

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN  
CONSIDERANDO MÚLTIPLES FASES Y EL EFECTO DE RETORNO POR  
TIERRA**



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO**

**CARRERA:  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de  
INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:  
MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN  
CONSIDERANDO MÚLTIPLES FASES Y EL EFECTO DE RETORNO POR  
TIERRA**

**AUTOR:  
LUIS MIGUEL PUMISACHO GALARZA**

**DIRECTOR:  
CARLOS ANDRÉS BARRERA SINGAÑA**

**Quito, Noviembre 2019**

Luis Miguel Pumisacho Galarza

**MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN  
CONSIDERANDO MÚLTIPLES FASES Y EL EFECTO DE RETORNO POR  
TIERRA**

Universidad Politécnica Salesiana, Quito – Ecuador 2019

Ingeniería Eléctrica

Breve reseña histórica e información de contacto.



**Luis Miguel Pumisacho Galarza** (Y'1991 – M'09). Realizó sus estudios de nivel secundario en el “Instituto Tecnológico Superior Central Técnico” de la ciudad de Quito. Egresado de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana. Su trabajo se basa en el estudio de Modelación y Simulación de Líneas De transmisión.  
[lpumisachog@est.ups.edu.ec](mailto:lpumisachog@est.ups.edu.ec)

*Dirigido por:*



**Carlos Andrés Barrera Singaña** (Y'1989). Realizó sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional de Quito, donde se graduó de Ingeniero Eléctrico en Octubre de 2013. Además, cursó estudios de posgrado en la Universidad de Zaragoza, España, donde obtuvo el título en Máster en Energías Renovables y Eficiencia Energética con Especialidad en Sistemas Eléctricos. Actualmente es profesor ocasional a tiempo completo de la Universidad Politécnica Salesiana.  
[cbarrera@ups.edu.ec](mailto:cbarrera@ups.edu.ec)

Todos los derechos reservados:

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

**DERECHOS RESERVADOS**

©2019 Universidad Politécnica Salesiana

QUITO - ECUADOR

## **DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR**

Yo, Carlos Andrés Barrera Singaña declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación “*MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN CONSIDERANDO MÚLTIPLES FASES Y EL EFECTO DE RETORNO POR TIERRA*” realizado por Luis Miguel Pumisacho Galarza, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito D.M., Noviembre de 2019



Carlos Andrés Barrera Singaña

C.C.: 0503503336

## **CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR**

Yo, Luis Miguel Pumisacho Galarza, con documento de identificación N° 1720749124, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del trabajo de grado/titulación intitulado: *“MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN CONSIDERANDO MÚLTIPLES FASES Y EL EFECTO DE RETORNO POR TIERRA”*, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, D.M., Noviembre de 2019



Luis Miguel Pumisacho Galarza

C.C.: 1720749124

## 1. ÍNDICE GENERAL

1	Introducción .....	2
2	Marco teórico .....	4
2.1	Líneas de transmisión balanceadas y desbalanceadas.....	4
2.2	Parámetros de líneas de transmisión .....	5
2.2.1	Resistencia.....	5
2.2.2	Inductancia .....	5
2.2.3	Conductancia.....	5
2.2.4	Capacitancia .....	6
3	Ecuaciones de Carson .....	6
3.1.1	Impedancia serie.....	6
3.1.2	Admitancia paralelo .....	7
3.1.3	Impedancia propia y mutua.....	8
3.1.4	Componentes simétricas.....	10
4	Implementación del modelo matemático .....	11
4.1	Pseudocódigo .....	11
4.2	Interfaz gráfica con Matlab .....	11
5	Análisis de resultados.....	11
5.1	Caso 1: torre 138 kV .....	12
5.2	Caso 2: torre 500 kV .....	12
5.3	Caso 3: poste 22 kV .....	13
5.4	Caso 4: poste 13.8 kV .....	13
6	Conclusiones .....	17
6.1	Trabajos futuros .....	17
7	Referencias .....	17
7.1	Matriz de Estado del Arte .....	20
7.2	Resumen de Indicadores .....	22

## 2. ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Línea de transmisión con tres fases (a, b, c) y dos neutros (v, w) .....	3
Figura 2. Modelo de línea de transmisión con parámetros RLGC.....	6
Figura 3. Conductores y sus respectivas imágenes .....	6
Figura 4. Pantalla principal interfaz Matlab.....	11
Figura 5. Ingreso de datos - conexión con Excel .....	11
Figura 6. Datos ingresados para el Caso 1 .....	12
Figura 7. Sistema para transmisión con tres fases y un neutro. ....	12
Figura 8. Sistema para transmisión con tres fases y dos neutros. ....	12
Figura 9. Sistema para distribución con tres fases y un neutro.....	13
Figura 10. Sistema para distribución con una fase y un neutro. ....	13
Figura 11. Resultados en la interfaz Caso 4.....	13
Figura 12. Resumen e indicador de la temática - Estado del arte .....	22
Figura 13. Indicador de formulación del problema - Estado del arte.....	22
Figura 14. Indicador de solución - Estado del arte .....	23

## 3. ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Datos caso 1 .....	12
Tabla 2. Datos caso 2 .....	12
Tabla 3. Datos caso 3 .....	13
Tabla 4. Datos caso 4 .....	13
Tabla 5. Resultados simulación: CASO 1.....	14
Tabla 6. Resultados simulación: CASO 2.....	15
Tabla 7. Resultados simulación: CASO 3.....	16
Tabla 8. Resultados simulación: CASO 4.....	17
Tabla 9. Matriz de estado del arte .....	20

# MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN CONSIDERANDO MÚLTIPLES FASES Y EL EFECTO DE RETORNO POR TIERRA

## Resumen

El presente documento muestra la modelación de las líneas de transmisión que conforman un sistema de potencia, empleando las consideraciones de múltiples fases y efectos de la conexión a tierra. Para ello se emplean las ecuaciones de Carson en un formato modificado y desarrollado en una interfaz gráfica en Matlab. Para comprobar la efectividad de las ecuaciones en estudio, así como los efectos propios del retorno por tierra y de la cercanía de múltiples fases, se hacen comparativas de los cálculos de impedancias propias y mutuas de las líneas de transmisión en comparación de aquellas que se obtienen del software comercial de simulación de sistemas de potencia DIgSILENT PowerFactory, como una medida apropiada para entender la mejora que puede implicar en los cálculos de los flujos de potencia y otros estudios que se realizan en los sistemas eléctricos de gran escala, al emplear este tipo la caracterización de las líneas de transmisión.

**Palabras Clave:** Impedancia propia, Impedancia mutua, Ecuaciones de Carson, Líneas de transmisión.

## Abstract

This document shows the modeling of the transmission lines that make up a power system, using the considerations of multiple number of phases and effects of the connection to ground. To do this, the Carson equations are used in a modified format and developed in a graphical interface in Matlab. To check the effectiveness of the equations under study, as well as the effects of the ground connection and the proximity of multiple phases, comparisons are made of the computations of own and mutual impedances of the transmission lines in comparison with those who are obtain from the commercial software of simulation of power systems DIgSILENT PowerFactory, as an appropriate measure to understand the improvement that can imply in the calculations of the flows of power and other studies that realize in the large scale electrical systems, when using this type of characterization in transmission lines.

**Keywords:** Self-impedance, Mutual impedance, Carson's equations, Transmission lines.

# 1 Introducción

Las líneas de transmisión dentro de un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), son las estructuras que aunque son físicamente simples, son la mayor porción del sistema, y son las más importantes ya que son encargadas de transportar la energía eléctrica desde los centros de generación hasta los sitios donde se ubican las cargas [1]. Las redes eléctricas están divididas según el medio donde están emplazadas, en aéreas y subterráneas. Por otro lado, los sistemas de transmisión están estructurados casi en su totalidad por las redes aéreas [2].

La configuración de las líneas de transmisión es variada y dependiente de diversos parámetros. Típicamente se encuentran conformadas por conductores de línea; y, el cable de guarda que permite el apantallamiento a los demás conductores [3].

Las líneas de transmisión son componentes fundamentales del sistema de transmisión, por ello es apropiada la modelación de tales líneas para realizar un correcto análisis, operación y control del mismo sistema eléctrico [1].

El análisis y modelación de sistemas de transmisión acoplados incluye líneas de transmisión con múltiples conductores por fase. Para caracterizar las líneas de transmisión, se deben considerar todos los fenómenos inherentes y las características físicas y eléctricas que tienen estos elementos. Esto podría incluso considerar las señales de comunicaciones y otro tipo de señales que alteran el comportamiento típico de una línea, ya que a través del cable de guarda puede incluso transmitirse información, siendo este cable de tipo OPGW [4].

El estudio de una línea de transmisión está dividido según el tipo de análisis que es requerido, en el caso del análisis

transitorio electromagnético, la línea es representada con modelos en el dominio de la fase y el dominio modal. Las transformaciones entre dominios se ejecutan con la ayuda de matrices hechas para el efecto. La línea será representada por una serie de parámetros que son los encargados de caracterizar el comportamiento en el tiempo [5]; mientras que en estado estable, la representación es completamente independiente del tiempo.

