

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE QUITO**

**CARRERA:
INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de:
INGENIERA ELECTRÓNICA**

**TEMA:
DESARROLLO DE UN CONTROLADOR EN ESPACIO DE ESTADOS
PARA UN SISTEMA BALL AND PLATE REALIMENTADO POR VISIÓN
ARTIFICIAL**

**AUTORA:
EVELYN SOLEDAD SARABIA VELÁSQUEZ**

**TUTOR:
HAMILTON LEONARDO NÚÑEZ VERDEZOTO**

Quito, Febrero del 2019

DECLARACIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Evelyn Soledad Sarabia Velásquez, con documento de identificación N° 172020345-2 respectivamente, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autora del trabajo de titulación intitulado: “DESARROLLO DE UN CONTROLADOR EN ESPACIO DE ESTADOS PARA UN SISTEMA BALL AND PLATE REALIMENTADO POR VISIÓN ARTIFICIAL”, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Electrónico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autora me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.



Evelyn Soledad Sarabia Velásquez

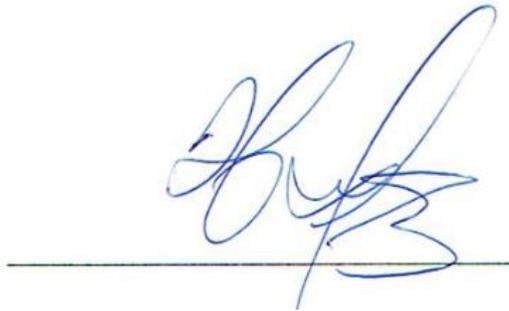
Cédula: 1720203452

Quito, Febrero 2019

DECLARACIÓN DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR

Yo, declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el proyecto técnico, “DESARROLLO DE UN CONTROLADOR EN ESPACIO DE ESTADOS PARA UN SISTEMA BALL AND PLATE REALIMENTADO POR VISIÓN ARTIFICIAL”, realizado por, Evelyn Soledad Sarabia Velásquez obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerado como trabajo final de titulación.

Quito, Febrero 2019



Ing. Hamilton Leonardo Núñez Verdezoto

Cédula de identidad: 1712981487

DEDICATORIA

"Esfuézate por no ser un éxito, sino más bien para ser de valor".

El presente proyecto se lo dedico principalmente a mi madre Martha quien es el pilar fundamental en este logro ya que es un ejemplo de mujer luchadora, que, con sus consejos, regaños y sobre todo sabiduría ante la vida me ha sabido guiar por el camino correcto, a mis hermanos Santiago y Javier por siempre apoyarme ante cualquier decisión, a mi abuelita Soledad quien es un ser admirable de cariño y ternura, que con sus ocurrencias ha sabido llenarme de felicidad, a mi familia en general y amigos que siempre estuvieron pendientes de este trabajo.

Evelyn.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por ser quien me regala un día más de vida. A mi madre por haberme inculcado valores y enseñarme que las metas que uno se traza mientras sea con esfuerzo y dedicación siempre serán alcanzadas. A mis docentes quienes supieron impartirme conocimientos a lo largo de mi carrera, pero sobre todo supieron ser más que docentes amigos siempre guiándome y ayudándome como estudiante y amiga ante problemas o situaciones adversas, haciéndome una mejor persona como ser humano y formándome como una futura profesional.

Agradezco de manera especial al Ing. Hamilton Núñez, por haberme tomado en cuenta dándome la iniciativa del tema de mi tesis, por guiarme ante la realización de este proyecto con sugerencias y por la confianza brindada para culminar el mismo. De igual manera quiero agradecer al Ing. William Montalvo por ser partícipe de este gran logro.

Evelyn.

ÍNDICE DE CONTENIDO

DECLARACIÓN DE DERECHOS DE AUTOR	ii
DECLARACIÓN DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR.....	iii
DEDICATORIA.....	iv
AGRADECIMIENTO	v
RESUMEN.....	xiv
ABSTRACT	xv
INTRODUCCIÓN	xvi
CAPÍTULO 1	1
ANTECEDENTES	1
1.1 Problema de estudio	1
1.2 Justificación	1
1.3 Objetivos.....	2
1.3.1 Objetivo General	2
1.3.2 Objetivos Específicos	2
1.4 Metodología	2
CAPÍTULO 2	3
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA	3
2.1 Sistema de Control	3
2.2 Sistema de Control en Lazo Abierto	4
2.3 Sistema de Control en Lazo Cerrado.....	5
2.4 Segunda Ley de Newton.....	6
2.5 Movimiento de Torsión	6

2.6 Rodamiento sin Deslizamiento	7
2.7 Sistemas Inestables.....	8
2.8 Espacio de Estados	9
2.9 Visión Artificial	9
2.10 Viabilidad	10
2.11 PID convencional por el método de Ziegler Nichols	13
CAPÍTULO 3	14
DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN	14
3.1 Descripción del Hardware	14
3.1.1 Base Inferior.....	14
3.1.2 Base Superior	15
3.1.3 Plataforma	16
3.1.4 Pivote Central.....	17
3.1.5 Biela – Manivela	18
3.1.6 Soporte Cámara	19
3.1.7 Servomotor.....	20
3.1.8 Cámara digital	21
3.1.9 Arduino MEGA 2560	22
3.2 Diseño del Controlador.....	24
3.2.1 Modelado de la Planta	24
3.2.2 Energía Cinética del Sistema	24
3.2.3 Energía Potencial del Sistema.....	27
3.2.4 Modelamiento en Variables de Estado	29

3.2.5 Modelo reducido del sistema	30
3.2.6 Linealización del Sistema	30
3.2.7 Función de Transferencia.....	32
3.2.8 Representación en Espacio de Estados	33
3.2.9 Controlabilidad y Observabilidad	35
3.3 Descripción del algoritmo	37
3.3.1 Desarrollo en espacio de estados.....	38
3.3.2 Retroalimentación de Estados	39
3.3.3 Retroalimentación de Estados con Observador.....	40
3.3.4 Diseño del controlador en Labview.....	41
3.3.5 Algoritmo de Vision Artificial	43
3.3.6 Arduino	46
3.3.7 Módulo USB-TTL.....	47
3.3.8 Interfaz de Usuario	49
CAPÍTULO 4	52
PRUEBAS Y RESULTADOS	52
4.1 Ensayo con PID convencional	52
4.1.1 Procedimiento	52
4.1.2 Resultados	53
4.1.3 Cálculo de errores.....	53
4.2 Ensayo con Espacio de Estados	55
4.2.1 Procedimiento	55
4.2.2 Resultados	56

4.2.3 Cálculo de errores.....	56
4.3 Comparación de los controladores	57
CONCLUSIONES	59
RECOMENDACIONES	60
ANEXOS.....	64
ANEXO 1	65
Estructura de la plataforma ball and plate	65
ANEXO 2	66
Programa en Labview del controlador en espacio de estados	66

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 Esquema general de un sistema	3
Figura 2.2 Representación general de un sistema de control	4
Figura 2.3 Diagrama sistema de control en lazo abierto.....	4
Figura 2.4 Diagrama Sistema de Control en Lazo Cerrado	5
Figura 2.5 Rodar sin Deslizar	7
Figura 2.6 Estabilidad de sistemas de control	8
Figura 2.7 Modelo de espacios de estado típico	9
Figura 2.8 Proyecto realizado por Mg. Víctor Manuel Huilcapi.....	11
Figura 2.9 Proyecto realizado por Dr. Pedro de Otaola	12
Figura 2.10 Proyecto realiza por Roya Khaje, Hassan Khajvand	12
Figura 3.1 Base Inferior	14
Figura 3.2 Base Superior.....	15
Figura 3.3 Plataforma.....	16
Figura 3.4 Pivote Central	17
Figura 3.5 Biela – Manivela	18
Figura 3.6 Soporte Cámara.....	19
Figura 3.7 Servomotor 485HB	20
Figura 3.8 Cámara Web	22
Figura 3.9 Placa Arduino modelo Mega	23
Figura 3.10 Composición de velocidades de la esfera.....	24
Figura 3.11 Diagrama de la esfera sobre un plano inclinado	27
Figura 3.12 Grado máximo de movimiento de la plataforma	30

Figura 3.13 Linealización función senoidal	31
Figura 3.14 Representación de un sistema en espacio de estados	33
Figura 3.15 Diagrama General del Sistema	37
Figura 3.16 Representación del Sistema con Retroalimentación de Estados.....	40
Figura 3.17 Respuesta del Sistema con Retroalimentación	40
Figura 3.18 Representación del Sistema con Observador.....	41
Figura 3.19 Respuesta del Sistema con Observador.....	41
Figura 3.20 Diagrama de flujo obtención de datos.....	42
Figura 3.21 Ecuación de retroalimentación con Observador	43
Figura 3.22 Bloque IMAQ Create	43
Figura 3.23 Bloques de Vision Acquisition and Vision Assistant	44
Figura 3.24 Script que contiene el algoritmo de los sub-bloques.....	44
Figura 3.25 Script del sub-bloque Pattern Matching	45
Figura 3.26 Representación de los puntos del cuadrado.....	46
Figura 3.27 Programación Servomotores.....	46
Figura 3.28 Programación en Labview servo.....	47
Figura 3.29 Módulo USB – TTL - PL2303.....	47
Figura 3.30 Bloque Visa Serial	49
Figura 3.31 Interfaz de Usuario	49
Figura 3.32 Selección de posición de la esfera.....	50
Figura 3.33 Selección puerto COM	50
Figura 3.34 Ganancias en Espacio de Estado.....	51
Figura 3.35 Análisis de Resultados.....	51

Figura 4.1 Posición de la esfera en el eje X	53
Figura 4.2 Posición de la esfera en el eje X	56
Figura 4.3 Comparación de error eje X.....	58
Figura 4.4 Comparación del error eje Y	58

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1 Método de ganancia para sintonización de PID.....	13
Tabla 3.1 Características de Base Inferior	15
Tabla 3.2 Características de Base Superior	16
Tabla 3.3 Características de la Plataforma	17
Tabla 3.4 Características de Pivote Principal.....	18
Tabla 3.5 Características Biela - Manivela	19
Tabla 3.6 Características Soporte de Cámara.....	20
Tabla 3.7 Características Servomotor	21
Tabla 3.8 Características Cámara	22
Tabla 3.9 Características Arduino Mega.....	23
Tabla 3.10 Variables del Sistema	25
Tabla 3.11 Descripción de los pines del módulo USB-TTL-PL2303.....	48
Tabla 3.12 Características técnicas del módulo USB-TTL-PL2303	48
Tabla 4.1 Valores para obtener el IEA de un PID en el eje x	54
Tabla 4.2 Valores para obtener el IEA de un PID en el eje y	54
Tabla 4.3 Valores para obtener el IEA en Espacio de Estados en el eje x.....	57
Tabla 4.4 Valores para obtener el IEA en Espacio de Estados en el eje y.....	57

RESUMEN

En el presente proyecto, se detalla el controlador en espacio de estados para control de un sistema ball and plate realimentado por visión artificial. Para inicializar el controlador se procedió a encontrar el modelo matemático de la planta no lineal mediante el análisis de diferentes ecuaciones que rige la dinámica del sistema, al obtener su función de transferencia es necesario linealizar la ecuación encontrada y representarla en variable de estados con el fin de diseñar un controlador en espacio de estados. Se analiza si el controlador es óptimo y no presenta errores por medio de pruebas realizadas en el software de Matlab, observando los resultados de trayectoria. Para que el controlador se vuelva más estable se implementó un observador que elimine las perturbaciones o ruido existentes en el sistema. El objetivo de este proyecto es controlar la posición de la esfera sobre un plano que cambia sus ángulos de inclinación para posicionar la bola en un punto específico de la plataforma, esta se puede controlar mediante un set point por medio de visión artificial que indica las coordenadas “x” y “y” en las que se desplaza la esfera. Se desarrolló una interfaz visual en Labview para obtener las ganancias del controlador y poder escoger la posición deseada de la bola. El cálculo de error se obtuvo mediante la ecuación integral del error absoluto (IEA), implementando una comparación del desempeño entre el controlador PID convencional y el controlador en Espacio de Estados.

