

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO**

**CARRERA DE:  
INGENIERÍA MECÁNICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de:  
INGENIEROS MECÁNICOS**

**TEMA:  
ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE ENGRANES CÓNICOS Y  
HELICOIDALES SOMETIDOS A FATIGA MEDIANTE SIMULACIÓN Y  
VALIDADO EN MÁQUINA DE ENSAYO**

**AUTORES:  
FREDDY LEONARDO CHIMBO PINO  
JHONNY JAVIER VEÁSQUEZ CALVA**

**TUTOR:  
LUIS CHRISTIAN JUIÑA QUILACHAMÍN**

**Quito, septiembre del 2020**

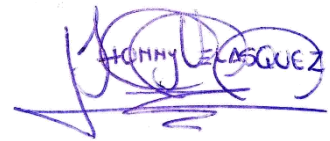
## **CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR**

Nosotros Freddy Leonardo Chimbo Pino, con documento de identificación N° 200008108-9 y Jhonny Javier Velásquez Calva, con documento de identificación N° 172458732-2, manifestamos nuestra voluntad y cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del trabajo de titulación intitulado: “ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE ENGRANES CÓNICOS Y HELICOIDALES SOMETIDOS A FATIGA MEDIANTE SIMULACIÓN Y VALIDADO EN MÁQUINA DE ENSAYO”, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de Ingenieros Mecánicos, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en nuestra condición de autores nos reservamos los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribimos este documento en el momento que hacemos entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.



Freddy Leonardo Chimbo Pino  
C.I. 2000081089



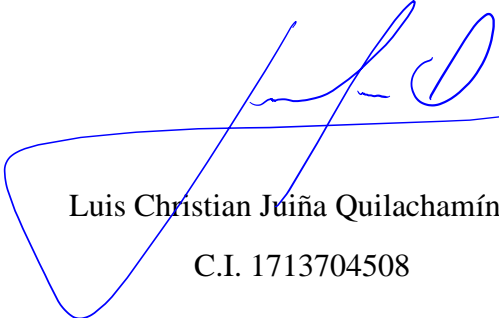
Jhonny Javier Velásquez Calva  
C.I. 1724587322

Quito, septiembre del 2020

## **DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR**

Yo declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el Proyecto Técnico, “ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE ENGRANES CÓNICOS Y HELICOIDALES SOMETIDOS A FATIGA MEDIANTE SIMULACIÓN Y VALIDADO EN MÁQUINA DE ENSAYO” realizado por Freddy Leonardo Chimbo Pino y Jhonny Javier Velásquez Calva, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana, para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, septiembre del 2020



Luis Christian Juiña Quilachamín  
C.I. 1713704508

## **DEDICATORIA**

En todo el periodo de mi carrera habido personas que supieron apoyarme para cumplir esta meta, les dedico este proyecto a mi familia, a mis padres, a mis hermanos, que nunca dejaron de darme ánimos incondicionales, a mis amigos, que son un sustento fundamental para seguir adelante, mi pareja Alejandra Tumbaco que día a día me da su hombro para no desmayar al cumplir mis metas, en especial quiero dedicar este logro a mi Madre Guadalupe Esmeraldas Carrillo Subía, que con perseverancia no dejó de alentarme y ser mi luz en momentos difíciles.

***Freddy Leonardo Chimbo Pino***

Dedico esta Tesis a mis padres por haberme forjado como la persona que soy en la actualidad, todos los logros se los debo a ustedes siempre me apoyaron incondicionalmente para poder llegar a ser un profesional.

A mi Hermana, Esposa e hija que es el motor que me impulsa a seguir creciendo día tras día.

A los profesores de la Universidad que con el pasar de los años se convirtieron en nuestro ejemplo a seguir.

No ha sido sencillo el camino hasta ahora, pero gracias a todos por sus aportes, su amor, inmensa bondad y apoyo, con esto llegar a la meta se ha vuelto menos complicada.

Les agradezco a todos, y hago presente mi gran afecto, a mi hermosa familia y profesores.

***Jhonny Javier Velásquez Calva***

## **AGRADECIMIENTO**

Agradezco a mis docentes que, a lo largo de mi carrera, su conocimiento fue impartidos hacia mí, de la misma forma a mi familia que incansablemente estuvo junto a mí, a mis padres que no solo con su ejemplo me supieron guiar sino me impartieron fuerza de voluntad. Siempre estaré agradecido a mi madre Guadalupe, porque sin ella no hubiera llegado donde estoy.

*Freddy Leonardo Chimbo Pino.*

Mi eterno agradecimiento a la Universidad Politécnica Salesiana y profesores, la cual me permitió iniciar los primeros pasos para formarme profesionalmente.

Familia, amigos y personas que son especiales en mi vida, son ese soporte que me dio confianza para estar donde ahora estoy. No podría sentirme más grato con la confianza depositada en mí. Este nuevo logro alcanzado es gracias a ustedes he logrado culminar con éxito un proyecto que al inicio se volvió inalcanzable gracias a todos ustedes por esos consejos llenos de sabiduría y experiencia.

Finalmente, a mis compañeros y amigos de alma de clase durante todos los niveles de Universidad conocí, amistad apoyo moral han aportado grandes conocimientos y ganas de seguir adelante en mi vida profesional.

Gracias, madre, padre, hermana, esposa e hija mía ¡Lo logré!

*Jhonny Javier Velásquez Calva*

## INDICE GENERAL

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR.....	i
DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR.....	ii
DEDICATORIA .....	iii
AGRADECIMIENTO.....	iv
INDICE GENERAL.....	v
INDICES DE TABLAS .....	viii
INDICE DE FIGURAS.....	ix
NOMENCLATURA .....	xi
RESUMEN.....	xii
ABSTRACT .....	xiii
INTRODUCCION .....	1
CAPÍTULO I.....	4
DEFINICIONES Y NOMENCLATURA DE LOS ENGRANES.....	4
1.1. Definición de Engranés .....	4
1.2. Características.....	4
1.2.1 Diámetro Primitivo (Dp).....	4
1.2.2 Diámetro Exterior (De) .....	5
1.2.3 Número de Dientes (Z).....	5
1.2.4 Modulo (M).....	5
1.2.5 Diámetro Interior (Di).....	5
1.3. Material de Construcción .....	6
1.3.1. Aceros para la fabricación de engranes.....	6
1.3.2. Aceros endurecidos en forma superficial.....	7
1.3.3. Carburización y nitruración.....	8

1.3.4. Hierro fundido y bronce como materiales para fabricar engranajes .....	8
1.4. Selección de materiales .....	12
1.5. Funcionamiento .....	13
1.5.1. Aumento de velocidad.....	14
1.5.2. Aumento de fuerza .....	14
1.5.3. Cambio de dirección .....	14
1.6. Aplicaciones en la mecánica .....	14
1.6.1. Bomba hidráulica .....	15
1.6.2. Caja de velocidades.....	15
1.7. Ecuaciones de esfuerzo AGMA .....	15
1.8. Tipos de engranes .....	16
1.8.1 Engranés rectos .....	16
1.8.2. Engranés helicoidales.....	19
1.8.3 Engranés Cónicos.....	23
1.9. Esfuerzos en los engranes.....	27
CAPÍTULO II .....	28
DIMENSIONAMIENTO .....	28
2.1 Dimensionamiento de Engranés Helicoidales.....	28
2.2 Análisis de fuerzas en Engranés Helicoidales.....	30
2.3 Esfuerzos Engranés Helicoidales .....	33
- Ecuación al Esfuerzo de flexión.....	33
- Ecuación al Esfuerzo de Contacto.....	43
2.4 Dimensionamiento de Engranés Cónicos.....	51
2.5 Análisis de fuerzas en Engranés Cónicos.....	54
2.6. Esfuerzos en Engranés Cónicos .....	57

- Ecuación al Esfuerzo de flexión.....	57
- Ecuación al Esfuerzo de contacto.....	64
CAPÍTULO III.....	70
SOFTWARE DE SIMULACIÓN.....	70
3.1. Autodesk Inventor.....	70
3.2 ANSYS Mechanical.....	83
CAPÍTULO IV.....	96
VALIDACIÓN MEDIANTE OBSERVACIÓN.....	96
4.1.2 Engranés Helicoidales.....	97
4.1.3 Engranés Cónicos.....	104
CONCLUSIONES.....	108
RECOMENDACIONES.....	110
BIBLIOGRAFÍA.....	111
ANEXOS	



## INDICES DE TABLAS

<b>Tabla 1.</b> Bronce Dulce Latón UNS C 38500~ASTM B455 [18] .....	9
<b>Tabla 2.</b> Características Bronce SAE 40 [19] .....	10
<b>Tabla 3.</b> Análisis típico Bronce SAE 64 [19].....	10
<b>Tabla 4.</b> Características y propiedades Bronce SAE 64 [19] .....	11
<b>Tabla 5.</b> Análisis típico AISI/SAE 4340 [20] .....	11
<b>Tabla 6.</b> Características y propiedades [20] .....	11
<b>Tabla 7.</b> Propiedades mecánicas del acero AISI 4340 [22].....	12
<b>Tabla 8.</b> Propiedades mecánicas del acero AISI 5115 [20].....	13
<b>Tabla 9.</b> SAE 1018/20 [23] .....	13
<b>Tabla 10.</b> Fuerzas en Engranés Helicoidales en función de las revoluciones. ....	32
<b>Tabla 11.</b> Factor $K_o$ [37].....	35
<b>Tabla 12.</b> Factores para la ecuación $C_{ma}$ [31].....	38
<b>Tabla 13.</b> Esfuerzo de Flexión en función de las revoluciones. ....	39
<b>Tabla 14.</b> Ciclos de Vida.....	41
<b>Tabla 15.</b> Factor $Y_N$ en función del Número de Ciclos. ....	41
<b>Tabla 16.</b> Factor confiabilidad $Y_Z$ o $K_R$ [31] .....	42
<b>Tabla 17.</b> Factor de Seguridad de flexión en función de las Revoluciones. ....	43
<b>Tabla 18.</b> Esfuerzo al Contacto $\sigma_{contacto}$ o en función de las revoluciones.....	48
<b>Tabla 19.</b> Factor $Z_N$ en función de las Revoluciones.....	49
<b>Tabla 20.</b> Factor de Seguridad de Picadura.....	51
<b>Tabla 21.</b> Fuerza Tangencial en función de las revoluciones. ....	55
<b>Tabla 22.</b> Esfuerzo de Flexión.....	61
<b>Tabla 23.</b> Ciclos de Trabajo en función de las revoluciones.....	62
<b>Tabla 24.</b> Factor $Y_{NT}$ .....	62
<b>Tabla 25.</b> Factor confiabilidad $Y_Z$ [31] .....	63
<b>Tabla 26.</b> Factor de Seguridad.....	64
<b>Tabla 27.</b> Esfuerzo al Contacto. ....	67
<b>Tabla 28.</b> Factor $Z_{NT}$ .....	68
<b>Tabla 29.</b> Factor de Seguridad a la picadura. ....	69

## INDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1.</b> Partes principales de un engranaje.....	5
<b>Figura 2.</b> Engranés Rectos. ....	17
<b>Figura 3.</b> Notaciones en Engranés Rectos [32] .....	17
<b>Figura 4.</b> Engrane Helicoidales.....	20
<b>Figura 5.</b> Nomenclatura Engranés Helicoidales.....	20
<b>Figura 6.</b> Nomenclatura de un Engrane Helicoidal [36] .....	21
<b>Figura 7.</b> Geometría de una cremallera helicoidal simple [37].....	21
<b>Figura 8.</b> Engrane Cónico. ....	25
<b>Figura 9.</b> Terminología de un engrane cónico [36].....	26
<b>Figura 10.</b> Caja de engranajes [38] .....	28
<b>Figura 11.</b> Diagramas de cuerpo libre de un piñón y engrane helicoidal [31].....	30
<b>Figura 12.</b> Factor de velocidad [33].....	34
<b>Figura 13.</b> Factor de Ciclo esfuerzo [31] .....	40
<b>Figura 14.</b> Factor de ciclos de esfuerzos de resistencia a la picadura [31] .....	49
<b>Figura 15.</b> Dimensionamiento de un engrane cónico.....	52
<b>Figura 16.</b> Diagramas de cuerpo libre de un piñón y engrane helicoidal [31].....	54
<b>Figura 17.</b> Factor de flexión J (YJ) de engranes cónicos rectos [31].....	60
<b>Figura 18.</b> Factor Geométrico (I) para engranes cónicos [31]. ....	66
<b>Figura 19.</b> Vista de los componentes de Cigüeñal completamente ensamblado. [40]....	71
<b>Figura 20.</b> Mallado en elemento (tensión máxima de Von Mises en el cigüeñal).[40] ..	72
<b>Figura 21.</b> Engranés Helicoidales. ....	73
<b>Figura 22.</b> Datos iniciales del diseño del piñón helicoidal. ....	74
<b>Figura 23.</b> Datos iniciales del diseño del engrane helicoidal. ....	75
<b>Figura 24.</b> Datos de cargas del Software Inventor. ....	75
<b>Figura 25.</b> Tabla de Fuerzas obtenidas en simulador.....	76
<b>Figura 26.</b> Propiedades del material AISI 1018. ....	76
<b>Figura 27.</b> Factores para el esfuerzo de flexión. ....	77
<b>Figura 28.</b> Factores para el esfuerzo al contacto.....	77
<b>Figura 29.</b> Factores de seguridad a la rotura del diente o flexión. ....	78
<b>Figura 30.</b> Engranés cónicos Software Inventor (Vista Isométrica). ....	78

<b>Figura 31.</b> Engranés cónicos Software Inventor (Vista lateral).....	79
<b>Figura 32.</b> Datos del diseño del piñón cónico.....	79
<b>Figura 33.</b> Datos del diseño del engrane cónico. ....	80
<b>Figura 34.</b> Cargas establecidas por el motor de la máquina.....	80
<b>Figura 35.</b> Datos del material.....	81
<b>Figura 36.</b> Resultados de fuerzas ejercidas en los elementos cónicos. ....	81
<b>Figura 37.</b> Factores para el esfuerzo de flexión. ....	82
<b>Figura 38.</b> Factores para el esfuerzo de contacto de los elementos cónicos. ....	82
<b>Figura 39.</b> Factor de seguridad de flexión y contacto de los elementos cónicos. ....	83
<b>Figura 40.</b> Modelo FEA y mallado de un par de engranes en contacto [47]. ....	85
<b>Figura 41.</b> Tool Box de ANSYS. ....	86
<b>Figura 42.</b> Cuadro de inserción de Geometría. ....	87
<b>Figura 43.</b> Propiedades de Materiales.....	87
<b>Figura 44.</b> Geometría de los Engranés Helicoidales.....	88
<b>Figura 45.</b> Mallado Engranés Helicoidales.....	88
<b>Figura 46.</b> Torque en el engrane. ....	89
<b>Figura 47.</b> Torque en el piñón.....	89
<b>Figura 48.</b> Esfuerzo Von Mises.....	90
<b>Figura 49.</b> Resultados Von Mises. ....	90
<b>Figura 50.</b> Deformación en (mm) al contacto.....	91
<b>Figura 51.</b> Resultado de la deformación. ....	91
<b>Figura 52.</b> Tensión elástica. ....	91
<b>Figura 53.</b> Resultados de la tensión elástica. ....	92
<b>Figura 54.</b> Resultado de tensión de Von Mises obtenido mediante el análisis del software ANSYS.....	92
<b>Figura 55.</b> Malla en engranes cónicos.....	93
<b>Figura 56.</b> Deformación engranes cónicos.....	93
<b>Figura 57.</b> Deformación total en Engranés Cónicos. ....	94
<b>Figura 58.</b> Tensión elástica. ....	94
<b>Figura 59.</b> Resultado de Von Mises en Engranés Cónicos. ....	95
<b>Figura 60.</b> Datos del motor. ....	96

## NOMENCLATURA

$b$	Ancho neto de la cara del elemento más angosto	$KV$	Factor dinámico
$Cf$	Factor de la condición superficial	$m$	Módulo métrico
$CH$	Factor de la relación de dureza	$mN$	Relación de distribución de carga
$Cma$	Factor de alineación del acoplamiento	$N$	Número de ciclos de esfuerzo
$Cmc$	Factor de corrección de carga	$NG$	Número de dientes de la corona
$Cmf$	Factor de distribución de carga en la cara	$NP$	Número de dientes del piñón
$Cp$	Coefficiente elástico	$n$	Velocidad
$d$	Diámetro de paso de operación del piñón	$Pd$	Paso diametral del piñón
$dP$	Diámetro de paso, piñón	$pN$	Paso base normal
$dG$	Diámetro de paso, corona	$Pn$	Paso circular normal
$E$	Módulo de elasticidad	$px$	Paso axial
$F$	Ancho neto de la cara del elemento más angosto	$rG$	Radio del círculo de paso, corona
$H$	Potencia	$rP$	Radio del círculo de paso, piñón
$HB$	Dureza Brinell	$rbP$	Radio del círculo de base del piñón
$I$	Factor geométrico de resistencia a la picadura	$rbG$	Radio del círculo de base del engrane
$J$	Factor geométrico de resistencia a la flexión	$St$	Resistencia a la flexión AGMA
$KB$	Factor de espesor del aro	$Sf$	Factor de seguridad, flexión
$Kf$	Factor de concentración de esfuerzo por fatiga	$SH$	Factor de seguridad, picadura
$Km$	Factor de distribución de carga	$YN$	Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la flexión
$Ko$	Factor de sobrecarga	$ZN$	Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la picadura
$KR$	Factor de confiabilidad	$\sigma$	Esfuerzo de flexión
$KS$	Factor de tamaño	$\sigma c$	Esfuerzo de contacto a partir de relaciones AGMA
$KT$	Factor de temperatura	$\sigma perm$	Esfuerzo de flexión permisible
		$\sigma c, perm$	Esfuerzo de contacto permisible, AGMA
		$\varphi$	Ángulo de presión

## **RESUMEN**

El presente documento de investigación se elaboró mediante diferentes partes, la parte analítica que basándose en Normas Agma, se logra determinar los factores de seguridad en pares de engranes helicoidales y cónicos, la segunda parte, es una comparación de esos factores de seguridad en el software Autodesk INVENTOR, ya que dicho software trabaja con las Normas AISI/AGMA 2001-D04, igual que en el apartado analítico, se corrobora datos y se obtiene porcentajes de variantes, como tercera parte, se realiza una simulación en el software ANSYS, que con la teoría aplica de METODOS DE ELEMENTOS FINITOS se procede a la simulación mediante un mallas de 0.8 de calidad y así la permitir la obtención de datos de deformación y esfuerzos máximos de Von Mises y como última etapa de este trabajo, se mecaniza engranes helicoidales y cónicos para que mediante máquina de ensayo se logró trabajar en una cierta cantidad de tiempo para luego observar mediante microscopio el tipo de fatiga que fueron sometidos los mismos, de esta manera tener resultados en un periodo de tiempo el comportamiento de engranes.

**Palabras Claves:** Fatiga, engranes, simuladores.

## **ABSTRACT**

This research document was developed through different parts, the analytical part that based on Agma Standards, it is possible to determine the safety factors in pairs of helical and conical gears, the second part is a comparison of those safety factors in the software Autodesk INVENTOR, since this software works with the AISI / AGMA 2001-D04 Standards, as in the analytical section, data is corroborated and percentages of variants are obtained, as a third part, a simulation is carried out in the ANSYS software, which with The applied theory of FINITE ELEMENT METHODS is simulated by means of a mesh of 0.8 of quality and thus allows obtaining data of deformation and maximum stresses of Von Mises and as the last stage of this work, helical and conical gears are machined so that by means of a test machine it was possible to work in a certain amount of time and then observe through a microscope the type of fatigue they were subjected s the same, in this way to have results in a period of time the behavior of gears.

**Keywords:** Fatigue, gears, simulators.

## INTRODUCCION

El presente trabajo de tesis tiene como principal objetivo, Analizar el comportamiento de engranes cónicos y helicoidales sometidos a fatiga mediante simulación y validación en máquina de ensayo aplicando normas AGMA, los principales comportamientos de fatiga, esfuerzo de flexión y picadura analizando el comportamiento de los engranajes después de varias horas de trabajo.

La importancia de realizar este tema en particular radica que se debe ejecutar un mantenimiento preventivo constaté ya que en la industria si bien es un hecho que nunca se puede parar la producción de grandes maquinas es la mejor opción de llevar un “Check List” de cómo se encuentra la vida útil de los mecanismos en este caso los engranes llegan a deteriorarse con el arduo ritmo de trabajo y así poder ejercer un cambio de estos elementos a tiempo y no sufrir la producción.

Después de utilizar los puntos de vista se estableció que la mejor opción es el AISI 1018 que presenta características sobresalientes tanto como capacidad térmica, resistencia a la tracción y fácil mecanizado de su estructura.

Con la ayuda del Software ANSYS permitió situar las condiciones de frontera que se encuentra sometidas en los engranajes helicoidales y cónicos. Así mismo el resultado de la simulación fue validado atreves del esfuerzo máximo de Von Mises para los engranes helicoidales de 55.4MPa y para los engranes cónicos 41.7MPa arrojando como resultados que los engranes cónicos van a sufrir un mayor esfuerzo a una velocidad de 200 RPM a diferencia de los helicoidales y el factor de seguridad igual a 1.01 en los helicoidales y en engranes cónicos de 0.79. En sustento a los resultados numéricos, se puede finalizar que los métodos utilizados pueden batallar con los inconvenientes de la selección del material con sumisión de criterios para el adecuado diseño que se requiera.

El desgaste de cualquier elemento mecánico es una problemática que las empresas de la industria lidian día a día, no es la excepción para elementos importantes de movimiento rotativo como son los engranes, en el área de manufactura de dichos elementos, se realizan muchos procesos para que los engranes realicen un eficiente trabajo sin la necesidad de ser reemplazados constantemente, los engranes como otros elementos mecánicos suelen ser sometidos a tratamientos térmicos para endurecer o aumentar la dureza de su entorno, para que de esta manera tengan una vida larga útil mucho mayor a aquellos que no sean tratados térmicamente, pero antes del tratamiento térmico el dimensionamiento del engrane es importante ya sea para el acople correcto entre engranes o para evitar futuros daños en la máquina la cual va a funcionar.

Normas AGMA a desarrollado varios factores de corrección de dimensionamiento de engranes para así mejorar el acople entre ellos y a su vez sean más resistentes a las cargas que son expuestos estos elementos.

En el proceso de manufactura, no siempre las empresas que diseñan estos elementos cuenta con una máquina que realice ensayos de manera concurrente, o a su vez, si disponen de este dispositivo es muy limitado sus usos, ya sea solo para engranajes helicoidales o engranajes de dientes rectos, para los engranes cónicos existen otros tipo de máquina de ensayo, el inconveniente de este, son los costos elevados; en el mercado no se encuentra una máquina que sometan a fatiga a los tres tipos de engrane, para luego ser verificados mediante observación.

El objetivo general consiste en analizar el comportamiento de engranes cónicos y helicoidales sometidos a fatiga mediante simulación y validación en máquina de ensayo.

Los objetivos específicos consisten en:

- Evaluar los tipos de engranes utilizados en la industria.
- Determinar los datos para engranes sometidos a fatiga y flexión superficial mediante ecuaciones del esfuerzo AGMA
- Simular condiciones de operación del diente en Inventor Profesional,



basándose en criterios tradicionales de diseño de engranajes.

- Validar el rendimiento de los engranes sometidos a fatiga en máquina de ensayo.
- Evaluar resultados, acerca de los diferentes tipos de fatigas que pueden presentarse en un engranaje, con el propósito de conocer e interpretar los diferentes casos.

# CAPÍTULO I

## DEFINICIONES Y NOMENCLATURA DE LOS ENGRANES

### 1.1. Definición de Engranés

Se designa engrane a la unidad empleado para transferir movimiento de rotación a partes o elementos de una máquina. [1]. Estos dispositivos se acoplan mediante elementos predominantes llamados “dientes”. Un engrane se clasifica generalmente por la magnitud, es así que el de mayor magnitud se denomina engrane y al de menor magnitud piñón [2].

### 1.2. Características

“La características principal de los engranajes son ruedas dentadas que encajan entre sí, por lo general empiezan a engranar destempladamente en toda su dilación [3]. Se usan para transmitir potencia de una parte de una máquina a otra. Ocurre en las bicicletas, donde los engranajes transmiten la potencia de los pedales a la rueda trasera. Del mismo modo, en un coche, los engranajes transmiten energía desde el cigüeñal (el eje giratorio que toma potencia del motor) al eje de transmisión que lo transmite a las ruedas.”

Se denomina engranaje a uno o varios mecanismos que se encargan de transmitir intensidad mecánica en distintas partes de una maquina con lo cual transmite movimiento desde un eje que es la fuente de energía. [1]

Para proceder a su estudio es preciso tener presente una serie de términos que constituyen sus características generales:

#### 1.2.1 Diámetro Primitivo ( $D_p$ )

Este diámetro es donde encajan los dientes. Este es el factor primordial para el comienzo de los cálculos de los demás factores. [4].

### 1.2.2 Diámetro Exterior ( $D_e$ )

Es la longitud que se mide desde las puntas de dos dientes diametralmente. Su valor depende del número de dientes y el módulo y del ángulo del primitivo [5].

### 1.2.3 Número de Dientes ( $Z$ )

Es el número de dientes que los engranes, Hay que tener en cuenta que el número de dientes no debe ser menor a 18, cuando el ángulo de presión es  $20^\circ$  ni menos de 12 dientes cuando el ángulo de presión es de  $25^\circ$  [6].

### 1.2.4 Módulo ( $M$ )

Es una magnitud expresada en milímetros que se define como la correlación entre la dimensión del diámetro primitivo y el número de dientes [7].

### 1.2.5 Diámetro Interior ( $D_i$ )

De la misma manera la distancia desde la garganta de dos dientes a su opuesto es el diámetro interior [8].

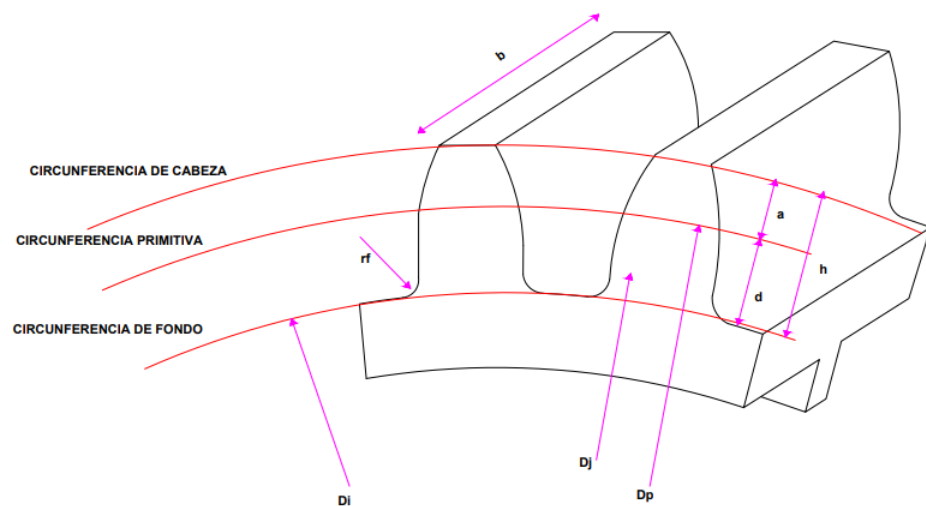


Figura 1. Partes principales de un engranaje.

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

### **1.3. Material de Construcción**

Los engranes pueden elaborarse de una diversidad de materiales muy amplia para adquirir propiedades necesarias para el uso adecuado del consumidor.

La resistencia al desgaste es decir la resistencia y la durabilidad es un punto muy importante para el usuario mecánico.[9]

Cabe recalcar que los dientes soportan las cargas que se ejercen sobre ellos, dependiendo del esfuerzo a realizar se debe tomar en cuenta la capacidad de elaboración de los engranes en consideración a las diferentes operaciones, desde la formación del diente hasta la finalización total del engrane.

Teniendo en cuenta que se puede elaborar engranajes de un sin fin de materiales en el mercado teniendo en cuenta en la aplicación diseño y funcionalidad que se le dé, no se debe olvidar su resistencia y un comportamiento permisible a la fatiga, ya que soportan cargas estáticas como dinámicas.[10]

No solo del acero se pueden elaborar estos elementos, se emplean engranajes fabricados en fundición, aleaciones ligeras como aluminio, etc. No obstante si el consumidor es más exigente sobre la resistencia y durabilidad de los engranes, se opta por darles un tratamiento térmico, ya se templado seguido por cementación para que aumente su dureza superficial.[11]

#### **1.3.1. Aceros para la fabricación de engranes**

Diferentes elementos como herramientas mecánicas, algunos tipos de reductores de velocidad y transmisores de movimientos para trabajos entre medios y pesado, se elaboran de acero al medio carbono. A continuación se presenta de algunos aceros usados en la industria [12].

- **AISI 1020**
- **AISI 1040**
- **AISI 1050**
- **AISI 3140**

- **AISI 4140**
- **AISI 4150**
- **AISI 4340**
- **AISI 6150**
- **AISI 8650**

Dentro de la industria hay una gran variedad de materiales que tiene elemental importancia porque tolera cualidades y propiedades del potencial de un acero para su determinada clasificación. [2]

### **1.3.2. Aceros endurecidos en forma superficial**

Existen algunos procesos que sirven para obtener una alta duración específicamente en los dientes del engrane, tales como son endurecimiento mediante flama, la carbonización y la nitruración. [13]. Estos procesos ayudan que los valores de dureza superficial aumenten de 50 a 64 HRC y como resultados altos valores de tensión permisible, y de tensión debido al contacto permisible.

El proceso mediante flama y por inducción consiste en el calentamiento a nivel específico o local en la superficie del elemento [14]. Es necesario que el lugar de calentamiento sea no solo en el diente sino en sus alrededores como es la raíz y el área del chaflan para que toda la superficie aumente su dureza.

La ventaja del endurecimiento que se le da a los engranajes son mediante una flama dureza necesaria para resistir una gran variedad de desgastes su centro se mantiene de una forma más dúctil y resistente al impacto. Este calentamiento rápido se aplica a la pieza sobre la superficie por un lapso de tiempo para dejar un diente resistente al trabajo.[15]

Es optimo realizar una pequeña investigación, de la maquina a la que se va a utilizar estos elementos y de acuerdo con esos datos realizar el tratamiento térmico más recomendable.

