módulo de caudal, Km	F1(H1)	F2(H1)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
I	1,2	1,49	0,19	10	0,5	10,5	10,25	0,17553	1,476	0,182765	1,482765	6,6724425	7,46553	0,8937668	81,787975	515,92478	3,6117773	3,6651057
II	2,3	1,47553	0,17553	10,5	0,5	11	10,75	0,15983	1,460	0,16768	1,46768	6,60456	7,43536	0,8882636	81,703828	508,57761	4,1099696	4,6493131
III	3,4	1,45983	0,15983	11	0,5	11,5	11,25	0,142874	1,443	0,151352	1,451352	6,531084	7,402704	0,8822565	81,611476	500,64968	4,7926782	4,7687816
IV	4,5	1,442874	0,142874	11,5	0,5	12	11,75	0,12456	1,425	0,133717	1,433717	6,4517265	7,367434	0,8757088	81,510215	492,11639	5,771392	5,6578954

Elaborado por: La Autora

**Tabla 11**

*Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal  $b = 5m$ .*

N° del tramo	N° de la sección	h2, m	H2, m	Q2, m³/s	ΔQ, m³/s	Q1, m³/s	Qm, m³/s	H1, m	h1, m	Hm, m	hm, m	ωm	χm	Rm	Cm	Módulo de caudal, Km	F1(H1)	F2(H1)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
I	1,2	1,49	0,19	10	0,5	10,5	10,25	0,1783	1,4783	0,18415	1,48415	7,42075	7,9683	0,931284	82,350412	589,73192	3,5711075	3,4279326
II	2,3	1,4783	0,1783	10,5	0,5	11	10,75	0,1658	1,4658	0,17205	1,47205	7,36025	7,9441	0,9265052	82,279832	582,92126	3,9543809	3,3635188
III	3,4	1,4658	0,1658	11	0,5	11,5	11,25	0,1522	1,4522	0,159	1,459	7,295	7,918	0,9213185	82,202884	575,59531	4,4510741	4,7769051
IV	4,5	1,4522	0,1522	11,5	0,5	12	11,75	0,1376	1,4376	0,1449	1,4449	7,2245	7,8898	0,9156759	82,118761	567,70286	5,1163228	5,5700715

Elaborado por: La Autora

**Tabla 12**

*Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal  $b = 5,5m$ .*

N° del tramo	N° de la sección	h2, m	H2, m	Q2, m³/s	ΔQ, m³/s	Q1, m³/s	Qm, m³/s	H1, m	h1, m	Hm, m	hm, m	ωm	χm	Rm	Cm	Módulo de caudal, Km	F1(H1)	F2(H1)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
I	1,2	1,49	0,19	10	0,5	10,5	10,25	0,18019	1,48019	0,185095	1,485095	8,1680225	8,47019	0,9643258	82,830328	664,38252	3,5437941	3,5047827
II	2,3	1,48019	0,18019	10,5	0,5	11	10,75	0,1697	1,4697	0,174945	1,474945	8,1121975	8,44989	0,9600359	82,768801	657,88337	3,8566321	3,8194613
III	3,4	1,4697	0,1697	11	0,5	11,5	11,25	0,15847	1,45847	0,164085	1,464085	8,0524675	8,42817	0,955423	82,702385	650,94585	4,2457771	4,2707677
IV	4,5	1,45847	0,15847	11,5	0,5	12	11,75	0,1465	1,4465	0,152485	1,452485	7,9886675	8,40497	0,9504695	82,630767	643,55433	4,7393614	4,6039575

Elaborado por: La Autora

**Tabla 13**

*Aplicación del método de la carga media del vertedero lateral variando el ancho del canal  $b = 6m$ .*

N° del tramo	N° de la sección	$h_2$ , m	$H_2$ , m	$Q_2$ , m <sup>3</sup> /s	$\Delta Q$ , m <sup>3</sup> /s	$Q_1$ , m <sup>3</sup> /s	$Q_m$ , m <sup>3</sup> /s	$H_1$ , m	$h_1$ , m	$H_m$ , m	$h_m$ , m	$\omega_m$	$\chi_m$	$R_m$	$C_m$	Módulo de caudal, Km	F1(H1)	F2(H1)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
I	1,2	1,49	0,19	10	0,5	10,5	10,25	0,1815	1,4815	0,18575	1,48575	8,9145	8,9715	0,9936465	83,244856	739,72511	3,5250662	3,7478983
II	2,3	1,4815	0,1815	10,5	0,5	11	10,75	0,1725	1,4725	0,177	1,477	8,862	8,954	0,9897253	83,190014	733,4327	3,7896632	3,8877239
III	3,4	1,4725	0,1725	11	0,5	11,5	11,25	0,1629	1,4629	0,1677	1,4677	8,8062	8,9354	0,9855407	83,131288	726,75885	4,1092344	4,2902537
IV	4,5	1,4629	0,1629	11,5	0,5	12	11,75	0,1527	1,4527	0,1578	1,4578	8,7468	8,9156	0,9810669	83,068275	719,67049	4,5019432	4,6445686

Elaborado por: La Autora

**Tabla 14**

*Tabla de resultados obtenidos mediante la aplicación del método de carga media del vertedero lateral con la variación del ancho del canal.*

<b>Parámetro de variación</b>		<b>Resultados obtenidos</b>	
Ancho del canal	Longitud del vertedero	Caudal del vertedero	
b, m	Lver, m	Qver1, m <sup>3</sup> /s	
4	20,49	1,88	
4,5	18,28	1,90	
5	17,09	1,91	
5,5	16,39	1,92	
6	15,92	1,93	

Elaborado por: La Autora



### 3.2 Análisis hidráulico de los vertederos laterales en los canales rectangulares con flujo subcrítico

Para el análisis hidráulico de los vertederos laterales procedemos a realizar el desglose de las ecuaciones partiendo del caudal en el canal rectangular, del área y del coeficiente de desagüe a través del vertedero lateral.

Por consiguiente:

$$Q_{2x} = Q_2 z \sqrt{(A_1 - z)/(A_1 - 1)} \quad (12)$$

$$Q_x = Q_1 \left[ 1 - (1 - \beta) z \sqrt{(A_1 - z)/(A_1 - 1)} \right] \quad (13)$$

$$z_1^2 (A_1 - z_1) = (A_1 - 1)/(1 - \beta^1)^2 \quad (14)$$

$$z_1 (A_o - z_1^2) = (A_o - 1)/(1 - \beta_o)^2 \quad (15)$$

$$Q = Q_1 - Q_2 \quad (16)$$

Dónde:

$Q_1$ : Caudal en el canal rectangular antes del vertedero lateral, m<sup>3</sup>/s.

$Q_2$ : Caudal en el canal rectangular después del vertedero lateral,  $m^3/s$ .

$Q_x$ : Caudal evacuado a través del vertedero lateral, desde su inicio hasta la sección con abscisa  $x$ ,  $m^3/s$ .

$z_1$ : Relación entre la profundidad aguas arriba  $h_1$  y aguas abajo  $h_2$  del vertedero lateral.

$A_1$ : Nueva variable.

$\beta$ : Coeficiente de desagüe a través del vertedero lateral.

$$A_1 = 1 + \frac{Q_2^2}{2gb^2h_2^3} = 1 + \frac{v_2^2}{2gh_2} \quad (17)$$

Como el análisis se realiza para flujo sub crítico tomamos  $v_2 < v_{2k} = \sqrt{gh_{2k}}$ , dónde:  $v_{2k}$  y  $h_{2k}$  valores críticos de la velocidad y la profundidad del flujo, correspondientes al caudal  $Q_2$ .

En consecuencia, en base a la ecuación (17):

$$1 < A_1 < 1,5 \quad (18)$$

$$\beta = \frac{Q}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} \quad (19)$$

En la ecuación anterior donde están involucrados los caudales en el canal rectangular antes y después del vertedero, se obtiene  $\beta$  que es el coeficiente de desagüe a través del vertedero lateral.

$$\beta_{1,max} = 1 - 3\sqrt{3A_1(A_1 - 1)}/2A_1^2 \quad (20)$$

$$Q_{2x} = Q_2 z^{\frac{1}{2-a}} \sqrt{\left(A - z^{\frac{4-3a}{2-a}}\right)/(A - 1)} \quad (21)$$

Esta ecuación describe la ley de variación del caudal en función de la profundidad h en el tramo con vertedero de un canal rectangular con flujo subcrítico.

$$Z_1 = \frac{h_1}{h_2} \quad (22)$$

$$B = \frac{p}{h_2} < 1 \quad (23)$$

$$l = \frac{3b}{2m_v} \left[ \left( \operatorname{arcseno} \frac{2 - A_1 - B}{A_1 - B} - \operatorname{arcseno} \frac{2z_1 - A_1 - B}{A_1 - B} \right) + \frac{2(3B - 2A_1)}{3(A_1 - B)} \left( \sqrt{\frac{A_1 - z_1}{z_1 - B}} - \sqrt{\frac{A_1 - 1}{1 - B}} \right) \right] \quad (24)$$

$$x = \frac{3b}{2m_v} \left[ \left( \operatorname{arcseno} \frac{2z - A_1 - B}{A_1 - B} - \operatorname{arcseno} \frac{2x_1 - A_1 - B}{A_1 - B} \right) + \frac{2(3B - 2A_1)}{3(A_1 - B)} \left( \sqrt{\frac{A_1 - z_1}{z_1 - B}} - \sqrt{\frac{A_1 - z}{z - B}} \right) \right] \quad (25)$$

$$z = \frac{h}{h_2} < 1 \quad (26)$$

$$\frac{dh_f}{dx} = \frac{n^2 Q_2^2 (A_1 - z) \left( \frac{b}{z} + 2h_2 \right)^{4/3}}{(bh_2)^{10/3} (A_1 - 1)} \quad (27)$$

Concluido el desarrollo de las ecuaciones de análisis se obtiene además el  $i_{tv}$  que es la pendiente del canal en el tramo del vertedero.

$$i_{tv} = i_f = \frac{h_f}{l} = \frac{\Sigma dh_f}{l} \quad (28)$$

### 3.3 Aplicación para un vertedero lateral en un canal rectangular con flujo subcrítico

En un canal de sección rectangular con flujo subcrítico se ubica un vertedero lateral. Se requiere determinar su longitud, construir la línea del perfil transversal de la superficie libre del

flujo del tramo del canal en el cual se ubica el vertedero, así como determinar la gradiente media de fricción y la pendiente del fondo de dicho tramo del canal.

Dado los siguientes datos:

$Q_1 = 12 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $Q_2 = 10 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $b = 4 \text{ m}$ ;  $h_2 = 1,49 \text{ m}$ ;  $\omega_2 = 5,96 \text{ m}^2$ ;  $v_2 = 1,98 \text{ m/s}$ ;  $mv = 0,4$ ;  
 $p = 1,3 \text{ m}$ .

Se inicia el desarrollo encontrando el caudal esto es con la diferencia entre el caudal en el canal rectangular antes con el caudal en el canal rectangular después del vertedero dando el siguiente resultado:

$$Q = Q_1 - Q_2 = 12 - 10 = 2 \text{ m}^3/\text{s}$$

Se procede a realizar con la variante  $a = 1$  el análisis, para ello se utilizará la ecuación (17), misma que ha sido descrita previamente:

$$A_1 = 1 + \frac{Q_2^2}{2gb^2h_2^3} = 1 + \frac{v_2^2}{2gh_2}$$

$$A = 1 + \frac{1,98^2}{2 * 9,81 * 1,49} = 1,13 < 1,5$$

Conforme a la ecuación (18) se establece que en efecto el flujo se encuentra en estado subcrítico, debido a que la respuesta obtenida es menor a 1,5.

Continuando el desarrollo para obtener el coeficiente de desagüe a través del vertedero lateral, se utilizara la expresión (19) en donde interviene también el caudal en el canal rectangular antes del vertedero.

$$\beta = \frac{Q}{Q_1}$$

$$\beta = \frac{2}{12} = 0,167$$

Posteriormente se utiliza la ecuación (20):

$$\beta_{1,max} = 1 - 3\sqrt{3A_1(A_1 - 1)}/2A_1^2$$

$$\beta_{max} = 1 - 3\sqrt{3 * 1,13(1,13 - 1)}/2 * 1,13^2 = 0,22$$

$$0,22 > \beta = 0,167$$

En consecuencia, el problema tiene solución debido a que el coeficiente de desagüe a través del vertedero lateral es mayor que 0,167.

Entonces reemplazando los valores  $\beta$  y A en la ecuación (14) se obtiene:

$$z_1^2(1,13 - z_1) = \frac{(1,13 - 1)}{(1 - 0,167)^2} = 0,187$$

Al resolver la ecuación anterior se obtiene que  $z_1 = 0,9$ .

Para continuar se utiliza la ecuación (22) y se despeja para encontrar la variable  $h_1$ :

$$Z_1 = \frac{h_1}{h_2}$$

$$h_1 = z_1 h_2 = 0,9 * 1,49 = 1,34m$$

Posteriormente mediante la ecuación (23), se calcula la variable B:

$$B = \frac{p}{h_2} < 1$$

$$B = \frac{1,3}{1,49} = 0,87$$

Una vez obtenidas las variables anteriormente descritas y conforme a la ecuación (24), se consigue la longitud del vertedero lateral:

$$l = \frac{3b}{2m_v} \left[ \left( \operatorname{arcseno} \frac{2 - A_1 - B}{A_1 - B} - \operatorname{arcseno} \frac{2z_1 - A_1 - B}{A_1 - B} \right) + \frac{2(3B - 2A_1)}{3(A_1 - B)} \left( \sqrt{\frac{A_1 - z_1}{z_1 - B}} - \sqrt{\frac{A_1 - 1}{1 - B}} \right) \right]$$

$$l = \frac{3 * 4}{2 * 0,4} \left[ \left( \operatorname{arcseno} \frac{2 - 1,13 - 0,87}{1,13 - 0,87} - \operatorname{arcseno} \frac{2 * 0,9 - 1,13 - 0,87}{1,13 - 0,87} \right) + \frac{2(3 * 0,87 - 2 * 1,13)}{3(1,13 - 0,87)} \left( \sqrt{\frac{1,13 - 0,9}{0,9 - 0,87}} - \sqrt{\frac{1,13 - 1}{1 - 0,87}} \right) \right] = 36,97m$$

Reemplazando los valores en la ecuación (25) se obtiene la expresión de la curva del perfil longitudinal de la superficie libre del flujo en el tramo del canal junto al vertedero:

$$x = \frac{3b}{2m_v} \left[ \left( \operatorname{arcseno} \frac{2z - A_1 - B}{A_1 - B} - \operatorname{arcseno} \frac{2x_1 - A_1 - B}{A_1 - B} \right) + \frac{2(3B - 2A_1)}{3(A_1 - B)} \left( \sqrt{\frac{A_1 - z_1}{z_1 - B}} - \sqrt{\frac{A_1 - z}{z - B}} \right) \right]$$

$$x = \frac{3 * 4}{2 * 0,4} \left[ \left( \operatorname{arcseno} \frac{2z - 1,13 - 0,87}{1,13 - 0,87} - \operatorname{arcseno} \frac{2 * 0,9 - 1,13 - 0,87}{1,13 - 0,87} \right) + \frac{2(3 * 0,87 - 2 * 1,13)}{3(1,13 - 0,87)} \left( \sqrt{\frac{1,13 - 0,9}{0,9 - 0,87}} - \sqrt{\frac{1,13 - z}{z - 0,87}} \right) \right]$$

Es decir:

$$x = 15 \left[ \left( \operatorname{arcseno} \frac{z - 1}{0,13} + 0,715 \right) + \left( 0,897 \sqrt{\frac{3,77z - 3,54}{z - 0,87}} \right) \right]$$

Adoptando una serie de valores de z de  $z = z_1 = 0,9$ , hasta  $z = z_2 = 1,0$ , se determinan los correspondientes valores de x y los valores de h de la ecuación (26).

**Tabla 15**

*Datos para la curva del perfil longitudinal de la superficie libre*

z	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1
h	1,341	1,3559	1,3708	1,3857	1,4006	1,4155	1,4304	1,4453	1,4602	1,4751	1,49
x	-141,01	-43,80	43,84	125,01	202,70	275,99	346,57	415,29	482,71	549,31	615,50

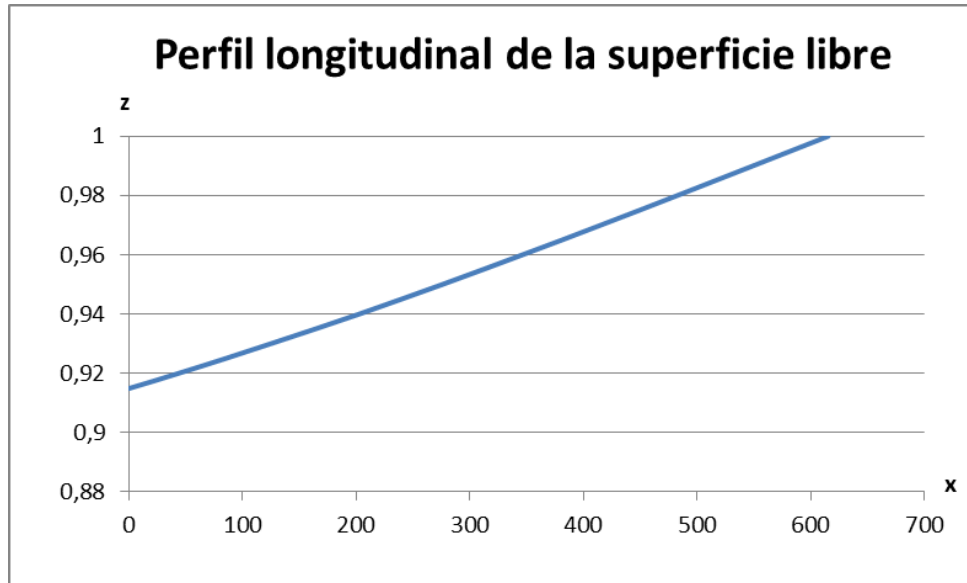
Elaborado por: La Autora

Con los datos de esta tabla se construye la curva del perfil longitudinal de la superficie libre.



**Figura 7**

*Perfil longitudinal de la superficie libre*



Elaborado por: La Autora

Se procede a determinar las pérdidas por la fricción común, esto con la ecuación (27):

$$\frac{dh_f}{dx} = \frac{n^2 Q_2^2 (A_1 - z) \left(\frac{b}{z} + 2h_2\right)^{4/3}}{(bh_2)^{10/3} (A_1 - 1)}$$

$$dh_f = \frac{0,02^2 * 10^2 (1,13 - z) \left(\frac{4}{z} + 2 * 1,49\right)^{4/3}}{(4 * 1,49)^{10/3} (1,13 - 1)} dx$$

Es decir:

$$dh_f = 0,000802 (1,13 - z) * \left(\frac{4}{z} + 2,98\right)^{4/3} dx$$

Con esta ecuación se determinan las pérdidas de carga en la fricción común.

Los resultados obtenidos se observan en la siguiente tabla:

**Tabla 16**

*Pérdidas de carga en la fricción común*

z	0,9	0,91	0,92	0,93	0,94	0,95	0,96	0,97	0,98	0,99	1
Δx	97,21	87,63	81,18	77,69	73,28	70,58	68,72	67,42	66,60	66,20	-615,50
Δhf	0,2597	0,2220	0,1946	0,1759	0,1563	0,1414	0,1290	0,1181	0,1085	0,0999	-0,8560

Elaborado por: La Autora

Con los valores de la tabla 2 se determina las pérdidas de carga:

$$hf = \Sigma \Delta hf$$

$$hf = 0,7494$$

Se determina la gradiente de fricción y la pendiente en el tramo del vertedero lateral, mediante la ecuación (28):

$$i_{tv} = i_f = \frac{h_f}{l} = 0,0203$$

Dónde,  $i_{tv}$ - pendiente del canal en el tramo del vertedero.

Si en el tramo del vertedero lateral se da al canal la pendiente dada para todo el canal, entonces la caída del fondo es:

$$il$$

En caso de que se adopte para dicho tramo la pendiente  $i_{tv}$ , entonces la caída del fondo será:

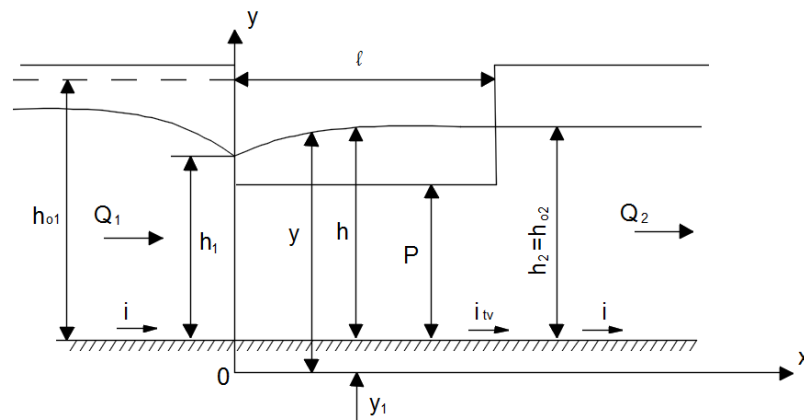
$$i_f l$$

### 3.4 Movimiento del agua con caudal variable en el tramo de un canal con vertedero lateral

Para el desarrollo del presente capítulo se procede a formular la ecuación diferencial del movimiento del agua con caudal variable en el tramo de un canal de cualquier sección transversal con vertedero lateral.

#### Figura 8

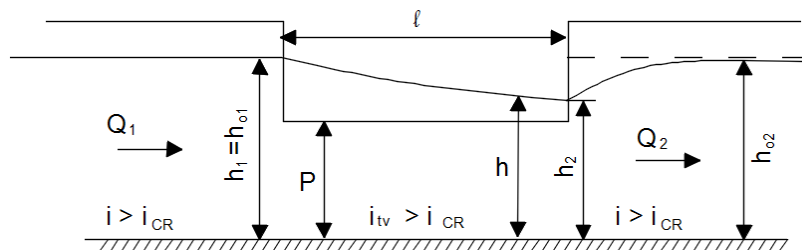
*Corte longitudinal del tramo de un canal con vertedero lateral para flujo subcrítico.*



Elaborado por: La Autora

#### Figura 9

*Corte longitudinal del tramo de un canal con vertedero lateral para flujo supercrítico.*



Elaborado por: La Autora

De la naturaleza misma de la operación de un vertedero lateral (ver figura anterior) se encuentra que:

$$Q_x = Q_1 - Q_{2x} \tag{1}$$

Dónde:

$Q_x$ : Caudal evacuado a través del vertedero lateral, desde su inicio hasta la sección con abscisa  $x$ .

$Q_1$ : Caudal en el canal hasta el vertedero.

$Q_{2x}$ : Caudal en el tramo con vertedero del canal, en la sección con abscisa  $x$ .

El caudal total evacuado a través de toda la longitud del vertedero lateral se determina con la ecuación:

$$Q = Q_1 - Q_2 \tag{2}$$

Dónde:

$Q_2$ : Caudal en el canal aguas abajo del tramo con vertedero lateral.