ABSTRACT

In the present project, the controller is detailed in the state space for control of a ball and plate system fed by artificial vision. To initialize the controller, we proceeded to find the mathematical model of the non-linear plant by analyzing different equations that governs the dynamics of the system, to obtain its transfer function it is necessary to linearize the equation found and represent it in variable states in order to design a controller in state space. It is analyzed if the controller is optimal and does not present errors through tests carried out in the Matlab software, observing the trajectory results. In order for the controller to become more stable, an observer was implemented to eliminate disturbances or noise in the system. The objective of this project is to control the position of the sphere on a plane that changes its angles of inclination to position the ball at a specific point on the platform, this can be controlled by a set point by means of artificial vision that indicates the coordinates "X" and "y" in which the sphere moves. A visual interface was developed in Labview to obtain the controller's gains and to be able to choose the desired position of the ball. The calculation of error was obtained by means of the integral equation of the absolute error (IEA), implementing a performance comparison between the conventional PID controller and the controller in Statespace.

INTRODUCCIÓN

El sistema ball and plate es un dispositivo electromecánico que resulta llamativo para los estudiantes de control dada su complejidad, permite el estudio teórico y práctico para implementar diferentes técnicas de control. El proyecto se centra en un sistema inestable, siendo este muy común en la industria, el proceso para desarrollar un controlador que estabilice el sistema se basa en el modelado de la planta. El trabajo está orientado a la investigación de temas que son de importancia para la mejora de un controlador. A continuación, se detalla la distribución de los capítulos en los que se encuentra el trabajo:

En el capítulo uno, se presenta el problema de estudio del tema propuesto con su justificación, objetivos para cumplir con el proyecto y metodología.

En el capítulo dos, se describe fundamentos teórica, principales conceptos de control moderno, técnicas de visión artificial, método de Ziegler Nichols para un PID convencional y viabilidad de proyectos de investigación similares al ball and plate que comprueben su correcto funcionamiento.

En el capítulo tres, se describe el hardware el cual detalla cada parte mecánica y estructural de la planta, se hace la identificación del sistema para obtener el modelo matemático que arroja una función de transferencia la cual es cambiada a variables de estado para poder diseñar el controlador, el desarrollo del software se implementó en Labview, al igual que el procesamiento de imágenes, con una interfaz gráfica amigable para el usuario, en la cual pueda manipular y poner en funcionamiento la plataforma.

En el capítulo cuatro, se presenta dos ensayos, uno con el controlador PID convencional y otro con el controlador en espacio de estados, mostrando simulaciones y resultados comparativos entre datos experimentales y los obtenidos con el sistema.

Finalmente, se describen las conclusiones a las que se ha llegado con el proyecto realizado y las recomendaciones que permitan un mejor manejo y desempeño del sistema.

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES

1.1 Problema de estudio

En el medio en el que vivimos existe diversidad de elementos naturales que se encuentran fuera de equilibrio como, son las reacciones químicas, la dinámica del océano o cualquier sistema vivo sobre la tierra, etc. En los sistemas hay competencia para la pérdida de cantidades que son medibles como lo es la energía o la materia. Para estudiar estos fenómenos y entenderlos de mejor manera se basa en la interpretación de sistemas no lineales, es decir, estos relacionan sus variables con un conjunto de ecuaciones definidos por el sistema.

Para temas de estudio de la inestabilidad es muy importante tener equipos o plantas especializadas dentro de los laboratorios de la universidad, con el fin de identificar las diferencias entre las técnicas que se tiene dentro de la ingeniería de control, como el PID, PD, redes neuronales, lógica difusa, espacio de estados, etc.

Gran parte de sistemas no lineales pertenecen a elementos físicos naturales, sin embargo, no todos pueden ser considerados de la misma manera, ya que existen fenómenos que se asemejan a un sistema lineal. La técnica de un control no lineal ayuda a entender de mejor manera un elemento físico y el resultado sobre el mismo. Por esta razón, es necesario conocer el punto de equilibrio para obtener el modelado del sistema, considerando la mejor estabilidad.

El método de control realimentado es esencial dentro de estos sistemas inestables para hacerlos operar de forma adecuada, tal es el caso que para su demostración se desarrollará un controlador en espacio de estados llevando a cabo el caso del sistema ball and plate que consiste en llevar la esfera de una posición inicial a una posición final dentro del plano y estabilizarla.

1.2 Justificación

El sistema ball and plate es uno de los casos típicos para hacer más sencilla la enseñanza de la Teoría de Control, puesto que introduce el tema de sistemas no lineales e inestables, así como poder realizar prácticas interactivas dentro del laboratorio.

Al tener un hardware existente se plantea el desarrollo de un controlador en espacio de estados con el objetivo de que los estudiantes que utilizan el laboratorio puedan analizar la diferencia que existe entre distintos sistemas de control que se pueden adecuar al sistema mencionado.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Desarrollar un controlador en espacio de estados para control de un sistema ball and plate realimentado por visión artificial.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Identificar la planta del sistema ball and plate para obtener su modelo matemático.
- Utilizar la técnica del procesamiento digital de imágenes para medir la posición de la esfera sobre el plato en un plano x, y .
- Diseñar e implementar un controlador en espacio de estados para control del sistema ball and plate.
- Analizar el controlador en espacio de estados con un PID convencional utilizando la integral del error absoluto para determinar el mejor desempeño.

1.4 Metodología

Para el desarrollo del proyecto se basa en una investigación bibliográfica de sistemas inestables, no lineales y el funcionamiento del sistema ball and plate, con el fin de obtener bases teóricas para la realización del modelamiento matemático del mismo.

Para obtener una posición específica de la esfera en un plano x,y se requiere de un sistema de adquisición de datos que genere una señal de medida y se implemente una web cam ubicada sobre la plataforma e integrar el procesamiento digital de imágenes.

Luego de haber obtenido los datos se procede a analizar, simular y realizar la programación del controlador e integrarlo a la planta. Una vez desarrollado el controlador se implementa al hardware existente, con el propósito de que los estudiantes puedan diferenciar el desempeño del controlador en espacio de estados con un PID convencional.

CAPÍTULO 2

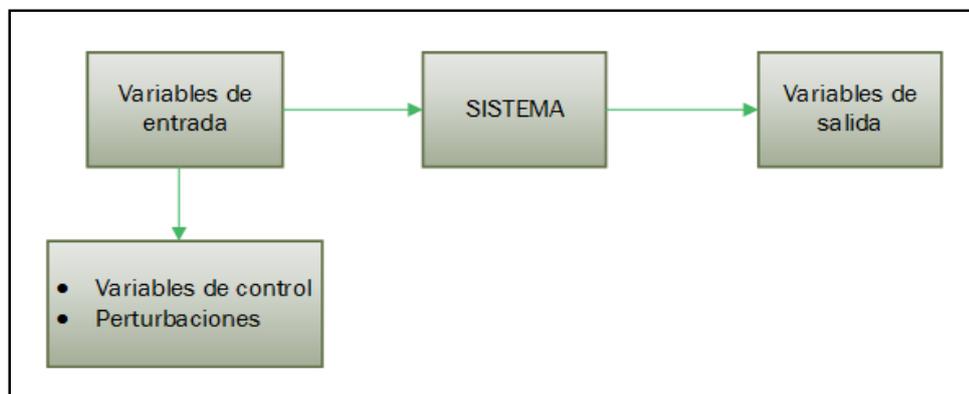
FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1 Sistema de Control

Un sistema de control es aquel que recibe variables de entrada, donde cuya respuesta son variables de salida. El sistema está compuesto por variables de control que permiten su manipulación y otras sobre las que no se tiene acceso a manipular ningún tipo de control como son las perturbaciones. (Brotons, 2004)

La Figura 2.1 ilustra en un modo conceptual el funcionamiento de un sistema.

Figura 2.1 Esquema general de un sistema

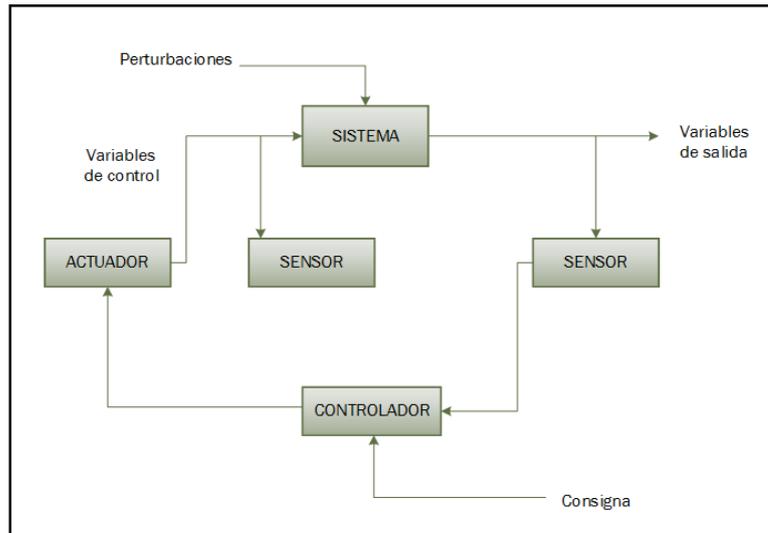


Dentro de los elementos básicos que forman parte de un sistema de control y permiten su manipulación se tienen:

- **Sensor:** Dispositivo de medida que indica los valores del Sistema
- **Controlador:** Modifica los valores determinados por los sensores, gestionando el cálculo con varias estrategias, el cual se aplicará a las variables de control
- **Actuador:** Es el mecanismo que permite el control de movimiento del sistema ejecutando una acción sobre las variables de control.

La Figura 2.2 indica la representación de un sistema de control genérico.

Figura 2.2 Representación general de un sistema de control



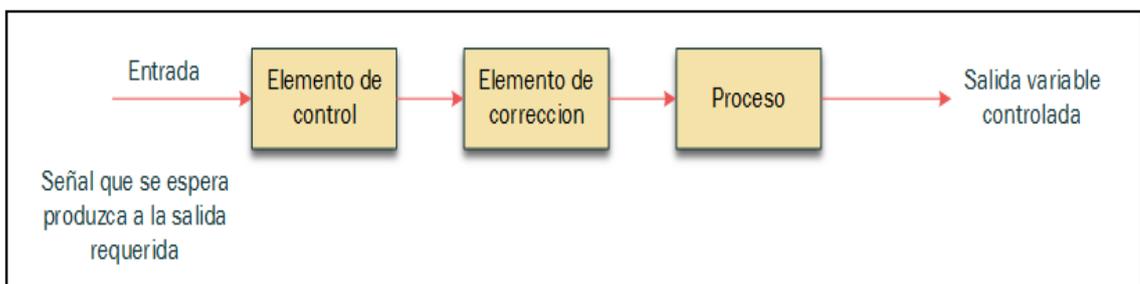
2.2 Sistema de Control en Lazo Abierto

En un sistema de control en lazo abierto, las señales y perturbaciones se calcula tomando en cuenta la dinámica del sistema, esto permite al usuario conocer las necesidades que requiere el mismo. Sin embargo, el lazo abierto es insuficiente debido a los errores que se presentan ante las perturbaciones y los errores estimados del modelo.

En la práctica, se hace uso del control en lazo abierto cuando no hay perturbaciones internas, externas y se conoce la relación que existe entre una entrada y salida, es por ello que se agrupa un lazo cerrado con lazo abierto, lo cual permite que el lazo cerrado compense los errores que se crean ante un lazo abierto. (Salvetti, 2012)

Como se puede observar la Figura 2.3, muestra los elementos básicos que forman parte de un sistema de control en lazo abierto tenemos:

Figura 2.3 Diagrama sistema de control en lazo abierto



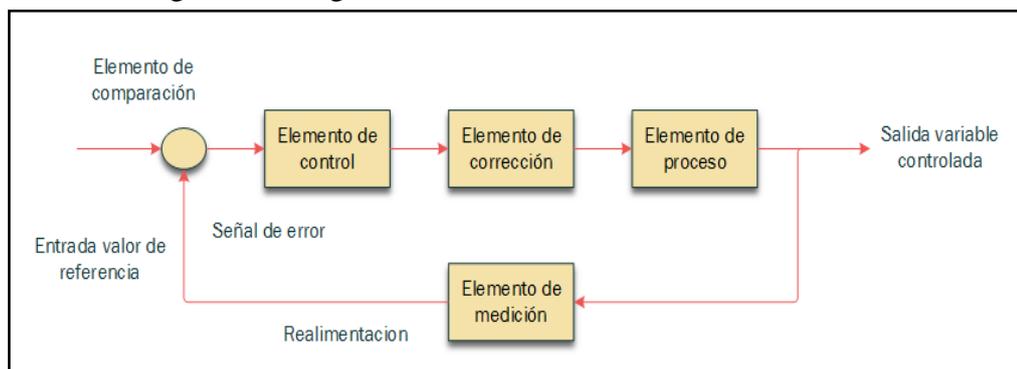
- **Elemento de control:** Determina la acción de la entrada que va a tomar ante el sistema.
- **Elemento de corrección:** Realiza el cambio en la variable que se va a controlar por medio de una entrada dando como resultado un valor óptimo y adecuado para el proceso.
- **Proceso:** Controla la variable de la planta del sistema.