### **1.3.3. Carburización y nitruración**

Este proceso es el más común usando para engranes ya que aumenta la dureza superficial de 55 a 64 HRC. La nitruración brinda una dureza mayor a la carburización, pero la superficie es muy delgada (aprox. 0.6mm), es recomendable para cargas ligeras.

El proceso de nitruración se debe evitar para cuando al elemento se le presenten cargas excesivas ya que su superficie no es suficiente para resistir dichas cargas [16].

### **1.3.4. Hierro fundido y bronce como materiales para fabricar engranajes**

Para la fabricación de engranes se utiliza tres diferentes tipos de engranes: hierro modular, hierro gris y hierro fundido, normalmente en nuestro país Ecuador, se encuentran tres tipos de bronce empleados en la elaboración de dientes de engranaje, siendo: Bronce dulce, bronce fosfórico, y bronce naval. Se debe considerar que el bronce dulce es quebradizo, por lo que debemos evitar cargas altas. [17].

En la actualidad el hierro fundido es utilizado por la mayoría de las empresas para diferentes aplicaciones en este caso engranajes con fundición gris en simple, doble y triple hilera se fabrican patrones ya establecidos para cadenas ANSI y BS [3].

El bronce fosfórico se emplea en la elaboración de elementos que requieran altas propiedades térmicas y mecánicas y a su vez alta conductividad eléctrica. La resistencia a la corrosión es una de las propiedades más importantes en cuanto a desgaste, así como la existencia de coeficientes de fricción bajos durante la fabricación. Estas son las razones para fabricar engranes con bronce, a continuación, se muestran de manera más detallada los distintos tipos de bronce empleados en el país:

**Tabla 1.** Bronce Dulce Latón UNS C 38500 ~ ASTM B455 [18]**INFORMACIÓN**

Tiene buena ductilidad, es aleación de cobre. Se lo puede usar para maquinado, estampado en caliente y en procesos de doblado.

<b>Análisis Típico %</b>	<b>Zn</b>	<b>Cu</b>	<b>Pb</b>	<b>Fe</b>
C 38500	Resto	55 -59%	2.5 – 3.5	Máx. 0.35%

**APLICACIONES**

Elementos como, bisagras, cerraduras, pasamanos, marcos. Tuercas, tornillos, válvulas, mordazas de prensa.

<b>REDONDO</b>		<b>CUADRADO</b>	
<b>Diámetro(mm)</b>	<b>Peso (Kg/m)</b>	<b>Diámetro(mm)</b>	<b>Peso (Kg/m)</b>
¼	0.3	5/8 x 5/8	2.4
5/16	0.4	¾ x ¾	3.4
3/8	0.6	1 x 1	5.9
½	1.1	1 ¼ x 1. ¼	9
5/8	1.8	1 ½ x 1. ½	13
¾	2.6		
1	4.6		
1 1/8	5.8		
1 ¼	7.2		
		<b>HEXAGONAL</b>	
		<b>Diámetro(mm)</b>	<b>Peso (Kg/m)</b>
1 ½	10.3	½	1.4
1 ¾	14.1	5/8	2
2	18.4	¾	2.9
2 ¼	23.3	7/8	3.9
2 ½	28.7	1	5
3	41.7	1 ¼	7.9
3 ½	56.3	1 ½	11.4
4	73.6	2	19.9

**a. Bronces**

- **Bronce SAE 40**

Es una aleación de cobre que posee resistencia al desgaste y buena elasticidad. Tiene la característica de pureza que elimina en su totalidad porosidad interna. Buena conductividad térmica, facilita la máquina y resiste a la corrosión.

Este tipo de bronce tiene una gran variedad y gama de aplicaciones en la industria es una súper aleación resistente a la corrosión, desgaste y el impacto buena conductibilidad con una dureza de 60-65 Brinell. [4]

**Tabla 2.** Características Bronce SAE 40 [19]

<b>ANÁLISIS TÍPICO %</b>				
	<b>Cu</b>	<b>Sn</b>	<b>Pb</b>	<b>Zn</b>
<b>SAE 40</b>	85%	5%	5%	5%
<b>CARACTERÍSTICAS Y PROPIEDADES</b>				
	<b>RESISTENCIA ÚLTIMA MPa (kpsi)</b>	<b>RESISTENCIA DE FLUENCIA MPa (kpsi)</b>	<b>REDUCCION EN AREA %</b>	<b>DUREZA BRINELL</b>
<b>SAE 40</b>	520 (76)	290 (42)	40	149

- **Bronce SAE 64**

Sus cualidades le permiten la lubricación en seco, siendo este antifricción ideal para labores pesadas.

**Tabla 3.** Análisis típico Bronce SAE 64 [19]

<b>ANÁLISIS TÍPICO %</b>				
	<b>Cu</b>	<b>Sn</b>	<b>Pb</b>	<b>Zn</b>
<b>SAE 64</b>	78%	9%	9%	0%



**Tabla 4.** Características y propiedades Bronce SAE 64 [19]

<b>CARACTERISTICAS Y PROPIEDADES</b>				
<b>SAE 64</b>	<b>RESISTENCIA</b>	<b>RESISTENCIA</b>	<b>REDUCCION</b>	<b>DUREZA</b>
	<b>ÚLTIMA MPa</b>	<b>DE FLUENCIA</b>		
	(kpsi)	Mpa (kpsi)	30	201
	680 (98)	370 (54)		

**b. Aceros**

- **AISI/SAE 4340**

Este acero es de baja aleación al Cr, Ni, Mo. Tiene una gran tenacidad además posee una alta resistencia a la fatiga.

**Tabla 5.** Análisis típico AISI/SAE 4340 [20]

<b>ANÁLISIS TIPICO %</b>				
<b>SAE</b>	<b>C</b>	<b>Mn</b>	<b>Si</b>	<b>Cr</b>
<b>4340</b>	0,38-0,43%	0,60-0,80%	0.04%	0,70-0,90%

**Tabla 6.** Características y propiedades [20]

<b>CARACTERISTICAS Y PROPIEDADES</b>				
<b>SAE</b>	<b>RESISTENCIA</b>	<b>RESISTENCIA</b>	<b>REDUCCION</b>	<b>DUREZA</b>
	<b>ÚLTIMA MPa</b>	<b>DE</b>		
	(kpsi)	<b>FLUENCIA</b>		
		<b>MPa (kpsi)</b>		
<b>4340</b>	680 (98)	370 (54)	30	201

#### 1.4. Selección de materiales

Para el diseño y simulación de la máquina se selecciona los materiales de cada parte que compone el vibrador, para eso se toma en cuenta factores como características mecánicas y disponibilidad de cada uno.

- **Engranajes:** El material seleccionado para el diseño de los ejes es el acero Böhler V155 (AISI 4340).
- **Empleo:** Este acero se usa generalmente para partes y piezas de grandes dimensiones como maquinaria pesada, aviones cigüeñales, ejes de leva, además se usa para fabricar pernos y tuercas de alta tensión, vástagos y algunos engranes sometidos a esfuerzos grandes. A continuación, se presenta las propiedades mecánicas del acero AISI 4340. [21]

**Tabla 7.** Propiedades mecánicas del acero AISI 4340 [22]

<b>Diámetro</b>	<b>Límite de fluencia</b>	<b>Resistencia a la tracción</b>
<b>(mm)</b>	<b>(N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>(N/mm<sup>2</sup>)</b>
$\leq 40 \leq 100$	800	1000-1200

- **AISI/SAE 5115**

Para los engranajes y piñones se selecciona el material Böhler E410 (AISI 5115) y una aleación bronce aluminio SAE 68B para el engranaje cónico helicoidal guiado.

- **Empleo:** Se emplea para la fabricación de partes de automotores y maquinaria en general, como bielas, bujes, piñones rectos, piñones 18 cónicos, piñones helicoidales, ejes, sinfines, palancas, piezas de dirección, pines, vástagos. Se utiliza en engranajes para reductores, tornillos sin fin, cojinetes para motores, entre otros. [21]

**Tabla 8.** Propiedades mecánicas del acero AISI 5115 [20]

<b>Diámetro</b>	<b>Límite de fluencia</b>	<b>Resistencia a la tracción</b>
<b>(mm)</b>	<b>(N/mm<sup>2</sup>)</b>	<b>(N/mm<sup>2</sup>)</b>
≤16 ≤ 100	588	785

**Tabla 9.** SAE 1018/20 [23]

<b>INFORMACION GENERAL</b>				
“Acero de bajo contenido de carbono”				
<b>Análisis Típico %</b>	<b>C</b>	<b>Mn</b>	<b>P</b>	<b>S</b>
SAE 1018	0.15 – 0.20	0.60	0.040	0.050
Código de Color	<b>AZUL</b>			

**“APLICACIONES”**

Para cargas no muy grandes, pero con un cierto grado de tenacidad importante, como: pernos y tuercas, ejes, bujes, pasadores y piezas de maquinaria pequeñas. Excelente para suelda y factible para la cementación.

**PROPIEDADES MECANICAS**

“Suministrado laminado en frío (medidas pequeñas 2 ½) o torneado (medidas hasta 6”). Las medidas 7”, 8”, 9” y 10” son suministradas laminadas en caliente o toneado de desbaste.”

<b>Esfuerzo de cedencia (kg/mm<sup>2</sup>)</b>	Min 31
<b>Resistencia ala tracción (kg/mm<sup>2</sup>)</b>	51 -71
<b>Elongación, A5</b>	20 %
<b>Reducción de área Z</b>	57 %
<b>Dureza (HB)</b>	131

**1.5.Funcionamiento**

Su principal funcionamiento es transmitir un movimiento rotativo de una parte inicial a otra final. Cuando dos o más engranes están acoplados entre sí, se llama tren de engranajes. [24] Por lo general la función de los engranes se usan para transmitir movimiento giratorio, pero con los debidos acoples y piezas dentadas se pueden transmitir movimientos

alternativos. Para este tipo de movimientos alternativos se debe tomar en cuenta algunos aspectos.

### **1.5.1. Aumento de velocidad**

Si se acoplan dos engranes y el primero tiene más dientes el segundo que debe ser el de menos diámetro debe girar más rápido, pero con menos fuerza.

### **1.5.2. Aumento de fuerza**

Si se acoplan dos engranes y la segunda rueda es más grande que la primera, ósea tiene más dientes gira más lento que la primera, pero con mayor fuerza. Esto se puede constatar en el cambio de marchas de una bicicleta, donde hay marchas para subir cuestas donde se transmite más fuerza y otra para ir más rápido. [25]

El engranaje de fuerza se engrana a la rueda de más diámetro de un engranaje con la primera rueda y la segunda rueda tendrá menor diámetro. [5]

### **1.5.3. Cambio de dirección**

En el caso que dos engranes se acoplen, uno de ellos gira en sentido horario el segundo por ley debe girar en sentido antihorario, si se necesita solo transmitir potencia y no cambio de dirección se debe añadir otro engrane para se cumpla ese parámetro, existen otro tipo de engranes como lo cónicos donde es necesario cambiar la dirección de giro por ejemplo en el diferencial de un automóvil donde la dirección de giro es de  $90^\circ$  para girar las ruedas traseras. [26]

## **1.6. Aplicaciones en la mecánica**

Es ilimitado el campo de uso para los engranes, se lo puede encontrar en maquinaria como: automotores, tornos, fresas, transporte marítimo, laminadores, etc. Dado que su función es transmitir potencia en movimientos rotativos, cambios de dirección y aumentando y reduciendo velocidades, a continuación, se presentará algunos componentes donde los engranes hacen una función primordial. [27]

### **1.6.1. Bomba hidráulica**

Las bombas hidráulicas son dispositivos que se encargan de impulsar el aceite o líquido hidráulico, convirtiendo la energía mecánica rotatoria en energía hidráulica [28].

Gracias a los engranes que existen como elementos de la bomba de agua, transforma la energía mecánica, en energía hidráulica por el fluido que transporta, el fluido que viaja mediante la bomba es incompresible puede ser de mayor densidad que el agua por lo general la bomba se emplea para aumentar la presión de un fluido. [6]

### **1.6.2. Caja de velocidades**

Los dientes de la caja de velocidades son necesariamente helicoidales y redondeadas en sus dientes para amenorar el ruido al momento que se cambia la velocidad. La elaboración de estos engranes deben ser cuidadosamente estricto para que tengan una mayor maduración. [29]

## **1.7. Ecuaciones de esfuerzo AGMA**

Para poder entender el esfuerzo en los engranes se debe estudiar las normas ANSI/AGMA 2101-D04. Esta norma utiliza los factores esenciales y de las técnicas para el diseño correcto de los engranes rectos y helicoidales. Las normas AGMA están sometidas a constantes mejoras, investigaciones mediante la experiencia [30]. Para la realización eficiente de este trabajo es necesario entender a fondo dichas normas.

Las fuerzas internas se encuentran en el interior del material por lo que se distribuyen en todo el sector del material. La fuerza por unidad de superficie o área que se aplica sobre un cuerpo esta fuerza aplicada no causa el mismo esfuerzo puede variar la superficie relación fuerza. [7]

La norma ANSI/AGMA 2101-D04 nos ayuda a un método de cálculo donde pares de engranes pueden ser examinadas y comparadas de forma teórica. Las fórmulas utilizadas en esta norma nos permiten verificar las fallas por flexión, fatiga y por picadura superficial en el flanco del diente, ya sean en engranes rectos, helicoidales o cónicos.

Las fórmulas estudian la capacidad que tienen de transmisión, ya sea por picadura o fractura del diente [30]. Esta normativa no es aplicable bajo cualquiera de las siguientes condiciones:

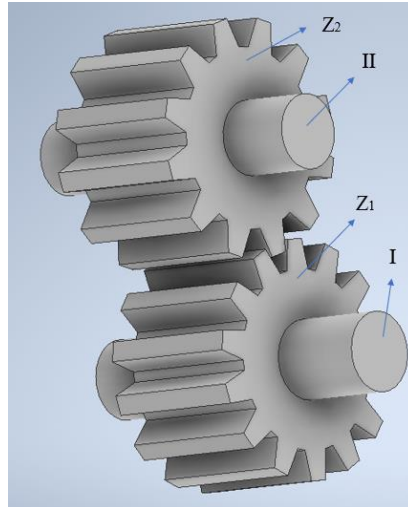
- “Los dientes están averiados.
- Engranajes rectos con un grado de recubrimiento,  $\varepsilon_\alpha$ , inferior a 1.0.
- Engranajes rectos o helicoidales con un grado de recubrimiento,  $\varepsilon_\alpha$ , superior a 2.0.
- Existen interferencias entre la cabeza del diente y la base del diente con la que engrana.
- Dientes puntiagudos.
- No existe reacción.
- El área superior a la zona activa se encuentra debilitada.
- El perfil de la base está dañado o es irregular.
- Cuando la base de los dientes se ha producido por un proceso distinto a la generación (por ejemplo, mediante mecanizado).
- El ángulo de hélice es mayor de 50 grados” [30]

## **1.8. Tipos de engranes**

### **1.8.1 Engranajes rectos**

Los engranes rectos son los tipos de engranes más simples que existen, se usan especialmente para velocidades relativamente bajas y medias; en los engranes rectos, los dientes se disponen en forma paralela al eje de transmisión, permitiendo transmitir dicho movimiento entre ambos ejes.[31].

Se utilizan básicamente para transmitir potencia y movimiento angular entre los ejes paralelos, los dientes son cortados paralelamente a la flecha donde van a ser montados. Al de menor tamaño se le denomina piñón y el de mayor tamaño se llama engrane, es muy importante saber que el piñón es el elemento motriz y el engrane es el impulsado [32].

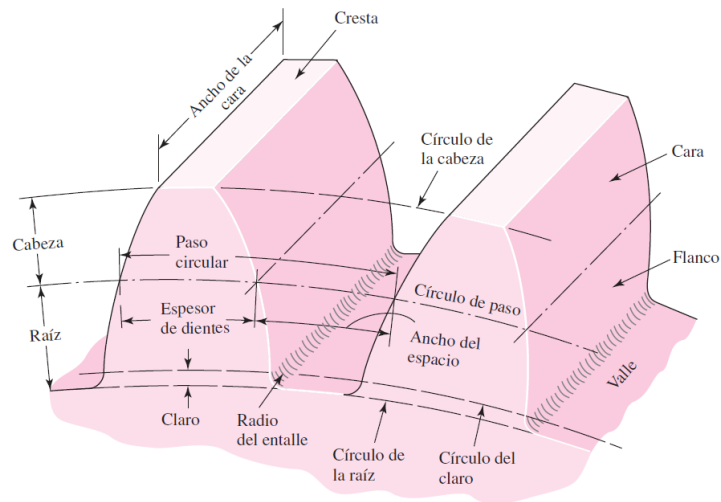


**Figura 2.** Engranés Rectos.

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

**1.8.1.1 Nomenclatura para engranes helicoidales.**

Para la nomenclatura de los engranes rectos se muestra la siguiente ilustración.



**Figura 3.** Notaciones en Engranés Rectos [32]

### **Círculo de Paso**

Consiste en un círculo teórico, donde de este se basan el resto de los factores y su diámetro es *diámetro de paso*.

### **Paso normal ( $P_n$ )**

$$P_n = \frac{\pi d}{N} = \pi \times m \quad (1.1)$$

### **Módulo ( $m$ )**

$$m = \frac{d}{N} \quad (1.2)$$

### **Paso diametral ( $P$ )**

$$P = \frac{N}{d} \quad (1.3)$$

### **Cabeza ( $a$ )**

Es la medida radial entre la cresta del diente y el círculo de paso.

### **Raíz ( $b$ )**

Equivalente a la media radial desde el *fondo* del diente hasta el círculo de paso.

### **Altura o profundidad total ( $h$ )**

Sumatoria total entre la cabeza y la raíz del diente. [8]

### **Par de torsión $T$ :**

$$T = 9.55 \frac{\dot{W}}{RPM} \quad (Nm) \quad (1.4)$$

### **Potencia transmitida $H$ :**

$$H = T \times \omega = \left( \frac{W_t \times d}{2} \right) \omega \quad [hp] \quad (1.5)$$



Donde:

$d$  = diámetro del engrane, (mm).

$n$  = velocidad, rpm

### 1.8.2. Engranés helicoidales

Los engranes helicoidales se pueden estimarse como uno recto pero mecanizado en un equipo de láminas delgadas donde se han girado ligeramente una con respecto a la otra, cada vez que se realiza la transmisión de potencia, ambos engranes están sometidos a una carga de empuje [33].

Se caracterizan por sus dientes oblicuos con dependencia al eje de rotación, los ejes de los engranajes helicoidales pueden ser paralelos o se pueden cruzar, en este caso generalmente a  $90^\circ$  [34]. Como todo engranaje tiene sus ventajas y desventajas.

Una transmisión helicoidal es la que tiene como componentes a los engranajes helicoidales en vez de engranajes de dientes rectos. La característica principal de este tipo de engranajes es que los dientes forman un ángulo más o menos pronunciado con respecto a su eje, lo cual representa una mejora en el trabajo. [9]

- Ventajas:

Comunican más potencia que los engranes rectos.

Pueden transferir más velocidad.

Son menos ruidosos y duraderos.

Transmiten el movimiento en ejes que se cortan.

- Desventajas:

Se desgastan mucho más que los engranes rectos.

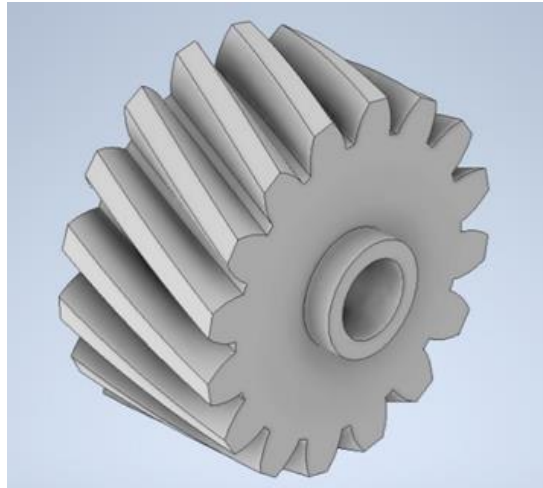
Se produce una fuerza axial que hay que debe ser compensada.

Alto costo de fabricación.

Necesitan más lubricación.

El aspecto más relevante en este tipo de engranes el ángulo de hélice, cuya función es de avance. De este ángulo obtenemos el ángulo  $\beta$  que genera el dentado con el eje axial. Este

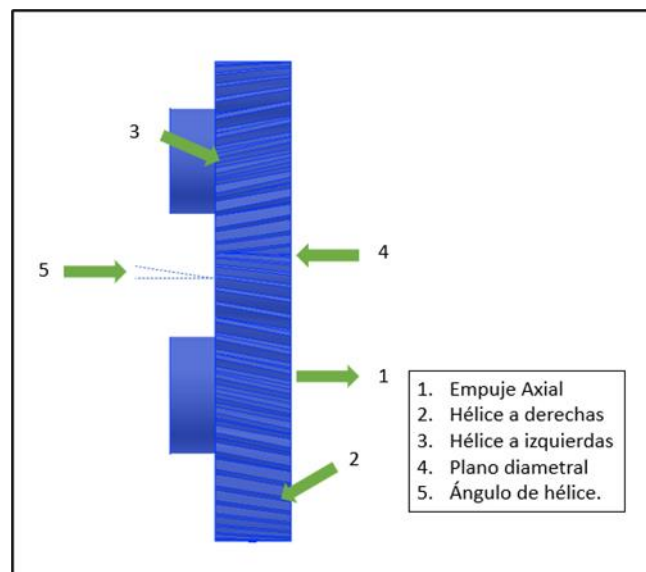
ángulo debe igual para los dos engranes que se acoplan, pero con diferente dirección por ejemplo si el piñón es dirección derecha el engrane debe ser izquierda y viceversa. [34]



**Figura 4.** Engrane Helicoidales.

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

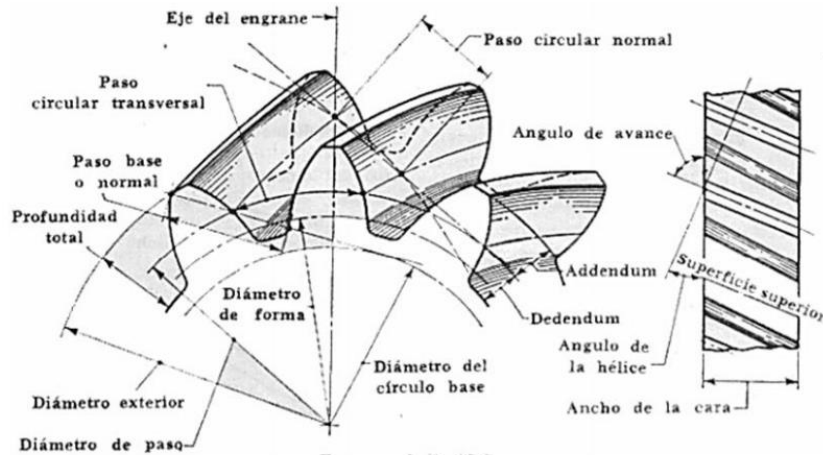
#### *1.8.2.2 Nomenclatura para engranes helicoidales.*



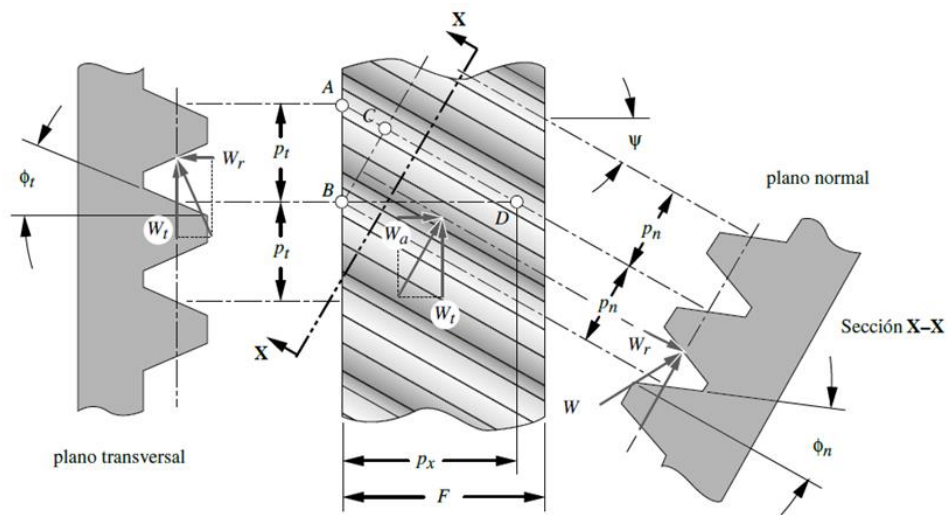
**Figura 5.** Nomenclatura Engranes Helicoidales.

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

En la Figura 5, se distingue que el engrane tiene una inclinación de ángulo de hélice hacia la izquierda, a diferencia en el piñón que tiene la inclinación hacia el lado derecho. [35].



**Figura 6.** Nomenclatura de un Engrane Helicoidal [36]



**Figura 7.** Geometría de una cremallera helicoidal simple [37]

Los dientes del engrane helicoidal forman un ángulo de hélice con símbolo ( $\psi$ ) con respecto al “eje” de la cremallera [37].

Sabiendo la geometría del engrane helicoidal, se procede a conocer las fórmulas básicas para dimensionar el mismo.

### **Módulo aparente ( $m_a$ )**

$$m_a = \frac{M}{\cos(\psi)} \quad (1.6)$$

Donde:

$M$ : módulo de los engranes.

$\psi$ : Ángulo de Hélice.

### **Diámetro Primitivo ( $D_p$ )**

$$D_{p-piñon} = N_p * m_a \quad (1.7)$$

### **Diámetro Exterior ( $D_e$ ):**

$$D_{e-piñon} = D_{p-piñon} + 2 * M \quad (1.8)$$

### **Paso normal ( $P_n$ )**

$$P_n = \pi * M \quad (1.9)$$

### **Paso transversal ( $P_t$ )**

Es la diagonal del triángulo rectángulo ABC como se muestra en la ilustración 7.

$$P_t = \frac{P_n}{\cos(\psi)} \quad (1.10)$$

### **Paso diametral ( $P_d$ )**

$$P_d = \frac{\pi}{P_t} \quad (1.11)$$

### Ángulo de presión transversal $\tan(\phi_t)$

$$\tan(\phi_t) = \frac{\tan(\phi_n)}{\cos(\psi)} \quad (1.12)$$

Donde:

$\phi_n$ : Angulo de Presión

### Paso aparente ( $P_a$ )

$$P_a = \frac{\pi D_p}{N_{piñon}} \quad (1.13)$$

### Paso real ( $P_r$ )

$$P_r = P_a \times \cos(\psi) \quad (1.14)$$

### Altura del diente ( $s$ ) o módulo.

$$S = M \quad (1.15)$$

### Relación de RPM

$$\frac{N_p}{N_g} = \frac{n_g}{n_p} \quad (1.16)$$

## 1.8.3 Engranés Cónicos

Los engranes cónicos están conformados de la misma manera que los engranes rectos, con la diferencia de que están hechos como su nombre lo indica con elementos cónicos capaz de engranar gradualmente sus dientes, dicha característica le ayuda a operar de una forma silenciosa y con mayor suavidad [33].

Este tipo de engrane se emplea con mayor frecuencia para transmitir movimiento giratorio en ejes perpendiculares.

Los dientes sufren la misma acción que los engranes helicoidales y los engranes rectos.  
[35]

La eficiencia en el engranaje cónico y en cualquier engranaje se refiere a la capacidad de transmitir potencia. Básicamente es una correlación entre la potencia de entrada y la de salida.

Por efectos del rozamiento entre los dientes durante la transmisión tienes disipación de energía. Lo ideal es que exista una delgada capa de lubricante que te reduzca la fricción al mínimo. [10]

Para el dimensionamiento de los engranes cónicos es necesario conocer:

- El cono primitivo
- El ángulo primitivo del dentado, es decir, el semiángulo de abertura del cono primitivo
- El cono de truncado y el de fondo y sus respectivos ángulos
- El módulo
- El addendum.
- El dedendum.
- El ancho de los dientes.

En el caso de los engranes cónicos rectos el ángulo  $\delta=90^\circ$  [34]. Si se cumple que:

$N$  = número de dientes

$m$  = módulo exterior

$d$  = diámetro primitivo

$da$  = diámetro exterior

$dm$  = diámetro medio (en el centro de la longitud del diente)

$h$  = profundidad del diente =  $2,25 \cdot M$

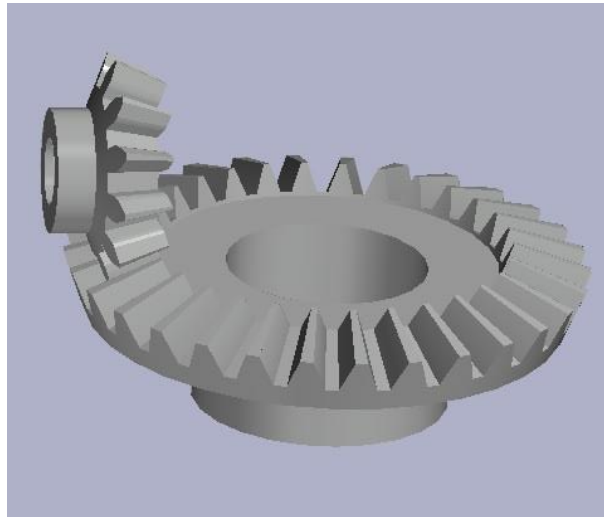
$ha$  = addendum =  $m$

$hf$  = dedendum =  $1,25 \cdot M$

$\delta$  = ángulo de depresión.

$$S = 3.927 \text{ (mm)}$$

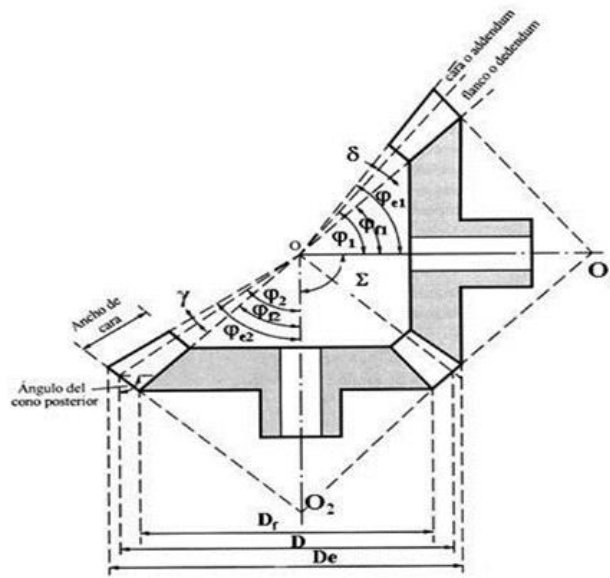
“Se verifica la transmisión de movimiento entre ejes que se cortan en un mismo plano, por medio de superficies cónicas dentadas y generalmente en ángulo recto aunque no es el único ángulo pues puede variar dicho ángulo como por ejemplo 45, 60, 70, etc.”[34].