El estudio de una línea de transmisión o incluso de distribución que tiene varios conductores, requiere determinar una serie de particularidades: impedancia característica y mutua, las mismas son dependientes de las especificaciones de los conductores que se encuentran en la línea; así como el espaciamiento que exista entre estos conductores. Para obtener estas características se pueden hacer ciertas simplificaciones y supuestos que permiten simplificar la complejidad del modelado. Un correcto modelamiento conlleva buenos resultados de los estudios de flujo de potencia, de cortocircuito y estabilidad; los mismos que son fundamentales para la planificación operación y expansión de los sistemas eléctricos de potencia y redes de distribución [6].

El cálculo de los parámetros de línea especialmente las impedancias son usadas para el modelamiento de líneas y cables respectivamente considerando si son líneas aéreas o subterráneas. Las complejidades que suponen una representación exacta de las líneas de distribución y transmisión de la energía eléctrica y sus parámetros ha llevado a diversas investigaciones que proponen fórmulas próximas y métodos de aproximación que obtienen tales parámetros [7].

Los cálculos para la caracterización de la impedancia en un principio, tomaban en cuenta exclusivamente la geometría de los conductores, y con el pasar del tiempo tomaron en cuenta otros efectos como el efecto piel (skin) y el efecto proximidad entre líneas. En 1926, Carson propuso un método en el que se considera los efectos de la conexión a tierra en las impedancias de línea, mostrándola como imperfecta. Él llega a determinar que estas imperfecciones afectan directamente la precisión del cálculo de la impedancia y con ello los aumentos y caídas de voltaje que ocurren en las líneas, considerando además la existencia de múltiples conductores como es el caso de la Figura 1, donde se expone una línea que se compone de tres conductores de fase y dos conductores de neutro que forman una línea de transmisión [7].

El desarrollo de Carson es el método más usado para determinar los parámetros de tierra para líneas aéreas; su contraparte para líneas subterráneas son las ecuaciones de Pollaczek. Las ecuaciones de Carson también tienen modificaciones realizadas por diversos autores con el propósito de mejorarlas debido a que las

ecuaciones originales contienen argumentos complejos y operaciones infinitas que suponen un reto para ser analizadas con métodos computacionales. Los términos integrales de las ecuaciones de Carson se pueden evaluar mediante series infinitas con términos exponenciales que pueden tener una mejor aproximación a bajas frecuencias. La precisión del cálculo de la impedancia normalmente es puesta a prueba analizando los resultados del flujo de potencia desbalanceado [7][8][9].

Parte de los esfuerzos para mejorar las ecuaciones de Carson es lo propuesto en [10], en este caso la aplicación de Carson que contienen integrales son resueltas mediante un algoritmo híbrido que combina dos métodos de integración numérica, en esta forma se obtiene una aproximación adecuada con un tiempo computacional reducido. En este caso también se indica que los resultados son mejores en ciertas condiciones, estas son distancias cortas y bajas frecuencias.

Otra aproximación para determinar los parámetros de línea es realizar mediciones prácticas durante la instalación de una línea según lo que se

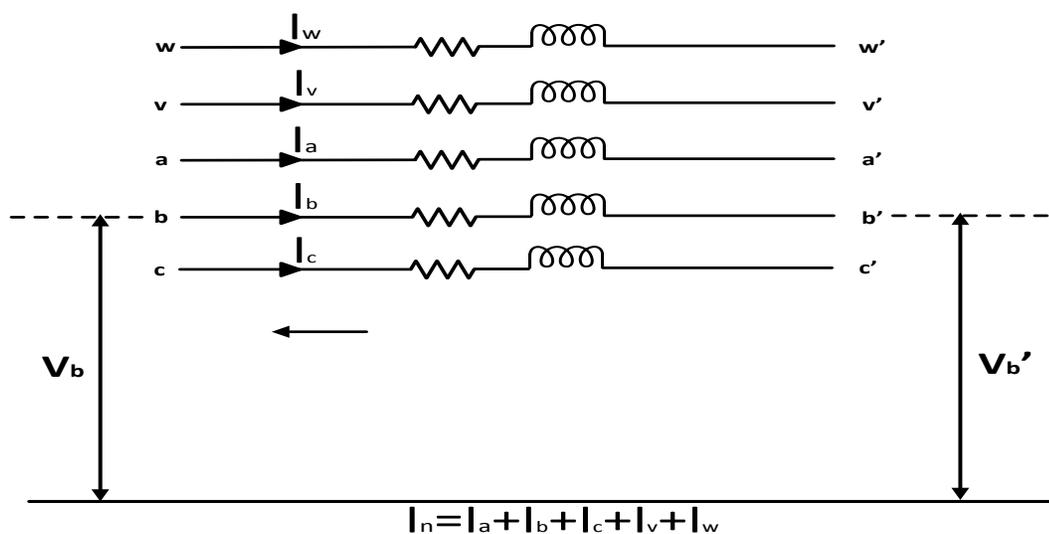


Figura 1. Línea de transmisión con tres fases (a, b, c) y dos neutros (v, w)

indica en [11]. De esta forma no se requiere conocer aspectos como la configuración simétrica, y para los resultados no se consideran los efectos asociados que requiere un análisis no experimental.

Por otro lado, también se indica que estas mediciones requieren mucho tiempo por lo cual no son prácticas de ejecutar en todas las líneas, sobre todo cuando es necesario que la línea esté energizada con un voltaje de prueba.

Los parámetros de línea también pueden ser medidos en vivo con otros métodos incluyendo mediciones sincrofásicas de voltaje y de corrientes de línea; en este caso toma especial relevancia la selección del modelo equivalente pi. El modelo pi consiste en una representación geométrica que tiene una resistencia en serie con una inductancia entre dos admitancias en paralelo que reflejan la capacitancia de la línea [12].

Otra forma de determinar las formas características de las líneas es el uso del modelo de parámetros distribuidos que está basado en el hecho de que las líneas de transmisión uniformes son una cascada de segmentos infinitesimales, con cada segmento con una modelación como parámetro concentrado teniendo respectivamente resistencia, inductancia, conductancia y capacitancia de cada segmento, para una correcta construcción del modelo se deben considerar las ondas de voltaje y corriente [13] mediante a la aplicación de la teoría de la onda viajera.

La estructura del presente documento es la listada a continuación: Sección I: introducción y antecedentes relacionados al modelamiento de líneas en función de los efectos de la tierra en los parámetros referentes a la impedancia. Sección II: marco teórico relacionado al concepto de las líneas balanceadas y desbalanceadas, así como los parámetros de línea. Sección

III: explicación ecuaciones de Carson y de líneas aéreas. Sección IV: planteamiento del problema. Sección V: análisis de resultados. Sección VI: conclusiones y trabajos futuros. Sección VII: referencias y anexos.

## **2 Marco teórico**

### **2.1 Líneas de transmisión balanceadas y desbalanceadas**

Es necesario establecer que prácticamente todas las líneas de transmisión y más aún de distribución son desbalanceadas, debido a la gran cantidad de elementos de carga que se conectan a lo largo de un sistema de transmisión, inclusive por diversos operadores de las redes de distribución que no siempre siguen un único criterio de conexión y balance de cargas. Es por ello que los sistemas de transmisión son analizados con modelos balanceados, de acuerdo a las condiciones del sistema y de las cargas, esto incluye la consideración de la transposición de las líneas, factor fundamental sobre todo para las líneas de extensa longitud [14][15].

En el caso de aquellas líneas que no tienen transposición y donde las cargas no están correctamente distribuidas entre cada fase, es necesario el análisis con modelos desbalanceados. Tales sistemas podrían conducir a obtener resultados más precisos y cercanos a la realidad [14].

Es preciso establecer que las líneas de transmisión desbalanceadas tienen una división en tres componentes: positiva, negativa y de secuencia cero, mientras que un sistema que tiene un balance ideal únicamente tiene la componente positiva. Para un análisis correcto de cada tipo de línea, se debe precisar que la transposición de las líneas, también afecta a las magnitudes de la susceptancia y la reactancia de línea que son diferentes para cada fase en aquella línea que no sea transpuesta, lo que se nota con mayor evidencia en las líneas largas [14].

Las diferencias entre las líneas que son balanceadas y las que son desbalanceadas se pueden notar con facilidad en las magnitudes de la corriente que circula en las líneas, la misma que produce caídas de voltaje que también son desiguales, en este caso es imprescindible entender las causas que originan los desbalances y los efectos de tales desigualdades; esto incluye la afectación a la capacidad de las líneas, el sobrecalentamiento de las máquinas motrices y la saturación de transformadores que produce una componente de secuencia negativa de corriente, así como las pérdidas excesivas en los conductores de neutro causadas por la componente de secuencia cero [15][16].

La caracterización de todos los parámetros eléctricos de las líneas, es la incorporación de nuevos elementos a las redes de transmisión o distribución, y el cambio de topología de tales sistemas. Esto incluye la generación distribuida y los convertidores estáticos, la existencia de redes de flujo bidireccional, y el uso de redes y cargas monofásicas, que afectan a otras barras de un sistema eléctrico de potencia [17][18] por causar un desbalance al sistema.

