

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO

CARRERA INGENIERÍA MECÁNICA

TRABAJO DE TITULACIÓN PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE  
INGENIERO MECÁNICO

TEMA:

ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE ENGRANES  
RECTOS DE MATERIAL AISI 1040 Y 4140 SOMETIDOS A FATIGA  
MEDIANTE SIMULACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS.

AUTOR:

DIEGO MARCELO MORALES GUAÑUNA

TUTOR

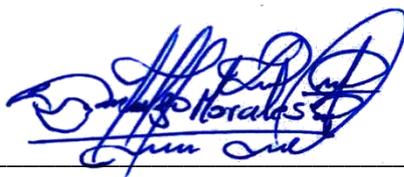
NANCY VERÓNICA MORENO DIAGO

QUITO, agosto 2021

## CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, **Diego Marcelo Morales Guañuna**, con documentos de identificación N° **1722865639**, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del trabajo de titulación: **ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE ENGRANES RECTOS DE MATERIAL AISI 1040 Y 4140 SOMETIDOS A FATIGA MEDIANTE SIMULACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS**, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Mecánico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.



---

**Diego Marcelo Morales Guañuna**

C.I 1722865639

Quito, agosto del 2021

## DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A

Yo, declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el Proyecto Técnico: ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE ENGRANES RECTOS DE MATERIAL AISI 1040 Y 4140 SOMETIDOS A FATIGA MEDIANTE SIMULACIÓN POR ELEMENTOS FINITOS, realizado por Diego Marcelo Morales Guañuna, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana, para ser considerado como trabajo final de titulación.

Quito, agosto del 2021



---

Ing. Nancy Verónica Moreno Diago.

C.I. 1758355307

## **DEDICATORIA**

El final siempre es el inicio de una nueva historia, con la bendición de Dios y el esfuerzo y dedicación de mi padre Marcelo y mi madre María Lourdes que siempre estarán ahí para apoyarme, las enseñanzas que recibí de mi padre, mentor y amigo desde pequeño los cuales basados en el esfuerzo la lucha, el trabajo duro y el “mañana será otro día”, quedaron grabados en mí y me formaron como persona por todo ello desde lo más profundo de mi gracias, a mis hermanos: Mauricio, Gabriela, Janeth, Mishel, Ariel, Ian, que siempre estuvieron ahí para apoyarme, espero que este esfuerzo sea la huella que marque un camino a las futuras generaciones de nuestra familia.

Este trabajo va dedicado a todos ustedes que siempre me acompañaron en este duro camino gracias.

*Diego Morales*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco a los docentes de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Universidad Politécnica Salesiana, que se preocuparon por el estudiante, por formar buenos profesionales, por sus consejos y guía, a mi tutora de proyecto de titulación Ing. Nancy verónica Moreno Diago que me ayudó a llevar a cabo este trabajo.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR.....	i
DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A.....	i
DEDICATORIA .....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	iii
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	iv
ÍNDICE DE TABLAS .....	x
ÍNDICE DE FIGURAS .....	xii
RESUMEN.....	xiv
ABSTRACT .....	xv
INTRODUCCIÓN .....	1
ANTECEDENTES.....	2
CAPÍTULO I.....	3
DEFINICIÓN DE ENGRANES .....	3
1. Definición de engranes.....	3
1.1. Características.....	3
1.1.1. Razón de contacto (mp) .....	3
1.1.2. Paso circular (p).....	3
1.1.3. Paso diametral (P).....	3
1.1.4. Módulo (m):.....	4
1.1.5. Diámetro primitivo (Dp).....	4
1.1.6. Diámetro exterior (De).....	4
1.1.7. Ángulo de presión.....	4
1.1.8. Holgura .....	4
1.1.9. Addendum o altura de cabeza (a) .....	4
1.1.10. Dedendum o altura de pie (b) .....	4

1.2. Materiales de construcción .....	5
1.2.1. Hierros fundidos para la fabricación de engranes.....	5
1.2.2. Bronces para la fabricación de engranes.....	6
1.2.3. Aceros para la fabricación de engranes .....	6
1.3. Manufactura de engranes.....	7
1.3.1. Maquinado .....	8
1.3.2. Procesos de acabado .....	8
1.4. Calidad de engrane .....	9
1.4.1. Tratamiento térmico.....	10
1.4.2. Aceros endurecidos en forma superficial.....	10
1.4.3. Carburización y nitruración .....	11
1.4.4. Acero AISI/SAE 1040 .....	12
1.4.4.1 Composición química del acero AISI/SAE 1040.....	12
1.4.4.2 Efectos de los elementos de aleación .....	13
1.4.4.3 Aplicación de acero AISI/SAE 1040.....	13
1.4.5. Acero AISI/SAE 4140 .....	13
1.4.5.1 Composición química del acero AISI/SAE 4140.....	14
1.4.5.2 Efectos de los elementos de aleación .....	14
1.4.5.3 Aplicación de acero AISI/SAE 4140.....	15
1.5. Funcionamiento .....	15
1.5.1. Aumento de velocidad .....	15
1.5.2. Aumento de fuerza.....	16
1.5.3. Cambio de dirección .....	16
1.6. Aplicación en la mecánica.....	16
1.6.1. Bomba hidráulica.....	16
1.6.2. Reductor de velocidad .....	17
1.6.3. Perfiladora de rodillos.....	17

1.7. Esfuerzo en los engranes .....	18
1.7.1. Falla .....	19
1.7.2. Fallas superficiales.....	19
1.7.3. Falla por fatiga superficial .....	19
1.7.4. Falla por fatiga por contacto .....	19
1.7.5. Falla por fatiga por flexión .....	19
1.7.6. Fractura .....	20
1.8. Norma AGMA para engranajes.....	20
1.9. Resistencia del material de engranes según AGMA .....	20
1.9.1. Campo de aplicación.....	20
1.9.2. Tensión de contacto, $\sigma_H$ .....	21
1.9.2.1 Coeficiente elástico, $Z_E$ .....	22
1.9.2.2 Fuerza tangencial, $F_t$ .....	22
1.9.2.3 Factor de sobrecarga, $K_o$ .....	23
1.9.2.4 Factor dinámico, $K_v$ .....	23
1.9.2.5 Factor de geometría por picadura, $Z_I$ .....	24
1.9.2.6 Factor de la condición superficial, $Z_R$ .....	24
1.9.2.7 Factor de tamaño, $K_s$ .....	25
1.9.2.8 Factor de distribución de carga, $K_H$ .....	25
1.9.2.9 Cálculo del factor de seguridad ( $F_s$ ).....	27
1.9.3. Tensión de flexión, $\sigma_F$ .....	27
1.9.3.1 Factor de espesor, $K_B$ .....	28
1.9.3.2 Factor de Geométrico, $Y_J$ .....	28
1.9.3.3 Modulo transversal, $mt$ .....	29
1.9.3.4 Cálculo del coeficiente de seguridad.....	29
1.10. Lubricación en los engranes .....	30
CAPÍTULO II .....	31

DIMENSIONAMIENTO.....	31
2. Dimensionamiento .....	31
2.1. Cálculo de engranajes.....	31
2.1.1. Tensión de contacto, $\sigma_H$ .....	33
2.1.1.1 Coeficiente elástico del piñón .....	33
2.1.1.2 Fuerza tangencial.....	34
2.1.1.3 Factor de sobrecarga del piñón.....	34
2.1.1.4 Factor dinámico .....	35
2.1.1.5 Factor de geometría por picadura de piñón .....	35
2.1.1.6 Factor de condición superficial del piñón .....	35
2.1.1.7 Factor de tamaño piñón .....	36
2.1.1.8 Factor de distribución de carga de piñón.....	36
2.1.2. Resistencia a la fatiga superficial del piñón.....	37
2.1.2.1 Factor de vida superficial $CL$ .....	37
2.1.2.2 Factor de dureza $CH$ .....	38
2.1.2.3 Factor de temperatura $CT$ .....	38
2.1.2.4 Factor de confiabilidad $CR$ .....	39
2.1.2.5 Resistencia a la fatiga superficial AGMA $Sfc'$ .....	39
2.1.2.6 Factor de seguridad del piñón $Fs$ .....	41
2.1.3. Tensión de contacto y esfuerzo de contacto en el engrane .....	41
2.1.4. Tensión de flexión del piñón .....	44
2.1.4.1 Factor de espesor .....	44
2.1.4.2 Factor geométrico del piñón.....	44
2.1.4.3 Modulo Transversal.....	44
2.1.5. Resistencia corregida de fatiga por flexión del piñón.....	45
2.1.5.1 Factor de vida $KL$ .....	46
2.1.5.2 Factor de temperatura $KT$ .....	47

2.1.5.3	Factor de confiabilidad <b><i>KR</i></b> .....	47
2.1.5.4	Resistencia a la fatiga por flexión publicada por AGMA <b><i>Sfb'</i></b> .....	47
2.1.5.5	Factor de seguridad del piñón <b><i>Fs</i></b> .....	49
2.1.6.	Tensión de flexión y resistencia a la fatiga en el engrane .....	49
CAPÍTULO III .....		52
MÉTODO DE ELEMENTO FINITOS .....		52
3.	Elementos finitos.....	52
3.1.	Tipos de elementos .....	52
3.2.	Orden del elemento.....	53
3.3.	Aplicación del método de elemento finito.....	54
3.4.	Mallado.....	56
3.4.1.	Densidad de la malla.....	57
3.4.2.	Refinamiento de la malla .....	57
3.4.3.	Convergencia .....	58
3.4.4.	Condiciones de frontera .....	59
3.4.5.	Criterio para la evaluación de calidad de malla .....	60
3.4.6.	Criterios de análisis por elementos finitos en engranes rectos .....	60
CAPÍTULO IV .....		62
SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS .....		62
4.	ANSYS Mechanical .....	62
4.1.	Simulación de engranes rectos .....	62
4.1.1.	Generación del modelo mediante SolidWorks .....	62
4.1.2.	Introducción del modelo, material .....	64
4.1.3.	Condiciones de contorno. ....	67
4.1.3.1	Generación de la Malla.....	67
4.1.3.2	Cargas aplicadas .....	68
4.1.3.3	Resultados .....	70

CONCLUSIONES .....	76
Recomendaciones.....	77
LISTA DE REFERENCIAS .....	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
ANEXOS	

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Aleantes principales según AISI/SAE. ....	7
<b>Tabla 2.</b> Calidad del engrane según el método manufactura[4]. ....	9
<b>Tabla 3.</b> Números de calidad del engrane recomendados por la AGMA[4]. ....	9
<b>Tabla 4.</b> Números recomendados de calidad del engrane .....	10
<b>Tabla 5.</b> Propiedades mecánicas del acero AISI/SAE 1040[18]–[20]. ....	12
<b>Tabla 6.</b> Propiedades mecánicas del acero AISI/SAE 1045[21]. ....	12
<b>Tabla 7.</b> Valores promedio en porcentaje de composición química [17],[22]. ....	13
<b>Tabla 8.</b> Valores promedio en porcentaje de composición química AISI 1045[21].	13
<b>Tabla 9.</b> Propiedades mecánicas del acero AISI/SAE 4140[24]. ....	14
<b>Tabla 10.</b> Valores promedio en porcentaje de composición química[24]. ....	14
<b>Tabla 11.</b> Características principales de un motorreductor .....	18
<b>Tabla 12.</b> Factor de sobrecarga $K_o$ [38]. ....	23
<b>Tabla 13.</b> Valores sugeridos de Factores de Distribución de carga[38]. ....	26
<b>Tabla 14.</b> Módulo .....	31
<b>Tabla 15.</b> Diámetro primitivo .....	31
<b>Tabla 16.</b> Numero de dientes .....	31
<b>Tabla 17.</b> Diámetro exterior .....	32
<b>Tabla 18.</b> Diámetro interior .....	32
<b>Tabla 19.</b> Addendum .....	32
<b>Tabla 20.</b> Dedendum .....	32
<b>Tabla 21.</b> Altura del diente .....	32
<b>Tabla 22.</b> Paso circular .....	32
<b>Tabla 23</b> Inter eje .....	33
<b>Tabla 24.</b> Módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson. ....	33
<b>Tabla 25.</b> Coeficiente elástico de material AISI 1040 Y 4140. ....	34
<b>Tabla 26</b> Tensión de contacto AISI 1040 y AISI 4140. ....	36
<b>Tabla 27.</b> Factor de confiabilidad[4]. ....	39
<b>Tabla 28.</b> Resistencia a la fatiga superficial de material AISI 1040 Y 4140. ....	40
<b>Tabla 29.</b> Esfuerzo por contacto del piñón de material AISI 1040 y 4140. ....	40
<b>Tabla 30.</b> Factor de seguridad del piñón de material AISI 1040 y 4140. ....	41
<b>Tabla 31.</b> Tensión de contacto y esfuerzo de contacto del engrane y factor de seguridad de material AISI 1040 .....	42

<b>Tabla 32.</b> Tensión de contacto y esfuerzo de contacto del engrane y factor de seguridad de material AISI 4140 .....	43
<b>Tabla 33.</b> factor de confiabilidad $KR[4]$ . .....	47
<b>Tabla 34.</b> Resistencia a la fatiga por flexión de materiales AISI 1040 Y 4140. ....	48
<b>Tabla 35.</b> Tensión de flexión y resistencia a la fatiga y factor de seguridad de material AISI 1040.....	50
<b>Tabla 36.</b> Tensión de flexión y resistencia a la fatiga y factor de seguridad de material AISI 4140.....	51
<b>Tabla 37.</b> Valores introducidos en el programa SolidWorks. ....	62
<b>Tabla 38.</b> Tensión de contacto Material AISI 1040 Y 4140 .....	72
<b>Tabla 39.</b> Porcentaje de variación de resultados de tensión de contacto según la metodología de AGMA y análisis por ANSYS. ....	73
<b>Tabla 40.</b> Tensión de flexión de material AISI 1040 Y 4140. ....	75
<b>Tabla 41.</b> Porcentaje de variación de resultados de tensión de flexión según la metodología de AGMA y análisis por ANSYS .....	75

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Partes principales de un engrane recto [5].	5
<b>Figura 2.</b> Estructura de la nomenclatura AISI-SAE[11].	6
<b>Figura 3.</b> Estación de perfiladora tipo botella	17
<b>Figura 4.</b> Motorreductor lineal [32].	18
<b>Figura 5.</b> Factor dinámico $K_v$ [2].	24
<b>Figura 6.</b> Distribución de la carga en el ancho de la cara del engranaje [39]	26
<b>Figura 7.</b> Factor por adelgazamiento de rueda dentada[39].	28
<b>Figura 8.</b> Factor geométrico para la resistencia a la flexión[5].	29
<b>Figura 9.</b> Factor de vida de la AGMA para resistencia superficial a la fatiga $CL$ [4].	38
<b>Figura 10.</b> Resistencia a la fatiga superficial[4].	39
<b>Figura 11.</b> Factor de vida $KL$ de resistencia a la flexión[4].	46
<b>Figura 12.</b> Resistencia a la fatiga por flexión[4].	47
<b>Figura 13.</b> Elementos finitos comunes[4]	53
<b>Figura 14.</b> Diagrama de cuerpo libre del elemento[4]	54
<b>Figura 15.</b> Malla de 2 elementos y 3 nodos[4].	55
<b>Figura 16.</b> Mallado de engranes rectos	58
<b>Figura 17.</b> Densidad de malla de engranes rectos.	58
<b>Figura 18.</b> Refinamiento y convergencia[4]	59
<b>Figura 19.</b> Generador de engranes.	63
<b>Figura 20.</b> Engrane y piñón.	63
<b>Figura 21.</b> Dimensiones generales piñón-engrane.	64
<b>Figura 22.</b> Tool Box de ANSYS	65
<b>Figura 23.</b> Cuadro de geometría ANSYS.	65
<b>Figura 24.</b> Inserción de propiedades de material AISI 1040.	66
<b>Figura 25.</b> Inserción de propiedades de material AISI 4140.	66
<b>Figura 26.</b> Geometría piñón y engrane.	66
<b>Figura 27.</b> Mallado de piñón y engrane.	67
<b>Figura 28.</b> Distribución de mallado.	68
<b>Figura 29.</b> Densidad de malla.	68
<b>Figura 30.</b> Carga y restricciones para un análisis estático a flexión.	68
<b>Figura 31.</b> Carga y restricciones para un análisis estático a contacto.	69
<b>Figura 32.</b> Esfuerzo de tensión y compresión en el engrane.	69

<b>Figura 33</b> Refinamiento de malla para un tamaño de 1,5. ....	70
<b>Figura 34</b> Refinamiento de malla para un tamaño de 0,9. ....	70
<b>Figura 35</b> Refinamiento de malla para un tamaño de 0,3. ....	70
<b>Figura 36.</b> Esquema general del análisis piñón engrane. ....	71
<b>Figura 37.</b> Esfuerzo de Von mises piñón-contacto de material AISI 1040.....	71
<b>Figura 38.</b> Esfuerzo de Von mises piñón-contacto de material AISI 4140.....	72
<b>Figura 39.</b> Variación de resultados por contacto mediante refinamiento de malla de material AISI 1040 y 4140.....	73
<b>Figura 40.</b> Esfuerzo de Von mises piñón-flexión de material AISI 1040.....	74
<b>Figura 41.</b> Esfuerzo de Von mises piñón-flexión de material AISI 4140.....	74
<b>Figura 42.</b> Variación de resultados por flexión mediante refinamiento de malla de material AISI 1040 y 4140.....	75

## RESUMEN

El presente documento hace referencia al análisis de engranes rectos sometidos a fatiga mediante la metodología de las ecuaciones de AISI/AGMA 2001-D04, por lo cual se realiza el modelo analítico centrado en las tensión de contacto y tensión de flexión ocasionados por la carga a la que está siendo sometido. Mediante el Toolbox de SolidWorks se crea la geometría del engrane importando en formato .IGES al software de ANÁLISIS POR ELEMENTOS FINITOS (FEA) de ANSYS que mediante su versatilidad en cuanto al manejo y la variación de materiales permite realizar un estudio utilizando el criterio de mallado tipo cuadrilátero y triangular con una calidad de 0,9 y 0,3 respectivamente, lo cual proporcionó resultados de los esfuerzos máximos de Von Misses que en comparación de los resultados obtenidos por AGMA muestra una variación promedio del 20% este valor está justificado debido que ANSYS no toma en cuenta los factores de corrección utilizado por AGMA.

**Palabras clave:** esfuerzo, flexión, fatiga, engranes

## **ABSTRACT**

This document refers to the analysis of spur gears subjected to fatigue using the methodology of the equations of AISI / AGMA 2001-D04, for which the analytical model is carried out focused on the contact stress and bending stress caused by the load at the one that is being subjected. Using the SolidWorks Toolbox, the geometry of the gear is created by importing in .IGES format to the ANSYS FINITE ELEMENTS ANALYSIS (FEA) software which, thanks to its versatility in terms of handling and the variation of materials, allows a study to be carried out using meshing criteria Quadrilateral and triangular type with a quality of 0.9 and 0.3 respectively, which provided results of the maximum efforts of Von Misses, which in comparison to the results obtained by AGMA shows an average variation of 15%, this value is justified because ANSYS does not take into account the correction factors used by AGMA

**Keywords:** stress, flex fatigue, gears.

## INTRODUCCIÓN

En la actualidad, todos los sistemas de diseño de engranes están basados en los estándares de AGMA para el diseño, debido a que los procesos convencionales exigen tiempos muy largos en cuanto al diseño y fabricación de un engrane típico optimizado.

Un engranaje es una pieza fundamental en el funcionamiento de las máquinas generadoras de movimiento, por lo que se requiere observar el punto crítico al cual está sometido el elemento, encontrando los posibles fallos que pueden generarse con los diferentes tipos de materiales de construcción.

Uno de los aceros al carbono medio utilizado para la elaboración de elementos de máquina, así como ejes, espárragos, pernos y engranajes denominado AISI/SAE 1040 usado generalmente en condiciones normalizadas lo que lo hace apto para condiciones de torsión y esfuerzo de fatiga, otro de los aceros utilizados en la industria es el acero AISI/SAE 4140 el cual posee una aleación al cromo-molibdeno lo que le atribuye una alta resistencia mecánica y templabilidad, buena tenacidad y maquinabilidad que soporta cargas de torsión y esfuerzos de fatiga utilizado para la elaboración de ejes, pasadores, cigüeñales y engranajes.

ANSYS al ser un programa que utiliza el método de elementos finitos para resolver elementos de ingeniería, nos permite aplicar condiciones de borde acorde a la física que necesitamos emplear. El comportamiento en el engrane en la vida real es muy importante para la aplicación de estas condiciones, por otro lado, el mallado al ser una parte importante de la simulación se opta por utilizar elementos cuadriláteros y triangulares para reducir tiempos computacionales.

## ANTECEDENTES

Desde hace mucho tiempo se han realizado diferentes pruebas dirigidas a la aplicación en la industria en cuanto al material a utilizar para su fabricación. Esto se ve reflejado en los costos y tiempo de mecanizado de este, por lo que para diferentes aplicaciones existe una gran variedad de materiales los cuales por sus propiedades mecánicas cumplen las necesidades de la máquina.

En Ingeniería Mecánica se ha impulsado el desarrollo de una área llamada Ingeniería Asistida por Computadora (CAE), que es una herramienta que poya al diseñador en los cálculos, estudios y simulaciones de sistemas Estáticos y Dinámicos basado en el uso de un software computacional que permiten generar geometrías complejas y análisis de piezas, los cuales están complementados con la aplicación del método de elementos finitos MEF y análisis por elementos finitos FEA por lo que, se obtendrá una reducción significativa en cuanto al tiempo de diseño y fabricación.

El objetivo general consiste en analizar el comportamiento de engranes rectos en material AISI 1040 Y 4140 sometidos a fatiga mediante simulación por elementos finitos.

Los objetivos específicos consisten en:

- Determinar en base a las ecuaciones de la norma AGMA datos que permitan el análisis esfuerzo por flexión y esfuerzo por contacto en engranes rectos.
- Analizar el comportamiento mecánico de engranes rectos en base los dos tipos de materiales propuestos.
- Validar el comportamiento mecánico mediante simulación en software especializado.
- Evaluar resultados de acuerdo con el comportamiento de cada material.
- Comparar los resultados obtenidos en base a las ecuaciones de la norma AGMA, así como en simulación por elementos finitos.

# CAPÍTULO I

## DEFINICIÓN DE ENGRANES

### 1. Definición de engranes

Al mecanismo utilizado para la transmisión de movimiento entre las distintas partes o elementos de una máquina se le denomina engranaje.[1] los cuales son definidos como elementos dentados clasificados según su magnitud denominando al de mayor magnitud como engranaje y al de menor magnitud como piñón.[2][3]

#### 1.1. Características

La transmisión de movimiento en los engranajes tiende a ser una de las principales aplicaciones, dicho movimiento producido desde el eje de una fuente de energía puede estar dado por medio de un motor de combustión interna o a su vez un motor eléctrico que transmitirá movimiento a otro eje situado a una cierta distancia el cual realizara un trabajo.[1]

Entre los diferentes medios de transmisión de potencia mecánica (como engranes, bandas y cadenas), los engranes suelen ser los más resistentes y duraderos. Por lo que en la transmisión de potencia su eficiencia se coloca por encima del 98%. [2]

Existe mucha terminología especializada para la designación de las partes de un engranaje, por lo que es importante llamar y conocer a dichos términos por su nombre correcto.[4]

##### 1.1.1. Razón de contacto (mp)

Permite evaluar el número de dientes en contacto.[4]

##### 1.1.2. Paso circular (p)

El paso circular define el tamaño del diente, el cual según la designación es la longitud de arco en el círculo de paso que se mide desde un punto designado del diente hasta el punto análogo en el diente contiguo.[4]

##### 1.1.3. Paso diametral (P)

Se designa como la relación del número de dientes en el engrane respecto al diámetro de paso expresado en dientes por pulgadas debido a que el paso diametral es utilizado mediante las unidades del sistema inglés.