De la figura anterior se desprende que:

$$y = y_1 + h \tag{3}$$

De la fórmula anterior se tiene:

$y$ : Ordenada de la curva del perfil transversal de la superficie libre del flujo.

$y_1$ : Ordenada de la curva del perfil transversal del fondo del canal.

$h$ : Profundidad variable en el tramo del canal con vertedero lateral.

Diferenciando la ecuación (3) por  $x$  se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy_1}{dx} + \frac{dh}{dx} = -i_{tv} + \frac{dh}{dx}$$

(4)

El signo negativo antes de  $i_{tv}$  (pendiente del canal en el tramo con vertedero) evidencia que se considera un flujo con pendiente positiva del fondo del cauce.

Reemplazando el valor  $dy/dx$  de la ecuación (4) en la ecuación diferencial del flujo estacionario de un líquido con caudal variable a lo largo del flujo:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{\alpha v}{g} \frac{dv}{dx} + \frac{\alpha(1-\alpha)v^2}{gQ} \frac{dQ}{dx} + \frac{dh_f}{dx} = 0$$

Y reemplazando  $Q$  por  $Q_{2x}$ , para  $\alpha = 1$ , se obtiene:

$$\frac{v}{g} \frac{dv}{dx} + \frac{v^2(1-\alpha)}{gQ_{2x}} \frac{dQ_{2x}}{dx} + \frac{dh_f}{dx} - i_{tv} + \frac{dh}{dx} = 0$$

(5)

Dónde,  $dh_f/dx$  se determina con la siguiente ecuación:

$$\frac{dh_f}{dx} = i_f = \frac{v^2}{C^2 R} = \frac{Q^2}{K^2}$$

Los canales con vertedero lateral generalmente son analizados para flujo uniforme; por esta razón en los estudios prácticos al aplicar las ecuaciones propuestas para el análisis hidráulico de los vertederos laterales existentes, con suficiente grado de aproximación se puede asumir:

$$i_{tv} = i_f = \frac{dh_f}{dx} \tag{6}$$

Al multiplicar los dos miembros de la ecuación (5) por  $dx$  y tomando en cuenta la ecuación (6) se encuentra la ecuación diferencial del movimiento del agua con caudal variable en el tramo con vertedero de un canal, independiente de la forma del cauce:

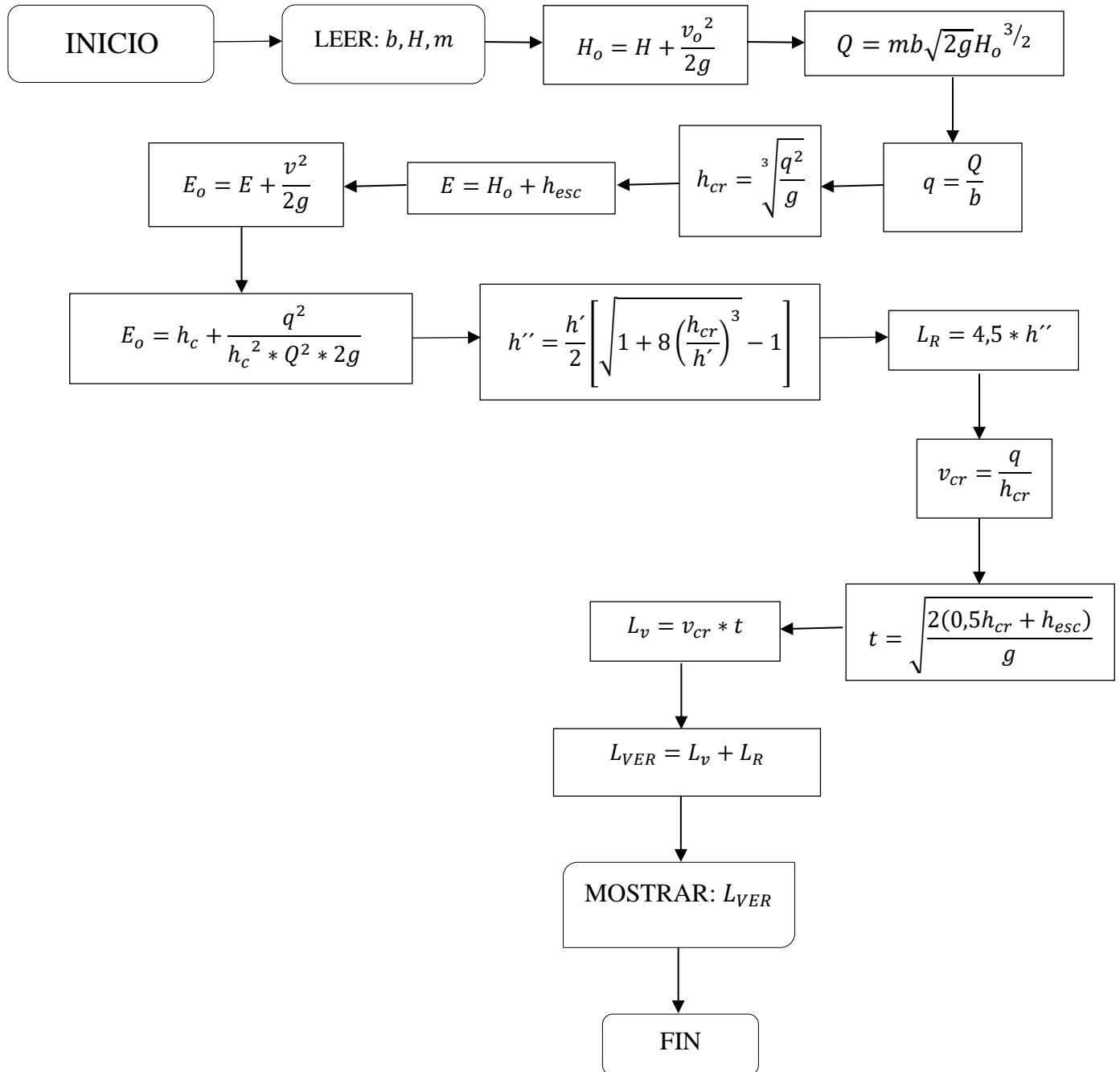
$$\frac{v}{g} dv + \frac{v^2(1-a)}{gQ_{2x}} dQ_{2x} + dh = 0 \tag{7}$$

De la expresión (7) se desprende que la ecuación diferencial es la misma para estado subcrítico y para estado supercrítico, en el tramo del canal con vertedero lateral.

### 3.5 Algoritmo de cálculo, método convencional.

Figura 10

Análisis hidráulico de un vertedero lateral, método convencional.



Elaborado por: La Autora

### 3.6 Aplicación del algoritmo de cálculo, método convencional

**Tabla 17**

*Tabla de resultados obtenidos mediante la aplicación del método convencional del vertedero lateral con la variación del ancho del canal.*

b, m	H, m	Ho, m	Q, m <sup>3</sup> /s	q, m <sup>3</sup> /s.m	hcr, m	E, m	Eo, m	hc = h' - h''	Lr, m	Vcr, m/s	t	Lv, m	LVER, m	
4	2,65	2,7009684	31,4632053	7,86580132	1,84759018	5,7009684	5,7519368	0,325	6,06952914	27,3128811	4,25733011	0,89440384	3,80777239	31,12
4,5	2,34	2,3909684	29,4806453	6,55125451	1,63553551	5,3909684	5,4419368	0,345	4,86656587	21,8995464	4,00557154	0,88223696	3,53386325	25,43
5	2,1	2,1509684	27,9501902	5,59003803	1,47136416	5,1509684	5,2019368	0,355	4,06246213	18,2810796	3,79922129	0,87270095	3,31558403	21,60
5,5	1,8	1,8509684	24,5428455	4,46233555	1,26614996	4,8509684	4,9019368	0,389	3,0418363	13,6882634	3,52433414	0,86063237	3,03315603	16,72
6	1,6	1,6509684	22,5539757	3,75899596	1,1293405	4,6509684	4,7019368	0,310	2,89733491	13,0380071	3,32848769	0,85249173	2,83750823	15,88

Elaborado por: La Autora

### 3.7 Análisis de los métodos de masa variable y convencional.

**Tabla 18**

*Tabla de resultados obtenidos del análisis del vertedero lateral, ambos métodos.*

Parámetro de variación	Resultados obtenidos	
	Longitud del vertedero	
Ancho del canal	DMV	CONVENCIONAL
b, m		
4	39,95	31,12
4,5	26,39	25,43
5	22,59	21,6
5,5	19,01	16,72
6	18,34	15,88

Elaborado por: La Autora

La comparación de los resultados obtenidos en el componente Vertedero Lateral al aplicar el método de la dinámica de masa variable y el convencional evidencia que la diferencia de los valores del parámetro investigado, es decir de la longitud del vertedero lateral obtenidos por los dos métodos es máximo el 22%.



## CAPÍTULO IV

### HIDRÁULICA DE LAS CAPTACIONES FRONTALES CON REJILLA DE ENTRADA HORIZONTAL BASADA EN LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE

#### 4.1 Capacidad de flujo de una rejilla de fondo en una captación de montaña.

Para dar inicio al desarrollo de este nuevo capítulo se necesita de ciertas ecuaciones generales; mismas que se leen a continuación:

- a) *Caso de separación de partículas a la masa principal en movimiento:*

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{R} + (\bar{u} - \bar{v}) \frac{dm}{dt}$$

- b) *Caso de incorporación de partículas a la masa principal en movimiento:*

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{R} + (\bar{u} - \bar{v}) \frac{dm}{dt}$$

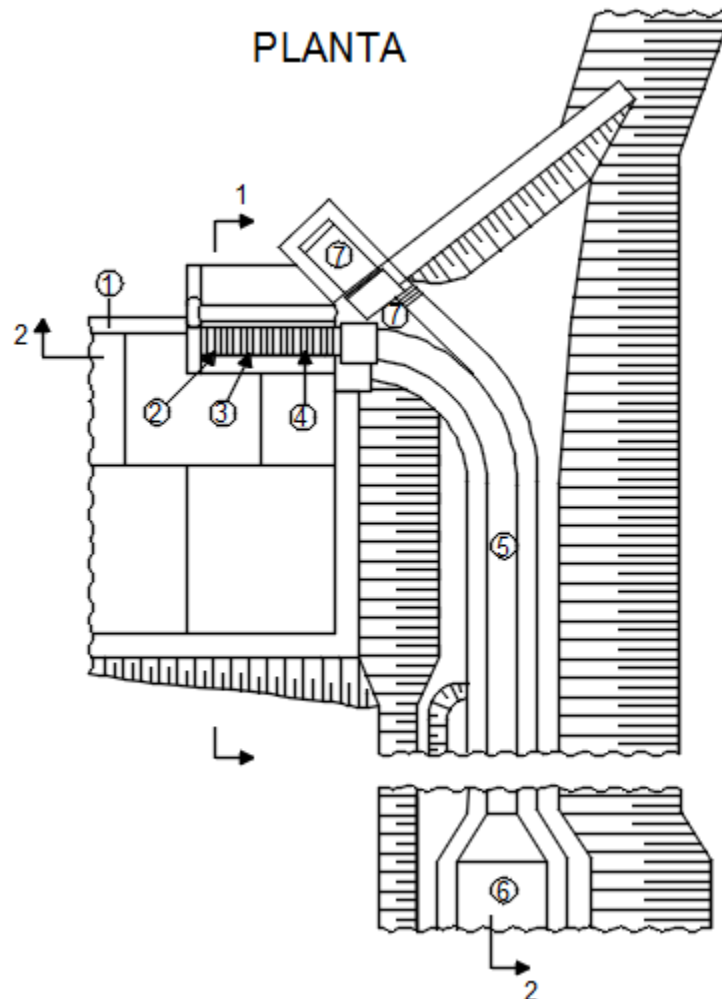
- c) *Caso de incorporación y separación simultáneas de partículas:*

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{R} - (\bar{u}_1 - \bar{v}) \frac{dm_1}{dt} + (\bar{u}_2 - \bar{v}) \frac{dm_2}{dt}$$

Una captación de montaña con rejilla de fondo está constituida por una presa de configuración especial que incluye una cresta de fondo: En la mayoría de los casos esta cresta está constituida de dos partes: ciega 1 y de captación 2. En la parte receptora la cresta está implantada en dirección transversal al eje del río e incluye una galería abierta 3 cubierta por una rejilla metálica horizontal o ligeramente inclinada hacia aguas abajo 4.

**Figura 11**

*Captación de montaña con rejilla de fondo, vista en planta*

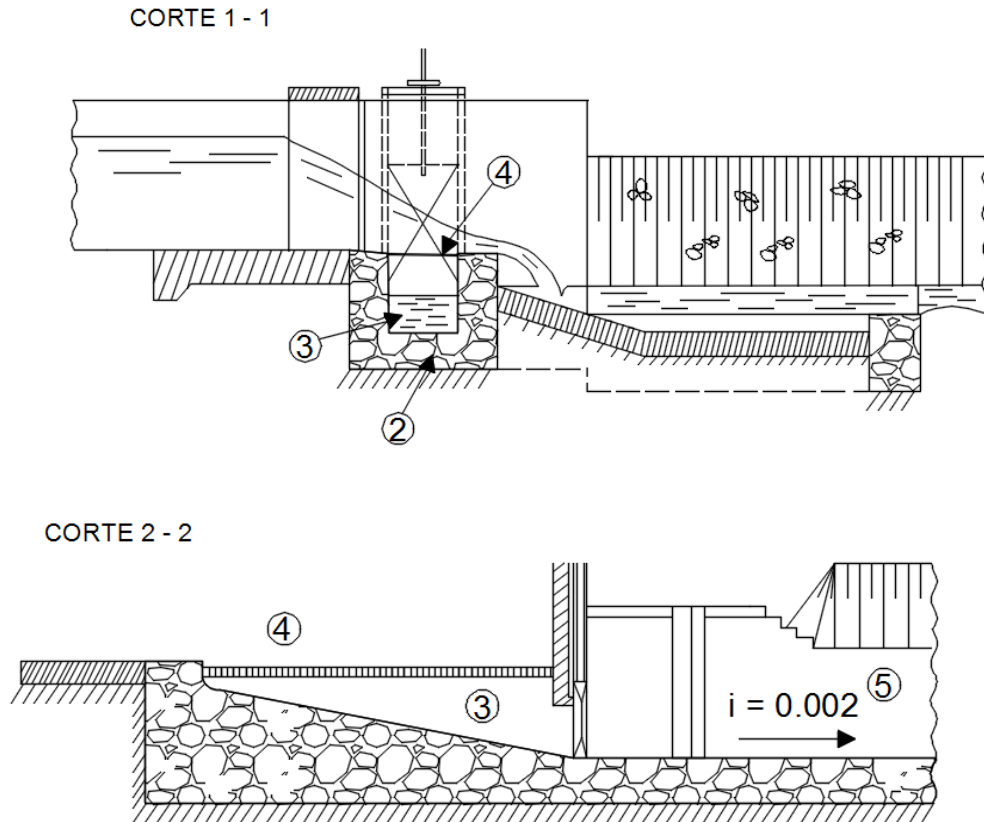


Elaborado por: La Autora

Por cuanto en los ríos de montaña las márgenes tienen pendientes escarpadas, con frecuencia es imposible implantar un desarenador, inmediatamente a continuación de la galería de captación. Por esta razón, en muchas ocasiones a dicha galería se une un pequeño canal de transición con curvatura 5. A este canal se une un desarenador 6, generalmente de lavado periódico, a continuación del cual se traza el canal de derivación o canal principal del sistema.

**Figura 12**

*Captación de montaña con rejilla de fondo, cortes*



Elaborado por: La Autora

El agua que fluye a través de la cresta ingresa a la galería de captación a través de la rejilla y parcialmente continúa sobre la rejilla hacia aguas abajo. En consecuencia, el agua que fluye sobre la rejilla se caracteriza por tener movimiento con caudal o masa variable, en dirección del flujo.

A partir del caudal total  $Q_o$  que ingresa desde el cauce natural al borde aguas arriba de la rejilla, para cualquier sección con abscisa  $x$  (figura 10) se puede aplicar la siguiente ecuación:

$$Q_o = Q_x + Q_x''$$

(1)

Dónde:

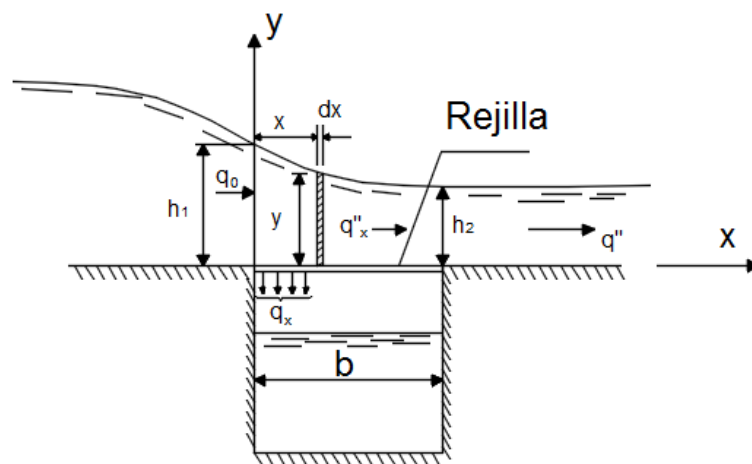
$Q_x$ : Caudal que ingresa a la galería de captación desde el inicio de la rejilla hasta la sección con abscisa  $x$ .

$Q_x''$ : Caudal que se mueve sobre la rejilla con abscisa  $x$ .

En la figura 10 se muestra la rejilla horizontal de captación, en donde se observa los caudales unitarios que intervienen en el análisis, el ancho de la rejilla  $b$ ; y además las alturas aguas arriba y aguas abajo  $h_1$  y  $h_2$  respectivamente, en un plano referencial con abscisa  $x$  y abscisa  $y$ .

**Figura 13**

*Rejilla horizontal de captación.*



Elaborado por: La Autora

En base a la figura 10 y teniendo claro los caudales unitarios que intervienen para el análisis, se realiza la descripción de mismos:

$$q_o = q_x + q_x'' \quad (2)$$

De donde:

$$q_x = q_o - q_x'' \quad (3)$$

En consecuencia, fácilmente se obtiene el valor del caudal unitario que ingresa a la galería de captación  $q_x$  conociendo el caudal unitario sobre la rejilla  $q_x''$ , que se determina a partir del procedimiento que se desarrolla a continuación.

#### **4.2 Determinación del caudal que ingresa a la galería de captación.**

Partiendo de la siguiente expresión se inicia el análisis respectivo para determinar el caudal que ingresa a la galería de captación:

$$\omega_x'' = y; \quad v_x'' = \frac{q_x''}{y}; \quad y, \quad dv_x'' = \frac{dyq_x'' - q_x''dy}{y^2} \quad (4)$$

Dónde:

$\omega_x''$ : Área de la sección transversal del flujo que se mueve sobre la rejilla, por unidad de longitud de frente (1 metro).

$v_x''$ : Velocidad media de flujo

$y$ : ordenada de la superficie libre de flujo.

A partir de la expresión (A), se obtiene la ecuación para el flujo estacionario de un líquido con caudal variable en el trayecto, para el caso de separación continua de masa, una de cuyas presentaciones es la siguiente:

$$\frac{dy}{dx} + \frac{v_x''}{g} \frac{dv_x''}{dx} + \frac{v_x''(v_x'' - v_1)}{gQ_x''} \frac{dQ_x''}{dx} + K v_x''^2 = 0 \quad (5)$$

Dónde:

$v_1$ : Proyección de la velocidad del líquido separado, en la dirección perpendicular a la del flujo principal. En el presente caso, evidentemente que  $v_1=0$ .

$K v_x''^2$ : Elemento que cuantifica las pérdidas de carga longitudinales por fricción; para tramos cortos con intensa variación continua de la masa el valor de este elemento puede ser despreciado.

Para las condiciones indicadas, tomando en cuenta la expresión (4), la ecuación (5), luego de algunas transformaciones puede ser presentada de la siguiente manera:

$$\frac{1}{g} \frac{q_x''}{y} \left( \frac{y dq_x'' - q_x'' dy}{y^2} \right) + \frac{1}{g y^2} dq_x'' + dy = 0 \quad (6)$$

En consecuencia:

$$2y q_x'' dq_x'' - q_x''^2 dy + g y^3 dy = 0$$

(7)

Como se puede observar (7) es una ecuación diferencial homogénea de primer grado; para resolverla se reemplazan los siguientes valores:

$$q_x''^2 = y \cdot u : 2q_x'' dq_x'' = y du + u dy$$

(8)

Dónde:

$u$ : Nueva variable.

Luego de algunas transformaciones de rutina se tiene:

$$du = -gy dy$$

(9)

Se procede a integrar la ecuación anterior y se obtiene:

$$u = -\frac{gy^2}{2} + C$$

(10)

Tomando en cuenta la ecuación (8):

$$\frac{q_x''^2}{y} = -\frac{gy^2}{2} + C$$

(11)

De donde:

$$q_x'' = \sqrt{y \left( C - \frac{gy^2}{2} \right)}$$

(12)

La constante arbitraria de integración se determina de la ecuación (12), tomando en consideración las condiciones iniciales para  $y = h_1$ ,  $q_x'' = q_o$ .

Por tanto:

$$C = \frac{q_o^2}{h_1} + \frac{gh_1^2}{2}$$

(13)

A partir de la práctica de diseño y de resultados en modelos físicos:

$$h_1 = 0,8 \sqrt[3]{\frac{q_o^2}{g}}$$

(14)

A continuación:

$$q_o = 1,4h_1\sqrt{gh_1}$$

(15)

El valor obtenido será reemplazando en la ecuación (13), para obtener:



$$C = 2,45gh_1^2 \tag{16}$$

En consecuencia:

$$q_x'' = \sqrt{y(2,45gh_1^2 - 0,5gy^2)} \tag{17}$$

Tomando en cuenta la ecuación (3) se obtiene:

$$q_x = q_o - \sqrt{y(2,45gh_1^2 - 0,5gy^2)} \tag{18}$$

El caudal total que ingresa a la galería se obtiene a partir de la ecuación (18), reemplazando  $y = h_2$ ; dónde  $h_2$  es la profundidad de flujo al final de la rejilla:

$$q = q_o - \sqrt{h_2(2,45gh_1^2 - 0,5gh_2^2)} \tag{19}$$

Con el desarrollo anterior y tomando en consideración la ecuación (15) queda la siguiente expresión para el caudal unitario:

$$q = q_o \left( 1 - \sqrt{0,256 \frac{h_2}{h_1} \left( 4,91 - \frac{h_2^2}{h_1^2} \right)} \right) \tag{20}$$

Reemplazando,

$$\sigma = 1 - \sqrt{0,256 \frac{h_2}{h_1} \left( 4,91 - \frac{h_2^2}{h_1^2} \right)}$$

(21)

Finalmente se obtiene la ecuación con la cual se resolverá el caudal unitario:

$$q = \sigma q_o$$

(22)

### 4.3 Ecuación para construir la línea de superficie libre del flujo sobre la rejilla

Para encontrar la ecuación para construir la línea de superficie libre del flujo sobre la rejilla, se inicia con la derivación de la ecuación (12), que permite obtener la siguiente expresión:

$$dq_x'' = \frac{C - \frac{3}{2}gy^2}{2\sqrt{y\left(C - \frac{gy^2}{2}\right)}} dy$$

(23)

A continuación partiendo de la figura 3 se puede escribir la integral:

$$q_x = \int_0^x \mu K_r \sqrt{2gy} dx$$

Es decir:

$$dq_x = \mu K_r \sqrt{2gy} dx$$

Dónde:

$\mu$ : Coeficiente de descarga de la rejilla.