## 2.2 Parámetros de líneas de transmisión

Los parámetros de una línea de transmisión son datos de entrada de especial relevancia para el cálculo y ejecución de estudios como el flujo de potencia, de cortocircuito, estabilidad y demás; por tanto, la precisión con la que se modelen estos parámetros afecta directamente la precisión de los resultados que se obtengan en tales estudios [1]. Dentro de los parámetros más importantes que se deben considerar para el modelamiento de un sistema de potencia se encuentran los siguientes.

### 2.2.1 Resistencia

La resistencia eléctrica de la línea R, es directamente dependiente del calibre del conductor y que se establece como un parámetro serie de las líneas de transmisión, especialmente relevante para líneas cortas y medias. Es el resultado de la resistencia intrínseca de los cables más la resistencia del camino hacia tierra, dependiente de la frecuencia, se mide en ohmios por unidad de longitud [19].

### 2.2.2 Inductancia

La inductancia L es un parámetro de las líneas de transmisión, representado en las matrices de impedancia por la reactancia inductiva que es directamente dependiente de la frecuencia. La inductancia de la línea se mide en Henrios por unidad de distancia y es una consecuencia de la inductancia de los conductores, la interacción con tierra y la inductancia mutua entre conductores [19]. La inductancia para una línea balanceada se expresa según la ecuación (1).

$$L_i = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{D_{eq}}{GMR_i} \quad (1)$$

Donde:

$GMR_i$ : radio medio geométrico del conductor i en metros o pies

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ca}} \quad (2)$$

En este caso  $D_{ab}$ ,  $D_{bc}$  y  $D_{ca}$  son las distancias entre cada fase en metros o pies.

### 2.2.3 Conductancia

La conductancia G de las líneas de transmisión constituye uno de los parámetros paralelo a considerar para una correcta modelación de los sistemas de potencia. Es el resultado de las corrientes de fuga de los aisladores de las líneas

aéreas, así como las imperfecciones del aislamiento de los conductores. Normalmente no se considera este parámetro por considerar la fuga en aisladores despreciable, además de que su alta variabilidad la hace complicada de tener en consideración para los cálculos.

### 2.2.4 Capacitancia

La capacitancia de las líneas de transmisión  $C$  existe debido a las diferencias de potencial y al efecto de las líneas con la tierra, también es directamente dependiente de la geometría de los conductores. Conociendo que el aire actúa como medio dieléctrico entre conductores, existe una corriente de fuga que fluye por el dieléctrico, dando lugar a la existencia de la capacitancia [19]. La capacitancia de una línea balanceada se puede obtener de la ecuación (3):

$$C_i = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln \frac{D_{ni}}{D_{nj}}} \quad (3)$$

Donde:

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} [\mu F / m]$$

$D_{ni}$ : distancia entre el conductor  $n$  y el conductor  $i$  en metros o pies.

$D_{nj}$ : distancia entre el conductor  $n$  y el conductor  $j$  en metros o pies.

El modelo de parámetros de la línea se puede apreciar en la Figura 2 [19].

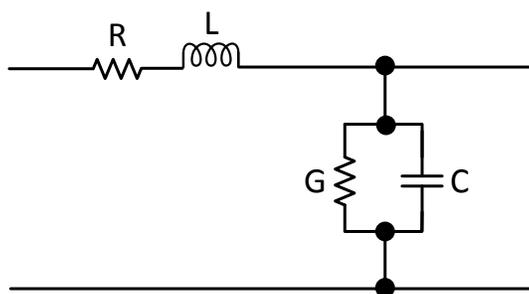


Figura 2. Modelo de línea de transmisión con parámetros RLGC

## 3 Ecuaciones de Carson

Debido a que las líneas realmente son desbalanceadas, un análisis adecuado no debe tener supuestos que anulen la consideración de aspectos como el espaciamiento entre conductores, el calibre y la transposición. Carson propone un método donde es posible determinar los parámetros para una cantidad  $n_{cond}$  de conductores que formen parte de una línea. Para el planteo de sus ecuaciones, el autor asume a la tierra como un conductor sólido infinito con una superficie superior plana y uniforme con una resistividad constante. Por otro lado, se considera que los efectos en los terminales de conexión de tierra no son grandes a baja frecuencia y por tanto pueden omitirse.

Las ecuaciones de Carson constituyen la forma más empleada para determinar las impedancias que son dependientes de la conexión a tierra en líneas de transmisión y distribución. Es importante considerar los siguientes aspectos para entender las ecuaciones de Carson, teniendo como base a la Figura 3 para entender el uso de los conductores e imágenes que rigen estas ecuaciones.

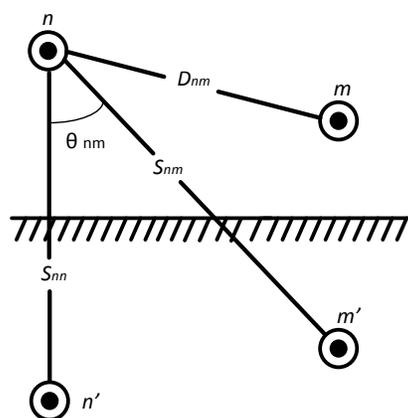


Figura 3. Conductores y sus respectivas imágenes

### 3.1.1 Impedancia serie

La componente de reactancia inductiva propia y mutua de la impedancia, es una función del total de los campos

magnéticos que rodean a un conductor. Asumiendo la existencia de conductores desde 1 hasta n, cada uno con líneas de flujo magnético creadas por las corrientes que fluyen en cada uno de los conductores. En este caso, también se entiende que las corrientes de todos los conductores fluyen hacia afuera, luego determinando que la sumatoria de las corrientes debe ser cero, de esta forma se determina la ecuación (4).

$$I_1 + I_2 + \dots + I_n = 0 \quad (4)$$

Las concatenaciones de flujo en el conductor 1 están dadas por la expresión (5).

$$\lambda_i = N \cdot \phi = 2 \times 10^{-7} \cdot (I_1 \cdot \ln \frac{1}{D_{i1}} + \dots + I_i \cdot \ln \frac{1}{GMR_i} + \dots + I_n \cdot \ln \frac{1}{D_{in}}) \quad (5)$$

Donde:

$N$ : número de veces que la línea de flujo rodea al conductor.

$D_{in}$ : distancia entre el conductor  $i$  y el conductor  $n$  en metros o pies.

$GMR_i$ : radio medio geométrico del conductor  $i$  en metros o pies.

De esta forma la inductancia propia del conductor  $i$  por definición es (6).

$$L_{ii} = \frac{\lambda_{ii}}{I_i} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{1}{GMR_i} \quad (6)$$

Mientras que la inductancia mutua viene dada por (7).

$$L_{in} = \frac{\lambda_{in}}{I_i} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \ln \frac{1}{D_{in}} \quad (7)$$

### 3.1.2 Admitancia paralelo

La admitancia paralelo de una línea consiste de la conductancia y la susceptancia capacitiva; en este caso es importante puntualizar que muchas veces la conductancia es ignorada debido a su bajo valor respecto a la capacitancia, que es el resultado de la diferencia de potencial entre conductores.

Para obtener la admitancia del conductor, es necesario comprender que un conductor cargado, genera un campo eléctrico que fluye desde el centro del conductor hacia afuera. Las líneas equipotenciales concéntricas son creadas hacia el conductor cargado, de esta afirmación se puede entender que la diferencia de potencial entre dos puntos  $P_1$  y  $P_2$  es el resultado del campo eléctrico del conductor cargado. Conocida esta diferencia de potencial entre los puntos, se puede calcular la capacitancia entre tales puntos. Cuando los puntos son cercanos, la diferencia será función de la distancia entre los puntos y la carga de cada conductor. Luego, usando el principio de superposición, se calcula la caída de voltaje total entre los puntos y la capacitancia resultante. La ecuación de la obtención de la sumatoria de la caída de voltaje total es la dada en (8) en forma general.

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{n=1}^N q_n \ln \frac{D_{nj}}{D_{ni}} \quad (8)$$

Donde:

$\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$  permitividad del medio, siendo  $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}$  la permitividad del vacío y  $\epsilon_r$  la permitividad relativa del medio en  $[\mu F / milla]$ .

$D_{ni}$ : distancia entre el conductor  $n$  y el conductor  $i$  en metros o pies.

$D_{nj}$ : distancia entre el conductor n y el conductor j en metros o pies.

$D_{nn}$  es el radio  $RD_n$  del conductor n en metros o pies

Esta ecuación se obtiene de la suposición de tener una cantidad N de conductores sólidos redondos que están positivamente cargados. Cada conductor con una densidad de carga uniforme única

$q_n$ .

Para determinar la admitancia de las líneas aéreas, se emplea el mismo método de imágenes de los conductores empleado para la obtención de la impedancia serie, en este caso se entiende que la carga de la imagen es igual a la del conductor original con módulo negativo  $q_i' = -q_i$ .

Al aplicar la ecuación (8) a las imágenes y sus conductores y las suposiciones dadas, se obtiene (9)

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( 2 \cdot q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + 2 \cdot q_j \ln \frac{S_{ij}}{RD_j} \right) \quad (9)$$

Donde:

$S_{ij}$ : distancia entre el conductor i a la imagen del conductor j en metros o pies.