2.3 Sistema de Control en Lazo Cerrado

En un sistema de control en lazo cerrado, la acción de control se la obtiene en base a la medida del error entre la señal deseada y la variable a controlar. Las variables de salida indirectamente consideran las perturbaciones como un error. Esta técnica de control es aplicable a variables que se puedan controlar. Gran parte de los sistemas que se desarrollan en control se basan en lazo cerrado ya que permiten una mejor estabilidad ante sistemas no lineales. (Salveti, 2012)

El término control en lazo cerrado siempre implica el uso de una acción de control realimentando para reducir el error del sistema, como se puede observar la Figura 2.4, muestra los elementos básicos que forman parte del mismo.

Figura 2.4 Diagrama Sistema de Control en Lazo Cerrado



- **Elemento de comparación:** Compara el valor de la variable controlada con un valor de referencia por medio de una salida, produciendo un error que indica la diferencia del dato conseguido a la salida con respecto al dato que el usuario requiere ante la planta.

- **Elemento de control:** Ante una señal de error decide cual es la mejor opción a tomar.
- **Elemento de corrección:** Al eliminar la señal de error, este produce un cambio en el proceso.
- **Elemento de proceso:** Variable a controlar dentro de la planta del sistema.
- **Elemento de medición:** Produce una señal que compara la relación entre la variable controlada y la señal de realimentación, determinando así, si existe un error en el sistema.

2.4 Segunda Ley de Newton

“La fuerza que actúa sobre un cuerpo (o la resultante de varias fuerzas) es igual a la aceleración que produce éste multiplicada por una constante del cuerpo mencionado, a la que se llama masa.” Como lo indica la Ecuación 2.1. (Universo, 2017)

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad \text{Ec. 2.1}$$

Dentro de las fueras que intervienen cuando la esfera está sobre la plataforma, se tiene, la fuerza de fricción, la fuerza normal y la provocada por la aceleración de la gravedad y la masa de la misma, también se toma en cuenta que al momento de que la esfera se traslada lo hace rodando no deslizando puesto que en la plataforma la esfera está sometida a movimiento de traslación y rotación.

2.5 Movimiento de Torsión

El momento de torsión se define como se indica en la Ecuación 2.2 la tendencia a producir un cambio en el movimiento rotacional es igual a la magnitud de su fuerza multiplicado por la distancia de su brazo de palanca. (University, 2011)

$$\tau = F \cdot R \quad \text{Ec. 2.2}$$

Se aplica a un cuerpo rígido el movimiento de torsión, dando como parámetro la aceleración angular siendo esta inversamente proporcional al momento de inercia del cuerpo. El momento de torsión mide la fuerza con la que gira un cuerpo en cierto eje.

De igual manera como la segunda ley de Newton expresada en la Ecuación 2.3 se dice que lo que actúa sobre una partícula es igual a la masa de la misma tomando en cuenta su aceleración para poder obtener como resultado una fuerza total. Las variables que determinan el momento de torsión sobre un cuerpo rígido es el momento de inercia que ejerce esta sobre el eje de rotación generando así una aceleración angular. (Milena Moreno , 2010)

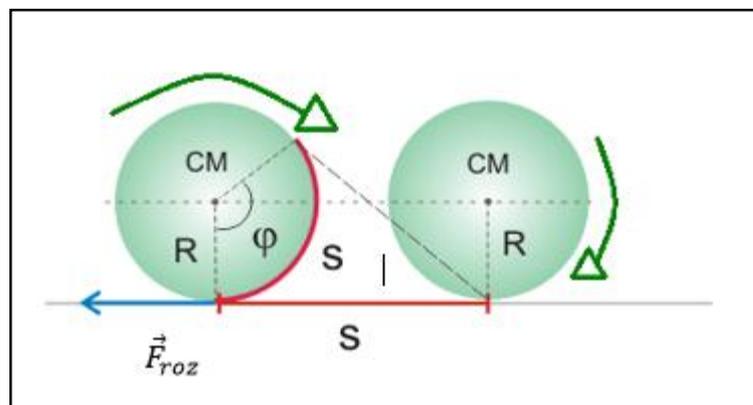
$$\sum \tau = I \cdot \alpha \quad \text{Ec. 2.3}$$

2.6 Rodamiento sin Deslizamiento

Cuando un cuerpo solido rota a la vez que se traslada describir el movimiento con respecto a un sólido rígido inercial puede ser una tarea ardua, pero se simplifica si el sólido realiza lo que se conoce como rodadura, es decir, que gira sin deslizar.

Para que ruede la esfera apoyada en la plataforma debe haber alguna fuerza que haga momento con respecto al centro de la masa, por ejemplo, una fuerza de rozamiento, ya que ni el peso ni la normal ejercen momento con respecto al centro de la masa.

Figura 2.5 Rodar sin Deslizar



Fuente: (Teresa & Serrano, 2013)

Tomando como referencia la Figura 2.5, la velocidad con la que se traslada el centro de la masa será la derivada con respecto al tiempo de dicho desplazamiento. Mostrada en la Ecuación 2.4 y 2.5.

$$V_{CM} = \frac{ds}{dt} = \frac{d(R\varphi)}{dt} = R \frac{d\varphi}{dt} \quad \text{Ec. 2.4}$$

Puesto que la variación del ángulo girado es la velocidad angular de rotación ω , se tiene finalmente que:

$$V_{CM} = R \cdot \omega \quad \text{Ec. 2.5}$$

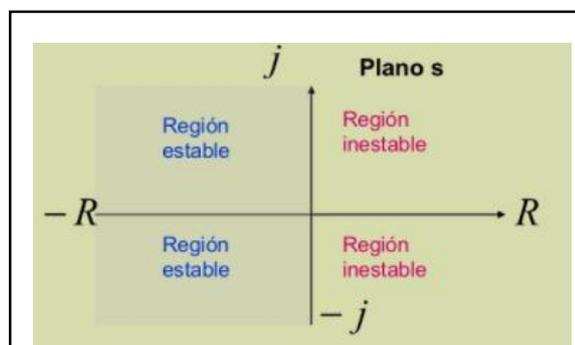
2.7 Sistemas Inestables

La estabilidad de un sistema se forma mediante la ubicación de polos negativos que son raíces de una ecuación característica del plano 's' y la inestabilidad se encuentra en el semiplano derecho con polos positivos.

Lo que se tiene primero en cuenta es que los procesos físicos por naturaleza son inestables. Esto involucra que las plantas con modelos estables o lineales están trabajando con proximidades de un proceso físico real. La información obtenida sobre la dinámica de la planta son aproximaciones en los rangos de trabajo. Para los sistemas inestables no hay un método general para plantear un controlador, pero cada problema cuenta con una técnica aplicable. (Milena Moreno , 2010)

La técnica de linealización se basa en una transformada del modelo del sistema real en un modelo semejante. Esta consiste en una transformación algebraica de la dinámica del sistema inestable a una estabilidad, de manera que se permita aplicar modelos de control estable o lineal al sistema.

Figura 2.6 Estabilidad de sistemas de control



Fuente: (Milena Moreno , 2010)

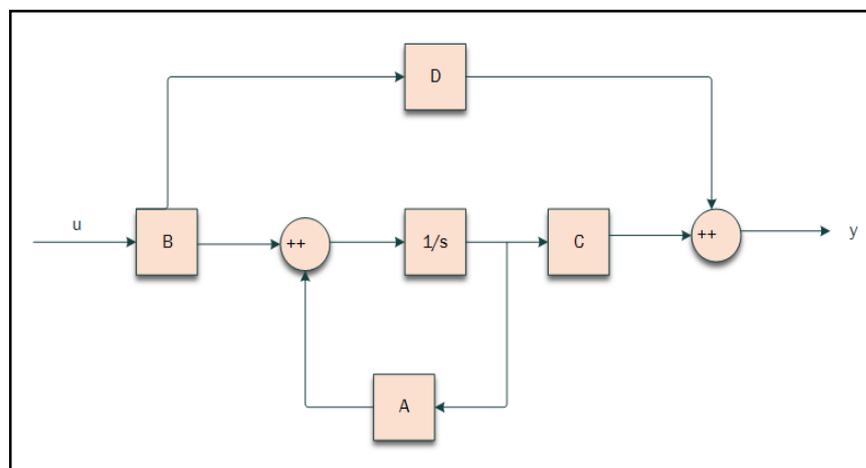
2.8 Espacio de Estados

En sistemas de control, una representación de espacios de estados es un sistema moderno que posee un conjunto de entradas y salidas que se relacionan entre sí de una forma compleja. Para analizar un sistema de este tipo, se tiene la capacidad de conocer y controlar en cierta medida la dinámica interna de un sistema y su respuesta, ya que debe ser capaz de determinar las expresiones matemáticas, describiendo las ecuaciones de espacio de n dimensiones de ecuaciones diferenciales de primer orden, que se combinan en una sola ecuación que puede ser representada como un vector de primer orden dentro de ese espacio. (Ogata, 2010)

La utilización de notación matricial simplifica de manera considerable la representación matemática de los sistemas de ecuaciones. La adición de variables de estado, de variables de entradas o de salidas en cuanto a la complejidad de las ecuaciones estas no se verán aumentadas.

Si el sistema que se muestra en la Figura 2.7 se indica como función de transferencia, las variables de estado deben ser mínimas para que sea igual al número del denominador de la función transferencia para poder reducir a una fracción propia.

Figura 2.7 Modelo de espacios de estado típico



2.9 Visión Artificial

En la actualidad la visión humana es considerada la más eficiente para la interpretación específica de escenas complejas no estructuradas, la visión artificial destaca en la medición de escenas estructurales por su precisión y velocidad. Un ejemplo es la línea

de producción, mediante visión artificial se puede examinar cientos hasta miles de piezas por minuto. En base a la resolución de una cámara un sistema de visión artificial puede registrar fácilmente detalles de un objeto que a la vista del ojo humano son difíciles de captar ya que son demasiados pequeños. (Cognex)

Se detalla visión artificial como un campo de la inteligencia artificial que, mediante un proceso que realiza la captación de imágenes y la obtención de una señal por medio de técnicas adecuadas para analizar cualquier tipo de información obtenida mediante las imágenes digitales que capta la cámara.

Un conjunto de procesos es lo que compone una visión artificial destinado al análisis de imágenes. Los procesos que pueden encontrarse dentro del mismo son la memorización de información, procesar e interpretar los resultados. Lo que permite y facilita a visión artificial es automatizar tareas repetitivas realizadas por operadores. (Bueno & Maldonado , 2017)

En visión artificial se emplean algoritmos asimilables a la inteligencia artificial (redes neuronales, sistemas que se rigen con reglas, clasificadores, etc.) pero son aplicaciones que van desde la trayecto en píxeles a sistemas complejos como filtrados específicos o una búsqueda de patrones.

2.10 Viabilidad

Las plataformas didácticas ayudan a los estudiantes de ingeniería a comprender los sistemas de control de una forma práctica y relativamente simple, permitiendo la aplicación de técnicas de control clásicas y modernas en el aula.

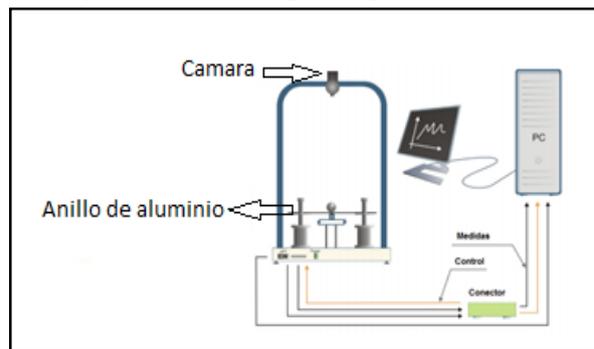
Dentro de los casos típicos para demostración y aplicación de sistemas de control, se tiene el sistema ball and plate, que es una versión didáctica y a la vez compleja, la cual consiste en controlar la posición de una pelota sobre una plataforma, dicha plataforma cambia sus ángulos de inclinación para mantener la pelota en una posición específica.