La rejilla puede ser considerada como una serie de aberturas horizontales en el fondo a través de los cuales se produce flujo semejante al flujo a través de los orificios de fondo. Para la rejilla formada por barrotes rectangulares, cuando la relación del ancho del barrote a la profundidad de las aberturas es menor a  $\frac{1}{4}$ , el coeficiente de descarga puede ser obtenido con la ecuación:

$$\mu = 0,6 - i0,15$$

Dónde:

$i$  : Pendiente de la rejilla en dirección del flujo.

Se obtiene  $K_r$  que es el coeficiente que reduce el área total en área efectiva disponible para el caso del agua está dado por:

$$K_r = \frac{s}{s + d}$$

Fórmula en la cual:

$s$ : Espaciamiento entre barrotes

$d$ : Espesor de los barrotes.

De la ecuación diferencial (3) se determina que:

$$dq_x'' = -dq_x$$

Teniendo en cuenta la relación (24):

$$dq_x'' = -\mu K_r \sqrt{2gy} dx \tag{25}$$

Contraponiendo (23) y (25) se encuentra:

$$-\mu K_r \sqrt{2gy} dx = \frac{C - \frac{3}{2}gy^2}{2\sqrt{y\left(C - \frac{gy^2}{2}\right)}} dy \tag{26}$$

Para resolver esta ecuación diferencial se la reformula de la siguiente manera:

$$2\mu K_r \sqrt{2g} dx = \frac{\frac{3}{2}gy^2 - C}{2\sqrt{\left(C - \frac{gy^2}{2}\right)}} \frac{ydy}{y^2} \tag{27}$$

Reemplazando:

$$t = \sqrt{\left(C - \frac{gy^2}{2}\right)} \tag{28}$$

En la ecuación anterior  $t$  es una nueva variable, de la misma se tiene que:

$$y^2 = (C - t^2) \frac{2}{g}$$

(29)

Esto significa que:

$$ydy = -\frac{2t}{g} dt$$

(30)

Reemplazando los correspondientes valores de (28), (29) y (30) en (27) y luego de realizar transformaciones básicas se obtiene:

$$2\mu K_r \sqrt{2g} dx = -\frac{2C - 3t^2}{C - t^2} dt$$

(31)

La integración de la última ecuación lleva al siguiente resultado:

$$x = \frac{\sqrt{C}}{4\sqrt{2g\mu K_r}} \ln \frac{(\sqrt{C} - t_0)(\sqrt{C} + t)}{(\sqrt{C} + t_0)(\sqrt{C} - t)} - \frac{3(t - t_0)}{2\sqrt{2g\mu K_r}}$$

(32)

Tomando en cuenta la ecuación (28) se puede presentar de la siguiente manera:

$$x = f(y)$$

(33)

Esta es la ecuación de la línea de superficie libre sobre la rejilla de captación.

En la ecuación (32):

$$t_o = \frac{q_o}{\sqrt{h_1}} \quad (34)$$

Dónde:  $t_o$  es una constante de integración.

Tomando en consideración la ecuación (15), se determina:

$$t_o = 1,4gh_1 \quad (35)$$

Cuando  $x = b$  y  $y = h_2: t = t_b$ . Tomando esto en consideración, las ecuaciones (28) y (32) se reformulan de la siguiente manera:

$$t_b = \sqrt{\left(C - \frac{gh_2^2}{2}\right)} \quad (36)$$

$$b = \frac{\sqrt{C}}{4\sqrt{2g\mu K_r}} \ln \frac{(\sqrt{C} - t_o)(\sqrt{C} + t_b)}{(\sqrt{C} + t_o)(\sqrt{C} - t_b)} - \frac{3(t_b - t_o)}{2\sqrt{2g\mu K_r}} \quad (37)$$

Tomando en cuenta que  $\ln N = 2,3lgN$ , al reemplazar en (37) los correspondientes valores de (16), (35) y (36), luego de simplificar se obtiene:

$$b = \frac{h_1}{\mu K_r} \left\{ 1,275lg \frac{2,22 + \sqrt{4,91 - \frac{h_2^2}{h_1^2}}}{4,2 \frac{h_2}{h_1}} - \frac{0,75 \left[ 1 - \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^2 \right]}{1,98 + \sqrt{4,91 - \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^2}} \right\} \quad (38)$$

La expresión dentro del mayor paréntesis es función únicamente de la relación de profundidades. Representando a dicha expresión por  $A$  se tiene:

$$A = 1,275lg \frac{2,22 + \sqrt{4,91 - \frac{h_2^2}{h_1^2}}}{4,2 \frac{h_2}{h_1}} - \frac{0,75 \left[ 1 - \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^2 \right]}{1,98 + \sqrt{4,91 - \left( \frac{h_2}{h_1} \right)^2}} \quad (39)$$

En consecuencia, la ecuación (38) se presenta de la siguiente manera:

$$b = \frac{h_1}{\mu K_r} A \quad (40)$$

En el caso de rejilla inclinada hacia aguas abajo, es necesario introducir un coeficiente corrector  $K_i$  en la ecuación (40); este coeficiente depende de la pendiente  $i$  de la rejilla y se determina con ayuda de la siguiente ecuación experimental:

$$K_i = 1 - 0,21i \quad (41)$$

En consecuencia, la ecuación (40) toma la siguiente forma más general:

$$b = \frac{h_1}{\mu K_r K_i} A \quad (42)$$

La consideración simultánea de las ecuaciones (21) y (39) recuerda a las funciones dadas en forma paramétrica, donde el parámetro es la relación de profundidades  $\frac{h_2}{h_1}$  y las variables  $A$  y  $\sigma$ . En consecuencia:

$$\sigma = f(A) \quad (43)$$

La curva presentada en el gráfico 2 representa la relación funcional (43). Cabe anotar que cuando  $A = 2,02$ , cabe asumir que  $q = q_o$ . Esto significa que, en este caso, el caudal que ingresa a la rejilla desde el cauce, íntegramente pasa a la galería de captación.

La práctica de diseño evidencia que en la ecuación (22) cabe introducir un coeficiente corrector igual a 1,19. Por esta razón, la expresión (22) toma la siguiente presentación:

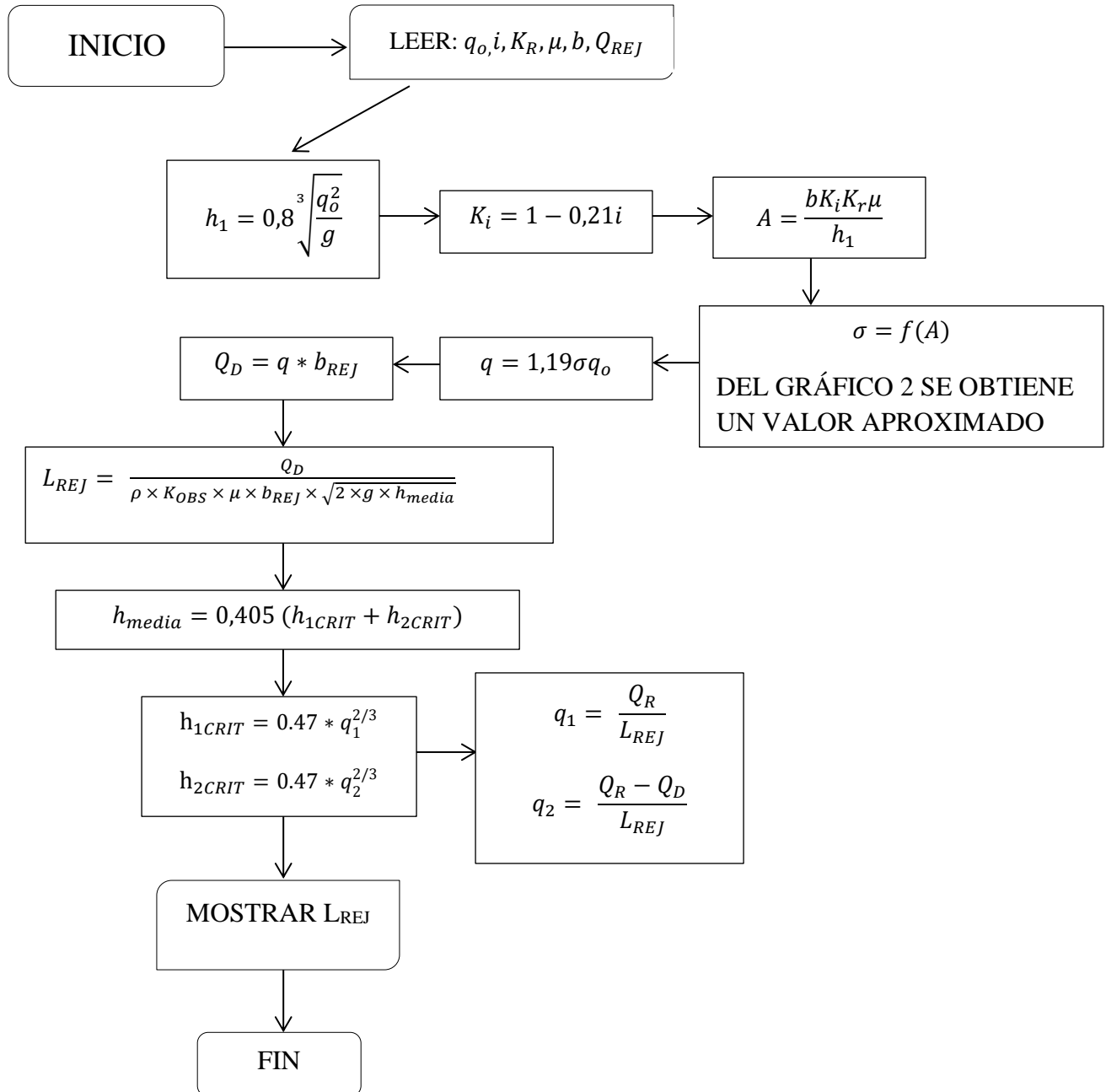
$$q = 1,19\sigma q_o.$$



#### 4.4 Algoritmo de cálculo, DMV.

Figura 14

Dimensionamiento de la rejilla de captación, DMV



Elaborado por: La Autora

## 4.5 Aplicación del algoritmo, DMV

**Tabla 19**

*Información de entrada para la aplicación del algoritmo, DMV.*

<b>Información de entrada:</b>	Símbolo	Valor
Pendiente	i	0,20
Coeficiente de rejilla	K <sub>R</sub>	0,50
Coeficiente de obstrucción de la rejilla	K <sub>OBS</sub>	0,90
Coeficiente de descarga de la rejilla	u	0,60
Ancho de la rejilla	b <sub>REJ</sub>	1

Elaborado por: La Autora

Desarrollo:

$$h_1 = 0,8 \sqrt[3]{\frac{q_o^2}{g}}$$

$$h_1 = 0,489$$

$$K_i = 1 - 0,21i$$

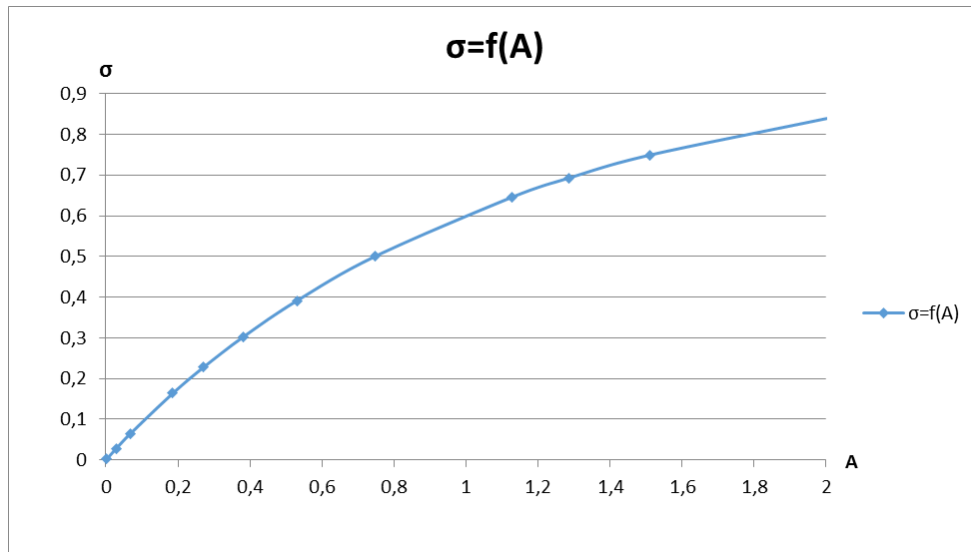
$$K_i = 0,958$$

$$A = \frac{bK_iK_r\mu}{h_1}$$

$$A = 0,587$$

**Figura 15**

*Curva de la relación funcional  $\sigma = f(A)$*



Elaborado por: La Autora

Valor obtenido del gráfico 2:

$$\sigma = 0,415$$

$$q = 1,19\sigma q_o$$

$$q = 1,19 * 0,415 * 1,50$$

$$q = 0,741 \text{ m}^3/\text{s.m}$$

Se procede al cálculo del caudal total:

$$Q_o = q * b$$

$$Q_o = 0,741 * 1$$

$$Q_o = 0,741 \text{ m}^3/\text{s}$$

El caudal de diseño que cruza la rejilla será del 50% del caudal total del río.

A continuación se procede a realizar el cálculo de la longitud de la rejilla:

$$L_{REJ} = \frac{Q_D}{p * K_{OBS} * \mu * b_{REJ} * \sqrt{2 * g * h_{media}}}$$

$$q_1 = \frac{Q_R}{L_{REJ}}$$

$$q_2 = \frac{Q_R - Q_D}{L_{REJ}}$$

$$q_1 = \frac{0,741 \text{ m}^3 / \text{s}}{0,18\text{m}}$$

$$q_2 = \frac{0,741 \text{ m}^3 / \text{s} - 0,370\text{m}^3 / \text{s}}{0,18\text{m}}$$

$$q_1 = 4,112 \text{ m}^3 / \text{s} \cdot \text{m}$$

$$q_2 = 2,06 \text{ m}^3 / \text{s} \cdot \text{m}$$

Determinación de las profundidades críticas:

$$h_{1CRIT} = 0.47 * q_1^{2/3}$$

$$h_{2CRIT} = 0.47 * q_2^{2/3}$$

$$h_{1CRIT} = 0.47 * (4,112)^{\frac{2}{3}}$$

$$h_{2CRIT} = 0.47 * (2,06)^{\frac{2}{3}}$$

$$h_{1CRIT} = 1,206\text{m}$$

$$h_{2CRIT} = 0,761\text{m}$$

Calculo de la profundidad sobre la parte media de la rejilla:

$$h_{media} = 0.405 * (h_{1CRIT} + h_{2CRIT})$$

$$h_{media} = 0.405 * (1,206 + 0,761)$$

$$h_{media} = 0,796\text{m}$$

Determinación de la longitud de la rejilla:

$$Q_D = p * K_{OBS} * \mu * b_{REJ} * L_{REJ} * \sqrt{2 * g * h_{media}}$$

$$L_{REJ} = \frac{Q_D}{p * K_{OBS} * \mu * b_{REJ} * \sqrt{2 * g * h_{media}}}$$

$$L_{REJ} = \frac{0,370}{0,5 * 0,9 * 0,6 * 1,00 * \sqrt{2 * 9,81 * 0,796}}$$

$$L_{REJ} = 0,347m$$

Debido a que con el valor de  $L_{REJ}$  asumido no cumple, se procede a realizar iteraciones para encontrar la longitud de rejilla, mostrando el resultado en el cuadro a continuación:

**Tabla 20**

*Tabla de resultados obtenidos para la longitud de la rejilla, DMV.*

Variante						Q D =	0,3703875 m3/s
L REJ (m)	p * K OBS * u	b REJ (m)	h1 cri	h2 cri	h media	Q D	
0,18	0,27	1	1,20700	0,76036	0,79678	0,19216	
0,28	0,27	1	0,89905	0,56637	0,59349	0,25798	
0,49	0,27	1	0,61910	0,39001	0,40869	0,37463	
0,5	0,27	1	0,61081	0,38479	0,40322	0,37971	

Elaborado por: La Autora

Las iteraciones terminan cuando los valores de caudal de diseño son similares por lo tanto podemos decir que la longitud de la rejilla es igual a 0,49m.

**Tabla 21**

*Tabla de resultados obtenidos para la longitud de la rejilla con variación del ancho de la rejilla.*

Parámetro de variación		Resultados obtenidos											
BREJ, m	qo (m3/2.m)	h1, m	ki	A	$\sigma$	QD (m3/s)	p * Kobs * u	h1 cri (m)	h2 cri (m)	h media (m)	QD (m3/s)	LREJ, m	
1,00	1,50	0,49	0,96	0,59	0,415	0,3704	0,27	0,61910	0,39001	0,40869	0,375	0,49	
1,10	1,50	0,49	0,96	0,65	0,485	0,4329	0,27	0,69160	0,43568	0,45655	0,431	0,485	
1,20	1,50	0,49	0,96	0,70	0,495	0,4418	0,27	0,74810	0,47127	0,49384	0,444	0,44	
1,30	1,50	0,49	0,96	0,76	0,500	0,4400	0,27	0,81619	0,51417	0,53880	0,445	0,39	
1,40	1,50	0,49	0,96	0,82	0,540	0,4819	0,27	0,87417	0,55069	0,57707	0,483	0,38	
1,50	1,50	0,49	0,96	0,88	0,555	0,4953	0,27	0,95522	0,60175	0,63057	0,491	0,345	
1,60	1,50	0,49	0,96	0,94	0,565	0,5132	0,27	1,01031	0,63646	0,66694	0,500	0,32	
1,70	1,50	0,49	0,96	0,98	0,595	0,5310	0,27	1,06814	0,67288	0,70511	0,529	0,31	
1,80	1,50	0,49	0,96	1,05	0,600	0,5355	0,27	1,14953	0,72416	0,75884	0,525	0,27	
1,90	1,50	0,49	0,96	1,12	0,615	0,5667	0,27	1,19729	0,75424	0,79037	0,545	0,26	
2,00	1,50	0,49	0,96	1,17	0,635	0,5667	0,27	1,26740	0,79841	0,83665	0,569	0,245	

Elaborado por: La Autora

#### **4.6 Dimensionamiento de la rejilla de captación, método convencional**

Una captación con rejilla horizontal se caracteriza porque la recepción del agua derivada al canal de conducción tiene lugar desde determinada profundidad (por ejemplo, desde el fondo del río) a través de una rejilla ubicada en la entrada a la captación, en posición ligeramente inclinada en la dirección del flujo en el río, respecto a la horizontal. Este tipo de captaciones se adoptan preferentemente en los tramos montañosos de los ríos; por esta razón a estas captaciones también se las denomina de montaña.

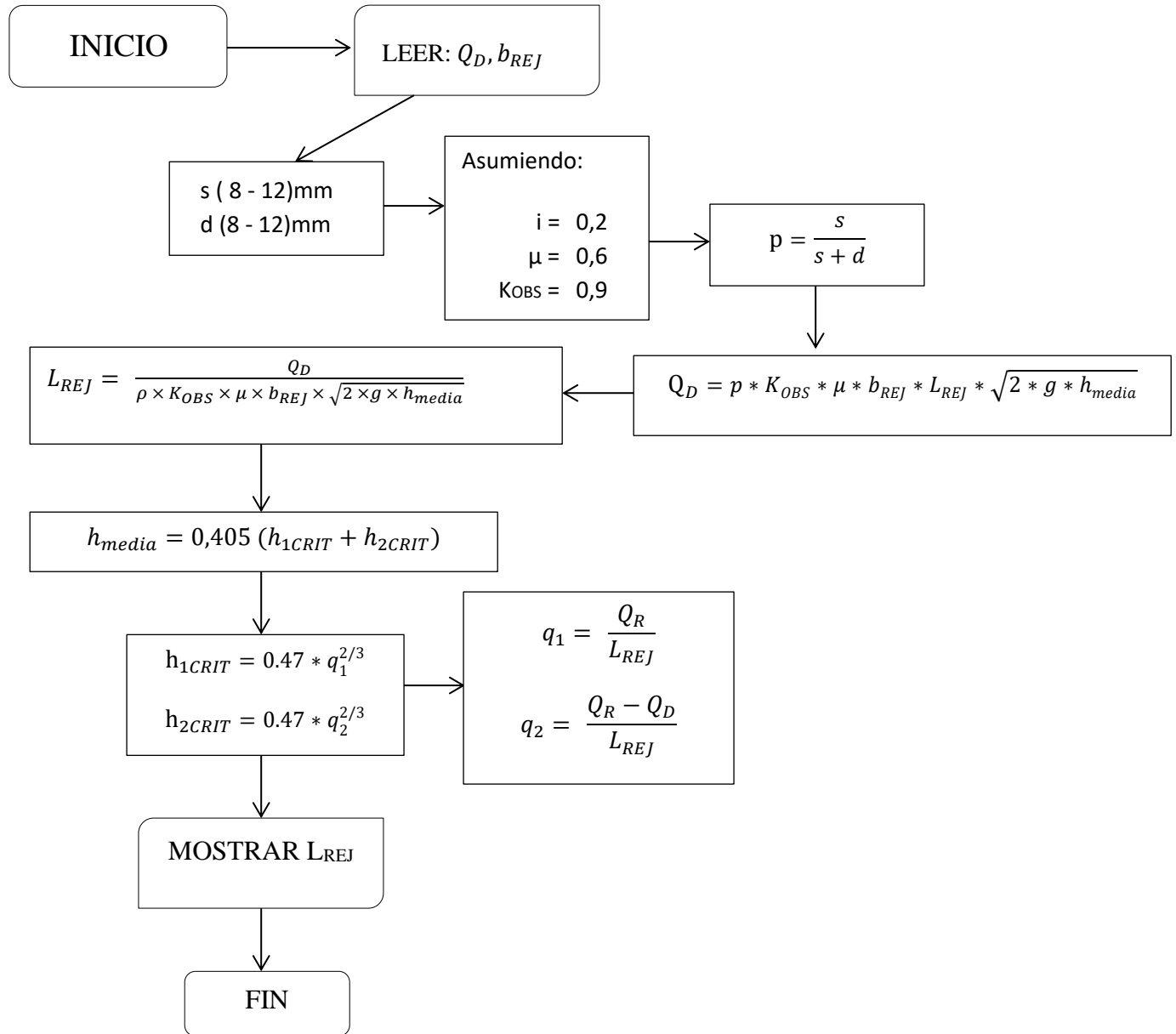
Los esquemas de las captaciones con rejilla horizontal se adaptan de mejor manera a los ríos de montaña que se caracterizan por tener condiciones hidrogeológicas específicas propias únicamente de estos ríos.

Las captaciones con presa y rejilla horizontal se utilizan tanto para derivación desde una margen como para derivaciones desde las dos márgenes. El frente de captación puede ocupar todo el frente de desagüe o parte de éste.