#### **1.1.4. Módulo (m):**

El módulo establece el índice de tamaño de los dientes en unidades del sistema internacional. Por lo que se denomina como la relación entre el diámetro de paso con el número de dientes empleando comúnmente la unidad de longitud en milímetros.[5]

#### **1.1.5. Diámetro primitivo (Dp)**

Relaciona el número de dientes y el módulo del engranaje. Es un elemento importante debido a que es la base en el cálculo de las transmisiones.[6]

#### **1.1.6. Diámetro exterior (De)**

Es denominado como el diámetro total medido diametralmente desde la punta de un diente a su opuesto, Su valor depende del número de dientes, modulo y ángulo primitivo.[6]

#### **1.1.7. Ángulo de presión**

El ángulo de presión  $\phi$  en un engranaje está definido mediante la dirección de la velocidad en el punto de paso y el ángulo conformado entre la línea de acción (normal). La dirección de giro del engrane impulsado establece los grados que gira la línea de acción en grados.[4]

#### **1.1.8. Holgura**

Se define como la diferencia que existe entre el dedendo y adendo o a su vez como la medida del juego generado por los dientes engranados a lo largo del diámetro de paso.[4]

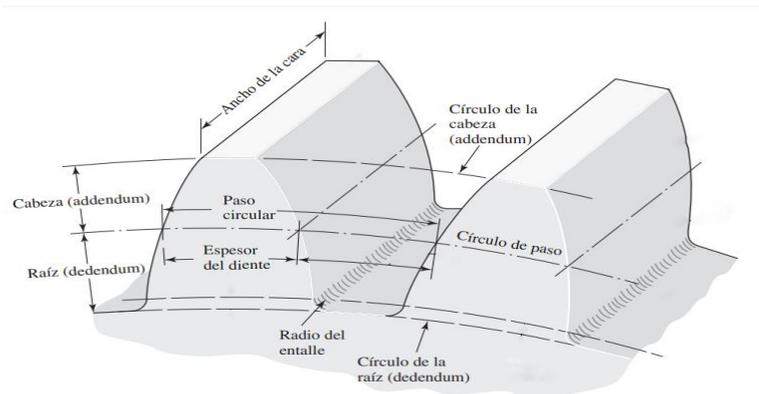
#### **1.1.9. Addendum o altura de cabeza (a)**

Es la diferencia entre el diámetro exterior y el círculo de paso del engrane.[7]

#### **1.1.10. Dedendum o altura de pie (b)**

Es la diferencia entre el círculo de paso y diámetro interior del engrane.[7]

La figura 1 muestra las partes principales de un engrane recto.



**Figura 1.** Partes principales de un engrane recto [5].

## 1.2. Materiales de construcción

Los engranajes pueden fabricarse de una amplia variedad de materiales para obtener las propiedades requeridas de acuerdo con la aplicación a la cual estará sometido.[8]

En la producción de engranajes es indispensable que los componentes de fabricación presenten una alta resistencia y un óptimo comportamiento frente a la fatiga, debido a que estos deben soportar cargas estáticas, así como dinámicas. Además, se recomienda materiales los cuales puedan ser fácilmente mecanizables y posean un coeficiente de fricción relativamente bajo.[9]

Desde el punto de vista del diseño mecánico, las principales características que se requieren en la constitución de un engranaje es la resistencia y la durabilidad, es decir la resistencia al desgaste, otros aspectos a considerar son: costo, resistencia a la corrosión y precio.[8]

### 1.2.1. Hierros fundidos para la fabricación de engranes

Para la fabricación de engranes se emplean tres tipos de hierros los cuales son: hierro nodular (en ocasiones es denominado hierro dúctil), hierro gris fundido y hierro maleable[10]. Los hierros fundidos grises debido a las inclusiones de grafito que presentan en su composición poseen características tales como: alta resistencia al desgaste, fácil maquinado, amortiguamiento interno, bajo costo de producción, por lo que producen menor ruido en comparación a los engranes de acero. Una desventaja de este tipo de acero es su baja resistencia a la tensión, además que para aumentar la resistencia a la flexión se exige dientes más grandes de los que se utilizan en los engranes de acero.[4]

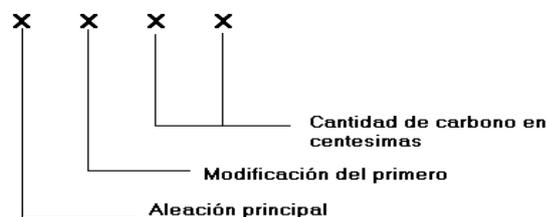
### 1.2.2. Bronces para la fabricación de engranes

Para la fabricación de este tipo de engranes se utilizan cuatro tipos de bronce: bronce con fósforo o estaño, bronce con sílice, bronce con manganeso y bronce con aluminio.[10] Debido a su bajo módulo de elasticidad este tipo de aleación permite una mayor deflexión por lo que mejora la distribución de la carga entre los dientes. Siendo los metales no ferrosos empleados comúnmente en la elaboración de engranes. Para algunas aplicaciones con frecuencia se utiliza una combinación de acero para el piñón y bronce para el engrane debido a que los aceros y bronce funcionan bien juntos.[4]

### 1.2.3. Aceros para la fabricación de engranes

Poseen una mayor resistencia a la tensión en comparación a los hierros fundidos, la variación de las aleaciones con pequeñas cantidades de otros materiales lo hacen un material idóneo para diferentes aplicaciones, así como un costo competitivo frente a otros materiales. Para la obtención de una dureza superficial que resista al desgaste se debe recurrir a el tratamiento térmico.[4] Se utilizan comúnmente en la elaboración de elementos mecánicos, cajas reductora de velocidad y transmisiones de movimiento para trabajos catalogados entre medio y pesado[8].

La designación utilizada por AISI/SAE muestra el empleo de cuatro dígitos que indican la designación de aceros al carbono y aceros aleados. Siendo el primer dígito la aleación principal, el segundo dígito muestra una modificación del primero mientras que los dos últimos representan el porcentaje de carbono presente en la aleación.[11] como se muestra en la figura 2.



**Figura 2.** Estructura de la nomenclatura AISI/SAE[11].

La tabla 1 muestra las principales aleaciones designadas por la norma AISI/SAE la cual establece nueve tipos, identificados con un dígito del 1 al 9.

**Tabla 1.** Aleantes principales según AISI/SAE.

<b>Designación AISI/SAE</b>	<b>Aleación Principal</b>
<b>1XXX</b>	Carbono
<b>2XXX</b>	Níquel
<b>3XXX</b>	Níquel-Cromo
<b>4XXX</b>	Molibdeno
<b>5XXX</b>	Cromo
<b>6XXX</b>	Cromo-Vanadio
<b>7XXX</b>	Tungsteno-Cobalto
<b>8XXX</b>	Níquel-Cromo-Molibdeno
<b>9XXX</b>	Manganeso-Silicio

Elaborado por: Diego Morales.

Se puede mencionar una amplia gama de aceros al carbono y aceros con aleaciones que son utilizados en la industria entre los cuales tenemos los siguiente materiales:

- **AISI 1020**
- **AISI 1040**
- **AISI 1050**
- **AISI 3140**
- **AISI 4140**
- **AISI 4150**
- **AISI 4340**
- **AISI 6150**

### **1.3. Manufactura de engranes**

El formado y maquinado son dos categorías que está dentro del manufacturado de engranes los cuales utilizan una variedad de métodos para su fabricación.

El método de maquinado está dividido en rectificado y acabado mientras tanto el formado se refiere a las operaciones de moldeado, vaciado, rolado o extrusión de los perfiles de dientes los cuales están realizados con materiales fundidos, ligeramente calentados o en polvo.

El rectificado y el acabado son dos técnicas que se emplean en la remoción de material que se utiliza para esmerilar o cortar el perfil del diente a temperatura ambiente. Un

engrane al no requerir mucha precisión se somete a la técnica de rectificado el cual se emplea con frecuencia sin aplicar ninguna operación de acabado posterior. Cuando se requiere un acabado de alta precisión y funcionamiento suave, puede estar justificado el costo adicional que ocasiona este tipo de operaciones el cual se denominaría un acabado secundario, lo que se debería tomar en cuenta es que los procesos de esmerilado (rectificado) en una aplicación real crean un diente liso y preciso.[4]

### **1.3.1. Maquinado**

En las máquinas para la transmisión de potencia se utilizan en su mayoría engranes metálicos que se obtiene mediante un proceso maquinado esto a partir de bloques vírgenes vaciados, rolados o a su vez forjados en caliente. Para los procesos de acabado se incluye el cepillado, esmerilado, pulido o afilado.

### **1.3.2. Procesos de acabado**

Los procesos de acabado por lo general remueven poco o ningún material, estas operaciones tienden a mejorar la precisión dimensional del engrane, el acabado superficial o dureza.

- **Cepillado:** se basa netamente en corregir los errores que se ocasionan en el perfil, mejorando significativamente el acabado mediante el proceso de cepillado de precisión dicho proceso se basa en la remoción de pequeñas cantidades de material de un engrane rectificado.
- **Esmerilado:** generalmente se emplea un esmeril controlado por computadora que pasa sobre la superficie maquinada de los dientes del engrane, esto para eliminar los excedentes de material y aumentar la precisión en cuanto al acabado superficial. Los engranes al ser endurecidos mediante un proceso de tratamiento térmico presentan distorsiones en cuanto a sus dimensiones finales por lo que se puede utilizar el proceso de esmerilado para corregir dichas distorsiones.
- **Pulido y afilado** Este tipo de proceso mejora la precisión y el acabado superficial mediante una herramienta en forma de engrane o a su vez por un engrane impregnado por un abrasivo que cumplen la función de desbastar la superficie.[4]

#### 1.4. Calidad de engrane

El índice de calidad del engrane que muestra la tabla 2 está determinado por el método de manufactura.

**Tabla 2.** Calidad del engrane según el método manufactura[4].

Método de manufactura	Intervalo de índice de calidad
Formados normalmente	3 a 4
Métodos de rectificado	5 a 7
Acabado de cepillado o esmerilado	8 a 11

Elaborado por: Diego Morales.

Para alcanzar índices de calidad elevados se recurre a los procesos de afilado y pulido, no obstante, el costo del engrane está relacionado directamente con la calidad.

Para varias aplicaciones comunes de engranes se muestra en la tabla 3 los índices de calidad recomendados por AGMA.

**Tabla 3.** Números de calidad del engrane recomendados por la AGMA[4].

Aplicación	Calidad, $Q_v$
Tambor impulsor en una mezcladora de cemento	3 – 5
Horno de cemento	5 – 6
Impulsor de acero de un molino	5 – 6
Cosechadoras de maíz	5 – 7
Grúas	5 – 7
Perforadora a presión	5 – 7
Correa transportadora en minería	5 – 7
Máquina para fabricar cajas de papel	6 – 8
Mecanismo de un medidor de gas	7 – 9
Taladro de baja potencia	7 – 9
Lavadora de ropa	8 – 10
Prensa impresora	9 – 11
Mecanismo de computadoras	10 – 11
Transmisión automotriz	10 – 11
Impulsor de antena de radar	10 – 12
Impulsor de propulsión marina	10 – 12
Impulsor de motor de avión	10 – 13
Giroscopio	12 – 14

Elaborador por: Diego Morales.

La velocidad lineal en el punto de paso presentes en los dientes de los engranes, es otra forma de seleccionar un índice de calidad adecuado, en la tabla 4 se muestra valores de calidad para un rango de velocidad de 0 a más de 4000 fpm.

**Tabla 4.** Índices de calidad del engrane basado en la velocidad en la línea de paso[4].

<b>Velocidad de paso</b>	<b>Calidad, <math>Q_v</math></b>
0–800 fpm	6–8
800–2000 fpm	8–10
2000–4000 fpm	10–12
Más de 4000 fpm	12–14

Elaborado por: Diego Morales.

#### **1.4.1. Tratamiento térmico**

Los engranes de acero sin tratamiento térmico son relativamente baratos, por lo que tiene baja capacidad de resistencia a la fatiga en la superficie[2].

Un tratamiento térmico modifica las propiedades mecánicas de un elemento este proceso está basado en el aumento de temperatura y enfriamiento los cuales realizan cambios estructurales en el material.[12]

La aplicación de un tratamiento térmico no modifica la composición química de los materiales, el cambio está presente en las propiedades mecánicas. Por lo que el objetivo de la aplicación de un tratamiento térmico es suministrar propiedades específicas y adecuadas a los materiales para su aplicación o uso final.[12]

Los engranes de acero con tratamiento térmico deber ser diseñados para resistir el alabeo por ello se prefieren los aceros de aleación y el acero templado en aceite[2].

#### **1.4.2. Aceros endurecidos en forma superficial**

Los engranes con capa endurecida o endurecimiento superficial se procesan por endurecimiento por flama, endurecimiento por inducción, carburización o nitruración[2].

Los dientes de los engranes al estar sometidos al contacto varios millones de veces durante su vida útil necesitan una elevada dureza y resistencia al desgaste. Por lo que, en muchos casos la superficie de la pieza debe poseer una gran dureza mientras que la pieza en bruto requerirá una resistencia moderada.[7]

El endurecimiento por flama es uno de los principales tratamientos aplicados al endurecimiento superficial, cuyo procedimiento se basa en el uso concentrado de una flama en una superficie o zona localizada que choca durante un tiempo controlado, para luego ser sumergida en un baño de agua o aceite. Es recomendable que la aplicación de la flama se produzca alrededor de todo el diente, las áreas de la raíz y el chaflán debido a ello el control del tiempo y la entrada de energía es fundamental, ya que, permite controlar la profundidad de calentamiento y la profundidad de la superficie.[10] Por otro lado, la rápida velocidad de enfriamiento aumenta la profundidad de endurecimiento, así como la dureza de la superficie, el objetivo es producir una dureza Rockwell C superficial en el intervalo de HRC 55 a 60 (dureza Brinell aproximada HB 550 a 650). La rápida velocidad de enfriamiento aumenta la profundidad de endurecimiento, así como la dureza de la superficie[7], [13].

### **1.4.3. Carburización y nitruración**

La carburación y la nitruración provocan modificaciones microestructurales, endurecimiento superficial y tensiones residuales de compresión en las capas superficiales. Estos tratamientos aumentan la resistencia a las cargas cíclicas provocadas por el contacto entre los dientes y por las cargas de flexión aplicadas a los dientes[14].

La alta temperatura de los procesos de carburación induce mayores distorsiones de los engranajes que conllevan un mecanizado posterior (normalmente rectificado) y la consiguiente reducción de la capa endurecida[15].

No es recomendable el uso del proceso de nitruración cuando la pieza o elemento presente cargas o choques excesivos debido a que se obtiene una superficie muy dura pero muy delgada por lo que su uso está dirigido a aplicaciones en la que las cargas sean ligeras.[10] La temperatura más baja de los tratamientos de nitruración permite que el proceso de acabado (normalmente esmerilado) se complete antes del tratamiento térmico, gracias a menores distorsiones. Sin embargo, la nitruración generalmente requiere tiempos de tratamiento más altos y produce profundidades de caja más bajas[15].

#### 1.4.4. Acero AISI/SAE 1040

Es un acero al carbono medio utilizado para aplicaciones estructurales relacionadas con la construcción donde las alteraciones de las propiedades son inevitables, generalmente se usa en condiciones normalizadas.[16]

Uno de los tratamientos térmicos de endurecimiento más utilizados para este tipo de material se basa en los procesos de temple y revenido (bonificado), posee una buena maquinabilidad, además responde fácilmente al temple en medios de alta severidad como el agua.[17]

Las propiedades mecánicas del acero AISI 1040 para un diámetro de 25mm,50mm y 100mm se muestran en la tabla 5.

**Tabla 5.** Propiedades mecánicas del acero AISI/SAE 1040[18]–[20].

<b>Diámetro [mm]</b>	<b>Límite de fluencia [N/mm<sup>2</sup>]</b>	<b>Resistencia a la tracción [N/mm<sup>2</sup>]</b>	<b>Elongación [%]</b>	<b>Resistencia al impacto [J]</b>
25	374	590	28	65
50	365	581	28	65
100	340	583	27	65

Elaborado por: Diego Morales.

En el Ecuador se suministra este tipo de acero como AISI 1045 con las siguientes propiedades mecánicas mostrados en la tabla 6.

**Tabla 6.** Propiedades mecánicas del acero AISI/SAE 1045[21].

<b>Diámetro [mm]</b>	<b>Límite de fluencia [N/mm<sup>2</sup>]</b>	<b>Resistencia a la tracción [N/mm<sup>2</sup>]</b>	<b>Elongación [%]</b>	<b>Resistencia al impacto [J]</b>
32	370	650	15	55

Elaborado por: Diego Morales.

##### 1.4.4.1 Composición química del acero AISI/SAE 1040

Los resultados porcentuales de los elementos aleantes presentes tienen la finalidad de conocer la composición del acero, así como su aplicación, en la tabla 7 se muestra el porcentaje de elementos presentes en el acero AISI 1040.

**Tabla 7.** Valores promedio en porcentaje de composición química [17],[22].

<b>AISI/SAE</b>	<b>% C</b>	<b>% S</b>	<b>% P</b>	<b>% Si</b>	<b>% Mn</b>
<b>1040</b>	0.37-0.44	0.04	0.04	(0.15-0.35)	0.60-0.90

Elaborado por: Diego Morales.

En el Ecuador se suministra este tipo de acero como AISI 1045 con los siguientes componentes químicos mostrados en la tabla 8.

**Tabla 8.** Valores promedio en porcentaje de composición química AISI 1045[21].

<b>AISI/SAE</b>	<b>% C</b>	<b>% S</b>	<b>% P</b>	<b>% Si</b>	<b>% Mn</b>
<b>1045</b>	0,43-0,50	0.05	0.04	0,20-0,40	0,60-0,90

Elaborado por: Diego Morales.

#### **1.4.4.2 Efectos de los elementos de aleación**

##### **a) Silicio**

Es conocido dentro de la metalurgia donde se lo utiliza como un desoxidante económico, la presencia de este elemento en la composición química del material permite aumentar la resistencia y tenacidad.[23]

##### **b) Manganeso**

El manganeso es un elemento que amplía la región austenítica del acero y motiva la generación de una microestructura martensítica. Por lo tanto, cada máximo de porcentaje en peso de manganeso indica la presencia de martensita [25].

#### **1.4.4.3 Aplicación de acero AISI/SAE 1040**

Es utilizado para la elaboración de elementos de máquinas, así como ejes, engranes, espárragos, pernos.

#### **1.4.5. Acero AISI/SAE 4140**

Es un material de baja aleación al cromo-molibdeno (Cr-Mo), este material posee una elevada resistencia mecánica y templeabilidad, buena tenacidad y maquinabilidad, debido a la presencia de la aleación de molibdeno es resistente a la fragilidad del revenido por lo que no necesita someterse a un tratamiento térmico posterior a no ser que la aplicación así lo exija y en ese caso el tratamiento térmico se lo realizará mediante un baño de aceite el cual elevara las propiedades mecánicas del material .[24], [25]

En la tabla 9 se muestran las propiedades mecánicas del acero AISI 4140 para un diámetro comprendido entre (16-40)mm y (40-100)mm.

**Tabla 9.** Propiedades mecánicas del acero AISI/SAE 4140.[24]

<b>Diámetro [mm]</b>	<b>Límite de fluencia [N/mm<sup>2</sup>]</b>	<b>Resistencia a la tracción [N/mm<sup>2</sup>]</b>	<b>Elongación [%]</b>	<b>Resistencia al impacto [J]</b>
16 a 40	750	1100 a 1200	11	35
40 a 100	650	900 a 1100	12	35

Elaborado por: Diego Morales.

#### **1.4.5.1 Composición química del acero AISI/SAE 4140**

Con la finalidad de obtener un resultado porcentual de los elementos aleantes del acero se muestra en la tabla 10 los valores promedio de la composición química del material cabe recalcar que cada elemento que es añadido a la composición básica del acero proporciona mejores propiedades de acuerdo con su aplicación.

**Tabla 10.** Valores promedio en porcentaje de composición química[24].

<b>AISI/SAE</b>	<b>% C</b>	<b>% Mn</b>	<b>% Si</b>	<b>% Ni</b>	<b>% Cr</b>	<b>% Mo</b>
<b>4140</b>	0.38-0.45	0.69-0.9	0.40	--	0.90-1.2	0.15-0.3

Elaborado por: Diego Morales

#### **1.4.5.2 Efectos de los elementos de aleación**

Los materiales aleantes que se encuentran en el acero AISI/SAE 4140 al estar conformados de diferentes porcentajes de elementos como lo son el Cr, Si, Mo y Mg elevan la resistencia a la torción, así como propiedades mecánicas y físicas. Mientras que el fósforo y el azufre al estar presentes en todo el acero son considerados como impurezas estos corresponden al 0.040% en todo el material.

##### **a. Cromo**

Los beneficios de este elemento son: elevar la resistencia al desgaste, dureza y templabilidad además de incrementar la resistencia a la corrosión, debido a que el elemento aleante ejerce una gran influencia sobre las propiedades físicas y mecánicas lo cual lo clasifican dentro de los aceros de baja aleación.[26]

##### **b. Molibdeno**

Es un elemento que tiende a formar carburos muy estables a temperaturas muy altas esto debido a que el elemento promueve la formación de ferrita evitando la transformación de martensítica.[27] Por lo que, debido a la presencia del elemento aleante se muestra un aumento de la eficiencia de la templabilidad en comparación al cromo además eliminando la fragilidad que produce el proceso de revenido.[28]

**c. Manganeso**

El manganeso es un elemento que amplía la región austenítica del acero y motiva la generación de una microestructura martensítica. Por lo tanto, cada máximo de porcentaje en peso de manganeso indica la presencia de martensita[27].

**d. Silicio**

Es conocido dentro de la metalurgia donde se lo utiliza como un desoxidante económico, la presencia de este elemento en la composición química del material permite aumentar la resistencia y tenacidad.[23]

**1.4.5.3 Aplicación de acero AISI/SAE 4140**

Este material es utilizado para la elaboración de ejes, engranes sometidos a baja velocidad, pasadores, barras sometidas a torsión, cigüeñales, tuercas y pernos los cuales exigen una tenacidad, resistencia mecánica y dureza muy alta.[29]

**1.5. Funcionamiento**

Su función es transmitir movimiento giratorio mediante el contacto de ruedas dentada de una máquina a otra, donde se requiera reducir o aumentar las revoluciones o simplemente para transmitir potencia. Los siguientes aspectos deben ser tomados en cuenta debido a que es uno de los principales transmisores mecánicos de potencia y se encuentra entre los más eficaces debido a su alta resistencia y duración.

**1.5.1. Aumento de velocidad**

Al transmitir movimiento sin cambios de velocidad los engranes deber tener el mismo tamaño e igual número de dientes. Por otro lado, el aumento de velocidad es producidos debido a que al considera engranes de diferentes magnitudes y dimensiones se toma al engrane de diámetro mayor y numero de dientes superior como el transmisor de movimiento, este al producir varias vueltas en el engranaje de salida o piñón tiende a producir el aumento de velocidad.

Mientras que para la disminución de velocidad el piñón será el encargado de la transmisión velocidad

### **1.5.2. Aumento de fuerza**

Esto se debe a la aplicación a la cual estará sometido. Si el engrane es el transmisor de movimiento se tendrá como resultado mayor velocidad, pero con menor fuerza. Mientras que si el piñón es quien produce el movimiento se obtendrá una mayor fuerza, pero con menor velocidad

### **1.5.3. Cambio de dirección**

Los dientes de un engranaje al encajar con otro giran instantáneamente, pero debido a su configuración el segundo siempre gira en dirección opuesta. Esto quiere decir que si el primer engrane gira en sentido horario el segundo girara en sentido antihorario.

## **1.6. Aplicación en la mecánica**

Los sistemas de engranajes tienden a ser un proceso continuo donde los aportes de mejoramiento y desarrollo de diversas líneas de investigación juegan un papel muy importante, por lo que su campo de aplicación tiende a ser prácticamente limitado.

El gran número de aplicaciones que se da en la mecánica, así como en otros campos con la finalidad de transmitir movimiento de rotación, aumento o disminución de velocidad, así como el la variación de la fuerza de acuerdo con su uso. Dichas aplicación están presentes en el transporte marítimo así como en el transporte terrestre: locomotoras, automotores, camiones hasta en los más simples movimientos de accionamiento manual.[30] a continuación, se presentan los siguientes ejemplos:

### **1.6.1. Bomba hidráulica**

Las bombas industriales tienden a ser un elemento indispensable en la mayoría de los sistemas de dosificación.

