



# POSGRADOS

MAESTRÍA EN \_\_\_\_\_

## ELECTRÓNICA Y AUTOMATIZACIÓN

RPC-SO-19-No.277-2018

OPCIÓN DE  
TITULACIÓN:

ARTÍCULOS PROFESIONALES DE ALTO NIVEL

TEMA:

ANÁLISIS DE RENDIMIENTO DE UN CONTROLADOR  
PREDICTIVO BASADO EN MODELO LINEAL, EN PROCESOS  
AFECTADOS POR NO LINEALIDADES DE TIPO ESTÁTICO

AUTOR:

MARCO FABRICIO CONTRERAS MOROCHO

DIRECTOR:

JULIO CÉSAR ZAMBRANO ABAD

CUENCA - ECUADOR

2021

**Autor:**



**Marco Fabricio Contreras Morocho**

Ingeniero Electrónico

Candidato a Magíster en Electrónica y Automatización, Mención en Control de Procesos por la Universidad Politécnica Salesiana – Sede Cuenca.

marcofc.1989@gmail.com

**Dirigido por:**



**Julio César Zambrano Abad**

Ingeniero Electrónico

Magister en automatización y control industrial

jzambranoa@ups.edu.ec

Todos los derechos reservados.

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

**DERECHOS RESERVADOS**

©2021 Universidad Politécnica Salesiana.

CUENCA – ECUADOR – SUDAMÉRICA

CONTRERAS MOROCHO MARCO FABRICIO

***ANÁLISIS DE RENDIMIENTO DE UN CONTROLADOR PREDICTIVO BASADO EN MODELO LINEAL, EN PROCESOS AFECTADOS POR NO LINEALIDADES DE TIPO ESTÁTICO***

# Performance Analysis of a Linear Model Predictive Controller on processes affected by static nonlinearities

Marco Contreras  
Universidad Politécnica Salesiana  
Cuenca, Ecuador  
mcontrerasm@est.ups.edu.ec

Julio Zambrano  
Universidad Politécnica Salesiana  
Cuenca, Ecuador  
jzambranoa@ups.edu

**Abstract**— This work presents a performance analysis of a Model-Based Predictive Controller on processes affected by static non-linearities. The controller's prediction model is represented in state space. From this perspective, the re-search work also includes a methodological proposal for the implementation of an MPC using this type of model. The performance analysis is carried out on three dynamic systems affected by static non-linearities. Specifically, a system with a Wiener structure, a system with a Hammerstein structure and a continuous stirred tank reactor (CSTR) is considered. This last process is known in advance and can be modelled with a Wiener-Hammerstein structure in a certain operating range. For better reference, in all three simulation scenarios, the MPC is compared to a PID controller tuned with standard tuning methods. The results of the comparison show that the MPC has better characteristics to face systems affected with static non-linearities.. (Abstract)

**Keywords**— Model predictive control; static non-linearities; Wiener; Hammerstein; Wiener-Hammerstein

## I. Introducción

El control predictivo basado en modelo (MPC) ha tomado importante relevancia en varios ámbitos de la ingeniería debido a diversas ventajas sobre otras estrategias de control [1], [2]. Una de las características más atractivas del MPC es el manejo de restricciones, no obstante, el cálculo de la acción de control requiere resolver un problema de optimización [3]. Hoy en día se puede encontrar en la literatura diversas aplicaciones de esta estrategia de control [4-10]. Su éxito y popularidad se debe a que fácilmente se puede extender al caso multivariable y su gran potencial para tratar con sistemas de fase no mínima y tiempos muertos [11], [12].

La historia del MPC se remonta a la década de los 70s. Esta técnica de control apareció con el nombre de Control Heurístico de Modelo Predictivo (MPHC), a través de la plataforma comercial IDCOM [13]. En 1979 Cutler y Ramaker presentaron una variante de controlador predictivo denominada control de matriz dinámica, (DMC) [14]. Hoy en día esta variante es una de las más utilizadas a nivel mundial. Desde la aparición del MPC hasta la fecha, se evidencian significativos avances de esta técnica de control [15-17].

En los últimos años el interés de los investigadores se ha centrado en la utilización de modelos no lineales para proponer estrategias de control [18]. De todas las clases de no linealidades que pueden afectar a un sistema dinámico, las no linealidades de tipo estático son muy comunes. Los modelos orientados a bloques son una gran alternativa para modelar esta clase de sistemas [19]. Dentro de los modelos orientados a bloques, los modelos más comunes son los modelos de Wiener [20], Hammerstein [21] y Wiener-Hammerstein [22]. Un modelo de Wiener consiste de una conexión en serie de un sistema dinámico lineal invariante en el tiempo (LTI) y una no

linealidad de tipo estático (NL), mientras que un modelo de Hammerstein se forma de la permutación de estos dos bloques. Por otra parte, los modelos de Wiener-Hammerstein se forman por dos subsistemas LTI separados por un bloque no lineal (véase la Fig. 1).