#### 4.7 Algoritmo de cálculo, método convencional.

Figura 16

Dimensionamiento de la rejilla de captación, método convencional



Elaborado por: La Autora

#### 4.8 Aplicación del algoritmo, método convencional.

Dado los siguientes datos:

$$Q_R = 0,75 \text{ m}^3/\text{s}; Q_D = 0,375 \text{ m}^3/\text{s} \text{ y } b_{REJ} = 1 \text{ m}$$

Desarrollo:

La longitud de la rejilla ( $L_{REJ}$ ) se determina por aproximaciones a partir de la siguiente ecuación:

$$Q_D = p * K_{OBS} * \mu * b_{REJ} * L_{REJ} * \sqrt{2 * g * h_{media}}$$

Donde:

$p$ : coeficiente de rejilla, representa la fracción del área de la rejilla que corresponde a los orificios de entrada, cuya ecuación es:

$$p = \frac{s}{s + d}$$

$$p = \frac{10}{10 + 10}$$

$$p = 0,5$$

Para dimensionamiento preliminar asumo:  $K_{OBS} = 0,9$

Coficiente de caudal de la rejilla  $\mu$ , depende de la pendiente  $i$  de la rejilla en dirección del flujo se asume:

$$\mu = 0,60 - 0,65 \text{ para } i = 0,1;$$

$$\mu = 0,55 - 0,60 \text{ para } i = 0,2.$$

Para dimensionamiento preliminar y para  $i = 0,2$  asumo:

$$\mu = 0,60$$

Asumo para el inicio del cálculo el ancho de la rejilla:

$$b_{REJ} = 1,00 \text{ m}$$



A continuación se procede a realizar el cálculo de la longitud de la rejilla:

$$L_{REJ} = \frac{Q_D}{p * K_{OBS} * \mu * b_{REJ} * \sqrt{2 * g * h_{media}}}$$

Donde:

$L_{REJ}$ : Longitud de la rejilla, m.

$Q_D$ : Caudal de diseño, m<sup>3</sup>/s.

$p$ : Coeficiente de rejilla.

$K_{OBS}$ : Coeficiente de obstrucción de la rejilla.

$\mu$ : Coeficiente de descarga de la rejilla.

$b_{REJ}$ : Ancho de la rejilla, m.

$g$ : Gravedad, m/s<sup>2</sup>.

$h_{media}$ : Profundidad sobre la parte media de la rejilla, m.

$$h_{media} = 0.405 * (h_{1CRIT} + h_{2CRIT})$$

$$h_{1CRIT} = 0.47 * q_1^{2/3}$$

$$h_{2CRIT} = 0.47 * q_2^{2/3}$$

Donde:

$h_{media}$ : Profundidad sobre la parte media de la rejilla.

$h_{1CRIT}$ : Profundidad crítica en la sección inicial de la rejilla.

$h_{2CRIT}$ : Profundidad crítica en la sección final de la rejilla.

$q_1$ : Caudal unitario en el ingreso a la rejilla.

$q_2$ : Caudal unitario en la salida de la rejilla.

Para la determinación de los caudales unitarios, se empieza asumiendo una longitud de rejilla de 0,30m posteriormente en el cálculo se evidenciará si esta correcto o no, de no ser correcto se realizan iteraciones hasta encontrar la longitud de la rejilla adecuada.

$$q_1 = \frac{Q_R}{L_{REJ}} \qquad q_2 = \frac{Q_R - Q_D}{L_{REJ}}$$

$$q_1 = \frac{0,75 \text{ m}^3 / \text{s}}{0,30\text{m}} \qquad q_2 = \frac{0,75 \text{ m}^3 / \text{s} - 0,375 \text{ m}^3 / \text{s}}{0,30\text{m}}$$

$$q_1 = 2,5 \text{ m}^3 / \text{s.m} \qquad q_2 = 1,25 \text{ m}^3 / \text{s.m}$$

Determinación de las profundidades críticas:

$$h_{1CRIT} = 0.47 * q_1^{2/3} \qquad h_{2CRIT} = 0.47 * q_2^{2/3}$$

$$h_{1CRIT} = 0.47 * (2,5)^{2/3} \qquad h_{2CRIT} = 0.47 * (1,25)^{2/3}$$

$$h_{1CRIT} = 0,866\text{m} \qquad h_{2CRIT} = 0,545\text{m}$$

Calculo de la profundidad sobre la parte media de la rejilla:

$$h_{media} = 0.405 * (h_{1CRIT} + h_{2CRIT})$$

$$h_{media} = 0.405 * (0,866 + 0,545)$$

$$h_{media} = 0,571\text{m}$$

Determinación de la longitud de la rejilla:

$$Q_D = p * K_{OBS} * \mu * b_{REJ} * L_{REJ} * \sqrt{2 * g * h_{media}}$$

$$L_{REJ} = \frac{Q_D}{p * K_{OBS} * \mu * b_{REJ} * \sqrt{2 * g * h_{media}}}$$

$$L_{REJ} = \frac{0,375}{0,5 * 0,9 * 0,6 * 1,00 * \sqrt{2 * 9,81 * 0,571}}$$

$$L_{REJ} = 0,41m$$

Debido a que con el valor de  $L_{REJ}$  asumido no cumple, se procede a realizar iteraciones para encontrar la longitud de rejilla, mostrando el resultado en el cuadro a continuación:

**Tabla 22**

*Tabla de resultados obtenidos para la longitud de la rejilla, método convencional.*

Variante		Q <sub>D</sub> = 0,375 m <sup>3</sup> /s					
L <sub>Rej</sub> (m)	K <sub>R</sub> * K <sub>OBS</sub> * u	b <sub>Rej</sub> (m)	h1 cri	h2 cri	h <sub>media</sub>	Q <sub>DIS</sub>	
0,3	0,27	1	0,8657	0,5454	0,5715	0,2712	
0,4	0,27	1	0,7147	0,4502	0,4718	0,3286	
0,45	0,27	1	0,6607	0,4162	0,4361	0,3554	
0,48	0,27	1	0,6329	0,3987	0,4178	0,3710	

Elaborado por: La Autora

Las iteraciones terminan cuando los valores de caudal de diseño son similares por lo tanto podemos decir que la longitud de la rejilla es igual a 0,48 metros.

**Tabla 23**

*Tabla de resultados obtenidos para la longitud de la rejilla con la variación del ancho de la rejilla.*

Parámetro de variación		Resultados obtenidos				
BREJ, m	p * K <sub>obs</sub> * u	h1 cri (m)	h2 cri	h media	Q <sub>D</sub> , m <sup>3</sup> /s	LREJ, m
1,00	0,27	0,6329	0,3987	0,4178	0,3710	0,48
1,10	0,27	0,6864	0,4324	0,4531	0,3763	0,425
1,20	0,27	0,753	0,474	0,497	0,374	0,37
1,30	0,27	0,812	0,512	0,536	0,376	0,33
1,40	0,27	0,866	0,545	0,572	0,380	0,30
1,50	0,27	0,929	0,585	0,613	0,379	0,27
1,60	0,27	0,991	0,624	0,654	0,379	0,245
1,70	0,27	1,065	0,671	0,703	0,375	0,235
1,80	0,27	1,116	0,703	0,737	0,379	0,21
1,90	0,27	1,195	0,753	0,789	0,373	0,195
2,00	0,27	1,240	0,781	0,819	0,379	0,187

Elaborado por: La Autora

#### 4.9 Análisis de los métodos de masa variable y convencional.

**Tabla 24**

*Tabla de resultados obtenidos del cálculo de la longitud de la rejilla, ambos métodos.*

Parámetro de variación	Resultados obtenidos	
	Longitud de la rejilla	
Ancho de la rejilla BREJ, m	DMV	CONVENCIONAL
1,00	0,49	0,48
1,10	0,485	0,425
1,20	0,44	0,37
1,30	0,39	0,33
1,40	0,38	0,30
1,50	0,345	0,27
1,60	0,32	0,245
1,70	0,31	0,235
1,80	0,27	0,21
1,90	0,26	0,195
2,00	0,245	0,187

Elaborado por: La Autora

La comparación de los resultados obtenidos en el componente Captaciones frontales con rejilla de entrada horizontal al aplicar el método de la dinámica de masa variable y el convencional evidencia que la diferencia de los valores del parámetro investigado, es decir la Longitud de la rejilla obtenidos por los dos métodos es máximo el 25%.

El porcentaje de diferencia es más sensible a la variación de los coeficientes del método de la dinámica de masa variable; coeficiente corrector 1,19; coeficiente  $\sigma$  en función de  $f(A)$ , y del método convencional; coeficiente de rejilla, coeficiente de obstrucción de la rejilla, coeficiente de descarga.

## CAPÍTULO V

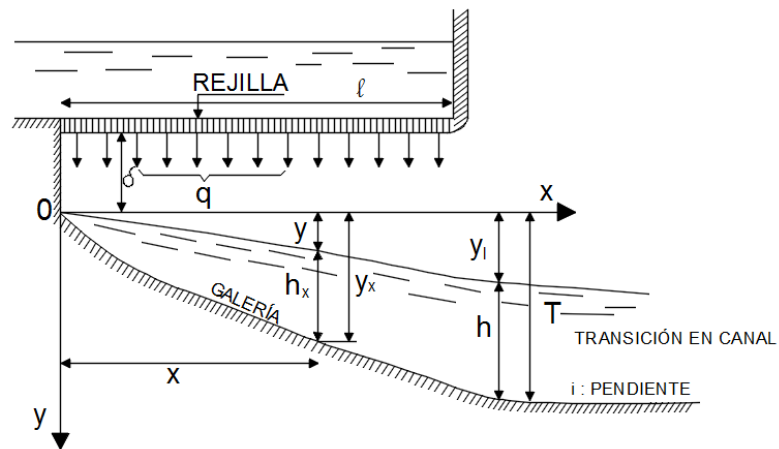
### HIDRÁULICA DE UNA GALERÍA DE CAPTACIÓN BASADA EN LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE

#### 5.1 Hidráulica de una galería de captación de montaña con rejilla horizontal

Del esquema de la captación de montaña (figura 11) se desprende que el caudal de la galería es variable en la sección inicial de la galería, dicho caudal es nulo ( $Q = 0$ ), en tanto que al final de la galería adquiere su máximo valor, es decir es igual al caudal de diseño.

#### Figura 17

*Galería de una captación de montaña con rejilla horizontal*



Elaborado por: La Autora

Si se asume que la rejilla es homogénea (de igual forma) a lo largo de la galería, es decir que sus barrotes son iguales y la distancia entre ellos constante (en la práctica precisamente estas son las características de las rejillas de captación), significa que el caudal que ingresa a la galería

a través de cada metro longitudinal de la rejilla (el caudal unitario) tendrá una misma magnitud a lo largo de toda la galería.

El caudal en cualquier sección transversal de la galería, con abscisa  $x$ , se determina con la ecuación:

$$Q_x = qx \tag{1}$$

Dónde:

$q$ : es el caudal unitario que ingresa desde la rejilla a la galería.

El caudal al final de la galería es:

$$Q = ql$$

Dónde:

$l$ : es la longitud de la galería.

La ecuación general del movimiento estacionario de un líquido con caudal variable a lo largo del flujo, referida al sistema de coordenadas introducido en la figura anterior, tiene la siguiente presentación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_x(v_x - v_1)}{gQx} \frac{dQx}{dx} + \frac{v_x}{g} \frac{dv_x}{dx} + K v_x^2 \tag{2}$$

Dónde:

$y$ : pérdida de carga total, desde la sección inicial hasta la sección considerada, con abscisa  $x$ ; en el caso particular de los flujos abiertos (con superficie libre) es la ordenada de la superficie libre.

$v_x$ : velocidad del flujo principal.

$v_1$ : Proyección de la velocidad del flujo incorporado, en la dirección del movimiento del flujo principal (en el presenta caso  $v_1=0$ ).

$Q_x$ : caudal en la sección con abscisa  $x$ .

$g$ : aceleración de la fuerza de gravedad.

$Kv_x^2$ : elemento que considera las pérdidas usuales de carga por fricción del flujo de agua sobre las paredes y el fondo del cauce, las mismas que un caso general pueden ser presentadas de la siguiente manera:

$$Kv_x^2 = \frac{dh_f}{dx} \tag{3}$$

Dónde:

$h_f$ : pérdidas usuales de carga por fricción.

Con las ecuaciones (1) y (3), reemplazando en (2) se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_x^2}{g} \frac{1}{x} + \frac{v_x}{g} \frac{dv}{dx} + \frac{dh_f}{dx} \tag{4}$$



De otra parte se puede escribir:

$$y = h_v + h_f \tag{5}$$

Dónde, a través de  $h_v$ , condicionalmente se representan las pérdidas en el golpe y choque de las partículas entre si originados por la variación de la velocidad al caudal variable longitudinalmente.

Diferenciando (5) se obtiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dh_v}{dx} + \frac{dh_f}{dx} \tag{6}$$

Utilizando las ecuaciones anteriores (4) y (6) se obtiene la ecuación (7):

$$\frac{dh_v}{dx} = \frac{v_x^2}{g} \frac{1}{x} + \frac{v_x}{g} \frac{dv_x}{dx} \tag{7}$$

Para resolver la ecuación diferencial (4) es necesario utilizar, sea la ecuación de la superficie libre o la expresión de la velocidad. La segunda opción resulta más sencilla.

Se asume la siguiente expresión para la velocidad media:

$$v_x = ax^p \tag{8}$$

Dónde:

$a$  y  $p$ : son magnitudes constantes arbitrarias sujetas a selección, sobre lo que se aclara más abajo.

Para determinar las pérdidas de carga por fricción con las paredes y el fondo del cauce se puede suponer que ellas se expresan por una ecuación de la misma forma que la del flujo uniforme, es decir:

$$\frac{dh_f}{dx} = i_f = \frac{v_x^2}{C^2 R} \quad (9)$$

Dónde:  $C$  es el coeficiente de Chezy que puede ser obtenido con la ecuación de Manning:

$$C = \frac{R^{1/6}}{n} \quad (10)$$

Fórmula en la cual:

$n$ : es el coeficiente de rugosidad

$R$ : radio hidráulico.

Entonces para seguir con el desarrollo del análisis, se procede a reemplazar la ecuación (10) en la ecuación (9) y se obtiene:

$$\frac{dh_f}{dx} = \frac{n^2 v_x^2}{R^{4/3}}$$

(11)

Para una galería rectangular, se utiliza la siguiente expresión:

$$R = \frac{bh_x}{b + 2h_x}$$

(12)

Dónde:

b: Ancho de la galería.

$h_x$ : Profundidad de flujo.

La sección de flujo es:

$$w_x = bh_x = \frac{Q_x}{v_x}$$

(13)

Despejando la ecuación anterior se obtiene:

$$h_x = \frac{Q_x}{bv_x}$$

(14)

Reemplazando los valores  $Q_x$  de (1) y  $v_x$  de (8) en la ecuación (14) se determina:

$$h_x = \frac{q}{ab} x^{1-p}$$

(15)

Reemplazando el valor de  $h_x$  de (15) en la ecuación (12) tenemos:

$$R = \frac{bqx^{1-p}}{ab^2 + 2qx^{1-p}} \quad (16)$$

Tomando en cuenta las ecuaciones (8) y (16), la ecuación (11) se presenta de la siguiente manera:

$$\frac{dh_f}{dx} = a^2 n^2 x^{2p} \left( \frac{ab^2 + 2qx^{1-p}}{bqx^{1-p}} \right)^{4/3} \quad (17)$$

Luego de algunas transformaciones sencillas la ecuación (17) se muestra:

$$\frac{dh_f}{dx} = \frac{a^{10/3} n^2 b^{4/3}}{q^{4/3}} x^{\frac{10p-4}{3}} \left( 1 + \frac{2q}{ab^2} x^{1-p} \right)^{4/3} \quad (18)$$

Tomando en cuenta (8), la expresión (7) puede ser presentada así:

$$\frac{dh_v}{dx} = \frac{a^2(1+p)}{g} x^{2p-1} \quad (19)$$

Reemplazando los valores de (18) y (19) en la ecuación (6), se tiene:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a^2(1+p)x^{2p-1}}{g} + \frac{a^{10/3} n^2 b^{4/3}}{q^{4/3}} x^{\frac{10p-4}{3}} \left( 1 + \frac{2q}{ab^2} x^{1-p} \right)^{4/3}$$

(20)

Aplicando la regla de P.L Chevshev, relativa a la integración de binomios diferenciales, es posible demostrar que la ecuación (20) puede ser integrada en funciones elementales solo en los casos cuando  $p$  satisface una de las dos condiciones siguientes:

$$p = 1 - \frac{9}{3N + 10} \tag{21}$$

$$p = 1 - \frac{3}{N + 2} \tag{22}$$

Dónde N es cualquier número entero; integrando la ecuación (19) se obtiene:

$$h_v = \frac{a^2(1 + p)}{2pg} x^{2p} \tag{23}$$

Considerando (15) y (23) se establece que  $h_x$  y  $h_v$  se transforman en infinito cuando, respectivamente,  $p > 1$  y  $p \leq 0$ .

De esta manera, en caso de que  $p$  tenga dichos valores, las ecuaciones formuladas anteriormente pierden su sentido físico y por esta razón  $p$  puede variar dentro de los límites:

$$0 < p \leq 1$$

A fin de obtener conclusiones generales se puede integrar (20) para  $p = 4/13$  y  $p = 1$ . De la ecuación (21) se desprende que a estos valores de  $p$  corresponden  $N = 1$  y  $N = \infty$

La integración de la ecuación (20) produce los siguientes resultados:

1. Para  $p = 4/13$ :

$$y_1 = A_1 x^{8/13} + A_2 \left[ \left( 1 + A_3 x^{7/13} \right)^{7/3} - 1 \right] \quad (24)$$

$$A_1 = \frac{17a^2}{8g} \quad (25)$$

$$A_2 = \frac{13a^4 b^3 n^2}{42q^2} \sqrt{\frac{ab}{q}} \quad (26)$$

$$A_3 = \frac{2q}{ab^2} \quad (27)$$

2. Para  $p = 1$

$$y = x^2 \frac{a^7}{g} + \frac{a^{10} n^2 b^3}{3q^{4/3}} \left( 1 + \frac{2q}{ab^2} \right)^{4/3} x^3 \quad (28)$$

En las ecuaciones (24) y (28), el segundo elemento del miembro derecho representa las pérdidas de carga por fricción.

## 5.2 Aplicación de una galería de captación de montaña con rejilla horizontal

Se realiza una aplicación para una galería de captación de montaña con rejilla horizontal con los siguientes parámetros dados: longitud,  $l$ ; caudal unitario,  $q$ ; ancho,  $b$ ; y coeficiente de rugosidad,  $n$ :

Dado:  $l = 3m$ ;  $q = 1,2 \text{ m}^3/\text{sm}$ ;  $b = 1m$ ;  $n = 0,011$

Variante 1: Se asume  $p = 4/13$ ;  $a = 1,45$

Dónde:  $a$  y  $p$  son magnitudes constantes arbitrarias.

Para el desarrollo de la primera variante se empieza con la ecuación (25), misma que es un factor de la ecuación 24 para realizar el cálculo respectivo para obtener  $y_1$ :

$$A_1 = \frac{17a^2}{8g} = \frac{17 * 1,45^2}{8 * 9,81} = 0,455$$

$g$ : Gravedad  $\text{m/s}^2$

De acuerdo a la ecuación 26 se obtiene el segundo factor de la ecuación 25 que es:

$$A_2 = \frac{13a^4b^3n^2}{42q^2} \sqrt[3]{\frac{ab}{q}} = \frac{13 * 1,45^4 * 1^3 * 0,011^2}{42 * 1,2^2} \sqrt[3]{\frac{1,45 * 1}{1,2}} = 0,000123$$

Donde:

$b$ : Ancho,  $m$

$n$ : Coeficiente de rugosidad

$q$ : Caudal unitario,  $\text{m}^3/\text{s.m}$

Seguendo con la ecuación 27, se obtiene el último factor para resolver la ecuación 24 y obtener  $y_1$ :

$$A_3 = \frac{2q}{ab^2} = \frac{2 * 1,2}{1,45 * 1^2} = 1,65$$

Donde:

b: Ancho, m

q: Caudal unitario, m<sup>3</sup>/s.m

Las pérdidas originadas en la variabilidad del caudal, al final de la galería representan:

$$h_v = A_1 l^{\frac{8}{13}} = 0,455 * 3^{\frac{8}{13}} = 0,9m$$

Donde:

$h_v$ : Pérdidas originadas en la variabilidad del caudal.

l: Longitud, m

Las pérdidas en la fricción común:

$$h_f = A_2 \left[ (1 + A_3 l^{9/13})^{7/13} - 1 \right] = 0,000123 \left[ (1 + 1,65 * 3^{9/13})^{7/13} - 1 \right] = 0,00405m$$

En concordancia con la ecuación 24, se obtiene las pérdidas totales:

$$y = h_v + h_f = 0,9 + 0,00405 = 0,904m$$

$$\frac{h_v}{h_f} = 222$$



Donde:

$h_v$ : Pérdidas originadas en la variabilidad del caudal.

$h_f$ : Pérdidas en la fricción común.

Se realiza el cálculo para una segunda variante, donde se asume  $p = 1$ ;  $a = 0,87$

Dónde:  $a$  y  $p$  son magnitudes constantes arbitrarias.

Se realiza los cálculos utilizando las ecuaciones para obtener las pérdidas originadas en la variabilidad del caudal y las perdidas en la fricción común.

$$h_v = \frac{a^2}{g} l^2 = \frac{0,87^2}{9,81} 3^2 = 0,694m$$

$$h_f = \frac{a^{10/3} n^2 b^{4/3}}{3q^{4/3}} \left(1 - \frac{2q}{ab^2}\right)^{4/3} l^2$$

$$h_f = \frac{0,87^{10/3} 0,011^2 1^{4/3}}{3 * 1,2^{4/3}} \left(1 + \frac{2 * 1,2}{0,87 * 1}\right)^{4/3} * 3^2 = 0,00316m$$

Las pérdidas totales son:

$$y_t = h_v + h_f = 0,694 + 0,00316 = 0,697m$$

$$\frac{h_v}{h_f} = 220$$

El análisis realizado demuestra que las pérdidas originadas en la variabilidad del caudal superan en más de doscientas veces las pérdidas por la fricción común con las paredes y el fondo del cauce.

Esto significa que las pérdidas por la fricción común son totalmente despreciables en comparación con las pérdidas totales.

De esta manera se llega a la conclusión que, en casos semejantes, es decir en tramos cortos, cuando el caudal tiene una intensa variación, la consideración de la fricción común sale de los límites de los márgenes de aproximación usuales en los cálculos ingenieriles. Por consiguiente, está claro que las pérdidas de carga por fricción cabe despreciar.