Para la elaboración del presente proyecto se ha tomado en consideración ejemplos prácticos de control no lineal e inestable aplicado al sistema ball and plate con diferentes modelamientos.

- Un ejemplo práctico es el modelo realizado por el Mg. Víctor Manuel Huilcapi el cual determina varios problemas. Uno de ellos fue la estabilidad de la esfera. El Mg. Huilcapi crea en modo manual un algoritmo de control difuso mediante una señal de referencia tipo escalera en donde se intenta colocar la posición de la esfera sobre la plataforma de los ejes (x,y), y, en modo automático, lo realiza por medio de una onda cuadrada periódica que permite examinar la robustez del controlador al estabilizar la bola en un determinado punto sobre el plano. Como se observa en la Figura 2.8.

El algoritmo mencionado fue implementado en LabView, con el fin de poder exportar datos de las variables por medio de una herramienta matemática en Matlab, el mismo que permitirá evaluar la comparación y análisis del presente proyecto.

Figura 2.8 Proyecto realizado por Mg. Víctor Manuel Huilcapi

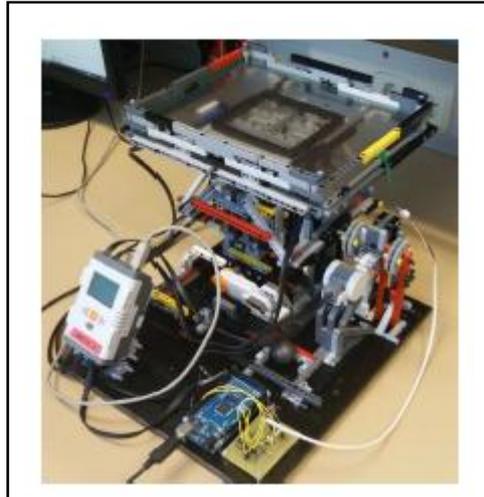


Fuente: (Huilcapi, 2015)

- Existe otro caso de sistema ball and plate realizado por el Dr. Pedro de Otaola, pensando en minimizar el costo y haciendo más factible la implementación. Se planteó un reto en la construcción de una plataforma basada en LEGOS Technic, usando como controlador principal NXT. Además, el controlador se basa en la utilización de Matlab y Simulink.

Durante el montaje se encontraron con dificultades estructurales relacionados con la flexibilidad de las piezas de plástico. Utiliza una pantalla táctil de sensor resistiva en el cual determina la posición de la bola sobre el plano cuya señal se procesa mediante un circuito realizado en KiCad con una comunicación I2C como se observa en la Figura 2.9.

Figura 2.9 Proyecto realizado por Dr. Pedro de Otaola



Fuente: (Otaola Arca, 2015)

- Se encuentra otro ejemplo de sistema como es el caso de un controlador de seguimiento de trayectoria lógica difusa de un manipulador paralelo de bola y placa 3-RRS desarrollados por Roya Khaje, Hassan Khajvand, su estructura se basa en conectar tres extremidades desde una base hacia una placa triangular equilátera móvil la cual cuenta con dos juntas pasivas esféricas y giratorias. Lo que permite un grado de libertad rotativo, se usan dos sistemas de coordenada X y Y lo que permite obtener ecuaciones de movimiento cinemático como se aprecia en la Figura 2.10.

Figura 2.10 Proyecto realiza por Roya Khaje, Hassan Khajvand



Fuente: (Pour & Khajvand, 2016)

2.11 PID convencional por el método de Ziegler Nichols

Se realiza mediante el método heurístico la sintonización de un PID, esto se refiere a una selección de valores para las constantes K_p , T_i y T_d para obtener el comportamiento deseado del controlador. Ziegler y Nichols establecen ciertas reglas para determinar las ganancias. (Núñez, 2017)

El método consiste en:

- Establecer el tiempo de integración $T_i = \infty$ y el tiempo de derivación $T_d = 0$
- Incrementar el valor de la ganancia proporcional K_p de 0 hasta un valor crítico K_{cr} para que el sistema presente una oscilación permanente.
- Determinar el valor que se asigna a K_u mediante K_p
- Obtener el periodo de oscilación T_u
- Por medio de la Tabla 2.1 realizar los ajustes necesarios para regular los parámetros del controlador.

Tabla 2.1 Método de ganancia para sintonización de PID

Controlador	K_p	T_i	T_d
P	$0,5K_{cr}$	∞	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{P_{cr}}{1,2}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

Fuente: (Núñez, 2017)

Para realizar el ajuste de los parámetros que permita la sintonización del controlador PID se hace uso de los valores encontrados en la Tabla 2.1, se debe variar cada uno de los parámetros teniendo en cuenta ciertas observaciones ante el comportamiento del controlador que permita el manejo del sistema.

CAPÍTULO 3

DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN

3.1 Descripción del Hardware

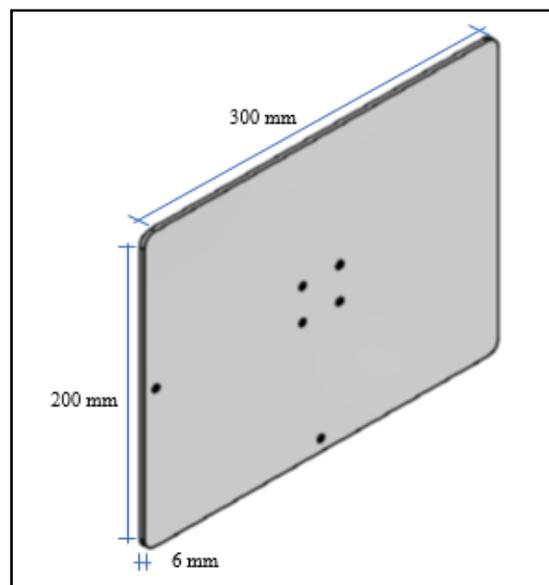
Este trabajo utiliza la estructura del sistema Ball & Plate elaborado en el proyecto Desarrollo y construcción de un sistema de Bola Balancín sobre una plataforma regulada mediante un control Fuzzy por los Sres. Tipantaxi Chiguano Dany Javier y Villacrés Puga César Andrés en el año 2017, el cual actualmente pertenece a la Universidad Politécnica Salesiana y se encuentra ubicado en el Laboratorio de Teoría de Control.

Los planos estructurales se encuentran en el proyecto antes mencionado. (Tipantaxi & Villacres , 2017)

3.1.1 Base Inferior

La superficie de la base inferior es la adecuada para distribuir los espacios en donde irá instalado la fuente de energía que alimentará la planta, el micro con sus respectivos accesorios de control y sirve como base del pivote principal. En la Figura 3.1 se puede observar el diseño y dimensiones de la base inferior.

Figura 3.1 Base Inferior



Fuente: (Tipantaxi & Villacres , 2017)

En la Tabla 3.1 se detalla las características de la base inferior.

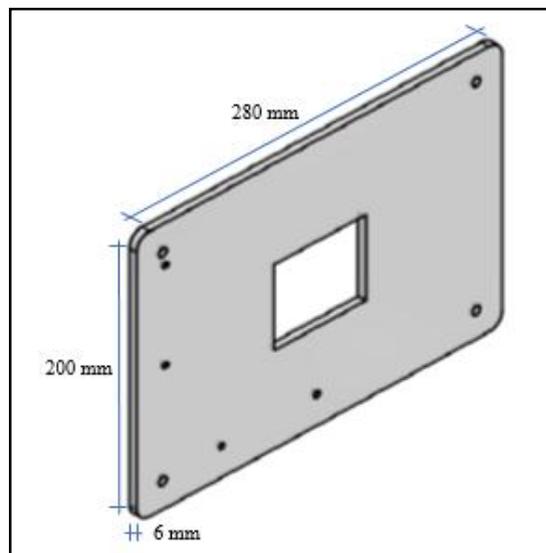
Tabla 3.1 Características de Base Inferior

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Largo	300 mm
Ancho	200 mm
Espesor	6 mm
Peso	140 gr
Material	Acrílico

3.1.2 Base Superior

La base superior se encuentra a una altura adecuada con respecto a la plataforma, se toma en consideración que el ángulo entre la biela y la manivela instalada en el eje de cada servomotor sea 90 grados con el fin de que en estado normal la plataforma este nivelada. En la Figura 3.2 se puede observar el diseño y dimensiones de la base superior.

Figura 3.2 Base Superior



Fuente: (Tipantaxi & Villacres , 2017)

En la Tabla 3.2 se detalla las características de la base superior.

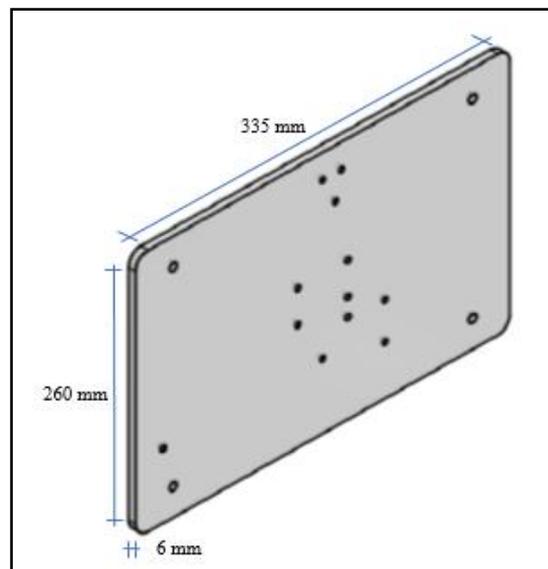
Tabla 3.2 Características de Base Superior

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Largo	280 mm
Ancho	200 mm
Espesor	6 mm
Peso	130 gr
Material	Acrílico

3.1.3 Plataforma

La plataforma está instalada en la base superior del pivote principal, la misma que va hacer controlada por la biela y manivela de cada servomotor dependiendo los ángulos de inclinación de cada uno, la superficie no debe ser exageradamente grande, puesto que los actuadores podrían hacer una fuerza mayor para moverla. En la Figura 3.3 se puede observar el diseño y dimensiones de la plataforma.

Figura 3.3 Plataforma



Fuente: (Tipantaxi & Villacres , 2017)

En la Tabla 3.3 se detalla las características de la plataforma.

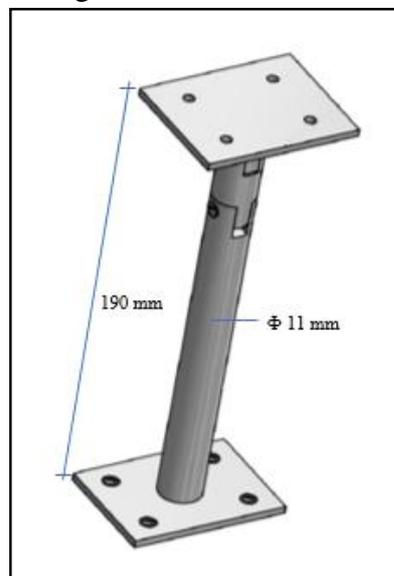
Tabla 3.3 Características de la Plataforma

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Largo	335 mm
Ancho	260 mm
Espesor	6 mm
Peso	190 gr
Material	Acrílico

3.1.4 Pivote Central

El pivote central está compuesto por el eje central, dos juntas universales, soporte inferior y soporte superior, el cual cumple con el objetivo de tolerar el peso de la plataforma y permitir girar en dos ejes de rotación (dos grados de libertad), En la Figura 3.4 se puede observar el diseño y dimensiones del pivote principal.

Figura 3.4 Pivote Central



Fuente: (Tipantaxi & Villacres , 2017)

En la Tabla 3.4 se detalla las características del pivote principal.