Actualmente, se puede encontrar algunos reportes de investigación donde un MPC ha sido implementado utilizando modelos orientados a bloques [23-25]. Sin duda alguna, la implementación de un MPC no lineal utilizando un modelo orientado a bloques, presentará mejor desempeño que un MPC lineal, no obstante, se debe tener en cuenta el coste computacional que puede involucrar la resolución del problema de optimización de un MPC cuando el modelo es no lineal. En varios ámbitos de la ingeniería no solo la precisión debe ser un criterio de diseño, también resulta importante considerar el coste computacional del algoritmo de control. Bajo esta perspectiva, la implementación de un MPC no lineal para controlar sistemas de Wiener, Hammerstein o Wiener - Hammerstein, debería ser valorada previamente, ya que en muchos casos un MPC lineal podría ser la solución al problema de control. Esto sobre la base de que en esta clase de sistemas la dinámica permanece constante y la no linealidad afecta únicamente a la ganancia estática.

Bajo estos antecedentes, en este trabajo de investigación se evalúa el desempeño de un controlador predictivo basado en modelo en espacio de estados lineal sobre sistemas dinámicos afectados por no linealidades de tipo estático. El propósito consiste en cuantificar el desempeño del MPC lineal considerando tres escenarios diferentes, en los cuales los sistemas correspondientes estarán afectados por no linealidades complejas. El análisis de desempeño de los controladores servirá de base para una futura investigación en la cual se pretende implementar los controladores predictivos no lineales sobre estos mismos sistemas utilizando los modelos orientados a bloques correspondientes. Esto con el fin de establecer una comparación de controladores lineales vs no lineales, teniendo en cuenta el coste computacional de los algoritmos y la precisión alcanzada.

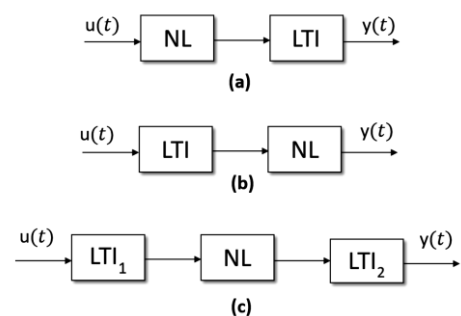


Fig.1 Modelos orientados a bloques. (a) Modelo de Hammerstein, (b) Modelo de Wiener, (c) Modelo de Wiener-Hammerstein

De aquí en adelante el artículo está organizado de la siguiente manera: En la Sección II se presenta la formulación de un MPC lineal utilizando modelos en espacio de estados. A continuación, en la sección III se presenta un marco metodológico para la implementación de un MPC utilizando un modelo en espacio de estados. En la sección IV se muestra la implementación y los resultados obtenidos bajo tres escenarios de simulación diferentes. Finalmente, en la sección V se reportan algunas conclusiones.

## II. Ease of Use Formulación del MPC en Espacio de Estados.

El MPC se basa en la utilización de un modelo para predecir

las salidas del proceso sobre un horizonte de tiempo futuro. Las predicciones sirven para calcular la acción de control mediante la resolución de un problema de optimización el cual puede ser formulado incorporando diversos tipos de restricciones.

### A. Predicciones con un modelo en espacio de estados.

Las ecuaciones (1) y (2) representan un modelo discreto en espacio de estados, donde  $u(k)$  y  $y(k)$  son la entrada y la salida del sistema respectivamente,  $x(k)$  es el vector de estados,  $A$  es la matriz de estados,  $B$  es la matriz de entrada,  $C$  es la matriz de salida y  $D$  es la matriz de transmisión directa, la cual generalmente suele ser igual a cero.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \quad (1)$$

$$y(k) = Cx(k) + Du(k) \quad (2)$$

La formulación del MPC en espacio de estados requiere incorporar un integrador al modelo para eliminar el error en régimen permanente. Para esta incorporación se puede considerar a la salida como un nuevo estado. Por esta razón, al modelo con integrador embebido se le suele llamar modelo aumentado. Las ecuaciones (3) y (4) describen a un modelo en espacio de estados con integrador embebido:

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ y(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & A_e \\ CA & \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ CB \end{bmatrix} \Delta u(k) \quad (3)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} c_e \\ \mathbf{0}_m \quad \mathbf{1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x(k) \\ y(k) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Donde  $\mathbf{0}_m$  es un vector de ceros que rellena las matrices correspondientes, mientras que  $A_e$ ,  $B_e$  y  $C_e$  son las nuevas matrices de estado, entrada y salida, respectivamente. Estas matrices se pueden calcular directamente a partir de  $A$ ,  $B$  y  $C$ . Por conveniencia, el modelo aumentado ha sido formulado considerando los incrementos de los estados ( $\Delta x(k)$ ) y los incrementos de la entrada ( $\Delta u(k)$ ). Esto será de utilidad para formular las restricciones.