Las bombas de engranajes tienden a ser las más representativas en el campo de la hidráulica aprovechan principalmente la fuerza de los engranajes para transferir fluidos, siendo un tipo de bomba de desplazamiento positivo el cual guía al fluido a lo largo de toda la red de tuberías manteniendo un caudal que es proporcional a la velocidad a la que los engranes están girando, facilitando un control eficaz en cuanto al bombeo. Son un tipo de bombas industriales que se caracterizan por soportar fluidos con un elevado grado de viscosidad.[31] Por otro lado, el tamaño reducido que poseen este tipo de bombas requiere menos mano de obra y una fácil transporte.

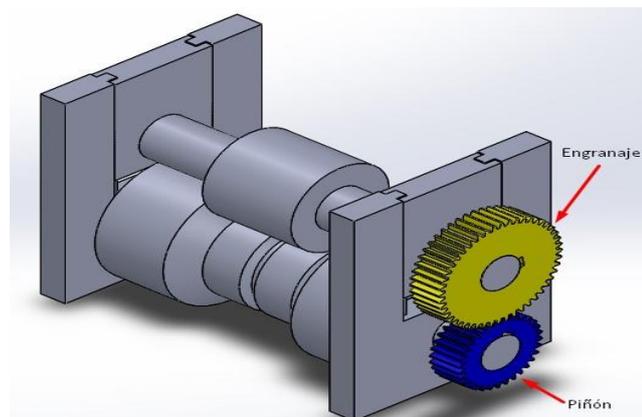
### 1.6.2. Reductor de velocidad

Los reductores de velocidad están constituidos por uno o varios pares de engranajes que modifican la velocidad y potencia mecánica. además, se emplean para el funcionamiento de toda clase de máquina con motor eléctrico de uso industrial que necesite disminuir la velocidad de una manera eficiente y segura.

### 1.6.3. Perfiladora de rodillos

De acuerdo con la literatura el perfilado está definido como el proceso de fabricación por deformación plástica que es aplicado a chapa metálica. Donde a partir de una chapa inicial plana se la perfila para obtener una pieza cuya sección transversal a lo largo de su longitud tiende a ser constante. Este proceso es continuo y se lo aplica para una alta productividad especialmente para productos en serie.

Debido a que el enfoque del tema propuesto está basado netamente en engranajes rectos se procede a realizar el análisis que ocasionan los esfuerzos producidos por una perfiladora de rodillos como se muestra en la figura 3.



**Figura 3.** Estación de perfiladora tipo botella  
Elaborado por: Diego Morales

En nuestro análisis se utilizará un motorreductor lineal como se muestra en la figura 4 este presentará las características de servicio tales como modelo, potencia, voltaje entre otras, como se muestra en la tabla 11.



**Figura 4.** Motorreductor lineal [32].

**Tabla 11.** Características principales de un motorreductor

<b>Motorreductor Lineal</b>	
<b>Modelo</b>	Bonfiglioli
<b>Potencia</b>	3 HP, (2237,1), (1700 RPM)
<b>Voltaje</b>	220-440 V, 50 Hz, Trifásico
<b>Montaje</b>	Horizontal
<b>Factor de servicio</b>	1

Elaborado por Diego Morales.

Por lo que el torque entregado por el motor es:

$$T = 9,55 \frac{\dot{W}}{n} \quad (1)$$

$$T = 9,55 \frac{2237,1 \text{ w}}{1700 \text{ rpm}}$$

$$T = 12.57 \text{ Nm}$$

### 1.7. Esfuerzo en los engranes

Las principales fallas presentes en un engrane son: La fractura por fatiga presente en la raíz del diente es ocasionada debido a los esfuerzos de flexión, mientras que el picado ocasionado en la superficie del diente se la conoce como fatiga superficial. Al diseñar un engrane o rueda dentada se debe verificar ambos tipos de falla (fractura por fatiga y fatiga superficial).[4]

### **1.7.1. Falla**

Puede ser descrita como la incapacidad que sufre una pieza al ser sometida a esfuerzos para los cuales no fue diseñada. La falla por fatiga es importante al realizar el análisis de engranes por lo que será necesario los datos de resistencia a la fatiga superficial del material presentes para análisis de esfuerzo de flexión así como para los esfuerzos de contacto superficial.[4]

### **1.7.2. Fallas superficiales**

Esta tipo de falla esta entre las más comunes que pueden encontrarse en un engranaje, pueden ocurrir incluso con una lubricación adecuada, esto debido al resultado de esfuerzos continuos en la superficie del engranaje hasta lograr formar una fisura en la superficie, La fisura aumentara paulatinamente ocasionado una picadura en la superficie.

### **1.7.3. Falla por fatiga superficial**

Se produce por las cargas repetidas que actúan en la superficie del diente reduciendo su espesor. La picadura aparece cerca del diámetro primitivo, donde, se origina elevados esfuerzos de fricción ocasionados por las bajas velocidades de desplazamiento.[33]

### **1.7.4. Falla por fatiga por contacto**

Conocida también como picadura, la cual genera fisuras que se extienden por debajo de la superficie del diente provocando el desprendimiento de pequeñas partículas de material esto es ocasionado por la carga a la que esta siendo sometido. Por otro lado, la dureza superficial es la principal propiedad mecánica que otorga resistencia a este tipo de falla.[33]

### **1.7.5. Falla por fatiga por flexión**

Se genera en la raíz del diente debido a los esfuerzos de flexión producidos por cada ciclo de funcionamiento el cual origina una grieta por fatiga que mediante una cierta cantidad de ciclos tiende a provocar la falla por rotura. La grieta inicial consigue propagarse a través de un grano debido a que tiene mucha dificultad en atravesar la frontera de este, pero debido a la presencia de sobrecargas repetitivas la grieta inicial tiende a propagarse hacia el grano adyacente por lo que la grieta continuara avanzando hasta producir la rotura total del diente.[33]

### **1.7.6. Fractura**

La rotura puede ser ocasionada por cargas reiteradas en la superficie del diente las cuales provocan la fatiga del material, o a su vez puede ser provocado por la fatiga de un ciclo corto debido a las elevadas cargas presentes en la transmisión produciendo de manera violenta la rotura en el pie del diente.[33]

### **1.8. Norma AGMA para engranajes**

Por sus siglas en ingles AGMA es denominada la Asociación de Fabricantes de engranes, tiene como misión establecer una normalización sobre el diseño, fabricación de los engranes. Planteando la base de las fórmulas y relaciones utilizadas en el modelo del cálculo matemático de la capacidad de carga de un engrane.[34]

El número de esfuerzo o resistencia de AGMA se obtiene mediante la utilización de dos ecuaciones fundamentales las cuales son empleadas para analizar la resistencia a la falla por flexión( $\sigma_F$ ) y el análisis de la resistencia a la falla por contacto superficial o picadura( $\sigma_H$ ).[35]

### **1.9. Resistencia del material de engranes según AGMA**

La resistencia de los materiales denominados por AGMA como los esfuerzos permitidos, no son consistentes con la aplicación del término esfuerzo que es empleado para referirse a los resultados de una carga aplicada y el termino resistencia empleado para referirse a las propiedades del material.[4]

#### **1.9.1. Campo de aplicación**

Estas fórmulas de clasificación fundamental son aplicables para clasificar la resistencia a las picaduras y a la flexión. Las fórmulas evalúan la capacidad de los dientes de la rueda dentada según la influencia de los factores principales que afectan la picadura y la fractura del diente del engranaje[36].

Las fórmulas de esta norma no son aplicables a otros tipos de deterioro de los dientes de los engranajes, como la deformación plástica, el desgaste, el aplastamiento de la carcasa y la soldadura. Tampoco son aplicables cuando las condiciones vibratorias exceden los límites especificados para el funcionamiento normal de los engranajes [36].

### 1.9.2. Tensión de contacto, $\sigma_H$

Representa la carga a la cual está siendo sometido los flancos del diente mediante el cálculo del número de esfuerzos de contacto superficial intermitente o resistencia a la picadura ocasionados en cada una de las ruedas dentadas.[37]

La siguiente expresión representa el cálculo de la tensión por contacto.

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{F_t K_0 K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} \cdot b} \frac{Z_R}{Z_I}} \quad (2)$$

Donde:

- $\sigma_H$ : tensión de contacto, [N/mm<sup>2</sup>].
- $Z_E$ : valor del coeficiente elástico, [N/mm<sup>2</sup>]<sup>0.5</sup>.
- $F_t$ : fuerza tangencial transmitida, [N].
- $K_0$ : factor de sobrecarga
- $K_v$ : factor dinámico.
- $K_s$ : factor de tamaño.
- $Z_R$ : factor de condición de la superficie para el fallo debido a la picadura superficial
- $d_{w1}$ : diámetro primitivo del piñón.
- $b$ : ancho de cara del miembro más estrecho, mm
- $Z_I$ : factor geométrico para el fallo debido a la picadura superficial

Tanto como para el piñón y la rueda dentada existe una relación entre el diámetro primitivo según la normativa del diseño de engranes, el cual establece una relación en el número de dientes y la distancia de centros de los dos elementos.[37]

Dicha relación es la siguiente:

- Cuando los engranajes sean externos se utilizar la ecuación (3).

$$d_{w1} = \frac{2a}{u + 1} \quad (3)$$

- Mientras que cuando los engranajes sean internos se utilizara a ecuación (4).

$$d_{w1} = \frac{2a}{u - 1} \quad (4)$$

Donde:

- a: distancia entre centros
- u: relación de transmisión (nunca inferior a 1)

### 1.9.2.1 Coeficiente elástico, $Z_E$ .

La siguiente expresión define el modelo matemático del coeficiente elástico.

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \right) + \left( \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]}} \left[ \frac{N}{mm^2} \right]^{0.5} \quad (5)$$

Donde

- $Z_E$  es el coeficiente elástico,  $[N/mm^2]^{0.5}$ .
- $\nu_1$  y  $\nu_2$  coeficientes de Poisson para el piñón y la rueda, respectivamente.
- $E_1$  y  $E_2$  módulos de elasticidad para el piñón y la rueda respectivamente.

### 1.9.2.2 Fuerza tangencial, $F_t$

La fórmula representada por la ecuación (6) es utilizada para calcular este parámetro.

$$F_t = \frac{1000 P}{v_t} \quad (6)$$

Siendo

- $P$ : potencia de transmisión, kW.
- $v_t$ : velocidad lineal en un punto del diámetro primitivo, m/s.

Mientras que la velocidad lineal se la puede definir como:

$$v_t = \frac{\pi \omega_1 d_{w1}}{6000} \quad (7)$$

Siendo

- $\omega_1$ : la velocidad de giro del piñón, rpm

- $d_{w1}$ : el diámetro primitivo del piñón, mm

Por lo que Mediante la ecuación (8) se puede calcular la fuerza tangencial.

$$F_t = \frac{6 \cdot 10^7 P}{\pi \omega_1 d_{w1}} \quad (8)$$

### 1.9.2.3 Factor de sobrecarga, $K_o$

Para una aplicación en particular este factor tiene por objetivo establecer un rango de tolerancias además de aumentar el esfuerzo del diente en el engrane basado en el nivel de choque de la maquinaria que se produce por las cargas externas que sobrepasan la carga tangencial nominal ( $F_t$ ).[37]

Al no existir un proceso recomendado de cálculo, el valor de sobrecarga ( $K_o$ ) se encuentra tabulado en valores que pueden ser tomados de acuerdo con su aplicación.

En la tabla 12 se muestra los diferentes valores del factor de sobrecarga para una determinada fuente de energía.

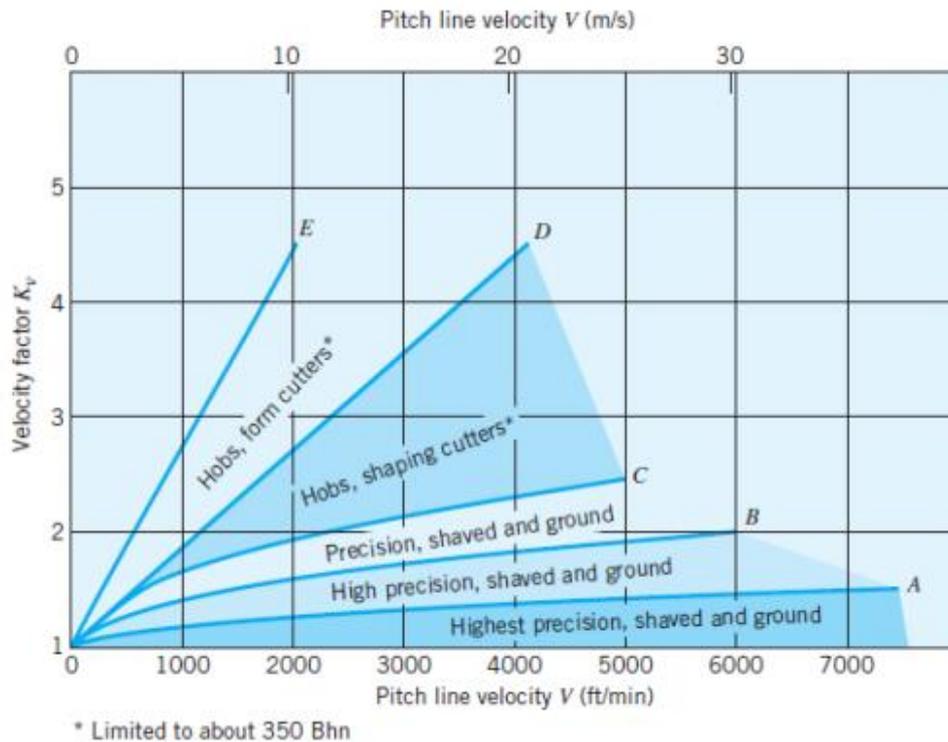
**Tabla 12.** Factor de sobrecarga  $K_o$  [38].

Fuente de energía	Carga de la máquina impulsada		
	Uniforme	Choque moderado	Choque fuerte
Uniforme	1.00	1.25	1.75 o superior
Choque ligero	1.25	1.50	2.00 o superior
Choque mediano	1.50	1.75	2.25 o superior

### 1.9.2.4 Factor dinámico, $K_v$

El impacto entre dientes genera cargas vibratorias las cuales son causadas por un engranaje desajustado son conocidos como un error de transmisión presentes comúnmente en engranajes de baja precisión por lo que el factor dinámico  $K_v$  trata de tomar en cuenta todas estas cargas.[4]

En versiones anteriores a este factor se le asignaban valores menores que 1. En la actualidad este factor ha sido redefinido tomando un valor mayor que 1.



**Figura 5.** Factor dinámico  $K_v$  [2].

### 1.9.2.5 Factor de geometría por picadura, $Z_I$

AGMA define el factor geométrico por fatiga superficial mediante la siguiente ecuación.

$$Z_I = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cdot m_n} \cdot \frac{i}{i \pm 1} \quad (9)$$

Donde:

- $\alpha$ : es el ángulo de presión transversal.
- $m_n$ : es el factor de comparación de cargas, para engranajes rectos  $m_n = 1$
- $i$ : es la relación de velocidades.

Para engranes externos se utiliza el signo positivo mientras que para los internos se debe tomar en cuenta el uso del signo negativo.

### 1.9.2.6 Factor de la condición superficial, $Z_R$

El factor de condición superficial  $Z_R$  o  $C_f$  se emplea únicamente en la ecuación de la resistencia a la picadura.

Este tipo de factor depende de:

- Acabado superficial el cual puede ser afectado por los procesos de corte, cepillado y esmerilado.
- Efectos residuales
- Los efectos plásticos causados por el endurecimiento producido por trabajo.

Las condiciones superficiales del diente de una rueda dentada estándar no han sido establecidas por lo que se considera tomar un factor mayor a uno ( $Z_R > 1$ ) cuando se tenga conocimiento de un efecto que perjudique el acabado superficial, mientras que para engranajes fabricados mediante métodos convencionales y que además posean una superficie adecuada de debe considerar tomar un factor de condición iguala a la unidad ( $Z_R = 1$ ).

#### **1.9.2.7 Factor de tamaño, $K_s$**

Muestra la falta de uniformidad de las propiedades del material debido al tamaño. Depende de:

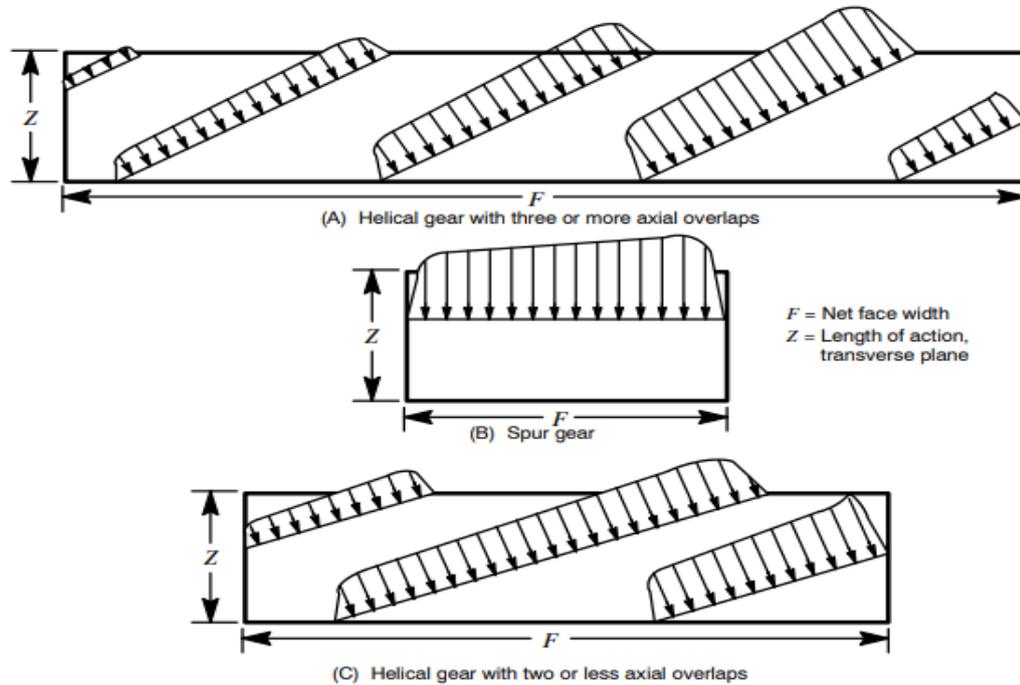
- Tamaño del diente
- Diámetro del engranaje
- Relación del tamaño del diente con el diámetro del engranaje
- Ancho de la cara
- Área del patrón de esfuerzo
- Relación de la profundidad de la superficie con el tamaño del diente
- Templabilidad y tratamiento térmico

Respecto al tamaño del diente de ruedas dentadas donde exista presencia de un efecto perjudicial en cuanto al tamaño, AGMA todavía no se ha establecido los factores estándar de tamaño por lo que recomienda tomar la unidad  $K_s = 1$  en este tipo de casos, a menos que en el diseño se requiera aumentar su valor al considerar situaciones específicas como dientes muy largos. En este tipo de casos se recomienda utilizar valores conservadores que estarían en el intervalo de 1,25 a 1,50.[4]

#### **1.9.2.8 Factor de distribución de carga, $K_H$**

Este factor muestra la escasa uniformidad de la distribución de la carga a lo largo de la línea de contacto, Cualquier desviación sobre el ancho de la cara de los dientes de la rueda dentada causa que la carga transmitida  $F_T$  se distribuya de manera desigual.

La figura 6 muestra un esquema de distribución de cargas a los largo del ancho del diente



**Figura 6.** Distribución de la carga en el ancho de la cara del engranaje [39]. (a) Engranaje helicoidal con tres o más solapes axiales. (B) Engranaje recto. (C) Engranaje helicoidal con dos o menos solapes axiales.

Para una correcta aplicación del factor  $K_H$  se debe tomar en cuenta la menor distribución uniforme de la carga la cual consiste en aplicar dicho factor para elevar los esfuerzos producidos en el ancho de la cara del diente[4]. En la tabla 13 se muestran algunos valores sugeridos.

**Tabla 13.** Valores sugeridos de Factores de Distribución de carga[38].

Características soportadas por el montaje	Factor de distribución de carga, $K_H$			
	Ancho de cara (b) en mm			
	0-50	150	225	≥400
Montaje exacto, poco juego en los cojinetes, deflexión mínima, engranajes precisos	1.3	1.4	1.5	1.8
Montaje menos exacto y rígido, engranajes menos precisos, contacto sobre toda la cara	1.6	1.7	1.8	2.1
Montaje de precisión y exactitud que no se puede garantizar el contacto sobre toda la cara			2.2	

### 1.9.2.9 Cálculo del factor de seguridad ( $F_s$ )

Como se muestra en la ecuación (10) el factor de seguridad contra la falla superficial se lo puede definir como la comparación de la carga real con la carga producida por un esfuerzo igual a la resistencia superficial corregida. Debido a que el esfuerzo superficial está relacionado con la raíz cuadrada de la carga, el factor de seguridad se calcula como el cociente del cuadrado de la resistencia superficial corregida la cual es dividida para el cuadrado del esfuerzo superficial de cada engrane en el acoplamiento.

$$F_s = \left( \frac{S_{fc}}{G_H} \right)^2 \quad (10)$$

Siendo:

$S_{fc}$ : resistencia a la fatiga superficial.

$G_H$ : tensión de contacto.

### 1.9.3. Tensión de flexión, $\sigma_F$

La ecuación (11) muestra el modelo matemático para el cálculo de la tensión a la flexión, presente debido a las acción de la carga a la que está siendo sometido la cual muestra el esfuerzo que se produce en cada uno de los dientes.

$$\sigma_F = F_T K_O K_v K_s \frac{1}{b \cdot m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j} \quad (11)$$

Siendo:

- $\sigma_F$ : tensión de flexión, [N/mm<sup>2</sup>].
- $F_t$ : fuerza tangencial transmitida, [N].
- $K_O$ : factor de sobrecarga.
- $K_v$ : factor dinámico.
- $K_s$ : factor de tamaño.
- $K_H$ : factor de tamaño.
- $K_B$ : factor de tamaño.
- $b$ : ancho de cara del miembro más estrecho, mm.
- $m_t$ : Modulo transversal, mm.
- $Y_j$ : factor geométrico para la resistencia a la flexión.

Debido a que en su mayoría los factores fueron descritos de la ecuación (2), Se procede a describir los nuevos factores los cuales son  $K_B$ ,  $Y_J$ ,  $m_t$

### 1.9.3.1 Factor de espesor, $K_B$

Este factor se toma en consideración en situaciones donde un engrane con diámetro grande está constituido por brazos radiales y un aro. En lugar de un engrane solido el cual posee una profundidad pequeña de aro en comparación con la profundidad del diente, por lo que este factor relaciona la altura del diente con el espesor bajo la base de este. Debido a ello se debe tomar en cuenta los siguientes parámetros para dicho factor[38].

- Cuando la relación del factor es igual o mayor a 1.2 se considera que este factor no influye en la tensión de flexión.
- En la figura 7 se muestra el efecto sobre la tensión de flexión si dicho valor es menor que 1.2.