**Figura 8.** Engrane Cónico.

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

### 1.8.3.1 Nomenclatura de Engranés Cónicos



**Figura 9.** Terminología de un engrane cónico [36]

**Diámetro Primitivo ( $D_p$ )**

$$D_p = M * N \text{ (mm)} \quad (1.17)$$

**Paso Normal ( $P_n$ )**

$$P_n = M * \pi \text{ (mm)} \quad (1.18)$$

**Ángulo Primitivo Piñón ( $Z^\circ$ )**

$$Z_p^\circ = \tan^{-1} \left( \frac{N_p}{N_g} \right) \quad (1.19)$$

**Ángulo Primitivo Engrane ( $Z^\circ$ )**

$$Z_p^\circ = \tan^{-1} \left( \frac{N_g}{N_p} \right) \quad (1.20)$$



**Diámetro exterior ( $D_e$ )**

$$D_e = [2 * M * \text{Cos}(Z)] + D_p \quad (mm) \quad (1.21)$$

**Distancia al vértice ( $J$ )**

$$J = \frac{D_e}{2} * \tan(\sigma) \quad (mm) \quad (1.22)$$

**Distancia al vértice al extremo pequeño ( $j$ )****Factor ( $C$ )**

$$c = \frac{D_p}{2 * \text{Sen}(Z)} \quad (1.23)$$

**Factor ( $F$ )**

$$F = P_n * 2.5 \quad (mm) \quad (1.24)$$

**Factor ( $j$ )**

$$j = J * \frac{c - F}{c} \quad (mm) \quad (1.25)$$

**1.9. Esfuerzos en los engranes**

Las principales normas para analizar las cargas en los engranes (AGMA, 2010; AGMA 2010; ISO 2006), consideran obligatorio la resistencia al deterioro por picadura de los dientes en las ruedas de las transmisiones por engranajes, por consiguiente, se presentan las ecuaciones precisas para el cálculo de las diferentes fatigas en los diferentes tipos de engranes.

Las ecuaciones AGMA para el esfuerzo de flexión y el esfuerzo superficial que se presenta en el siguiente c

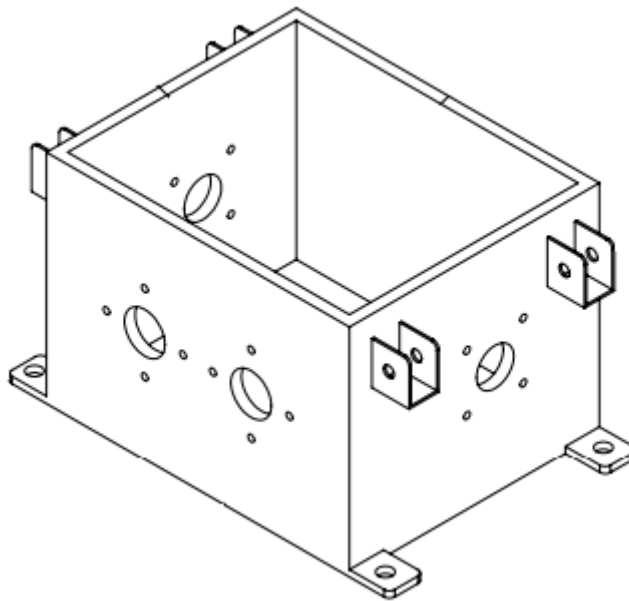
## CAPÍTULO II

### DIMENSIONAMIENTO

En este capítulo se realiza el dimensionamiento de los engranes cónicos y helicoidales, además se va a calcular los factores de seguridad de estos.

#### 2.1 Dimensionamiento de Engranes Helicoidales

Para este trabajo se tiene en consideración las condiciones de la máquina de ensayo, en dicha máquina el Intereje para el acoplamiento de los engranes es de 100 (mm), el diámetro de los engranes se los fabrica teniendo en cuenta la dimensión de la caja donde se instalan los piñones como se muestra en la siguiente ilustración.



**Figura 10.** Caja de engranajes [38]

Siendo esta de 285x235x205 mm.

Además, el módulo que se emplea es de valor de 2.5 (mm), el número de dientes para el piñón y el engrane son de 31 y 46 respectivamente y el ancho de cara 25mm para ambos engranes.

Se opta por 60 RPM para este estudio, ya que, si se aumenta la velocidad de giro en el motor, los factores de seguridad aumentan y no se podría verificar de manera eficaz las fallas que se produce por fatiga y por contacto.

Usando las fórmulas que se revisó en el Capítulo I y con los datos antes mencionados se calcula:.

$$\text{Módulo Aparente } (m_a) = 2.588 \text{ (mm)}$$

$$\text{Diámetro Primitivo } (D_{p-\text{piñon}}) = 80.228 \text{ (mm)}$$

$$\text{Diámetro Primitivo } (D_{p-\text{engrane}}) = 119.048 \text{ (mm)}$$

$$\text{Diámetro Exterior } (D_{e-\text{piñon}}) = 85.228 \text{ (mm)}$$

$$\text{Diámetro Exterior } (D_{e-\text{engrane}}) = 124.048 \text{ (mm)}$$

$$\text{Paso normal } (P_n) = 7.854 \text{ (mm)}$$

$$\text{Paso transversal } (P_t) = 8.131 \text{ (mm)}$$

$$\text{Paso diametral } (P_d) = 0.3863$$

$$\text{Ángulo de presión transversal } \tan(\phi_t) = 20.67^\circ$$

$$\text{Paso aparente } (P_a) = 8.130$$

$$\text{Paso real } (P_r) = 7.853$$

**Altura del diente ( $s$ ) o módulo = 25 (mm)**

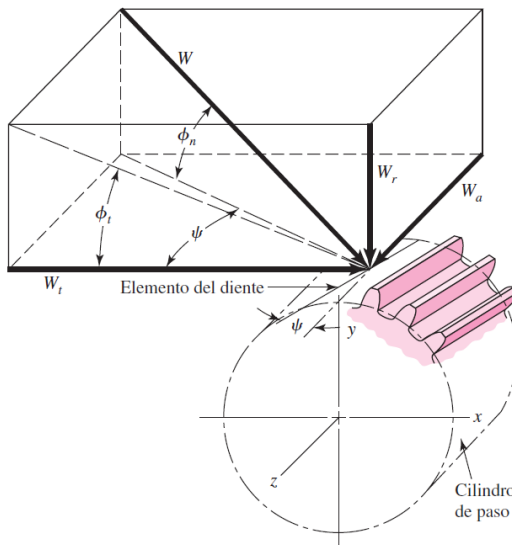
**Relación de RPM**

$$n_g = 40.435 \text{ (RPM)}$$

## 2.2 Análisis de fuerzas en Engranés Helicoidales

La fuerza transmitida se encuentra a partir del torque de entrada al igual que en sucede en los engranes rectos.

En la Figura 11 se puede deducir las siguientes formulas.



**Figura 11.** Diagramas de cuerpo libre de un piñón y engrane helicoidal [31]

Donde:

Ángulo ( $\psi$ ) = Es el ángulo de hélice.

Ángulo ( $\phi_n$ ) = Es el ángulo de presión normal.

Ángulo ( $\phi_t$ ) = Es el ángulo tangencial.

Se usa la formula (1.4), se calcula el torque

$$T_{\text{piñon}} = 9.55 \frac{0.7457 \times 10^3}{60}$$

$$T_{\text{piñon}} = 118.691 \text{ (Nm)}$$

$$T_{\text{engrane}} = 9.55 \frac{0.746 \times 10^3}{40.435}$$

$$T_{\text{engrane}} = 176.109 \text{ (Nm)}$$

### Fuerza Tangencial ( $F_t$ )

$$F_t = \frac{2 * T}{d_p} \quad (\text{N}) \quad (1.26)$$

$$F_{t-\text{piñon}} = \frac{2 * T_{\text{piñon}}}{D_{p-\text{piñon}}}$$

$$F_{t-\text{piñon}} = \frac{2 * 118.691}{80.234 \times 10^{-3}}$$

$$F_{t-\text{piñon}} = 2.947 \text{ (kN)}$$

$$F_{t-\text{engrane}} = \frac{2 * T_{\text{engrane}}}{D_{p-\text{engrane}}}$$

$$F_{t-\text{piñon}} = \frac{2 * 176.109}{119.089 \times 10^{-3}}$$

$$F_{t-\text{piñon}} = 2.957 \text{ (kN)}$$

### Fuerza Radial ( $F_r$ )

$$F_r = F_t \tan \phi_t \quad (\text{N}) \quad (1.27)$$

$$F_r = 2.9586(\text{kN}) * \tan(21.1796^\circ)$$

$$F_r = 1.1468 \text{ (kN)}$$

**Fuerza Axial ( $F_a$ )**

$$F_a = F_t \tan \psi \quad (N) \quad (1.28)$$

$$F_a = 2.9586 \text{ (kN)} * \tan(15^\circ)$$

$$F_a = 0.7927 \text{ (kN)}$$

**Fuerza Normal ( $F_n$ )**

$$F_n = \frac{F_t}{\cos(\phi_n) \times \cos(\psi)} \quad (N) \quad (1.29)$$

$$F_n = \frac{2.9586 \text{ (kN)}}{\cos(20.569^\circ) \times \cos(15^\circ)}$$

$$F_n = 3.272 \text{ (kN)}$$

**Velocidad ( $V$ )**

$$V = \frac{\dot{W} \text{ (watts)}}{F_t \text{ (kN)}} \quad (m/s) \quad (1.30)$$

$$V = \frac{\dot{W} \text{ (watts)}}{F_t \text{ (kN)}}$$

$$V = \frac{0.7457 \times 10^3 \text{ (W)}}{2.9586 \text{ kN}} = 0.2520 \text{ m/s}$$

**Tabla 10.** Fuerzas en Engranajes Helicoidales en función de las revoluciones.

	<b>60RPM</b>	<b>100RPM</b>	<b>150RPM</b>	<b>200RPM</b>
<b><math>F_t</math> – piñon</b>	2.947 kN	1.768 kN	1.179 kN	0.884 kN
<b><math>F_t</math> – engrane</b>	2.957 kN	1.774 kN	1.183 kN	0.887 kN

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

Para el apartado analítico y simulación en Inventor se realiza con 60RPM, puesto que a esta velocidad de giro se logra verificar con mayor facilidad las falla producidas por las cargas.

### 2.3 Esfuerzos Engranés Helicoidales

- Ecuación al Esfuerzo de flexión.

$$\sigma_{flexión} = \frac{F_t K_o K_v K_s}{F m_t YJ} K_H K_B \quad (MPa) \quad (1.31)$$

Donde:

$F_t$ : Carga o Fuerza tangencial aplicada.

$K_o$ : Factor sobrecarga.

$K_v$ : Factor dinámico.

$K_s$ : Factor tamaño.

$F$ : ancho de cara del engrane más delgado.

$m_t$ : Módulo métrico transversal.

$K_H$  o  $K_m$ : Factor distribución de carga.

$K_B$ : Factor de espesor de aro.

$YJ$ : Factor geométrico para resistencia a la flexión.

#### Factor Geométrico $YJ$

Los factores geométricos son las diferencias que existen en los engranes helicoidales. Para hallar el valor  $J$ , se debe formar diferentes combinaciones ya sea con el ángulo de hélice, y el ángulo de presión y razones de adendum.[37]

El valor del factor geométrico se muestra en el Anexo 1.

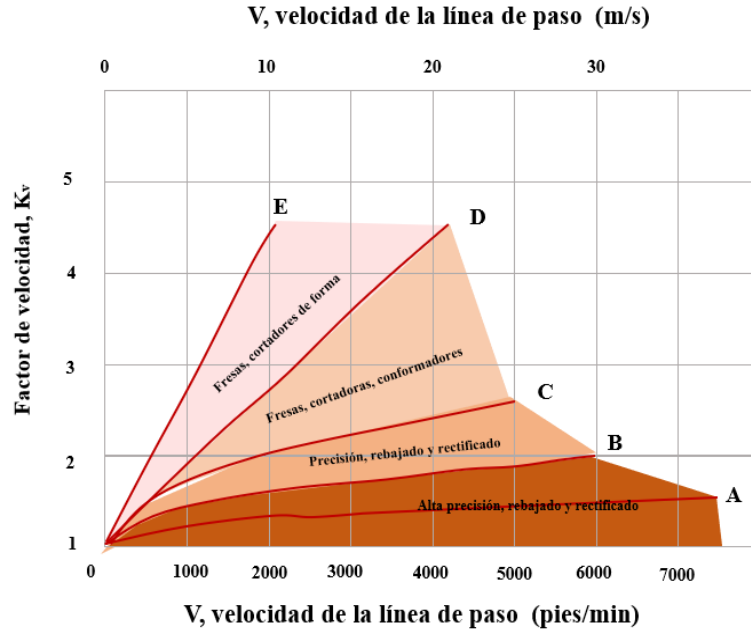
$$YJ_{piñon} = 0.52$$

El valor del factor geométrico se muestra en el Anexo 2.

$$YJ_{engrane} = 0.97$$

### Factor Dinámico $K_v$

Este factor se usa para tener en cuenta las fallas en la fabricación y en el acoplamiento entre engrane, en la ilustración 4, se elige la categoría del mecanizado de los elementos.



**Figura 12.** Factor de velocidad [33]

Para realizar el cálculo de este factor, la velocidad debe estar en (ft/s), se usa el valor de  $D_{p-piñon}$  en unidades de (ft).

$$D_{p-piñon} = 80.234 \text{ (mm)} = 0.2632 \text{ (ft)}$$

$$V = \frac{\pi * D_{p-piñon} * n_{piñon}}{12} \quad (1.32)$$

$$V = \frac{\pi * 0.2632 * 60}{12} = 4.1349 \text{ (ft/min)}$$

Para el cálculo del factor dinámico, según la ilustración 4, los elementos están en la línea “A” (precisión, rectificado y rebajado), por ende, se usa la siguiente fórmula.



$$K_v = \sqrt{\frac{78 + \sqrt{V}}{78}} \quad (1.33)$$

$$K_v = \sqrt{\frac{78 + \sqrt{4.1348}}{78}}$$

$$K_v = 1.013$$

### Factor Sobrecarga $K_o$

El factor sobrecarga denota la falta de uniformidad entre los pares de torsión de transmisión y de carga, con la ayuda de la tabla 10. Se determina el valor de  $K_o$ .

**Tabla 11.** Factor  $K_o$  37]

<i>Maquinaria impulsada</i>			
<i>Fuente de potencia</i>	<b>Uniforme</b>	<b>Choque Moderado</b>	<b>Choque Severo</b>
<b>Uniforme</b>	1.00	1.25	1.75
<b>Choque ligero</b>	1.25	1.50	2.00
<b>Choque medio</b>	1.50	1.75	2.25

Para nuestro cálculo se emplea los aspectos UNIFORME - CHOQUE MODERADO

$$K_o = 1.25$$

### Factor Tamaño $K_s$

El factor tamaño ayuda a tomar en cuenta los defectos aparecidos bajo la superficie, debidos a la afluencia de concentradores de tensión y a la influencia de la dimensión del material. AGMA sugiere que  $K_s$  sea igual a 1.

$$K_s = 1$$

### Factor de Distribución de carga $K_H$ o $K_m$

Este factor puede corregir o modificar la ecuación de esfuerzo para determinar la distribución de una carga no uniforme a lo largo de la línea de contacto.

Para determinar  $K_m$ , se usa la siguiente esta fórmula.

$$K_m = C_{mf} = 1 + C_{mc}(C_{pf} * C_{pm} + C_{ma} * C_e) \quad (1.34)$$

Para  $C_{mc}$ :

$$C_{mc} = \begin{cases} 1 & \text{par dientes sin coronar} \\ 0.8 & \text{para dientes coronados} \end{cases}$$

Se emplea la condición de dientes sin coronar  $C_{mc} = 1$ , para el piñón y el engrane.

Para  $C_{pf}$ :

$$C_{pf} = \begin{cases} \frac{b}{10D_p} - 0.025 & b \leq 1 \text{ pulg} \\ \frac{b}{10D_p} - 0.0375 + 0.0125b & 1 < b \leq 17 \text{ pulg} \\ \frac{b}{10D_p} - 0.1109 + 0.0207b - 0.000228b^2 & 17 < b \leq 40 \text{ pulg} \end{cases}$$

Para este factor el valor de  $b$  (anchura de cara) y el valor de  $d$ , deben estar en pulgadas.

$$b = 25 \text{ mm} = 0.984 \text{ (in)}$$

$$D_{p-\text{piñon}} = 80.234 \text{ (mm)} = 3.16 \text{ (in)}$$

$$D_{p-\text{engrane}} = 119.089 \text{ (mm)} = 4.69 \text{ (in)}$$

Se usa la primera condición:

$$C_{pf} = \frac{b}{10D_p} - 0.025$$

$$C_{pf-\text{piñon}} = \frac{0.984}{10 * 3.16} - 0.025$$

$$C_{pf-piñon} = 0.006$$

$$C_{pf-engrane} = \frac{0.984}{10 * 4.69} - 0.025$$

$$C_{pf-engrane} = -0.004$$

Para  $C_{pm}$ :

$$C_{pm} = \begin{cases} 1 & \text{para piñon separado con } S_1/S < 0.175 \\ 1.1 & \text{para piñon separado con } S_1/S \geq 0.175 \end{cases}$$

Se aplica la primera condición para ambos elementos.

$$C_{pm} = 1$$

Para  $C_e$ :

$$C_e = \begin{cases} 0.8 & \text{para engranes ajustados durante el ensamble o si} \\ & \text{se mejora mediante lapeado o ambos.} \\ 1 & \text{para todas las otras condiciones} \end{cases}$$

En el proyecto, los elementos están ajustados durante el ensamble, por ende, se emplea la primera condición para ambos elementos.

$$C_e = 0.8$$

Para  $C_{ma}$ , se determina con la siguiente formula:

$$C_{ma} = A + Bb + Cb^2 \tag{1.35}$$

Los valores A, B y C, se encuentra en la tabla 12.

**Tabla 12.** Factores para la ecuación  $C_{ma}$  [31]

<b>Condición</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>
Engranés abiertos	0.247	0.0167	$-0.765(10^{-4})$
Unidades comerciales, cerrados	0.127	0.0158	$-0.930(10^{-4})$
Unidades de precisión, cerradas	0.0675	0.0128	$-0.926(10^{-4})$
Unidades de precisión extrema, cerradas	0.00360	0.0102	$-0.822(10^{-4})$

El diseño de la maquina permite usar engranes abiertos para el estudio, por lo tanto, se usa la primera condición.

$$C_{ma} = A + BF + CF^2$$
$$C_{ma} = 0.247 + 0.0167 * 0.984 + (-0.765 \times 10^{-4}) * 0.984^2$$
$$C_{ma} = 0.263$$

Se determina mediante la fórmula (1.34), el factor  $K_m$  es:

$$K_{m-piñon} = 1.216$$
$$K_{m-engrane} = 0.794$$

#### **Factor de espesor de Aro $K_B$**

Este factor se usa cuando el anchor del aro del engrane no es suficiente para dar estabilidad o soporte para la raíz del diente.

$$K_B = 1$$

#### **Modulo métrico transversal $m_t$**

$$m_t = \frac{M}{\cos(\psi)} \quad (mm) \quad (1.36)$$

$$m_t = \frac{2.5}{\cos(15^\circ)}$$

$$m_t = 2.59 \text{ (mm)}$$

### Esfuerzo a la Flexión $\sigma_{flexión}$

Con todos los factores calculados se emplea la ecuación (1.31), para obtener el esfuerzo a la flexión para ambos elementos.

**Tabla 13.** Esfuerzo de Flexión en función de las revoluciones.

	Piñón (MPa)	Engrane (MPa)
60 RPM	134.769	46.396
100 RPM	80.852	28.397
150 RPM	53.916	18.937
200 RPM	40.426	14.198

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

### Resistencia a la flexión AGMA $S_t$

La ecuación que se usa para determinar la resistencia a la flexión AGMA se muestran en el Anexo 3, esta resistencia está en función del material y de la dureza Brinell ( $H_B$ ) del mismo.

Se denominan dos ecuaciones:

Grado 1:

$$S_t = 0.533 H_B + 88.3 \text{ (MPa)}$$

Grado 2:

$$S_t = 0.703 H_B + 113 \text{ (MPa)}$$

En este caso se aplica la primera condición de Grado 1, sabiendo que la dureza Brinell del acero AISI 1018 es ( $131 H_B$ ) [39]

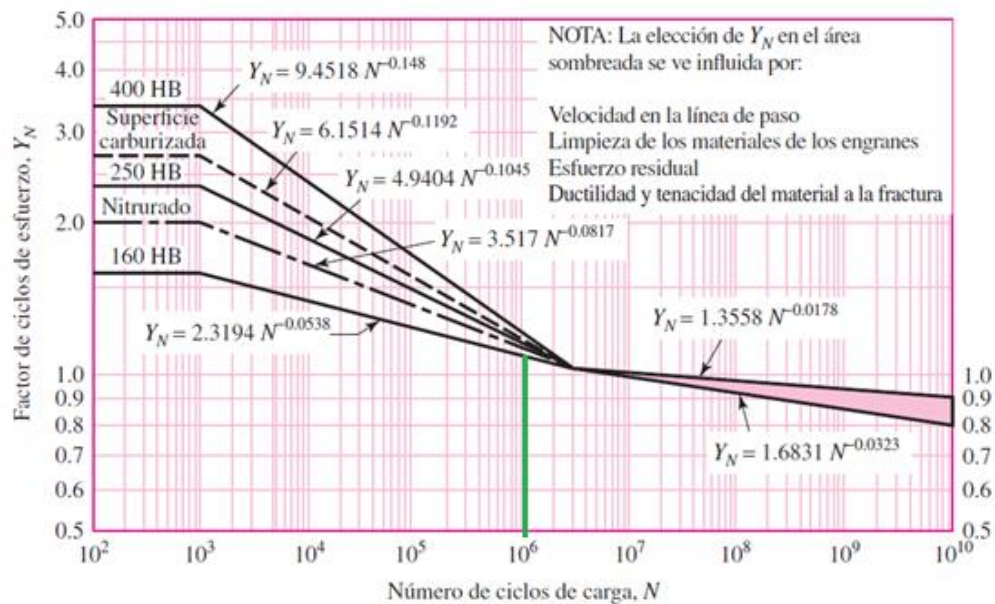
$$S_t = 0.533 H_B + 88.3 \text{ (MPa)}$$

$$S_t = 0.533 (131) + 88.3$$

$$S_t = 158.123 \text{ (MPa)}$$

### Factor de ciclo de esfuerzo $Y_N$

Este factor ayuda a cambiar la resistencia a la flexión  $S_t$  para vidas que no sean  $10^7$  ciclos de carga aplicados de modo periódico, en nuestro estudio los elementos que están sometidos a fatiga trabajan a  $10^6$  de ciclos, por ende, es valor del factor se calcula mediante la ecuación en la Figura 13:



**Figura 13.** Factor de Ciclo esfuerzo [31]

Se obtiene los ciclos mediante el tiempo de trabajo y las revoluciones dada por la máquina de ensayos. Se usa la siguiente formula.

$$\text{Ciclos de Vida} = \text{Tiempo}(\text{minutos}) * \text{RPM} \quad (1.37)$$

$$\text{Ciclos de Vida} = 24h \left| \frac{60 \text{min}}{1 h} \right| * 60 \text{ RPM} = 8.64 \times 10^4 \text{ ciclos}$$

**Tabla 14.** Ciclos de Vida

Tiempo	Revoluciones				Vida
	60RPM (analítico)	100 RPM	150 RPM	200 RPM	
24 horas	$8.64 \times 10^4$	$1.44 \times 10^5$	$2.16 \times 10^5$	$2.88 \times 10^5$	Vida Finita
48 horas	$1.728 \times 10^5$	$2.88 \times 10^5$	$4.32 \times 10^5$	$5.76 \times 10^5$	Vida Finita
72 horas	$2.59 \times 10^5$	$4.32 \times 10^6$	$6.48 \times 10^6$	$8.64 \times 10^6$	Vida Finita

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

En la tabla 14. Se muestra los ciclos que se calcula para obtener el factor  $Y_N$  y  $Z_N$ , que se menciona más adelante, par el caso de 60RPM son las revoluciones que se usa para los cálculos analitos, en cambio las revoluciones 100RPM, 150RPM y 200RPM, son las que la máquina de ensayo produce al trabajar, se opta por estas velocidades ya que si se aumenta la velocidad el torque disminuye e impide verificar un desgaste.

Entonces se aplica la fórmula que más se acerca de nuestra dureza Brinell, teniendo en cuenta que para el piñón es  $(10^5)$  y para el engrane es:  $\left(\frac{10^6}{m_G}\right)$ , sabiendo que  $m_G = 1.484$ , entonces:

$$Y_N = 2.3194 N^{-0.0538}$$

**Tabla 15.** Factor  $Y_N$  en función del Número de Ciclos.

N° de ciclos	Factor $Y_N$	
	Piñón	Engrane
$2.592 \times 10^5$	1.1861	1.211
$4.32 \times 10^6$	1.1539	1.1787
$6.48 \times 10^6$	1.1290	1.1532
$8.64 \times 10^6$	1.111	1.1355

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

### **Factor de confiabilidad $Y_Z$ o $K_R$**

EL factor confiabilidad ayuda a tener en cuenta el efecto que se produce mediante las distribuciones estadísticas de las fallas por fatiga del material. En la Tabla 15, se indica los factores de confiabilidad.

**Tabla 16.** Factor confiabilidad  $Y_Z$  o  $K_R$  [31]

<b>Confiabilidad</b>	<b><math>K_R(Y_Z)</math></b>
0.9999	1.50
0.999	1.25
0.99	1.00
0.90	0.85
0.50	0.70

En este caso se emplea:

$$K_R = 1$$

### **Factor Temperatura $Y_\theta$ o $K_T$**

Para temperaturas hasta de 250°F (120°C), se emplea  $K_t = 1.0$ . Cuando las temperatura adquiridas por los elementos son demasiados altas, este factor debe ser mayor que uno.[31]

$$K_t = 1$$

### **Factor de seguridad $S_F$**

Con la ayuda de las normas “ANSI/AGMA 2001-D04 y 2101-D04 contienen un factor de seguridad  $S_F$  que protege contra la falla por fatiga por flexión y el factor de seguridad  $S_H$  que resguarda contra la falla por picadura”.[31]

Para  $S_F$ , se usa la siguiente formula:



$$S_F = \left( \frac{S_t Y_N / (K_t K_R)}{\sigma_F} \right) \quad (1.38)$$

Entonces, se calcula los factores de seguridad con la ayuda de la ecuación (1.38) dependiendo los ciclos de trabajo de la Tabla 17.

**Tabla 17.** Factor de Seguridad de flexión en función de las Revoluciones.

Nº de Ciclos	$S_{F-piñon}$	$S_{F-engrane}$
$2.592 \times 10^5$	1.01	1.21
$4.32 \times 10^6$	2.25	6.56
$6.48 \times 10^5$	3.31	9.62
$8.64 \times 10^5$	4.34	12.64

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

Los factores de seguridad son muy altos, puesto que las revoluciones con las que se trabaja son muy altas para que se efectúe una falla por esfuerzo de flexión.

- **Ecuación al Esfuerzo de Contacto.**

La ecuación dada por las normas AGMA es la siguiente:

$$\sigma_c = Z_E \sqrt{F_t K_o K_v K_s \frac{K_H Z_R}{d_p F Z_I}} \quad (1.39)$$

Donde:

$Z_E$  o  $C_p$ : Coeficiente elástico.

$F_t$ : Fuerza tangencial.

$K_o$ : Factor Sobrecarga.

$K_V$ : Factor dinámico.

$K_S$ : Factor de tamaño.

$K_H$  o  $K_m$ : Factor de distribución de carga.

$Z_R$  o  $C_f$ : Factor de condición superficial

$d_p$ : Diámetro de paso de piñón.

$F$ : Ancho de cara

$Z_I$  o  $I$ : Factor geométrico de resistencia a la picadura

Los factores  $K_o$ ,  $K_V$ ,  $K_S$  y  $K_m$ , tienen el mismo valor que en el cálculo de esfuerzo a la flexión.

### **Coefficiente Elástico $Z_E$ o $C_p$**

La ecuación para el coeficiente elástico se define de la siguiente manera:

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1 - \nu_p^2}{E_p} + \frac{1 - \nu_g^2}{E_g} \right)}} \quad (1.40)$$

Donde:

$E_p$  y  $E_g$ : Módulo de elasticidad de los elementos.

$\nu_p$  y  $\nu_g$ : Coeficiente de Poisson de los elementos.

Los valores de  $E_p$  y  $E_g$  son iguales y tienen el valor de 200GPa y el valor del módulo de elasticidad de corte es: 78 GPa. [39]

Para hallar el coeficiente de Poisson se determina mediante la siguiente formula:

$$\begin{aligned} \nu &= \frac{E}{2 * G} - 1 & (1.41) \\ \nu &= \frac{200 \times 10^9}{2 * 78 \times 10^9} - 1 \\ \nu &= 0.2821 \end{aligned}$$

Con esos valores se calcula el  $C_p$ , se utiliza la ecuación (1.40), teniendo en cuenta que los valores de Coeficiente de Poisson y el módulo de elasticidad son los mismos para ambos elementos.

$$C_p = \sqrt{\frac{1}{\pi \left( \frac{1 - (0.2821)^2}{200 \times 10^9} + \frac{1 - (0.2821)^2}{200 \times 10^9} \right)}}$$

$$C_p = 0.1859 \text{ (MPa)}$$

### Factor Geométrico $Z_I$ o $I$

Este factor geométrico tiene una función igual al factor J.