A partir del modelo aumentado se formulan las predicciones de estado y de salida. Por defecto un modelo en espacio de estados especifica una predicción del estado siguiente en función del estado y la entrada actual. Por ejemplo, para el instante de tiempo  $k_i$  la predicción una muestra hacia adelante se expresa de la siguiente manera:

$$x(k_i + 1|k_i) = A_e x(k_i) + B_e \Delta u(k_i) \quad (5)$$

La predicción dos muestras hacia adelante se puede expresar a través de (6):

$$x(k_i + 2|k_i) = A_e^2 x(k_i) + B_e \Delta u(k_i) \quad (6)$$

Al reemplazar (5) en (6) se puede obtener la predicción en función del estado actual:

$$x(k_i + 2|k_i) = A_e^2 x(k_i) + A_e B_e \Delta u(k_i) + \dots + B_e \Delta u(k_i + 1) \quad (7)$$

Siguiendo este mismo procedimiento se puede obtener las diversas predicciones de estado hasta un instante de tiempo  $N$ :

$$x(k_i + N|k_i) = A_e^N x(k_i) + A_e^{N-1} B_e \Delta u(k_i) + \dots + C_e A_e^{N-2} B_e \Delta u(k_i + 1) + \dots + A_e^{N-M} B_e \Delta u(k_i + M - 1) \quad (8)$$

Donde  $M$  y  $N$  son los horizontes de control y predicción respectivamente. Bajo el mismo criterio se puede obtener las predicciones de salida:

$$y(k_i + 1|k_i) = C_e A_e x(k_i) + C_e B_e \Delta u(k_i) \quad (9)$$

$$y(k_i + 2|k_i) = C_e A_e^2 x(k_i) + C_e A_e B_e \Delta u(k_i) + \dots + B_e \Delta u(k_i + 1) \quad (10)$$

$$y(k_i + N|k_i) = C_e A_e^N x(k_i) + C_e A_e^{N-1} B_e \Delta u(k_i) + \dots + C_e A_e^{N-2} B_e \Delta u(k_i + 1) + \dots + C_e A_e^{N-M} B_e \Delta u(k_i + M - 1) \quad (11)$$

Las predicciones de salida para un horizonte de predicción  $N$ , descritas por (9), (10) y (11) se pueden expresar de manera compacta utilizando los siguientes vectores:

$$Y = Fx(k_i) + \Phi \Delta U \quad (12)$$

Donde:

$$F = \begin{bmatrix} C_e A_e \\ C_e A_e^2 \\ C_e A_e^3 \\ \vdots \\ C_e A_e^N \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} C_e B_e & 0 & \dots & 0 \\ C_e A_e B_e & C_e B_e & \dots & 0 \\ C_e A_e^2 B_e & C_e A_e B_e & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ C_e A_e^{N-1} B_e & C_e A_e^{N-2} B_e & \dots & C_e A_e^{N-M} B_e \end{bmatrix} \quad (14)$$

En síntesis, para un horizonte de predicción y un horizonte de control definidos por el usuario, hasta este punto la formulación del MPC consiste en encontrar las matrices  $F$  y  $\Phi$ , las cuales se les conoce como matrices de predicción.

### B. Calculo de la acción de control

La estrategia de control predictivo basa el cálculo de la acción de control en la resolución de un problema de optimización el cual puede o no considerar restricciones. Este problema de optimización se declara como un problema de minimización de una función objetivo  $J$ , la cual expresa el error cuadrático entre el punto de ajuste  $R_s$  y la salida predicha. En adición, normalmente se introduce un término en la función objetivo para poder penalizar la agresividad de la acción de control:

$$J = (y, u) = (Rs - Y)^T (Rs - Y) + \Delta U^T \gamma \Delta U \quad (15)$$

En (15), el error cuadrático entre la referencia y la salida predicha se expresan a través del término  $(Rs - Y)^T (Rs - Y)$  mientras que el término  $\Delta U^T \gamma \Delta U$ , es el término que se introduce para poder penalizar la agresividad del controlador. El parámetro  $\gamma$  se considera un parámetro de sintonía del controlador, dado que permite dar mayor o menor importancia a la acción de control dentro de la función objetivo.

Cuando el modelo de predicción es lineal y no se consideran restricciones el problema de optimización se puede resolver fácilmente reemplazando (12) en (15), igualando a cero la derivada de la función de coste con respecto a la variable de interés  $\Delta U$  (16) y luego despejándola (17):

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta U} = 0 \quad (16)$$

$$\Delta U = H \Phi^T [Rs \cdot r(k_i) - Fx(K_i)] \quad (17)$$

Donde  $a H = (\Phi^T \Phi + \gamma)^{-1}$ . A esta matriz se le conoce como matriz Hessiana. El resultado que se obtiene de (17) es un vector que contiene un conjunto de  $M$  elementos, sin embargo, se debe tener en cuenta que, únicamente se debe enviar a la planta o proceso el primer término de este vector. Este cálculo debe repetirse de manera iterativa mientras el controlador está interactuando con el proceso.