**Tabla 25**

*Tabla referencial para el cálculo de las pérdidas de carga  $0 < p \leq 1$*

p	a	h <sub>v</sub> (m)	h <sub>f</sub> (m)	y <sub>t</sub> (m)	h <sub>v</sub> /h <sub>f</sub>
1/13	-	-	-	-	-
2/13	1,50	1,206	0,00545	1,211	221
3/13	1,60	1,155	0,00524	1,161	221
4/13	1,45	0,895	0,00406	0,900	221
5/13	1,30	0,722	0,00327	0,725	221
6/13	1,17	0,609	0,00275	0,612	221
7/13	1,09	0,565	0,00256	0,567	221
8/13	1,02	0,538	0,00243	0,541	221
9/13	0,98	0,548	0,00248	0,550	221
10/13	0,95	0,573	0,00259	0,576	221
11/13	0,91	0,591	0,00267	0,594	221
12/13	0,90	0,654	0,00296	0,657	221
1	0,87	0,694	0,00314	0,698	221

Elaborado por: La Autora

Sobre la base de lo descrito, la ecuación (20) toma la siguiente forma:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{a^2(1-p)x^{2p-1}}{g}$$

(29)

Integrando se encuentra la ecuación de la curva de superficie libre

$$y = \frac{a^2(1-p)x^{2p}}{2pg} \quad (30)$$

La ecuación de la curva de configuración del fondo de la galería se presenta de la siguiente forma:

$$y_1 = y + h_x \quad (31)$$

Reemplazando los correspondientes valores de (15) y (30) en (31), se determina:

$$y_1 = \frac{a^2(1-p)x^{2p}}{2pg} + \frac{q}{ab}x^{1-p} \quad (32)$$

La profundidad total de la galería T al final de ella (figura 10) se obtiene de la ecuación (32) reemplazando  $x = l$ .

$$T = \frac{a^2(1-p)l^{2p}}{2pg} + \frac{ql^{1-p}}{ab} \quad (33)$$

De la expresión (33) se desprende que para valores dados de  $q$ ,  $l$  y  $b$  y para el valor adoptado de  $p$ , la magnitud T es función únicamente de “a”, es decir  $T = f(a)$ .

Por cuanto esta función es continua y en los extremos (para  $a = 0$  y  $a = \infty$ ), toma el valor  $+\infty$ , significa que para determinado valor de “a” esta función debe tener mínimo.

De la condición del mínimo de T se determina el valor óptimo de “a”.

En consecuencia, este valor se determina con la ecuación:

$$a = \frac{1}{l^p} \sqrt[3]{\frac{Qpg}{b(p+1)}} \quad (34)$$

Donde  $Q = ql$ : caudal en la sección final de la galería, es decir el caudal de diseño de la captación.

Por tanto, para el valor óptimo de “ $a$ ” se obtiene la solución económicamente más conveniente del problema planteado, para los valores dados de  $b$ ,  $l$  y  $Q$ .

Como consecuencia, el fondo del canal de conducción o derivación se obtiene en las cotas más altas, lo que lleva a incrementar la carga útil, por ejemplo, de la central hidroeléctrica de derivación, en caso de que ésta forme parte del sistema o de la cota de dominio del área, en caso de sistema de riego.

Reemplazando los valores de “ $a$ ” de (34) en (8) y (30) se determinan las expresiones finales para velocidad y la pérdida de carga:

$$V_x = \left(\frac{X}{l}\right)^p \sqrt[3]{\frac{Qpg}{b(p+1)}} \quad (35)$$

$$y = \left(\frac{X}{l}\right)^{2p} \sqrt[3]{\frac{Q^2(1+p)}{8gpb^2}} \quad (36)$$

La velocidad y la pérdida total de carga al final de galería se determinan con las ecuaciones (35) y (36), reemplazando en ellas  $x$  por  $l$ :

$$V = \sqrt[3]{\frac{Qpg}{b(p+1)}} \quad (37)$$

$$y_t = \sqrt[3]{\frac{Q^2(1+p)}{8gpb^2}} \quad (38)$$

De esta manera se llega a una conclusión importante:

En caso de un flujo con caudal variable a lo largo del cauce, las pérdidas de carga totales no dependen de la longitud del cauce y para valores dados de las dimensiones transversales, constituyen función únicamente del caudal final.

Esta conclusión es general y se relaciona no solo con el caso considerado. En el caso concreto dado este resultado demuestra que, si la hidrología del río permite y si desde el punto de vista constructivo es conveniente, cabe tender a la menor longitud posible de la galería, para captar el caudal dado.

A partir de las relaciones de (33) a (38) conviene realizar los cálculos para varios valores del parámetro  $p$ , con los datos de casos concretos.

Los resultados de estos cálculos deben demostrar la influencia de los valores de  $p$  en las magnitudes de  $T$  y  $V$  al final de la galería.

**Tabla 26**

*Determinación de magnitudes de T y V al final de la galería.*

p	V (m/s)	$h = Q/(v)$	yt (m)	T (m)
0,1	1,9251	4,1556	2,0778	4,9089
0,2	2,3561	3,3954	1,6977	3,9869
0,3	2,6261	3,0463	1,5232	3,4595
0,4	2,8199	2,8370	1,4185	3,0536
0,5	2,9686	2,6949	1,3475	2,7105
0,6	3,0874	2,5912	1,2956	2,4075
0,7	3,1852	2,5116	1,2558	2,1316
0,8	3,2673	2,4485	1,2242	1,8736
0,9	3,3375	2,3970	1,1985	1,6255
1,0	3,3982	2,3542	1,1771	1,3793

Elaborado por: La Autora

Donde:

T: Profundidad total de la galería al final

V: Velocidad

y: Pérdida total de carga al final de galería

### **5.3 Galería de captación con caudal inicial**

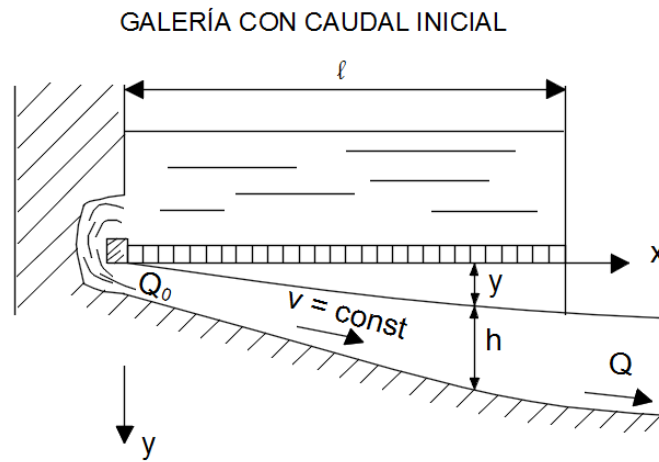
Con alguna frecuencia se adoptan galerías de captación con rejilla de fondo, en las cuales la velocidad se incrementa desde cero en la primera sección hasta su valor máximo en la sección final. Este esquema normalmente origina condiciones desfavorables para el lavado de la galería en su tramo inicial.

Por otra parte, la práctica de diseño evidencia que las galerías en las cuales la velocidad en la sección inicial de la galería es nula, no es posible lograr velocidad constante a lo largo de ella.

Lograr una velocidad constante es posible entregando en la sección inicial un caudal  $Q_0$ , con ayuda de un conducto de configuración en C (ver figura) ubicado en el muro o pila que separa la sección de captación de la presa de la sección para evacuar las crecidas.

**Figura 18**

*Galería con caudal inicial*



Elaborado por: La Autora

En este caso el análisis hidráulico se realiza a partir de las siguientes consideraciones conceptuales.

1. El caudal de agua en la sección de galería con abscisa x es igual a:

$$Q_x = Q_0 + q_x$$

(1)

2. El caudal al final de la galería, es decir el caudal de diseño de la captación:

$$Q = Q_o + ql \tag{2}$$

Dónde  $l$ - longitud de la galería (y de la rejilla de captación).

De acuerdo a la condición de diseño  $v_x = v = const$ ;  $dv_x/dx=0$ , conforme a la ecuación del punto (1)  $dQ_x/dx=q$ .

Reemplazando estos valores en la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v_x}{g} \frac{dv_x}{dx} + \frac{v_x^2(1-a)}{gQ_o} \frac{dQ_x}{dx} + \frac{dh_f}{dx} \tag{3}$$

Y tomando en cuenta que  $a = 0$ , se encuentra que:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{v^2 q}{g(Q_o + qx)} + \frac{dh_f}{dx} \tag{4}$$

3. A partir de la ecuación hidráulica de continuidad  $Qx = bhv$ , considerando la ecuación del punto (1) se determina:

$$h = (Q_o - qx)/bv \tag{5}$$

A partir de la ecuación de Chezy y de las ecuaciones geométricas de la sección de flujo rectangular se obtiene la ecuación para las pérdidas de carga:

$$dh_f = v^2 n^2 [bv(Q + qx)^{-1} + 2b^{-1}]^{4/3} dx$$



(6)

Reemplazando el valor  $dhf/dx$  y la ecuación (6) en la ecuación (4), se obtiene:

$$dy = (v^2/gz)dz + k(a + cz^{-1})dz \quad (7)$$

Dónde está reemplazado

$$Q_x = Q + qx = z; qdx = dz; k = \frac{v^2 n^2}{q}; c = bv; a = 2b^{-1} \quad (8)$$

Integrando la ecuación (7) se obtienen las ecuaciones para construir la línea de superficie libre y la curva de configuración del fondo de la galería:

$$y = \frac{v^2}{g} \ln \frac{Q_x}{Q_o} = \frac{v^2}{g} \ln \left( \frac{Q_o + qx}{Q_o} \right) \quad (9)$$

La ecuación de la curva de configuración del fondo:

$$y_1 = \frac{v^2}{g} \ln \frac{Q_o + qx}{Q_o} + \frac{Q_o + qx}{bv} \quad (10)$$

#### 5.4 Aplicación para una galería de captación con caudal inicial y velocidad constante en toda su longitud.

Una galería de conducción, con caudal inicial tiene ancho  $b = 1\text{ m}$  y longitud  $l = 6\text{ m}$ . El caudal que ingresa a la sección inicial de la galería  $Q_o = 1\text{ m}^3/\text{s}$ , el caudal unitario que ingresa a lo largo de la galería por cada metro de longitud es  $q = 0,5\text{ m}^3/\text{s/m}$ .

A partir de la solución económica más favorable, construir la curva del perfil longitudinal de la superficie libre del flujo y la curva de configuración del fondo de la galería.

Desarrollo:

Conforme la ecuación 1, se obtiene el caudal de agua en la sección de galería con abscisa  $x$ :

$$Q_x = Q_o + q_x$$

$$Q = 1 + 0,5 * 6 = 4\text{ m}^3/\text{s}$$

Tomando en cuenta que  $\ln N = 2,3 \log N$ , se determina el valor óptimo de la velocidad:

$$v = \sqrt[3]{\frac{Qg}{2b \ln(Q/Q_o)}}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{9,81 * 4}{[(2 * 1 * 2,3)(\log 4 - \log 1) ]}} = 2,42\text{ m/s}$$

Donde:

$v$ : Velocidad, m/s.

$Q$ : Caudal al final de la galería, es decir el caudal de diseño de la captación  $\text{m}^3/\text{s}$

$Q_o$ : Caudal que ingresa a la sección inicial de la galería  $\text{m}^3/\text{s}$

$g$ : Gravedad  $\text{m/s}^2$

b: Ancho m

Se procede a realizar el próximo cálculo con la ecuación (9) que corresponde al perfil de la curva de superficie libre del flujo en la galería:

$$y = \frac{v^2}{g} \ln \frac{Q_x}{Q_o} = \frac{v^2}{g} \ln \left( \frac{Q_o + qx}{Q_o} \right)$$
$$y = \frac{2,42 * 2,3}{9,8} \log \frac{1 + 0,5x}{1} = 1,37 \log(1 + 0,5x)$$

Donde:

$v$ : Velocidad, m/s.

$Q_x$ : Caudal de agua en la sección de galería con abscisa  $x$  m<sup>3</sup>/s

$Q_o$ : Caudal que ingresa a la sección inicial de la galería m<sup>3</sup>/s

$g$ : Gravedad m/s<sup>2</sup>

$qx$ : Caudal unitario de agua en la sección de galería con abscisa  $x$ . m<sup>3</sup>/s.m

Con la ecuación (10) se obtiene la configuración del fondo:

$$y_1 = \frac{v^2}{g} \ln \frac{Q_o + qx}{Q_o} + \frac{Q_o + qx}{bv}$$
$$y_1 = 1,37 \log(1 + 0,5x) + \frac{1 + 0,5x}{1 * 2,42} = 1,37 \log(1 + 0,5x) + 0,413(1 + 0,5x)$$

Con estas ecuaciones se llenan las columnas 2 y 3 de la siguiente tabla:

**Tabla 27**

*Datos para la construcción de las curvas de configuración del fondo de la galería.*

x	y	y1		
		v = 2,42m/s	v = 1,5m/s	v = 3,5m/s
1	2	3	4	5
0,00	0,00	0,41	0,67	0,29
1,00	0,24	0,86	1,09	0,93
2,00	0,41	1,24	1,49	1,44
3,00	0,55	1,58	1,88	1,86
4,00	0,65	1,89	2,25	2,23
5,00	0,75	2,19	2,62	2,56
6,00	0,82	2,48	2,99	2,87

Elaborado por: La Autora

La velocidad  $v = 2,42$  m/s fue obtenida a partir de la solución económicamente más favorable. Se consideran adicionalmente dos variantes, en las cuales se asumen valores arbitrarios de la velocidad, por ejemplo,  $v_1 = 1,5 \frac{m}{s} < 2,42 \frac{m}{s} = v$  y  $v_2 = 3,5 \frac{m}{s} > 2,42 \frac{m}{s} = v$ .

Reemplazando estos valores en la ecuación:

$$y_1 = \frac{v^2}{g} \ln \frac{Q_o + qx}{Q_o} + \frac{Q_o + qx}{bv}$$

Se obtienen las siguientes expresiones para construir la línea del fondo de la galería:

a)  $v_1 = 1,5$  m/s

$$y_1 = 0,528 \log(1 + 0,5x) + 0,667(1 + 0,5x)$$

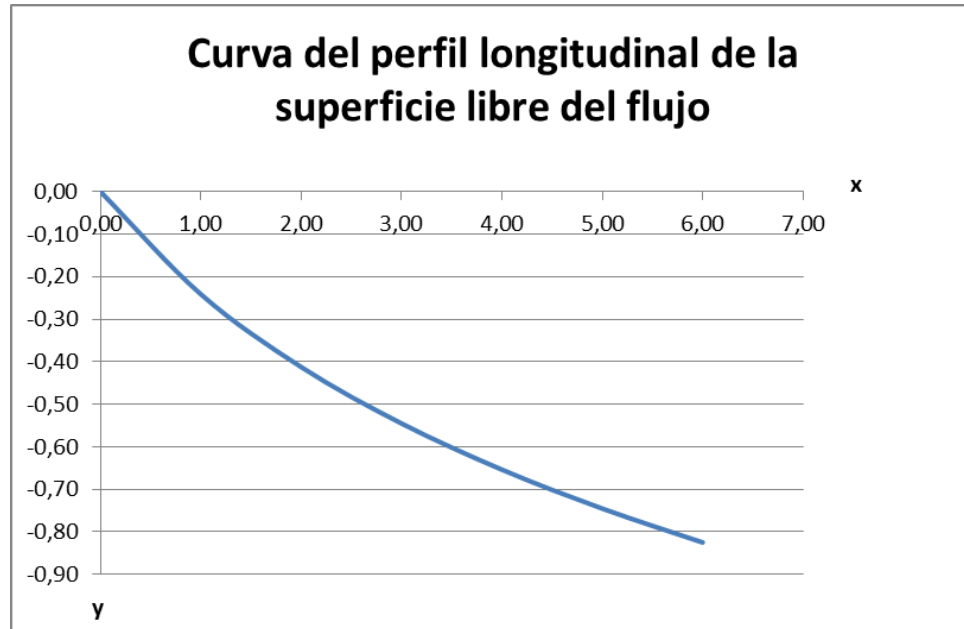
b)  $v_2 = 3,5$  m/s

$$y_2 = 2,87 \log(1 + 0,5x) + 0,286(1 + 0,5x)$$

A partir de estas ecuaciones se llenan las columnas 4 y 5 de la tabla anterior. Con los datos de esta tabla se construyen las curvas de configuración del fondo de la galería.

### Figura 19

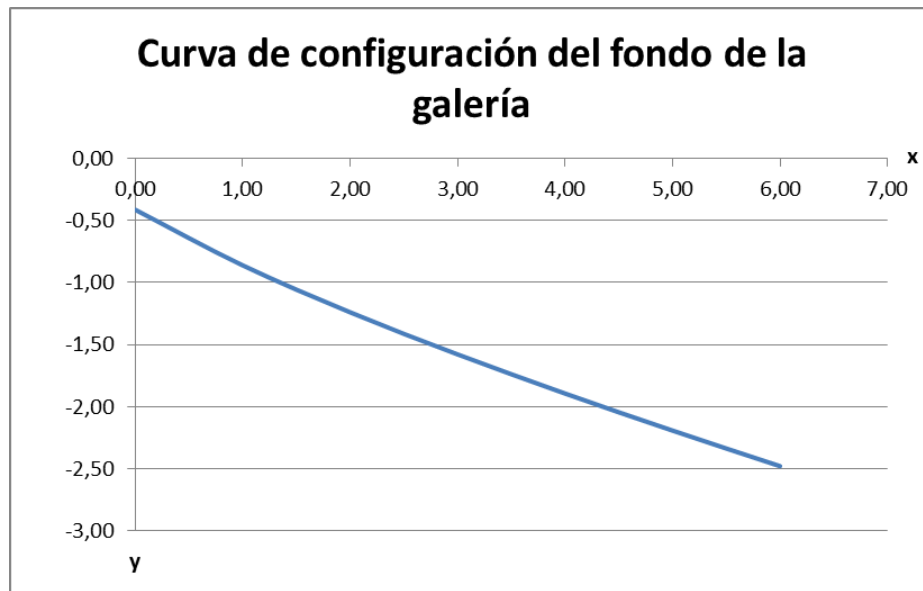
*Perfil longitudinal de la superficie libre de flujo*



Elaborado por: La Autora

**Figura 20**

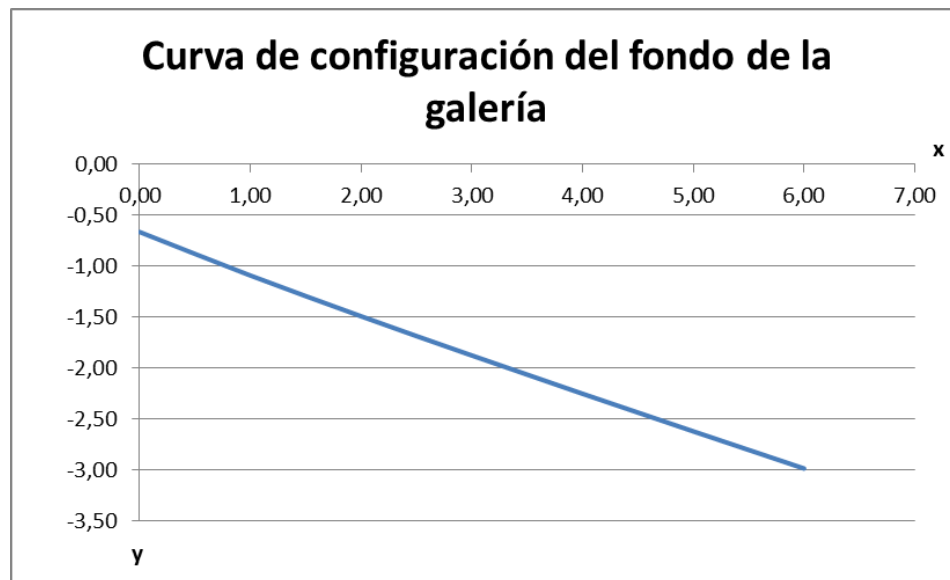
*Configuración del fondo de la galería  $v = 2,42\text{m/s}$*



Elaborado por: La Autora

**Figura 21**

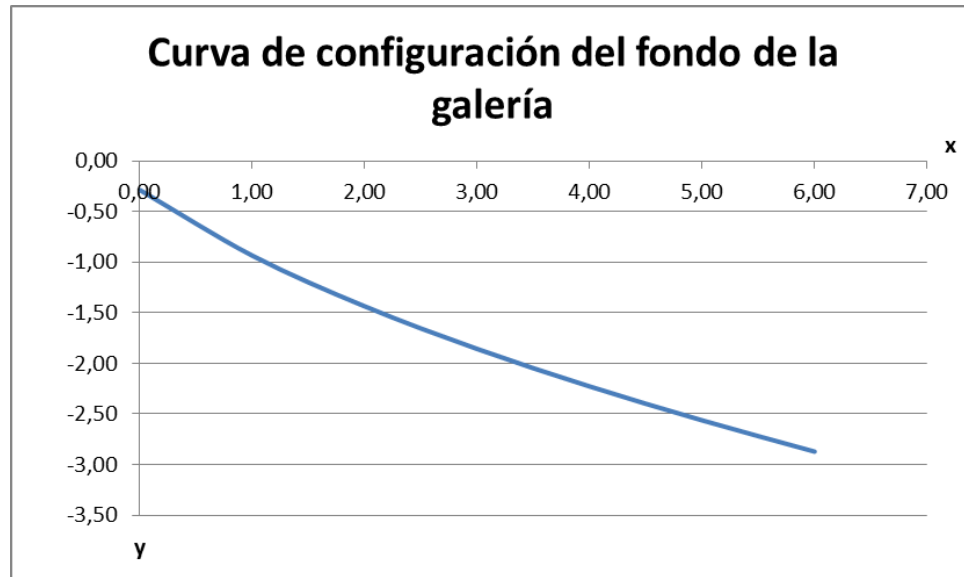
*Configuración del fondo de la galería  $v = 1,5\text{ m/s}$*



Elaborado por: La Autora

**Figura 22**

*Configuración del fondo de la galería  $v = 3,5 \text{ m/s}$*



Elaborado por: La Autora

Al construir las curvas mencionadas se podrá apreciar qué para velocidades menores o mayores a la óptima, la profundidad de la galería resulta ser mayor.