Se define primero la relación de velocidades.

$$m_G = \frac{N_G}{N_p} \quad (1.42)$$

$$m_G = \frac{46}{31}$$

$$m_G = 1.484$$

El radio de paso se define con la siguiente ecuación:

$$r_p = \frac{d_p}{2} = \frac{N * m}{2} \quad (1.43)$$

$$r_{p-\text{piñon}} = \frac{31 * 2.5}{2}$$

$$r_{p-\text{piñon}} = 38.75 \text{ (mm)}$$

$$r_{p-\text{engrane}} = \frac{46 * 2.5}{2}$$

$$r_{p-\text{engrane}} = 57.5 \text{ (mm)}$$

El radio del círculo base está dado por:

$$\begin{aligned}
 r_b &= r_p * \cos(\varnothing_t) & (1.44) \\
 r_{b-piñon} &= (38.75) \cos(20.6468^\circ) \\
 r_{b-piñon} &= 36.261 \text{ (mm)} \\
 r_{b-engrane} &= (57.5) \cos(20.6468^\circ) \\
 r_{b-engrane} &= 53.807 \text{ (mm)}
 \end{aligned}$$

Se calcula el paso de base normal de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 P_N &= p_n \cos(\varnothing_n) & (1.45) \\
 P_N &= 7.854 * \cos(20^\circ) \\
 P_N &= 7.3803
 \end{aligned}$$

La longitud de la línea de acción Z se puede conseguir por medio de la siguiente ecuación:

$$Z = \sqrt{[(r_p + ad)^2 - (r_{bp})^2]} + \sqrt{[(r_g + ad)^2 - (r_{bg})^2]} - (r_p + r_g) * \sin(\varnothing_t) \quad (1.46)$$

Donde:

$r_p$  y  $r_g$ : Son los radios de paso.

$r_{bg}$  y  $r_{bp}$ : Son los radios del círculo base.

$ad$ : addendum = módulo

$$Z = 12.28 \text{ (mm)}$$

Luego se define la relación de repartición de carga, con los datos obtenidos.

$$m_N = \frac{P_N}{0.95 Z} \quad (1.47)$$

$$m_N = \frac{7.3803 \text{ mm}}{0.95 * (12.28 \text{ mm})}$$

$$m_N = 0.633$$

Con todos estos valores se obtiene los factores para hallar el valor de  $I$ .

$$I = \begin{cases} \frac{\cos(\emptyset_t) \sin(\emptyset_t)}{2m_N} \frac{m_G}{m_G + 1} & \text{engranes externos} \\ \frac{\cos(\emptyset_t) \sin(\emptyset_t)}{2m_N} \frac{m_G}{m_G - 1} & \text{engranes inernos} \end{cases}$$

Para este trabajo se usa engranes externos.

$$I = \frac{\cos(20.6468^\circ) \sin(20.6468^\circ)}{2 * (0.633)} * \frac{1.484}{1.484 + 1}$$

$$I = 0.166$$

#### **Factor de condición superficial $Z_R$ $C_f$**

Este factor se debe al acabado superficial, esfuerzos residuales y efectos plásticos, estos efectos son perjudicial para el desempeño de los elementos, AGMA sugiere un valor mayor a la unidad.

$$Z_R = C_f = 1$$

#### **Esfuerzo a la Flexión $\sigma_{contacto}$**

Con todos los datos obtenidos se procede a calcular el esfuerzo al contacto con la ecuación (1.39):

**Tabla 18.** Esfuerzo al Contacto  $\sigma_{contacto}$  o en función de las revoluciones.

	<b>Piñón (MPa)</b>	<b>Engrane (MPa)</b>
<b>60 RPM</b>	<b>686.26</b>	<b>555.484</b>
100 RPM	531.54	430.252
150 RPM	434.069	351.348
200 RPM	375.862	304.234

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

### **Numero de esfuerzo de contacto permisible $S_c$**

Los valores de la resistencia al esfuerzo por contacto se encuentran en el Anexo 4, este factor se encuentra en función del material y de la dureza Brinell  $H_B$ , se usan las siguientes ecuaciones.

Grado 1:

$$S_c = 2.22 H_B + 200 \text{ (MPa)}$$

Grado 2:

$$S_c = 2.41 H_B + 237 \text{ (MPa)}$$

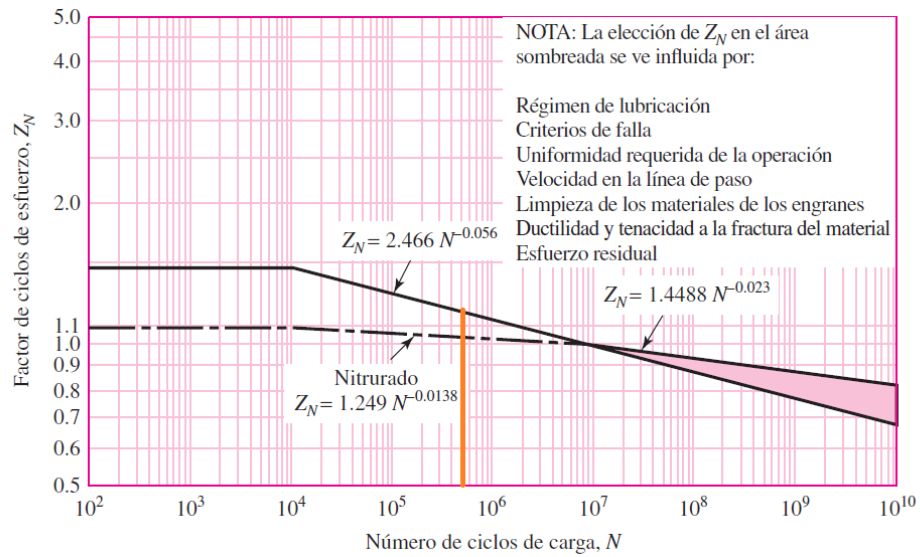
Se emplea la condición de Grado 1:

$$S_c = 2.22 (131) + 200$$

$$S_c = 490.82 \text{ (MPa)}$$

### **Factor de ciclos de esfuerzos de resistencia a la picadura $Z_N$**

El objetivo de este factor es alterar la resistencia a la picadura, para vidas que no sean  $10^7$  ciclos de carga aplicados de modo periódico, en este proyecto se aplica el número de ciclos  $10^5$ , se usa los mismos valores de la Tabla 14.



**Figura 14.** Factor de ciclos de esfuerzos de resistencia a la picadura [31]

Entonces se usa la siguiente ecuación:

$$Z_N = 2.466 N^{-0.056}$$

Se emplea los datos de la tabla 14 y la relación de velocidades  $m_G = 1.484$ , para hallar el factor  $Y_N$  del engrane.

**Tabla 19.** Factor  $Z_N$  en función de las Revoluciones.

N° de ciclos	Piñón	Engrane
$2.592 \times 10^5$	1.23	1.25
$4.32 \times 10^5$	1.19	1.22
$6.48 \times 10^5$	1.16	1.19
$8.64 \times 10^5$	1.15	1.17

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

### Factor de la relación de la dureza $Z_W$ o $C_H$

Este factor sirve para concordar las resistencias superficiales entre el piñón y el engrane, se denota con la siguiente ecuación.

$$C_H = 1.0 + A'(m_G - 1.0) \quad (1.48)$$

Donde:

$$A' = 0 \quad \frac{H_{BP}}{H_{BG}} < 1.2$$

$$A' = 8.98(10^{-3}) \left( \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \right) - 8.29(10^{-3}) \quad 1.2 \leq \frac{H_{BP}}{H_{BG}} \leq 1.7$$

$$A' = 0.00698 \quad \frac{H_{BP}}{H_{BG}} > 1.7$$

Los valores de  $H_{BP}$  y  $H_{BG}$  son las durezas Brinell de cada elemento.

Como es el mismo material para ambos elementos, se obtiene

$$\frac{H_{BP}}{H_{BG}} = 1, \text{ entonces } A' = 0$$

$$C_H = 1.0 + 0 * (m_G - 1.0)$$

$$C_H = 1$$

### **Factores $K_R$ y $K_T$**

Estos factores son los mismos que se definen para los esfuerzos antes mencionados.

$$Y_\theta \text{ o } K_t = 1$$

$$Y_Z \text{ o } K_R = 1$$

### **Factores de Seguridad $S_H$**

Estos factores de seguridad para flexión y picadura, se precisa como la relación entre el esfuerzo permisible y el esfuerzo producido por las cargas que se aplican.

En el caso de la picadura la carga transmitida se relaciona con la raíz de la carga, por lo tanto, se debe comparar los factores de seguridad  $S_F$  con  $S_H^2$ , de esta manera se determina la falla, con la ayuda de la siguiente formula:



$$S_H = \left( \frac{S_c Z_N C_H / (K_t K_R)}{\sigma_c} \right)^2 \quad (1.49)$$

Entonces, los factores de seguridad al contacto son:

**Tabla 20.** Factor de Seguridad de Picadura.

N° de Ciclos	$S_{H-piñon}$	$S_{H-engrane}$
$2.592 \times 10^5$	<b>1.89</b>	<b>3.75</b>
$4.32 \times 10^6$	1.18	1.93
$6.48 \times 10^6$	1.71	2.76
$8.64 \times 10^6$	2.25	3.53

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

A 60RPM, los pares de engranes (piñones) de 24 dientes sufren una falla por picadura, puesto que, a menor velocidad de giro, aumenta el torque y por ende aumenta la carga en los dientes de los engranes.

#### 2.4 Dimensionamiento de Engranes Cónicos

De la misma forma que los engranes helicoidales se toma en cuenta el dimensionamiento de la caja donde se instalan los engranes, el número de dientes para los piñones y los engranes son de 24 y 56 respectivamente, además el ancho de cara es de 30 (mm).

Con estos datos mencionados se precede a calcular el resto de los datos para el dimensionamiento de los engranes.

$$\text{Diámetro Primitivo } (D_{P-piñon}) = 60 \text{ (mm)}$$

$$\text{Diámetro Primitivo } (D_{P-engrane}) = 140 \text{ (mm)}$$

$$\text{Paso Normal } (P_n) = 7.854 \text{ (mm)}$$

**Ángulo Primitivo ( $Z_{piñon}^\circ$ ) = 23.199°**

**Ángulo Primitivo ( $Z_{engrane}^\circ$ ) = 66.801°**

**Diámetro exterior ( $D_{e-piñon}$ ) = 64.5956 (mm)**

**Diámetro exterior ( $D_{e-engrane}$ ) = 141.970 (mm)**

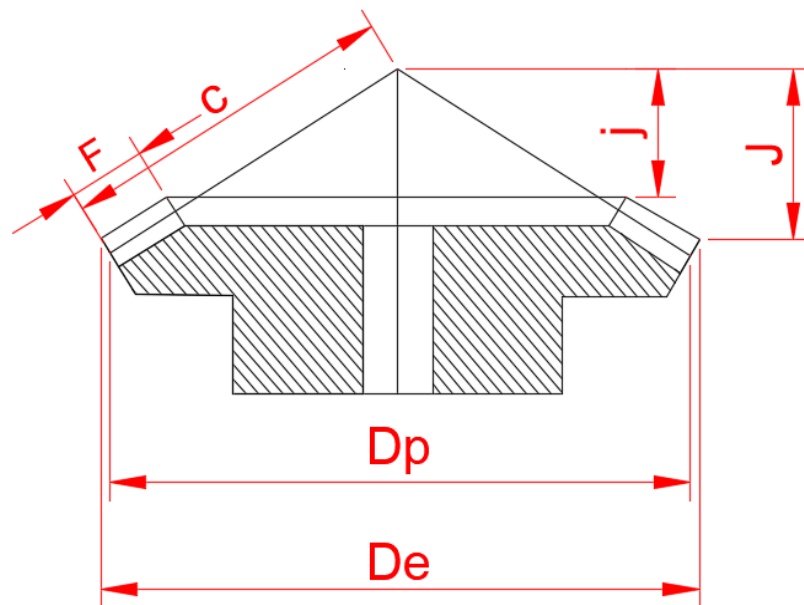
**Anchura de cara ( $F$ ) = 30 (mm)**

**Ángulo en cara del diente ( $\sigma$ )**

Se denomina por el número de dientes que está denotado por el Anexo 5.

$$\sigma_{piñon} = 64^\circ 55' = 64.917^\circ$$

$$\sigma_{engrane} = 21^\circ 19' = 21.3167^\circ$$



**Figura 15.** Dimensionamiento de un engrane cónico.

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

### Distancia al vértice

$$J_{\text{piñon}} = \frac{D_e}{2} * \tan(\delta) \quad (1.50)$$

$$J_{\text{piñon}} = 69.015 \text{ (mm)}$$

$$J_{\text{engrane}} = 27.702 \text{ (mm)}$$

### Radio de Cono ( $C$ )

$$C = 0.707 * D_p \quad (1.51)$$

$$(C_{\text{piñon}}) = 42.42 \text{ (mm)}$$

$$(C_{\text{engrane}}) = 98.98 \text{ (mm)}$$

### Largo del diente ( $F$ )

$$F = \frac{C}{3} \quad (1.52)$$

$$F_{\text{piñon}} = 14.14 \text{ (mm)}$$

$$F_{\text{engrane}} = 32.993 \text{ (mm)}$$

### Distancia al vértice al extremo pequeño ( $j$ )

$$j = J * \frac{C - F}{C} \quad (1.53)$$

$$(j_{\text{piñon}}) = 42.03 \text{ (mm)}$$

$$(j_{\text{engranes}}) = 16.93 \text{ (mm)}$$

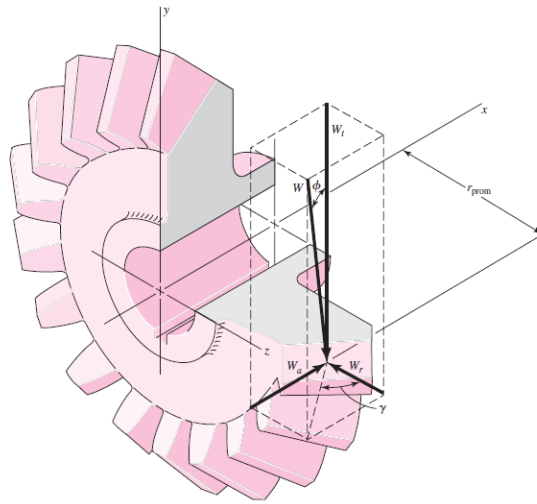
## 2.5 Análisis de fuerzas en Engranés Cónicos

Como los engranes helicoidales, los engranes cónicos también tienen sus propios ángulos como se puede ver en la ilustración 13.

Ángulo ( $\psi$ ) = Es el ángulo de hélice.

Ángulo ( $\phi_n$ ) = Es el ángulo de presión normal.

Ángulo ( $\phi_t$ ) = Es el ángulo tangencial.



**Figura 16.** Diagramas de cuerpo libre de un piñón y engrane helicoidal [31]

La fuerza  $W$  se descompone en las tres fuerzas, tangencial, axial y radial, así como sucede en los engranes helicoidales, también actúan sobre un engrane cónico. [37] Para un engrane cónico recto como indica su geometría es:

Se aplica la ecuación (1.4) y se determina el torque para ambos elementos.

$$T_{\text{piñon}} = 9.55 * \frac{0.7457 \times 10^3}{400}$$

$$T_{\text{piñon}} = 17.8036 \text{ (Nm)}$$

Se usa la relación (1.16) y se calcula las revoluciones del engrane.

$$n_g = \frac{N_p * n_p}{N_g}$$
$$n_g = \frac{24 * 400}{56}$$
$$n_g = 171.429 \text{ (RPM)}$$

Se procede a calcular el torque del engrane

$$T_{engrane} = 9.55 * \frac{0.731 \times 10^3}{171.429}$$
$$T_{engrane} = 40.723 \text{ (Nm)}$$

### **Carga transmitida (Fuerza Tangencial) ( $F_t$ )**

Este valor se toma del Simulador Autodesk Inventor.

**Tabla 21.** Fuerza Tangencial en función de las revoluciones.

<b>RPM</b>	<b>Fuerza Tangencial (N)</b>
<b>100</b>	<b>2955.813</b>
<b>150</b>	1970.54
<b>200</b>	1477.91

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

Para obtener las diferentes fuerzas, se recomienda emplear el ángulo de paso adecuado ya sea para piñón  $\alpha_p$  o  $\alpha_g$  si es para el engrane en lugar de  $\alpha$ .

### Fuerza Radial ( $F_r$ )

$$F_r = F_t \tan(\phi_n) \cos(Z) \quad (1.54)$$

$$\begin{aligned} F_{r-\text{piñon}} &= F_t \tan(\phi_n) \cos(Z_p) \\ F_{r-\text{piñon}} &= 738.953 * \tan(20^\circ) * \cos(23.199^\circ) \\ F_{r-\text{piñon}} &= 247.209 \text{ (N)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{r-\text{engrane}} &= F_t \tan(\phi_n) \cos(Z_g) \\ F_{r-\text{engrane}} &= 739.049 * \tan(20^\circ) * \cos(66.801^\circ) \\ F_{r-\text{engrane}} &= 105.949 \text{ (N)} \end{aligned}$$

### Fuerza Axial ( $F_a$ )

$$F_a = F_t \tan \phi_n \text{ sen } Z \quad (1.55)$$

$$\begin{aligned} F_{a-\text{piñon}} &= F_t \tan(\phi_n) \text{ sen } (Z_p) \\ F_{a-\text{piñon}} &= 739.049 * \tan(20) \text{ sen } (23.199) \\ F_{a-\text{piñon}} &= 105.949 \text{ (N)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{a-\text{engrane}} &= F_t \tan(\phi_n) \text{ sen } (Z_g) \\ F_{a-\text{engrane}} &= 739.049 * \tan(20) \text{ sen } (66.801) \\ F_{a-\text{engrane}} &= 247.209 \text{ (N)} \end{aligned}$$

### Velocidad ( $V$ )

$$V = \frac{\dot{W} \text{ (watts)}}{F_t \text{ (kN)}} \quad (\text{m/s}) \quad (1.56)$$

$$V = \frac{\dot{W} \text{ (watts)}}{F_t \text{ (kN)}}$$

$$V = \frac{0.7457 \times 10^3 \text{ (W)}}{738.953 \text{ N}} = 1.009 \text{ m/s}$$

## 2.6. Esfuerzos en Engranés Cónicos

Para el esfuerzo en engranes cónicos se toma la misma teoría que los engranes rectos y los helicoidales, la única diferencia es el factor geométrico J. Con la ayuda de la norma ANSI/AGMA 2003-B97 se puede definir los esfuerzos que actúan en estos elementos. Para los cálculos se toma como dato 100RPM.

### - Ecuación al Esfuerzo de flexión

$$\sigma_{flexión} = \frac{1000 F_t K_o K_v Y_x K_{HB}}{F m_{et} YJ Y_B} \quad (MPa) \quad (1.57)$$

Donde:

$F_t$ : Fuerza Tangencial.

$K_o$ : Factor Sobrecarga.

$K_v$ : Factor Velocidad.

$F$ : Anchura de cara.

$m_{et}$ : Módulo Transversal.

$Y_x = K_s$ : Factor Tamaño por flexión.

$K_{HB} = K_m$ : Factor distribución carga.

$YJ$ : Factor geométrico de resistencia a la flexión.

$Y_B = K_x$ : Factor de curvatura en el sentido longitudinal.

El factor,  $K_o$ , es el mismo factor que se ve en la ecuación de Esfuerzo a la flexión en los engranes helicoidales.

$$K_o = 1.25$$

### Factor velocidad $K_v$

$$D_{p-piñon} = 60 \text{ (mm)} = 0.19685 \text{ (ft)}$$

Se usa la ecuación (1.32)

$$V = \frac{\pi * D_{p-piñon} * n_{piñon}}{12}$$
$$V = \frac{\pi * 0.19685 * 400}{12} = 20.6141 \text{ (ft/min)}$$

Para el cálculo del factor dinámico, según la ilustración 4, los elementos están en la línea “A” (precisión, rectificado y rebajado), por ende, se emplea la ecuación (1.33).

$$K_v = \sqrt{\frac{78 + \sqrt{V}}{78}}$$
$$K_v = \sqrt{\frac{78 + \sqrt{20.6141}}{78}}$$
$$K_v = 1.028$$

### Factor tamaño por flexión $Y_x$

Para el factor tamaño se definen las siguientes condiciones:

$$Y_x = \begin{cases} 0.5 & m_{et} < 1.6 \text{ mm} \\ 0.4867 + 0.008339 * m_{et} & 1.6 \leq m_{et} \leq 50 \text{ mm} \end{cases}$$

Primeramente, se halla el  $m_{et}$  (modulo transversal).

$$m_{et} = \frac{D_e}{N} \tag{1.58}$$
$$m_{et-piñon} = \frac{D_{e-piñon}}{N_p}$$



$$m_{et-piñon} = \frac{64.595}{24}$$

$$m_{et-piñon} = 2.69 \text{ (mm)}$$

$$m_{et-engrane} = \frac{D_{e-engrane}}{N_g}$$

$$m_{et-engrane} = \frac{141.970}{56}$$

$$m_{et-engrane} = 2.535 \text{ (mm)}$$

Calculado el módulo transversal, se utiliza la segunda condición para el factor  $Y_x$ , ya que los valores son entre 1.6 y 50 (mm).

$$Y_x = 0.4867 + 0.008339 * m_{et}$$

$$Y_{x-piñon} = 0.4867 + 0.008339 * 2.69 \text{ (mm)}$$

$$Y_{x-piñon} = 0.5091 \text{ (mm)}$$

$$Y_{x-engrane} = 0.4867 + 0.008339 * 2.535 \text{ (mm)}$$

$$Y_{x-engrane} = 0.5078 \text{ (mm)}$$

#### **Factor distribución carga $K_{HB}$ o $K_m$ .**

Para este factor se tiene la siguiente ecuación.

$$K_{HB} = K_{mb} + 5.6(10^{-6})F^2 \tag{1.59}$$

Donde:

$$K_{mb} = \begin{cases} 1.00 & \text{ambos miembros montados separados (a)} \\ 1.10 & \text{un miembro montado separado (b)} \\ 1.25 & \text{ningún miembro montado separado (c)} \end{cases}$$

$F = 30 \text{ (mm)}$ , ancho de cara

En este proyecto ninguno de los elementos o miembros está montados por separado.

$$K_{mb} = 1.25$$

Entonces:

$$K_{HB} = K_{mb} + 5.6(10^{-6})F^2$$

$$K_{HB} = 1.25 + 5.6(10^{-6})(30 \times 10^{-3})^2$$

$$K_{HB} = 1.25$$

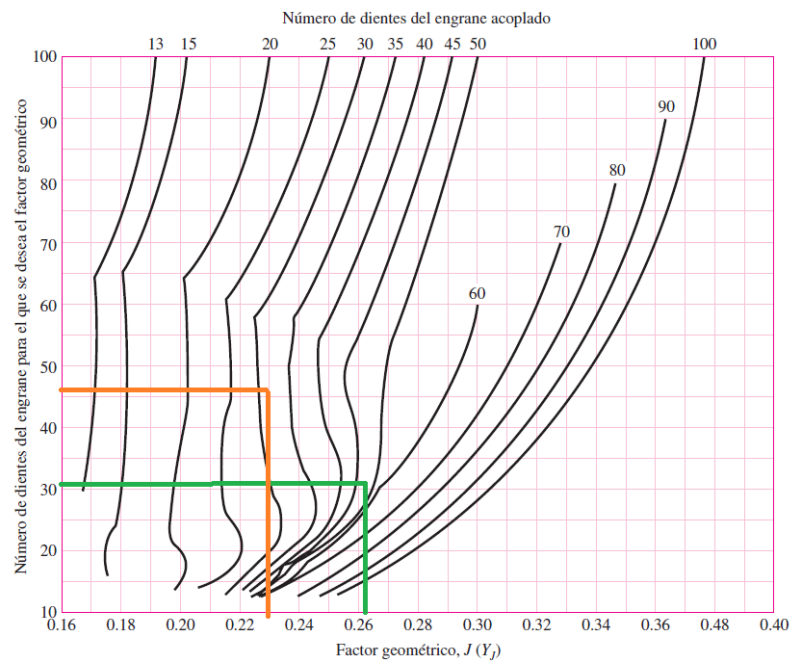
**Factor de curvatura en el sentido longitudinal  $K_x = Y_\beta$ .**

Para engranes cónicos rectos.

$$K_x = Y_\beta = 1$$

**Factor geométrico de resistencia a la flexión  $YJ$**

En la ilustración 17, se muestra el factor de geometría J para engranes cónicos rectos con ángulo de presión de  $20^\circ$  y un ángulo de eje de  $90^\circ$ .



**Figura 17.** Factor de flexión J (YJ) de engranes cónicos rectos [31]

$$YJ_{\text{piñon}} = 0.262$$

$$YJ_{\text{engrane}} = 0.23$$

### Esfuerzo de Flexión $\sigma_{\text{flexión}}$

Se utiliza la ecuación (1.57).

**Tabla 22.** Esfuerzo de Flexión.

RPM	Piñón (MPa)	Engrane (MPa)
<b>100</b>	<b>114.756</b>	<b>137.833</b>
<b>150</b>	76.504	91.889
<b>200</b>	57.376	68.917

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

### Esfuerzo permisible $\sigma_{f \text{ lim}}$ o $S_{at}$

La condición para el esfuerzo permisible es la siguiente:

$$\sigma_{f \text{ lim}} = 0.30H_B + 14.48 \text{ (MPa)} \quad (1.60)$$

Sabiendo que, para el acero AISI 1018, la dureza Brinell es  $131H_B$ .

$$\sigma_{f \text{ lim}} = S_{at} = 0.30H_B + 14.48$$

$$\sigma_{f \text{ lim}} = S_{at} = 0.30(131) + 14.48$$

$$\sigma_{f \text{ lim}} = S_{at} = 53.78 \text{ (MPa)}$$

## Ciclos de trabajo

**Tabla 23.** Ciclos de Trabajo en función de las revoluciones.

RPM	CICLOS a 72 horas
100	$4.32 \times 10^5$
150	$6.48 \times 10^5$
200	$8.64 \times 10^5$

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

### Factor de Ciclos de esfuerzos de resistencia a la flexión $Y_{NT}$

En este caso como se ve en el apartado de engranes helicoidales, este factor determina los ciclos de esfuerzos que presenta los engranes dependiendo los ciclos de vida que tienen. Se usa el mismo criterio “general” que se emplea en engranes helicoidales.

De la misma forma que los engranes helicoidales se aplica la relación de velocidades para calcular el factor  $Y_{NT}$  para los engranes, se usa la ecuación (1.42).

$$m_G = 2.33$$

$$Y_{NT} = 6.1514 * (N_L)^{-0.1182}, \text{ para } (10^3) \leq n_L \leq 3 * 10^6$$

**Tabla 24.** Factor  $Y_{NT}$

N° de ciclos	Piñón	Engrane
$4.32 \times 10^5$	1.32	1.46
$6.48 \times 10^5$	1.26	1.39
$8.64 \times 10^5$	1.22	1.35

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

### Factor temperatura $K_\theta$

Para este factor se usan las siguientes condiciones.

$$K_\theta = \begin{cases} 1 & 0^\circ\text{C} \leq \theta \leq 120^\circ\text{C} & (a) \\ \frac{273 + \theta}{393} & \theta > 120^\circ\text{C} & (b) \end{cases}$$

$$K_\theta = 1$$

### Factor confiabilidad $Y_Z$

Tabla 25. Factor confiabilidad  $Y_Z$  [31]

Factores de confiabilidad del acero		
Requerimientos de aplicación.	$C_R (Z_Z)$	$K_R (Y_Z)$
Menos de una falla en 10 000	1.22	1.50
Menos de una falla en 1 000	1.12	1.25
Menos de una falla en 100	1.00	1.00
Menos de una falla en 10	0.92	0.85
Menos de una falla en 2	0.84	0.70

$$Y_Z = 1$$

### Factor de Seguridad a la flexión $S_F$

Para los cálculos de esfuerzos de flexión permisible se usa la siguiente formula:

$$S_F = \left( \frac{S_{at} Y_N / K_T K_R}{\sigma_F} \right) \quad (1.61)$$

Entonces,

**Tabla 26.** Factor de Seguridad.

N° de Ciclos	$S_{F-piñon}$	$S_{F-engrane}$
$4.32 \times 10^5$	0.79	0.99
$6.48 \times 10^5$	0.88	0.81
$8.64 \times 10^5$	1.44	1.05

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

A  $4.32 \times 10^5$  y  $6.48 \times 10^5$  ciclos, el factor de seguridad  $S_F < 1$ , indica que existe falla en los dientes de este par de engranes, debido a que las revoluciones son menores y el torque aumenta, dando como resultado un desgaste por esfuerzo a la flexión.

- **Ecuación al Esfuerzo de contacto.**

$$\sigma_H = Z_E \left( \frac{1000 F_t}{F * D_e * I} K_o K_v K_{HB} Z_x Z_{xc} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.62)$$

Donde:

$Z_E$ : Coeficiente Elástico.

$F_t$ : Fuerza tangencial.

$F$ : ancho de cara.

$D_e$ : diámetros exteriores respectivamente.

$I$ : Factor geométrico de resistencia a picadura.

$K_o$ : Factor Sobrecarga.

$K_v$ : Factor Velocidad.

$K_{HB}$ : Factor distribución carga.

$Z_x$ : Factor de tamaño de resistencia a picadura.

$Z_{xc}$ : Factor de coronamiento de resistencia a picadura.