$S_{ii}$ : distancia entre el conductor i y su imagen i en metros o pies.

$D_{ij}$ : distancia entre los conductores i y j en metros o pies.

$RD_i$ : radio del conductor i en metros o pies.

Se debe considerar que esta ecuación representa la caída total del conductor y de su imagen, por tanto, la caída de sólo el conductor reordenada se puede expresar como (10).

$$V_{ig} = P_{ii} \cdot q_i + P_{ij} \cdot q_j \quad (10)$$

Siendo  $P_{ii}$  y  $P_{ij}$  los coeficientes de potencial propio y mutuo

respectivamente. También se considera que la permitividad del aire es similar a la del vacío, expresada en  $[\mu F / milla]$  es  $\epsilon_{aire} = 1.424 \times 10^{-2}$ . De esta forma,  $P_{ii}$  y  $P_{ij}$  se expresan como (11) y (12)

$$P_{ii} = 11.17689 \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} \quad (11)$$

$$P_{ij} = 11.17689 \cdot \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \quad (12)$$

Luego aplicando los conceptos relativos a la matriz primitiva y las reducciones de Kron, la matriz de coeficientes de potencial de fase a fase se escribe como (13).

$$[P_{ABC}] = [P_{ij}] - [P_{in}] \cdot [P_{mn}]^{-1} \cdot [P_{jn}] \quad (13)$$

Su inverso (14) corresponde a la matriz de capacitancia  $[C_{ABC}]$  de n-fases por n-fases.

$$[C_{ABC}] = [P_{ABC}]^{-1} \quad (14)$$

Luego con la suposición de no considerar la conductancia del sistema, la admitancia paralelo se expresa en (15) en  $[\mu S / milla]$  o su respectivo equivalente en  $[\mu S / km]$

$$[y_{ABC}] = 0 + j \cdot \omega \cdot [C_{ABC}] \quad (15)$$

### 3.1.3 Impedancia propia y mutua

Las ecuaciones que permiten el cálculo de la impedancia propia con retorno de tierra y de las impedancias mutuas con retorno común son las siguientes:

$$Z_{ii} = r_i + 4\omega P_{ii}G + j(X_i + 2\omega G \times \ln\left(\frac{S_{ii}}{RD_i}\right) + 4\omega Q_{ii}G) \quad (16)$$

$$Z_{ij} = 4\omega P_{ij}G + j(2\omega G \ln\left(\frac{S_{ij}}{D_{ij}}\right) + 4\omega Q_{ij}G) \quad (17)$$

Dónde:

$$X_i = 2\omega G \times \ln\left(\frac{RD_i}{GMR_{ij}}\right) \quad (18)$$

Las ecuaciones (16) a (18) obtienen los datos en [ohm/milla], pudiendo también cambiar a las unidades del sistema internacional.

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} - \frac{1}{3\sqrt{2}}k_{ij} \times \cos(\theta_{ij}) + \frac{k_{ij}}{16} \times \cos(2\theta_{ij}) \cdot (0.6728 + \ln\frac{2}{k_{ij}}) \quad (19)$$

$$Q_{ij} = -0.0386 + \frac{1}{2} \cdot \ln\frac{2}{k_{ij}} + \frac{1}{3\sqrt{2}}k_{ij} \times \cos(\theta_{ij}) \quad (20)$$

$$k_{ij} = 8.565 \times 10^{-4} \cdot S_{ij} \cdot \sqrt{\frac{f}{\rho}} \quad (21)$$

Donde:

$Z_{ii}$ : impedancia propia del conductor en [ohm/milla] o [ohm/km]

$Z_{ij}$ : impedancia mutua entre los conductores i y j en [ohm/milla]

$r_i$ : resistencia del conductor en [ohm/milla]

$\omega = 2\pi f$ : velocidad angular del sistema [rad/s]

$G = 0.1609347 * 10^{-3}$  : [ohm/milla]

$RMG_i$ : radio medio geométrico del conductor en pies.

$f$ : frecuencia del sistema eléctrica del sistema en [Hz]

$\rho$ : resistividad de tierra en [ohm/milla].

$\theta_{ij}$ : ángulo comprendido entre las líneas desde el conductor i hacia su imagen y de la imagen al conductor j

Es importante destacar que las ecuaciones de Carson también han sido modificadas, en función de las aproximaciones (22) y (23).

$$P_{ij} = \frac{\pi}{8} \quad (22)$$

$$Q_{ij} = -0.03860 + \frac{1}{2} \ln\frac{2}{k_{ij}} \quad (23)$$

Sustituyendo la ecuación (19), (20) y (23) en las expresiones (16) y (17) se formulan las ecuaciones (24) y (25).

$$Z_{ii} = r_i + \pi^2 fG + j4\pi fG \times \left( \ln\left(\frac{S_{ii}}{GMR_i}\right) + 2Q_{ii} \right) \quad (24)$$

$$Z_{ij} = \pi^2 fG + j4\pi fG \times \left( \ln\left(\frac{S_{ij}}{D_{ij}}\right) + 2Q_{ij} \right) \quad (25)$$

La expresión (26) así mismo se la puede simplificar a:

$$Q_{ij} = 3.8393 - \frac{1}{2} \ln(S_{ij}) + \frac{1}{4} \ln\frac{\rho}{f} \quad (26)$$

Finalmente, las ecuaciones modificadas de Carson se indican a continuación para la impedancia serie

para una frecuencia y resistividad generalizadas.

$$Z_{ii} = r_i + 0.00158836f + j0.00202237f \left( \ln \left( \frac{1}{GMR_i} \right) + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\rho}{f} \right) \right) \quad (27)$$

$$Z_{ij} = 0.00158836f + j0.00202237f \left( \ln \left( \frac{1}{D_{ij}} \right) + 7.6786 + \frac{1}{2} \ln \left( \frac{\rho}{f} \right) \right) \quad (28)$$

### 3.1.4 Componentes simétricas

Fortescue demostró que el conjunto de  $n$  fasores desbalanceados se puede resolver con  $n-1$  sistemas de fase balanceados de las diferentes secuencias de fase y un sistema de secuencia cero, cada fasor tiene la misma magnitud. De esta forma el sistema trifásico se expresa según (29).

$$\begin{aligned} V_a &= V_a^{(1)} + V_a^{(2)} + \dots + V_a^{(n)} \\ V_b &= V_b^{(1)} + V_b^{(2)} + \dots + V_b^{(n)} \\ V_n &= V_n^{(1)} + V_n^{(2)} + \dots + V_n^{(n)} \end{aligned} \quad (29)$$

Donde  $V_a, V_b, \dots, V_n$  son los  $n$  fasores de voltaje desbalanceados originales.  $V_a^{(1)}, V_b^{(1)}, \dots, V_n^{(1)}$  representan el primer conjunto de  $n$  fasores balanceados con un ángulo de  $2\pi/n$  entre ellos,  $V_a^{(2)}, V_b^{(2)}, \dots, V_n^{(2)}$  son el segundo conjunto de  $n$  fasores balanceados con un desfase de  $4\pi/n$  y  $V_a^{(n)}, V_b^{(n)}, \dots, V_n^{(n)}$ , es el conjunto de secuencia cero con todos los fasores a  $n \cdot (2\pi/n) = 2\pi$ , es decir cofasorial.

Otro aspecto a considerar es que un sistema trifásico balanceado cuenta con generadores que producen voltaje con un desfase de  $2\pi/3 = 120^\circ$ , estos son los voltajes de secuencia positiva. Luego se define un operador de vector denominado  $\alpha$  que rota como un vector de módulo unitario cada  $120^\circ$  en dirección contraria a las manecillas del reloj, así  $\alpha^1 = -0.5 + j \cdot 0.866$ ,  $\alpha^2 = -0.5 - j \cdot 0.866$  y  $\alpha^3 = 1$ , así la ecuaciones de (29) se reducen a (30).

$$\begin{aligned} V_a &= V_a^{(0)} + V_a^{(1)} + V_a^{(2)} \\ V_b &= V_b^{(0)} + V_b^{(1)} + V_b^{(2)} \\ V_n &= V_c^{(0)} + V_c^{(1)} + V_c^{(2)} \end{aligned} \quad (30)$$

Siendo  $V_a^{(0)}, V_b^{(0)}$  y  $V_c^{(0)}$  es el conjunto de secuencia cero,  $V_a^{(1)}, V_b^{(1)}$  y  $V_c^{(1)}$  son las componentes de secuencia positiva y  $V_a^{(2)}, V_b^{(2)}$  y  $V_c^{(2)}$  es el set de secuencia negativa.

Los fasores originales desbalanceados de voltaje, han dado origen nueve vectores de voltaje que tiene una libertad con restricciones y no son totalmente independientes, la ecuación (31), manifiesta la relación entre cada fase de la secuencia positiva, negativa y cero.

$$\begin{aligned} V_b^{(1)} &= \alpha^2 \cdot V_a^{(1)} \\ V_c^{(1)} &= \alpha \cdot V_a^{(1)} \\ V_b^{(2)} &= \alpha \cdot V_a^{(2)} \\ V_c^{(2)} &= \alpha^2 \cdot V_a^{(2)} \\ V_a^{(0)} &= V_b^{(0)} = V_c^{(0)} \end{aligned} \quad (31)$$

Con estas expresiones así mismo se puede obtener la impedancia de fase si se conocen las impedancias de secuencia, esto se expresa en (32) [20].

$$\begin{bmatrix} Z_{012} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ T \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} Z_{abc} \\ 1 \\ a \\ a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ T \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

## 4 Implementación del modelo matemático

### 4.1 Pseudocódigo

#### Paso 1:

Ingreso de datos al sistema.