#### **5.4.1 Aplicación para la galería de captación con caudal inicial, variaciones en la base, DMV.**

**Tabla 28**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho  $b = 1 \text{ m}$ .*

x	Qo (m3/s)	q (m3/s/m)	b (m)	l (m)	Qx (m3/s)	v (m/s)	y	y1
1	1	0,5	1	6	4	2,42	0,24	0,86
2	1	0,5	1	6	4	2,42	0,41	1,24
3	1	0,5	1	6	4	2,42	0,55	1,58
4	1	0,5	1	6	4	2,42	0,66	1,90
5	1	0,5	1	6	4	2,42	0,75	2,19

Elaborado por: La Autora

**Tabla 29**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho  $b = 2m$ .*

x	Qo (m3/s)	q (m3/s/m)	b (m)	l (m)	Qx (m3/s)	v (m/s)	y	y1
1	1	0,5	2	6	4	1,92	0,15	0,54
2	1	0,5	2	6	4	1,92	0,26	0,78
3	1	0,5	2	6	4	1,92	0,34	1,00
4	1	0,5	2	6	4	1,92	0,41	1,19
5	1	0,5	2	6	4	1,92	0,47	1,38

Elaborado por: La Autora

**Tabla 30**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho  $b = 3m$ .*

x	Qo (m3/s)	q (m3/s/m)	b (m)	l (m)	Qx (m3/s)	v (m/s)	y	y1
1	1	0,5	3	6	4	1,68	0,12	0,41
2	1	0,5	3	6	4	1,68	0,20	0,60
3	1	0,5	3	6	4	1,68	0,26	0,76
4	1	0,5	3	6	4	1,68	0,32	0,91
5	1	0,5	3	6	4	1,68	0,36	1,05

Elabora por: La Autora

**Tabla 31**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho  $b = 4m$ .*

x	Qo (m3/s)	q (m3/s/m)	b (m)	l (m)	Qx (m3/s)	v (m/s)	y	y1
1	1	0,5	4	6	4	1,52	0,10	0,34
2	1	0,5	4	6	4	1,52	0,16	0,49
3	1	0,5	4	6	4	1,52	0,22	0,63
4	1	0,5	4	6	4	1,52	0,26	0,75
5	1	0,5	4	6	4	1,52	0,30	0,87

Elaborado por: La Autora



**Tabla 32**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho  $b = 5m$ .*

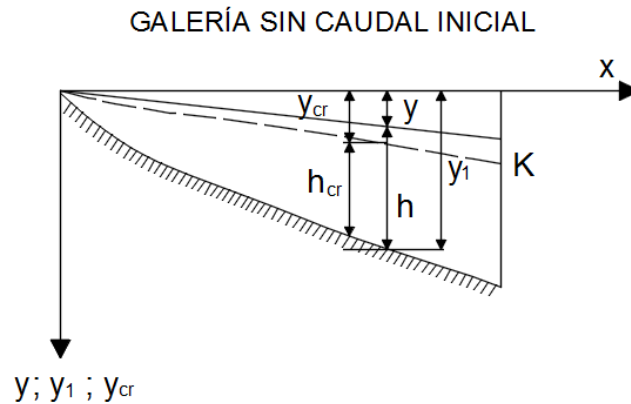
x	Qo (m3/s)	q (m3/s/m)	b (m)	l (m)	Qx (m3/s)	v (m/s)	y	y1
1	1	0,5	5	6	4	1,42	0,08	0,29
2	1	0,5	5	6	4	1,42	0,14	0,42
3	1	0,5	5	6	4	1,42	0,19	0,54
4	1	0,5	5	6	4	1,42	0,22	0,65
5	1	0,5	5	6	4	1,42	0,26	0,75

Elaborado por: La Autora

### 5.5 Aplicación para una galería de captación con rejilla horizontal sin caudal inicial.

**Figura 23**

*Galería sin caudal inicial*



Elaborado por: La Autora

Para una galería de captación de ancho  $b = 2m$  y longitud  $l = 6m$  donde ingresa un caudal unitario  $q = 1,12 m^3/s.m.$  se realizara el análisis hidráulico:

- a) Construir la línea de superficie libre del flujo en la galería.
- b) Construir la curva de configuración del fondo de la galería.
- c) Construir la curva de las profundidades críticas.

Para empezar el desarrollo de la aplicación práctica en primera instancia se procede a calcular el caudal, esto en base al caudal unitario y la longitud; de la siguiente manera:

$$Q = ql$$

$$Q = 1,12 * 6 = 6,72 \text{ m}^3/\text{s}$$

Conforme a la ecuación de caída total de la superficie libre del flujo en toda la longitud de la galería se calcula  $y_l$ :

$$y_l = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{3Q^2}{gb^2}} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{3 * 6,72^2 / (9,81 * 2^2)} = 0,756 \text{ m}$$

Para el cálculo de la profundidad del flujo en la sección final de la galería, se utiliza la siguiente expresión:

$$h_l = \sqrt[3]{\frac{3Q^2}{gb^2}} = 2 * y_l = 1,512 \text{ m}$$

En consecuencia, la profundidad crítica al final de la galería es:

$$h_{cr.l} = \frac{h_l}{\sqrt[3]{3}} = \frac{1,512}{\sqrt[3]{3}} = 1,047 \text{ m}$$

Utilizando la ecuación para construir la línea de superficie libre del flujo en la galería:

$$y = y_l \frac{x}{l} = 0,756 \frac{x}{l}$$

(11)

La ecuación de configuración del fondo de la galería es la siguiente:

$$y_1 = y_l x/l + h_l \sqrt{\frac{x}{l}}$$

$$y_1 = 0,756 \frac{x}{l} + 1,512 \sqrt{\frac{x}{l}}$$

(12)

Para la curva de profundidades críticas, se utiliza la siguiente expresión:

$$y_{cr} = \frac{1}{2} \sqrt[3]{\frac{3Q^2}{gb^2} \cdot \frac{x}{l}} + \sqrt[3]{\frac{3Q^2}{gb^2} \left(\frac{x}{l}\right)^{2/3}} - \sqrt[3]{\frac{3Q^2}{gb^2} \left(\frac{x}{l}\right)^{1/2}}$$

$$y_{cr} = 0,756 x/l + 1,512 \sqrt{x/l} - 1,047(x/l)^{2/3}$$

(13)

Con los resultados obtenidos anteriormente mediante las ecuaciones XI-XIII es posible llenar la siguiente tabla:

**Tabla 33**

*Datos para gráficos de línea de superficie libre del flujo en la galería; configuración del fondo de la galería; profundidades críticas*

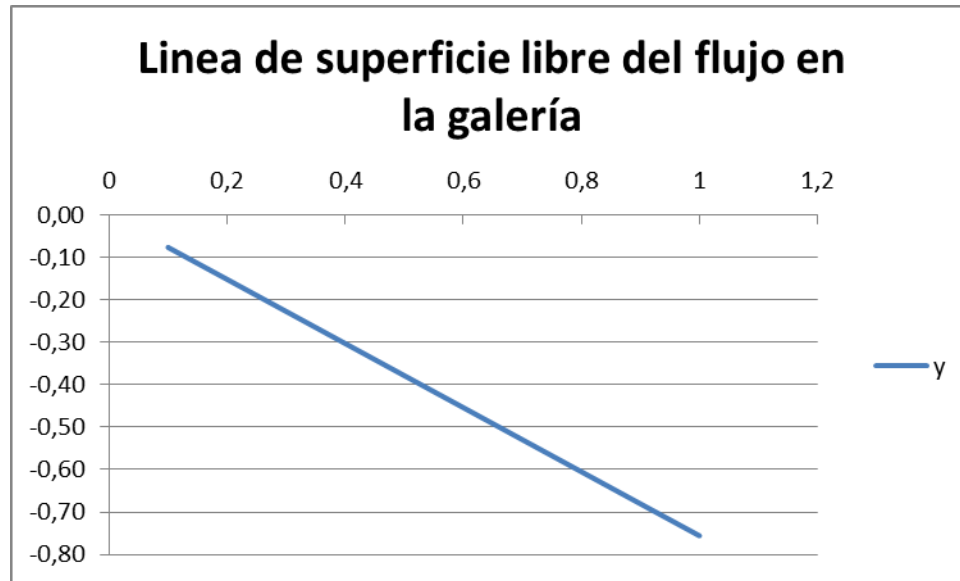
x/l	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
y	0,0756	0,1512	0,2268	0,3024	0,378	0,4536	0,5292	0,6048	0,6804	0,756
y1	0,5537	0,8274	1,0550	1,2587	1,4471	1,6248	1,7942	1,9572	2,1148	2,2680
y <sub>cr</sub>	0,3277	0,4687	0,5849	0,6893	0,7864	0,8787	0,9673	1,0533	1,1371	1,2191

Elaborado por: La Autora

Con los datos de la tabla anterior es posible construir la línea de superficie libre del flujo en la galería, la curva de configuración del fondo de la galería y la curva de las profundidades críticas.

**Figura 24**

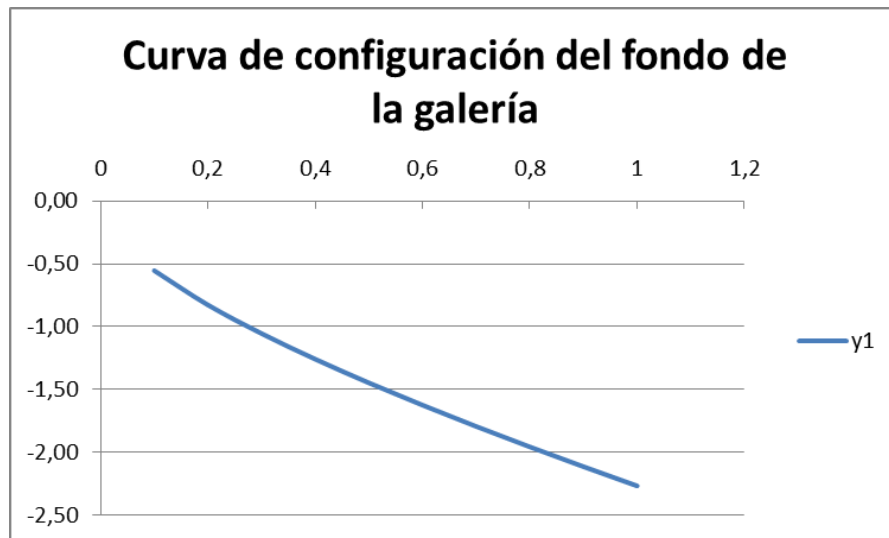
*Línea de superficie libre del flujo en la galería*



Elaborado por: La Autora

**Figura 25**

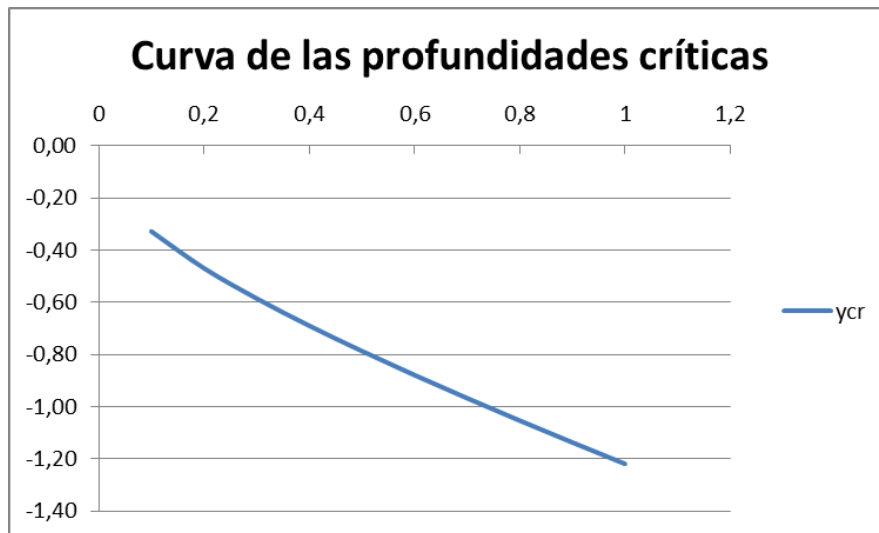
*Configuración del fondo de la galería*



Elaborado por: La Autora

**Figura 26**

*Profundidades críticas, galería de captación.*

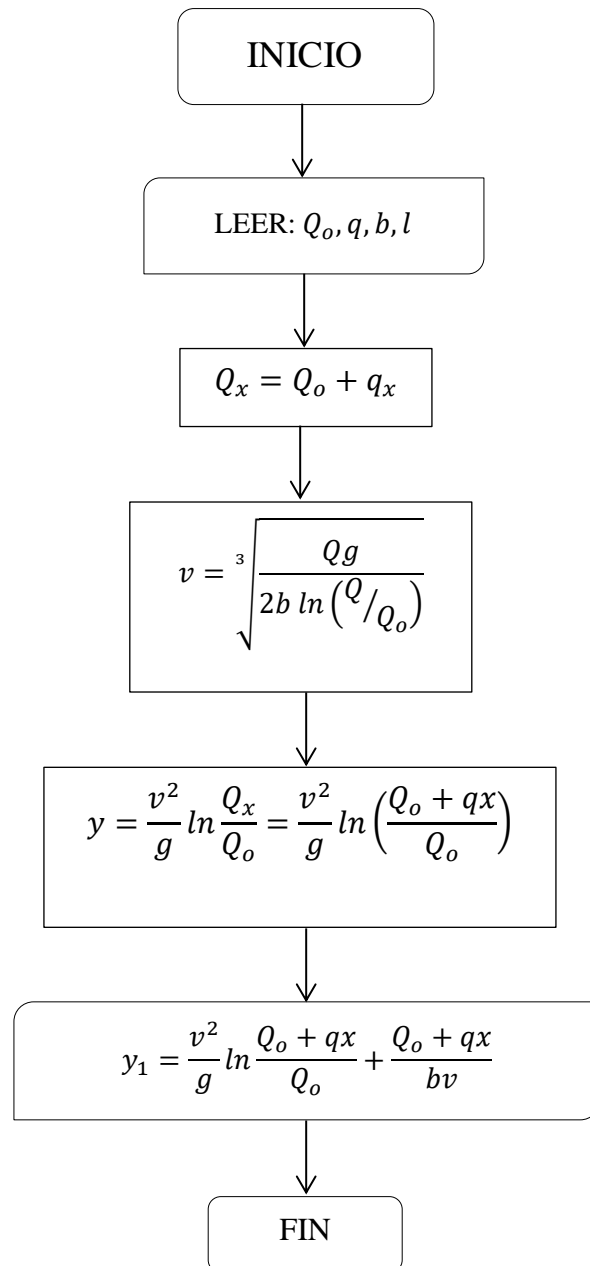


Elaborado por: La Autora

## 5.6 Algoritmo de cálculo

Figura 27

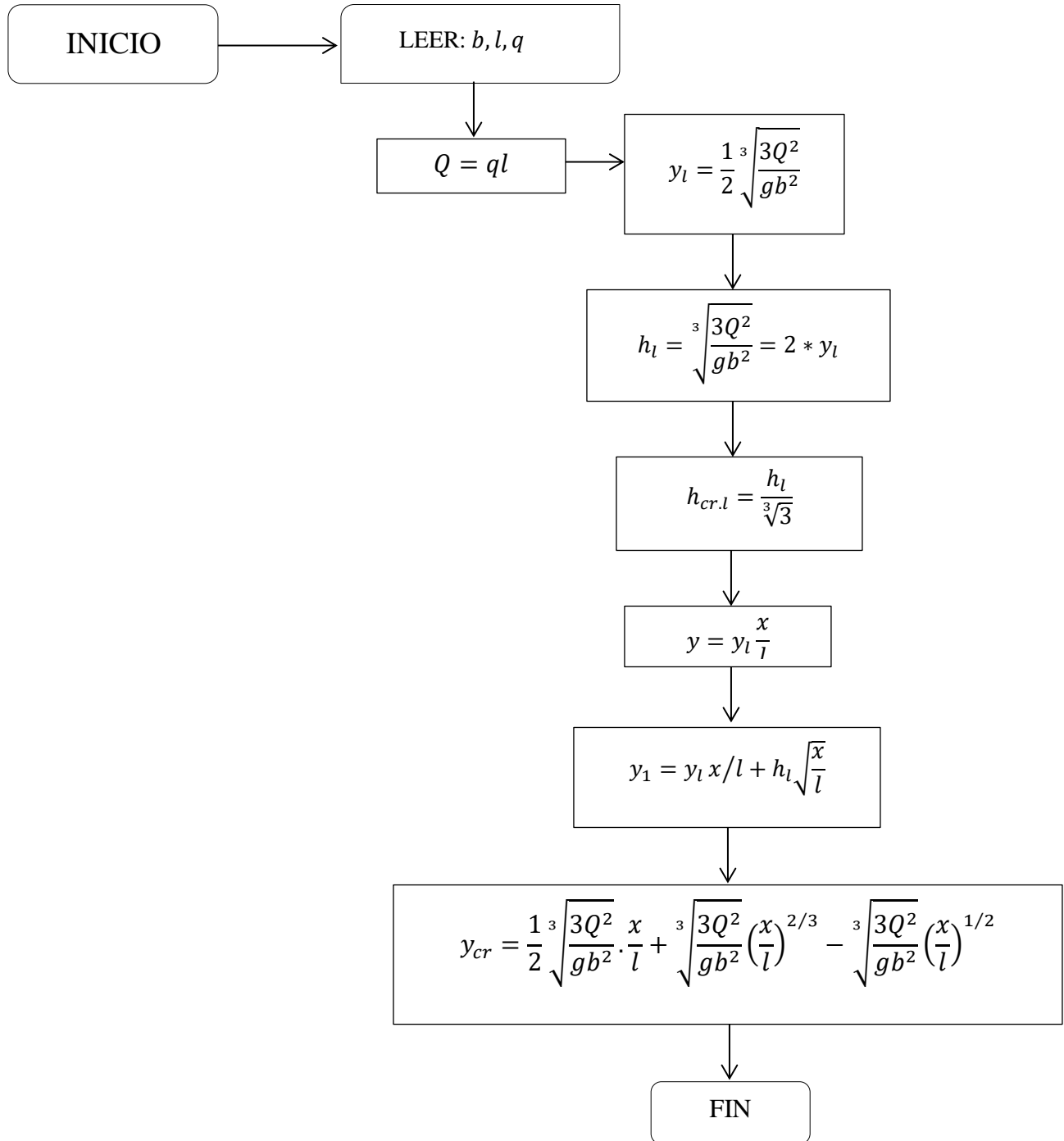
Galería de captación con caudal inicial y velocidad constante, DMV



Elaborado por: La Autora

**Figura 28**

*Galería de captación sin caudal inicial, DMV*

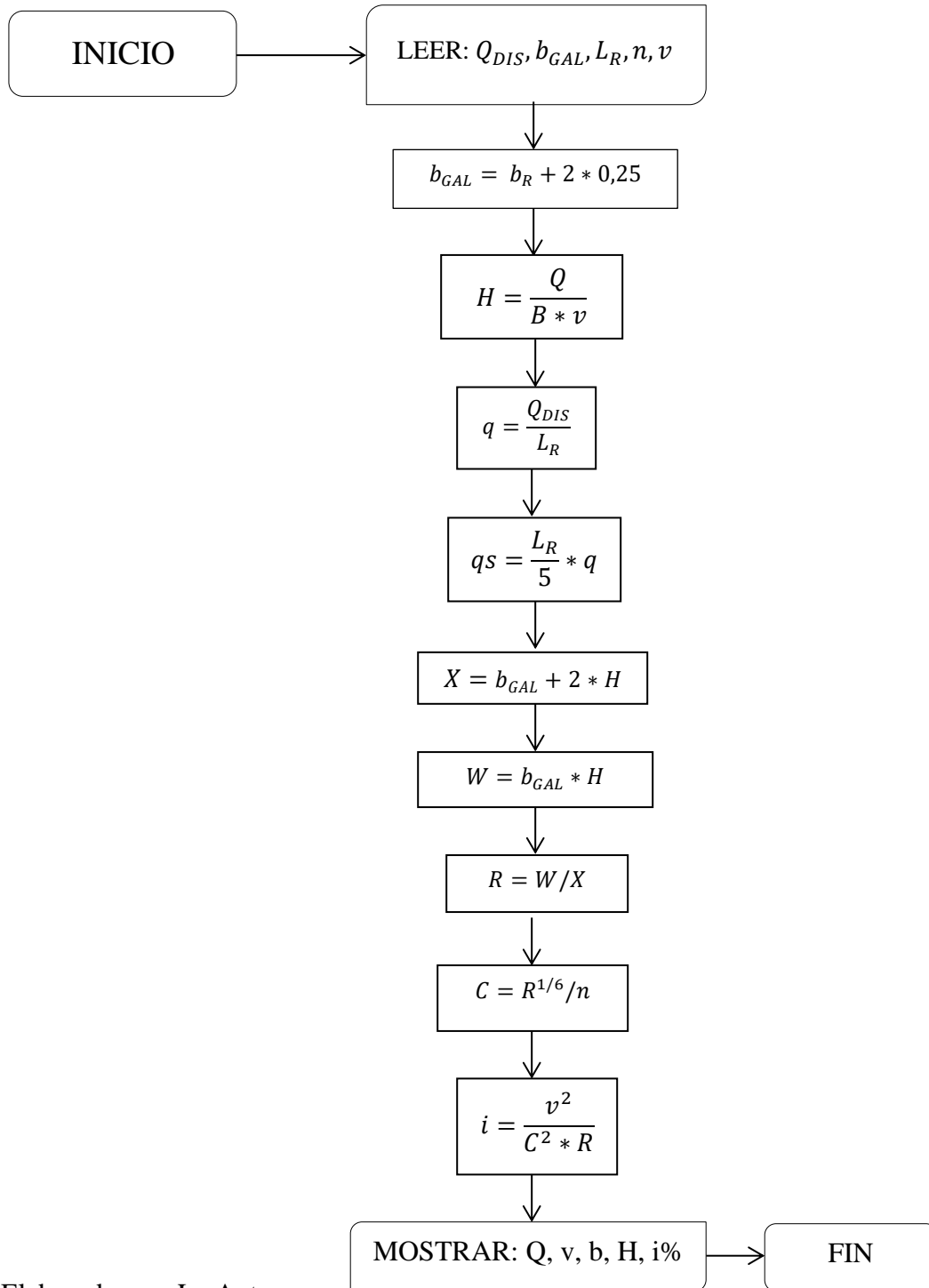


Elaborado por: La Autora

## 5.8 Algoritmo de cálculo, método convencional.

Figura 29

Galería de captación, método convencional



Elaborado por: La Autora



## 5.9 Aplicación del algoritmo, método convencional

**Tabla 34**

*Información de entrada para la aplicación del algoritmo de cálculo, método convencional.*

<b>Información de entrada:</b>	Símbolo	Valor
Caudal de diseño	$Q_{DIS}$ (m <sup>3</sup> /s)	4
Coefficiente de rugosidad	n	0,02
Ancho de la galería	$b_{GAL}$ (m)	1
Longitud de la rejilla	$L_R$ (m)	6
Velocidad	v (m/s)	2,42
N° Secciones		5

Elaborado por: La Autora

Estaremos considerando 5 secciones cada sección de 1,2 m =  $L_R/5$

Desarrollo:

Mediante la ecuación:

$$v = C * \sqrt{Ri} = \frac{Q}{BH}$$

$$H = \frac{Q}{B * v}$$

Determino las profundidades  $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5$

$$q = \frac{Q_{DIS}}{L_R}$$

$$q = \frac{4 \text{ m}^3/\text{s}}{6\text{m}}$$

$$q = 0,667 \frac{\text{m}^3/\text{s}}{\text{m}}$$

Asumo 5 secciones empezando con una velocidad de 2,42m/s y un ancho de 1,2m

Caudal por sección:

$$qs = 0,667 * 1,2$$

$$qs = 0,80 \text{ m}^3/\text{s}$$

Con las siguientes ecuaciones se obtienen los parámetros necesarios para posteriormente obtener las pendientes:

$$i = \frac{v^2}{C^2 * R}$$

Perímetro mojado:

$$X = b_{GAL} + 2 * H$$

Sección:

$$W = b_{GAL} * H$$

Radio hidráulico:

$$R = W/X$$

Coefficiente de Chezy:

$$C = R^{1/6}/n$$

Los resultados del dimensionamiento de la galería de captación se presentan en la siguiente tabla:

**Tabla 35**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y ancho  $b = 1m$ .*

V, m/s	b, m	Q, m3/s	H, m	W, m2	X, m	R	C	i
2,42	1	4	1,65289256	1,65289256	4,305785124	0,38387716	42,6254	0,008397
2,42	1	3,2	1,32231405	1,32231405	3,644628099	0,36281179	42,2264	0,009729
2,42	1	2,4	0,99173554	0,99173554	2,983471074	0,33240997	41,6149	0,014931
2,42	1	1,6	0,66115702	0,66115702	2,32231405	0,28469751	40,554	0,01816
2,42	1	0,8	0,33057851	0,33057851	1,661157025	0,19900498	38,2045	0,020162

Elaborado por: La Autora

**Tabla 36**

*Tabla del dimensionamiento de la galería de captación,  $b = 1m$ .*

Dimensionamiento de la galería de captación					
N° Sección	1	2	3	4	5
Q (m3/s)	4,00	3,20	2,40	1,60	0,80
v (m/s)	2,42	2,42	2,42	2,42	2,42
b (m)	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
H (m)	1,65	1,32	0,99	0,66	0,33
i%	0,84	0,97	1,49	1,82	2,02

Elaborado por: La Autora

### **5.9.1 Aplicación para la galería de captación con variaciones en la base, método convencional.**

**Tabla 37**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y  $b = 2m$ .*

V, m/s	b, m	Q, m3/s	H, m	W, m2	X, m	R	C	i
1,92	2	4	1,04166667	2,08333333	4,08333333	0,51020408	44,6952	0,005186
1,92	2	3,2	0,83333333	1,66666667	3,66666667	0,45454545	43,8429	0,006839
1,92	2	2,4	0,625	1,25	3,25	0,38461538	42,6391	0,009582
1,92	2	1,6	0,41666667	0,83333333	2,83333333	0,29411765	40,7746	0,010847
1,92	2	0,8	0,20833333	0,41666667	2,41666667	0,17241379	37,302	0,015366

Elaborado por: La Autora

**Tabla 38**

*Tabla del dimensionamiento de la galería de captación,  $b = 2m$ .*

<b>Dimensionamiento de la galería de captación</b>					
N° Sección	1	2	3	4	5
Q (m <sup>3</sup> /s)	4,00	3,20	2,40	1,60	0,80
v (m/s)	1,92	1,92	1,92	1,92	1,92
b (m)	2,00	2,00	2,00	2,00	2,00
H (m)	1,04	0,83	0,63	0,42	0,21
i%	0,52	0,68	0,96	1,08	1,54

Elaborado por: La Autora

**Tabla 39**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y  $b = 3m$ .*

V, m/s	b, m	Q, m <sup>3</sup> /s	H, m	W, m <sup>2</sup>	X, m	R	C	i
1,68	3	4	0,79365079	2,38095238	4,587301587	0,51903114	44,8231	0,003945
1,68	3	3,2	0,63492063	1,9047619	4,26984127	0,44609665	43,706	0,005729
1,68	3	2,4	0,47619048	1,42857143	3,952380952	0,36144578	42,1998	0,007825
1,68	3	1,6	0,31746032	0,95238095	3,634920635	0,26200873	39,9966	0,008941
1,68	3	0,8	0,15873016	0,47619048	3,317460317	0,14354067	36,1798	0,0101

Elaborado por: La Autora

**Tabla 40**

*Tabla del dimensionamiento de la galería de captación,  $b = 3m$ .*

<b>Dimensionamiento de la galería de captación</b>					
N° Sección	1	2	3	4	5
Q (m <sup>3</sup> /s)	4,00	3,20	2,40	1,60	0,80
v (m/s)	1,68	1,68	1,68	1,68	1,68
b (m)	3,00	3,00	3,00	3,00	3,00
H (m)	0,79	0,63	0,48	0,32	0,16
i%	0,39	0,57	0,78	0,89	1,01

Elaborado por: La Autora

**Tabla 41**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y  $b = 4m$ .*

V, m/s	b, m	Q, m3/s	H, m	W, m2	X, m	R	C	i
1,52	4	4	0,65789474	2,63157895	5,315789474	0,4950495	44,4711	0,00317
1,52	4	3,2	0,52631579	2,10526316	5,052631579	0,41666667	43,2117	0,00452
1,52	4	2,4	0,39473684	1,57894737	4,789473684	0,32967033	41,5576	0,00592
1,52	4	1,6	0,26315789	1,05263158	4,526315789	0,23255814	39,2096	0,006462
1,52	4	0,8	0,13157895	0,52631579	4,263157895	0,12345679	35,2822	0,00891

Elaborado por: La Autora

**Tabla 42**

*Tabla del dimensionamiento de la galería de captación,  $b = 4m$ .*

Dimensionamiento de la galería de captación					
N° Sección	1	2	3	4	5
Q (m3/s)	4,00	3,20	2,40	1,60	0,80
v (m/s)	1,52	1,52	1,52	1,52	1,52
b (m)	4,00	4,00	4,00	4,00	4,00
H (m)	0,66	0,53	0,39	0,26	0,13
i%	0,32	0,45	0,59	0,65	0,89

Elaborado por: La Autora

**Tabla 43**

*Tabla para el análisis de una galería de captación con caudal inicial y  $b = 5m$ .*

V, m/s	b, m	Q, m3/s	H, m	W, m2	X, m	R	C	i
1,42	5	4	0,56338028	2,81690141	6,126760563	0,45977011	43,9265	0,002273
1,42	5	3,2	0,45070423	2,25352113	5,901408451	0,38186158	42,588	0,003911
1,42	5	2,4	0,33802817	1,69014085	5,676056338	0,29776675	40,8585	0,005056
1,42	5	1,6	0,22535211	1,12676056	5,450704225	0,20671835	38,4474	0,006599
1,42	5	0,8	0,11267606	0,56338028	5,225352113	0,10781671	34,4946	0,007936

Elaborado por: La Autora

**Tabla 44**

*Tabla del dimensionamiento de la galería de captación,  $b = 5m$ .*

<b>Dimensionamiento de la galería de captación</b>					
N° Sección	1	2	3	4	5
Q (m <sup>3</sup> /s)	4,00	3,20	2,40	1,60	0,80
v (m/s)	1,42	1,42	1,42	1,42	1,42
b (m)	5,00	5,00	5,00	5,00	5,00
H (m)	0,56	0,45	0,34	0,23	0,11
i%	0,23	0,39	0,51	0,66	0,79

Elaborado por: La Autora

**6. Análisis de los métodos de masa variable y convencional.****Tabla 45**

*Tabla de resultados obtenidos del análisis de una galería de captación con caudal inicial, ambos métodos.*

Parámetro de variación b, m	Resultados obtenidos Fondo de la galería	
	DMV	CONVENCIONAL
1	0,86	0,84
	1,24	0,97
	1,58	1,49
	1,90	1,82
	2,19	2,02
2	0,54	0,52
	0,78	0,68
	1,00	0,96
	1,19	1,08
3	1,38	1,54
	0,41	0,39
	0,60	0,57
	0,76	0,78
	0,91	0,89
4	1,05	1,01
	0,34	0,32
	0,49	0,45
	0,63	0,59
	0,75	0,65
5	0,87	0,89
	0,29	0,23
	0,42	0,39
	0,54	0,51
	0,65	0,66
	0,75	0,79

Elaborado por: La Autora

La comparación de los resultados obtenidos en el componente Galería de captación al aplicar el método de la dinámica de masa variable y convencional evidencia que la diferencia de los valores en el fondo de la galería obtenidos por los dos métodos es de máximo el 22%.

## CAPÍTULO VI

### HIDRÁULICA DE LOS DRENAJES SUB SUPERFICIALES BASADA EN LA DINÁMICA DE MASA VARIABLE

#### 6.1 Análisis hidráulico de los conductos perforados de drenaje y de abastecimiento (tubos y galerías).

Para el análisis hidráulico de los conductos perforados se dividirá en drenaje y abastecimiento; para ello se emplean las ecuaciones siguientes:

1. El caudal a lo largo del conducto se incrementa (drenaje):

$$Q_2 = Q_1 + ql = Q_1 + Q_n \tag{1}$$

$$Q = Q_1 + qx \tag{2}$$

Donde:

$Q_1$ : caudal al inicio del conducto perforado.

$Q_2$ : caudal al final del conducto perforado.

$q$ : caudal unitario receptado o entregado.

$Q_n$ : caudal de tránsito (de ingreso o entrega).

La ecuación de la línea piezométrica es la siguiente y se evidencia en la (figura 15):

$$y = y_2 + 2A(1 - z^2) + B(1 - z^3)$$



(3)

Expresión para la línea de energía:

$$E_z = y + Az^2$$

(4)

$$y_2 = H_2 + Q_2^2 l/k^2$$

(5)

$$A = \frac{Q_2^2}{(2g\omega^2)} = v_2^2/2g$$

(6)

Donde:

$E_z$ : Línea de energía.

$x$ : Coordenadas de la línea piezométrica (el origen de las coordenadas se ubica en el centro de la sección inicial del tramo perforado del conducto); el eje,  $y$  está dirigido hacia arriba.

$Q_2$ : Caudal al final del conducto perforado.

$g$ : Gravedad

$d$ : Diámetro del conducto.

$\omega$ : Área de la sección de flujo de la sección.

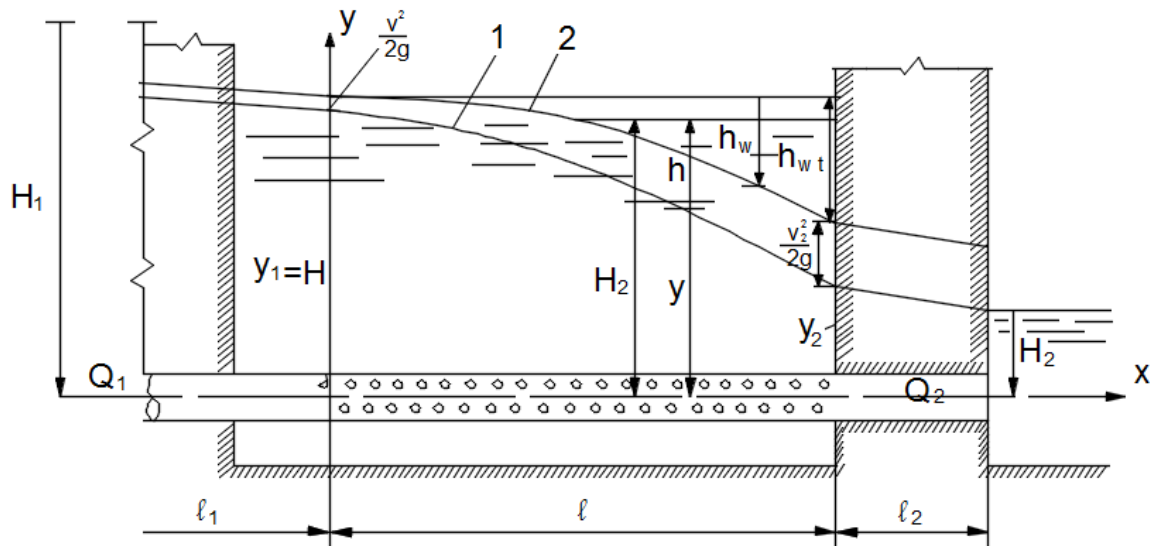
$k$ : Característica del caudal.

$\omega_o$ : Área de los orificios en la unidad de longitud del conducto.

$\mu$ : Coeficiente de caudal de los orificios.

**Figura 30**

*Esquema de análisis de un conducto perforado con caudal creciente*



Nota: 1-línea piezométrica; 2- línea de energía o carga total

Elaborado por: La Autora

$$B = Q_2^3 / (3Qk^2) \tag{7}$$

$$z = Q / Q_2 \tag{8}$$

$$z = 1 - \frac{Q_2 - Q_1}{Q_2} \left(1 - \frac{x}{l}\right)$$

(9)

$$z_1 = z_{min} = \frac{Q_1}{Q_2}$$

(10)

$$z_2 = z_{max} = \frac{Q_2}{Q_2} = 1$$

(11)

$$y_1 = H = H_1 - (v_1^2/2g)(1 + \zeta_{ent}) - \frac{Q_1^2 l_1}{k^2}$$

(12)

$$y_2 = y_1 - 2A(1 - z_1^2) - B(1 - z_1^3)$$

(13)

$$h = H - y$$

(14)

$$q = \mu \omega_o \sqrt{2gh}$$

(15)

$$h_{v,l}^{max} = A(1 - z_1^2)$$

(16)

$$h_{f,l} = B(1 - z_1^3)$$

(17)

$$\frac{h_{v,l}^{max}}{h_{f,l}} = \frac{3d}{\lambda l}$$

(18)

2. El caudal a lo largo del conducto disminuye o decrece (abastecimiento).

$$Q_2 = Q_1 - ql = Q_1 - Q_n$$

(19)

$$Q = Q_1 - qx$$

(20)

$$y = y_1 + A(2 - a)(1 - z^2) - B_1(1 - z^3)$$

(21)

$$z = \frac{Q}{Q_1} = 1 - \left[ \frac{(Q_1 - Q_2)}{Q_2} \right] x/l \cdot Q_1/Q_1$$

(22)

$$z_1 = z_{max} = 1$$

(23)

$$z_2 = z_{min} = Q_2/Q_1$$

(24)

Ecuación de la energía:

$$E_z = y + Az^2 \tag{25}$$

$$y_2 = y_1 + A(2 - a)(1 - z_2^2) - B(1 - z_2^3) \tag{26}$$

$$y_1 = H_1 - (v_1^2/2g)(1 - \zeta_{ent}) - \frac{Q_1^2 l_1}{k^2} \tag{27}$$

$$y_2 = H_2 + \frac{Q_2^2 l_2}{k^2} \tag{28}$$

$$h_{\omega x} = E_1 - E_z \tag{29}$$

$$E_1 = y_1 + A \tag{30}$$

$$A_1 = \frac{Q_1^2}{(2g\omega^2)} = \frac{v_1^2}{2g} \tag{31}$$

$$B = \frac{Q_1^3}{3qk^2}$$

En las ecuaciones anteriores se han asumido los siguientes parámetros:

$Q_1, Q_2$ : Caudales al comienzo y al final del conducto perforado;

$q$ : Caudal unitario receptado o entregado;

$Q_n$ : Caudal de tránsito (de ingreso o entrega);

$x, y$ : Coordenadas de la línea piezométrica (el origen de las coordenadas se ubica en el centro de la sección inicial del tramo perforado del conducto); el eje,  $y$  está dirigido hacia arriba;

$d$ : Diámetro del conducto;

$\omega$ : Área de la sección de flujo;

$k$ : Característica del caudal;

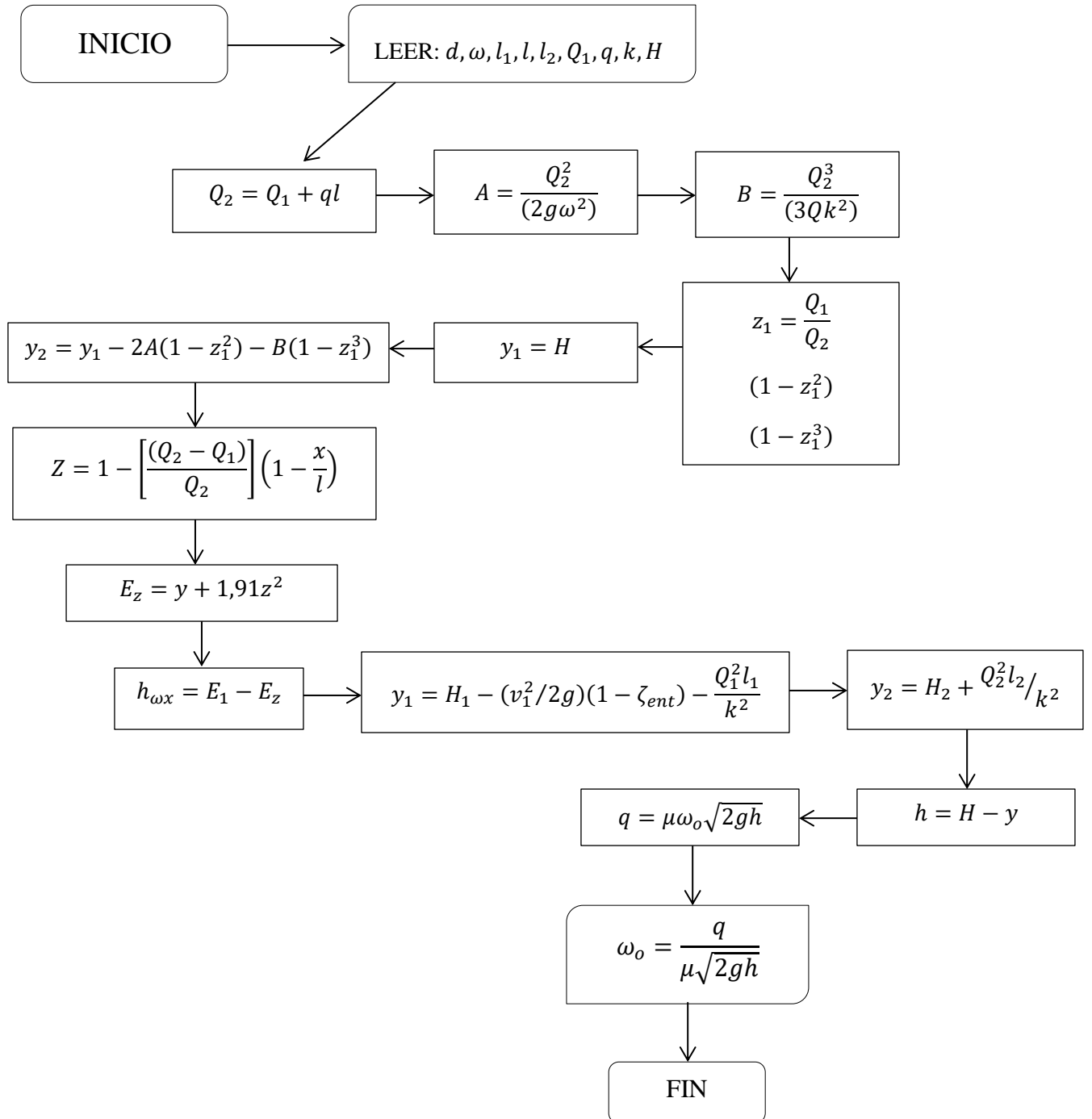
$\omega_o$ : Área de los orificios en la unidad de longitud del conducto;

$\mu$ : Coeficiente de caudal de los orificios.

## 6.2 Algoritmo de cálculo, DMV

Figura 31

Análisis hidráulico de los conductos perforados, DMV



Elaborador por: La Autora

### 6.3 Aplicación del análisis hidráulico para los conductos perforados

Se presenta a continuación una aplicación para los conductos perforados, donde se pone en práctica el análisis hidráulico realizado con anterioridad en el acápite 6.1.

Un tubo de diámetro  $d = 250 \text{ mm}$  y sección de flujo  $\omega = 3,14 * 0,2524^2/4 = 0,0491 \text{ m}^2$  está constituido de tres tramos cuya longitud  $l_1 = 150 \text{ m}$ , la longitud  $l$  del tramo perforado con caudal creciente igual  $10 \text{ m}$ ; la longitud  $l_2 = 3 \text{ m}$ ; el caudal  $Q_1 = 0,1 \text{ m}^3/\text{s}$ ; caudal unitario  $q = 0,02 \text{ m}^3/\text{s.m}$ ;  $K = 0,704 \text{ m}^3/\text{s}$ ;  $H = 7,0 \text{ m}$ . Los orificios son normales al eje del tubo.

Construir la línea piezométrica y la línea de energía; determinar  $H_1$  y  $H_2$ . También determinar la ley de variación del área de los orificios a lo largo del conducto.

El desarrollo de la aplicación empieza a partir de la ecuación (1):

$$Q_2 = Q_1 + ql = 0,1 + 0,02 * 10 = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}$$

Donde:

$Q_1$ : Caudal al inicio del conducto perforado.

$Q_2$ : Caudal al final del conducto perforado.

$q$ : Caudal unitario receptado o entregado.

$l$ : Longitud

Mediante la ecuación (6):

$$A = \frac{Q_2^2}{(2g\omega^2)} = \frac{0,3^2}{(2 * 9,81 * 0,0491^2)} = 1,91 \text{ m}$$

Se obtiene B con la ecuación (7):

$$B = \frac{Q_2^3}{(3Qk^2)} = \frac{0,3^3}{(3 * 0,02 * 0,704^2)} = 0,91 \text{ m}$$



Se sigue el desarrollo con la ecuación (10):

$$z_1 = \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{0,1}{0,3} = 0,333$$

$$(1 - z_1^2) = 0,889$$

$$(1 - z_1^3) = 0,962$$

Conforme la ecuación (12):

$$y_1 = H = 7$$

Con la ecuación (13):

$$y_2 = y_1 - 2A(1 - z_1^2) - B(1 - z_1^3)$$

$$y_2 = 7 - 2 * 1,91 * 0,889 - 0,91 * 0,962$$

$$y_2 = 2,72m$$

Obtengo los valores para z mediante la ecuación (9):

$$Z = 1 - \left[ \frac{(Q_2 - Q_1)}{Q_2} \right] \left( 1 - \frac{x}{l} \right)$$

$$Z = 1 - \left[ \frac{(0,3 - 0,1)}{0,3} \right] \left( 1 - \frac{x}{l} \right)$$

$$Z = 1 - 0,667 \left( 1 - \frac{x}{l} \right)$$

Con la ecuación anterior, asumiendo valores  $x/l$  se determinan los valores z que se colocan en la segunda columna de la siguiente tabla. En las columnas 3 y 5 se ubican los valores

$(1 - z^2)$  y  $(1 - z^3)$ .

Colocando los valores numéricos en la ecuación (21) se obtiene la ecuación de la línea piezométrica.

$$y = 2,72 + 2 * 1,91(1 - z^2) + 0,91(1 - z^3)$$

Con esta ecuación se determinan las ordenadas de la línea piezométrica y se colocan en la columna 7 de la tabla.

Las ordenadas de la línea de energía se determinan con la ecuación (25):

$$E_z = y + 1,91z^2$$

Estos valores se colocan en la columna 10 de la tabla.