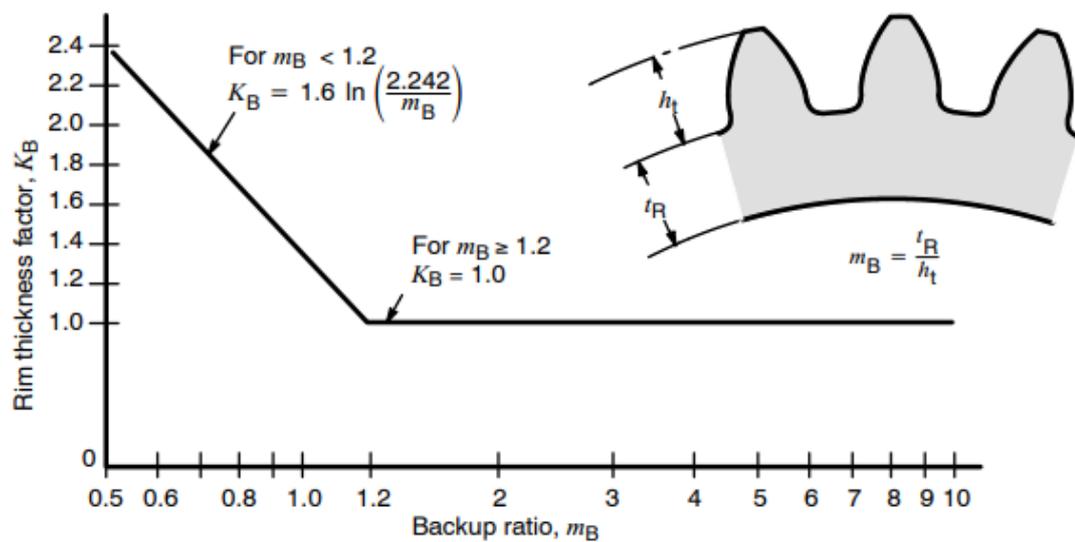
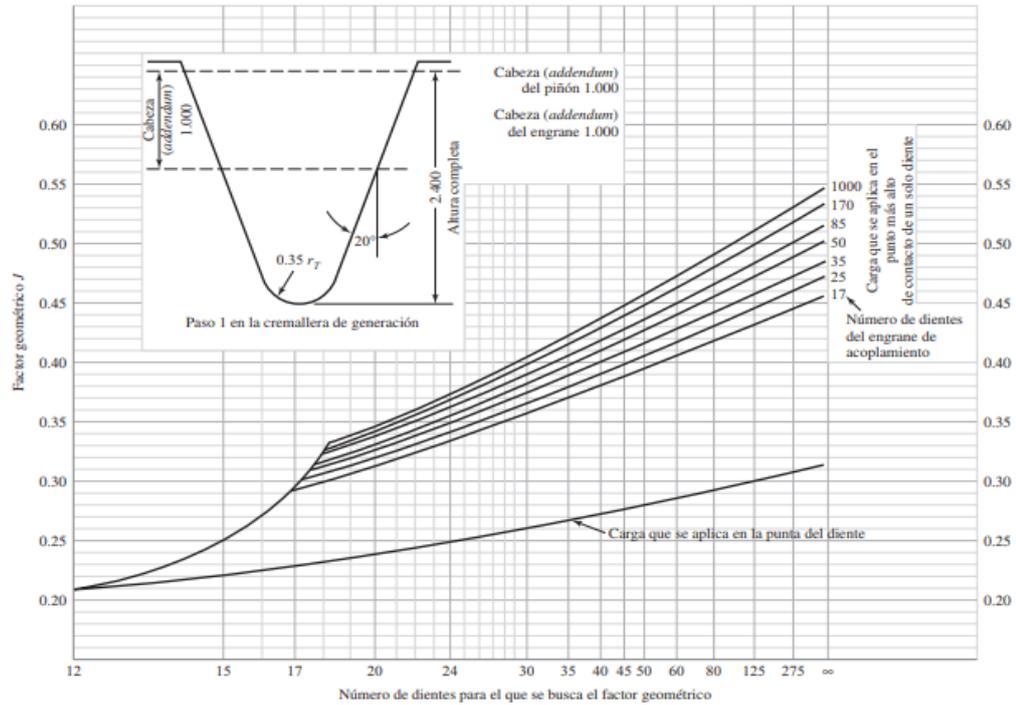


Figura 7. Factor por adelgazamiento de rueda dentada[39].

### 1.9.3.2 Factor de Geométrico, $Y_J$

Este factor geométrico permite evaluar la forma y posición en la que la carga resulte más perjudicial mediante el cálculo de la resistencia a la flexión ocasionado en la base del diente. Estos factores se aplican en un intervalo de combinaciones los cuales varían de acuerdo con el número de dientes presentes en el piñón y la rueda dentada. AGMA recomienda eliminar las combinaciones que causen interferencia.[4]



**Figura 8.** Factor geométrico para la resistencia a la flexión[5].

### 1.9.3.3 Módulo transversal, $m_t$

El módulo transversal de este factor coincide con el módulo normal en el caso de engranes rectos, mientras que para engranes helicoidales el factor  $m_t$  se calcula mediante la siguiente ecuación.[38]

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta} \quad (12)$$

Siendo:

- $m_n$ : el módulo normal
- $\beta$ : el ángulo de hélice

### 1.9.3.4 Cálculo del coeficiente de seguridad.

El factor de seguridad resulta de la comparación de la resistencia a la flexión corregida con el esfuerzo de flexión.

$$F_s = \frac{S_{fb}}{G_F} \quad (13)$$

### 1.10. Lubricación en los engranes

La función que cumple la lubricación en los engranes influye mucho en el tiempo de vida, funcionamiento, eficiencia.

- **Lubricación:** los engranajes al transmitir potencia proporcionan esfuerzos sobre sus dientes estos esfuerzos se concentran en una determinada región en un tiempo corto. Las fuerza que actúan en esa región son demasiado altas por lo que si los dientes de los engranes tienen contacto directo sufrirían el efecto de la fricción y el desgaste por lo que se destruirían rápidamente.  
La principal función del lubricante es disminuir la fricción que se ocasiona al contacto entre dientes y de esta forma disminuir el desgaste.
- **Refrigeración:** el lubricante empleado también puede funcionar como refrigerante ya que puede extraer el calor generado a medida que los dientes del engranaje se deslizan entre sí.

## CAPÍTULO II

### DIMENSIONAMIENTO

#### 2. Dimensionamiento

Debido a las diferentes aplicaciones a los cuales están sometidos los engranajes estos deben poseer un dimensionamiento adecuado, ya que, al fabricar un engranaje con dimensiones erróneas afectarían directamente en su duración. Por lo que, en este capítulo se procede a realizar el dimensionamiento de un engrane recto, basado en las ecuaciones de la norma AGMA

##### 2.1. Cálculo de engranajes

En cuanto a la construcción y fabricación de engranes, se realiza de acuerdo con la necesidad o la aplicación a la que se sometan, en nuestro caso, se realiza el análisis para los engranes utilizados en una perfiladora de rodillos, por lo que para el dimensionamiento de estos se procede a realizar los cálculos con los materiales AISI 1040, AISI 4140 con un diámetro primitivo para el piñón de 80mm y 120mm para el engrane con un módulo de 2.5.

**Tabla 14.** Módulo

Fórmula	Piñón	Engrane
$m = \frac{d_w}{z}$ ( 14 )	2.5 mm	2.5 mm

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 15.** Diámetro primitivo

Fórmula	Piñón	Engrane
$d_w = m \cdot z$ ( 15 )	80 mm	120 mm

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 16.** Número de dientes

Fórmula	Piñón	Engrane
$z = \frac{d_w}{m}$ ( 16 )	32	48

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 17.** Diámetro exterior

<b>Fórmula</b>	<b>Piñón</b>	<b>Engrane</b>
$de = d_w + 2 \cdot m$ (17)	85 mm	125 mm

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 18.** Diámetro interior

<b>Fórmula</b>	<b>Piñón</b>	<b>Engrane</b>
$di = m (Z - 2.5)$ (18)	73.75 mm	113.75 mm

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 19.** Addendum

<b>Fórmula</b>	<b>Piñón</b>	<b>Engrane</b>
$addendum = de - dw$ (19)	5 mm	5 mm

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 20.** Dedendum

<b>Fórmula</b>	<b>Piñón</b>	<b>Engrane</b>
$Dedendum = dw - di$ (20)	6.25 mm	6.25 mm

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 21.** Altura del diente

<b>Fórmula</b>	<b>Piñón</b>	<b>Engrane</b>
$h = adendu + dedendum$ (21)	11.25 mm	11.25 mm

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 22.** Paso circular

<b>Fórmula</b>	<b>Piñón</b>	<b>Engrane</b>
$p = \pi \cdot m$ (22)	7.854 mm	7.854 mm

Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 23** Inter eje

Fórmula	Piñón	Engrane
$I_{eje} = \frac{d_{w-engrane} + d_{w-piñon}}{2} \quad (23)$		100 mm

Elaborado por: Diego Morales

### 2.1.1. Tensión de contacto, $\sigma_H$

Empleando todos los factores descritos en el capítulo I, para el análisis de la resistencia a la picadura o fatiga superficial, se procede a utilizar la ecuación (2) para el cálculo de tensión por contacto en el piñón.

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{F_t K_0 K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} \cdot b} \frac{Z_R}{Z_I}} \quad (2)$$

#### 2.1.1.1 Coeficiente elástico del piñón

El coeficiente de Poisson del piñón será utilizado para determinar el coeficiente elástico, así como el módulo de elasticidad de los materiales AISI 1040 Y AISI 4140 los cuales están descritos en la tabla 24 y para su resolución se empleará la ecuación (5)

**Tabla 24.** Módulo de elasticidad y coeficiente de Poisson.

Denominación	Módulo de elasticidad $KN/mm^2$	Coefficiente de Poisson
AISI 1040	200	0,29
AISI4140	205	0,29

Elaborado por: Diego Morales

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left[ \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} \right) + \left( \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right] \left[ \frac{N}{mm^2} \right]^{0.5}}} \quad (5)$$

Los resultados obtenidos del coeficiente elástico del piñón para los materiales propuestos se muestran en la tabla 23.

**Tabla 25.** Coeficiente elástico de material AISI 1040 Y 4140.

AISI 1040	AISI 4140
$Z_E = 186,42 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]^{0.5}$	$Z_E = 188,74 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]^{0.5}$

Elaborado por: Diego Morales.

### 2.1.1.2 Fuerza tangencial

De la ecuación 24 se puede obtener la fuerza tangencial obtenida por el piñón.

$$F_t = \frac{T [N \cdot m]}{r [m]} \quad (24)$$

$$F_t = \frac{12,57 [N \cdot m]}{0,04 [m]}$$

$$F_t = 314,25 [N]$$

O a su vez se procede utilizar la formula (8)

$$F_t = \frac{6 \cdot 10^7 P}{\pi \omega_1 d_{w1}} \quad (25)$$

$$F_t = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot 2,2371 Kw}{\pi \cdot 1700 rpm \cdot 80mm}$$

$$F_t = 314,16 N$$

### 2.1.1.3 Factor de sobrecarga del piñón

Debido a las características antes mencionadas se considera que no estará sometido a cargas de impacto muy altas, excesiva velocidad, así como altas vibraciones. Por lo que, se opta tomar como una fuente de energía uniforme con una carga de choque moderado

$$K_o = 1.25$$

#### 2.1.1.4 Factor dinámico

Para calcular el factor dinámico  $K_v$  se debe obtener la velocidad en el punto del diámetro primitivo descrito en la ecuación 7.

$$v_t = \frac{\pi \omega_1 d_{w1}}{60000} \quad (7)$$
$$v_t = \frac{\pi \cdot 60 \left[ \frac{rev}{min} \right] \cdot [80mm]}{60000}$$

$$v_t = 0,25 \left[ \frac{m}{s} \right] = 49,21 \left[ \frac{ft}{min} \right]$$

Con el valor que se obtuvo de la ecuación 6 se procede a revisar la figura 10 con la cual se opta por utilizar la curva C debido sus características de presión y utilización en engranes mecanizados – rectificadas.

$$K_v = \frac{50 + \sqrt{v_t}}{50} \quad (26)$$

$$K_v = 1.1$$

#### 2.1.1.5 Factor de geometría por picadura de piñón

Mediante la ecuación (9) se utilizará los datos proporcionados tales como el ángulo de presión con un valor propuesto de  $20^\circ$  así como una relación de velocidades de 1.5 según la literatura se tiene que para engranes rectos  $m_n = 1$ .

$$Z_I = \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{2 \cdot m_n} \cdot \frac{i}{i \pm 1} \quad (9)$$

$$Z_I = \frac{\sin 20 \cdot \cos 20}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1.5}{1.5 + 1}$$

$$Z_I = 0,096$$

#### 2.1.1.6 Factor de condición superficial del piñón

Al ser un engranaje fabricado por métodos convencionales y presentar un acabado superficial adecuado se puede considerar que el valor del factor de condición superficial será igual a 1.

$$Z_R = 1$$

### 2.1.1.7 Factor de tamaño piñón

AGMA recomienda el valor de 1 al factor de tamaño, a menos que se tenga cualidades especiales en la cuales el diseñador eleve su valor. Por lo que, para nuestro caso se opta por el valor de 1.

$$K_s = 1$$

### 2.1.1.8 Factor de distribución de carga de piñón

Mediante la tabla 11 se tiene que al estar fabricado por métodos convencionales estos tienden a ser menos precisos por lo que tendrá una exactitud de montaje bajo. Por otro lado, presentan contacto sobre toda la cara cuyo ancho es de 35 mm.

$$K_H = 1.6$$

De acuerdo con cada dato obtenido para la aplicación de la ecuación 2 el esfuerzo de contacto es:

$$\sigma_H = Z_E \sqrt{F_t K_0 K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} \cdot b} \frac{Z_R}{Z_I}} \quad (2)$$

- **AISI 1040**

$$\sigma_H = 186,42 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]^{0.5} \sqrt{314,25[N] \cdot 1,25 \cdot 1,1 \cdot 1 \frac{1,6}{80[mm] \cdot 35[mm]} \frac{1}{0,096}}$$

$$\sigma_H = 298,93 \text{ [MPa]}$$

- **AISI 4140**

$$\sigma_H = 188,74 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]^{0.5} \sqrt{314,25[N] \cdot 1,25 \cdot 1,1 \cdot 1 \frac{1,6}{80[mm] \cdot 35[mm]} \frac{1}{0,096}}$$

$$\sigma_H = 302,65 \text{ [MPa]}$$

En la tabla 26 se muestra los resultados obtenidos de esfuerzo de contacto para los materiales propuestos.

Tabla 26 Tensión de contacto AISI 1040 y AISI 4140

<b>AISI 1040</b>	<b>AISI 4140</b>
$\sigma_H = 298,93 \text{ [MPa]}$	$\sigma_H = 302,65 \text{ [MPa]}$

Elaborado por: Diego Morales

### 2.1.2. Resistencia a la fatiga superficial del piñón

Con la finalidad de obtener la resistencia corregida de fatiga superficial se tiene que aplicar cuatro factores de corrección sobre los datos fatiga superficial publicados por AGMA mostrados en la ecuación (26).

$$S_{fc} = \frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} \cdot S_{fc}' \quad (27)$$

$C_L$ : Factor de vida

$C_H$ : Factor de dureza

$C_T$ : Factor de temperatura

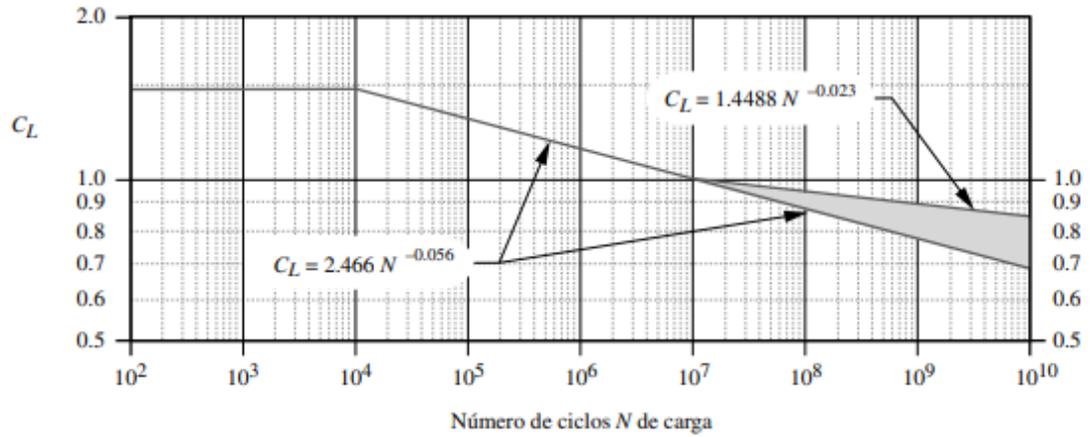
$C_R$ : Factor de confiabilidad

$S_{fc}'$ : resistencia corregida a fatiga superficial

#### 2.1.2.1 Factor de vida superficial $C_L$

Debido a que los datos de fatiga superficial publicados están dirigidos a una vida de  $1 \times 10^7$  ciclos, la variación de un ciclo más grande o pequeño necesitara una modificación de la resistencia superficial a la fatiga. En nuestro análisis se pretende considerar una vida infinita de  $(10^6)$  ciclos. La figura (9) muestra dos ecuaciones que se pueden considerar para el cálculo del factor  $C_L$  para un determinado número de ciclos de cargas requeridas. Por otro lado, se sugiere utilizar la parte superior para aplicaciones comerciales mientras que las parte inferior es recomendada para el uso en aplicaciones críticas de servicio donde puede estar presente el desgaste y picado en el diente.

Al considerar que en nuestro análisis estarán sometidos a condiciones críticas seleccionaremos la ecuación (27) :



**Figura 9.** Factor de vida de la AGMA para resistencia superficial a la fatiga  $C_L$  [4].

$$C_L = 2,466 \cdot N^{-0,056} \quad (28)$$

Donde:

$N$ : numero de ciclos

$$C_L = 2,466 \cdot (10^6)^{-0,056}$$

$$C_L = 1.14$$

### 2.1.2.2 Factor de dureza $C_H$

El factor de dureza se aplica únicamente a la resistencia de los dientes del engrane, debido a que el piñón tiende a poseer una mayor dureza por estar sometido a altas revoluciones por lo que sus dientes tienden a tener una mayor contacto. El piñón al presentar la misma dureza que la rueda se considera tomar el valor de 1.

$$C_H = 1$$

### 2.1.2.3 Factor de temperatura $C_T$

Para una temperatura que no sobrepase los  $250^\circ F$  ( $120^\circ C$ ) se puede tomar como factor la unidad (1) en nuestro caso las condiciones de trabajo no sobrepasan dicho temperatura, por lo tanto:

$$C_T = 1$$

#### 2.1.2.4 Factor de confiabilidad $C_R$

Los datos de resistencia que son proporcionados por AGMA son basadas en la probabilidad estadística de 1 falla en 100 muestras esto quiere decir que se tiene un 99 % de confiabilidad por lo tanto  $C_R = 1$ , en nuestro caso tomamos en menor valor proporcionado en la Tabla 27 debido a que se requiere analizar las posibles fallas que pueda tener el piñón a través del tiempo.

**Tabla 27.** Factor de confiabilidad[4].

% de confiabilidad	$C_R$
90	0,85
99	1,00
99,9	1,25
99,99	1,50

Elaborado por: Diego morales.

Por lo tanto:

$$C_R = 0,85$$

#### 2.1.2.5 Resistencia a la fatiga superficial AGMA $S_{fc}'$

Debido que en nuestro análisis los engranes no serán sometidos a tratamiento térmico se empleara el grado 1 de la Figura 10 a que su dureza Brinell será menor que uno el cual haya sido sometido a tratamiento.

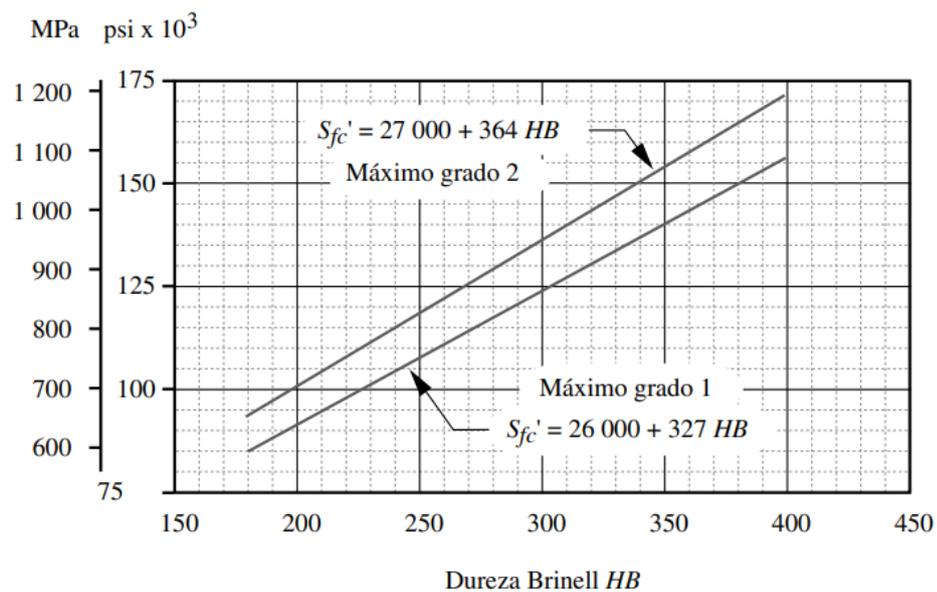


Figura 10. Resistencia a la fatiga superficial[4].

La dureza tanto para el AISI 1040 y AISI 4140 son 149HB, 241HB respectivamente para lo cual aplicaremos la ecuación (28).

$$S_{fc}' = 26000 + 327HB \quad (29)$$

La tabla 28 muestra los resultados obtenidos en cuanto a la resistencia a la fatiga superficial de los materiales propuestos.

**Tabla 28.** Resistencia a la fatiga superficial de material AISI 1040 Y 4140.

acero	Dureza Brinell	$S_{fc}'$
AISI 1040	149	74,72 Ksi (515,18 MPa)
AISI 4140	241	104,81 Ksi (722,64 MPa)

Elaborado por: Diego Morales

Al tratarse de las mismas condiciones, los factores  $C_L$ ,  $C_H$ ,  $C_T$  serán los mismos tanto para el acero AISI 1040 como para el acero AISI 4140. Por lo que se procederá a utilizar la ecuación (26) del esfuerzo por contacto del piñón

$$S_{pc} = \frac{C_L \cdot C_H}{C_T \cdot C_R} \cdot S_{pc}' \quad (26)$$

- **AISI 1040**

$$S_{pc} = \frac{1,14 \cdot 1}{1 \cdot 0,85} \cdot 515,18 \text{ [MPa]}$$

$$S_{pc} = 690,95 \text{ [MPa]}$$

- **AISI 4140**

$$S_{pc} = \frac{1,14 \cdot 1}{1 \cdot 0,85} \cdot 722,64 \text{ [MPa]}$$

$$S_{pc} = 769,19 \text{ [MPa]}$$

La tabla 29 muestra los resultados obtenidos de esfuerzo por contacto del piñón de los materiales AISI 1040 y AISI 4140.

**Tabla 29.** Esfuerzo por contacto del piñón de material AISI 1040 y 4140.

AISI 1040	AISI 4140
$S_{pc} = 690,95 \text{ [MPa]}$	$S_{pc} = 769,19 \text{ [MPa]}$

Elaborado por: Diego Morales

### 2.1.2.6 Factor de seguridad del piñón $F_s$

Mediante la ecuación 10 y por medio de los factores tales como  $G_H$ ,  $S_{pc}$  calculamos los factores de seguridad comparando la resistencia a la fatiga superficial con esfuerzo de tensión de contacto para los materiales propuestos, los resultados obtenidos se mostrarán en la tabla 30.

$$F_s = \left( \frac{S_{fcp}}{G_H} \right)^2 \quad (10)$$

- **AISI 1040**

$$F_s = \left( \frac{690,95}{298,32} \right)^2$$

$$F_s = 5,36$$

- **AISI 4140**

$$F_s = \left( \frac{769,19}{302,03} \right)^2$$

$$F_s = 6,48$$

**Tabla 30.** Factor de seguridad del piñón de material AISI 1040 y 4140

AISI 1040	AISI 4140
$F_s = 5,36$	$F_s = 6,48$

Elaborado por: Diego Morales

### 2.1.3. Tensión de contacto y esfuerzo de contacto en el engrane

Para obtener el cálculo a tensión de contacto superficial o resistencia a la picadura en los dientes del engrane seleccionado se debe utilizar los procedimientos realizados en la sección 2.1.1, las únicas variables presentes en el engrane es su diámetro primitivo de 120mm. Por otro lado, posee las mismas propiedades del piñón y por lo tanto la misma dureza Brinell los cuales son para el AISI 1040 y AISI 4140 con 149HB, 241HB respectivamente por lo tanto se procede a mostrar el valor de cada uno de los factores de los materiales propuestos en la Tabla 31 para AISI 1040 y en la tabla 32 para AISI 4140.