#### Paso 2:

Creación de matrices de resistencia de los conductores de fase y neutro.

$$r_i = \begin{bmatrix} r_{ii} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}$$

#### Paso 3:

Creación de matrices de radio medio geométrico de los conductores de fase y neutro.

$$r_{RMG} = \begin{bmatrix} CF\_RMG_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & CF\_RMG_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & CFN\_RMG_{nn} \end{bmatrix}$$

#### Paso 4:

Cálculo de distancias entre conductores de fase y neutro.

$$d_{ij} = \text{abs}((\text{coor}X_i + j\text{coor}Y_i) - (\text{coor}X_j + j\text{coor}Y_j))$$

#### Paso 5:

Creación de la matriz de distancias entre fases y neutro.

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & d_{12} & d_{13} & d_{1j} \\ d_{21} & 0 & d_{23} & d_{2j} \\ d_{31} & d_{22} & 0 & d_{3j} \\ d_{i1} & d_{i2} & d_{i3} & 0 \end{bmatrix}$$

#### Paso 6:

Cálculo de la impedancia primitiva.

#### Paso 7:

Cálculo de la impedancia de fase.

#### Paso 8:

Creación de la matriz de admitancias.

#### Paso 9:

Cálculo de distancias conjugadas.

#### Paso 10:

Creación de la matriz de distancias entre fases y neutro conjugadas.

#### Paso 11:

Creación de la matriz de radios.

#### Paso 12:

Cálculo de la P primitiva.

#### Paso 13:

Cálculo de matriz de coeficientes primitivos de fase.

#### Paso 14:

Cálculo de admitancia de fase.

### 4.2 Interfaz gráfica con Matlab

Para el ingreso de las variables necesarias para los cálculos de los parámetros de línea y la visualización de tales resultados, se ha implementado una interfaz de tipo gráfica para el usuario. Esta interfaz se puede notar en las siguientes ilustraciones.



Figura 4. Pantalla principal interfaz Matlab

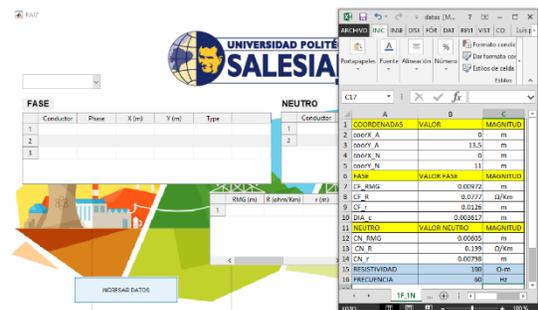


Figura 5. Ingreso de datos - conexión con Excel

## 5 Análisis de resultados

Con el objetivo de poner a prueba la implementación se plantean los siguientes casos tanto a nivel de transmisión como a nivel de distribución. Conocido que el voltaje no es parámetro a ser empleado en las ecuaciones de Carson sino la configuración del sistema, es decir sus

respectivas ubicaciones geométricas, los casos planteados son de distintas configuraciones y niveles de voltaje (tamaño de la estructura). Se indica para cada caso la geometría de los conductores y los datos eléctricos; además se indica a manera de ejemplo para el Caso 1 los datos ingresados en la interfaz desarrollada (Figura 6).



Figura 6. Datos ingresados para el Caso 1

Los casos 1 y 2 corresponden a sistemas de transmisión, mientras que los casos 3 y 4 pertenecen a sistemas de distribución.

### 5.1 Caso 1: torre 138 kV

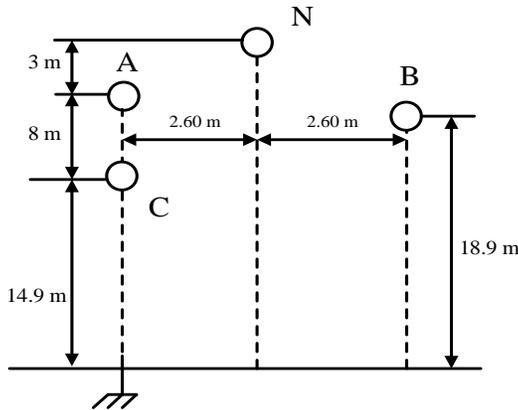


Figura 7. Sistema para transmisión con tres fases y un neutro.

Tabla 1. Datos caso 1

Coordenadas			
coorX_A [m]	0	coorY_A [m]	22.9
coorX_B [m]	5.2	coorY_B [m]	18.9
coorX_C [m]	0	coorY_C [m]	14.9
coorX_N [m]	2.6	coorY_N [m]	25.9
Conductor de fase			
CF_RMG [m]	0.00605		

CF_R [ohm/km]	0.199
CF_r [m]	0.00798
Conductor de neutro	
CN_RMG [m]	0.00063
CN_R [ohm/km]	1.52
CN_r [m]	0.00489
Sistema	
Resistividad [ohm·m]	100
Frecuencia [Hz]	60

### 5.2 Caso 2: torre 500 kV

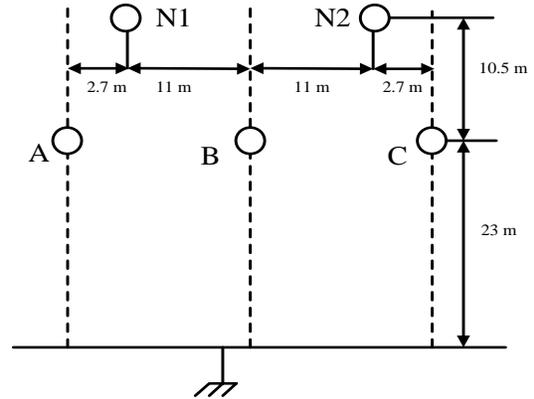


Figura 8. Sistema para transmisión con tres fases y dos neutros.

Tabla 2. Datos caso 2

Coordenadas	
coorX_A [m]	0
coorY_A [m]	23
coorX_B [m]	13.7
coorY_B [m]	23
coorX_C [m]	27.4
coorY_C [m]	23
coorX_N1 [m]	2.7
coorY_N1 [m]	33.5
coorX_N2 [m]	24.7
coorY_N2 [m]	33.5
Conductor de fase	
CF_RMG [m]	0.01229
CF_R [ohm/km]	0.0701
CF_r [m]	0.01519
Conductor de neutro	
CN_RMG [m]	0.000636
CN_R [ohm/km]	1.52
CN_r [m]	0.00489
Sistema	
Resistividad [ohm·m]	100
Frecuencia [Hz]	60

### 5.3 Caso 3: poste 22 kV

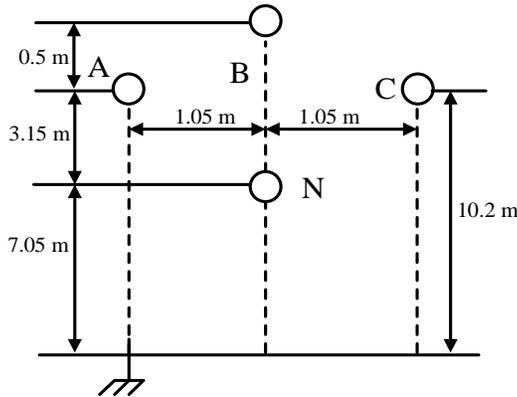


Figura 9. Sistema para distribución con tres fases y un neutro.

Tabla 3. Datos caso 3

Coordenadas			
coorX_A [m]	0	coorY_A [m]	10.2
coorX_B [m]	1.05	coorY_B [m]	10.7
coorX_C [m]	2.1	coorY_C [m]	10.2
coorX_N [m]	1.05	coorY_N [m]	7.05
Conductor de fase			
CF_RMG [m]	0.00972		
CF_R [ohm/km]	0.0777		
CF_r [m]	0.01265		
Conductor de neutro			
CN_RMG [m]	0.00605		
CN_R [ohm/km]	0.199		
CN_r [m]	0.00798		
Sistema			
Resistividad [ohm·m]	100		
Frecuencia [Hz]	60		

### 5.4 Caso 4: poste 13.8 kV

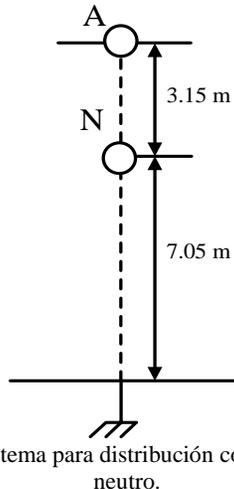


Figura 10. Sistema para distribución con una fase y un neutro.