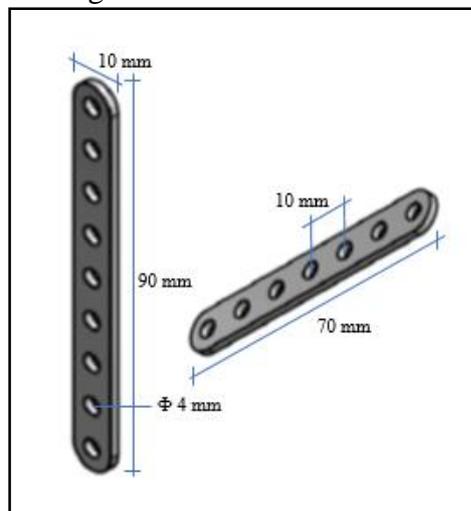
Tabla 3.4 Características de Pivote Principal

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Altura	190 mm
Diámetro	11 mm
Peso	627 gr
Material	Metal

3.1.5 Biela – Manivela

El conjunto biela-manivela se utiliza para realizar el movimiento de la plataforma con respecto al eje del servomotor, la manivela cumple con la función de hacer girar al eje del actuador con menor esfuerzo, mientras que la biela es la barra rígida que está instalada de forma estática a la plataforma. En la Figura 3.5 se puede observar el diseño y dimensiones tanto de la biela como la manivela.

Figura 3.5 Biela – Manivela



Fuente: (Tipantaxi & Villacres , 2017)

En la Tabla 3.5 se detalla las características de la biela y manivela.

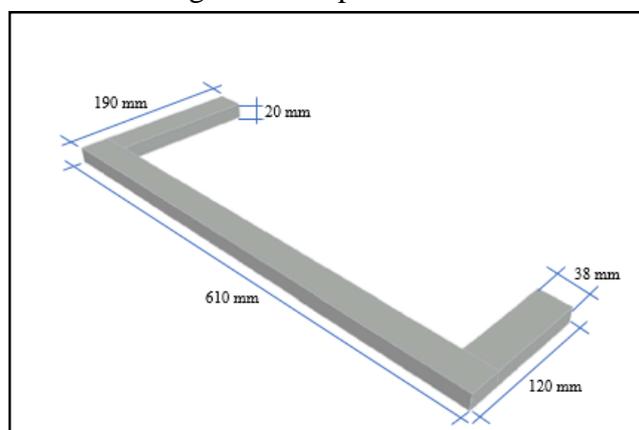
Tabla 3.5 Características Biela - Manivela

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
BIELA	
Ancho	10 mm
Largo	90 mm
Diámetro Orificio	4 mm
Distancia entre Orificios	10 mm
Peso	32 gr
Material	Metal
MANIVELA	
Ancho	10 mm
Largo	70 mm
Diámetro Orificio	4 mm
Distancia entre Orificios	10 mm
Peso	25 gr
Material	Metal

3.1.6 Soporte Cámara

El diseño del soporte se utiliza con la finalidad de instalar la webcam, la misma que se encuentra a una altura adecuada desde la plataforma, distancia en la cual la cámara capta la superficie de la plataforma en su totalidad, permitiendo de esta manera que los datos obtenidos mediante el proceso de visión artificial sean los más óptimos. En la Figura 3.6 se puede observar el diseño y dimensiones del soporte para la cámara web.

Figura 3.6 Soporte Cámara



Fuente: (Tipantaxi & Villacres , 2017)

En la Tabla 3.6 se detalla las características del soporte para cámara.

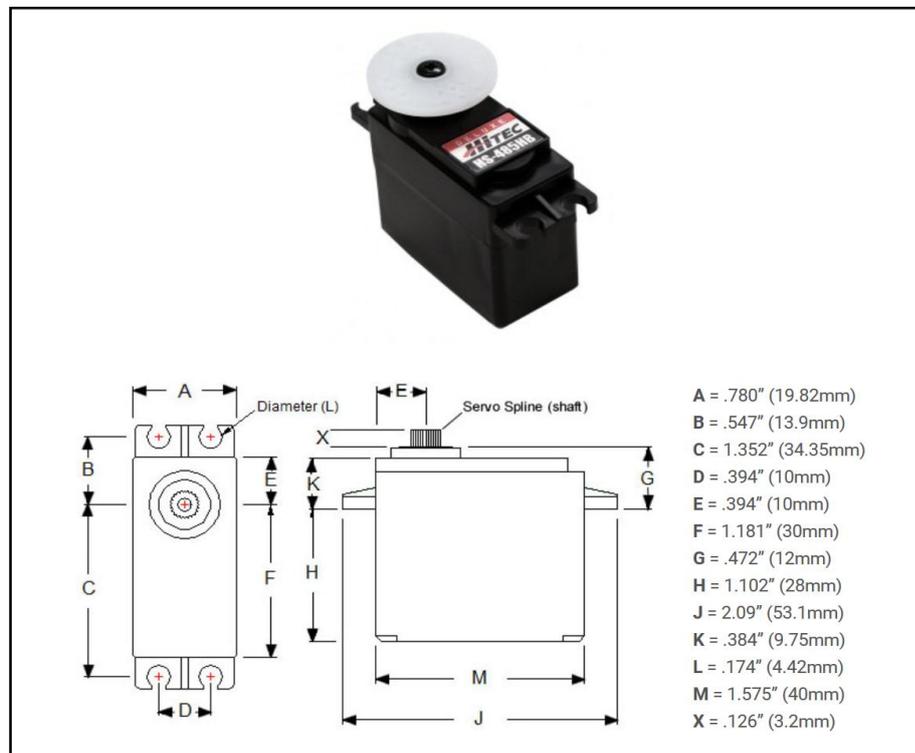
Tabla 3.6 Características Soporte de Cámara

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
BIELA	
Alto	610 mm
Ancho Inferior	120 mm
Ancho Superior	190 mm
Peso	1234 gr
Material	Aluminio

3.1.7 Servomotor

El servomotor AS-485HB es un motor especial el cual controla el estado del eje en cierto movimiento, diseñado también para mover determinados números de grados y luego mantenerse fijo en una posición. En la Figura 3.7 se puede observar el modelo y dimensiones del servomotor.

Figura 3.7 Servomotor 485HB



Fuente: (Servocity.com)

El servomotor está compuesto por componentes electromecánicos como motor DC, el cual su eje se acopla a una caja de engranajes haciendo que se produzca un torque y así permita mantenerlo en una posición fija cuando se requiera y componentes electrónicos que es la circuitería de control que se encarga de manejar el movimiento y la posición del motor.

En la Tabla 3.7 se detalla las características del servomotor AS-485HB.

Tabla 3.7 Características Servomotor

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Tipo Motor	ferrita de 3 polos
Rango Voltaje	4.8 - 6.0 v
Velocidad sin Carga (4.8v)	0.22seg/60°
Velocidad sin Carga (6.0v)	0.18seg/60°
Rango de Señal de PWM	553 - 2425 μ s
Amplitud de Pulso	3 - 5 v
Peso	45 gr
Temperatura Funcionamiento	-20°C a +60°C
Material	Plástico - Metal

3.1.8 Cámara digital

La Webcam AN-99, es una cámara endoscópica, utilizada en la vida cotidiana para captar lugares que se hace imposible observar por su dificultad de acceder, esta es una cámara USB que conectada a un ordenador permite grabar videos o tomar fotos. También se puede usar para hacer video llamadas, transmisión de videos en la red en tiempo real y muchas otras aplicaciones como las que se va analizar más adelante que es la utilización en visión artificial. En la Figura 3.8 se puede observar el modelo y accesorios de la cámara USB.

Figura 3.8 Cámara Web



Fuente: (AliExpress, 2010)

La webcam está formada por una lente, un sensor de imagen y la circuitería necesaria para manejarla. En la Tabla 3.8 se detalla las características de la cámara USB:

Tabla 3.8 Características Cámara

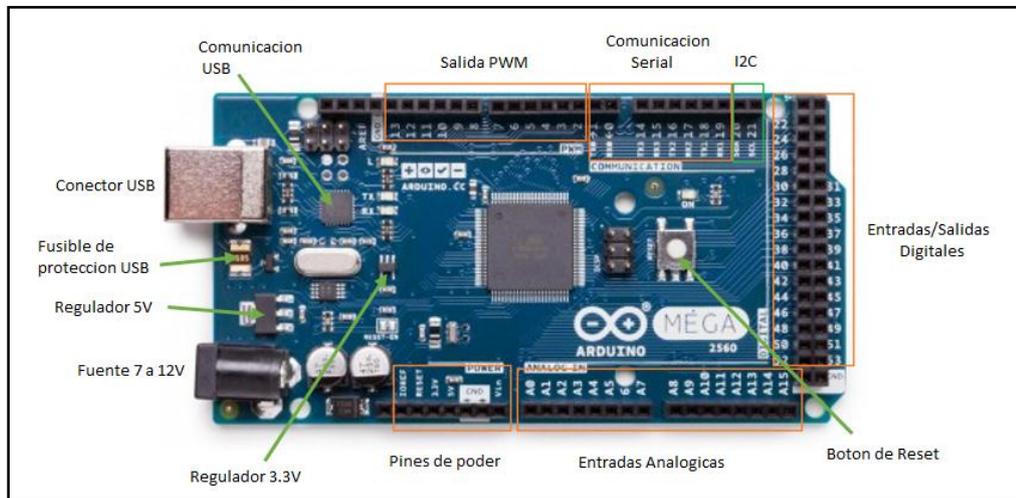
CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Lente	8 mm
Sensor	CMOS
Tecnología	Infrarroja - 6 LED
Imágenes por Segundo	30 fps
Alimentación	5 VDC
Peso	36 gr
Angulo de Visión	70°
Nivel Impermeable	IP-67
Formato de Video	.AVI
Formato de Imagen	.JPEG
Temperatura Funcionamiento	0 - 70 °C
Megapíxeles	2 MP
Resolución	640 x 480 pix.

3.1.9 Arduino MEGA 2560

Un Arduino Mega es una tarjeta de código abierto que contiene un microcontrolador, que cuenta con pines analógicos y digitales además de entradas y salidas. Es una plataforma que brinda la simplicidad de programar desde un ordenador por medio de

un puerto serial (USB) utilizando un lenguaje de programación basada en C++, el cual permite la sencillez de crear un software. En la Figura 3.9 se puede observar el modelo y partes del arduino MEGA.

Figura 3.9 Placa Arduino modelo Mega



Fuente: (Ojeda)

En la Tabla 3.9 se detalla las características del Arduino MEGA 2560.

Tabla 3.9 Características Arduino Mega

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Microcontrolador	ATmega 2560
Voltaje Operación	5VDC
Voltaje Entrada	7 - 12 VDC
Pines Digitales I/O	54 (14 con PWM)
Entradas Analógicas	16
Corriente DC por pin I/O	40 mA
Corriente DC para pin 3.3V	50 mA
Memoria Flash	256 KB
SRAM	8 KB
EEPROM	4 KB
Velocidad de Reloj	16 MHz

3.2 Diseño del Controlador

3.2.1 Modelado de la Planta

Para poder predecir de manera óptima el comportamiento de la bola en el sistema es necesario obtener un modelo de la planta muy preciso, para así diseñar un controlador que funcione de manera efectiva. Para obtener las ecuaciones con las cuales se podrá describir el comportamiento físico del sistema se utilizara el método de Lagrange. (Cedeño Nieto & Gordon Almeida, 2016)

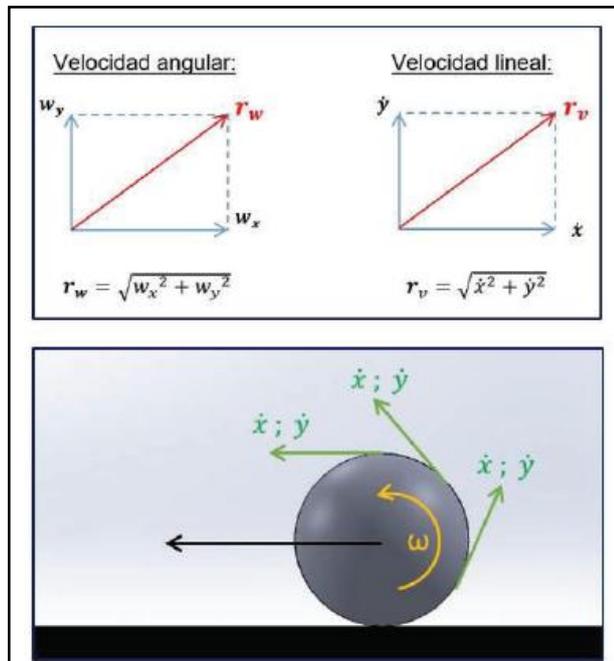
$$L(t) = E_{Csys}(t) - E_{Psys}(t) \quad \text{Ec. 3.1}$$

Donde la mecánica lagrangiana indica que es el resultado de la diferencia entre la energía cinética del objeto menos la energía potencial del mismo.