**Tabla 31.** Tensión de contacto y esfuerzo de contacto del engrane y factor de seguridad de material AISI 1040

<b>Esfuerzo</b>	<b>Factores</b>	<b>Ecuación</b>		
	Coeficiente elástico	$Z_E = 186,42 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]^{0.5}$		
	Fuerza tangencial			
	Factor de sobrecarga			
<b>Tensión de contacto del engrane</b>	Factor dinámico	$K_v = 1,1$	$\sigma_H = Z_E \sqrt{F_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} \cdot b} \frac{Z_R}{Z_I}}$	
	Factor de geometría por picadura	$Z_I = 0,096$		
	Factor de condición superficial	$Z_R = 1$	$\sigma_H = 298,93 \text{ [MPa]}$	
	Factor de tamaño	$K_s = 1$		
	Factor de distribución	$K_H = 1,6$		
	Factor de vida	$C_L = 1,14$		
	Factor de dureza	$C_H = 1$		
	<b>Esfuerzo de contacto en el engrane</b>	Factor de temperatura	$C_T = 1$	$S_{pc} = \frac{C_L \cdot C_H}{C_R \cdot C_R} \cdot S_{pc}'$
		Factor de confiabilidad	$C_R = 0,85$	$S_{pc} = 690,95 \text{ [MPa]}$
		Resistencia a la fatiga superficial AGMA	$S_{pc}' = 515,18 \text{ [MPa]}$	
<b>Factor de seguridad</b>	Tención de contacto	$\sigma_H = 298,32 \text{ [MPa]}$	$F_s = \left( \frac{S_{fc}}{G_H} \right)^2$ $F_s = 5,36$	
	Esfuerzo de contacto	$S_{pc} = 690,95 \text{ [MPa]}$		

Elaborado por Diego Morales

**Tabla 32.** Tensión de contacto y esfuerzo de contacto del engrane y factor de seguridad de material AISI 4140

<b>Esfuerzo</b>	<b>Factores</b>	<b>Ecuación</b>
	Coeficiente elástico	$Z_E = 188,74 \left[ \frac{N}{mm^2} \right]^{0.5}$
	Fuerza tangencial	$F_t = 314,25 [N]$
	Factor de sobrecarga	$K_o = 1,25$
<b>Tensión de contacto del engrane</b>	Factor dinámico	$K_v = 1,1$
	Factor de geometría por picadura	$Z_I = 0,096$
	Factor de condición superficial	$Z_R = 1$
	Factor de tamaño	$K_s = 1$
	Factor de distribución	$K_H = 1,6$
	Factor de vida	$C_L = 1,14$
	Factor de dureza	$C_H = 1$
<b>Esfuerzo de contacto en el engrane</b>	Factor de temperatura	$C_T = 1$
	Factor de confiabilidad	$C_R = 0,85$
	Resistencia a la fatiga superficial AGMA	$S_{pc}' = 722,64 [MPa]$
<b>Factor de seguridad</b>	Tención de contacto	$\sigma_H = 302,03 [MPa]$
	Esfuerzo de contacto	$S_{pc} = 769,19 [MPa]$
		$\sigma_H = Z_E \sqrt{F_t K_o K_v K_s \frac{K_H}{d_{w1} \cdot b} \frac{Z_R}{Z_I}}$ $\sigma_H = 302,65 [MPa]$ $S_{pc} = \frac{C_L \cdot C_H}{C_R \cdot C_T} \cdot S_{pc}'$ $S_{pc} = 769,19 [MPa]$ $F_s = \left( \frac{S_{fc}}{G_H} \right)^2$ $F_s = 6,48$

Elaborado por Diego Morales

#### 2.1.4. Tensión de flexión del piñón

El esfuerzo a flexión el cual es provocado en los dientes del engrane es determinado por la ecuación (11).

$$\sigma_F = F_T K_O K_v K_s \frac{1}{b \cdot m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} \quad (11)$$

Los factores tales como:

- Fuerza tangencial
- Ancho de cara
- Factores de sobrecarga
- Distribución de carga

Son iguales a los ya tomados en cuenta en la sección 2.1.1 debido a ello se procederá a calcular solo los factores nuevos.

##### 2.1.4.1 Factor de espesor

Debido a que nuestro piñón esta realizado de manera convencional, es decir, es un engranaje típico no presenta brazos radiales, ni tampoco cuenta con un diámetro de gran tamaño, por lo que el valor a tomar es igual a 1.

$$K_B = 1$$

##### 2.1.4.2 Factor geométrico del piñón

Según la literatura debemos basarnos tanto en la posición en la que la carga aplicada resulta más perjudicial, así como el número de dientes en nuestro caso del piñón, es así como nuestro piñón tendrá 32 dientes y la carga estará aplicada en el punto intermedio del flanco de este.

$$Y_J = 0,39$$

##### 2.1.4.3 Modulo Transversal

El módulo transversal en engranes rectos coincide con el módulo normal, además se tiene un ángulo de hélice de con un valor de 0 entonces:

$$m_t = 2.5$$

Por lo que con la ayuda de la ecuación (11) el esfuerzo de tensión a flexión es:

$$\sigma_F = F_T K_O K_v K_s \frac{1}{b \cdot m_t} \frac{K_H K_B}{Y_J} \quad (11)$$

$$\sigma_F = 314,25 \cdot 1,25 \cdot 1,1 \cdot 1 \frac{1}{35 \cdot 2,5} \frac{1,6 \cdot 1}{0,39}$$

$$\sigma_F = 20,19 \text{ [MPa]}$$

Debido a que los valores calculados para la tensión de flexión impuestos por la norma AGMA, en el modelo matemático no establece variables relacionadas al tipo de material como grado del acero, dureza, endurecimiento superficial, módulo de elasticidad el valor obtenido será el mismo para los dos materiales propuesto AISI 1040 Y AISI 4140.

#### **2.1.5. Resistencia corregida de fatiga por flexión del piñón**

La resistencia a la fatiga por flexión, así como la resistencia a la fatiga superficial publicados por AGMA en realidad son resistencias a la fatiga parcialmente corregidas, debido a que se generan con piezas de dimensiones adecuadas con los mismos acabados superficial.[4]

Por lo que la fórmula para la resistencia a la fatiga por flexión estará presentada por la ecuación (29).

$$S_{fb} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} \cdot S_{fb}' \quad (30)$$

Donde

$K_L$ : Factor de vida

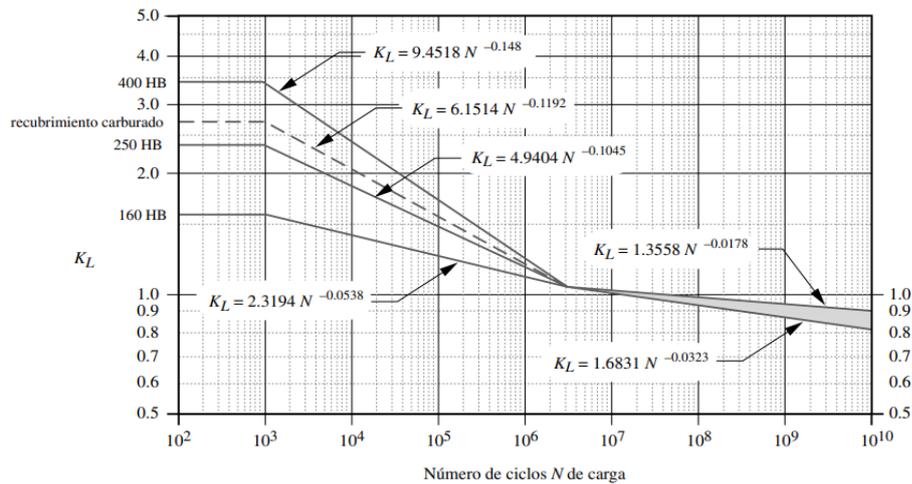
$K_T$ : Factor de temperatura

$K_R$ : Factor de confiabilidad

$S_{fb}'$ : resistencia a la fatiga por flexión publicado por AGMA

### 2.1.5.1 Factor de vida $K_L$

Debido a que los datos de fatiga superficial publicados están dirigidos a una vida de  $1 \times 10^7$  ciclos, la variación de un ciclo más grande o pequeño necesitara una modificación de la resistencia superficial a la fatiga por flexión. En nuestro caso se pretende una vida infinita de alrededor de  $(10^7)$  ciclos con una dureza de 160HB y 240HB para material AISI 1040 Y 4140 respectivamente. La figura 11 muestra las ecuaciones de las curvas ajustadas para cada línea las cuales se utilizan en base a las tensiones definidas por el número de dureza Brinell permitiendo una correcta selección del factor  $K_L$  para un determinado número de ciclos requeridos. Por otro lado, se sugiere utilizar la parte superior para aplicaciones comerciales mientras que las parte inferior es recomendada para el uso en aplicaciones críticas de servicio donde puede estar presente el desgaste y picado en el diente.



**Figura 11.** Factor de vida  $K_L$  de resistencia a la flexión[4].

Al considerar que en nuestro análisis estarán sometidos a condiciones críticas seleccionaremos la ecuación (30).

$$K_L = 2,3194 \cdot N^{-0,0538} \quad (31)$$

$$K_L = 2,3194 \cdot (10^6)^{-0,0538}$$

$$K_L = 1,1$$

### 2.1.5.2 Factor de temperatura $K_T$

Debido a que los engranes no trabajan a una temperatura mayor a  $250^\circ F$  ( $120^\circ C$ ) según la literatura se tomara el valor de la unidad.

$$K_T = 1$$

### 2.1.5.3 Factor de confiabilidad $K_R$

Como se especificó en la sección 2.1.2.4 se tomará el menor valor proporcionado en la tabla 33 debido a que se requiere observar las posibles fallas que pueda tener el piñón con el tiempo.

Tabla 33. factor de confiabilidad  $K_R$ [4].

% de confiabilidad	$K_R$
90	0,85
99	1,00
99,9	1,25
99,99	1,50

Elaborado por: Diego morales.

$$K_R = 0,85$$

### 2.1.5.4 Resistencia a la fatiga por flexión publicada por AGMA $S_{fb}'$

Al no estar sometido a ningún tratamiento térmico se procede a emplear la curva de grado 1 de la figura 12.

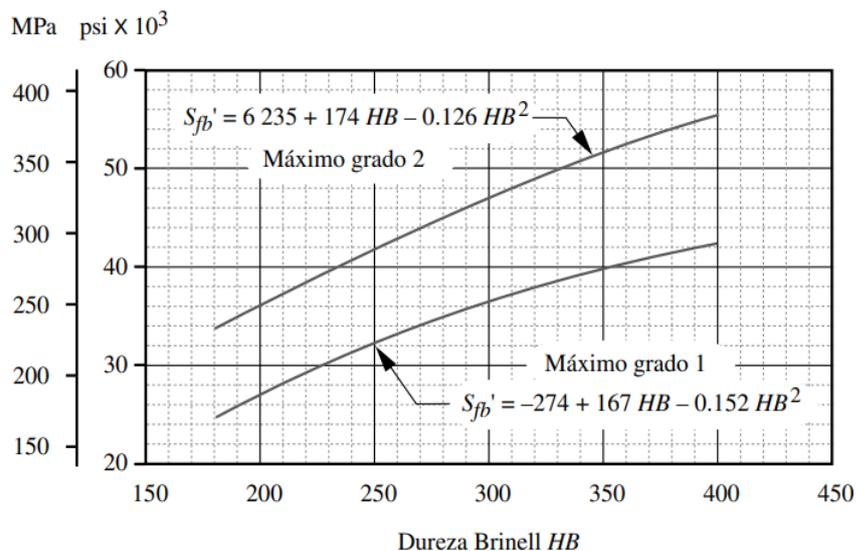


Figura 12. Resistencia a la fatiga por flexión[4].

Por lo que se utiliza la siguiente ecuación (31).

$$S_{fb'} = -274 + 167HB - 0.152 \cdot HB^2 \quad (32)$$

La tabla 34 se observa los resultados obtenidos para la resistencia a la fatiga por flexión de los materiales AISI 1040 Y AISI4140.

**Tabla 34.** Resistencia a la fatiga por flexión de materiales AISI 1040 Y 4140.

acero	Dureza Brinell	$S_{fb'}$
AISI 1040	149	2,23 [Ksi] (146,38 [MPa])
AISI 4140	241	31,15 [Ksi] (214,77 [MPa])

Elaborado por Diego Morales .

Al tratarse de las mismas condiciones de operación, los factores  $K_L$ ,  $K_T$ ,  $K_R$  serán los mismos tanto para el acero AISI 1040 como para el acero AISI 4140. Por lo que se procederá a utilizar la ecuación (29) de la resistencia a la fatiga por flexión del piñón.

$$S_{fbp} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} \cdot S_{fb'} \quad (29)$$

- **AISI 1040**

$$S_{fbp} = \frac{1,1}{1 \cdot 0,85} \cdot 146,38$$

$$S_{fbp} = 189,43 [MPa]$$

- **AISI 4140**

$$S_{fbp} = \frac{1,1}{1 \cdot 0,85} \cdot 214,77$$

$$S_{fbp} = 277,93 [MPa]$$

### 2.1.5.5 Factor de seguridad del piñón $F_s$

Al comparar la resistencia a la flexión corregida con el esfuerzo de flexión se obtiene el factor de seguridad producido por la falla por flexión como se muestra en la ecuación 13.

$$F_s = \frac{S_{fbp}}{\sigma_F} \quad (13)$$

- **AISI 1040**

$$F_s = \frac{189,43}{20,19}$$

$$F_s = 9,38$$

- **AISI 4140**

$$F_s = \frac{277,93}{20,19}$$

$$F_s = 13,76$$

### 2.1.6. Tensión de flexión y resistencia a la fatiga en el engrane

Para obtener el cálculo a tensión de flexión y resistencia a la fatiga en los dientes del engrane seleccionado se debe utilizar los procedimientos realizados en la sección 2.1.4 y 2.1.5. Por otro lado, el engrane posee las mismas propiedades del piñón y por lo tanto la misma dureza Brinell debido a que está sometido a las mismas condiciones de operación por lo tanto se procede a mostrar el valor de cada uno de los factores de los materiales propuestos en la tabla 35 para AISI 1040 y en la tabla 36 para AISI 4140.

**Tabla 35.** Tensión de flexión y resistencia a la fatiga y factor de seguridad de material AISI 1040

<b>Esfuerzo</b>	<b>Factores</b>	<b>Ecuación</b>
<b>Tensión de contacto del engrane</b>	Factor de espesor	$k_B = 1$
	Fuerza tangencial	$F_t = 314,25[N]$
	Factor de sobrecarga	$K_o = 1,25$
	Factor dinámico	$K_v = 1,1$
	Factor geométrico	$Y_j = 0,39$
	Modulo transversal	$m_t = 2.5$
	Factor de tamaño	$K_s = 1$
	Factor de distribución	$K_H = 1,6$
		$\sigma_F = F_T K_o K_v K_s \frac{1}{b \cdot m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$
		$\sigma_F = 20,19 [MPa]$
<b>Esfuerzo de contacto en el engrane</b>	Factor de vida	$K_L = 1,1$
	Factor de confiabilidad	$K_R = 0,85$
	Factor de temperatura	$K_T = 1$
	Resistencia a la fatiga superficial AGMA	$S_{fc}' = 146,38$
		$S_{fbe} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} \cdot S_{fb}'$
		$S_{fbe} = 189,43 [MPa]$
<b>Factor de seguridad</b>	Tensión de flexión	$\sigma_F = 18,42 [MPa]$
	Resistencia a la fatiga por flexión	$S_{fbe} = 189,43$
		$F_s = \frac{S_{fbe}}{G_F}$
		$F_s = 9,38$

Elaborador por: Diego Morales.

**Tabla 36.** Tensión de flexión y resistencia a la fatiga y factor de seguridad de material AISI 4140

<b>Esfuerzo</b>	<b>Factores</b>	<b>Ecuación</b>
<b>Tensión de contacto del engrane</b>	Factor de espesor	$k_B = 1$
	Fuerza tangencial	$F_t = 314,25[N]$
	Factor de sobrecarga	$K_o = 1,25$
	Factor dinámico	$K_v = 1,1$
	Factor geométrico	$Y_j = 0,39$
	Modulo transversal	$m_t = 2.5$
	Factor de tamaño	$K_s = 1$
	Factor de distribución	$K_H = 1,6$
		$\sigma_F = F_T K_o K_v K_s \frac{1}{b \cdot m_t} \frac{K_H K_B}{Y_j}$
		$\sigma_F = 20,19 [MPa]$
<b>Esfuerzo de contacto en el engrane</b>	Factor de vida	$K_L = 1,1$
	Factor de confiabilidad	$K_R = 0,85$
	Factor de temperatura	$K_T = 1$
	Resistencia a la fatiga superficial AGMA	$S_{fc}' = 214,7$
		$S_{fbe} = \frac{K_L}{K_T \cdot K_R} \cdot S_{fb}'$
		$S_{fbe} = 189,43 [MPa]$
<b>Factor de seguridad</b>	Tensión de flexión	$\sigma_F = 18,42 [MPa]$
	Resistencia a la fatiga por flexión	$S_{fbe} = 277,93 [MPa]$
		$F_s = \frac{S_{fbe}}{G_F}$
		$F_s = 13,76$

Elaborado por: Diego Morales.

## **CAPÍTULO III**

### **MÉTODO DE ELEMENTO FINITOS**

Los análisis de esfuerzos que se presentaron en los capítulos anteriores fueron resueltos con las técnicas de análisis clásicos. Estas técnicas son aplicables a piezas con una geometría simple: prismas cilindros entre otros. Mientras que en la realidad la mayor parte de los elementos de una máquina tienden a ser pieza con una geometría muy compleja por lo que, mediante las técnicas clásicas de cálculo resulta difícil obtener un resultado exacto de la deflexión y esfuerzo.

#### **3. Elementos finitos**

Se basa en una técnica computacional que es utilizada para resolver problemas de ingeniería permitiendo obtener una solución numérica aproximada a un cuerpo o estructura donde el sistema a ser resuelto se subdivide en elementos o partes de estudio sencillos o su vez se las considera como un ensamble de pequeñas partículas de tamaño finito que pueden ser resueltas como una estructura global mediante el uso de un sistema de ecuaciones algebraicas.

##### **3.1. Tipos de elementos**

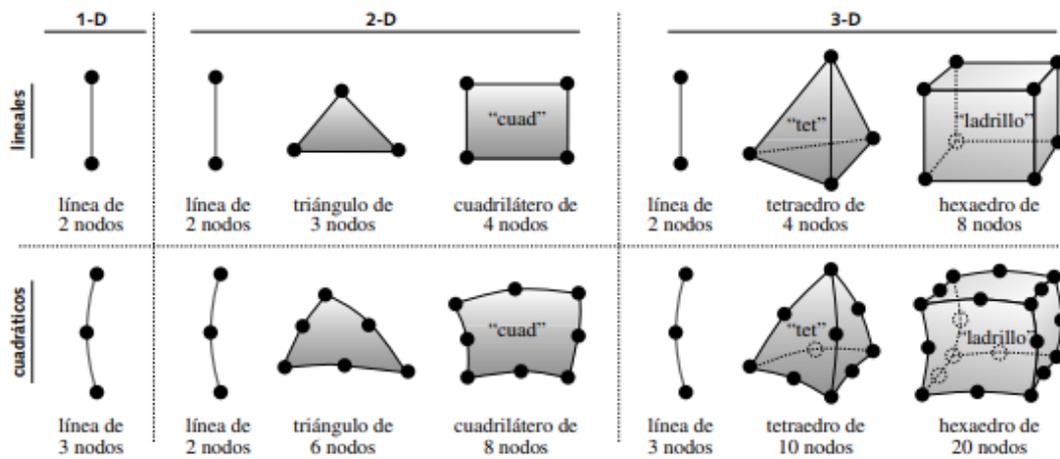
Pueden ser llamados elementos de línea, volumen y superficie los cuales están constituidos por elementos uní, bi o tridimensional estos pueden presentarse en diferente orden además definen la distribución de los desplazamientos en el elemento usualmente un polinomio.[4]

Como se puede observar en la figura 13 los elementos se clasifican en grupos los cuales están denominados como uní, bi y tridimensionales los cuales reciben la denominación de 1-D, 2-D, 3-D respectivamente.

- Se denomina 1-D a los elementos que poseen dos grados de libertad los cuales se ubican uno en cada nodo se puede representar mediante un elemento de una armadura que transmitirá la fuerza a lo largo de su longitud debido a ello no soportará momento en sus nodos.
- Un elemento 2-D posee tres grados de libertad por cada nodo por lo que puede ser representado mediante una viga 2-D siendo capaz de soportar el momento

en cada uno de sus nodos además de fuerzas lineales producidas en dos direcciones.

- Mientras que un elemento 3-D posee seis grados de libertad por cada nodo el cual está representado mediante una viga 3-D por lo que es capaz de soportar en sus nodos el torque y momento producido además de fuerzas lineales en tres direcciones.



**Figura 13.** Elementos finitos comunes[4]

### 3.2. Orden del elemento

Muchos analistas tratan de modelar una pieza con elementos lineales debido a que le incremento en el orden del elemento aumenta de una manera considerable el tiempo de procesamiento esto debido a que los elementos que poseen un orden muy alto, tienden a tener límites curvos los cuales pueden ajustarse a los contornos de piezas complejas, mientras que en los elementos lineales los límites que se presentan son rectos.[4]

No se recomienda el uso de elementos tales como tetraedros de 4 nodos mucho menos triangulares de 3 nodos ya que al momento de la estimación de resultados arrojan resultados imprecisos sobre el esfuerzo y rigidez. Por lo que se recomienda para una mejor estimación de resultados usar elementos cuadriláteros de 4 nodos o a su vez un hexágono de 8 nodos.

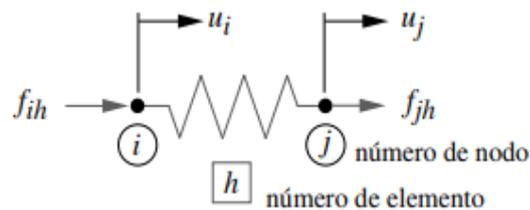
Por otro lado, en el análisis FEA mallar una pieza con forma complicada mediante elementos cuadriláteros o hexágonos resulta difícil, por lo que para mejorar el cálculo

de esfuerzos se opta por elevar el orden del elemento mediante el uso de una malla de tipo triangular o tetraédrica los cuales poseen 6 y 10 nodos respectivamente

### 3.3. Aplicación del método de elemento finito

Se procede a describir el modelo más simple del proceso matemático del método directo de la rigidez para el análisis FEA debido a que su aplicación matemática resulta más compleja debido a la resolución de un intensivo cálculo que requieren la solución de grandes matrices.

La figura 14 muestra un resorte lineal en una dimensión. Se crea una fuerza nodal mediante el desplazamiento del resorte debido a la rigidez que posee la constante de este  $k_h = f/\Delta_u$ .



**Figura 14.** Diagrama de cuerpo libre del elemento[4]

$$f_{ih} = k_h u_i - k_h u_j \quad (33)$$

$$f_{jh} = -k_h u_i + k_h u_j \quad (34)$$

A colocar la fórmula (32), (33) en forma de matriz se obtiene.

$$\begin{bmatrix} k_h & -k_h \\ -k_h & k_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{ih} \\ f_{jh} \end{Bmatrix} \quad (35)$$

Que en notación matricial se las describe como:

$$[k]\{d\} = \{f\} \quad (36)$$

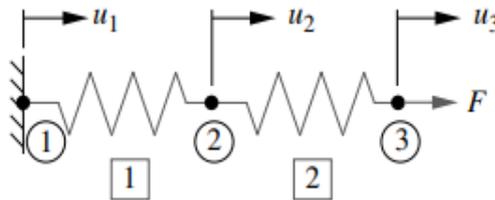
Donde:

$k$  : es la matriz de rigidez

$d$  : es el vector de desplazamiento nodal del elemento

$f$  : es el vector de las fuerzas internas del elemento.