Tabla 4. Datos caso 4

Coordenadas	
coorX_A [m]	0
coorY_A [m]	10.2
coorX_N [m]	0
coorY_N [m]	7.05
Conductor de fase	
CF_RMG [m]	0.00972
CF_R [ohm/km]	0.0777
CF_r [m]	0.0126
DIA_c [m]	0.003617
Conductor de neutro	
CN_RMG [m]	0.00605
CN_R [ohm/km]	0.199
CN_r [m]	0.00798
Sistema	
Resistividad [ohm·m]	100
Frecuencia [Hz]	60

Una vez ejecutadas las simulaciones del modelo desarrollado, se encuentra que los resultados obtenidos son congruentes con aquellos obtenidos del software DiGSILENT PowerFactory. De la Tabla 5 a la Tabla 8 se muestran los resultados obtenidos para cada caso; donde, el porcentaje de error que se encuentra no supera en promedio el 1%, por lo que se puede mencionar que los resultados son adecuados y el modelo cuenta con la validez requerida con respecto al software de simulación comercial.

La interfaz implementada muestra los resultados obtenidos tal como se observa a manera de ejemplo, el Caso 4 en la Figura 11.

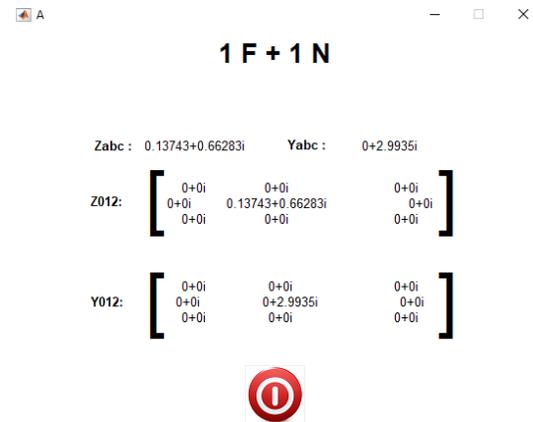


Figura 11. Resultados en la interfaz Caso 4.

Tabla 5. Resultados simulación: CASO 1

	PF			CPLA			Error [%]
<b>Zabc</b>	0.3134840	0.1062540	0.1013990	0.3139700	0.1074000	0.1024300	-0.75
	0.8293540	0.3090200	0.2982670	0.8258700	0.3058000	0.2953600	0.81
	0.1062540	0.2994940	0.0955722	0.1074000	0.2998200	0.0965010	-0.72
	0.3090200	0.8418230	0.3186910	0.3058000	0.8389700	0.3161000	0.73
	0.1013990	0.0955722	0.2915530	0.1024300	0.0965010	0.2916100	-0.67
<b>Z012</b>	0.5036600	0.0097484	0.0077276	0.5060200	0.0096321	0.0081510	-1.58
	1.4574000	-0.0140749	-0.0066867	1.4487000	-0.0146580	-0.0070495	-2.99
	0.0077276	0.2004350	-0.0078180	0.0081510	0.1996900	-0.0078261	-1.74
	-0.0066867	0.5314250	0.0051776	-0.0070495	0.5314800	0.0051635	-1.72
	0.0097484	0.0087858	0.2004350	0.0096321	0.0087757	0.1996900	0.56
-0.0140749	0.0041564	0.5314250	-0.0146580	0.0041688	0.5314800	-1.48	
<b>Yabc</b>	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
	2.7513800	-0.4067850	-0.3409910	2.7495000	-0.4065100	-0.3407600	0.07
	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
	-0.4067850	2.7244800	-0.4138910	-0.4065100	2.7226000	-0.4136100	0.07
	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
-0.3409910	-0.4138910	2.7294900	-0.3407600	-0.4136000	2.7276000	0.07	
<b>Y012</b>	0.0000000	-0.0204379	0.0204379	0.0000000	-0.0204240	0.0204240	0.05
	1.9606700	0.0214663	0.0214663	1.9593000	0.0214520	0.0214520	0.07
	0.0204379	0.0000000	0.0365413	0.0204240	0.0000000	0.0365160	0.05
	0.0214663	3.1223400	-0.0185367	0.0214520	3.1202000	-0.0185240	0.07
	-0.0204379	-0.0365413	0.0000000	-0.0204240	-0.0365160	0.0000000	0.05
0.0214663	-0.0185367	3.1223400	0.0214520	-0.0185240	3.1202000	0.07	

Tabla 6. Resultados simulación: CASO 2

	PF			CPLA			Error [%]
<b>Zabc</b>	0.1714950	0.1005650	0.0977094	0.1706600	0.1009100	0.0981410	-0.10
	0.7670780	0.2369180	0.1872070	0.7642800	0.2339700	0.1842400	1.06
	0.1005650	0.1735270	0.1005650	0.1009100	0.1726300	0.1009100	-0.06
	0.2369180	0.7638460	0.2369180	0.2339700	0.7610600	0.2339700	0.95
	0.0977094	0.1005650	0.1714950	0.0981410	0.1009100	0.1706600	-0.10
0.1872070	0.2369180	0.7670780	0.1842400	0.2339700	0.7642800	1.06	
<b>Z012</b>	0.3713980	0.0126030	-0.0142321	0.3713000	0.0126370	-0.0142170	-0.05
	1.2067000	-0.0091575	-0.0063358	1.1980000	-0.0091201	-0.0063837	0.12
	-0.0142321	0.0725592	-0.0290210	-0.0142170	0.0713290	-0.0290470	0.57
	-0.0063358	0.5456530	0.0181710	-0.0063837	0.5458200	0.0181480	-0.22
	0.0126030	0.0302471	0.0725592	0.0126370	0.0302400	0.0713290	0.48
-0.0091575	0.0160474	0.5456530	-0.0091201	0.0160820	0.5458200	0.05	
<b>Yabc</b>	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
	2.7747300	-0.3272750	-0.1197300	2.7728000	-0.3270500	-0.1119000	2.23
	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
	-0.3272750	2.8097900	-0.3272750	-0.3270500	2.8079000	-0.3270500	0.07
	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
-0.1119730	-0.3272750	2.7747300	-0.1119000	-0.3270500	2.7780000	0.01	
<b>Y012</b>	0.0000000	-0.0520324	0.0520324	0.0000000	-0.0512060	0.0519970	0.55
	2.2754000	0.0300409	0.0300409	2.2738000	0.0295640	0.0300200	0.58
	0.0520324	0.0000000	0.1344250	0.0519970	0.0000000	0.1343300	0.05
	0.0300409	3.0419200	-0.0776103	0.0300200	3.0398000	-0.0775570	0.07
	-0.0520324	-0.1344250	0.0000000	-0.0519970	-0.1343300	0.0000000	0.05
0.0300409	-0.0776103	3.0419200	0.0300200	-0.0775570	3.0398000	0.07	

Tabla 7. Resultados simulación: CASO 3

	PF			CPLA			Error [%]
<b>Zabc</b>	0.1382620	0.0584131	0.0588928	0.1369000	0.0587430	0.0591970	-0.03
	0.6667890	0.3094910	0.2616990	0.6663000	0.3087500	0.2609800	0.20
	0.0584131	0.1373160	0.0584131	0.0587430	0.1360000	0.0587430	-0.06
	0.3094910	0.6732070	0.3094910	0.3087500	0.6726600	0.3087500	0.19
	0.0588280	0.0584131	0.1382620	0.0591970	0.0587430	0.1369000	-0.07
0.2616990	0.3094910	0.6667890	0.2609800	0.3087500	0.6663000	0.20	
<b>Z012</b>	0.2550930	0.0158866	-0.0154114	0.2543900	0.0158500	-0.0154010	0.19
	1.2560500	-0.0086234	-0.0094465	1.2541000	-0.0086328	-0.0094102	0.14
	-0.0154114	0.0793741	-0.0257425	-0.0154010	0.0777050	-0.0257440	0.72
	-0.0094465	0.3753680	0.0148572	-0.0094102	0.3755900	0.0148570	0.11
	0.0158866	0.0257379	0.0793741	0.0158500	0.0257900	0.0777050	0.71
-0.0086234	0.0148650	0.3753680	-0.0086328	0.0148660	0.3755900	-0.06	
<b>Yabc</b>	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
	3.5270600	-1.0549100	-0.5801580	3.5246000	-1.0542000	-0.5797600	0.07
	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
	-1.0549100	3.7098200	-1.0549100	-1.0542000	3.7073000	-1.0542000	0.07
	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.00
-0.5801580	-1.0549100	3.5270600	-0.5797600	-1.0542000	3.5246000	0.07	
<b>Y012</b>	0.0000000	-0.0842913	0.0849130	0.0000000	-0.0842340	0.0842340	0.29
	1.7946500	0.0486656	0.0486656	1.7934000	0.0486320	0.0486320	0.07
	0.0842913	0.0000000	0.3268600	0.0842340	0.0000000	0.3266400	0.05
	0.0486656	4.4846400	-0.1887130	0.0486320	4.4816000	-0.1885800	0.07
	-0.0842913	-0.3268600	0.0000000	-0.0842340	-0.3266400	0.0000000	0.05
0.0486656	-0.1887130	4.4846400	0.0486320	-0.1885800	4.4816000	0.07	

Tabla 8. Resultados simulación: CASO 4

	PF	CPLA	Error [%]
<b>Zabc</b>	0.1387830	0.1374300	0.97
	0.6631970	0.6628300	0.06
<b>Z012</b>	0.1387830	0.1374300	0.97
	0.6631970	0.6628300	0.06
<b>Yabc</b>	0.0000000	0.0000000	0.00
	2.9967700	2.9935000	0.11
<b>Y012</b>	0.0000000	0.0000000	0.00
	2.9967700	2.9935000	0.11

## 6 Conclusiones

Las ecuaciones de Carson son un método efectivo para la modelación de diferentes tipos de líneas aéreas, así lo demuestran los resultados obtenidos con líneas trifásicas, bifásicas y monofásicas puestas a prueba en el presente trabajo.