### **Coefficiente elástico $Z_E$**

El coeficiente elástico para engranes cónicos toma el mismo valor de los engranes helicoidales.

$$Z_E = C_p = 0.1859 \text{ MPa}$$

### **Factor de tamaño de resistencia a picadura $Z_x$**

Para el sistema (SI), se usa las siguientes condiciones:

$$Z_x = \begin{cases} 0.5 & F < 12.7 \text{ mm} \quad (a) \\ 0.00492 * b + 0.4375 & 12.7 \leq F \leq 114.3 \text{ mm} \quad (b) \\ 1 & F > 114.3 \text{ mm} \quad (c) \end{cases}$$

La anchura de diente  $F = 30 \text{ mm}$ , se aplica la condición (b).

$$Z_x = 0.00492 * 30 + 0.4375$$

$$Z_x = 0.585 \text{ (mm)}$$

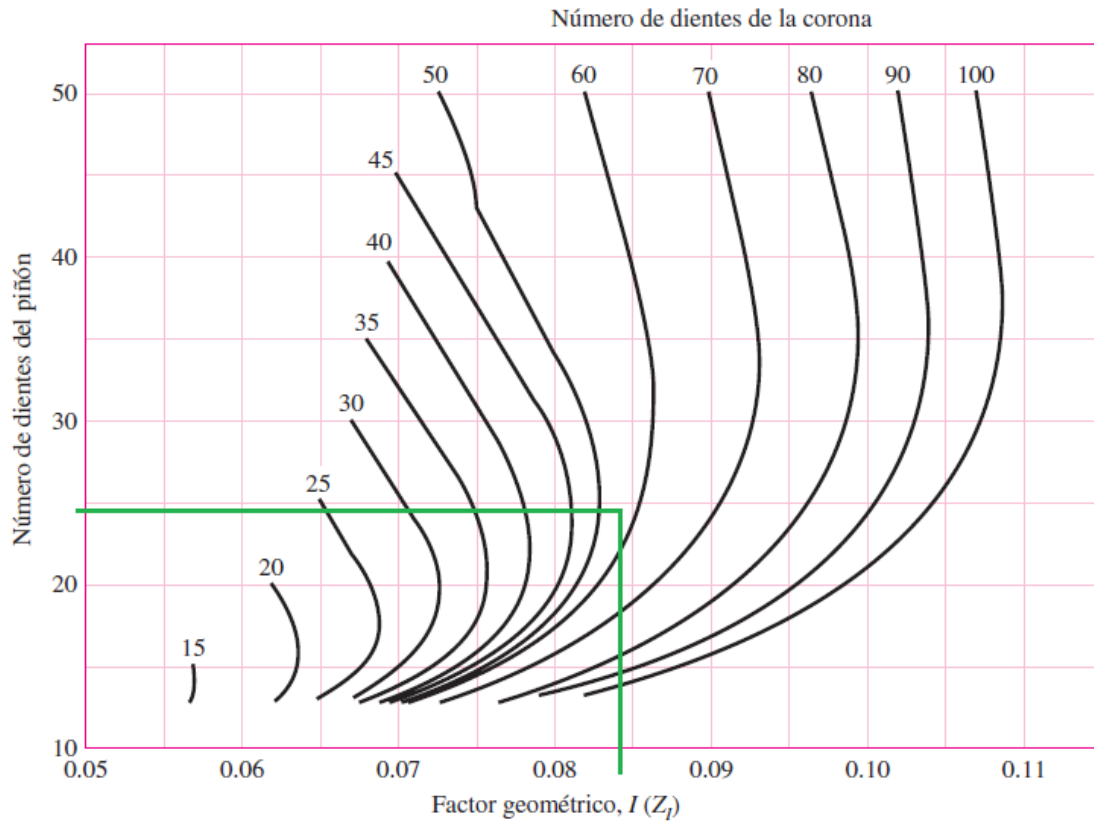
### **Factor de coronamiento de resistencia de picadura $Z_{xc}$**

La mayoría de los dientes de engranes cónicos se coronan en dirección longitudinal durante su mecanizado para dar capacidad a la deflexión de los montajes.

$$Z_{xc} = \begin{cases} 1.5 & \text{dientes coronados en forma adecuada} \quad (a) \\ 2.0 & \text{dientes mas grandes no coronados} \quad (b) \end{cases}$$

$$Z_{xc} = 1.5$$

## Factor geométrico de resistencia a picadura



**Figura 18.** Factor Geométrico ( $I$ ) para engranes cónicos [31].

$$I = 0.085$$

Los factores  $K_o$ ,  $K_v$ ,  $K_{HB}$ , son los mismos mencionados anteriormente y cumplen la misma función.

Para este esfuerzo se debe tener presente los siguientes datos.

$$D_{e\text{-piñon}} = 64.595 \text{ (mm)}$$

$$D_{e\text{-engrane}} = 141.970 \text{ (mm)}$$



- **Esfuerzo de Flexión  $\sigma_{contcto}$**

Entonces, aplicando la ecuación (1.62), se tiene.

**Tabla 27.** Esfuerzo al Contacto.

<b>RPM</b>	<b>Piñón (MPa)</b>	<b>Engrane (MPa)</b>
<b>100</b>	<b>934.928</b>	<b>630.637</b>
<b>150</b>	763.365	514.912
<b>200</b>	661.095	445.928

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

**Esfuerzo de contacto permisible  $S_c$**

Para este estudio se utiliza esta condición:

Se usa el criterio “Grado 1”.

$$\sigma_{H \text{ lim}} = 2.35H_B + 162.89 \text{ (MPa)}$$

$$\sigma_{H \text{ lim}} = 2.35(131) + 162.89$$

$$\sigma_{H \text{ lim}} = 470.74 \text{ (MPa)}$$

**Factor de ciclos de esfuerzo de resistencia a la picadura  $Z_{NT}$**

Se usa los mismos valores de la tabla 17 y se aplica las siguientes condiciones:

$$Z_{NT} = \begin{cases} 2 & 10^3 \leq n_L < 10^4 \\ 3.4822 n_L^{-0.0602} & 10^4 \leq n_L \leq 10^6 \end{cases}$$

Entonces se emplea la siguiente ecuación.

$$Z_{NT} = 3.4822 * (n_L)^{-0.0602}$$

**Tabla 28.** Factor  $Z_{NT}$ .

N° de ciclos	Piñón	Engrane
$4.32 \times 10^5$	1.59	1.67
$6.48 \times 10^5$	1.55	1.63
$8.64 \times 10^5$	1.52	1.60

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

### Factor de relación de dureza $Z_w$

Este factor se calcula de la siguiente manera:

$$B_1 = 0.00898 \left( \frac{H_{B1}}{H_{B2}} \right) - 0.00829 \quad (1.63)$$

Como los dos elementos son del mismo material, la relación  $\left( \frac{H_{B1}}{H_{B2}} \right)$ , es igual a 1, entonces:

$$B_1 = 0.00898 (1) - 0.00829$$
$$B_1 = 0.0007$$

Para el factor  $Z_w$ , se utiliza la siguiente ecuación:

$$Z_w = 1 + B_1 \left( \frac{N_p}{N_g} - 1 \right) \quad (1.64)$$

$$Z_w = 1 + 0.0007 \left( \frac{24}{56} - 1 \right)$$

$$Z_w = 1$$

### Factor de seguridad AGMA $S_H$

Los factores  $K_\theta$ ,  $Z_Z$ , ya se los menciona anteriormente.

$$S_H = \left( \frac{\frac{\sigma_{Hlim} Z_{NT} Z_w}{K_\theta Z_Z}}{\sigma_H} \right)^2 \quad (1.65)$$

**Tabla 29.** Factor de Seguridad a la picadura.

N° de Ciclos	$S_{H-piñon}$	$S_{H-engrane}$
<b>4.32x10<sup>5</sup></b>	0.24	0.23
<b>6.48x10<sup>5</sup></b>	<b>0.91</b>	<b>2.22</b>
<b>8.64x10<sup>5</sup></b>	<b>1.17</b>	<b>2.85</b>

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

De la misma manera que en el Esfuerzo a la Flexión, los factores de seguridad  $S_H < 1$  para  $2.16 \times 10^5$  ciclos, es donde ocurre la picadura superficial por Esfuerzo al Contacto, a diferencia de los demás ciclos con mayor RPM, puesto que, a mayor velocidad de rotación del motor, los engranes no sufren falla.

## **CAPÍTULO III**

### **SOFTWARE DE SIMULACIÓN.**

#### **3.1. Autodesk Inventor**

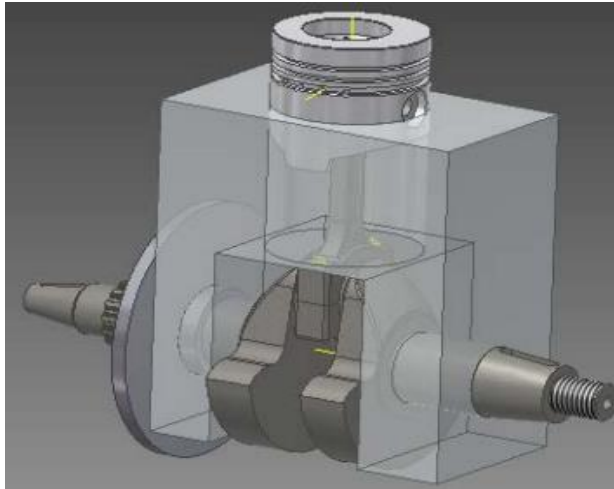
Autodesk Inventor es un software considerada una herramienta de nivel medio, estando al nivel de SolidWorks y SolidEdge; mientras que en un nivel más profesional se encuentran otros softwares como CATIA, I-Deas y Unigraphics. [40]

Inventor es un software para asistir a usuarios que comienzan diseñando piezas y mediante varios comandos se puede combinar en ensambles. Inventor permite acelerar los tiempos de diseño, incremento y fabricación, suprime necesidades de determinadas tareas y perfecciona la productividad reduciendo costos. [41]

El programa Autodesk Inventor es la mejor opción para los usuarios del software de AutoCAD que desean agregar la energía de 3D. los datos de diseño y la maestría técnica de AutoCAD. Con acercamientos innovadores, acelera y simplifica el proceso del concepto de fabricación. [12]

Inventor se encarga de formar una gama integra y muy flexible para el diseño mecánico 3D, y a su vez realiza simulación de productos de mecanizado dando como resultado de crear modelos 3D hasta alcanzar prototipos precisos. [42]

A continuación, se presenta un ejemplo de un cigüeñal diseñado en Autodesk Inventor, afectado con sus diferentes cargas.



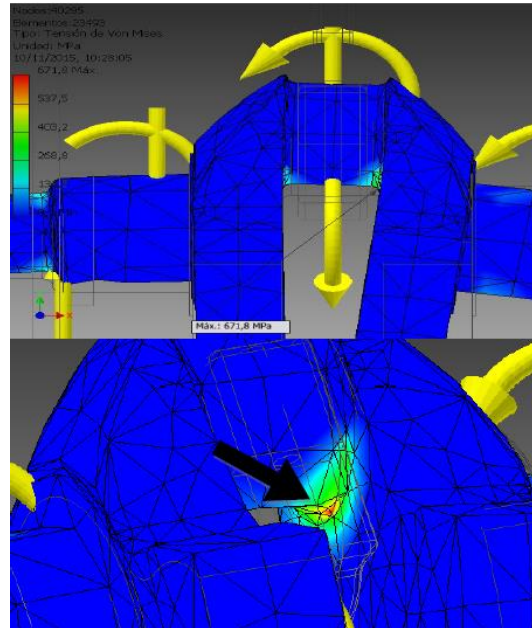
**Figura 19.** Vista de los componentes de Cigüeñal completamente ensamblado. [40]

Con el pasar del tiempo Inventor ofrece nuevas versiones e importantes mejoras, una gran variedad de herramientas altamente especializadas y esto orientado a las diferentes profesiones y disciplinas de diseño la gran visualización, permitiendo acelerar hasta en un 40% la realización de tareas de diseño comunes, por ejemplo: *Simulación y análisis finito de elementos*. [40]

Análisis de Elementos Finitos (FEA) es un método de simulación útil que ayuda a los ingenieros para poner a prueba sus modelos antes de hacerlo. Con esto la simulación y optimización de los diseños digitalmente de forma segura, en Inventor se puede comprobar las respuestas de los modelos a la gravedad y otras cargas, grabar animaciones y medir la tensión de los resultados.

Esto permite establecer los pasos necesarios para obtener y definir el mejor escenario de pruebas, acercando la simulación a lo real deseado como producto final. Para empezar a usar Inventor es necesario tener en cuenta. [43]

- Añadir una fuerza
- Definir Materiales
- La configuración de la superficie
- Ejecución de análisis
- Tener en cuenta el desplazamiento, factor de seguridad y tensión de von Mises
- Visualización de malla



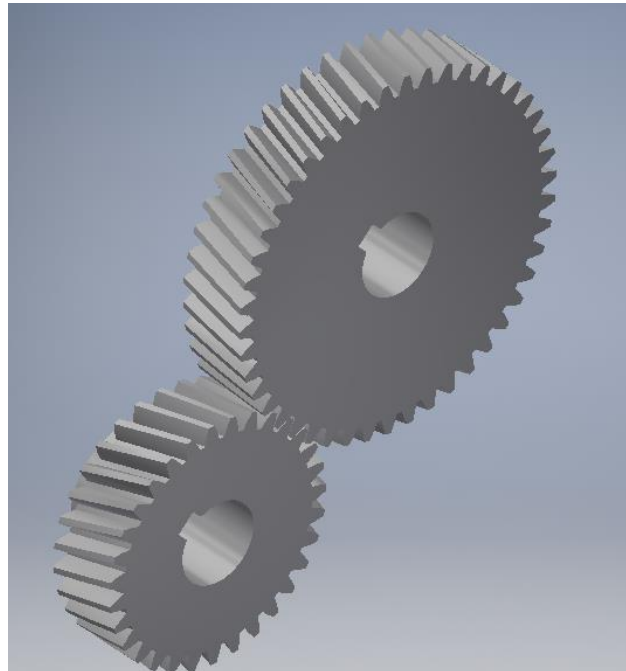
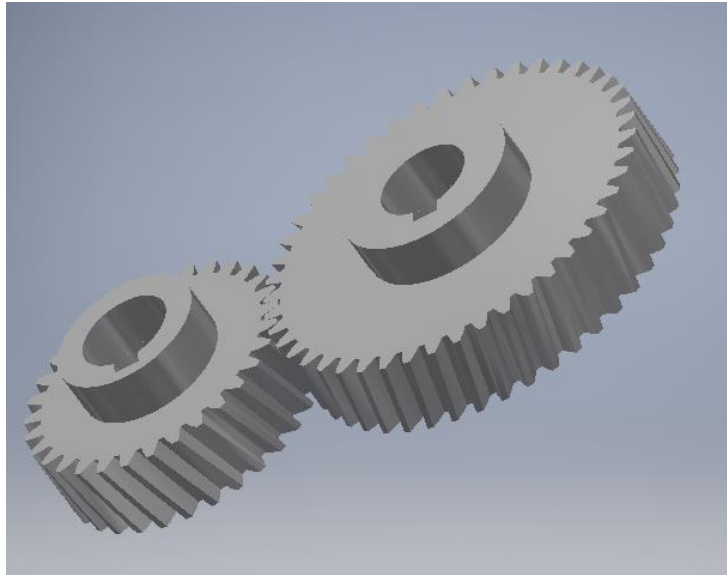
**Figura 20.** Mallado en elemento (tensión máxima de Von Mises en el cigüeñal).[40]

En la Figura 20, se puede ver el punto de mayor tensión de Von Mises y, por tanto, el área más crítica en cuanto a la resistencia del cigüeñal ubicándose en un punto frágil de este elemento, estas y muchas más opciones que brinda Autodesk Inventor, para el cálculo de esfuerzos y fuerzas en un sólido para su simulación.

Es necesario tener en cuenta que en Inventor también se debe añadir el módulo cortante. Sin él, Inventor impedirá hacer la simulación.[44]

A continuación, se muestra la simulación y los factores obtenidos en el software Inventor.

## Engranos Helicoidales



**Figura 21.** Engranos Helicoidales.

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

En la Figura 21, se ingresa los datos principales para el diseño del engrane.

Intereje o Distancia entre centros: 100 mm

Ángulo de Helice ( $\psi$ ): 15°

Ángulo de Presión Normal ( $\theta_n$ ): 20°

Número de dientes del piñon ( $N_p$ ): 31 dientes

Número de dientes del engrane ( $N_g$ ): 46 dientes

Anchura de cara ( $F$ ): 25 mm

The image shows a CAD software interface for gear design. The top section is titled 'Diseño' and 'Cálculo'. It contains several input fields for gear parameters:

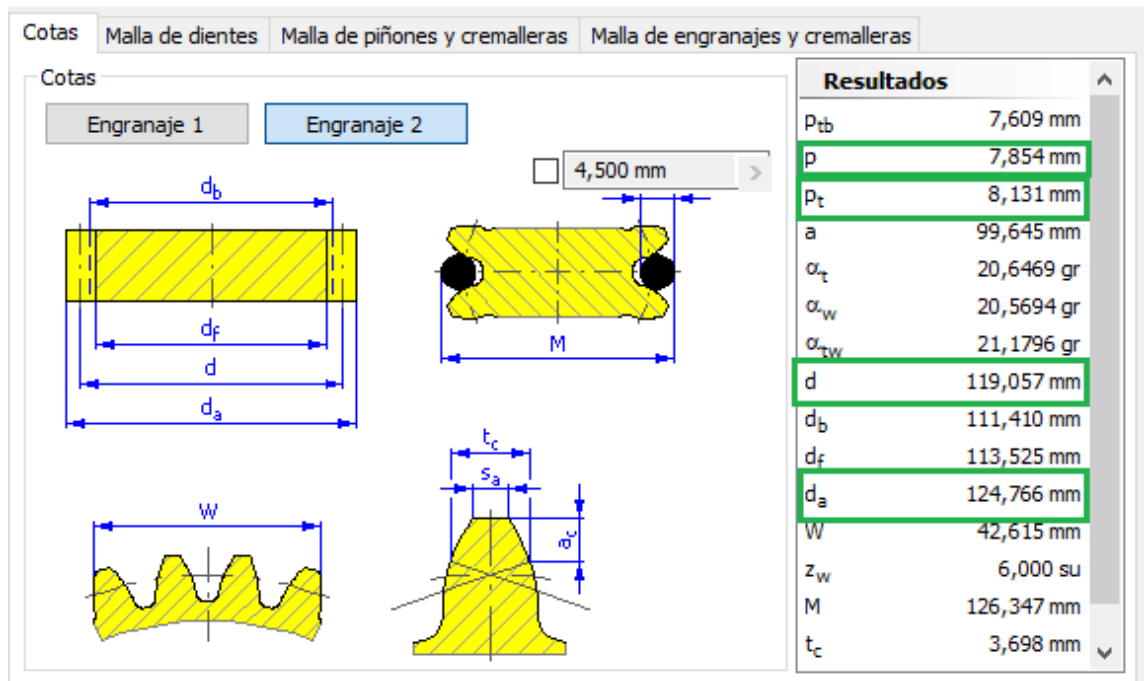
- Atributos comunes:**
  - Guía de diseño: Corrección unitaria total
  - Ángulo de presión: 20,000 gr
  - Ángulo de hélice: 15 gr
  - Coef. de engranaje deseado: 1,4839 su
  - Guía de correcciones unitarias: Usuario
  - Módulo: 2,500 mm
  - Distancia al centro: 100 mm
  - Corrección unitaria total: 0,1436 su
  - Botón: Vista preliminar...
- Engranaje 1:**
  - Componente: Cara cilíndrica
  - Número de dientes: 31 su
  - Anchura de cara: 25,000 mm
  - Corrección unitaria: 0,0000 su
- Engranaje 2:**
  - Componente: Cara cilíndrica
  - Número de dientes: 46 su
  - Anchura de cara: 25 mm
  - Corrección unitaria: 0,1436 su

The bottom section is titled 'Cotas' and shows a 3D model of the gear mesh with various dimensions labeled. A table on the right lists the results of the calculations:

Resultados	
$P_{tb}$	7,609 mm
$P$	7,854 mm
$P_t$	8,131 mm
$a$	99,645 mm
$\alpha_t$	20,6469 gr
$\alpha_w$	20,5694 gr
$\alpha_{tw}$	21,1796 gr
$d$	80,234 mm
$d_b$	75,081 mm
$d_f$	73,984 mm
$d_a$	85,225 mm
$W$	34,410 mm
$z_w$	5,000 su
$M$	86,805 mm
$t_c$	3,468 mm

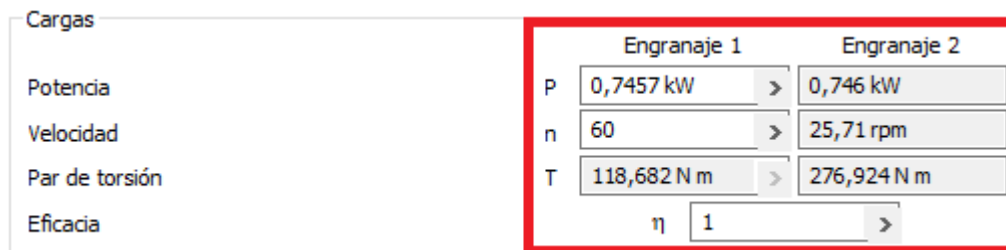
Figura 22. Datos iniciales del diseño del piñon helicoidal.





**Figura 23.** Datos iniciales del diseño del engrane helicoidal. Fuente: Simular Inventor

En la Figura 22 y 23, se confirma los datos obtenidos en el desarrollo analítico para el diseño del piñón y engrane helicoidal.



**Figura 24.** Datos de cargas del Software Inventor.

Resultados	
$F_t$	2947,904 N
$F_r$	1142,210 N
$F_a$	789,888 N
$F_n$	3259,710 N
$v$	0,252 mps

**Figura 25.** Tabla de Fuerzas obtenidas en simulador. Fuente: Simular Inventor

En la Figura 24 y 25, se comprueba los resultados simulados y analíticos que tienen las cargas en los engranes existentes en el sistema.

Tensión de plegado admitida	$s_{at}$	158,123 MPa	>	158,123 MPa	>
Tensión de contacto admitida	$s_{ac}$	552,710 MPa	>	552,710 MPa	>
Módulo de elasticidad	E	200000 MPa	>	200000 MPa	>
Coefficiente de Poisson	$\mu$	0,2821 su	>	0,2821 su	>

**Figura 26.** Propiedades del material AISI 1018. Fuente: Simular Inventor

En la Figura 26, se designa los valores de las tensiones ( $S_{at}, S_{ac}$ ), los módulos de elasticidad [39] y coeficiente de Poisson determinado mediante la ecuación (1.31), estos valores son los mismos para ambos elementos ya que el material es el mismo para los dos.

Factores comunes		Engranaje 1	Engranaje 2
Factor de sobrecarga	$K_o$	1,25 su	>
Factor dinámico	$K_v$	1,019 su	>
Factor de tamaño	$K_s$	1,000 su	>
Factor de fiabilidad	$K_R$	1 su	>
Factor de temperatura	$K_T$	1,000 su	>
Factor de distribución de carga	$K_m$	1,216 su	>
Factor de corrección de plomo	$C_{mc}$	1,000 su	>
Factor de corrección de alineación de malla	$C_e$	0,8 su	>
Modificador de proporción de piñón	$C_{pm}$	1,000 su	>
Factor de alineación de malla	$C_{ma}$	Engranaje abierto	

**Figura 27.** Factores para el esfuerzo de flexión. Fuente: Simular Inventor

Factores de contacto		Engranaje 1	Engranaje 2
Factor de condición de superficie	$C_f$	1,000 su	>
Factor de ciclo de tensión	$Z_N$	1,23 su	>
Factor de coeficiente de dureza	$C_H$	1,000 su	>
Factor de geometría	$I$	0,166 su	>

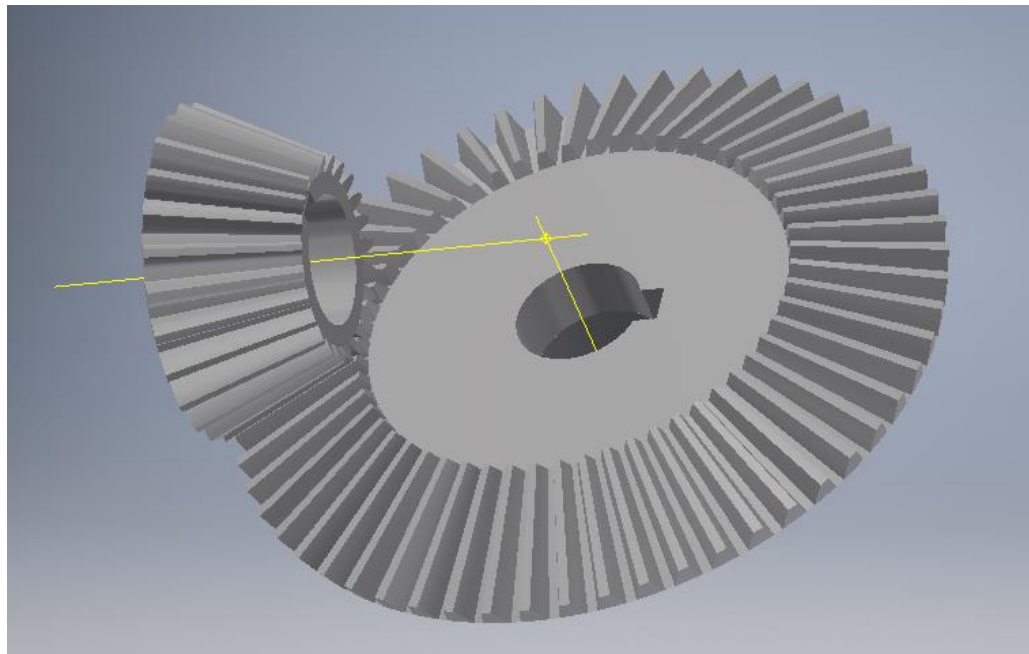
Factores de plegado		Engranaje 1	Engranaje 2
Factor de carga inversa	$Y_a$	1,000 su	>
Factor de grosor del anillo	$K_B$	1,000 su	>
Factor de ciclo de tensión	$Y_N$	1,1861 su	>
Factor de geometría	$J$	0,52 su	>

**Figura 28.** Factores para el esfuerzo al contacto. Fuente: Simular Inventor

Engranaje 1	
$k_f$	0,945 su
$k_n$	1,990 su
Engranaje 2	
$k_f$	1,188 su
$k_n$	3,840 su

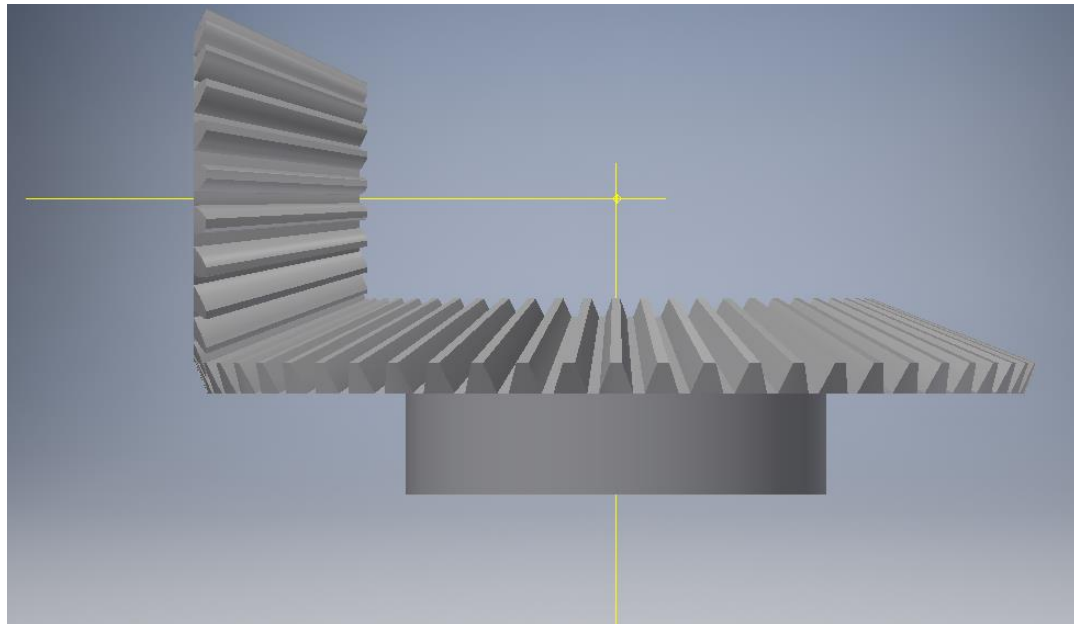
**Figura 29.** Factores de seguridad a la rotura del diente o flexión. Fuente: Simular Inventor

### Engranajes Cónicos.



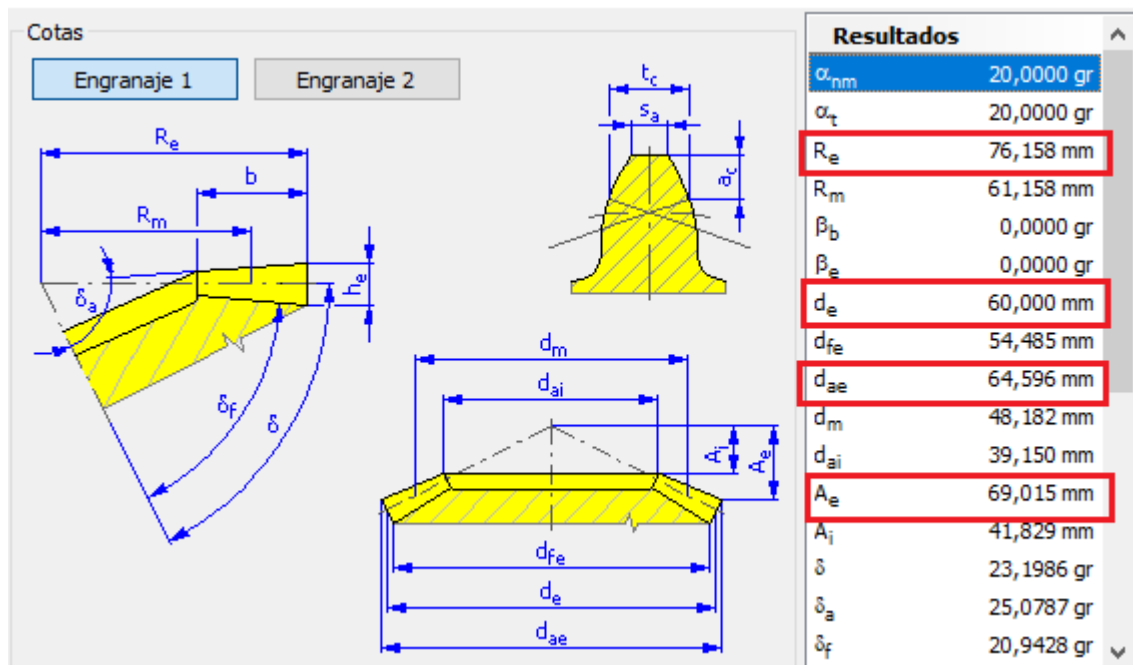
**Figura 30.** Engranajes cónicos Software Inventor (Vista Isométrica).