Para la creación de una malla de elementos finitos se muestra en la figura 15 la conexión simple de dos elementos conectados entre sí, una restricción de condición de frontera es creado por el elemento 1 debido a que su estructura se encuentra fija mientras que una fuerza externa aplicada en el nodo 3 es ejercida por el elemento 2.[4]



**Figura 15.** Malla de 2 elementos y 3 nodos[4]

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \end{Bmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{11} \\ f_{21} \end{Bmatrix} \quad (38)$$

Las fuerzas externas que se aplican en el nodo deben ser iguales a la suma de las fuerzas nodales, para obtener un equilibrio. Las fuerzas externas en cada nodo están representadas por  $F_i$  en el cual  $i$  describe el número de nodos.[4] por lo que al sumar las fuerzas producidas en cada nodo tenemos:

en el nodo 1  $f_{11} = F_1$

en el nodo 2  $f_{21} + f_{22} = F_2$

en el nodo 3

$$f_{32} = F_3$$

al sustituir los datos de las fuerzas nodales internas tenemos que:

$$\begin{array}{ccc} k_1 & -k_1 & F_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 & F_2 \\ & -k_2 & k_2 & F_3 \end{array} = \begin{array}{c} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{array} \quad (39)$$

para lo cual su forma matricial es:

$$\begin{bmatrix} k_1 & -k_1 & \\ -k_1 & k_1 + k_2 & -k_2 \\ & -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{Bmatrix} \quad (40)$$

O bien:

$$[K]\{D\} = \{F\} \quad (41)$$

Se debe tener en cuenta que, para analizar un problema estático mediante el uso de elementos finitos, se deben eliminar todos los grados de libertad presentes en el sistema, lo cual puede lograrse mediante la aplicación de las condiciones de frontera adecuados para las diferentes aplicaciones. La mayor parte de programas que ayudan a la resolución de estos problemas analizan los esfuerzos principales como los de Von Misses, así como las deformaciones y desplazamientos producidos

### 3.4. Mallado

En los inicios del análisis por elementos finitos, mallar una pieza requería una enorme cantidad de tiempo y recursos computacionales en la actualidad los nuevos software de análisis poseen malladores automáticos y preprocesadores de los paquetes FEA con ello se puede obtener resultados de una manera eficiente y rápida.

Por otro lado, se permite un tipo de mallado manual cuyos elementos elegidos como se mencionó en la sección 3.2 logra un mejor mallado 3-D mediante el uso de elementos de 6 y 8 nodos.

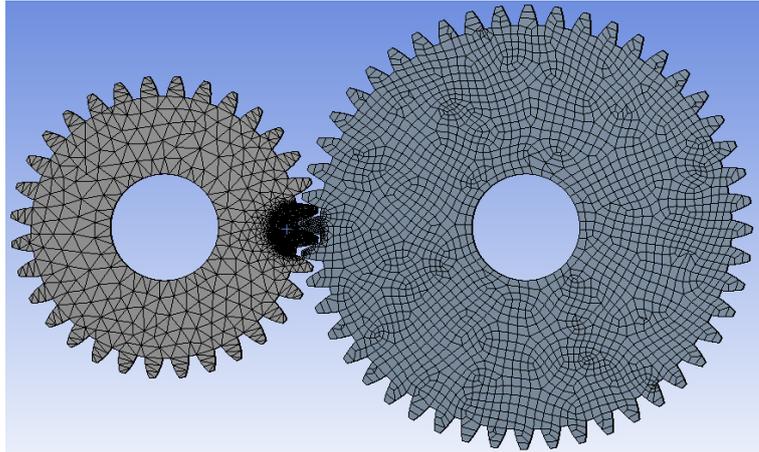
Al analizar una nueva pieza por lo general se utiliza el auto mallado para acelerar el proceso a pesar de las limitaciones presentes en la exactitud. A su vez el auto mallado es recomendable utilizar al inicio del proceso de diseño debido a que es mucho mejor obtener resultados menos precisos y determinar si el análisis del diseño es factible, que perder mucho tiempo y descubrir que análisis no es viable. Por otro lado, al concluir que un diseño está listo se recomienda utilizar una mayor cantidad de tiempo en recursos computacionales generando un mejor mallado obteniendo resultados más confiables y precisos.[4]

#### **3.4.1. Densidad de la malla**

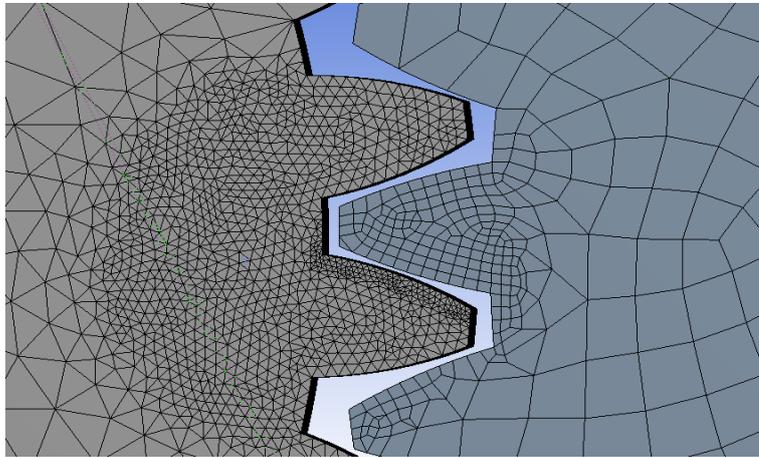
En el cálculo para reducir el tiempo para la obtención de resultados, por lo general se aplica una malla burda con elementos más grandes. Este tipo de mallado es efectivo en la región donde la pieza posee el gradiente de esfuerzo más pequeño por lo que los resultados obtenidos serían los adecuados. Mientras que en el área donde se concentra los esfuerzos es decir la región del gradiente de esfuerzos producidos mediante las cargas aplicadas o condiciones de frontera necesitaran un mallado mucho más fino.

#### **3.4.2. Refinamiento de la malla**

El diseñador inicialmente utiliza una malla burda para comenzar el proceso de análisis no obstante se debe utilizar los procesos de ingeniería para realizar la distribución de carga y esfuerzos que actúan sobre el elemento esto con la finalidad de determinar que regiones necesitan una malla más fina. Como se muestra en la figura 16 y 17.



**Figura 16.** Mallado de engranes rectos  
Elaborado por Diego Morales



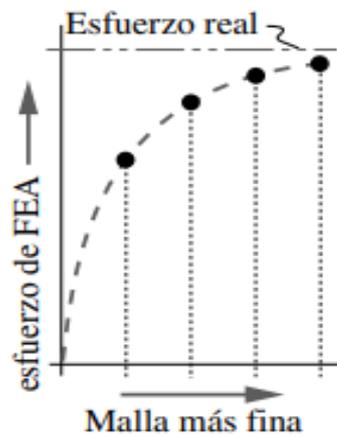
**Figura 17.** Densidad de malla de engranes rectos.  
Elaborado por Diego Morales

### 3.4.3. Convergencia

Al tratar de obtener resultados más exactos posibles se procede a aplicar una prueba de convergencia debido a ello se resuelve la pieza a analizar, aplicando una malla de un determinado tamaño para luego modificar el elemento mejorado uno o más factores en el área donde se evidencie un gradiente de esfuerzo alto para después volver a resolver el modelo por lo que los nuevos resultados podrán ser comparados con las soluciones de diferentes densidades de malla.

El cambio significativo en los valores de esfuerzo calculados en la mallas al presentarse una variación en la solución quiere decir que la malla anteriormente analizada es demasiado burda en esa región por lo que es necesario aplicar un refinamiento en esa área por lo que al realizar el mismo proceso se produce el cambio

de los resultados de esfuerzo obtenidos mediante el uso de mallas más finas la cual seguirá convergiendo hacia una solución real como se observa en la figura 18.



**Figura 18.** Refinamiento y convergencia[4]

#### 3.4.4. Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera representan las restricciones a la cual una pieza o modelo está sometido o a su vez es el medio donde la obtención de un resultado puede ser razonable o irracional por lo que se puede denominar la parte más difícil del modelado debido a que sus limitantes son específicas siendo uno de los pasos más críticos para cometer errores ocasionando distorsiones en los resultados.

Para el análisis es primordial tener un enfoque diferente para el modelado de limitantes como lo son las uniones de pernos, soldaduras entre otros. Para eliminar todos los grados de libertad cinemática del modelo es decir ponerlo en un equilibrio estático se debe aplicar las suficientes restricciones externas necesarias en los nodos del modelo. Por otro lado, las condiciones de frontera aplicadas en el sistema no deben restringir la física que se desea aplicar además de las deformaciones que puedan ocurrir en la realidad debido a que una restricción física no posee rigidez infinita.

Entonces, decimos que si a un modelo o pieza no se le aplican las suficientes restricciones de frontera el sistema tiende a sub restringirse, por lo que, los cálculos fallaran mientras que el sistema se sobre restringe al utilizar demasiadas condiciones de frontera por lo que el sistema será demasiado rígido.

### **3.4.5. Criterio para la evaluación de calidad de malla**

Las geometrías que se analizan mediante análisis FEA tienden a ser complejas por lo que la creación de mallas estructuradas (constituidas por elementos hexaédricos o cuadriláteros) requieren un sistema computacional excesivamente alto por lo que el tiempo al ser un aspecto vital en el mundo del diseño en ingeniería suelen llevar a elecciones de malla de tipo no estructuradas empleando elementos de tipo tetraédrico o triangular.

Un mallado de tipo triangular/tetraédrico suele ser más apropiado cuando las geometrías tienden a ser complejas o el rango de escala de flujo es relativamente grande, requieren un número menor de elementos que un mallado de tipo hexaédrico /cuadrilátero. Por lo que se puede decir que las mallas estructuradas requieren un gran número de celdas en zonas donde no son necesarias, mientras que las celdas no estructuradas permiten agrupar las celdas en regiones seleccionadas.[40]

Las mallas de tipo hexaédricas/cuadriláteras frente a las del tipo tetraédricas/trianguulares ofrecen ventajas en cuanto a la relación de aspectos, mientras que en las mallas tetraédricas/trianguulares requieren un número mayor de celdas, se recomienda evitar un número elevado de celdas en un análisis siempre y cuando el diseño lo permita debido al efecto negativo en la exactitud y convergencia del problema.[40]

### **3.4.6. Criterios de análisis por elementos finitos en engranes rectos**

El método de elementos finitos FEA se usa ampliamente para realizar análisis estructurales, así como de fatiga los cuales nos ayudan a predecir la distribución de esfuerzos de contacto y deformación que puede ocurrir en los dientes del engrane por lo que para un buen análisis se deben cumplir una serie de criterios en cuanto a la introducción datos hacia el programa de simulación para la obtención de resultados correctos.

- En cuanto al análisis de fatiga por contacto como se revisó en el capítulo 2 estará dirigido exclusivamente a la superficie de los dientes mientras que la fatiga por flexión estará dirigida hacia la raíz del diente
- Según la literatura en la sección 3.2 se recomienda que para realizar el mallado de una pieza se opte por utilizar un sistema tipo cuadrilátero de 4 nodos o a su vez un hexágono de 8 nodos, por otro lado, si utilizar los elementos antes

descritos resultan muy difíciles en cuanto a su análisis para mejorar el cálculo de esfuerzo se optara por incrementar el orden del elemento triangular de 6 nodos y tetraedro de 10 nodos

- El refinamiento de malla será utilizado en el área donde el contacto tenga mayor afluencia debido a la distribución de esfuerzos o sea necesario por su geometría.

## CAPÍTULO IV

### SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE RESULTADOS

EL presente capítulo desarrolla el procedimiento básico para realizar el proceso de simulación de engranes rectos utilizando el software computacional ANSYS.

#### 4. ANSYS Mechanical

Es un potente software puede ser utilizado para analizar y resolver problemas mecánicos difíciles basados en el método de elementos finitos (FEA), permitiendo simular el comportamiento real de componentes y subsistemas, además de realizar variaciones de diseño de forma rápida y precisas cubriendo una amplia gama de aplicaciones según sea la necesidad.

#### 4.1. Simulación de engranes rectos

Mediante la ayuda del software ANSYS realizaremos la respectiva simulación de nuestro proyecto el cual estará enfocado en los siguientes puntos:

1. Generación del modelo
2. Introducción del modelo, condiciones de borde y material
3. Generación de la malla
4. Resultados obtenidos.

#### 4.1.1. Generación del modelo mediante SolidWorks

SolidWorks es uno de los principales software de diseño CAD 3D que permite modelar piezas y ensambles en 3D y planos en 2D, el cual por su versatilidad ofrece una amplia gama de soluciones en cuanto al Diseño, simulación y fabricación de partes y piezas el cual puede llegar a competir a la par con otros programas de nivel medio como lo son “Autodesk Inventor” de Autodesk y “Solid Edge” de siemens.

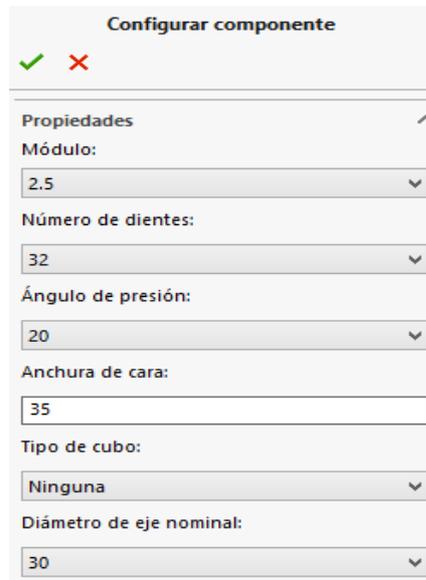
En la tabla 37 se muestran los valores necesarios para la creación de nuestro modelo.

**Tabla 37.** Valores introducidos en el programa SolidWorks.

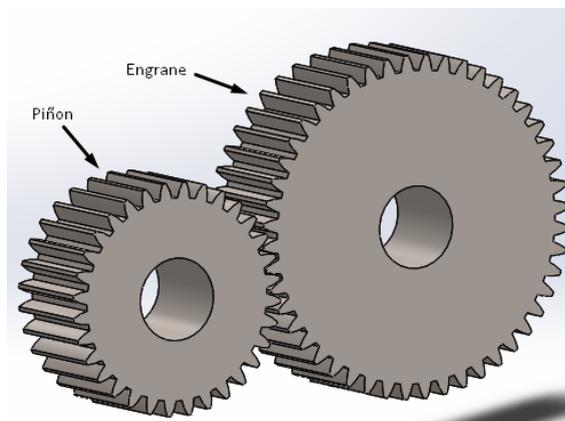
Ítem	Piñón	Engrane
Modulo	2,5	2,5
Numero de dientes	32	48
Angulo de presión	20	20
Ancho de cara	35	35
Diámetro de eje nominal	30	30

Elaborado por Diego Morales

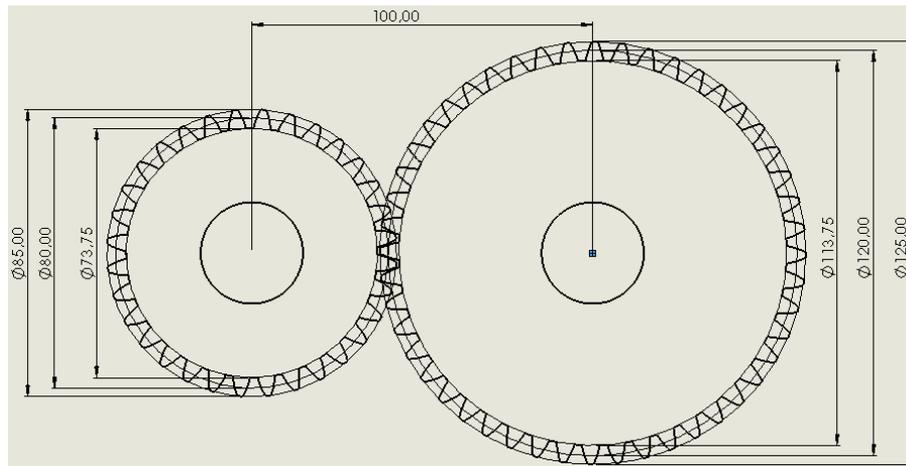
En la figura 19 se muestra los datos a ingresar en la librería de SolidWorks-Toolbox para generar nuestros engranes de manera automática. Por otro lado, la figura 20 muestra el resultado del generador de engranes mientras que la figura 21 es un dimensionamiento CAD 2D como una validación del dimensionamiento del engrane realizado en el capítulo 2.



**Figura 19.** Generador de engranes. Fuente SolidWorks.



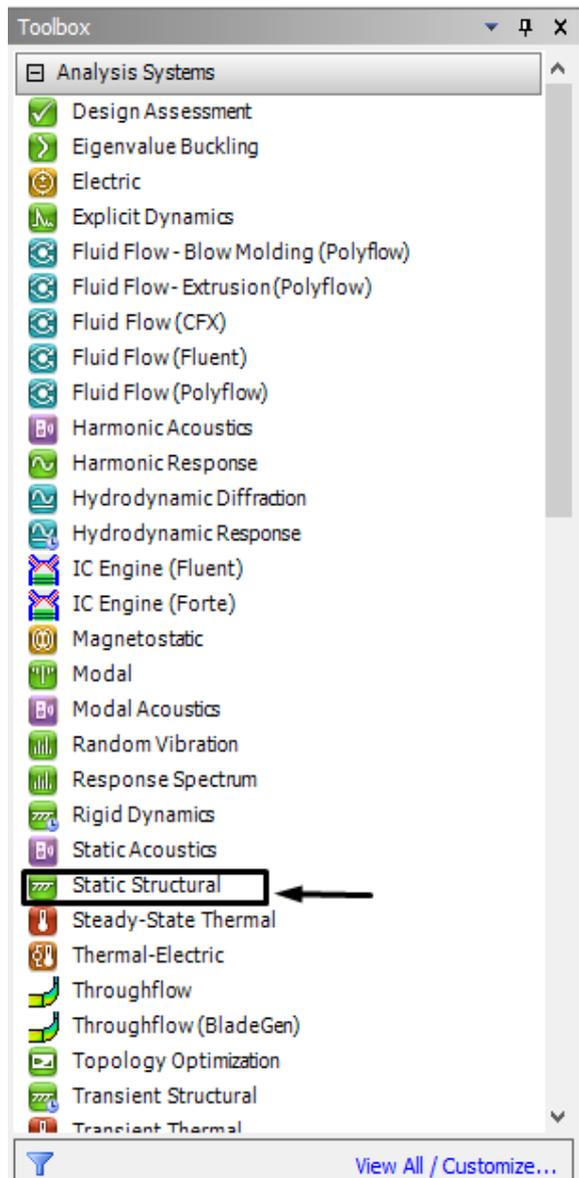
**Figura 20.** Engrane y piñón.  
Elaborado por: Diego Morales.



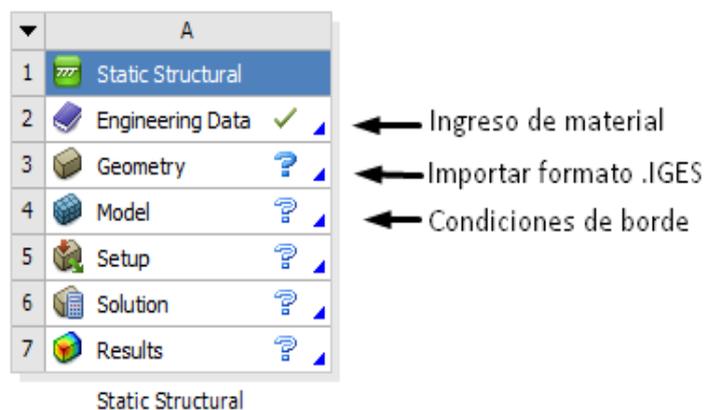
**Figura 21.** Dimensiones generales piñón-engrane.  
Elaborado por Diego Morales.

#### 4.1.2. Introducción del modelo, material

Debido a que ANSYS no reconoce el formato de SolidWorks se debe exportar el archivo a los diferentes formatos admitidos entre los cuales tenemos para geometría y formatos (.IGES, .VDA, .DXF, ACIS, STEP, PARASOLID) en nuestro caso se optó por utilizar el formato (.IGES), con este formato se procede a importar el archivo a ANSYS mediante el complemento de Análisis System y el apartado static estructural como se muestra en la figura 22 y figura 23.



**Figura 22.** Tool Box de ANSYS.  
Fuente: ANSYS



**Figura 23.** Cuadro de geometría ANSYS.  
Fuente: ANSYS

En el apartado Properties of Outline Row se muestra la configuración de los valores de Módulo de elasticidad, Módulo de Poisson de los materiales AISI 1040 y AISI 4140 como se muestra en la figura 24 y figura 25

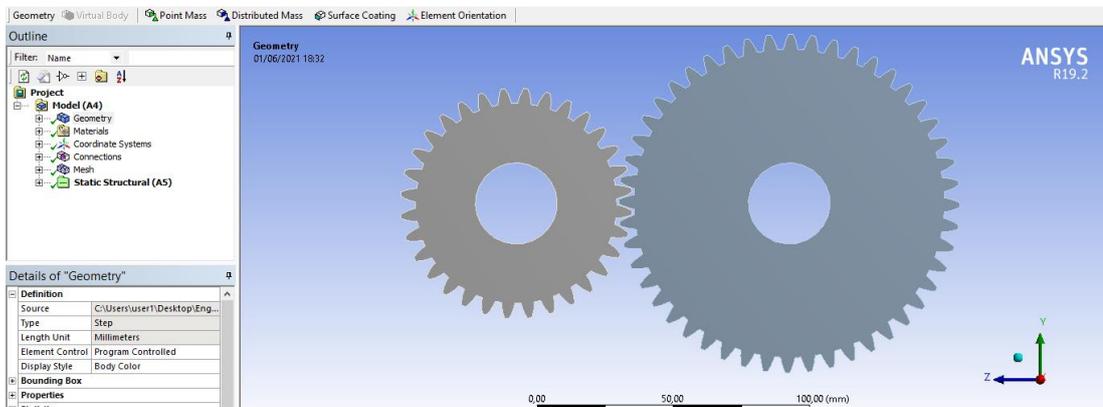
Properties of Outline Row 3: AISI 1040				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	
2	Material Field Variables	Table		
3	Density	7865	kg m <sup>-3</sup>	
4	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			
6	Isotropic Elasticity			
7	Derive from	Young's Modulus...		
8	Young's Modulus	2E+05	MPa	
9	Poisson's Ratio	0,29		
10	Bulk Modulus	1,5873E+11	Pa	
11	Shear Modulus	7,7519E+10	Pa	

**Figura 24.** Inserción de propiedades de material AISI 1040.  
Fuente: simulador ANSYS.

Properties of Outline Row 3: AISI 4140				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	
2	Material Field Variables	Table		
3	Density	7865	kg m <sup>-3</sup>	
4	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			
6	Isotropic Elasticity			
7	Derive from	Young's Modulu...		
8	Young's Modulus	2,05E+05	MPa	
9	Poisson's Ratio	0,29		
10	Bulk Modulus	1,627E+11	Pa	
11	Shear Modulus	7,9457E+10	Pa	

**Figura 25.** Inserción de propiedades de material AISI 4140.  
Fuente: simulador ANSYS

Una vez ingresado el material e importado el archivo .IGES se procede a abrir el modelo como se observa en la figura 26.



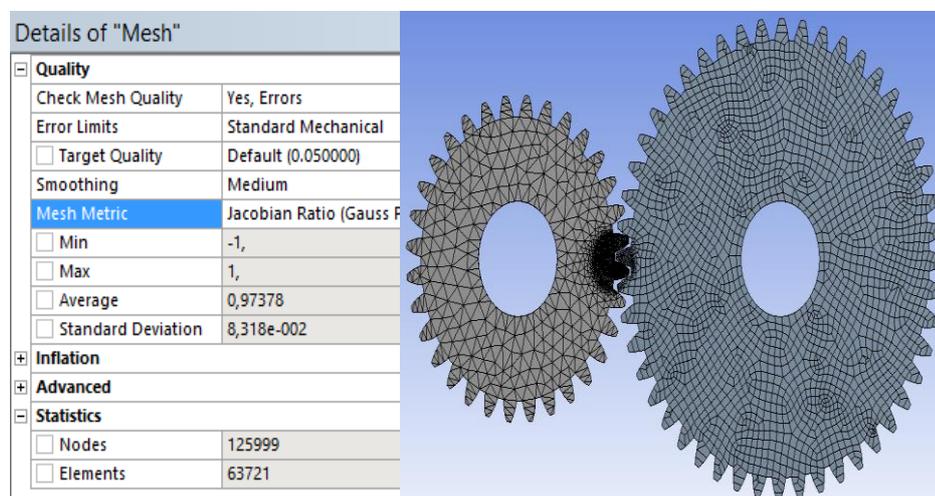
**Figura 26.** Geometría piñón y engrane.  
Fuente: simulador ANSYS

### 4.1.3. Condiciones de contorno.

Para resolver el problema estático es necesario establecer las condiciones de contorno que serán aplicados en la frontera o en los límites del dominio computacional.