Los efectos de la existencia de diversas configuraciones en función del número de conductores se deben considerar para un uso efectivo de las ecuaciones de Carson. En función de la cantidad de fases de la red, es necesario una metodología diferente que permita la obtención de resultados que concuerden con las características eléctricas de cada tipo de línea.

La modelación realizada permite obtener un sistema generalizado para diversas configuraciones con n fases, obteniendo matrices de impedancia y de admitancia en función de la necesidad, tanto a nivel de transmisión como de distribución.

La implementación de una interfaz que sea atractiva y amigable con el usuario, y que permita usar la modelación matemática ejecutada es útil para la obtención de resultados a fin de emplear los mismos en otros estudios que

dependen de los parámetros de línea en un sistema eléctrico.

### 6.1 Trabajos futuros

Los logros obtenidos en este documento pueden ser tomados como punto de partida para investigaciones como:

Usar las ecuaciones de Carson y sus resultados de impedancias y admitancias para alimentar la entrada de datos en estudios de flujo, cortocircuito y estabilidad.

Implementar las ecuaciones de Carson en la aplicación del cálculo de parámetros de líneas subterráneas.

## 7 Referencias

- [1] L. Yuan and T. Nguyen, "Alternative way to derive equivalent PI circuit model of transmission lines," *Proc. Annu. Southeast. Symp. Syst. Theory*, no. 7, pp. 186–188, 2007.
- [2] C. Braun, M. Rahman, and V. Cecchi, "A transmission line model with non-uniformly distributed line impedance," *2017 North Am. Power Symp. NAPS 2017*, no. 2, 2017.
- [3] H. H. El-Tamaly and H. A. Ziedan, "Sequence Impedances of Overhead Transmission Lines Carson's Method Versus Rudenberg's Method," in *Proceedings of the 41st International*

- Universities Power Engineering Conference*, 2006, no. 6, pp. 298–302.
- [4] A. Tripathi and V. K. Tripathi, “A configuration-oriented SPICE model for multiconductor transmission lines in an inhomogeneous medium,” *IEEE Trans. Microw. Theory Tech.*, vol. 46, no. 12 PART 1, pp. 1997–2005, 1998.
- [5] S. Kurokawa, R. S. Daltin, A. J. Prado, and J. Pissolato, “An alternative modal representation of a symmetrical nontransposed three-phase transmission line,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 22, no. 1, pp. 500–501, 2007.
- [6] W. H. Kersting and W. H. Phillips, “Distribution feeder line models,” *IEEE Trans. Ind. Appl.*, vol. 31, no. 4, pp. 715–720, 1995.
- [7] H. Keshtkar, S. Khushalani Solanki, and J. M. Solanki, “Improving the accuracy of impedance calculation for distribution power system,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 29, no. 2, pp. 570–579, 2014.
- [8] W. H. Kersting and R. K. Green, “The application of Carson’s equation to the steady-state analysis of distribution feeders,” *2011 IEEE/PES Power Syst. Conf. Expo. PSCE 2011*, pp. 1–6, 2011.
- [9] D. Woodhouse, “On the theoretical basis of Carson’s equations,” *2012 IEEE Int. Conf. Power Syst. Technol. POWERCON 2012*, pp. 1–6, 2012.
- [10] O. R. Leños, J. L. Naredo, and P. Moreno, “Assessment of approximate formulas for calculating overhead-line earth-impedances,” *40th North Am. Power Symp. NAPS2008*, pp. 1–6, 2008.
- [11] M. Kato, T. Hisakado, H. Takani, H. Umezaki, and K. Sekiguchi, “A method of measuring three phase transmission line parameters for relay settings,” *Transm. Distrib. Conf. Expo. Asia Pacific, TD Asia 2009*, pp. 1–4, 2009.
- [12] M. Taleb, M. J. Ditto, and T. Bouthiba, “Performance of short transmission lines models,” *2006 IEEE GCC Conf. GCC 2006*, pp. 1–7, 2006.
- [13] J. Luo, K. Zhang, T. Chen, G. Zhao, P. Wang, and S. Feng, “Distributed parameter circuit model for transmission line,” *APAP 2011 - Proc. 2011 Int. Conf. Adv. Power Syst. Autom. Prot.*, vol. 2, pp. 1529–1534, 2011.
- [14] M. G. Davoudi, A. Bashian, and J. Ebadi, “Effects of unsymmetrical power transmission system on the voltage balance and power flow capacity of the lines,” *2012 11th Int. Conf. Environ. Electr. Eng. EEEIC 2012 - Conf. Proc.*, pp. 860–863, 2012.
- [15] U. Jayatunga, S. Perera, P. Ciufu, and A. P. Agalgaonkar, “Voltage unbalance emission assessment: Sources of contribution and their ranking,” *2013 Australas. Univ. Power Eng. Conf.*, no. October, pp. 1–6, 2014.
- [16] M. Chindriş, A. Cziker, A. Miron, H. Bălan, A. Iacob, and A. Sudria, “Propagation of unbalance in electric power systems,” *2007 9th Int. Conf. Electr. Power Qual. Util. EPQU*, 2007.
- [17] Zhixuan Liu and J. V. Milanovic, “Probabilistic estimation of propagation of unbalance in distribution network with asymmetrical loads,” in *8th Mediterranean Conference on Power Generation, Transmission, Distribution and Energy Conversion (MEDPOWER 2012)*, 2012, pp. 33–33.
- [18] Z. Liu and J. V. Milanović, “Probabilistic Estimation of Voltage Unbalance in MV Distribution Networks With Unbalanced Load,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 30, no. 2, pp. 693–703, 2015.
- [19] A. B. Fernandes, W. L. A. Neves, E. G. Costa, and M. N. Cavalcanti, “Transmission Line Shunt Conductance From Measurements,” *IEEE Trans. Power Deliv.*, vol. 19, no.

- 2, pp. 722–728, Apr. 2004.
- [20] S. Varela, “Cálculo de impedancia de secuencia de líneas de transmisión de acuerdo con su geometría mediante Matlab,” *Vector*, no. 12, pp. 15–21, 2017.

## 7.1 Matriz de Estado del Arte

Tabla 9. Matriz de estado del arte

MODELACIÓN Y SIMULACIÓN DE LÍNEAS DE TRANSMISIÓN CONSIDERANDO MÚLTIPLES FASES Y EL EFECTO DE RETORNO POR TIERRA																					
ITEM	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	CITAS	TEMÁTICA				FORMULACIÓN DEL PROBLEMA				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA			ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN			SOLUCIÓN PROPUESTA			
				Parámetros de líneas aéreas	Líneas con múltiples conductores	Importancia de la modelación de líneas eléctricas	Parámetros de líneas en dominio del tiempo	Métodos de obtención de parámetros de línea	Impedancia Serie de Líneas	Admitancia Paralelo de Líneas	Componentes Simétricas	Impedancia propia y mutua	Líneas balanceadas y desbalanceadas	Imágenes de conductores	Distancias entre conductores	Ecuaciones de Carson	Cálculo de matriz de impedancia de fase	Cálculo de matriz de impedancia de secuencia	Matrices de impedancia y admitancia	Modelación de líneas de transmisión	Sistemas con múltiples neutros y fases
1	2007	Alternative way to derive equivalent PI circuit model of transmission lines	1	☒		☒		☒		☒				☒					☒	☒	☒
2	2017	A transmission line model with non-uniformly distributed line impedance	1	☒	☒	☒						☒							☒	☒	
3	2006	Sequence Impedances of Overhead Transmission Lines Carson's Method Versus Rudenberg's Method	0	☒	☒			☒	☒		☒	☒		☒		☒		☒	☒	☒	
4	1998	A configuration-oriented SPICE model for multiconductor transmission lines in an inhomogeneous medium	16	☒	☒	☒		☒			☒					☒		☒	☒		
5	2007	An alternative modal representation of a symmetrical nontransposed three-phase transmission line	3	☒		☒		☒								☒	☒		☒		
6	1995	Distribution feeder line models	40	☒	☒		☒	☒			☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒
7	2014	Improving the accuracy of impedance calculation for distribution power system	4	☒		☒	☒	☒	☒			☒				☒	☒	☒	☒	☒	
8	2011	The application of Carson's equation to the steady-state analysis of distribution feeders	17		☒	☒	☒	☒	☒			☒		☒	☒			☒	☒	☒	☒
9	2012	On the theoretical basis of Carson's equations	1			☒	☒	☒	☒			☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