Cuando el problema de optimización tiene restricciones el cálculo de  $\Delta U$  no es tan sencillo, siendo necesario emplear algún método numérico de optimización. Se debe tener en cuenta que las restricciones del MPC se deben formular en función de la variable de interés, es decir  $\Delta U$ . El formato que suele emplearse es el siguiente:  $\lambda \cdot \Delta U \leq \delta$ . Donde  $\lambda$  es un vector de propósito general y  $\delta$  contiene las restricciones impuestas. Normalmente se suelen considerar restricciones sobre la amplitud de la acción de control, sobre la tasa de cambio de la acción de control y sobre la amplitud de la variable controlada (18).

$$\begin{bmatrix} -I \\ I \\ -\rho_2 \\ \rho_2 \\ -\Phi \\ \Phi \end{bmatrix} \Delta U \leq \begin{bmatrix} -\Delta U^{min} \\ \Delta U^{max} \\ \rho_1 u(k_i - 1) - U^{min} \\ \rho_1 u(k_i - 1) + U^{max} \\ Fx(k_i) - Y^{min} \\ Fx(k_i) - Y^{max} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Donde  $\Delta U^{min}$  y  $\Delta U^{max}$  son las restricciones mínimas y máximas, respectivamente, impuestas a la tasa de cambio de variable de control.  $U^{min}$  y  $U^{max}$  son las restricciones mínimas y máximas, respectivamente, impuestas a la amplitud de la variable de control, mientras que  $Y^{min}$  y  $Y^{max}$  son las restricciones mínimas y máximas, respectivamente, impuestas a la amplitud de la variable de salida.  $I$  es una matriz identidad,  $\rho_1$  es un vector unidad y  $\rho_2$  es una matriz diagonal inferior. La dimensión de estos tres últimos parámetros depende del número de puntos sobre los cuales se aplica las restricciones. Para mayor detalle se puede consultar [26].

### III. Metodología para la implementación de un MPC en espacio de estados

La implementación de un MPC en espacio de estados conlleva una serie de procedimientos, los cuales se describen a continuación:

**Paso 1:** Normalmente, todos los procesos reales están afectados en mayor o menor medida por distorsiones no lineales. Por esta razón, resulta conveniente llevar al proceso a un punto de operación y sobre este punto se debe obtener la dinámica lineal. En este caso se requiere que la dinámica esté representada en espacio de estados.

**Paso 2:** Utilizando (3) y (4), se debe incorporar la acción integral en el modelo. El resultado de este procedimiento dará lugar a las matrices **Ae**, **Be** y **Ce**.

**Paso 3:** Con el modelo aumentado se debe calcular las matrices **F** y **Φ**. Estas matrices se calculan por una sola vez en función de los horizontes  $M$  y  $N$ . Hasta este punto no hace falta que el controlador interactúe con la planta, por lo tanto, estos cálculos se los puede hacer fuera de línea.

**Paso 4:** Si no se consideran restricciones, se puede obtener la secuencia de control  $\Delta U$  directamente a partir de (17). En el caso de que existan restricciones estas deben ser formuladas como se indica en (18). Para resolver el problema de optimización con restricciones se puede utilizar cualquier método de optimización. Para este caso se ha utilizado el método numérico de Hildreth's [26]. Para ambos casos, es decir con o sin restricciones, este procedimiento debe ser iterativo, para cada período de muestreo y en línea con el proceso. Se debe tener en cuenta, que para ambos casos se requieren los estados  $x(K_i)$ , por lo tanto, el cálculo de la acción de control involucra una estimación de estado para cada período de muestreo.

## IV. Resultados y Discusión

Para la evaluación de desempeño se utilizaron dos ejemplos numéricos de simulación y un reactor de tanque continuamente agitado (CSTR). El primer ejemplo numérico utilizado consiste de un sistema de Wiener, mientras que el segundo ejemplo es un sistema de Hammerstein. Los tres escenarios con sus respectivos controladores fueron implementados en el programa informático Labview. Para tener una mejor referencia, los controladores predictivos sintonizados para cada caso se compararon con controladores PID clásicos, los cuales fueron sintonizados con procedimientos y herramientas de sintonización estándar. Para una mejor aproximación a la realidad, para los tres casos se identificó la dinámica lineal de los sistemas. En el MPC, cada modelo identificado se usó como modelo del controlador y como modelo del proceso para la sintonía, mientras que para los controladores PID, los modelos identificados sirvieron para la sintonización utilizando la herramienta "auto-tune" de MATALB®. Como criterio de sintonía para los tres casos se impuso que el sistema llegue al tiempo de establecimiento lo antes posible sin que el sobre paso máximo supere el 10%. Para cuantificar el desempeño de los controladores para cada caso se calculó el Error Cuadrático Medio (MSE) entre la referencia y la salida. Por otra parte, para una mejor referencia también se calcularon los sobre pasos máximos (MP%), los tiempos de establecimiento ( $T_s$ ) y el valor absoluto del error en estado estacionario ( $Ess$ ). A continuación, se detalla la evaluación de desempeño de los controladores en los tres escenarios de simulación.

### A. Evaluación sobre un Sistema de Wiener

Este modelo se estructuró utilizando un sistema dinámico lineal descrito por una función de transferencia de segundo orden (19) y una no linealidad estática polinómica compleja de quinto grado (20) (véase la Fig. 2).

$$G_w(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \quad (19)$$

$$y = 0.0007x^5 - 0.02411x^4 + 0.2787x^3 - \dots - 1.2880x^2 + 2.6424x \quad (20)$$