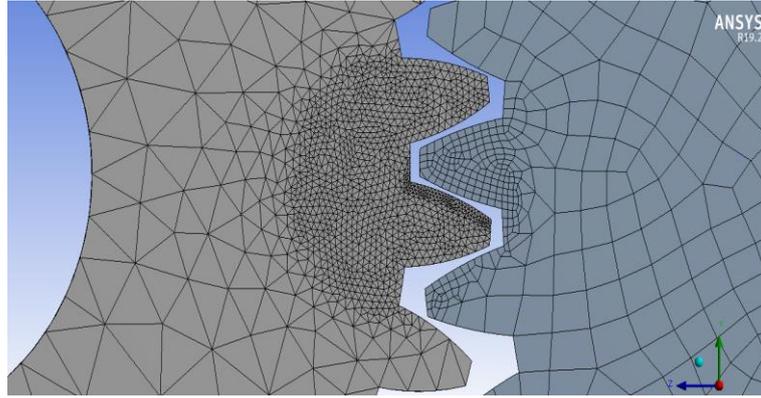
#### 4.1.3.1 Generación de la Malla

Debido a que nuestro análisis está basado en el piñón se optó por utilizar un mallado triangular de forma automática mientras que para el engrane se utilizó un mallado cuadrilátero con un refinado manual en la parte de los dientes como resultado obtenemos una malla de 0,973, que según el Radio Jacobiano el cual debe ser lo más cercano a 1 como se muestra en la figura 27.

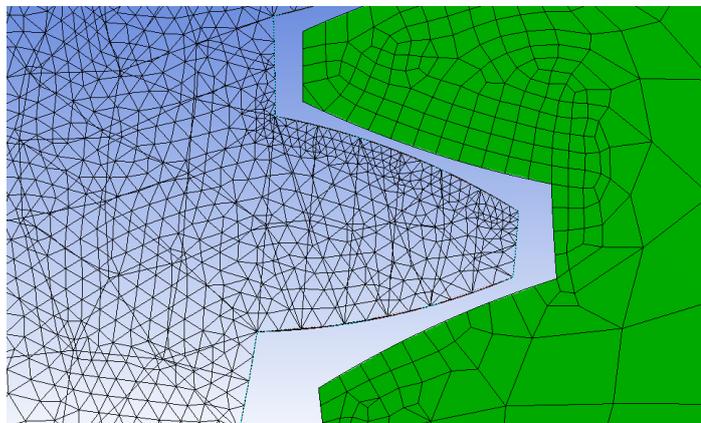


**Figura 27.** Mallado de piñón y engrane.  
Fuente: simulador ANSYS

Los esfuerzos provocados en los engranes están dirigidos al flanco del diente y a la base de este por lo que necesitaremos una malla más en la superficie de contacto como se muestra en la figura 28 por lo que habrá una mayor densidad de malla como se muestra en la figura 29.



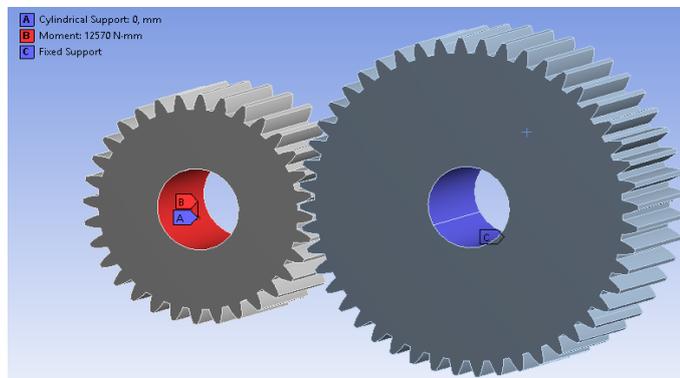
**Figura 28.** Distribución de mallado.  
Fuente: simulador ANSYS.



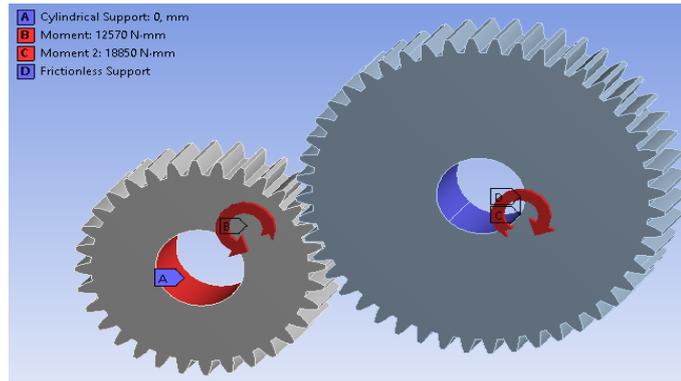
**Figura 29.** Densidad de malla.  
Fuente: simulador ANSYS.

#### 4.1.3.2 Cargas aplicadas

Para un análisis estático se procede a insertar la carga a la cual estará sometido nuestra simulación siendo la figura 30 un análisis estático a flexión mientras que la figura 31 muestra un análisis estático a contacto.

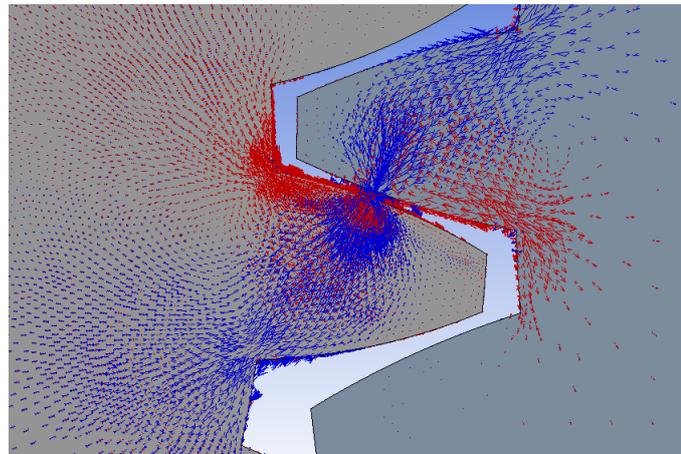


**Figura 30.** Carga y restricciones para un análisis estático a flexión.  
Elaborado por: Diego Morales



**Figura 31.** Carga y restricciones para un análisis estático a contacto.  
Elaborado por: Diego Morales

Para verificar que la simulación estática este acorde a la física a aplicar procedemos a realizar una verificación del comportamiento del diente que en este caso se comporta como una viga cantiléver el cual dependiendo del giro del engrane presentara esfuerzos de compresión y tensión por lo que en la figura 32 las flechas rojas muestran los esfuerzos de tensión y las flechas azules permiten visualizar los esfuerzos de compresión.



**Figura 32.** Esfuerzo de tensión y compresión en el engrane.  
Elaborado por: Diego Morales

#### 4.1.3.3 Resultados

Debido a que la convergencia de resultados se basa en el refinamiento de malla en la figura 33 se muestra el refinamiento para un valor de 1,5 mientras que en la figura 34 y 35 se muestra los valores de 0.9 y 0.3 respectivamente los cuales fueron utilizados para el análisis por contacto y flexión.

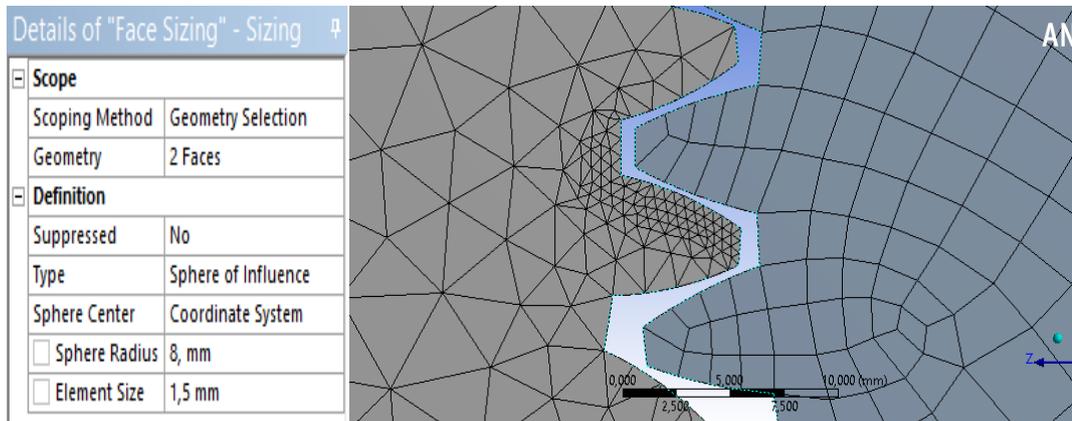


Figura 33 Refinamiento de malla para un tamaño de 1,5. Fuente: Simulador ANSYS

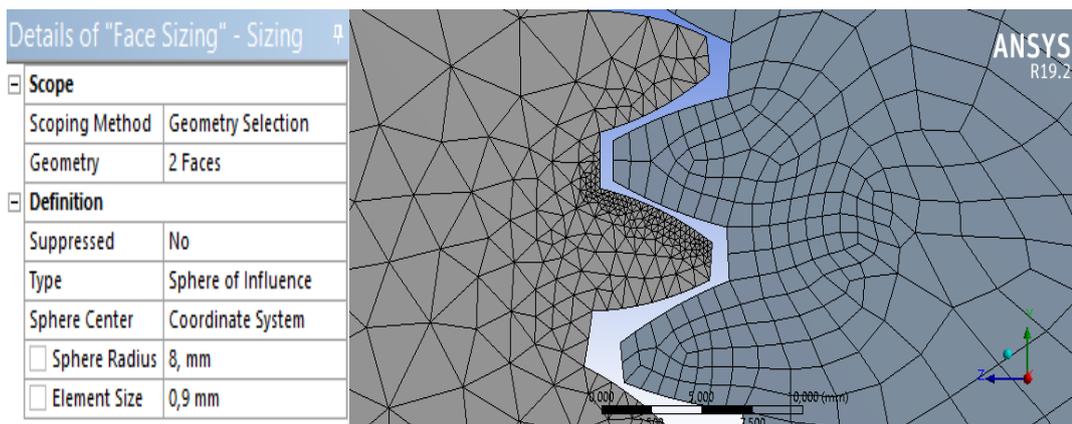


Figura 34 Refinamiento de malla para un tamaño de 0,9. Fuente: Simulador ANSYS

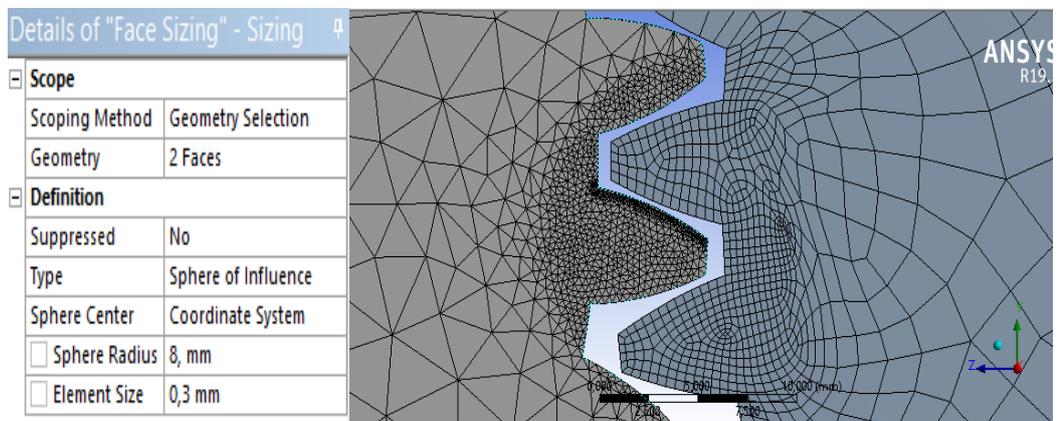
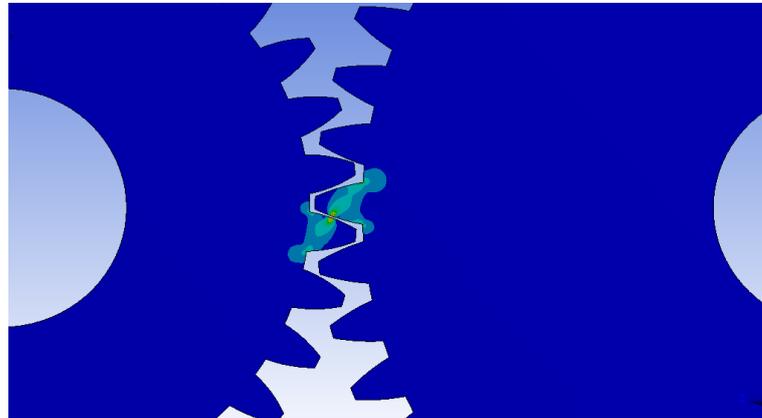


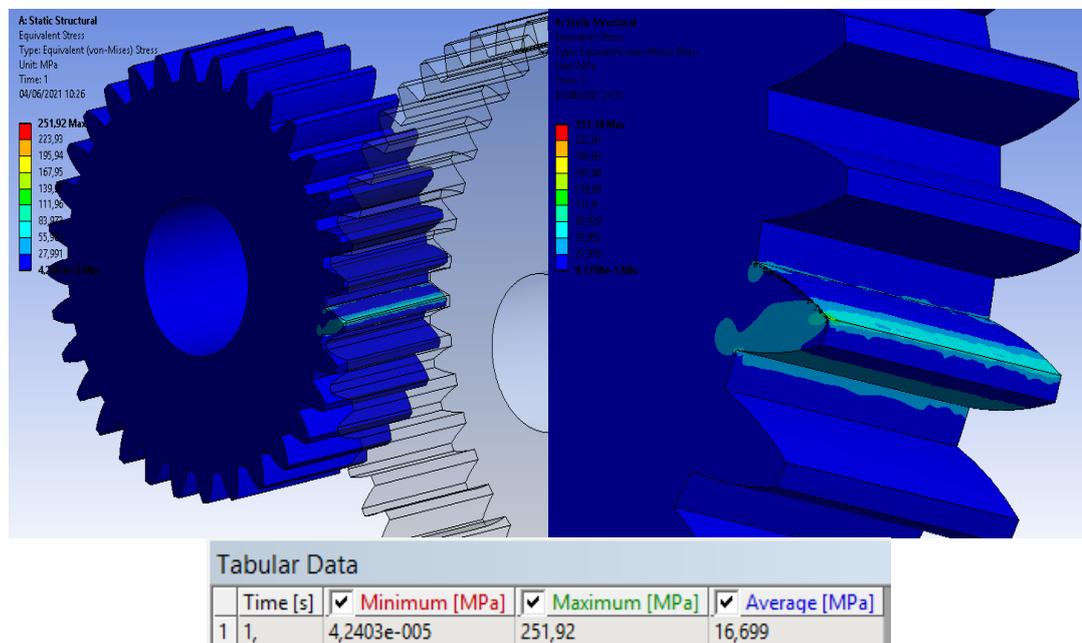
Figura 35 Refinamiento de malla para un tamaño de 0,3. Fuente: Simulador ANSYS

El análisis se basó estrictamente en el piñón, ya que, representa el elemento más crítico en el sistema. Por otro lado, el diente a estar sometido a una carga directa y absorber todo el esfuerzo producido generara un punto crítico como se muestra en la figura 36.

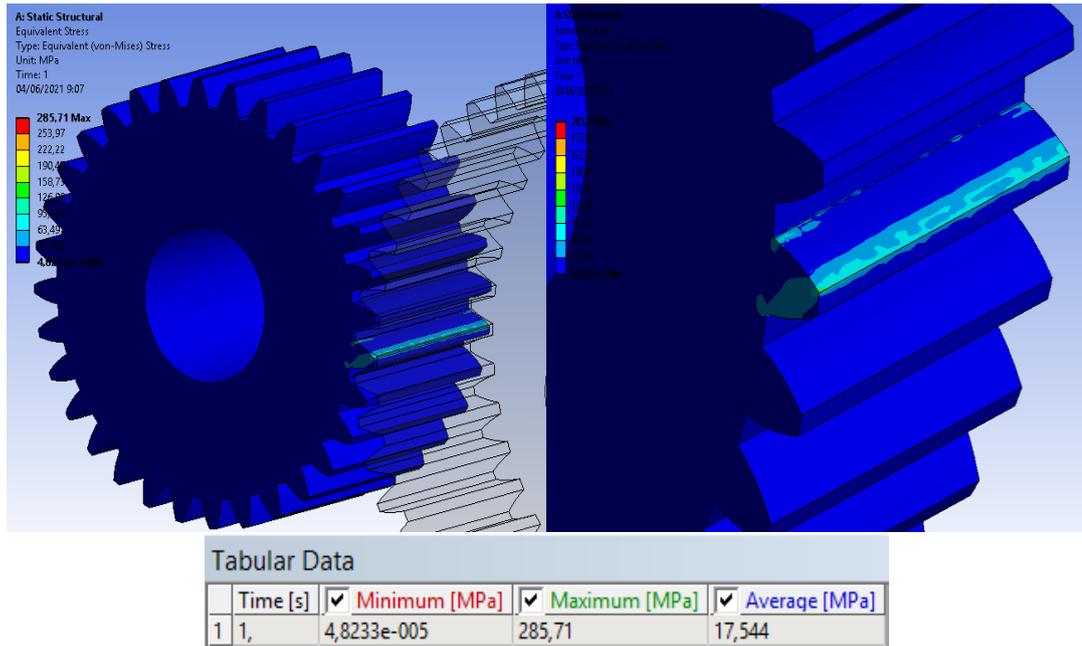


**Figura 36.** Esquema general del análisis piñón engrane.  
Elaborado por: Diego Morales

En las figuras 37 y 38 se muestra la concentración de esfuerzos ocasionado por el contacto ejercido por la carga a la que está sometida.



**Figura 37.** Esfuerzo de Von mises piñón-contacto de material AISI 1040.  
Fuente: simulador ANSYS.



**Figura 38.** Esfuerzo de Von mises piñón-contacto de material AISI 4140.  
Fuente: simulador ANSYS.

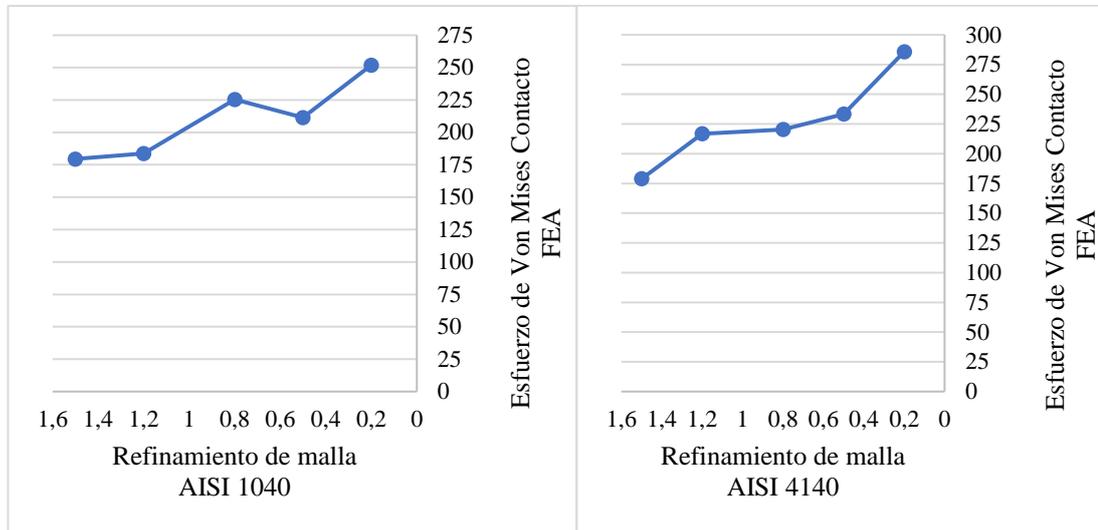
En la tabla 38 se muestran los valores de tensión de contacto obtenidos mediante las ecuaciones de AGMA y análisis FEA.

**Tabla 38.** Tensión de contacto Material AISI 1040 Y 4140

Metodología	AISI 1040	AISI 4140
AGMA (MPa)	298,93	302,65
ANSYS (MPa)	251.78	285,71

Elaborado por: Diego Morales

Como se muestra en la sección 3.2.3 la convergencia de resultados se debe a la variación en cuanto al mallado a utilizar por lo que el cambio significativo en los valores de esfuerzo mediante análisis FEA convergerá a una solución real como se muestra en la figura 39 .



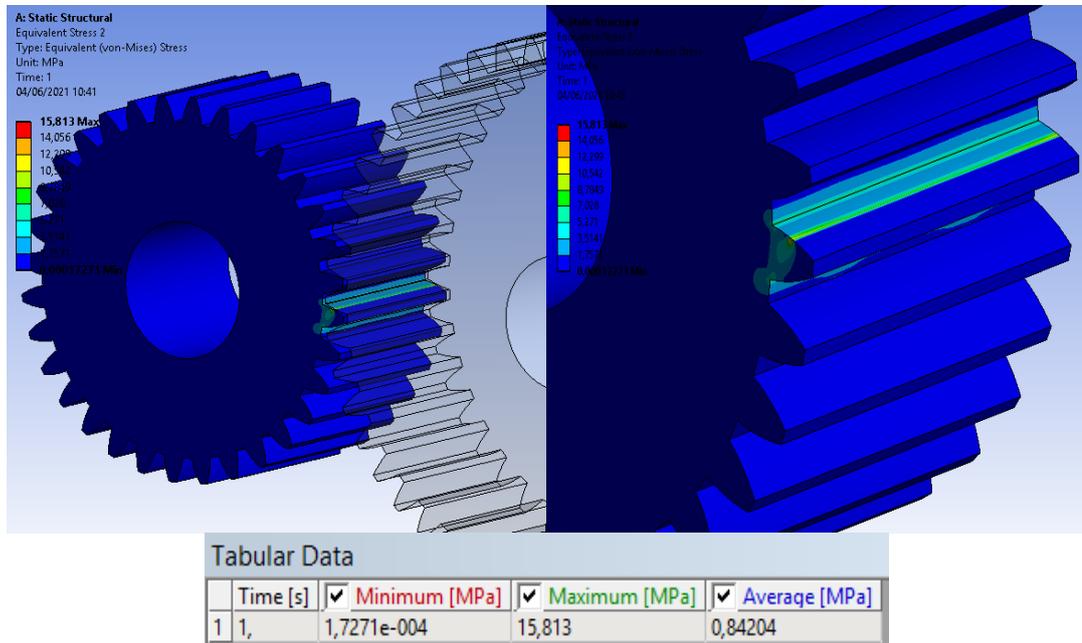
**Figura 39.** Variación de resultados por contacto mediante refinamiento de malla de material AISI 1040 y 4140. Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 39.** Porcentaje de variación de resultados de tensión de contacto según la metodología de AGMA y análisis por ANSYS.

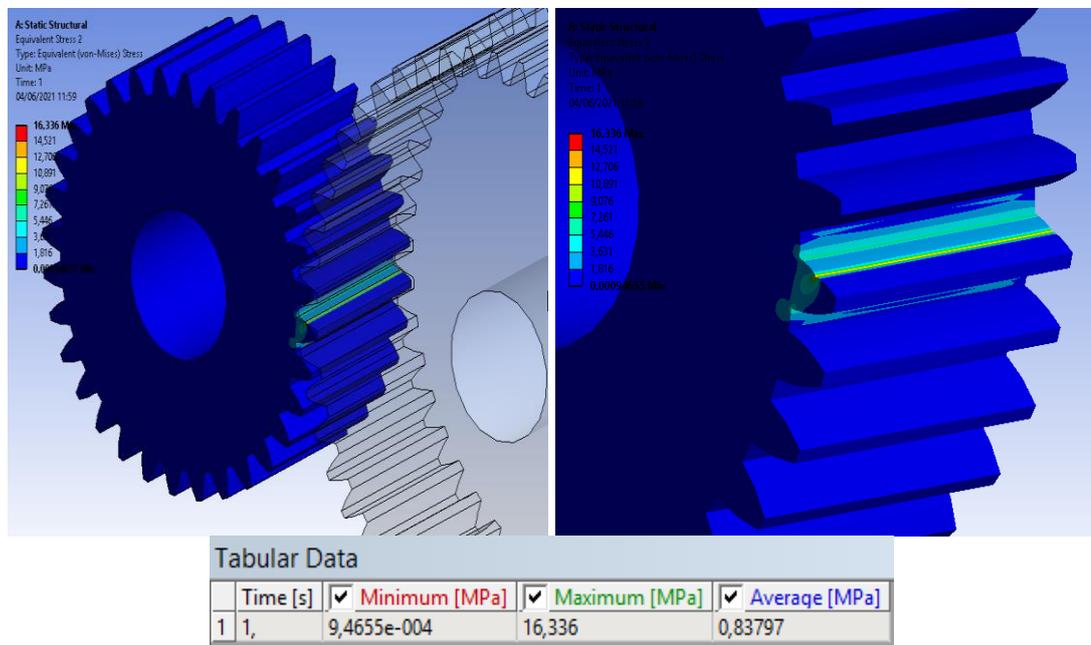
acero	AGMA	ANSYS	% de variación
<b>1040</b>	298,32	251,78	<b>15,60</b>
<b>4140</b>	302,03	285,71	<b>5,40</b>

Elaborado por: Diego Morales

Los esfuerzos por flexión ocasionada por la carga a la que está sometida el diente se muestran en la figura 40 y 41.