10	2008	Assessment of approximate formulas for calculating overhead-line earth-impedances	0		✗			✗				✗							✗			
11	2009	A method of measuring three phase transmission line parameters for relay settings	2	✗	✗	✗		✗												✗		
12	2006	Performance of short transmission lines models	3	✗		✗		✗		✗				✗		✗			✗	✗	✗	
13	2011	Distributed parameter circuit model for transmission line	0	✗				✗												✗		
14	2012	Effects of unsymmetrical power transmission system on the voltage balance and power flow capacity of the lines	1		✗	✗				✗		✗									✗	
15	2013	Voltage unbalance emission assessment: Sources of contribution and their ranking	3							✗		✗								✗		✗
16	2007	Propagation of unbalance in electric power systems	27			✗				✗		✗										✗
17	2012	Probabilistic estimation of propagation of unbalance in distribution network with asymmetrical loads	2							✗		✗										✗
18	2015	Probabilistic Estimation of Voltage Unbalance in MV Distribution Networks With Unbalanced Load	26							✗		✗										✗
19	2004	Transmission Line Shunt Conductance From Measurements	8	✗	✗	✗	✗	✗		✗					✗					✗		
20	2017	Cálculo de impedancia de secuencia de líneas de transmisión de acuerdo con su geometría mediante Matlab	0	✗	✗				✗	✗			✗	✗		✗	✗			✗		✗
			CANTIDAD	12	10	12	5	13	6	5	6	8	8	5	5	9	7	6	8	14	7	10

## 7.2 Resumen de Indicadores

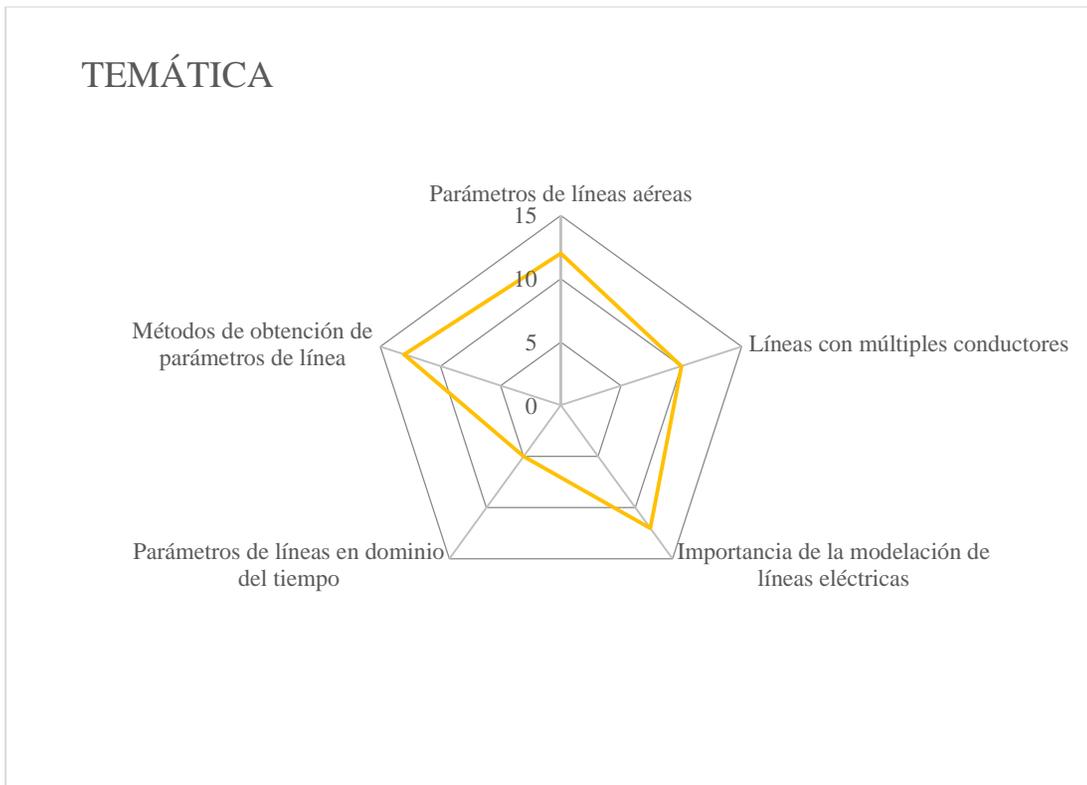


Figura 12. Resumen e indicador de la temática - Estado del arte

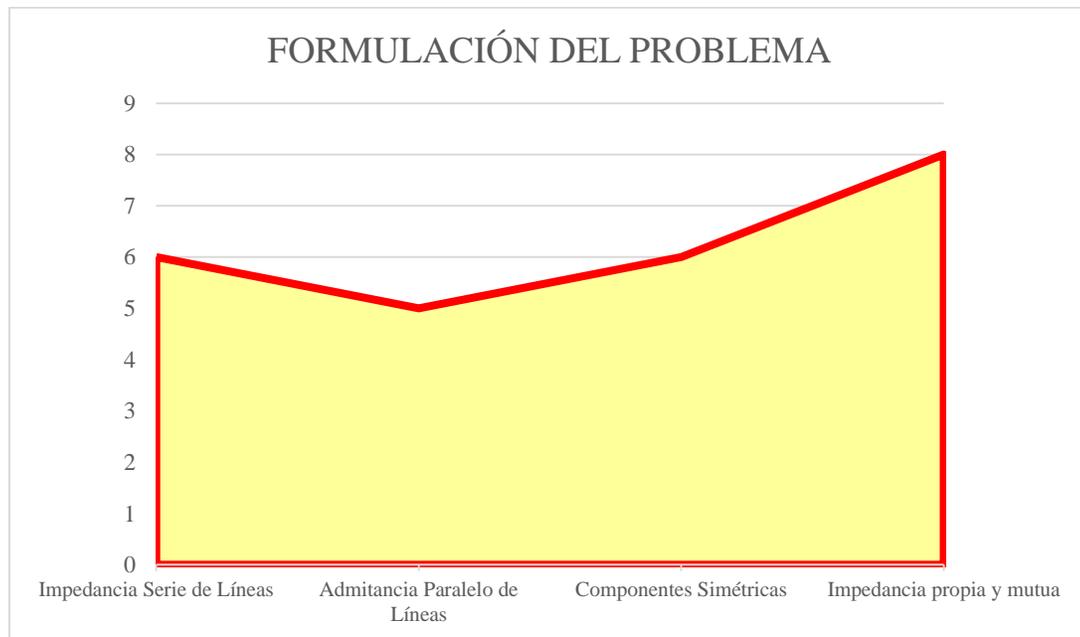


Figura 13. Indicador de formulación del problema - Estado del arte

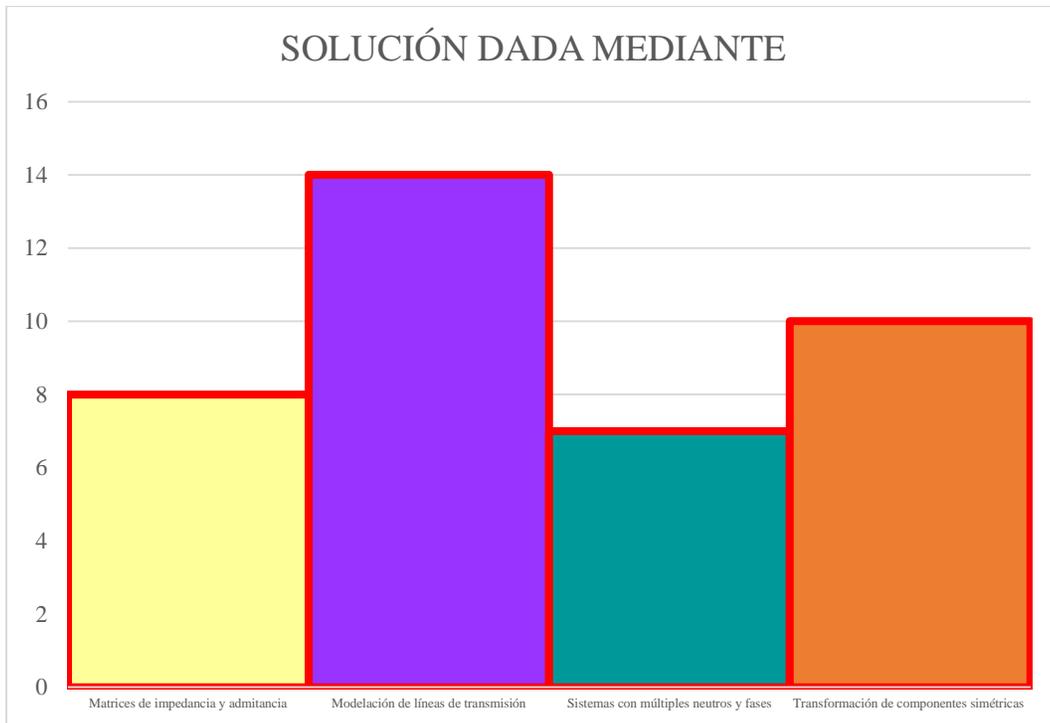


Figura 14. Indicador de solución - Estado del arte