El sistema fue llevado a un punto de operación arbitrario. Sobre este punto se inyectó un escalón de una unidad de amplitud. Los datos de entrada y salida fueron grabados con un período de muestreo de 0.1s. Para evitar inconvenientes con la estimación, el offset de las señales fue eliminado. El mejor modelo obtenido con la herramienta IDENT de MATLAB® tuvo dos polos. El mejor controlador PID para las especificaciones de diseño tuvo las siguientes ganancias:  $kp = 0.6128$ ,  $ki = 0.5569$  y  $kd = 0.1685$ . El controlador MPC fue sintonizado combinando diferentes valores de  $N$ ,  $M$  y  $\lambda$ . Las restricciones del controlador fueron configuradas de la siguiente manera  $u_{min} = 0$ ,  $u_{max} = 10$ ,  $\Delta u_{min} = -2$  y  $\Delta u_{max} = 2$ . Para este caso no se consideraron restricciones de salida. Los mejores conjuntos de parámetros de sintonía fueron:  $N = 16$ ,  $M = 8$  y  $\gamma = 0.05$ . Cabe indicar que, para crear un ambiente en igualdad de condiciones, las restricciones impuestas al MPC fueron también consideradas en la sintonía del PID a través de una función de saturación y un limitador en la tasa de incremento de la variable de control. La Fig. 3 muestra una comparación de desempeño de los dos controladores, considerando tres cambios del punto de ajuste. El primer punto de ajuste lleva al sistema a la zona de operación donde el modelo fue estimado, mientras que los otros dos puntos de ajuste permiten que el sistema se aleje del punto de operación. El desempeño de los controladores se cuantifica en la Tabla 1. Además, se ha calculado el MSE para todo el tiempo de duración de las señales. El valor obtenido para el MPC fue de 0.211, mientras que para el PID fue de 0.623.

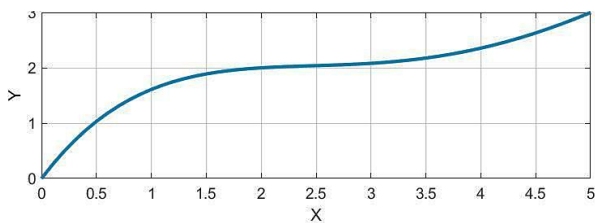


Fig.2 No linealidad estática considerada en el sistema de Wiener.

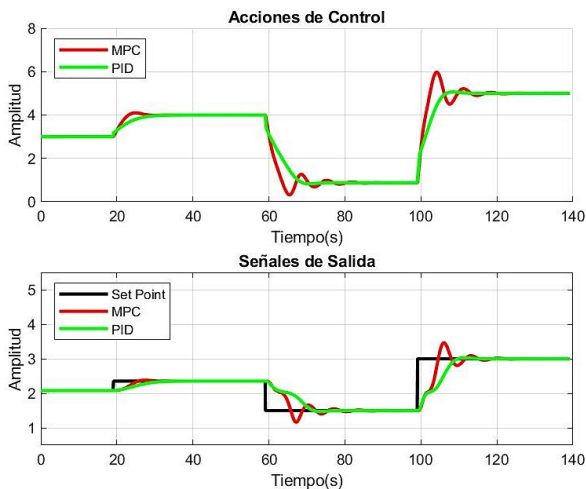


Fig.3 Desempeño de los controladores MPC y PID ante una señal de referencia (Set Point). Aplicación sobre el sistema de Wiener.

Tabla 1. Cuantificación del desempeño de los controladores MPC y PID (sistema de Wiener).

Escalón	MPC			PID Auto Tune		
	1	2	3	1	2	3
MP%	9.55	39.192	30.813	0	2.66	1.89
Ts	20.8	39.5	30.1	23.9	19	17.6
Ess	1.0e-6	1.1e-4	2.5e-4	1.6e-5	1.6e-4	1.2e-4

## B. Evaluación sobre un sistema de Hammerstein

Para crear el sistema de Hammerstein se utilizó una no linealidad estática de quinto grado (21) seguida de una función de transferencia de segundo orden (22). La gráfica de la no linealidad estática se ilustra en la Fig. 4. Al igual que en el caso anterior el sistema fue identificado en un punto de operación para obtener la dinámica lineal. El mejor modelo estimado fue de dos polos.