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez

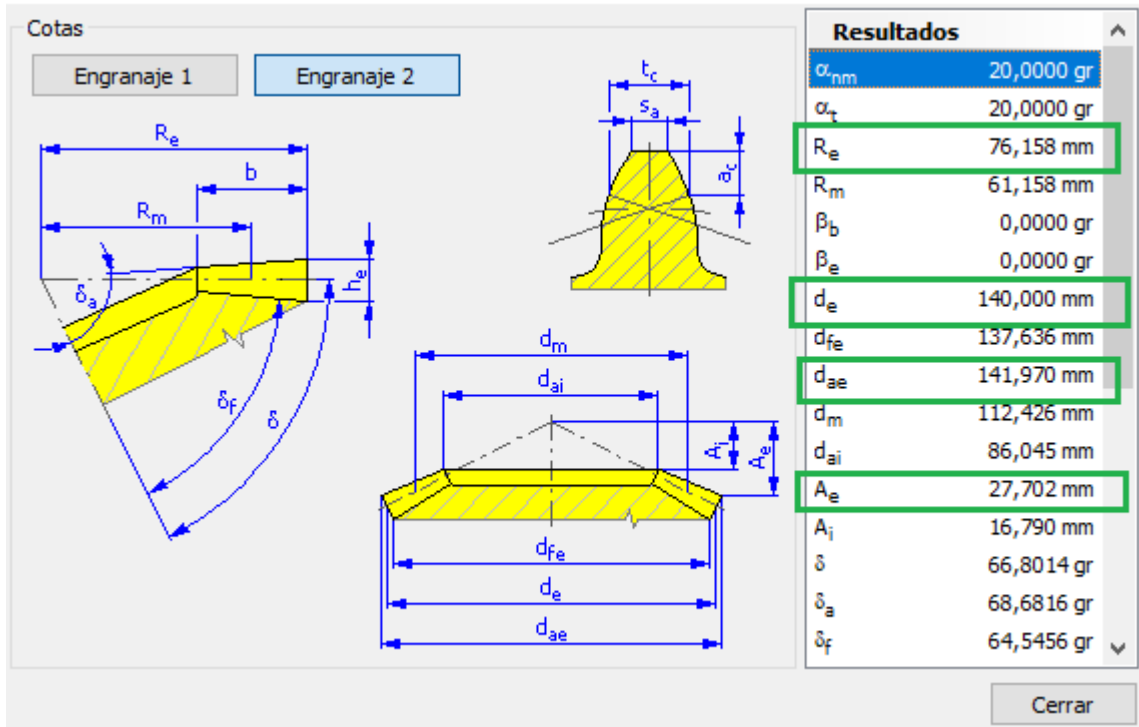


**Figura 31.** Engranajes cónicos Software Inventor (Vista lateral).

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.



**Figura 32.** Datos del diseño del piñón cónico. Fuente: Simular Inventor



**Figura 33.** Datos del diseño del engrane cónico. Fuente: Simular Inventor

En la Figura 32 y 33, se comprueba los datos obtenidos analíticamente para el diseño del piñón y engrane cónico.

Cargas		Engranaje 1	Engranaje 2
Potencia	P	0,7457 kW	0,746 kW
Velocidad	n	100	42,86 rpm
Par de torsión	T	71,209 N m	166,155 N m
Eficacia	$\eta$	1	

**Figura 34.** Cargas establecidas por el motor de la máquina. Fuente: Simular Inventor

Tensión de plegado admitida	$s_{at}$	158,123 MPa >	158,123 MPa >
Tensión de contacto admitida	$s_{ac}$	552,710 MPa >	552,710 MPa >
Módulo de elasticidad	E	200000 MPa >	200000 MPa >
Coefficiente de Poisson	$\mu$	0,2821 su >	0,2821 su >

**Figura 35.** Datos del material. Fuente: Simular Inventor

De la misma forma que los engranes helicoidales, el material de los engranes cónicos es (AISI 1018).

<b>Resultados</b>	
$F_t$	2955,813 N
$F_n$	3145,510 N
v	0,252 mps
$n_{E1}$	22485,663 rpm
<b>Engranaje 1</b>	
$F_{r1}$	988,842 N
$F_{r2}$	988,842 N
$F_{a1}$	423,789 N
$F_{a2}$	423,789 N
<b>Engranaje 2</b>	
$F_{r1}$	423,789 N
$F_{r2}$	423,789 N
$F_{a1}$	988,842 N
$F_{a2}$	988,842 N

**Figura 36.** Resultados de fuerzas ejercidas en los elementos cónicos. Fuente: Simular Inventor

Factores comunes		Engranaje 1	Engranaje 2
Factor de sobrecarga	$K_o$	1,25 su	>
Factor dinámico	$K_v$	1,036 su	>
Factor de tamaño	$K_s$	1 su	>
Factor de fiabilidad	$K_R$	1,000 su	>
Factor de temperatura	$K_T$	1,000 su	>
Factor de distribución de carga	$K_m$	1,25 su	>
Factor de corrección de plomo	$C_{mc}$	1,000 su	>
Factor de corrección de alineación de malla	$C_e$	1,000 su	>
Modificador de proporción de piñón	$C_{pm}$	1,000 su	>
Factor de alineación de malla	$C_{ma}$	Unidades de engranaje encerrado come	

**Figura 37.** Factores para el esfuerzo de flexión. Fuente: Simular Inventor

Factores de contacto		Engranaje 1	Engranaje 2
Factor de condición de superficie	$C_f$	1,000 su	>
Factor de ciclo de tensión	$Z_N$	1,59 su	>
Factor de coeficiente de dureza	$C_H$	1,000 su	>
Factor de geometría	$I$	0,085 su	>
Factores de plegado			
Factor de carga inversa	$Y_a$	1,000 su	>
Factor de grosor del anillo	$K_B$	1,000 su	>
Factor de ciclo de tensión	$Y_N$	1,32 su	>
Factor de geometría	$J$	0,261 su	>

**Figura 38.** Factores para el esfuerzo de contacto de los elementos cónicos. Fuente: Simular Inventor



<b>Engranaje 1</b>	
$k_f$	0,803 su
$k_n$	0,233 su
<b>Engranaje 2</b>	
$k_f$	0,992 su
$k_n$	0,227 su

**Figura 39.** Factor de seguridad de flexión y contacto de los elementos cónicos. Fuente: Simular Inventor

### 3.2 ANSYS Mechanical

Gracias a las simulaciones se puede predecir los resultados de un cualquier producto en todas las etapas de diseño. De tal manera que si se requiere deformación, vida útil, los software de simulación ayudan con esos datos precisos para la toma de decisiones sobre el diseño del producto.[45]

- **La herramienta estrella para el análisis de elementos finitos (Modelo FEA).**

ANSYS Mechanical Enterprise es la solución de software insignia de ingeniería mecánica que utiliza análisis de elementos finitos (FEA) para análisis estructural utilizando la interfaz mecánica ANSYS.[46] Cubre una enorme gama de aplicaciones y viene completo con todo lo que necesita, desde la preparación de la geometría hasta la optimización y todos los pasos intermedios.

Método de Elementos Finitos (MEF) es un método muy útil y utilizado en ingeniería para resolver problemas con un alto grado de complejidad de matemáticas aplicada o física, generalmente este método es usado en geométrica complejas y determinación de propiedades de materiales, que no es posible resolverlas analíticamente.

- **Estática**

El método de elementos finitos demanda dos acciones.

- a) Discretización

El elemento finito tiene dos funciones. “La primera es la discretización del espacio por el elemento finito del dominio físico. La segunda es sobre la interpolación nodal del campo de variables asociadas al comportamiento del dominio físico”. En este caso el campo de variables es el campo de los desplazamientos. Para la discretización es necesario tomar una buena forma de malla ya sea rectangular, hexaédrica, etc., las diferentes clases de elementos pueden ser distinguidos de acuerdo con:

*En 1D: Barras, columnas rectas o curvas.* Fuente: Simular Inventor

En 2D: Placas de membranas, placas en flexión, cascos.

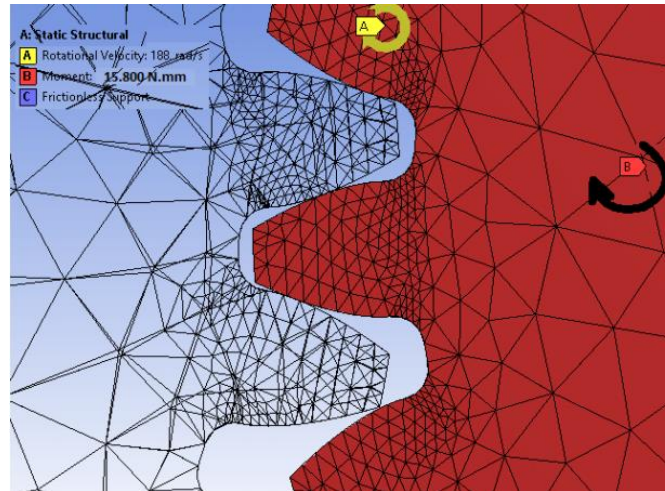
En 3D: Sólidos. Estos elementos permitirán una aproximación lineal de orden superior (cuadrática, cúbica) del dominio.

b) Interpolación o aproximación de las variables continuas.

Se define una función aproximativa que se acerque lo más posible a la solución. Esta función de nodos debe presentarse de la siguiente manera:

La función no debe intervenir, solo en las variables de los nodos que están unidos situados sobre el elemento y en su frontera.

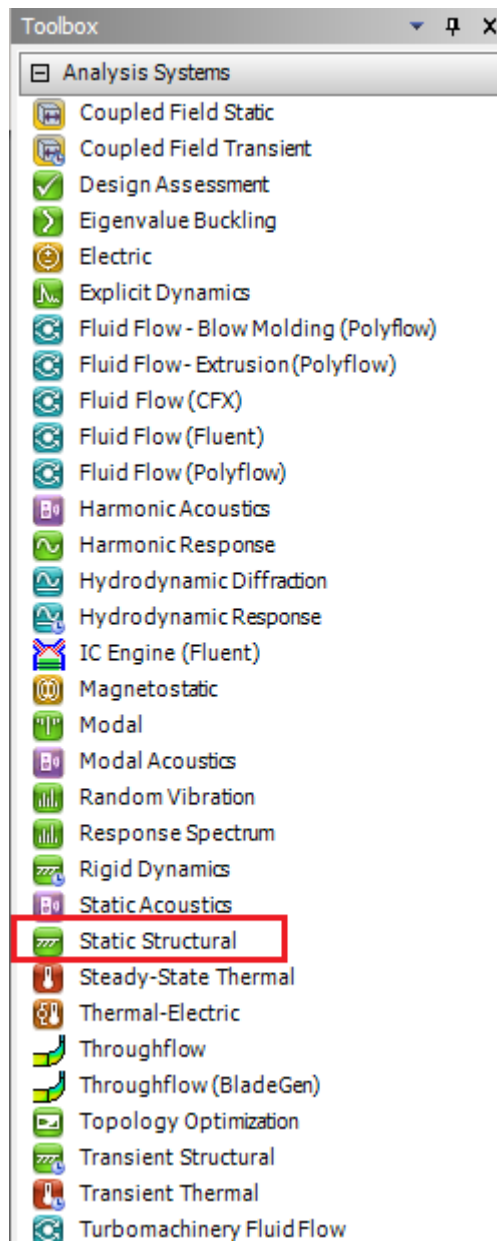
Esta función debe cumplir la continuidad entre los diferentes elementos. Las interpolaciones a diferencia de la discretización deben ser lineales, esto depende de la estructura del problema.



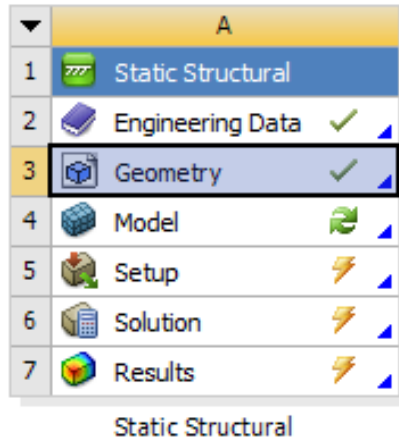
**Figura 40.** Modelo FEA y mallado de un par de engranes en contacto [47].

### **Simulación de Engranes Helicoidales**

Para la simulación de este proyecto, primero exportar los sólidos (engranes), desde el software Autodesk Inventor en formato (.IGES), de esta manera se puede cargar en ANSYS en el apartado de (Analysis Systems – Static Structural), como se muestra en la Figura 34 e ilustración 35.



**Figura 41.** Tool Box de ANSYS.



**Figura 42.** Cuadro de inserción de Geometría. Fuente: Simulador ANSYS

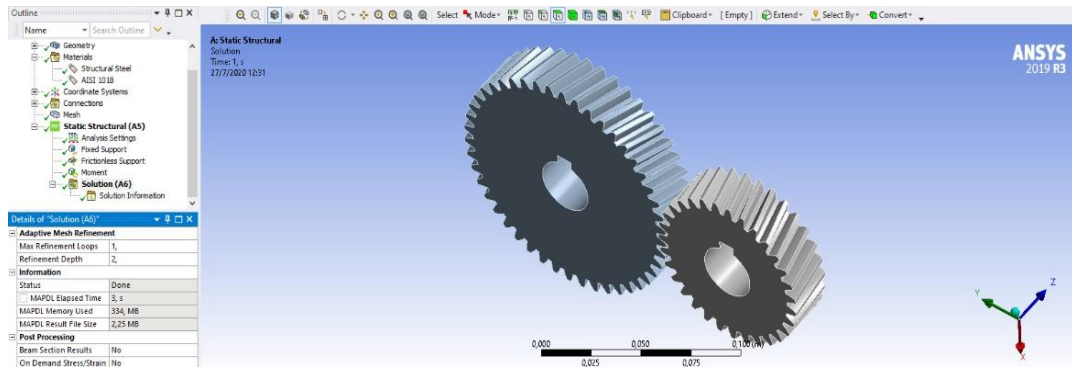
Se configura el material que se fabricaron los engranes (AISI 1018), eso se configura en el apartado de (Properties of Outline Row).

Properties of Outline Row 3: AISI_1018				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	
2	Material Field Variables	Table		
3	Isotropic Elasticity			
4	Derive from	Young's Modulus and...		
5	Young's Modulus	2E+11	Pa	
6	Poisson's Ratio	0,2821		
7	Bulk Modulus	1,5298E+11	Pa	
8	Shear Modulus	7,7997E+10	Pa	

**Figura 43.** Propiedades de Materiales. Fuente: Simulador ANSYS

En la Figura 42, se inserta los valores de Modulo de elasticidad, Modulo de Poisson. Una vez insertada la geometría se abre el “Model”.

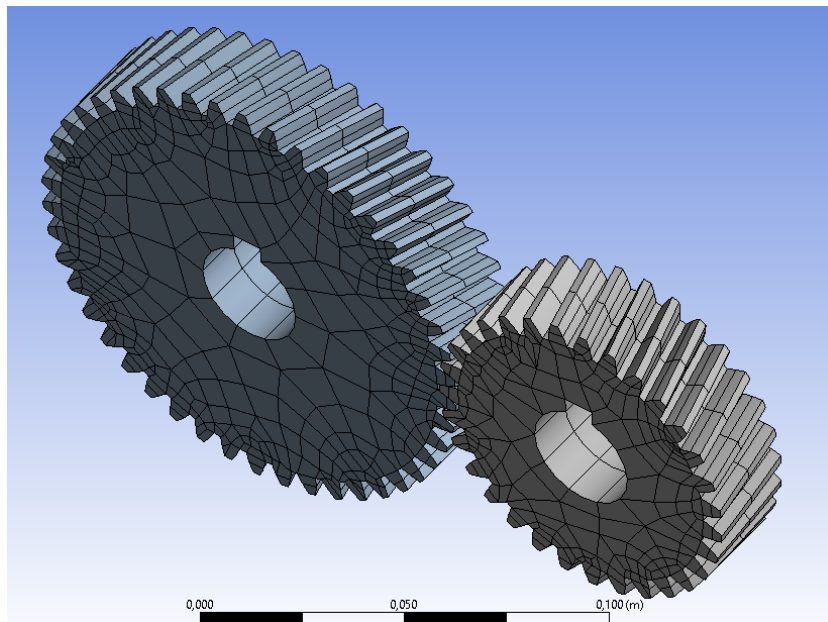
## Engranos Helicoidales



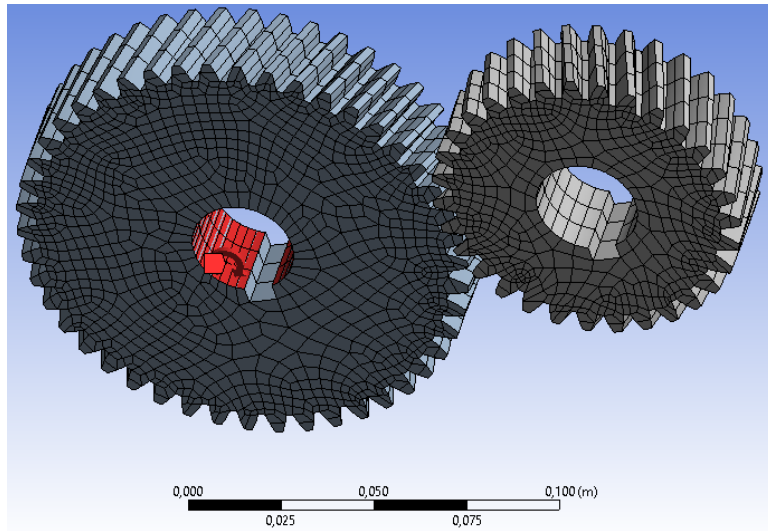
**Figura 44.** Geometría de los Engranos Helicoidales.

Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

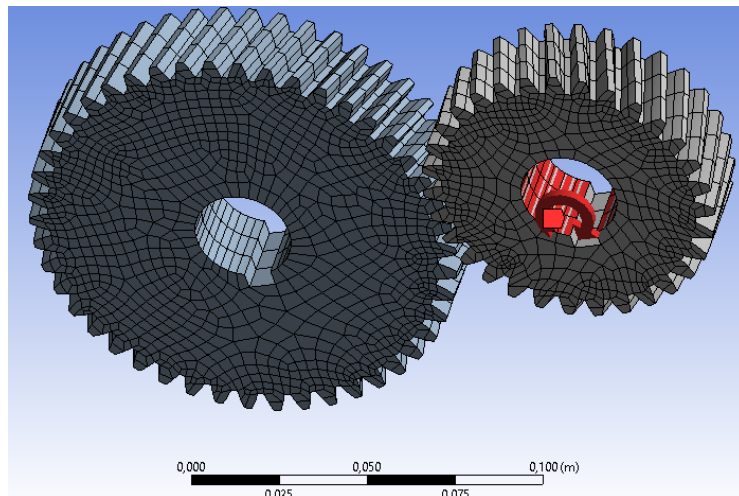
Se procede hacer el mallado y colocar las diferentes cargas como se muestra en la Figura 45 y 46.



**Figura 45.** Mallado Engranos Helicoidales. Fuente: Simulador ANSYS

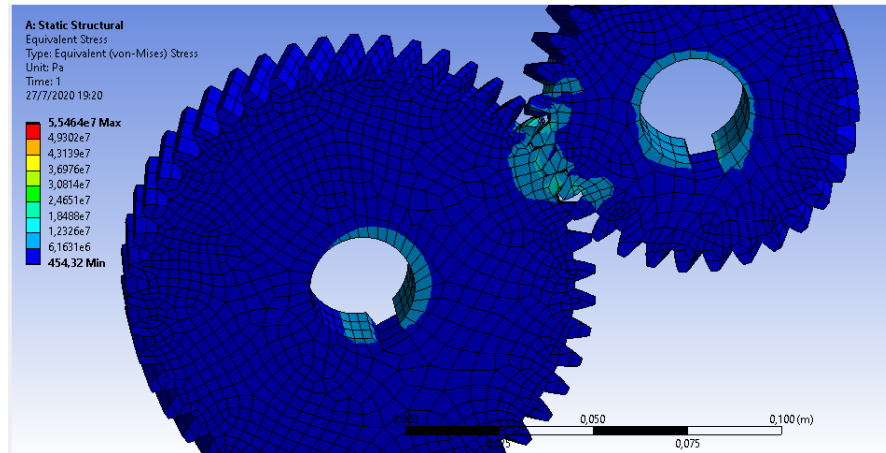


**Figura 46.** Torque en el engrane. Fuente: Simulador ANSYS



**Figura 47.** Torque en el piñón. Fuente: Simulador ANSYS

## Deformación en el contacto de los dos engranes

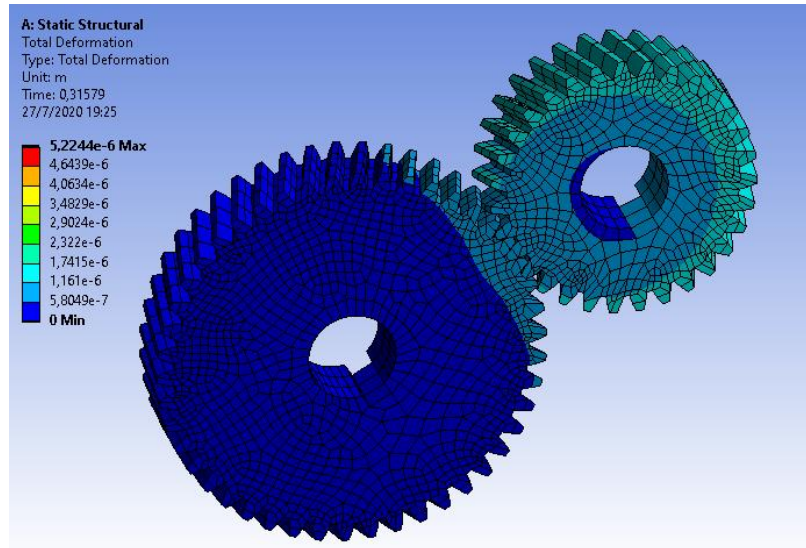


**Figura 48.** Esfuerzo Von Mises. Fuente: Simulador ANSYS

Tabular Data			
Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Minimum [Pa]	<input checked="" type="checkbox"/> Maximum [Pa]	<input checked="" type="checkbox"/> Average [Pa]
1	454,32	5,5464e+007	2,0293e+006

**Figura 49.** Resultados Von Mises. Fuente: Simulador ANSYS

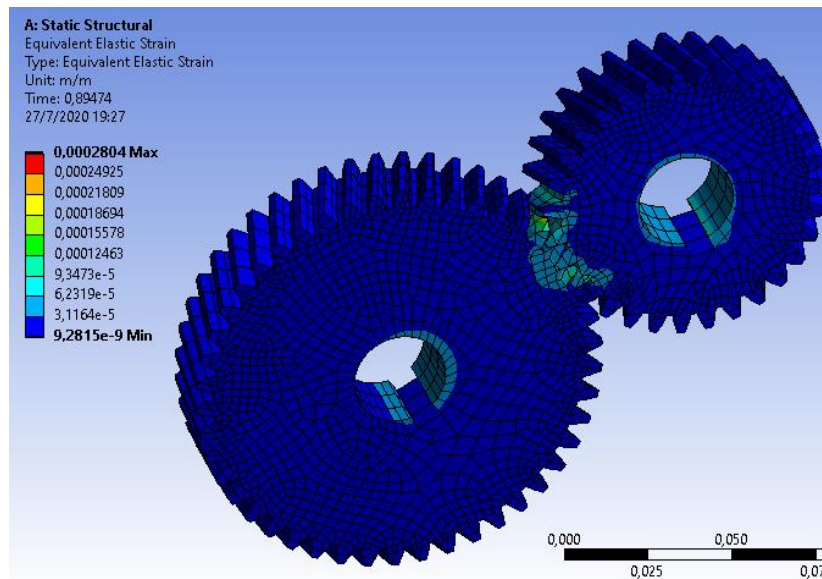




**Figura 50.** Deformación en (mm) al contacto. Fuente: Simulador ANSYS

Tabular Data				
	Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Minimum [m]	<input checked="" type="checkbox"/> Maximum [m]	<input checked="" type="checkbox"/> Average [m]
1	1,	0,	5,2244e-006	1,9394e-006

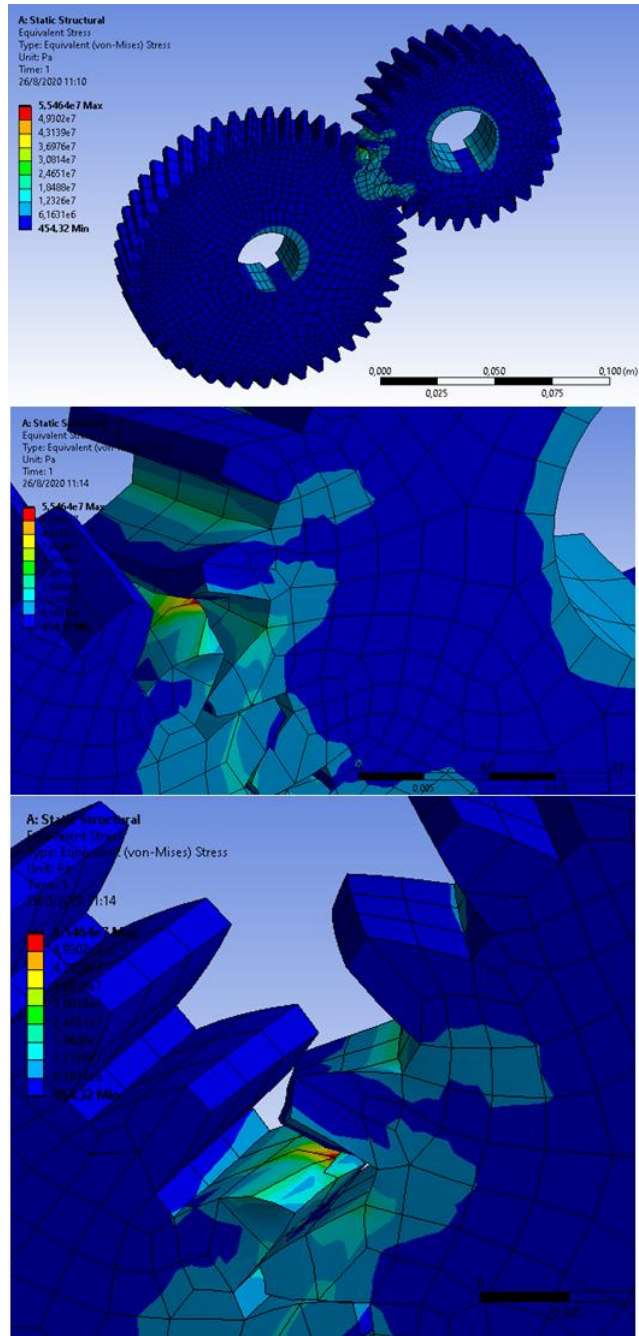
**Figura 51.** Resultado de la deformación.



**Figura 52.** Tensión elástica. Fuente: Simulador ANSYS

Tabular Data			
Time [s]	<input checked="" type="checkbox"/> Minimum [m/m]	<input checked="" type="checkbox"/> Maximum [m/m]	<input checked="" type="checkbox"/> Average [m/m]
1 1.	9,2815e-009	2,804e-004	1,0651e-005

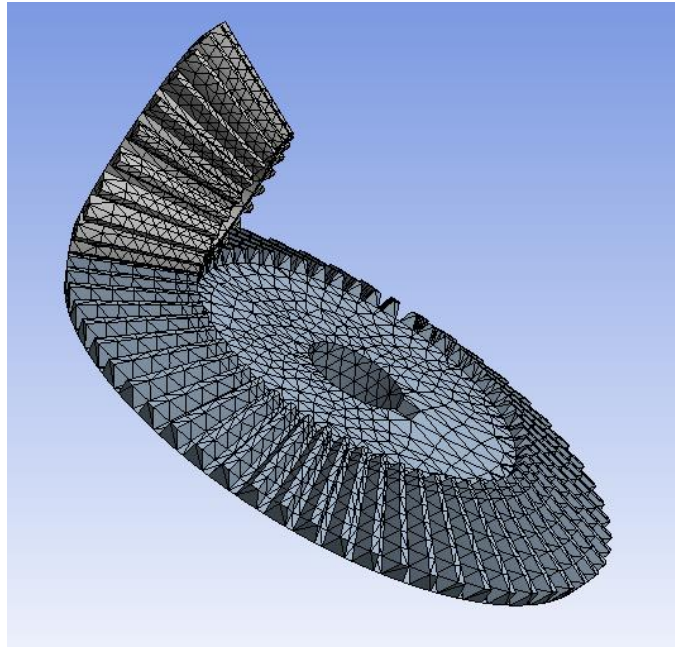
**Figura 53.** Resultados de la tensión elástica. Fuente: Simulador ANSYS



**Figura 54.** Resultado de tensión de Von Mises obtenido mediante el análisis del software ANSYS.

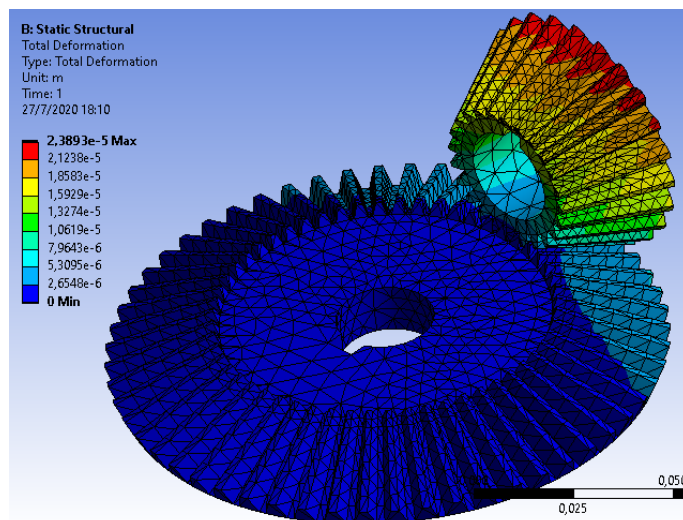
## Engranés cónicos.