**Figura 40.** Esfuerzo de Von mises piñón-flexión de material AISI 1040.  
Fuente: simulador ANSYS.



**Figura 41.** Esfuerzo de Von mises piñón-flexión de material AISI 4140.  
Fuente: simulador ANSYS

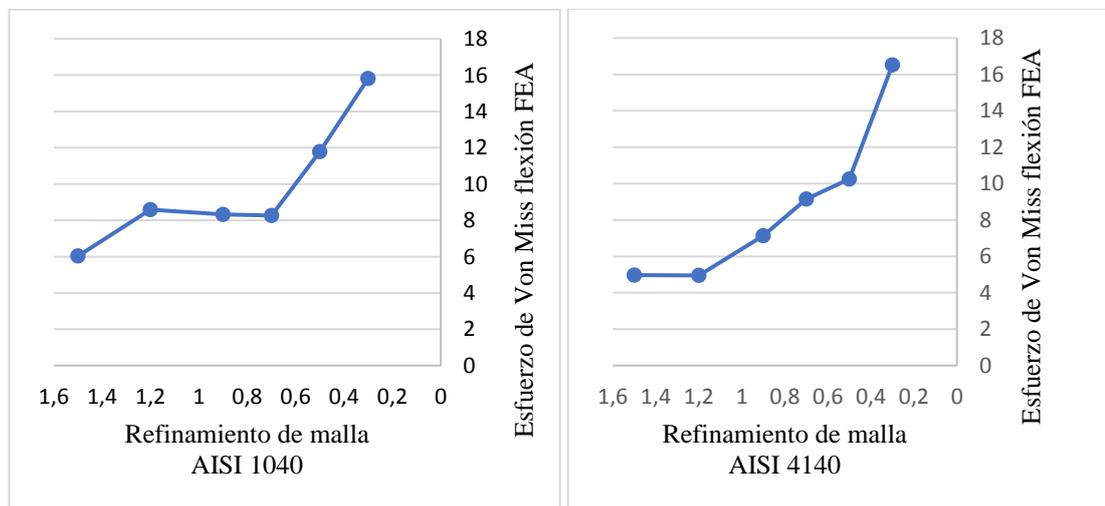
Los valores de tensión a flexión obtenidos mediante las ecuaciones de AGMA y análisis FEA se muestran en la tabla 40.

**Tabla 40.** Tensión de flexión de material AISI 1040 Y 4140.

Metodología	AISI 1040	AISI 4140
AGMA (MPa)	20,19	20,19
ANSYS (MPa)	15,81	16,33

Elaborado por: Diego Morales

De acuerdo con el análisis de flexión el refinamiento de malla influye directamente en el resultado a obtener por lo que en la figura 42 se muestra la variación de resultados mediante el refinamiento de malla.



**Figura 42.** Variación de resultados por flexión mediante refinamiento de malla de material AISI 1040 y 4140. Elaborado por: Diego Morales

**Tabla 41.** Porcentaje de variación de resultados de tensión de flexión según la metodología de AGMA y análisis por ANSYS

acero	AGMA	ANSYS	% de variación
<b>1040</b>	20,19	15,81	<b>21,69</b>
<b>4140</b>	20,19	16,33	<b>19,11</b>

Elaborado por: Diego Morales

## CONCLUSIONES

- Los datos que se obtuvieron de acuerdo con lo establecido por AGMA para un análisis por contacto y flexión corresponden a una fuerza tangencial de 314,25 [N], así como los diferentes factores de corrección establecidos por la norma.
- La variación del refinamiento de malla en los rangos de 0.3, 0.5, 0.8, 1.2, 1.5 muestran la variación de resultados e influencia que tiene en la convergencia a una solución real en un análisis FEA
- En cuanto a la Tensión por contacto y Tensión por flexión mediante análisis FEA el material AISI 1040 presenta un esfuerzo máximo de 251,78 MPa y 15,81 MPa respectivamente mientras que el material AISI 4140 presenta un esfuerzo máximo de 285,71 MPa y 16,33 MPa respectivamente debido a estos resultados el material AISI 4140 presenta mayor resistencia mecánica.
- Con el análisis FEA realizado empleando una malla métrica de 0.973, correspondiente a 63721 elementos con un total 125999 nodos. Se obtuvieron resultados con una diferencia del 15% comparados con los resultados teóricos obtenidos.
- Los resultados obtenidos bajo las condiciones de las ecuaciones de la norma AGMA presentan una variación al resultado obtenido mediante el análisis FEA en el caso de la tensión por contacto en el material AISI 1040 y 4140 presentan una variación del 15,60% y 5,40% respectivamente; por otro lado en el caso de la tensión por flexión de material AISI 1040 Y 4140 se presentan con un 21,69% y 19,11% respectivamente, estas variaciones se pueden justificar debido a que en el análisis FEA no se consideran factores de corrección empleados por la norma AGMA.
- Al presentar un mallado cuadrático fuera de la parte crítica del sistema este tiende a poseer un número menor de elementos en comparación al mallado triangular presentado en el área de contacto el cual debido a su composición tiende a presentar un número mayor de elementos por lo que nos permitirá obtener resultados con mayor exactitud con un tiempo de solución más corto.

## Recomendaciones

- Realizar un mallado cuadrilátero debido a que proporcionara mejor desempeño computacional y los valores no estarán alejados de los calculados, por otro lado, si el conoce el área crítica del sistema a analizar es preferible utilizar un mallado más denso de tipo triangular ya que ello nos dará una mayor exactitud en los cálculos.
- Proveer al elemento una malla más fina proporcionara rigidez al sistema debido a ello se podría obtener resultados erróneos, una malla más fina no significa resultados más precisos, por lo que se recomienda realizar un mallado por defecto para luego identificar el punto crítico y concentrar la densidad de la malla en este.
- Establecer correctamente las condiciones de borde ya que estas deben estar ajustados a la realidad por lo que es indispensable conocer la física que se requiera aplicar.
- Verificar la geometría del elemento es indispensable en el análisis ya que si la pieza es modelada de forma incorrecta los resultados obtenidos no serán confiables además es necesario conocer las propiedades mecánicas de los materiales a utilizar en el software de simulación.

## LISTA DE REFERENCIAS

- [1] J. A. Ligeró, “Engranajes. Fundamentos de KBE (Knowledge Based Engineering),” *Esc. Super. Ing. Dep. Ing. Gráfica*, 2008.
- [2] Robert C. Juvinall y Kurt M. Marshek, *Fundamentals of Machine Component Design*. John Wiley & Sons, 2012.
- [3] M. M. K. Gopinath, “Machine Design II: Gears,” p. 24, 2012.
- [4] R. L. Norton, *Diseño de máquinas: un enfoque integrado*. Mexico: Pearson Educación de México, SA de CV, 2011.
- [5] R. G. B. y J. K. Nisbett, *Diseño en de Shigley mecánica ingeniería Contenido*. New York, 2008.
- [6] “Cálculo de engranajes: ideas esenciales en tus transmisiones mecánicas – Blog CLR,” 2020. <https://clr.es/blog/es/calculo-de-engranajes-transmisiones-mecanicas/> (accessed Sep. 27, 2020).
- [7] Robert L. Mott, *Diseño de Elementos de Máquinas*. Mexico: Pearson Educación de México, SA de CV, 2006.
- [8] F. Díaz, “Engranajes: Historia, Fabricación y Fallas,” *Principios de Electrodeposición.*, pp. 209–213, 2013, [Online]. Available: <http://132.248.9.195/ptd2014/enero/0707541/0707541.pdf>.
- [9] <http://www.gestiondecompras.com>, “Diseñar, desarrollar y fabricar engranajes en una gran variedad de materiales y procesos,” Accessed: Dec. 01, 2020. [Online]. Available: <https://www.gestiondecompras.com/es/productos/componentes-mecanicos-y-de-ferreteria/engranajes>.
- [10] P. Ing and P. L. Ringegni, “A DIENTES RECTOS.”
- [11] L. y Aceros, “El acero, clasificación según SAE-AISI,” 2019. <https://blog.laminasyaceros.com/blog/el-acero-clasificación-según-sae-aisi> (accessed Dec. 01, 2020).
- [12] J. Garavito, “Tratamiento Termicos,” *Esc. Colomb. Ing.*, no. 2, pp. 1–22, 2008.
- [13] M. K. Lee, G. H. Kim, K. H. Kim, and W. W. Kim, “Control of surface hardnesses , hardening depths , and residual stresses of low carbon 12Cr steel by flame hardening,” vol. 184, pp. 239–246, 2004, doi: 10.1016/j.surfcoat.2003.10.063.
- [14] E. Pessard, D. Bellett, V. Argoud, E. Pessard, and D. Bellett, “ScienceDirect Fatigue Fatigue behaviour behaviour of of gear gear teeth teeth made made of of case case hardened hardened steel : steel : from from competing competing mechanisms mechanisms to to lifetime lifetime variability variability,” vol. 00, 2019, doi: 10.1016/j.prostr.2019.12.078.
- [15] E. Conrado, C. Gorla, P. Davoli, and M. Boniardi, “A comparison of bending fatigue strength of carburized and nitrided gears for industrial applications,”

- Eng. Fail. Anal.*, vol. 78, pp. 41–54, 2017, doi: 10.1016/j.engfailanal.2017.03.006.
- [16] B. M. Gurumurthy, M. C. Gowrishankar, S. Sharma, A. Kini, M. Shettar, and P. Hiremath, “Microstructure authentication on mechanical property of medium carbon Low alloy duplex steels,” *J. Mater. Res. Technol.*, vol. 9, no. 3, pp. S105–S111, 2020, doi: 10.1016/j.jmrt.2020.03.027.
- [17] M. Felipe, D. Del, C. Rodriguez, C. Izcalli, and E. D. O. D. E. México, “Universidad nacional autonoma de méxico,” 2018.
- [18] F. Metal, C. Steel, and M. C. Steel, “AISI 1040 Steel , normalized at 900 ° C ( 1650 ° F ), air cooled , 25 mm ( 1 in . ) round MatWeb , Your Source for Materials Information - WWW . MATWEB . COM / MatWeb , Your Source for Materials Information - WWW . MATWEB . COM /,” pp. 1–2.
- [19] F. Metal, C. Steel, and M. C. Steel, “AISI 1040 Steel , normalized at 900 ° C ( 1650 ° F ), air cooled , 50 mm ( 2 in . ) round MatWeb , Your Source for Materials Information - WWW . MATWEB . COM / MatWeb , Your Source for Materials Information - WWW . MATWEB . COM /,” pp. 1–2.
- [20] F. Metal, C. Steel, and M. C. Steel, “AISI 1040 Steel , normalized at 900 ° C ( 1650 ° F ), air cooled , 100 mm ( 4 in . ) round MatWeb , Your Source for Materials Information - WWW . MATWEB . COM / MatWeb , Your Source for Materials Information - WWW . MATWEB . COM /,” pp. 1–2.
- [21] A. especiales B. S.A, “AISI 1045.” BOHLER, 2015.
- [22] M. M. El Rayes, E. A. El-Danaf, and A. A. Almajid, “Ultrasonic characterization of heat-treatment effects on SAE-1040 and -4340 steels,” *J. Mater. Process. Technol.*, vol. 216, pp. 188–198, 2015, doi: 10.1016/j.jmatprotec.2014.09.005.
- [23] S. Del, A. Astm, A. Mediante, and P. Saw, “Escuela politécnica nacional,” 2019.
- [24] Aceros especiales BOHLER S.A, “42 CrMo4-SAE 4140,” 2015.
- [25] SUMAIND - Ecuador, “Catálogo de aceros Sumaind,” vol. 53, no. 9, pp. 1689–1699, 2019, [Online]. Available: [https://www.sumaind.ec/CATALOGOS\\_files/doc/aceros.pdf](https://www.sumaind.ec/CATALOGOS_files/doc/aceros.pdf).
- [26] E. Gresesqui Lobaina, I. Rodríguez González, and T. Fernández Columbié, “Caracterización del acero 70XL empleado en la fabricación de bolas para la molienda del clinker,” *Minería y Geol.*, vol. 33, no. 4, pp. 477–488, 2017.
- [27] U. Nacional and D. E. L. Comahue, ““ Caracterización de fallas en un acero AISI- SAE 4140 templado y revenido , soldado y con recubrimiento de cromo utilizado en la fabricación de rotores de bombas de cavidades progresivas .,”” 2018.
- [28] Jeferson Danilo Carvajal Gualoto. Juan Andres Garzon Andrade, “Evaluación de la resistencia a la tracción y dureza del acero aisi/sae 4140, tratado térmicamente por temple y revenido.,” Universidad Politecnica Salesiana, 2019.

- [29] A. Sae, “Barras De Baja Y Media Aleación,” vol. 1013, p. 4340.
- [30] J. Rios, “Tipos de engranajes y sus aplicaciones,” 2015.  
<http://engranajesutelvt.blogspot.com/> (accessed Mar. 02, 2021).
- [31] Fluideco, “¿Qué es una bomba de engranajes y cómo funciona?,” *14 de febrero, 2020*, 2020. <https://fluideco.com/que-es-una-bomba-de-engranajes-y-como-funciona/> (accessed Mar. 08, 2021).
- [32] Inducom, “Motorreductor Lineal | Venta de Motorreductor Lineal Bonfiglioli | Ecuador.” <https://inducom-ec.com/productos/motorreductor-lineal-bonfiglioli/> (accessed Mar. 19, 2021).
- [33] J. Moya Rodríguez *et al.*, “Deterioro y modos de fallo en engranajes,” no. September 2015, 2014, doi: 10.13140/RG.2.1.4579.3766.
- [34] EcuRed, “AGMA.” <https://www.ecured.cu/AGMA> (accessed Dec. 14, 2020).
- [35] Lenin Alexander Ulloa Villamarin. Oscar Andrés Vasco Morales, “Diseño y construcción de una máquina para ensayo de engranes rectos sometidos a fatiga.,” Universidad Politecnica Salesiana, 2020.
- [36] “ANSI / AGMA 2001-D04 (reafirmado en marzo de 2016).” <https://members.agma.org/ItemDetail?iProductCode=2001-D04&Category=STANDARDS> (accessed Dec. 14, 2020).
- [37] Lenin Alexander Ulloa Villamarin. Oscar Andrés Vasco Morales, “Diseño y construcción de una máquina para ensayo de engranes rectos sometidos a fatiga
- [38] Juan Manuel Regalado González, “Cálculo y diseño de engranajes conforme a la norma ansi/agma 2101-d04,” universidad carlos iii de madrid, 2015.
- [39] American Gear Manufactures Association, “ANSI/AGMA 2001-D04 Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth,” vol. 04, p. 66, 2004, [Online]. Available: ANSI/AGMA 2001-D04.
- [40] “ANEXO I: Influencia de la calidad de malla en simulaciones. Uso de condiciones de contorno periódicas .” <http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/3848/fichero/Volumen+Único%252F07.ANEXO+I.pdf> (accessed Jul. 23, 2021).

## ANEXOS

### FICHA TÉCNICA ACERO BOHLER

## VCL



AISI : 4140  
 DIN : 42 Cr Mo 4  
 W N°: 1.7223/25

Tipo de aleación promedio : C 0,41 Cr 1,1 Mo 0,2 Si 0,2 Mn 0,7 %  
 Color de identificación : Verde - Blanco  
 Estado de suministro : Bonificado 250 - 350 HB Típico. Ver tabla inf.  
 Largo estándar : 3,5 - 6 metros.

Acero especial de bonificación con aleación de cromo molibdeno.

Muy resistente a la tracción y a la torsión, como también a cambios de flexión. Se suministra en estado bonificado, lo que permite, en la mayoría de los casos, su aplicación sin necesidad de tratamiento térmico adicional.

**APLICACIONES:** Partes de maquinaria y repuestos de dimensiones medianas, con grandes exigencias en las propiedades arriba mencionadas y también ciertos elementos para la construcción de motores, engranajes, pernos, tuercas, pines, émbolos, árboles de transmisión, ejes de bombas, cañones de armas para la cacería.

#### INDICACIONES PARA EL TRATAMIENTO TÉRMICO

Forjado: 1050 - 850 °C  
 Normalizado: 840 - 880 °C  
 Recocido: 690 - 720 °C  
 Enfriamiento lento en el horno  
 Temple: al aceite 830 - 860 °C  
           al agua 820 - 850 °C  
 Dureza obtenible: 52 - 56 HRC  
 Revenido : 540 - 680 °C  
 Nitrurar: 580 °C



Resistencia en estado Recocido		CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS EN ESTADO BONIFICADO						
máx. N/mm <sup>2</sup>	Dureza Brinell máx.	Diámetro mm.		Límite de fluencia N/mm <sup>2</sup>	Resistencia a la tracción N/mm <sup>2</sup>	Elongación (L <sub>0</sub> = 5d) % mín.	Estricción % mín.	Resiliencia según DVM Joule
		desde	hasta					
770	241	16	16	835	1030 - 1250	10	40	34
		40	40	715	930 - 1130	11	45	41
		100	100	595	830 - 1030	12	50	41
		160	160	530	730 - 900	13	55	41
		190	250	490	630 - 840	14	55	41

# FICHA TÉCNICA ACERO SIMINDU



CALEIDAD  
**AISI 1040**  
ACERO PARA  
MAQUINARIAS

Color de Identificación:

Blanco / Amarillo

## ESPECIFICACIÓN TÉCNICA DEL MATERIAL

### NORMAS EQUIVALENTES

AFNOR (Fr)	1C40
BS (Ingl)	O80 A40
DIN (Ale)	11186
JIS (Jap)	S40C
UNI (Ital)	C40
Grado Thyssen	XC40H1

### RANGOS DE COMPOSICIÓN QUÍMICA

CARBONO	AZUFRE	FÓSFORO	SILICIO	MANGANESO
C 0.37 - 0.44	S 0.04 (Máx)	P 0.04 (Máx)	Si 0.15 - 0.35	Mn 0.60 - 0.90
CROMO	NIQUEL	MOLIBDENO	WADIO	TUNGSTENO
Cr —	Ni —	Mo —	V —	W —

### CARACTERÍSTICAS GENERALES

- Es un Acero de construcción de medio carbono.
- Responde fácilmente al tratamiento térmico de endurecimiento mediante bonificado (temple y revenido), especialmente con temple en medios de alta severidad como el agua.
- Buena Maquinabilidad

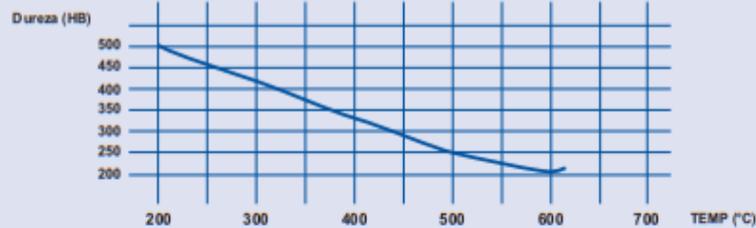
### APLICACIONES

- Elementos de Maquinarias.
- En general, sus aplicaciones son similares a las del Acero AISI 1045.
- Ejes, engranajes, cigüeñales, espárragos, pernos, cadenas, etc.
- También se suele utilizar en piezas endurecidas superficialmente por inducción o llama oxacetilénica.

### TRATAMIENTO TÉRMICO DEL MATERIAL

TRATAMIENTO	TEMPERATURA °C	MEDIO DE ENFRIAMIENTO	DUREZA	
			RC	HB N
NORMALIZADO	870 - 890	AIRE		190 (Max)
RECOCIDO	840 - 860	HORNO		170 (Max)
TEMPLE	830 - 850	AGUA	58 (Max)	
REVENIDO	200 - 620		52 (Max)	228 (Max)
CEMENTACIÓN				

### CURVA DE REVENIDO

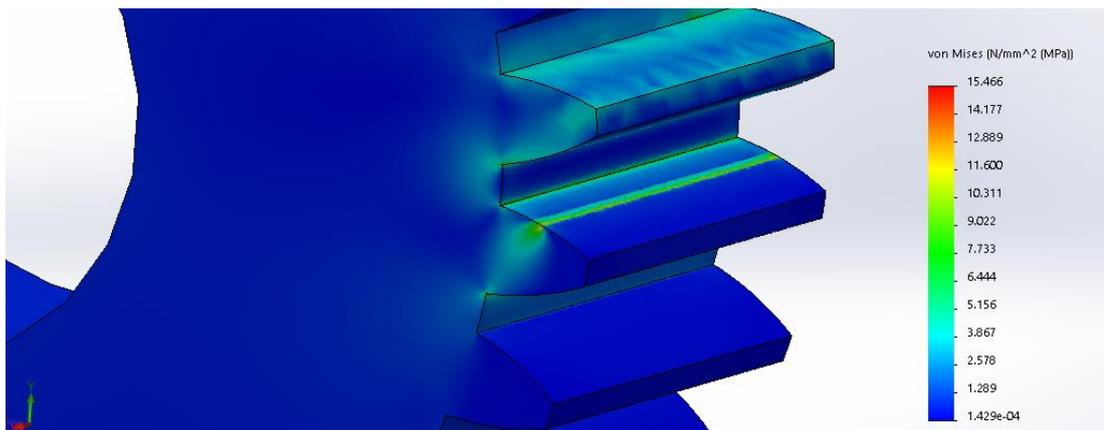
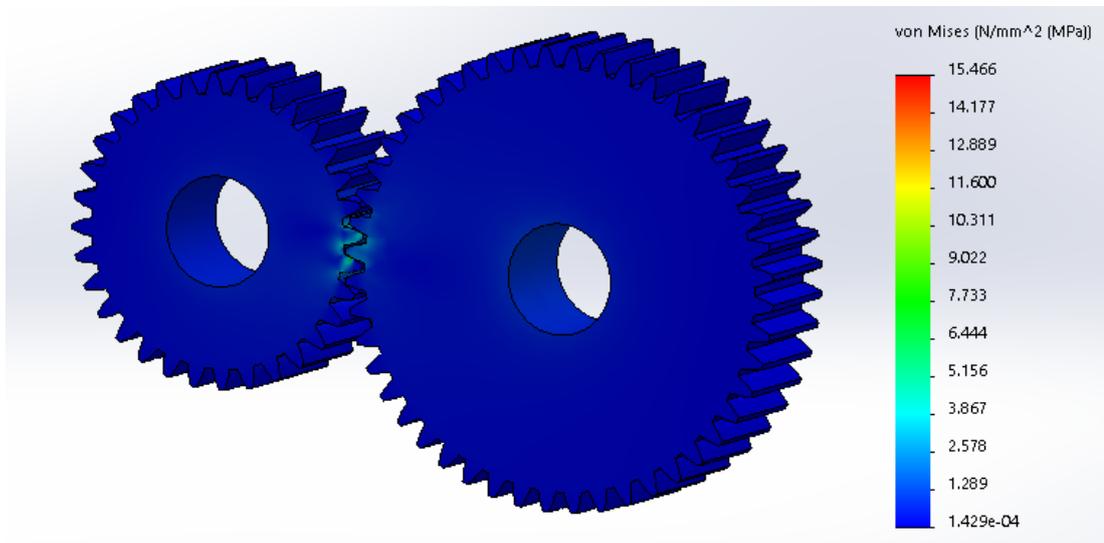


### ESTADO DE ENTREGA

[www.sumindu.com](http://www.sumindu.com)

Natural o bonificado, durezas (ver certificado de calidad).  
Laminado o Forjado, premaquinado según medidas.

# RESULTADOS A FLEXIÓN OBTENIDOS MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE SOLIDWORKS SIMULACIÓN



# RESULTADOS A CONTACTO OBTENIDOS MEDIANTE LA UTILIZACIÓN DE SOLIDWORKS SIMULACIÓN