$$G_h(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 1} \quad (21)$$

$$y = -0.002x^5 + 0.034x^4 - 0.148x^3 - \dots - 0.123x^2 + 2.094x \quad (22)$$

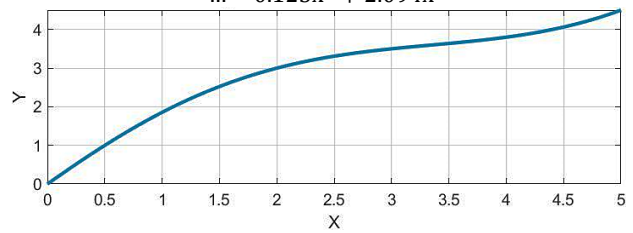


Fig.4 No linealidad estática considerada en el sistema de Hammerstein

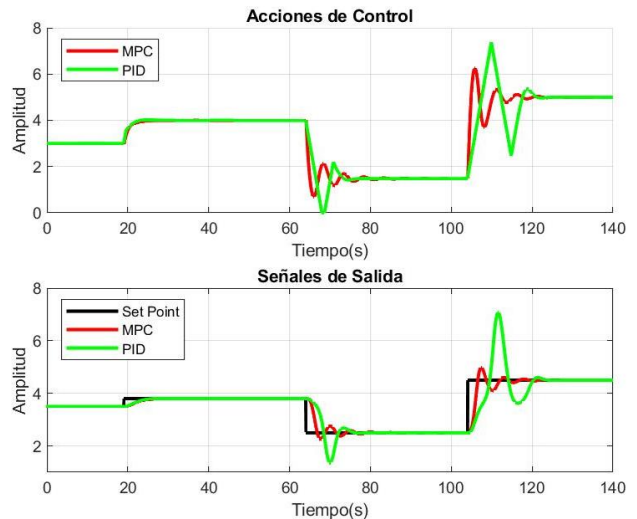


Fig.5 Desempeño de los controladores MPC y PID ante una señal de referencia (Set Point). Aplicación sobre el sistema de Hammerstein.

Tabla 2. Cuantificación del desempeño de los controladores MPC y PID (sistema de Hammerstein).

Escalón	MPC			PID Auto Tune		
	1	2	3	1	2	3
MP%	0	18.35	21.59	1.33	88.15	128.92
Ts	14.3	34.2	29.9	15	18.4	23.6
Ess	5.9e-6	3.9e-5	4.0e-5	3.9e-6	1.1e-5	4.3e-5

Para este caso las ganancias del PID fueron  $kp = 1.42$ ,  $ki = 1.12$  y  $kd = 0.45$ . Por otra parte, el controlador MPC fue sintonizado con  $N = 8$ ,  $M = 4$  y  $\gamma = 0.05$ , mientras que las restricciones del controlador fueron configuradas de la siguiente manera:  $u_{min} = 0$ ,  $u_{max} = 10$ ,  $\Delta u_{min} = -1$  y  $\Delta u_{max} = 1$ . Al igual que en el caso anterior, para este caso no se consideraron restricciones de salida. La Fig. 5 muestra una comparación de desempeño de los controladores para tres puntos de ajuste diferentes. El desempeño de los controladores se ha cuantificado en la Tabla 2. El MSE para todo el tiempo

de duración de las señales fue de 0.565 para el MPC y 5.981 para el PID.

### C. Evaluación sobre un CSRT

Las ecuaciones (23) y (24) definen el comportamiento del CSTR, el cual involucra una reacción exotérmica irreversible  $A \rightarrow B$ :

$$\dot{C}_A = \frac{q}{V} (C_{Af} - C_A) - K_0 C_A \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \dot{T} = & \frac{q}{V} (T_f - T) + \frac{-H\Delta K_0 C_A}{\rho C_p} \exp + \dots \\ & \dots + \frac{\rho_c C_{pc}}{\rho C_p V} q_c (1 - \exp\left(\frac{-hA}{\rho_c q_c C_{pc}}\right)) (T_{cf} - T) \end{aligned} \quad (24)$$

Donde:  $q$ ) es el caudal del refrigerante (entrada del sistema),  $C_A$  es la concentración del fluido de salida A (salida del sistema),  $T$  es la temperatura del reactor (se asume constante) y  $q$  es el caudal de alimentación (se asume constante). En la Fig. 6 se muestra una representación esquemática del proceso, mientras que en la Tabla 3 se muestran los valores utilizados para simularlo. Cabe indicar que el proceso tiene dos zonas de operación estables y una zona inestable. Para este caso el proceso será controlado sobre una zona estable bajo el siguiente punto de operación  $C_A = 0.954 \text{ mol/l}$  y  $q_c = 90/\text{min}$ . Sobre este punto de operación el sistema fue excitado con un escalón para extraer la dinámica lineal del sistema. El mejor modelo obtenido fue de dos polos (25). Las ganancias del PID fueron  $kp = 2521$ ,  $ki = 2947$  y  $kd = 539$ . Por otra parte el controlador MPC fue sintonizado con  $N = 50$ ,  $M = 35$  y  $\gamma = 4.1e6$ , mientras que las restricciones del controlador fueron configuradas de la siguiente manera:  $u_{min} = 62$ ,  $u_{max} = 180$ ,  $\Delta u_{min} = -3$  y  $\Delta u_{max} = 3$ . Al igual que en los casos anteriores, para este caso no se consideraron restricciones de salida. La Fig. 7 muestra una comparación de desempeño de los controladores para tres puntos de ajuste diferentes. El desempeño de los controladores se ha cuantificado en la Tabla 4. El MSE para todo el tiempo de duración de las señales fue de 0.037 para el MPC y 0.037 para el PID.

$$F(S) = \frac{0.000216}{s^2 + 1.244s + 0.5334} \quad (25)$$

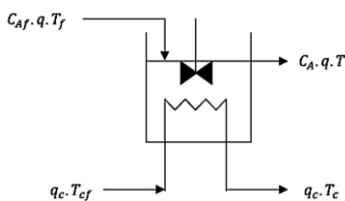


Fig.6 Diagrama esquemático del CSTR.