De la misma manera que los engranes helicoidales se traza la malla para los engranes cónicos.

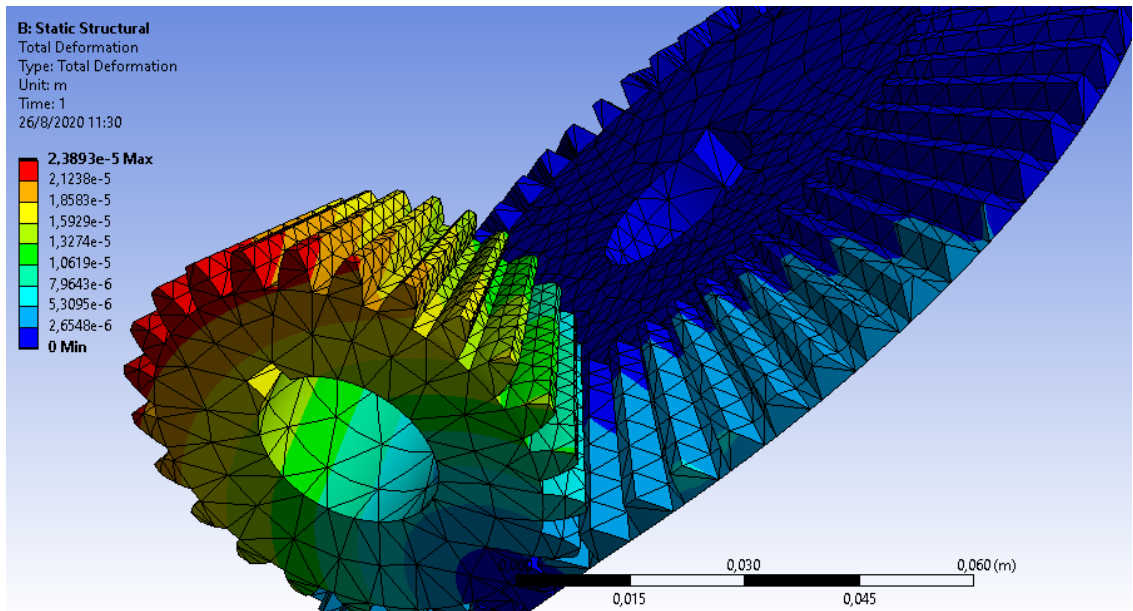


**Figura 55.** Malla en engranes cónicos.

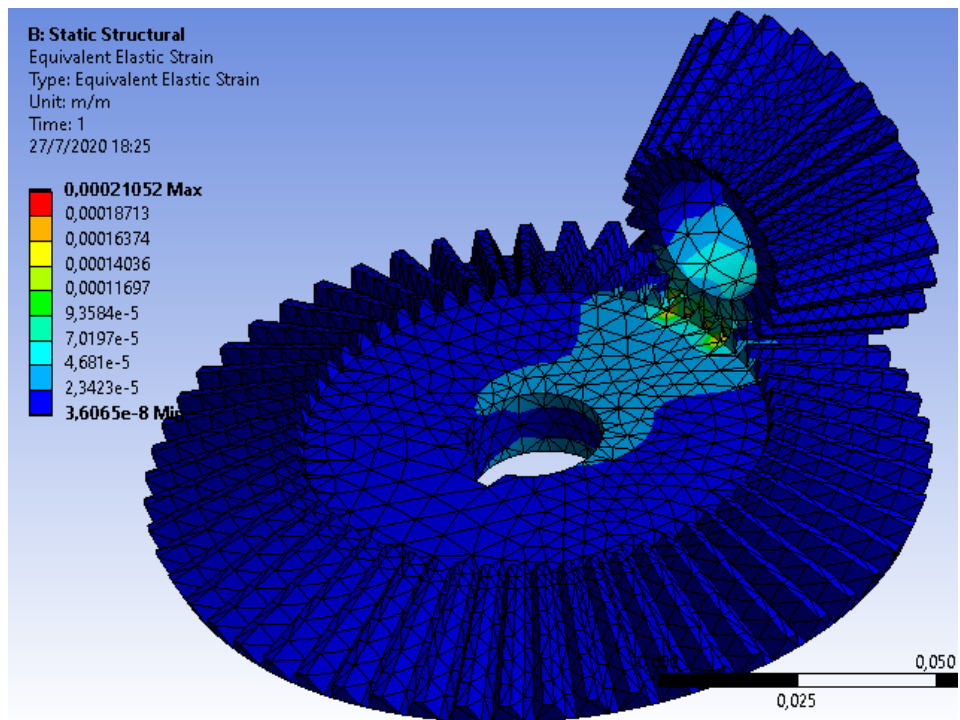
Elaborador por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.



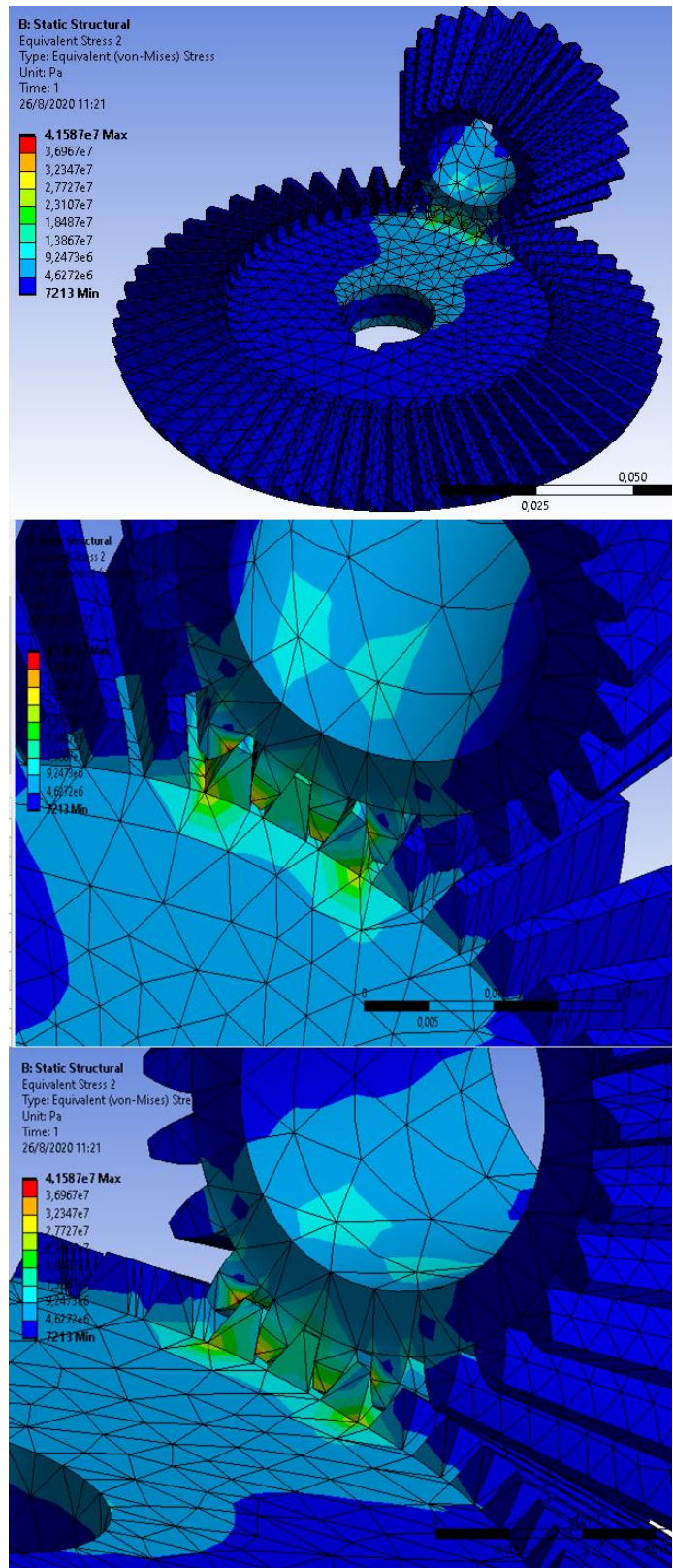
**Figura 56.** Deformación engranes cónicos. Fuente: Simulador ANSYS



**Figura 57.** Deformación total en Engranés Cónicos. Fuente: Simulador ANSYS



**Figura 58.** Tensión elástica. Fuente: Simulador ANSYS



**Figura 59.** Resultado de Von Mises en Engranés Cónicos. Fuente: Simulador ANSYS

## CAPÍTULO IV

### VALIDACIÓN MEDIANTE OBSERVACIÓN

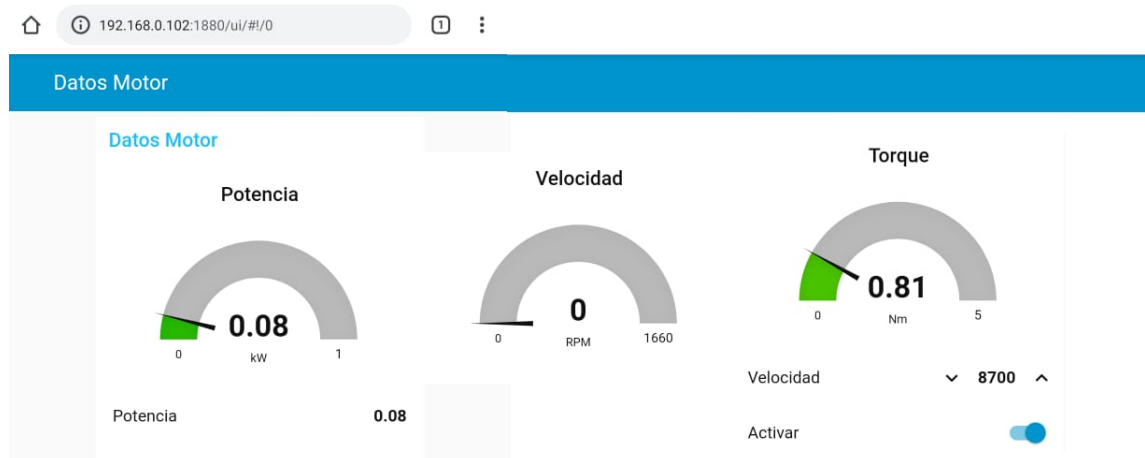
Los engranes sometidos a fatiga en la máquina de ensayos, se observan mediante un microscopio.

Para la obtención de las fotografías, se escoge un grupo de 4 dientes seguidos basándose en la simulación del software ANSYS como se muestra en la ilustración 59, donde la carga por contacto es más evidente.

Se obtiene imágenes de los engranes antes del proceso para comparar si los engranes se han fractura o han sufrido alguna deformidad.

En la máquina de ensayo se logró trabajar a  $0.67 \text{ HP} = 0.5 \text{ kW}$ , como potencia del motor a varias velocidades para los helicoidales 60 RPM y cónicos 100RPM.

La máquina de ensayo está equipada con un modem y un Arduino para que emita una señal WI-FI, de esta manera sea más versátil controlar el motor desde un Smartphone como se muestra en ilustración 60.



**Figura 60.** Datos del motor.

Elaborado por: Freddy Chimbo y Jhonny Velásquez.

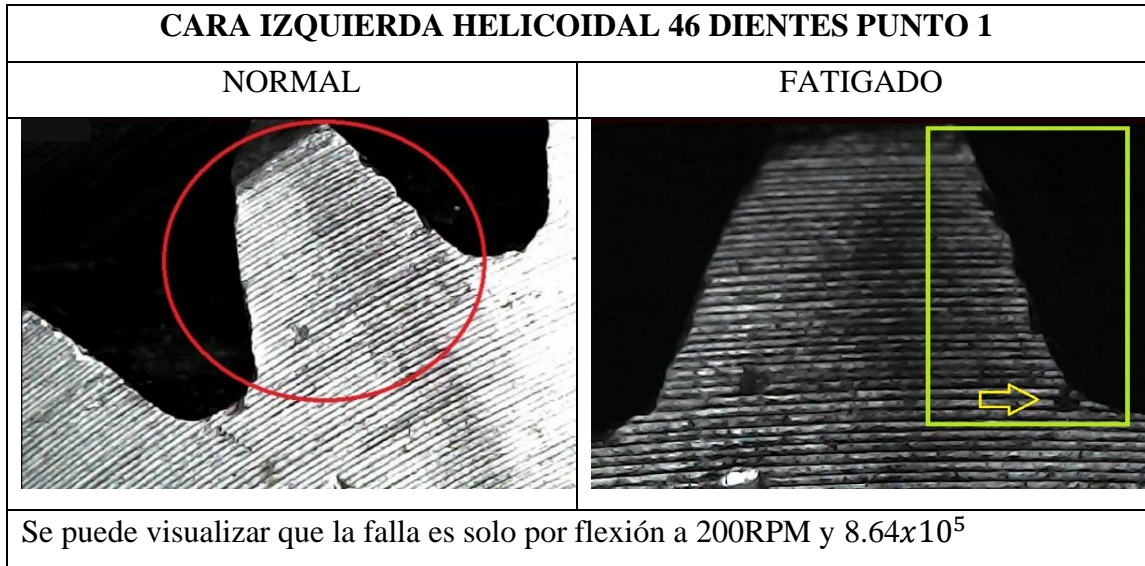
Las ilustraciones de los engranes que se muestran a continuación son después de haber trabajado 72 horas a 60 RPM a  $2.59 \times 10^5$  y 200RPM a  $8.64 \times 10^5$  ciclos, respectivamente para cada par de engrane.

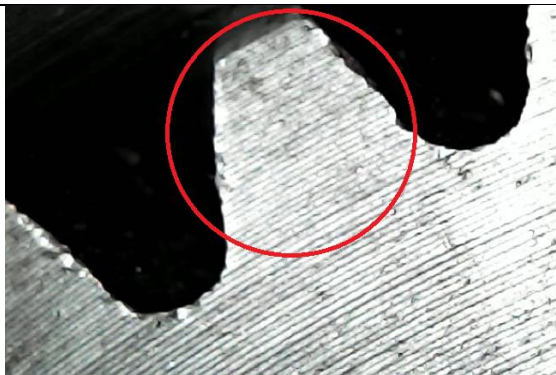
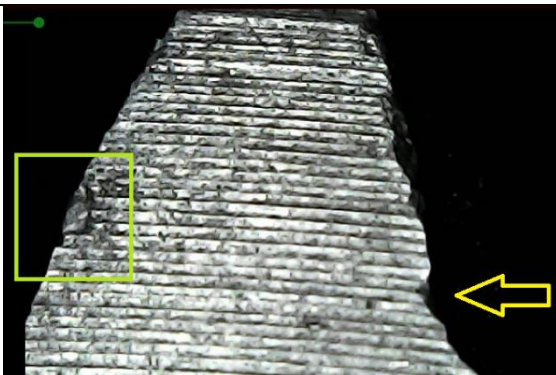
#### 4.1.2 Engranés Helicoidales



En la parte de validación de los engranes sometidos a fatiga, con estos elementos se trabajó en diferentes etapas de 24, 48 y 72 horas en la máquina de ensayo.

Luego de que los engranes estuvieron este tiempo en la máquina se procede a la validación mediante un microscopio, se usó un aumento de 40X, de esta manera se logra observar el desgaste que tienen los engranes.

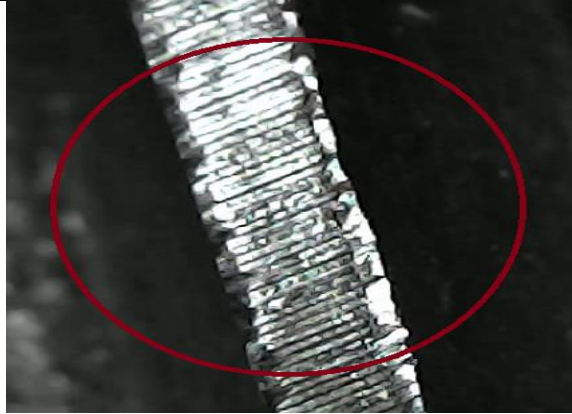
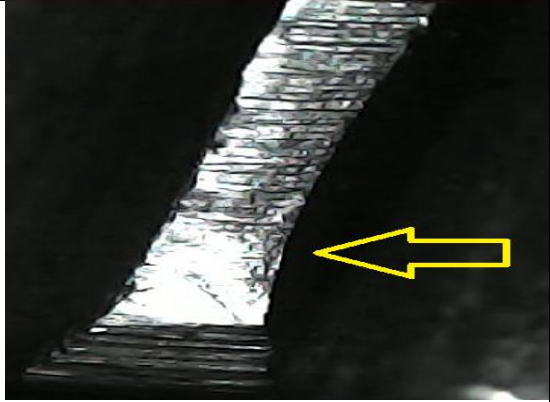
##### - Engrane Helicoidal de 46 dientes


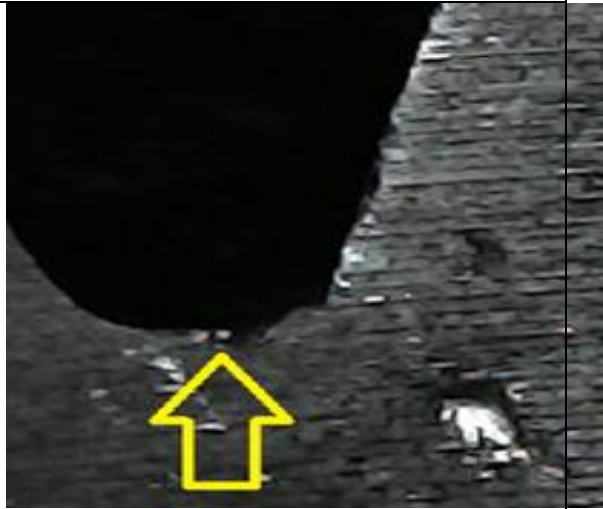



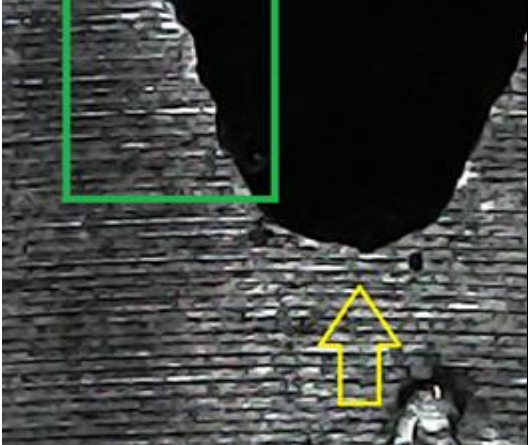
<b>CARA IZQUIERDA HELICOIDAL 46 DIENTES PUNTO 2</b>	
<b>NORMAL</b>	<b>FATIGADO</b>
	
Se verifica que existe desgaste por picadura.	

<b>DIENTE HELICOIDAL 46 DIENTES PUNTO 1</b>	
<b>NORMAL</b>	<b>FATIGADO</b>
	
A 200RPM y $8.64 \times 10^5$ , se produce rotura en un diente.	

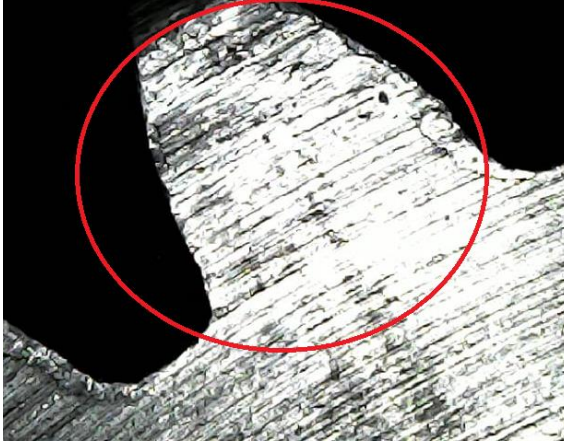
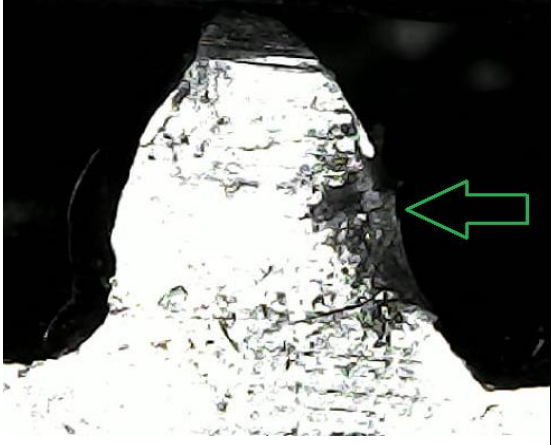


<b>DIENTE HELICOIDAL 46 DIENTES PUNTO 2</b>	
<b>NORMAL</b>	<b>FATIGADO</b>
	
En el segundo diente se nota que no hubo picadura solo flexión.	

<b>SUPERFICIE INFERIOR HELICOIDAL 46 DIENTES PUNTO 1</b>	
<b>NORMAL</b>	<b>FATIGADO</b>
	
Se fracciona la superficie inferior del engrane	

SUPERFICIE INFERIOR HELICOIDAL 46 DIENTES PUNTO 2	
NORMAL	FATIGADO
	
En el envoltente se verifica desgaste.	

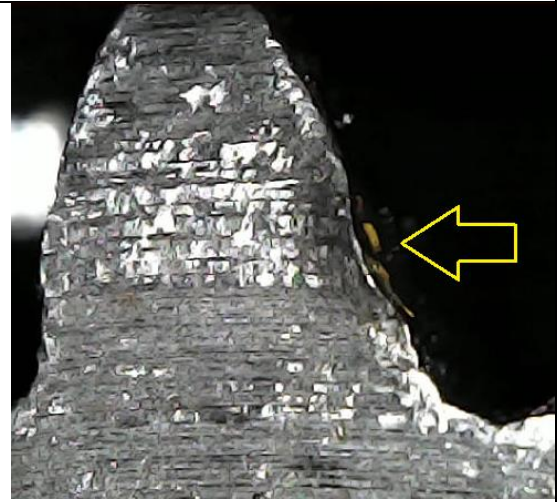
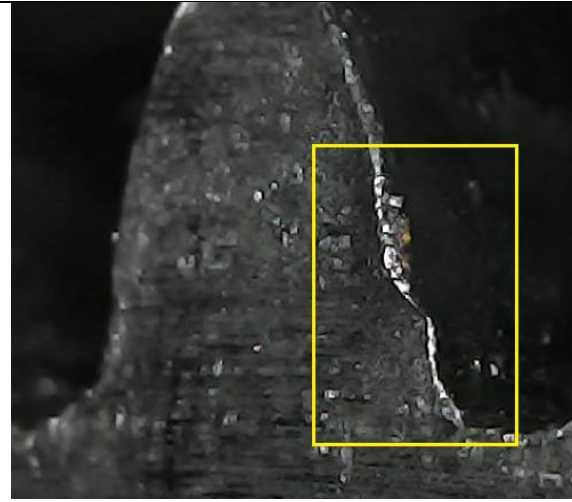
- Engrane Helicoidal de 31 dientes

CARA IZQUIERDA HELICOIDAL 33 DIENTES PUNTO 1	
NORMAL	FATIGADO
	
En este caso se observa desgaste al contacto en los dientes a 200RPM	

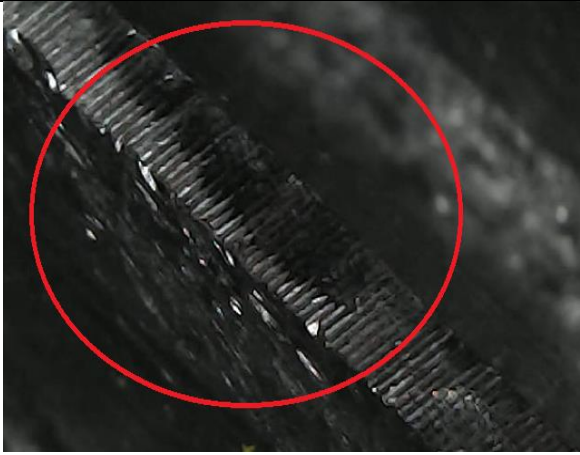
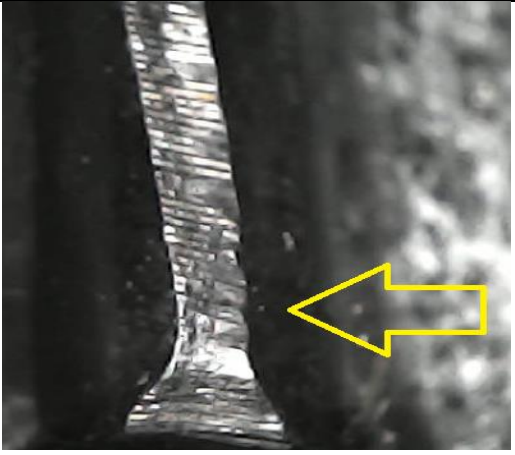
**CARA IZQUIERDA HELICOIDAL 33 DIENTES PUNTO 2**

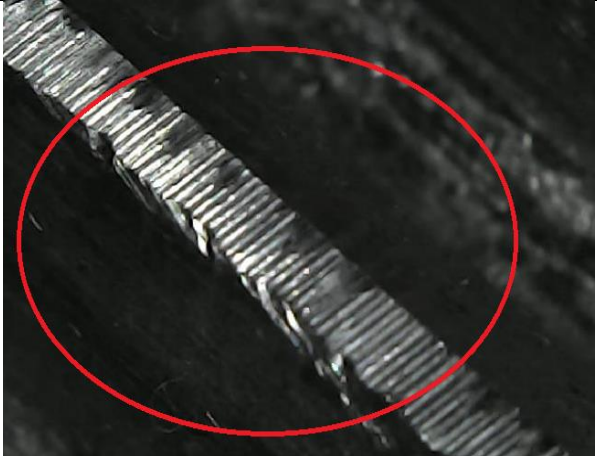

NORMAL


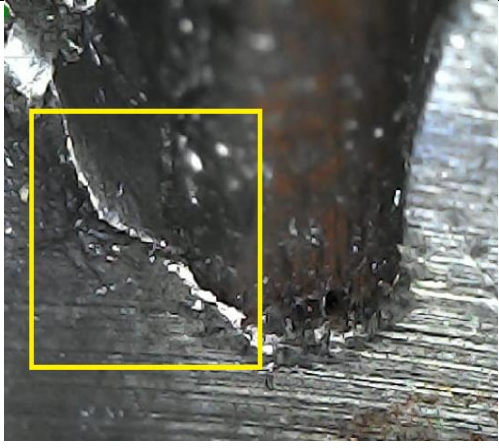
FATIGADO


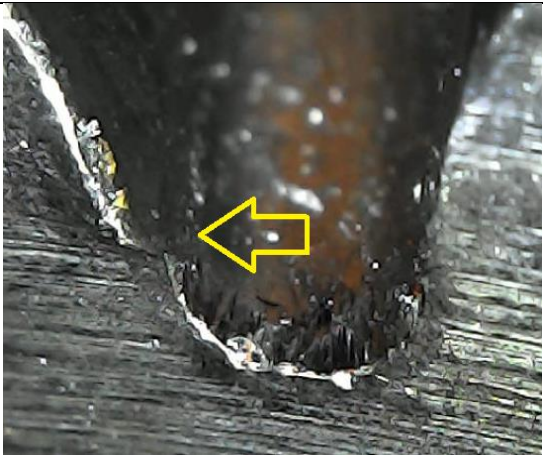


En esta ilustración se aprecia el desgaste al contacto

<b>DIENTE HELICOIDAL 33 DIENTES PUNTO 1</b>	
<b>NORMAL</b>	<b>FATIGADO</b>
	
En este caso el diente no sufre desgaste superficial.	

<b>DIENTE HELICOIDAL 33 DIENTES PUNTO 2</b>	
<b>NORMAL</b>	<b>FATIGADO</b>
	

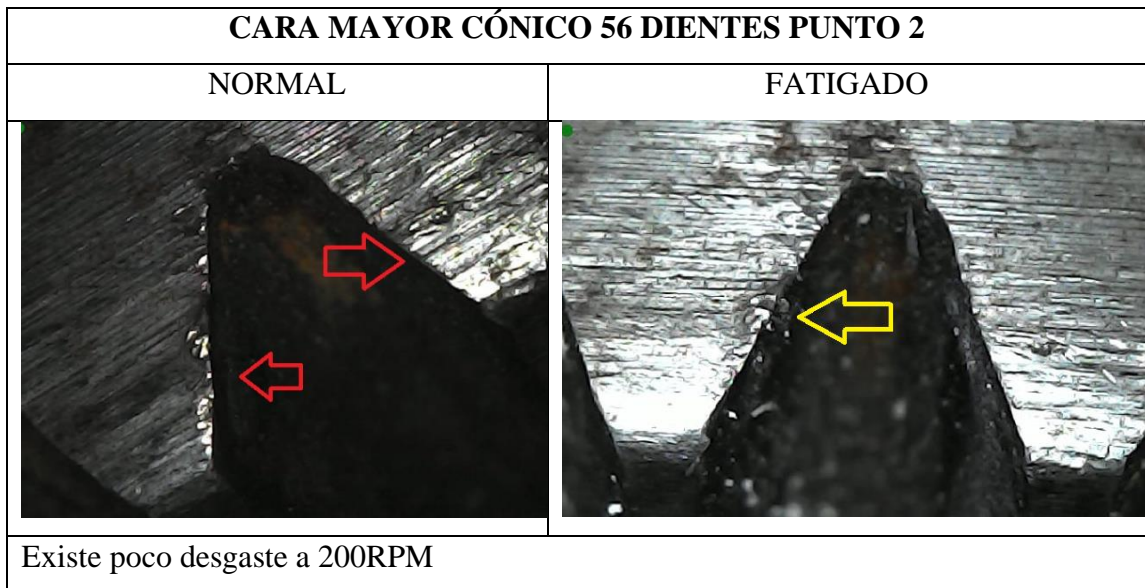
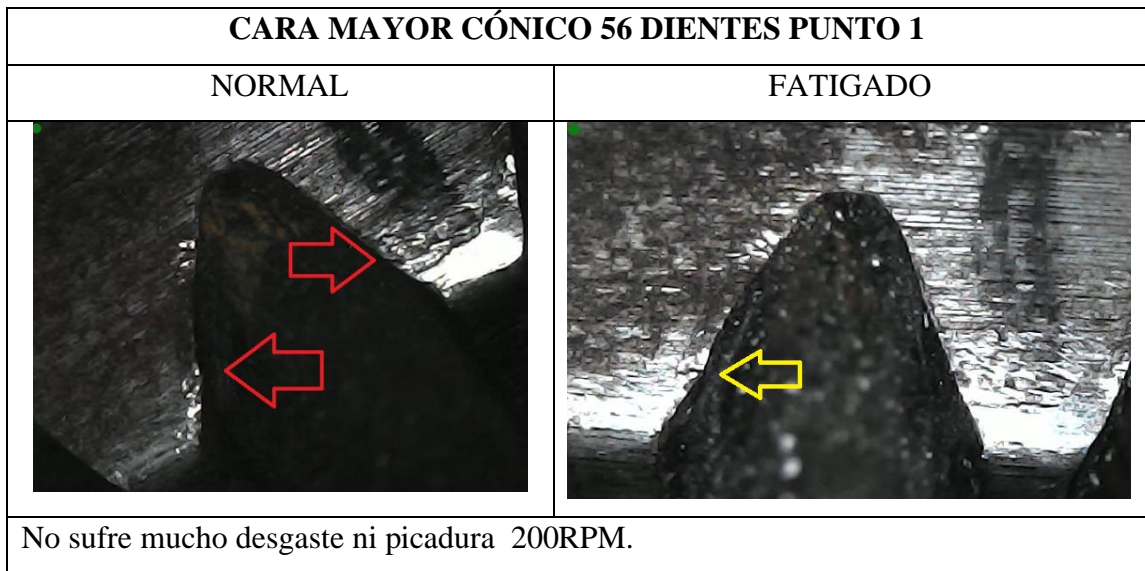
<b>SUPERFICIE HELICOIDAL 33 DIENTES PUNTO 1</b>	
<b>NORMAL</b>	<b>FATIGADO</b>
	
En la superficie baja, no sufre un desgaste notorio.	