3.2.2 Energía Cinética del Sistema

La energía cinética total del sistema depende de dos energías, la primera cuando la esfera se desplaza con velocidad angular y lineal sobre la plataforma y la segunda cuando la plataforma describe un ángulo.

Figura 3.10 Composición de velocidades de la esfera



Fuente: (Cedeño Nieto & Gordon Almeida, 2016)

La energía cinética es la composición de un movimiento de traslación de un centro de masa y de un movimiento de rotación alrededor de un eje que pasa por el centro de masa.

$$E_{Csys} = E_{Cesf} - E_{Cesf_plat} \quad \text{Ec. 3.2}$$

A continuación, se describen los parámetros y variables que describen el sistema

Tabla 3.10 Variables del Sistema

VARIABLE	DESCRIPCIÓN	UNIDADES
x	Desplazamiento de la esfera a lo largo en el eje x	[m]
\dot{x}	Velocidad lineal de la esfera a lo largo en el eje x	[m/s]
\ddot{x}	Aceleración lineal de la esfera a lo largo del eje x	[m/s ²]
α	Ángulo de inclinación de la plataforma en el eje x	[rad]
$\dot{\alpha}$	Velocidad angular de la plataforma en el eje x	[rad/s]
y	Desplazamiento de la esfera a lo largo en el eje y	[m]
\dot{y}	Velocidad lineal de la esfera a lo largo en el eje y	[m/s]
\ddot{y}	Aceleración lineal de la esfera a lo largo del eje y	[m/s ²]
β	Ángulo de inclinación de la plataforma en el eje y	[rad]
$\dot{\beta}$	Velocidad angular de la plataforma en el eje y	[rad/s]
m_{esf}	Masa de la esfera	[kg]
I_{esf}	Momento de inercia de la esfera	[kg.m ²]
r_{esf}	Radio de la esfera	[m]
g	Gravedad	[m/s ²]

La energía cinética de la esfera viene dada por:

$$E_{Cesf} = E_{Crot_esf} + E_{Ctra_esf} \quad \text{Ec. 3.3}$$

Se reemplaza la sumatoria de la energía rotacional de la esfera con la energía translacional de la esfera basándose en la Figura 3.10.

$$E_{Cesf} = \frac{1}{2}I_{esf}(r_w)^2 + \frac{1}{2}m_{esf}(r_v)^2 \quad \text{Ec. 3.4}$$

$$E_{Cesf} = \frac{1}{2}I_{esf}(w_x^2 + w_y^2) + \frac{1}{2}m_{esf}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \quad \text{Ec. 3.5}$$

Las siguientes ecuaciones se obtienen mediante la velocidad tangencial.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= w_x r_{esf} & \therefore w_x^2 &= \left(\frac{\dot{x}}{r_{esf}}\right)^2 \\ \dot{y} &= w_y r_{esf} & \therefore w_y^2 &= \left(\frac{\dot{y}}{r_{esf}}\right)^2 \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.6}$$

Se realiza el reemplazo de la ecuación (3.6) en la (3.5) para obtener la ecuación (3.7).

$$\begin{aligned} E_{Cesf} &= \frac{1}{2}I_{esf} \left[\left(\frac{\dot{x}}{r_{esf}}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{r_{esf}}\right)^2 \right] + \frac{1}{2}m_{esf}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \\ E_{Cesf} &= \frac{1}{2} \left(m_{esf} + \frac{I_{esf}}{r_{esf}^2} \right) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) \end{aligned} \quad \text{Ec. 3.7}$$

Puesto que la plataforma describe un ángulo, la energía cinética de la esfera sobre la plataforma viene dada por:

$$E_{Cesf} = E_{Crot_esf_plat} + E_{Ctra_esf_plat} \quad \text{Ec. 3.8}$$

Se realiza el reemplazo en la ecuación (3.8) con respecto al ángulo de inclinación.

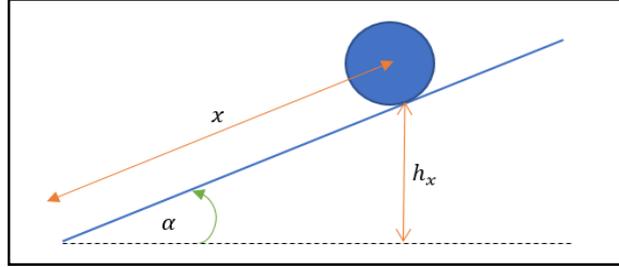
$$E_{Cesf} = \frac{1}{2}I_{esf_plat}(r_\emptyset)^2 + \frac{1}{2}m_{esf}(r_{vt})^2 \quad \text{Ec. 3.9}$$

$$E_{Cesf} = \frac{1}{2}I_{esf_plat}(\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + \frac{1}{2}m_{esf}(x\dot{\alpha} + y\dot{\beta})^2 \quad \text{Ec. 3.10}$$

3.2.3 Energía Potencial del Sistema

Con el fin de realizar un análisis dinámico del sistema para obtener la energía potencial se ilustrará en la Figura 3.11 el diagrama de la esfera sobre un plano inclinado en un punto cualquiera. (Universo, 2017)

Figura 3.11 Diagrama de la esfera sobre un plano inclinado



$$\sin \alpha = \frac{h_x}{x}$$

$$h_x = x \sin \alpha \quad \text{Ec. 3.11}$$

$$h_y = y \sin \beta$$

$$E_{P_{sys}} = m_{esf} g h \quad \text{Ec. 3.12}$$

$$E_{P_{sys}} = m_{esf} g [x \sin(\alpha) + y \sin(\beta)] \quad \text{Ec. 3.13}$$

Para obtener el Lagrangiano según la ecuación (3.10) conjuntamente con la (3.11) en el cual se realiza el reemplazo de las ecuaciones (3.7), (3.10), (3.13) por lo que se adquiere una operación como resultado:

$$L = \frac{1}{2} \left(m_{esf} + \frac{I_{esf}}{r_{esf}^2} \right) (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + \frac{1}{2} I_{esf_{plat}} (\dot{\alpha}^2 + \dot{\beta}^2) + \frac{1}{2} m_{esf} (x\dot{\alpha} + y\dot{\beta})^2 - m_{esf} g [x \sin(\alpha) + y \sin(\beta)] \quad \text{Ec. 3.14}$$

Para el análisis en el eje X y en el eje Y se aplicara la ecuación de Lagrange del movimiento.

Eje X:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] - \frac{\partial L}{\partial x} = 0 \quad \text{Ec. 3.15}$$

Utilizando la ecuación (3.14) y derivando se tiene:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = \left(m_{esf} + \frac{I_{esf}}{r_{esf}^2} \right) \dot{x} \quad \text{Ec. 3.16}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = m_{esf} x \dot{\alpha}^2 + m_{esf} y \dot{\alpha} \dot{\beta} - m_{esf} g \sin(\alpha) \quad \text{Ec. 3.17}$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right] = \left(m_{esf} + \frac{I_{esf}}{r_{esf}^2} \right) \ddot{x} \quad \text{Ec. 3.18}$$

Reemplazando las ecuaciones en la (3.15) se tiene:

$$\therefore \left(m_{esf} + \frac{I_{esf}}{r_{esf}^2} \right) \ddot{x} - m_{esf} x \dot{\alpha}^2 - m_{esf} y \dot{\alpha} \dot{\beta} + m_{esf} g \sin(\alpha) \quad \text{Ec. 3.19}$$

$$I_{esf} = \frac{2}{5} (m_{esf}) (r_{esf}^2) \quad \text{Ec. 3.20}$$

$$\frac{7}{5} \ddot{x} - x \dot{\alpha}^2 - y \dot{\beta}^2 + g \sin(\alpha) = 0 \quad \text{Ec. 3.21}$$

Eje Y:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right] - \frac{\partial L}{\partial y} = 0 \quad \text{Ec. 3.22}$$

Utilizando la ecuación (3.22) y derivando se tiene:

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = \left(m_{esf} + \frac{I_{esf}}{r_{esf}^2} \right) \dot{y} \quad \text{Ec. 3.23}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m_{esf} y \dot{\beta}^2 + m_{esf} x \dot{\alpha} \dot{\beta} - m_{esf} g \sin(\beta) \quad \text{Ec. 3.24}$$

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right] = \left(m_{esf} + \frac{I_{esf}}{r_{esf}^2} \right) \ddot{y} \quad \text{Ec. 3.25}$$

Reemplazando las ecuaciones en la (3.22) se tiene:

$$\therefore \left(m_{esf} + \frac{I_{esf}}{r_{esf}^2} \right) \ddot{y} - m_{esf} x \dot{\alpha}^2 - m_{esf} y \dot{\alpha} \dot{\beta} + m_{esf} g \sin(\alpha) \quad \text{Ec. 3.26}$$

$$\frac{7}{5} \ddot{y} - x \dot{\alpha}^2 - y \dot{\beta}^2 + g \sin(\alpha) = 0 \quad \text{Ec. 3.27}$$

3.2.4 Modelamiento en Variables de Estado

Para poder prescindir del número de entradas, salidas y estados, las variables se las va a expresar como vectores y las ecuaciones algebraicas en forma matricial. Para ello se despeja la aceleración de las ecuaciones (3.21), (3.27) obteniendo así lo siguiente:

$$\ddot{x} = \frac{5}{7}(x\dot{\alpha}^2 + y\dot{\alpha}\dot{\beta} - g \sin(\alpha)) \quad \text{Ec. 3.28}$$

$$\ddot{y} = \frac{5}{7}(x\dot{\beta}^2 + y\dot{\alpha}\dot{\beta} - g \sin(\beta)) \quad \text{Ec. 3.29}$$

Haciendo uso de las ecuaciones anteriores se procede a representar en variables de estado como se muestra a continuación:

$$x_1(t) = x(t) \quad x_2(t) = \dot{x}_1(t) = \dot{x}(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = \ddot{x}(t) \quad x_3(t) = \alpha(t)$$

$$x_4(t) = \dot{x}_3(t) = \dot{\alpha}(t) \quad \dot{x}_4(t) = \ddot{\alpha}(t)$$

$$x_5(t) = y(t) \quad x_6(t) = \dot{x}_5(t) = \dot{y}(t)$$

$$\dot{x}_6(t) = \ddot{y}(t) \quad x_7(t) = \beta(t)$$

$$x_8(t) = \dot{x}_7(t) = \dot{\beta}(t) \quad \dot{x}_8(t) = \ddot{\beta}(t)$$

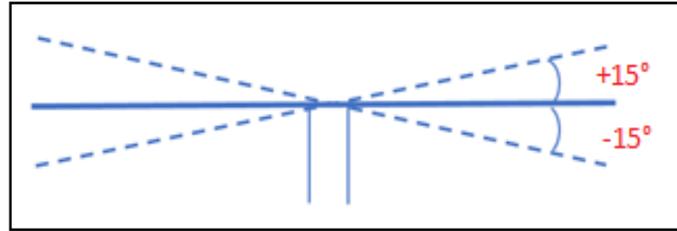
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \frac{5}{7}(x\dot{\alpha}^2 + y\dot{\alpha}\dot{\beta} - g \sin(\alpha)) \\ x_4 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [\alpha] \quad \text{Ec. 3.30}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \\ \dot{x}_7 \\ \dot{x}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_6 \\ \frac{5}{7}(x\dot{\beta}^2 + x\dot{\alpha}\dot{\beta} - g \sin(\beta)) \\ x_8 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} [\beta] \quad \text{Ec. 3.31}$$

3.2.5 Modelo reducido del sistema

Tomando en consideración que el movimiento de la plataforma no genera un ángulo entre $+15^\circ$ y -15° como muestra la Figura 3.12 haciendo que el movimiento del plato sea lento por lo que se puede reducir el sistema, quedando las ecuaciones (3.28), (3.29) de la siguiente manera:

Figura 3.12 Grado máximo de movimiento de la plataforma



$$\dot{\alpha} \cong 0 \quad \wedge \quad \dot{\beta} \cong 0$$

$$\therefore \dot{\alpha}^2 \cong 0 \quad \wedge \quad \dot{\beta}^2 \cong 0 \quad \wedge \quad \dot{\alpha}\dot{\beta} \cong 0$$

$$\ddot{x} = \frac{5}{7}g \sin(\alpha) \quad \text{Ec. 3.32}$$

$$\ddot{y} = \frac{5}{7}g \sin(\beta) \quad \text{Ec. 3.33}$$

Esta reducción del sistema genera las ecuaciones (3.32), (3.33), las mismas que servirá para el diseño del controlador posteriormente.