Variable	Valor	Unidad	Variable	Valor	Unidad
$q$	100	$l \text{ min}^{-1}$	$T_{cf}$	350	$K$
$E/R$	$9.95 \times 10^3$	$K$	$C_p, C_{pc}$	1	$cal \text{ g}^{-1}, K^{-1}$
$C_{Af}$	1	$mol \text{ l}^{-1}$	$V$	100	$l$
$-\Delta H$	$2 \times 10^5$	$cal \text{ mol}^{-1}$	$q_c$	103.41	$l \text{ min}^{-1}$
$T_f$	350	$K$	$hA$	$7 \times 10^5$	$cal \text{ min}^{-1}, K$
$\rho, \rho_c$	1000	$g \text{ l}^{-1}$	$K_0$	$7.2 \times 10^{10}$	$\text{min}^{-1}$
$T$	440.2	$K$	$C_A$	$8.36 \times 10^{-2}$	$mol \text{ l}^{-1}$

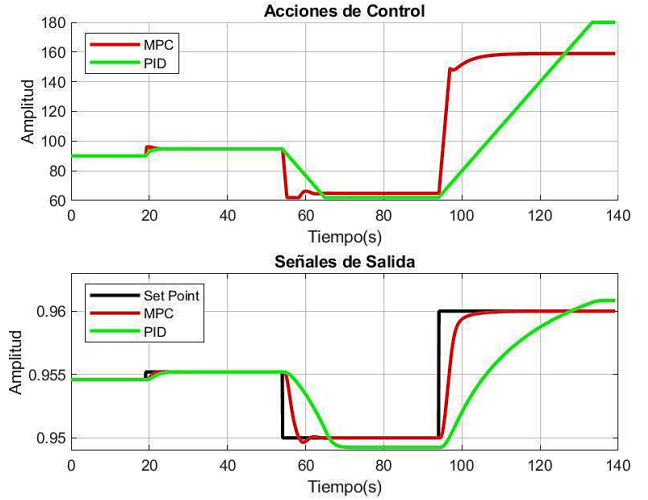


Fig.7 Desempeño de los controladores MPC y PID ante una señal de referencia (Set Point). Aplicación sobre el CSTR.

Tabla 4. Cuantificación del desempeño de los controladores MPC y PID (CSTR).

Escalón	MPC			PID		
	1	2	3	1	2	3
MP%	3.99	6.71	0	1.45	14.55	8.44
Ts	7.10	14.9	25.7	14.2	18.4	42.1
Ess	$1.8e-5$	$4.3e-8$	$6.9e-6$	$2.4e-5$	$7.5e-4$	$8.4e-3$

### D. Discusión

De manera general se puede indicar que el desempeño del MPC para los tres casos ha sido aceptable. Como era de esperarse, el efecto de la no linealidad estática ha afectado este desempeño, notándose en los tres casos oscilaciones en el transitorio para lograr alcanzar el régimen permanente. En el sistema de Wiener, el controlador PID ha exhibido menos oscilaciones que el MPC y los niveles de sobre paso son mínimos, no obstante, al observar el MSE se nota que en general el desempeño del MPC es ligeramente mejor. En el sistema de Hammerstein el efecto de la no linealidad es más notorio. Claramente se puede ver como en el primer punto de ajuste los dos controladores responden bien, dado que sobre este punto se estimó el modelo que se utilizó para la sintonía. Sin embargo, cuando los puntos de ajuste se alejan del punto de operación se puede notar una respuesta oscilatoria de los dos controladores. Para este caso el MPC tuvo mejor desempeño que el PID, teniendo en consideración el sobre paso máximo que, para el control PID en el tercer punto de ajuste estuvo por encima del 100%. Para el caso del CSTR, el efecto de la no linealidad fue mucho más notorio sobre el control PID, cuya acción de control llegó a saturarse en gran medida, dando lugar a un error en estado estacionario. A más del error, la respuesta transitoria del PID también se vio muy afectada, pues los tiempos de establecimiento fueron muy grandes, en especial en el tercer escalón. En cuanto al tiempo computacional, para los tres casos, el MPC pudo calcular la acción de control en menos de 0.2 segundos, utilizando un computador con procesador Intel Core I7 de 2.4GHz y memoria RAM de 4GHz.

Tabla 3. Condiciones nominales de operación del proceso CSTR [27].

## V. Conclusiones

Mediante el presente trabajo de investigación se ha podido evaluar el desempeño de un MPC sobre procesos dinámicos afectados por no linealidades estáticas. En los tres casos de estudio se ha podido notar el efecto de la no linealidad, principalmente estos efectos se han visto reflejados como un cambio en la respuesta transitoria, exhibiéndose en casi todos los escenarios respuestas oscilatorias con sobre pasos y/o tiempos de establecimiento muy prolongados. Se debe destacar el desempeño de los controladores predictivos en todos los escenarios, pues en ningún caso los sobre pasos fueron muy exagerados o los sistemas se volvieron inestables. Como investigación futura se plantea la implementación de controladores no lineales utilizando las estructuras correspondientes para poder comparar el desempeño de los controladores lineales y no lineales teniendo también en consideración el coste computacional requerido para calcular la acción de control en cada caso.