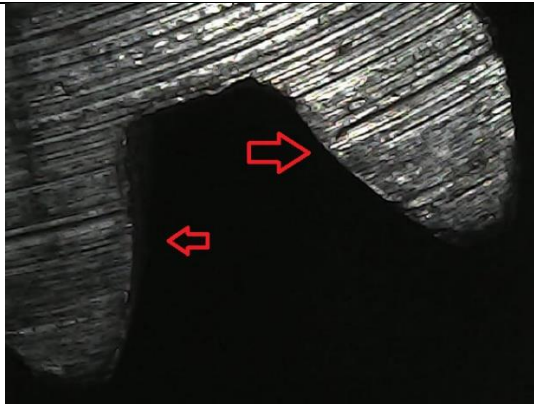
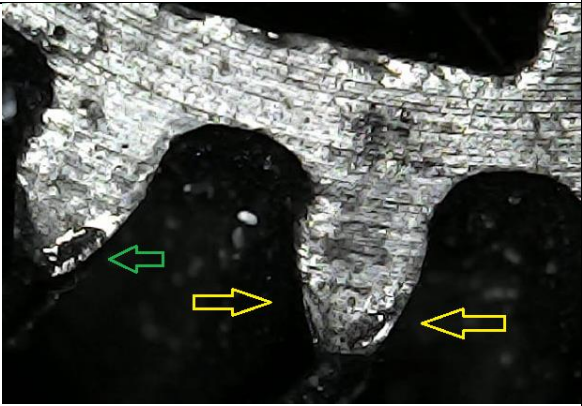
<b>SUPERFICIE HELICOIDAL 33 DIENTES PUNTO 2</b>	
<b>NORMAL</b>	<b>FATIGADO</b>
	
En el dedendum del diente a 200RPM verificamos picadura en el material.	

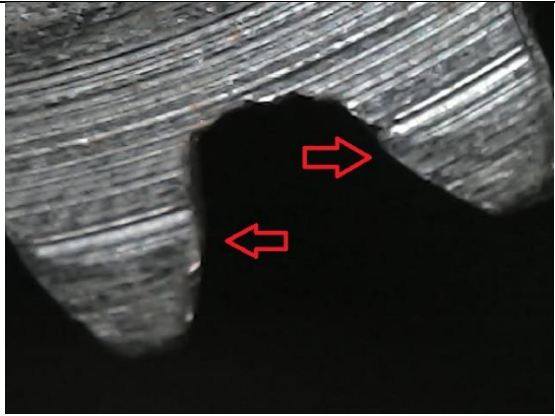
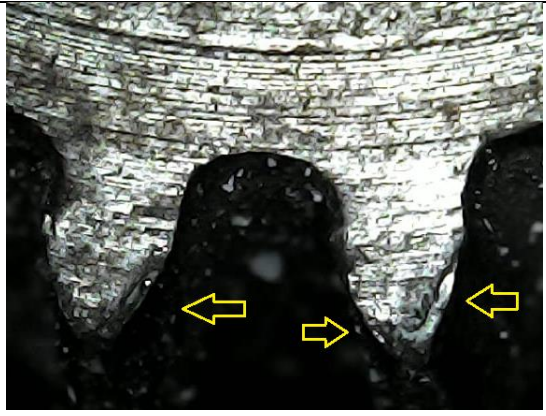
### 4.1.3 Engranés Cónicos

En el proyecto se realiza con dos pares de engranes, como se ve en la simulación en ANSYS en el Capítulo 3, los dientes que se afectan más son consecuentes, quiere decir que para la verificación visual se toma cuatro dientes seguidos.

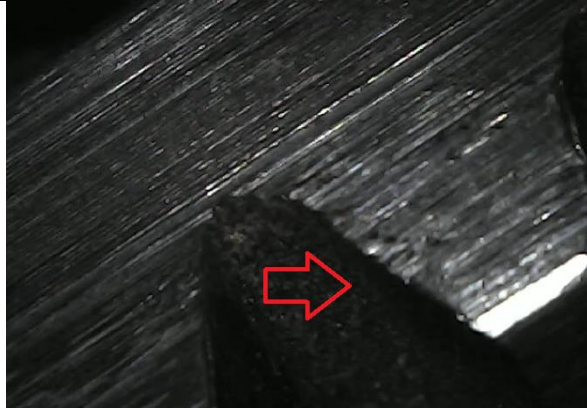
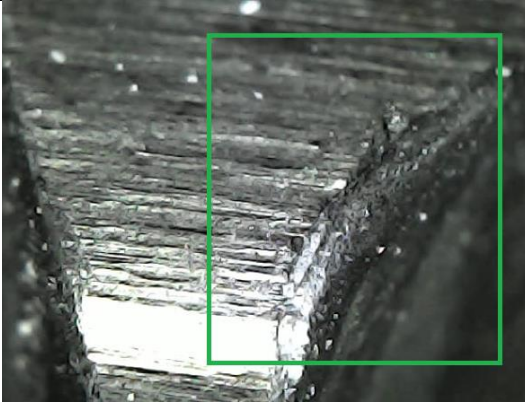
- Primer par de engrane.



CARA MENOR CÓNICO 24 DIENTES PUNTO 1	
NORMAL	FATIGADO
	
A 200RPM, el diente del engrane se desgasta y se verifica picadura	

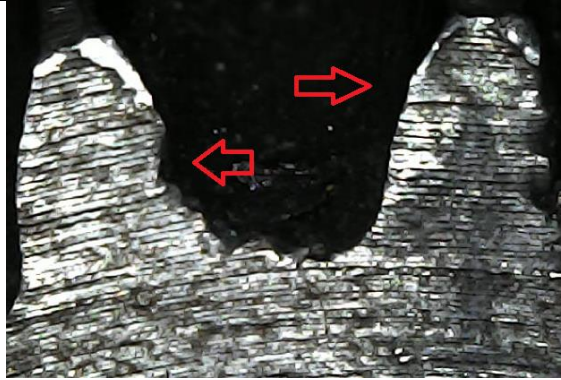
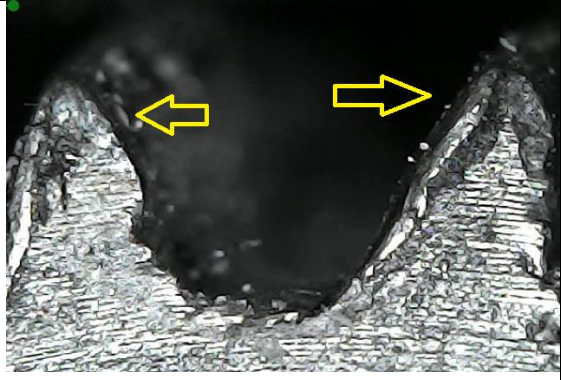
CARA MENOR CÓNICO 24 DIENTES PUNTO 2	
NORMAL	FATIGADO
	
En este caso se observa desgaste superficial al contacto a 200RPM	

- Segundo par de engrane.

CARA MAYOR CÓNICO 56 DIENTES PUNTO 1	
NORMAL	FATIGADO
	
Se aprecia desgaste superficial.	

CARA MAYOR CÓNICO 56 DIENTES PUNTO 2	
NORMAL	FATIGADO
	
No se evidencia picadura, pero si desgaste a 200RPM	



CARA MAYOR CÓNICO 24 DIENTES PUNTO 1	
NORMAL	FATIGADO
	
A 200RPM el diente sufre un desgaste superficial.	

CARA MAYOR CÓNICO 24 DIENTES PUNTO 2	
NORMAL	FATIGADO
	
En este caso el desgaste superficial a 200RPM es notorio	

## CONCLUSIONES

- En los engranes se pudo demostrar que existen fallas ya sea por esfuerzo flexionante y picadura superficial debido a las bajas revoluciones (60RPM) a diferencia de velocidades altas como (200RPM) donde no sufrieron mayor desgaste.
- Los engranes helicoidales son excelentes para aplicaciones con carga alta y los dientes inclinados hacen que el movimiento angular sea más silencioso y de forma suave.
- Los engranes cónicos como se vio en la teoría es muy factible para espacios reducidos, eliminan mayormente la posibilidad de deslizamiento, pero como desventaja es que son muy ruidosos al momento de trabajar con altas cargas.
- Los factores de seguridad que se calculó a ( $10^6$ ), referente a la flexión y al contacto son ideales para que no exista ninguna falla a la fatiga y a la flexión a diferencia en ( $10^5$ ) donde se constató una falla por picadura en la superficie del engrane.
- Los engranes no sufren fallas considerables a 200 (RPM) dada por el motor en los engranes helicoidales, con la potencia del motor de 0.2Kw y un torque calculado de 9.55Nm a diferencia de 60 (RPM), donde se observa que existe un gran desgaste por picadura.
- La parte analítica para los engranes helicoidales el factor de seguridad por flexión calculado es de 1.01 para el piñón y 1.21 para el engrane y en el software Inventor refleja que el factor de seguridad es de un valor de 0.945 para el piñón y 1.188 para el engrane, teniendo una variación del 7% y en la sección de picadura tiene valores de 1.89 y 3.75 analíticamente, 1.99 y 3.840 en Inventor, dando como variación 5%.
- Los factores de seguridad para los engranes CÓNICOS en el apartado analítico son, 0,79 y 0,99 para flexión y 0,24 y 0,23 para picadura, sin embargo, en Inventor los factores de seguridad son, 0,233 y 0,227, teniendo una variación del 3% en flexión y 1% en picadura.

- Los esfuerzos de flexión permisibles hallados en engranes helicoidales es de 158.123MPa y en los engranes cónicos 53.78MPa, indicando que, en las mismas condiciones, los engranes helicoidales soportan más carga y tensión.
- Los esfuerzos a la picadura permisibles hallados en los engranes helicoidales es de 552.710MPa y en los engañes cónicos 470.74MPa, indicando que, la falla de picadura en los engañes cónicos es muy evidente.
- Mediante la simulación en el Software ANSYS, ayuda a comprender que es factible realizar una inspección visual de 4 dientes seguidos a diferencia de los engranes helicoidales que permite realizar la inspección en dos dientes opuestos.
- La deformación máxima de los engranes helicoidales es de  $4.64 \times 10^{-6}$  (m) y la deformación mínima es de  $5.80 \times 10^{-7}$  (m), dando como resultado una deformación muy pequeña con una potencia de 1 HP y un torque máximo de 172.6495 Nm, la deformación que sufren los engranes cónicos en las mismas condiciones de los anteriores engranes es la siguiente: máxima  $2.12 \times 10^{-5}$  (m) y como deformación mínima el valor de  $2.64 \times 10^{-6}$  (m), deformándose con respecto a la torque aplicado.
- El esfuerzo máximo de Von Mises para los engranes helicoidales es de  $55.4 \times 10^6$  (MPa), en el caso de los engranes cónicos es de  $41.7 \times 10^6$  (MPa), dando como resultado que los engranes cónicos van a sufrir más esfuerzo a una velocidad de 200RPM en comparación a los engranes helicoidales.
- Los tres pares de engranes fueron sometidos por 24 horas, 48 horas y 72 horas, en 24 horas a  $2.592 \times 10^5$  ciclos los factores de seguridad de picadura son menores que uno, afectando al material y a los dientes del engrane helicoidal.
- En el caso de los engranes cónicos a 24 horas a  $4.32 \times 10^5$  ciclos, los factores de seguridad por contacto son  $< 1$ , (0.81) para el piñón y (0.86) para el engrane, ambos pares de engranes se desgastan, mientras más tiempo de trabajo los engranes dejan de desgastarse por ejemplo en el ciclo  $6.48 \times 10^5$  ciclos a 200RPM, el factor de seguridad sube a (1.17) y a (2.85), respectivamente para cada engrane.

## **RECOMENDACIONES**

Para ahondar el análisis en el aspecto industrial, se recomienda ampliar el estudio para el cálculo de engranes de diferentes espesores, así mismo usar materiales alternativos que se encuentren en el mercado con características y propiedades similares al material que se usó en este trabajo y obtener un estudio con variabilidad de parámetros para observar de mejor manera el comportamiento del engrane.

Se puede probar los engranes con diferentes tratamientos térmicos como cementación para crear una superficie con bajo contenido de carbono para aumentar la dureza y resistencia del engrane o a su vez la Nitruración y endurecer la superficie del engrane introduciendo nitrógeno, para lograr una superficie muy dura, superior al proceso térmico de Cementación.

Por otra parte, para tener una detallada información de fallas por Flexión y Picadura en la superficie del engrane, se recomienda trabajar a revoluciones bajas y aumentar el torque en uno de los ejes frenados por la máquina de ensayo permitiendo así, que los engranes lleguen a sufrir el desgaste debido para su optimo estudio.

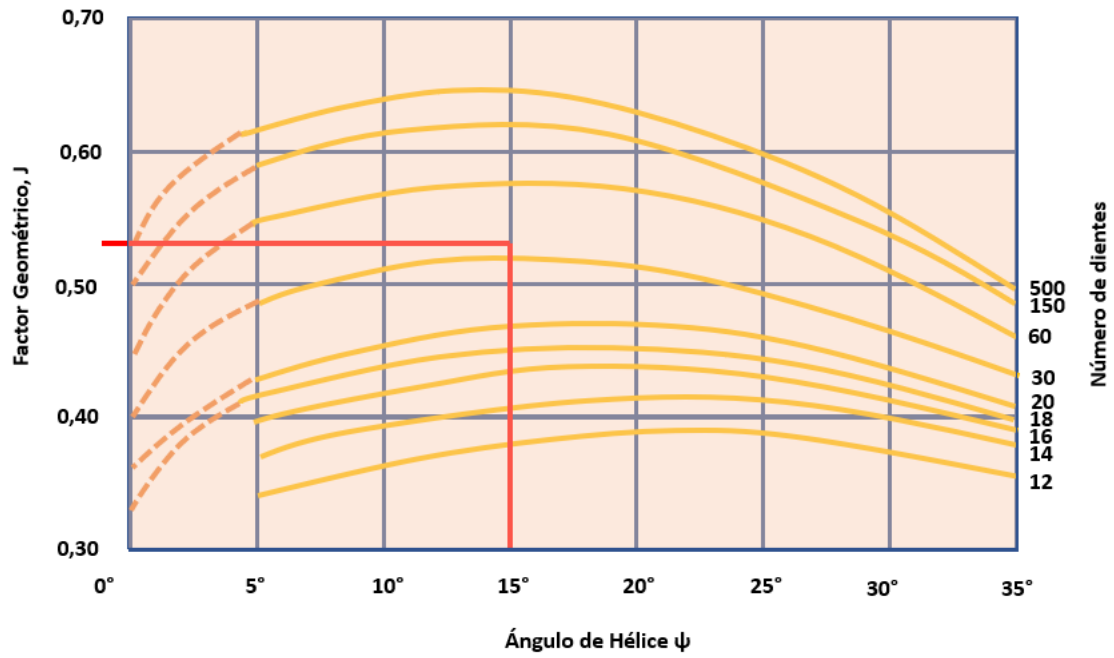
## BIBLIOGRAFÍA

- [1] K. B. Engineering, “Capítulo 6 Engranajes.”
- [2] D. Pantoja, Marios, Villota, “ENGRANES UAÑ.”
- [3] P. B. Jesus, “Teoría de máquinas.”
- [4] T. De, “5.1 Transmisión de movimiento.”
- [5] C. Federico and S. Mar, ““ Guía Técnica Para El Diseño Y Reductores De Velocidad ,”” 2017.
- [6] I. Nomenclatura, “Relaciones Fundamentales De Los Engranajes,” p. 23.
- [7] C. Del, M. En, A. S. Generales, S. El, and D. D. E. Engranajes, “y radial F.”
- [8] H. Salazar and R. Rossi, “Construccion de Engranés,” *Maquinas Fresadoras*, pp. 0–27.
- [9] F. Díaz, “Engranajes: Historia, Fabricación y Fallas,” *Principios de Electrodeposición.*, pp. 209–213, 2013.
- [10] LUIS HUMBERTO GUALOTUÑA ALQUINGA. MILTON LEONARDO PUIPALES GUAMÁN., “DISEÑO Y SIMULACIÓN DE UNA MÁQUINA PARA REALIZAR EL ESPIRALADO DE TUBOS DE CARTÓN DE 4 A 7 PULGADAS DE DIÁMETRO.,” p. 362, 2011.
- [11] Ingenieria Mecanica, “Fundamentos de transmision de engranajes.” [Online]. Available: <https://ingemecanica.com/tutorialsemanal/tutorialn150.html>.
- [12] F. Díaz, “Engranajes: Historia, Fabricación y Fallas,” *Principios de Electrodeposición.*, pp. 209–213, 2013.
- [13] M. I. Díaz, Felipe del Castillo Rodríguez, “Facultad De Estudios Superiores Cuautitlán Endurecimiento Superficial Del Acero,” 2007.
- [14] U. N. de la Plata, “Estructura y Propiedades de las Aleaciones-Facultad de Ingeniería-UNLP Capítulo 13: Tratamientos térmicos superficiales Capítulo 13: Tratamientos térmicos superficiales Calentamiento por inducción,” pp. 1–24.
- [15] “DEM-Mott 4ta edi.pdf.” .
- [16] Oscar Mendoza Gamboa, *Universidad Autonoma De Nuevo Leon Presenta*. 2004.
- [17] G. Engranés *et al.*, “Índice Engranés.”
- [18] F. De Gorostiza, “Bronces y Latones,” p. 43, 2000.

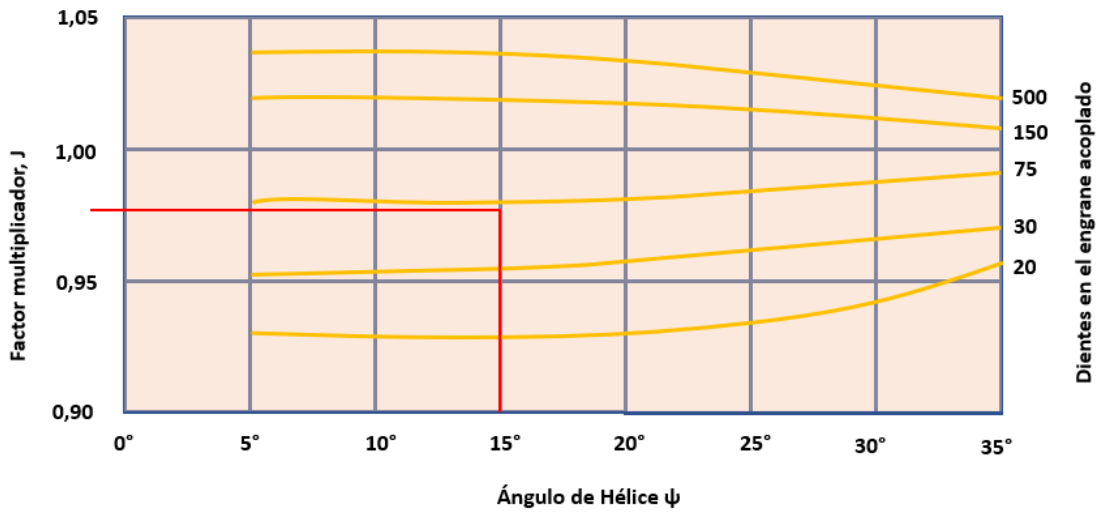
- [19] E. B. Est *et al.*, “Contacto :,” vol. 144.
- [20] L. S. B. A. & Wolfman, “Aceros,” *J. Chem. Inf. Model.*, vol. 53, no. 9, pp. 1689–1699, 2013.
- [21] Bohler S.A, “Aceros Especiales,” “42 CrMo4-SAE 4140,” vol. 53, no. 9, pp. 1689–1699, 2015.
- [22] Bluesteelcorp, “Acero AISI 4340,” p. 1400.
- [23] A. S. P. S. . . P. I. de C.V., “Acero 1018,” p. 2350, 2011.
- [24] H. Perez, “engranajes Funcionamiento,” *2017/02/06 Argentina*. [Online]. Available: <http://harold932606engranajes.blogspot.com/2009/09/funcion-de-los-engranes-y-engranajes.html>.
- [25] Termiser, “Funcionamiento engranes,” 2010. [Online]. Available: <https://www.termiser.com/engranajes-caracteristicas-como-funcionan/>.
- [26] Fandow, “Engranajes Planetarios.”
- [27] J. Rios, “Aplicaciones de Engranajes,” 2015. [Online]. Available: <http://engranajesutelvt.blogspot.com>.
- [28] P. Issn, “Disco balanceador Mecanismo Rueda conductora Rueda conducida,” no. 24, pp. 133–138, 2004.
- [29] G. González, “Influencia de la lubricación en la eficiencia de engranajes de tornillo sinfin Influence of oil lubrication on cylindrical worm gear efficiency,” *Ing. Mecánica*, vol. 16, no. 1, pp. 13–21, 2013.
- [30] L. A. Norma and A. Agma, “Engranajes Conforme a,” 2015.
- [31] nisbett Richard G, Budynas,j.keith, “Diseno Shigley-8Th.”
- [32] “disec3a3c2b1o-de-maquinas-teoria-y-practica-deutchsman.pdf.” .
- [33] R. Juvinall, “Fundamentos de diseño para ingeniería mecánica.” p. 414, 1996.
- [34] E. De, “ENGRANAJES HELICOIDALES Se caracterizan por su dentado oblicuo con relación al eje de rotación .”
- [35] V. M. Faire, “Uj ~ uj uj,” vol. 5.
- [36] D. Darle W., “Manual De Engranajes.” p. 472, 1973.
- [37] R. L. Norton, *Diseño de máquinas*. .
- [38] U. L. Vasco O., “Caja de engranajes,” p. 6920, 2020.
- [39] J. Martínez, “Universidad Politécnica Salesiana Sede Quito,” *Tesis*, pp. 1–57, 2018.

- [40] J. Sánchez Pescador, “Simulación dinámica de mecanismos con Autodesk Inventor Professional 2014,” p. 136, 2015.
- [41] D. D. E. Planos, D. E. P. En, I. Professional, I. Al, and C. D. E. Contenido, “INVENTOR PROFESSIONAL.”
- [42] C. CONTRERAS, “Manual Práctico De Autodesk Inventor,” p. 165.
- [43] “Universidad de Alcalá Escuela Politécnica Superior,” 2016.
- [44] “Mel110 Graphic Science.”
- [45] ANSYS, “Structural nonlinearities, User’s guide for revision 5.5.” p. , 1997.
- [46] ANSYS, “The trusted ANSYS mechanical suite rapidly solves complex structural problems with ease,” 2011.
- [47] P. Nel, M. Henao, N. Arzola, and D. Peña, “Diseño de un engranaje con perfil de diente especial bajo criterios geométricos y de resistencia a fatiga Design of a special gear tooth profile in accordance with geometric criteria and fatigue strength,” vol. 3461, 2017.
- [48] A. L. Casillas, “Maquinas calculos de taller.” p. 643, 1980.

## ANEXOS



**Anexo 1.** Curvas del Factor Geométrico para el piñón YJ [33].



**Anexo 2.** Curvas del Factor Geométrico para el engrane YJ [33]



## ANGULO DE LA CARA DEL DIENTE

	NUMERO DE DIENTES DE LA RUEDA											
	60	59	58	57	56	55	54	53	52	51	50	49
12	9° 26' 76° 48'	9° 35' 76° 35'	9° 45' 76° 23'	9° 55' 76° 8'	10° 6' 75° 54'	10° 16' 75° 40'	10° 28' 75° 24'	10° 39' 75° 9'	10° 52' 74° 52'	11° 3' 74° 37'	11° 15' 74° 15'	11° 30' 73° 58'
13	10° 21' 75° 53'	10° 31' 75° 39'	10° 42' 75° 26'	10° 53' 75° 11'	11° 4' 74° 56'	11° 16' 74° 40'	11° 28' 74° 24'	11° 42' 74° 8'	11° 54' 73° 50'	12° 8' 73° 32'	12° 20' 73° 12'	12° 37' 72° 53'
14	11° 16' 75°	11° 27' 74° 45'	11° 39' 74° 31'	11° 50' 74° 14'	12° 2' 73° 58'	12° 16' 73° 42'	12° 29' 73° 25'	12° 43' 73° 7'	12° 57' 72° 49'	13° 11' 72° 29'	13° 26' 72° 8'	13° 42' 71° 48'
15	12° 11' 74° 7'	12° 22' 73° 50'	12° 35' 73° 35'	12° 48' 73° 18'	13° 1' 73° 1'	13° 16' 72° 44'	13° 28' 72° 26'	13° 43' 72° 7'	13° 59' 71° 49'	14° 14' 71° 28'	14° 30' 71° 6'	14° 47' 70° 45'
16	13° 5' 73° 13'	13° 18' 72° 56'	13° 30' 72° 40'	13° 45' 72° 23'	13° 59' 72° 5'	14° 13' 71° 47'	14° 28' 71° 28'	14° 44' 71° 8'	15° 1' 70° 49'	15° 17' 70° 27'	15° 35' 70° 5'	15° 52' 69° 42'
17	13° 59' 72° 21'	14° 11' 72° 3'	14° 26' 71° 45'	14° 40' 71° 28'	14° 57' 71° 9'	15° 11' 70° 49'	15° 28' 70° 30'	15° 44' 70° 10'	16° 1' 69° 49'	16° 18' 69° 26'	16° 37' 69° 3'	16° 55' 68° 39'
18	14° 52' 71° 28'	15° 6' 71° 10'	15° 21' 70° 51'	15° 36' 70° 34'	15° 52' 70° 14'	16° 7' 69° 53'	16° 26' 69° 34'	16° 42' 69° 12'	17° 1' 68° 49'	17° 20' 68° 26'	17° 39' 68° 3'	17° 58' 67° 38'
19	15° 44' 70° 30'	15° 59' 70° 17'	16° 15' 69° 59'	16° 31' 69° 39'	16° 49' 69° 19'	17° 2' 68° 58'	17° 23' 68° 37'	17° 41' 68° 15'	18° 1' 67° 52'	18° 21' 67° 29'	18° 40' 67° 4'	19° 1' 66° 37'
20	16° 37' 69° 45'	16° 53' 69° 25'	17° 8' 69° 6'	17° 26' 68° 46'	17° 44' 68° 26'	18° 1' 68° 3'	18° 19' 67° 41'	18° 40' 67° 18'	19° 19' 66° 54'	19° 20' 66° 30'	19° 41' 66° 5'	20° 2' 65° 38'
21	17° 28' 68° 54'	17° 46' 68° 34'	18° 2' 68° 14'	18° 20' 67° 52'	18° 39' 67° 31'	18° 57' 67° 9'	19° 16' 66° 46'	19° 37' 66° 23'	19° 58' 65° 58'	20° 19' 65° 33'	20° 41' 65° 7'	21° 3' 64° 39'
22	18° 20' 68° 4'	18° 37' 67° 43'	18° 56' 67° 22'	19° 13' 67° 1'	19° 32' 66° 39'	19° 52' 66° 16'	20° 12' 65° 52'	20° 33' 65° 27'	20° 55' 65° 3'	21° 17' 64° 37'	21° 40' 64° 10'	22° 3' 63° 41'
23	19° 10' 67° 14'	19° 28' 66° 52'	19° 48' 66° 32'	20° 5' 66° 9'	20° 25' 65° 47'	20° 47' 65° 23'	21° 8' 64° 58'	21° 29' 64° 35'	21° 52' 64° 8'	22° 13' 63° 41'	22° 37' 63° 13'	23° 2' 62° 44'
24	20° 1' 66° 25'	20° 19' 66° 3'	20° 39' 65° 41'	20° 58' 65° 18'	21° 19' 64° 55'	21° 39' 64° 31'	22° 1' 64° 5'	22° 24' 63° 40'	22° 46' 63° 14'	23° 10' 62° 46'	23° 36' 62° 19'	24° 61° 48'
25	20° 51' 65° 37'	21° 10' 65° 14'	21° 29' 64° 51'	21° 50' 64° 28'	22° 11' 64° 5'	22° 33' 63° 39'	22° 56' 63° 14'	23° 18' 62° 48'	23° 41' 62° 21'	24° 7' 61° 53'	24° 32' 61° 24'	24° 57' 60° 53'

Anexo 3. Tabla normalizada de ángulo de la cara del diente [48]



Anexo 4. Mecanizado de Engranés.



**Anexo 5.** Mecanizado de Engranés.



**Anexo 6.** Colocación de Engranés Helicoidales en la máquina de ensayo.



**Anexo 7.** Funcionamiento de los engranes helicoidales en máquina de ensayo.



**Anexo 8.** Colocación de Engranes Cónicos en la máquina de ensayo.



**Anexo 9.** Funcionamiento de engranes cónicos en máquina de ensayo.