3.2.6 Linealización del Sistema

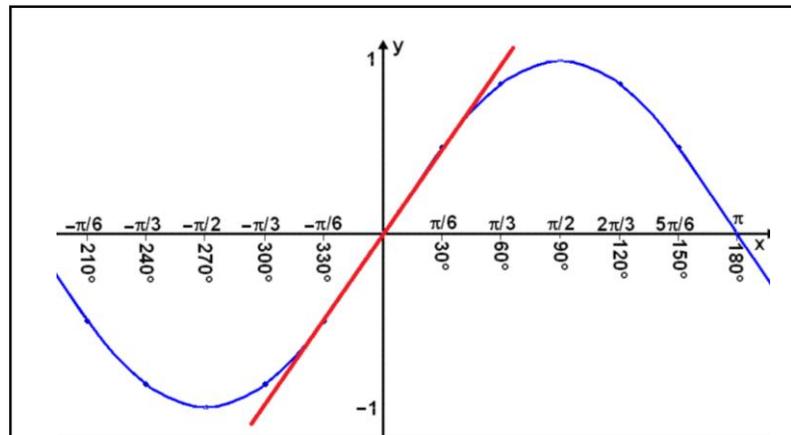
Debido a que la ecuación (3.32) y (3.33) son no lineales, se procede a realizar una linealización de las mismas, con el fin de encontrar una aproximación lineal de la función en un punto dado, consiguiendo estudiar la estabilidad local de un punto de equilibrio del sistema. (Sanchez, 2017)

Para linealizar utilizamos la Serie de Taylor aplicando la ecuación (3.34):

$$f(x) \cong \sum_{n=0}^{\infty} \frac{f^{(n)}(a)}{n!} (x - a)^n \quad \text{Ec. 3.34}$$

Dentro de la representación lineal se considera el punto de linealización “a=0” y el orden de la n-ésima derivada como “n=1”, es decir se linealiza la función senoidal, donde su zona lineal en a=0 se puede observar en la Figura 3.13.

Figura 3.13 Linealización función senoidal



Considerando la primera derivada (n=1) tenemos la ecuación (3.35):

$$f(x) = f(a) + f'(a)(x - a) \quad \text{Ec. 3.35}$$

Cuando (a=0) tenemos la ecuación (3.36):

$$f(x) \cong f(0) + \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=0} (x - 0) \quad \text{Ec. 3.36}$$

Cuando la plataforma está en posición horizontal y mantiene a la esfera en equilibrio se puede considerar que los ángulos $\alpha=0$ ^ $\beta=0$, por lo que reemplazando las ecuaciones (3.32) y (3.33) en la ecuación (3.36) se tiene:

$$a \cong \frac{5}{7} g \sin(0) + \frac{5}{7} \frac{d}{dx} g \sin(\alpha) \Big|_{\alpha=0} (\alpha - 0) \quad \text{Ec. 3.37}$$

$$a = \frac{5}{7} g \alpha ; -\frac{\pi}{12} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{12}$$

$$a \cong \frac{5}{7}g \sin(0) + \frac{5}{7} \frac{d}{dx} g \sin(\beta) |_{\beta=0} (\beta - 0)$$

Ec. 3.38

$$a = \frac{5}{7}g\beta ; -\frac{\pi}{12} \leq \beta \leq \frac{\pi}{12}$$

Las funciones se comportan linealmente dentro del rango $[-\pi/12, \pi/12]$.

3.2.7 Función de Transferencia

Las ecuaciones (3.37) y (3.38), describen la aceleración que tiene la esfera en la plataforma de acuerdo al ángulo α o β respectivamente. Se sabe que el objetivo del sistema es controlar la posición de la esfera en la plataforma, por tal motivo en base a las variables mencionadas se obtiene la ecuación (3.39).

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{5}{7}g\alpha$$

Ec. 3.39

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = \frac{5}{7}g\beta$$

En condiciones iniciales nulas y aplicando la Transformada de Laplace se tiene la ecuación (3.40), tanto para el eje x como para el eje y.

$$S^2x(s) = \frac{5}{7}g\alpha(s)$$

$$\frac{x(s)}{\alpha(s)} = \frac{5g}{7S^2} = G(s)$$

Ec. 3.40

$$\frac{y(s)}{\beta(s)} = \frac{5g}{7S^2} = G(s)$$

Se tomó una aceleración negativa por ser analizado en base a la caída libre de la esfera.

De esta manera reemplazando el valor de la gravedad en la ecuación (3.40), se puede obtener la función de transferencia de cada eje

$$G(s)_x = \frac{7}{s^2}$$

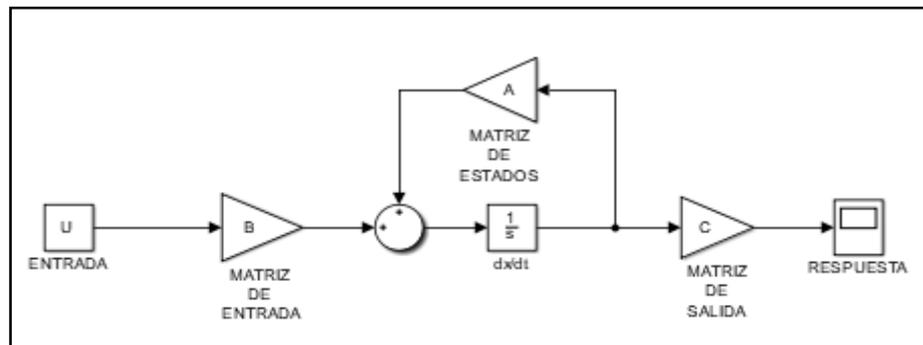
Ec. 3.41

$$G(s)_y = \frac{7}{s^2}$$

3.2.8 Representación en Espacio de Estados

La representación de una función en espacio de estados según la Figura 3.14 describe un conjunto de entradas, salidas y variables de estado para un sistema físico que se relaciona por medio de un grupo de ecuaciones diferenciales de primer orden dando como respuesta una matriz de ecuación diferencial de primer orden.

Figura 3.14 Representación de un sistema en espacio de estados



Las variables de estado representan su estado dinámico por medio de subconjuntos pequeños de variables pertenecientes al sistema que son determinados en un pequeño instante, por tanto, el estado de un sistema está conformado por el conjunto de estas variables de estado.

Dentro del objetivo de este proyecto está implementar un controlador en espacio de estados para el sistema ball and plate, por lo que se parte de una función de transferencia y la misma es representada en variables de estados permitiendo analizar su controlabilidad y observabilidad para representar la dinámica del sistema del controlador mencionado.

Partiendo de la ecuación (3.39) se tiene en variables de estado:

$$x_1 = x(t)$$

$$x_2 = \dot{x}(t)$$

$$\dot{x}_1 = x_2$$

$$\dot{x}_2 = \frac{5}{7}g\alpha$$

Tomando como punto de partida las ecuaciones (3.42) y (3.43). (Ogata, 2010)

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{Ec. 3.42}$$

$$y = Cx + Du \quad \text{Ec. 3.43}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} u$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0u$$

Con α como la entrada del sistema se tiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} \alpha \quad \text{Ec. 3.44}$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.45}$$

Las ecuaciones (3.44) y (3.45) se consideran para el desplazamiento de la esfera en el eje x - eje y, así se tiene en espacio de estados la representación del deslizamiento de la esfera:

Eje x:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} \alpha$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{\pi}{12} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{12} \quad \text{Ec. 3.46}$$

Eje y:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix} \beta$$

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$-\frac{\pi}{12} \leq \beta \leq \frac{\pi}{12} \quad \text{Ec. 3.47}$$

3.2.9 Controlabilidad y Observabilidad

Antes de iniciar con el diseño del controlador, es importante verificar algunas propiedades del sistema como son la controlabilidad y la observabilidad, las cuales permitirá tener una idea del sistema al que podemos aspirar.

La controlabilidad y la observabilidad indican en qué grado las variables internas de un sistema se vinculan con las variables externas.

Se dice que un sistema es completamente controlable si existe una señal $\mu(t)$ que permite transferir los estados iniciales del sistema $x_o = x(t_o)$ a cualquier otro estado $x_{t_f} = x(f)$ en un tiempo finito $T = t_f - t_o$. (Ogata, 2010)

$$[B : AB : \dots : A^{n-1}B] \quad \text{Ec. 3.48}$$

Un sistema es completamente observable si en ausencia de excitación es posible determinar el valor de sus estados iniciales $x_o = x(t_o)$ a partir de la observación de la salida $y(t)$ durante un periodo finito de tiempo $t_f - t_o > 0$. (Ogata, 2010)

$$\begin{bmatrix} C \\ \dots \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.49}$$

Para demostrar que un sistema es controlable y observable, basta con demostrar que la matriz representada en las ecuaciones (3.48) y (3.49) sea diferente de cero.

$$[B : AB : \dots : A^{n-1}B] \neq 0 \quad \text{Ec. 3.50}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ \dots \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \neq 0 \quad \text{Ec. 3.51}$$

De acuerdo a las ecuaciones (3.44) y (3.45) se puede decir que:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \quad 0]$$

Como el sistema es de grado 2 como se demostró en la ecuación (3.41), se tiene que la matriz de controlabilidad está dada por la ecuación (3.52) y la matriz de observabilidad está dada por la ecuación (3.53).

$$[B : AB] \quad \text{Ec. 3.52}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ \dots \\ CA \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.53}$$

Resolviendo las ecuaciones (3.52) y (3.53) se puede demostrar que el sistema es controlable y observable.

$$\begin{bmatrix} 0 & 7 \\ 7 & 0 \end{bmatrix} = -49 \neq 0 \text{ El sistema es Controlable}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = 1 \neq 0 \text{ El sistema es Observable}$$

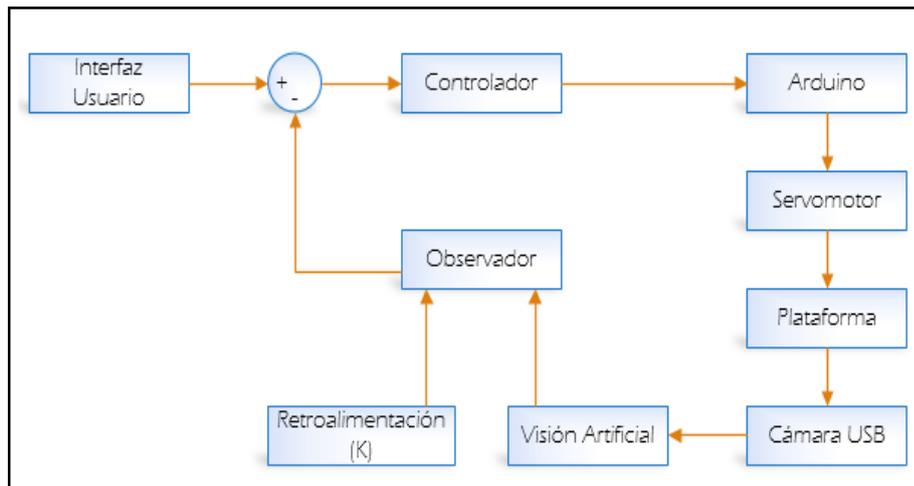
3.3 Descripción del algoritmo

Una vez obtenido el modelamiento matemático, se detalla el proceso de diseño del sistema, que permite controlar el movimiento de la esfera sobre la plataforma en una coordenada definida por el usuario, el plato donde la bola se desplazará se encuentra acoplado al eje de un servomotor el cual será controlado mediante una programación en Arduino que contiene una librería disponible para permitir la comunicación serial con Labview y así poder obtener la señal de control de los mismos.

El código del controlador y la interfaz de usuario son desarrollados por medio del software en Labview, para obtener las coordenadas se hace uso de la herramienta “Vision and Motion” que es una librería que contiene varios bloques, los cuales permiten el procesamiento de imágenes en escala de grises mediante la cámara USB, obteniendo la señal de retroalimentación de la planta que incluye un observador para poder visualizar en tiempo real la posición de la esfera ya que partirá previamente de un punto inicial (Setpoint), para luego desplazarse a cuatro posiciones definidas por el usuario con el fin de obtener un equilibrio para que la esfera no tenga riesgo de caída y la misma realice su movimiento a dichas coordenadas.