## REFERENCES

- [1] E.F Camacho and C.B Alba, "Model predictive control". Springer science & business media, 2013.
- [2] 2. C.E. Garcia, D.M. Prett and M. Morari, "Model predictive control: Theory and practice—A survey". *Automatica*, 25(3), 335-348, 1989.
- [3] 3. S. J. Qin, and T. A. Badgwell, "A survey of industrial model predictive control technology". *Control engineering practice*, 11(7), 733-764, 2003.
- [4] 4. E. F. Camacho, F. R. Rubio, M. Berenguel, and L. Valenzuela, "A survey on control schemes for distributed solar collector fields. Part II: Advanced control approaches", *Sol. Energy*, vol. 81, no 10, pp. 1252-1272, 2007, doi: 10.1016/j.solener.2007.01.001.
- [5] 5. D. M. Lima, J. E. Normey-Rico and T. L. M. Santos, "Temperature control in a solar collector field using Filtered Dynamic Matrix Control", *ISA Trans.*, vol. 62, pp. 39-49, 2016, doi: 10.1016/j.isatra.2015.09.016.
- [6] 6. M. Diehl, I. Uslu, R. Findeisen, S. Schwarzkopf, F. Allgöwer, H. G. Bock and E. Stein, E, "Real-time optimization for large scale processes: Nonlinear model predictive control of a high purity distillation column. In Online optimization of large scale systems" (pp. 363-383). Springer, Berlin, Heidelberg, 2001.
- [7] 7. T. Geyer, G. Papafotiou and M. Morari, "Hybrid model predictive control of the step-down DC-DC converter". *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(6), 1112-1124, 2008.
- [8] 8. X. Liu, and J. Cui, "Economic model predictive control of boiler-turbine system". *Journal of Process Control*, 66, 59-67, 2018.
- [9] 9. S. Privara, J. Šíroky L. Ferkl and J. Cigler, "Model predictive control of a building heating system: The first experience". *Energy and Buildings*, 43(2-3), 564-572, 2011.
- [10] 10. H. Seki, M. Ogawa, S. Ooyama, K. Akamatsu, M. Ohshima and W. Yang, "Industrial application of a nonlinear model predictive control to polymerization reactors". *Control Engineering Practice*, 9(8), 2001.
- [11] 11. W. Garcia-Gabin and E.F. Camacho, "Sliding mode model based predictive control for non minimum phase systems". In 2003 European Control Conference (ECC) (pp. 904-909). IEEE, 2003.
- [12] 12. K. Guemghar, B. Srinivasan, P. Mullhaupt, and D. Bonvin, "Predictive control of fast unstable and nonminimum-phase nonlinear systems". In Proceedings of the 2002 American Control Conference (IEEE Cat. No. CH37301) (Vol. 6, pp. 4764-4769). IEEE, 2002.
- [13] 13. J. Richalet, A. Rault, J.L Testud, and J. Papon, "Model predictive heuristic control" *Automatica (journal of IFAC)*, 14(5), 413-428, 1978.
- [14] 14. C.R Cutler and B.L Ramaker, "Dynamic matrix control—a computer control algorithm", in AICHE 86th National Meeting, 1979.
- [15] 15. D.E Seborg, "A perspective on advanced strategies for process control (revisited)". In *Advances in Control* (pp. 103-134). Springer, London, 1999.
- [16] 16. D. Kouzoupis, G. Frison, A. Zanelli and M. Diehl, "Recent advances in quadratic programming algorithms for nonlinear model predictive control", *Vietnam Journal of Mathematics*, 46(4), 863-882, 2018.
- [17] 17. M. Morari and J.H Lee, "Model predictive control: past, present and future". *Computers & Chemical Engineering*, 23(4-5), 667-682, 1999.
- [18] 18. F. Allgöwer and A. Zheng, "Nonlinear model predictive control" (Vol. 26). Birkhäuser, 2012.
- [19] 19. F. Giri, F and E. W. Bai, "Block-oriented nonlinear system identification" (Vol. 1, pp. 0278-0046). London: springer, 2010.
- [20] 20. S. A. Billings and S. Y. Fakhouri, "Identification of nonlinear systems using the Wiener model". *Electronics letters*, 13(17), 502-504, 1977.
- [21] 21. S. A. Billings and S. Y. Fakhouri, "Non-linear system identification using the Hammerstein model". *International Journal of Systems Science*, 10(5), 567-578, 1979.
- [22] 22. J. Zambrano, J. Sanchis, J. M. Herrero and M. Martínez, "WH-EA: an evolutionary algorithm for Wiener-Hammerstein system identification". *Complexity*, 2018.
- [23] 23. S. J. Norquay, A. Palazoglu, A and J. Romagnoli, "Model predictive control based on Wiener models". *Chemical Engineering Science*, 53(1), 75-84, 1998.
- [24] 24. J. C. Gomez, A. Jutan and E. Baeyens, E. Wiener model identification and predictive control of a pH neutralisation process. *IEE Proceedings- Control theory and applications*, 151(3), 329-338, 2004
- [25] 25. K. P. Fruzzetti, A. Palazoğlu and K. A. McDonald. Nonlinear model predictive control using Hammerstein models. *Journal of process control*, 7(1), 31-41, 1997.
- [26] 26. L. Wang, "Model predictive control system design and implementation using MATLAB®". Springer Science & Business Media, 2009.
- [27] 27. M. Kazemi and M.M. Arefi, "A fast iterative recursive least squares algorithm for Wiener model identific