Con la ecuación (29) se determinan las pérdidas de carga sumatorias  $h_{\omega x}$

$$h_{\omega x} = E_1 - E_z$$

**Tabla 46**

*Tabla de las pérdidas de carga sumatorias.*

x/l	z	(1 - z <sup>2</sup> )	3,82(1 - z <sup>2</sup> )	(1 - z <sup>3</sup> )	0,91(1 - z <sup>3</sup> )	y	z <sup>2</sup>	1,91z <sup>2</sup>	E <sub>z</sub>	h <sub>w,x</sub>
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0,0	0,3333	0,8889	3,3956	0,9630	0,8763	6,9919	0,1111	0,2122	7,2041	
0,1	0,4000	0,8400	3,2088	0,9360	0,8518	6,7806	0,1600	0,3056	7,0862	0,12
0,2	0,4667	0,7822	2,9881	0,8984	0,8175	6,5256	0,2178	0,4160	6,9416	0,26
0,3	0,5333	0,7156	2,7334	0,8483	0,7719	6,2254	0,2844	0,5433	6,7687	0,44
0,4	0,6000	0,6400	2,4448	0,7840	0,7134	5,8782	0,3600	0,6876	6,5658	0,64
0,5	0,6667	0,5556	2,1222	0,7037	0,6404	5,4826	0,4444	0,8489	6,3315	0,87
0,6	0,7333	0,4622	1,7657	0,6056	0,5511	5,0368	0,5378	1,0272	6,0640	1,14
0,7	0,8000	0,3600	1,3752	0,4880	0,4441	4,5393	0,6400	1,2224	5,7617	1,44
0,8	0,8667	0,2489	0,9508	0,3490	0,3176	3,9884	0,7511	1,4346	5,4230	1,78
0,9	0,9333	0,1289	0,4924	0,1870	0,1701	3,3825	0,8711	1,6638	5,0463	2,16
1,0	1,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	2,7200	1,0000	1,9100	4,6300	2,57

Elaborado por: La Autora

Donde:

$x/l$ : Valores asumidos

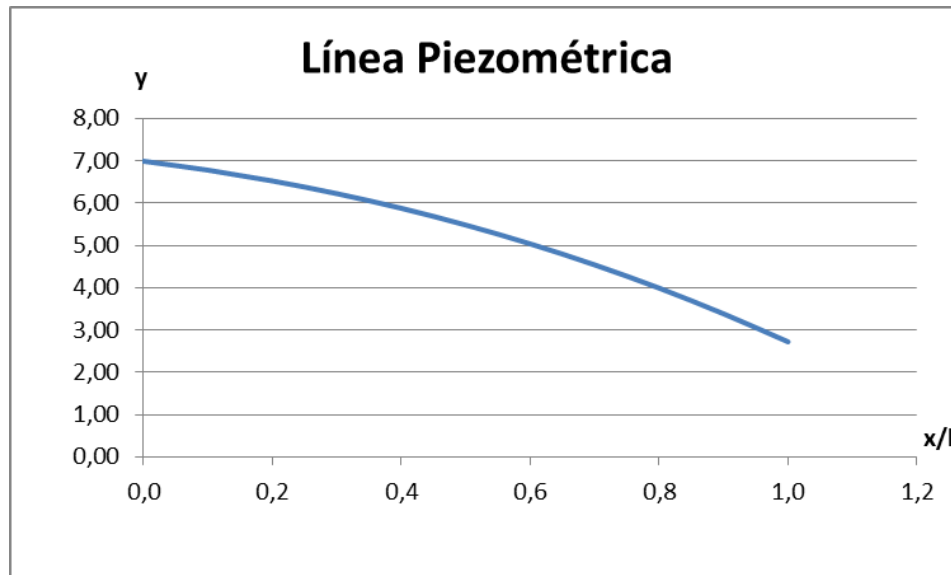
$E_z$ : Línea de energía.

$h\omega.x$ : Pérdidas de carga sumatorias

Con la información de esta tabla se construyen la línea piezométrica y la de energía (figura siguiente)

**Figura 32**

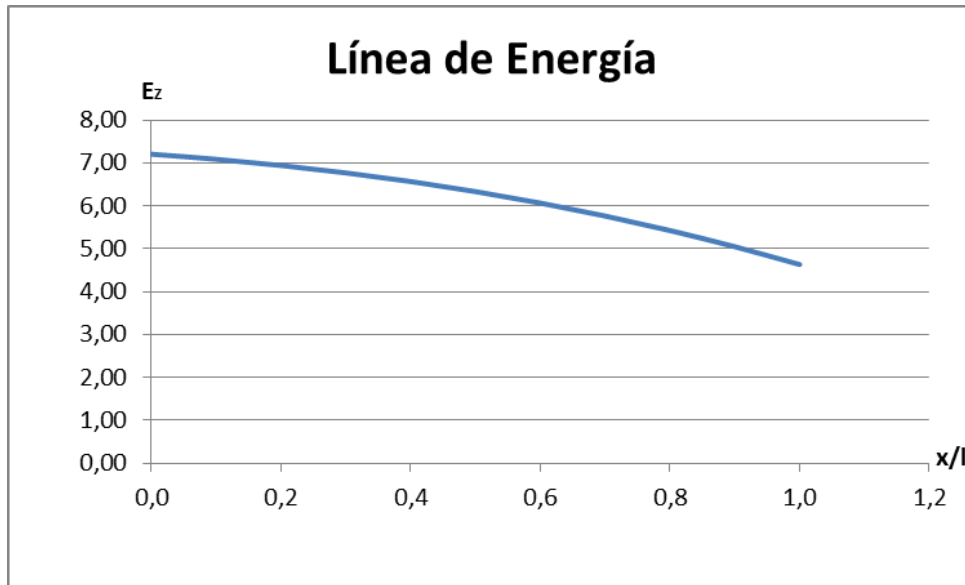
*Línea piezométrica, conducto perforado.*



Elaborado por: La Autora

**Figura 33**

*Línea de energía, conducto perforado.*



Elaborado por: La Autora

A partir de la ecuación (27) se obtiene el valor de  $H_1$ :

$$y_1 = H_1 - (v_1^2/2g)(1 - \zeta_{ent}) - \frac{Q_1^2 l_1}{k^2}$$

$$H_1 = y_1 + (v_1^2/2g)(1 - \zeta_{ent}) + \frac{Q_1^2 l_1}{k^2}$$

$$H_1 = 7 + \left( \frac{0,1^2}{0,0491^2 * 2 * 9,81} \right) (1 + 0,5) + \frac{0,1^2 * 150}{0,704^2}$$

$$H_1 = 10,35m$$

Mediante la ecuación (28) obtengo  $y_2$ :

$$y_2 = H_2 + \frac{Q_2^2 l_2}{k^2}$$

$$y_2 = 2,72 + \frac{0,3^2 * 3}{0,704^2}$$

$$y_2 = 2,18m$$

Conforme la ecuación (14):

$$h = H - y = 7 - y$$

Con la ecuación (15) se obtiene la sección en forma de ranura longitudinal:

$$q = \mu \omega_o \sqrt{2gh}$$

$$\omega_o = \frac{q}{\mu \sqrt{2gh}}$$

$$\omega_o = \frac{0,02}{0,62 * 4,43 * \sqrt{h}} = 0,00729/\sqrt{h}$$

Donde:

$x$ : Coordenadas de la línea piezométrica (el origen de las coordenadas se ubica en el centro de la sección inicial del tramo perforado del conducto); el eje  $y$ , está dirigido hacia arriba.

$d$ : Diámetro del conducto.

$\omega$ : Área de la sección de flujo de la sección.

$k$ : Característica del caudal.

$\omega_o$ : Área de los orificios en la unidad de longitud del conducto.

$\mu$ : Coeficiente de caudal de los orificios.

Los resultados obtenidos con esta ecuación se presentan en la siguiente tabla. Para la sección  $\omega_o$  en forma de ranura longitudinal continua, los valores que se ubiquen en la tabla corresponderán a la altura de la ranura (es decir que, en este caso,  $\omega_o$  se mide en unidades de longitud).

**Tabla 47**

*Tabla para la sección  $\omega_o$  m<sup>2</sup>.*

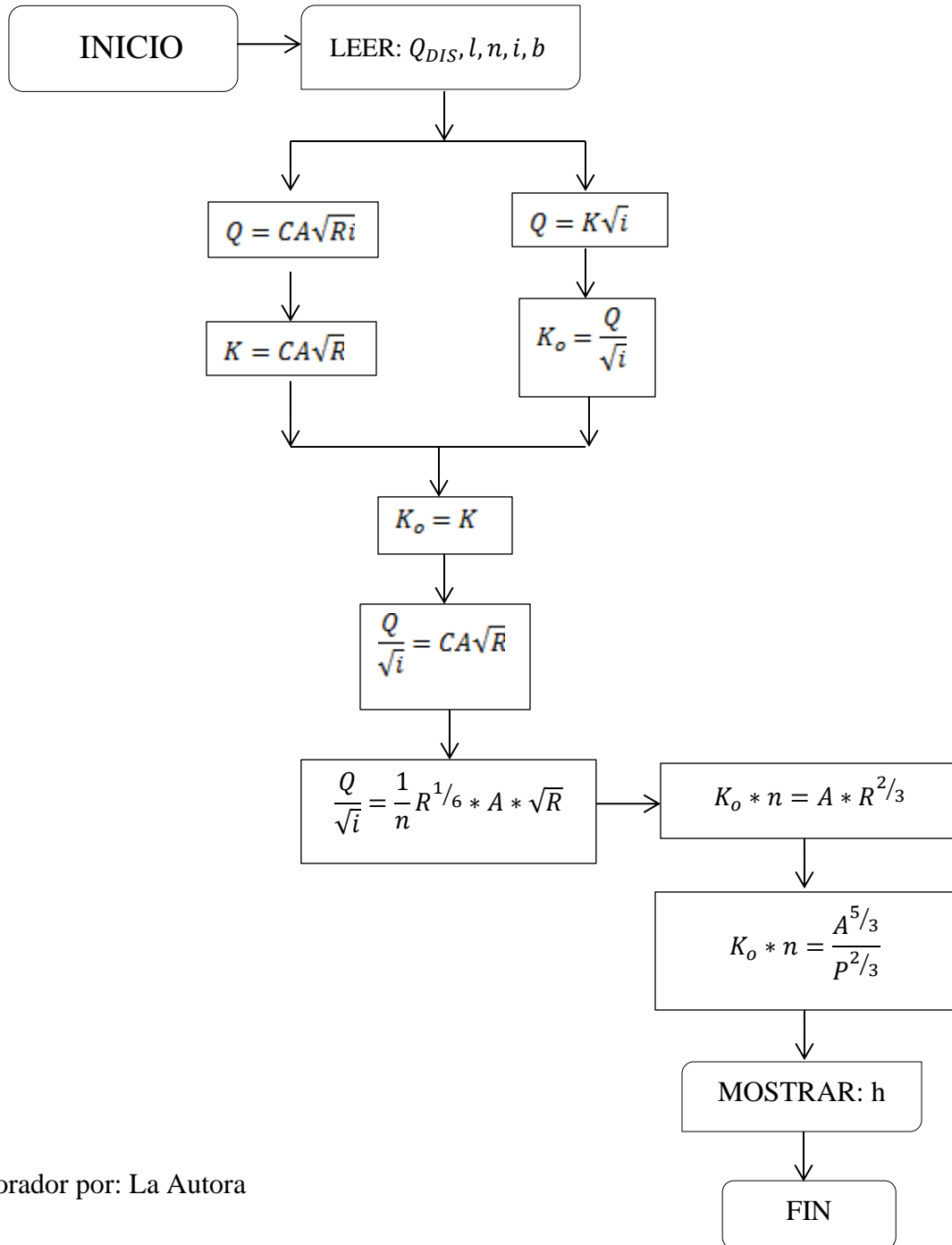
$x/l$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\gamma$ (m)	6,7806	6,5256	6,2254	5,8782	5,4826	5,0368	4,5393	3,9884	3,3825	2,7200
$h$ (m)	0,2180	0,2730	0,3210	0,3890	0,4050	0,4880	0,5210	0,5590	0,5930	0,6280
$\omega_o$ (m <sup>2</sup> )	0,0156	0,0140	0,0129	0,0117	0,0115	0,0104	0,0101	0,0098	0,0095	0,0092

Elaborado por: La Autora

## 6.4 Algoritmo de cálculo, método convencional

Figura 34

*Análisis hidráulico de los conductos perforados, método convencional*



Elaborador por: La Autora

## 6.5 Aplicación del algoritmo de cálculo, método convencional

En los drenajes sub superficiales se aplica la ecuación de Chezy, debido a que la presión es baja cercana a la atmosférica, por eso se puede aplicar dicha ecuación como si fuera un flujo a superficie libre.

Información de entrada:

$$Q_{DIS} = 0,3 \text{ m}^3/\text{s}; l = 10\text{m}; i = 0,001; n = 0,012; b = 0,25\text{m}$$

Desarrollo:

Dada la longitud del tramo perforado con caudal creciente igual a 10 metros, se procede a analizar en tramos de un metro.

Para el primer tramo de análisis se tomara el 10% del caudal de diseño es decir  $0,03\text{m}^3/\text{s}$ , y a un metro de longitud del tramo perforado:

Para el desarrollo de la aplicación práctica utilizaremos la siguiente ecuación:

$$Q = CA\sqrt{Ri}$$

Suponemos:

$$K = CA\sqrt{R}$$

Donde:

K: Modulo de caudal

C: Coeficiente de rugosidad de Chezy

A: Área hidráulica del canal,  $\text{m}^2$ .



R: Radio hidráulico del canal, m.

El factor K depende directamente de la rugosidad y de las condiciones geométricas del canal, sin embargo también es igual a:

$$Q = K\sqrt{i}$$

$$K = \frac{Q}{\sqrt{i}}$$

Entonces, para un caudal y gradiente conocidos, se tendrá un valor de K, al que se denominara gasto o caudal característico ( $K_o$ ):

$$K_o = \frac{Q}{\sqrt{i}}$$

Donde:

$K_o$ : gasto o caudal característico

Q: Caudal de diseño, m<sup>3</sup>/s.

i: Pendiente

Por consiguiente para determinar la profundidad del canal (h), debemos encontrar el valor de K, e igualar con el gasto, es decir:

$$K_o = K$$

$$\frac{Q}{\sqrt{i}} = CA\sqrt{R}$$

Se realiza los respectivos reemplazos de variables:

$$\frac{Q}{\sqrt{i}} = \frac{1}{n} R^{1/6} * A * \sqrt{R}$$

$$\frac{Q}{\sqrt{i}} * n = A * R^{1/6} * R^{1/2}$$

$$K_o * n = A * R^{2/3}$$

$$K_o * n = A * \left(\frac{A}{P}\right)^{2/3}$$

$$K_o * n = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}}$$

(33)

Donde:

$K_o$ : gasto o caudal característico de diseño.

$n$ : coeficiente de rugosidad de Manning.

$A$ : Área hidráulica,  $m^2$ .

$$A = (b + mh)h$$

$P$ : Perímetro hidráulico,  $m$ .

$$P = b + 2h\sqrt{1 + m^2}$$

La condición de la ecuación (33) se cumple dándole valores a ( $h$ ), calculando el factor de sección ( $F_s$ ) hasta obtener el valor buscado de  $K_o * n$ , por aproximaciones sucesivas.

$$F_s = \frac{A^{5/3}}{P^{2/3}}$$

**Tabla 48***Tabla de resultados obtenidos mediante el método convencional.*

L,m	Q, m3/2	Ko	Ko*n	h, m	A, m2	P, m	$A^{(5/3)}/P^{(2/3)}$
1	0,03	0,9486833	0,0113842	0,175	0,056	0,62696154	0,011189726
2	0,06	1,8973666	0,0227684	0,265	0,09434	0,82082747	0,022301044
3	0,09	2,84604989	0,0341526	0,34	0,13124	0,98238241	0,034297041
4	0,12	3,79473319	0,0455368	0,4	0,164	1,11162637	0,045789636
5	0,15	4,74341649	0,056921	0,45	0,1935	1,21932967	0,056717993
6	0,18	5,69209979	0,0683052	0,5	0,225	1,32703296	0,068925997
7	0,21	6,64078309	0,0796894	0,54	0,25164	1,4131956	0,079646117
8	0,24	7,58946638	0,0910736	0,58	0,27956	1,49935824	0,091240596
9	0,27	8,53814968	0,1024578	0,615	0,30504	1,57475054	0,102122195
10	0,3	9,48683298	0,113842	0,64	0,32384	1,62860219	0,110325052

Elaborado por: La Autora

**6.6 Análisis de los métodos de masa variable y convencional.****Tabla 49***Tabla de resultados obtenidos del análisis de un conducto perforado, ambos métodos.*

<b>Resultados obtenidos</b>	
Profundidad , h (m)	
<b>DMV</b>	<b>CONVENCIONAL</b>
0,218	0,175
0,273	0,265
0,321	0,34
0,389	0,4
0,405	0,45
0,488	0,5
0,521	0,54
0,559	0,58
0,593	0,615
0,628	0,64

Elaborado por: La Autora

La comparación de los resultados obtenidos en el componente Conducto perforado al aplicar el método de la dinámica de masa variable y convencional evidencia que la diferencia de los valores en la profundidad obtenidos por los dos métodos es de máximo el 20%.

## CONCLUSIONES

En la elaboración del proyecto se logró realizar los procedimientos de diseño aplicando los principios teóricos de la dinámica de masa variable, esto se consiguió desarrollando varios módulos para cada caso en las diferentes construcciones hidráulicas propuestas que operan bajo estas condiciones.

Se obtuvo los algoritmos de cálculo para las diferentes obras hidráulicas, es decir, aliviaderos laterales, captaciones frontales con rejilla de entrada horizontal, galerías de captación y drenajes sub superficiales mediante la aplicación de los diseños teóricos establecidos.

Los resultados en cada método en las construcciones hidráulicas analizadas son muy cercanos, esto debido a que el método de la dinámica de masa variable tiene una base matemática y el método convencional tiene una base empírica, es decir tiene los coeficientes de descarga, de contracción que son coeficientes verificados en laboratorio y a través de esos coeficientes se cubren los errores conceptuales del método y queda validado por la práctica.

En la construcción hidráulica del Vertedero lateral para una base de 4 metros en el método convencional se obtiene una longitud del vertedero de 31,12m mientras que en el método de la dinámica de masa variable se obtuvo 39,95m por lo tanto hubo una discrepancia del 22% pero cuando se aumenta la base la discrepancia disminuye.

En la construcción hidráulica Captaciones frontales con rejilla de entrada horizontal para un ancho de rejilla de 1m en el método convencional se obtiene una longitud de rejilla de 0,49m mientras que en el método de la dinámica de masa variable se obtuvo 0,48m esto nos da una discrepancia del 2%, pero conforme se aumenta el ancho de la rejilla esta discrepancia aumenta

hasta llegar al 25%, esto por los coeficientes de corrección empleados en el método de la dinámica de masa variable.

En la construcción hidráulica Galería de captación se analizó el fondo de la galería, variando el ancho de la galería, para un ancho de 5m en el método convencional nos da un valor de 0,23 mientras que en la dinámica de masa variable de 0,29 dando una discrepancia del 22%, pero si se disminuye el ancho de la galería el porcentaje de discrepancia se reduce.

En la construcción hidráulica Drenaje sub superficial para un caudal de 0,3m<sup>3</sup>/s se obtuvo en el método de la dinámica de masa variable una profundidad de 0,218m mientras que en el método convencional una profundidad de 0,175m dando un porcentaje de discrepancia del 20%.

Con el análisis realizado se ha podido evidenciar que el porcentaje de variación entre el método de la dinámica de masa variable y el método convencional es del 20% al 25% aproximadamente.

Se evidencio que tanto el método de la dinámica de masa variable como el método convencional son válidos, pero para fines prácticos el método convencional es el recomendable debido a que tiene sus coeficientes que son validados en laboratorio.

## **RECOMENDACIONES**

Al ser un trabajo de investigación se ha utilizado diferentes valores para el estudio de las construcciones hidráulicas, debido a que están planteados los algoritmos de cálculo es posible realizar varios cálculos más con la variación de los parámetros a fin de poder obtener mayores resultados; además de que cada una de las mismas tiene mucha variedad de casos y diferentes tipos de flujos.

## REFERENCIAS

- Albarrán Montilla W. I. (2019). *Obra de captación con rejilla de fondo*. Editorial Académica Española.
- Calero Hidalgo J. (2018). *Apuntes Mecánica de Fluidos II*, Clases Magistrales. Universidad Politécnica Salesiana.
- Calero Hidalgo J. (2020). *Apuntes Obras Hidráulicas II*, Clases Magistrales. Universidad Politécnica Salesiana.
- Dauri V. (2005). *Hyperreactive model in dynamics of a variable-mass point*. St.-Petersburg State University of Information Technologies, Mechanics & Optics. St-Petersburg 197101, Russia
- Domingo A. (2011). *Apuntes de Mecánica de Fluidos*. San Francisco, California.
- Deriuguin G.K. (1982). *Recomendaciones para el cálculo hidráulico de vertederos*. Bodgeo. Moscú.
- Fidelis O. E. (1998). *Dynamics of variable mass systems*. University of California, Estados Unidos: Nasa Research Grant No. NAG-2-4003
- Gallardo A. P. (2018). *Diseño de Canales Abiertos*. Primera Edición. Editorial Área de Innovación y Desarrollo, S.L. Alicante, España.
- <https://www.3ciencias.com/wp-content/uploads/2018/09/DISE%20C3%91O-CANALES-ABIERTOS.pdf>
- Kisiliev. P. G. (1985). *Manual de cálculos hidráulicos*. Moscú.



Pedroza G. E. (2018). *Hidráulica Básica. Historia, conceptos previos y ecuaciones*. Primera Edición. Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. México.

Ramos Salinas, W. (2016). *Criterios de Diseño para Captación de Aguas por medio de Obra de Toma en Ríos de Montaña*. [Tesis de Pregrado, Universidad del Bío – Bío. Concepción, Chile].

[http://repopib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/2279/1/Ramos\\_Salinas\\_Wilfredo\\_Alexis.pdf](http://repopib.ubiobio.cl/jspui/bitstream/123456789/2279/1/Ramos_Salinas_Wilfredo_Alexis.pdf)

Saldarriaga V. Juan G. (1998). *Hidráulica de Tuberías*. Editora Emma Ariza H. Santafé de Bogotá, Colombia.

[https://kupdf.net/download/hidraulica-de-tuberias-juan-saldarriaga\\_58af8e696454a79669b1e8f5\\_pdf](https://kupdf.net/download/hidraulica-de-tuberias-juan-saldarriaga_58af8e696454a79669b1e8f5_pdf)

Sotelo A. Gilberto (1994). *Hidráulica General. Vol I. Fundamentos*. Editorial Limusa, S.A. México D.F.

Sviatoslav Krochin (1978). *Diseño hidráulico*. Tercera Edición. Escuela Politécnica Nacional. Quito, Ecuador.

UNATSABAR (2011). *Manual de Diseño de Galerías Filtrantes*. Unidad de apoyo técnico para el saneamiento básico del área rural. Lima, Perú

[https://sswm.info/sites/default/files/reference\\_attachments/CEPIS%202002.%20Manual%20de%20dise%C3%B1o%20de%20galerias%20filtrantes.pdf](https://sswm.info/sites/default/files/reference_attachments/CEPIS%202002.%20Manual%20de%20dise%C3%B1o%20de%20galerias%20filtrantes.pdf)

Ulrich Auréle N. (2015). *Caracterización de Vertederos Hidráulicos Mediante Técnicas de CFD*. [Tesis de Máster, Universidad Politécnica de Valencia].

[https://sswm.info/sites/default/files/reference\\_attachments/CEPIS%202002.%20Manual%20de%20dise%C3%B1o%20de%20galerias%20filtrantes.pdf](https://sswm.info/sites/default/files/reference_attachments/CEPIS%202002.%20Manual%20de%20dise%C3%B1o%20de%20galerias%20filtrantes.pdf)