En la Figura 3.15 se puede observar de forma general como está constituido el sistema, la interfaz de usuario, el bloque de software, y el bloque de hardware.

Figura 3.15 Diagrama General del Sistema



3.3.1 Desarrollo en espacio de estados

Demostrado que el sistema es controlable el método en Espacio de Estados permite diseñar un controlador que logre estabilizar el sistema y sea capaz de controlar la posición de la esfera en la plataforma por medio de retroalimentación de estados, para lo cual se procede a calcular la ganancia de realimentación la que permitirá hallar valores para ajustarse a los parámetros que el sistema requiere. La siguiente ecuación (3.54) es la fórmula de Ackerman para encontrar la ganancia de retroalimentación K .

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad \text{Ec. 3.54}$$

Los polos en lazo cerrado deseados están en $s = u_1, s = u_2, \dots, s = u_n$. El uso de un control mediante realimentación del estado está dado por la ecuación (3.55)

$$u = -kx$$
$$\dot{x} = (A - Bk)x \quad \text{Ec. 3.55}$$

La matriz $A - BK$ es la que determina la estabilidad y la respuesta transitoria.

Por medio de varios pasos algebraicos, se genera la expresión de la ecuación (3.56) de ganancia de realimentación del estado K deseado. (Ogata, 2010)

$$K = [0 \ 0 \ \dots \ 1][B \ AB \ A^2B \ \dots \ A^{n-1}B]^{-1}\Phi(A) \quad \text{Ec. 3.56}$$

Donde:

$$\Phi(A) = A^n + \alpha_1 A^{n-1} + \alpha_2 A^{n-2} \dots \alpha_{n-1} A + \alpha_n I$$

Para establecer la matriz de ganancia de retroalimentación de estados se desarrollará en el diseño del sistema de control por medio de los polos deseados.

El algoritmo del controlador se ha obtenido por medio del método heurístico, es decir se toma valores arbitrarios de un rango predefinido para las constantes del controlador y así poder comprobar si los valores previamente definidos hacen que el sistema genere una respuesta del comportamiento que se desea.

Partiendo de la demostración de que el sistema es observable y que el controlador presenta un error en estado estable es necesario adicionar un observador de estado para poder atenuar el error. El diseño del observador es semejante al diseño del controlador K , esto quiere decir que se obtendrá un vector de ganancia L para que la respuesta sea mucho más rápida que la del sistema, para lo cual se hará uso de la siguiente ecuación (3.57) que describe Ackerman para el cálculo de la ganancia L . (Mantz, 2003)

$$L = \Phi(A) \begin{bmatrix} C \\ \dots \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dots \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 3.57}$$

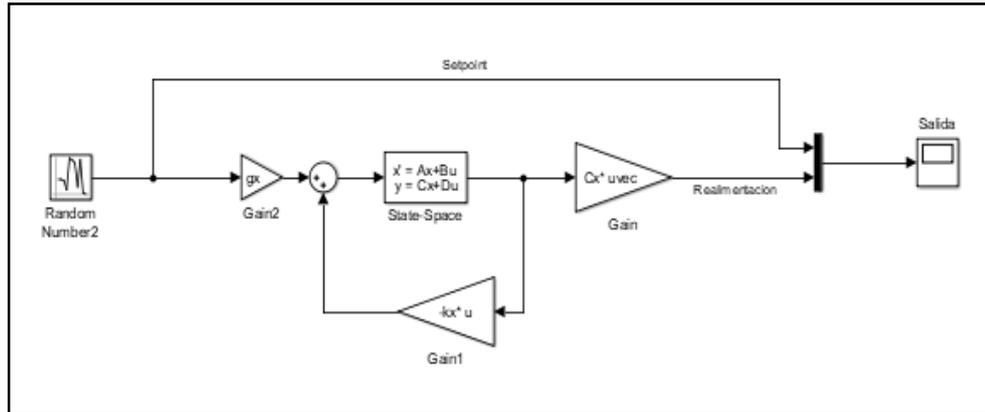
Como regla general se propone la elección de un conjunto de polos para un observador ya que este debe ser de dos a cinco veces más rápido que los polos planteados en el controlador para así poder asemejar que el error del observador tienda a cero en un tiempo determinado. (Ogata, 2010)

Mediante el software de Matlab se desarrolló el diseño del controlador, el cual se enfocará en ubicar los polos deseados en lazo cerrado por medio de los parámetros establecidos que permita satisfacer las condiciones necesarias para el sistema. Para el proyecto Bal and Plate se consideró un $Mp = 5\%$ y un $ts = 0.09$ en x y y .

3.3.2 Retroalimentación de Estados

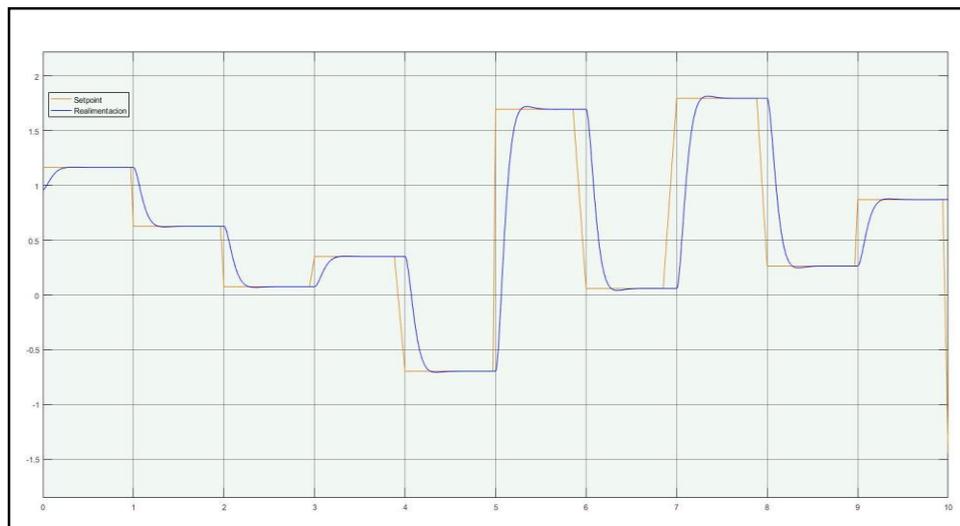
Aplicando las ecuaciones del modelo matemático Ec 3.42 - Ec 3.43 y con la ayuda del aplicativo Simulink (Matlab), se procede a realizar una simulación de acuerdo al diagrama que se aprecia en la figura 3.16. Con los parámetros ya establecidos anteriormente y las variables de estado que se desarrolló en la parte matemática.

Figura 3.16 Representación del Sistema con Retroalimentación de Estados



En la figura 3.17, se puede observar el resultado de la retroalimentación con respecto al setpoint, donde se puede concluir que el sistema se encuentra estable, pero existe todavía ruido que podría afectar su comportamiento, por lo cual es necesario adicionar al sistema un filtro que atenúe el ruido.

Figura 3.17 Respuesta del Sistema con Retroalimentación

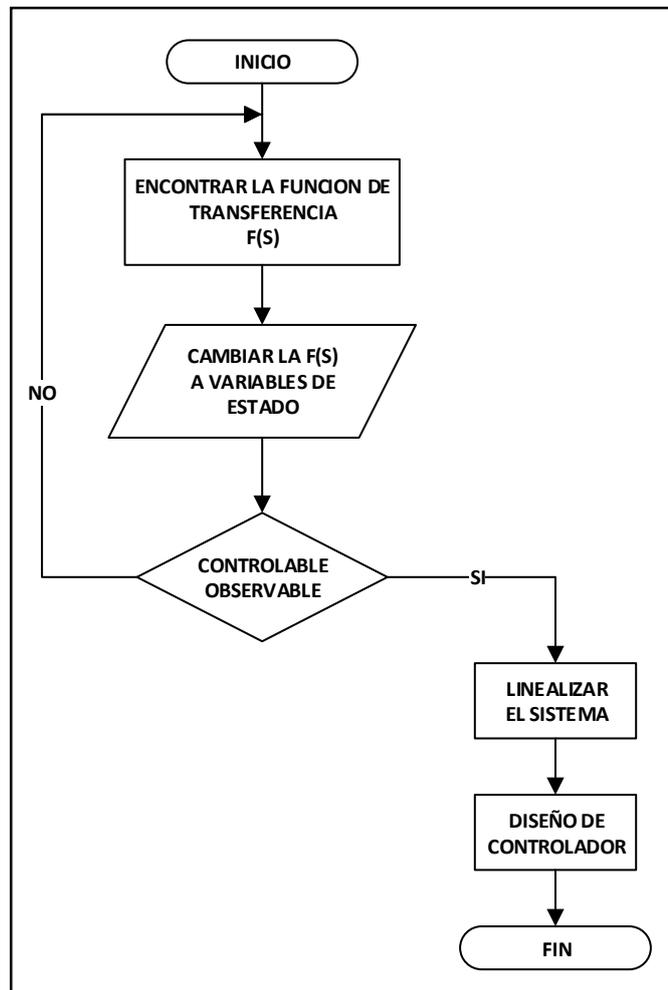


3.3.3 Retroalimentación de Estados con Observador

Con el fin de atenuar el ruido existente en el resultado de retroalimentación, se implementa un filtro que permita mejorar su comportamiento, para este sistema se hace uso de un observador como indica la Figura 3.18. Se puede apreciar que se incluye la ganancia del vector del observador aplicando la fórmula antes mencionada.

La Figura 3.20, indica el proceso para obtener las variables de estado en las que se encuentra representado el sistema según el modelo matemático basado en la planta, la programación se realizó mediante el software de simulación Matlab

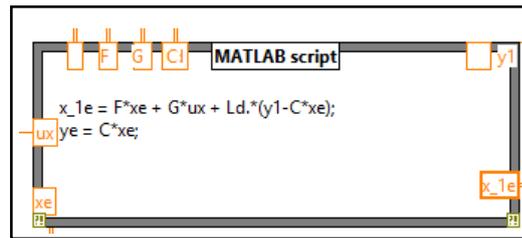
Figura 3.20 Diagrama de flujo obtención de datos



Para el diseño e implementación del controlador se incluye un observador, para que el sistema tenga un mejor equilibrio y no exista un mayor error de inestabilidad por causa de perturbaciones o ruido; los parámetros se los realizo por el método heurístico.

En la siguiente Figura 3.21 se realiza la programación del observador en el software Labview, donde se extraen los datos mediante la comunicación con Matlab indicada anteriormente. Cabe mencionar que se describe la ecuación del observador. (Rodriguez & Bordóns, 2005)

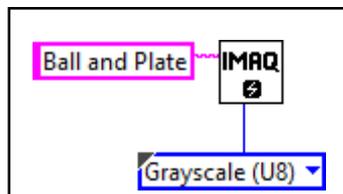
Figura 3.21 Ecuación de retroalimentación con Observador



3.3.5 Algoritmo de Vision Artificial

Para iniciar el controlador en Espacio de Estados se utiliza el sistema de Visión Artificial, el proceso comienza con la utilización del bloque IMAQ Create como se aprecia en la Figura 3.22, este permite crea un lugar de espacio temporal en la memoria que consiste en guardar la imagen que se necesita para poder obtener nuestras coordenadas. Se asocia un nombre a la imagen guardada, se debe tomar en cuenta que cada imagen creada tiene un nombre único en el caso de este proyecto la imagen toma el nombre de Ball and Plate. El Tipo de Imagen que se utilizo es en escala de grises.

Figura 3.22 Bloque IMAQ Create

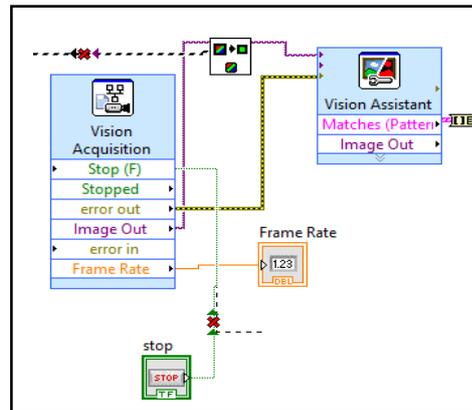


La adquisición de imágenes inicia en tiempo real por medio de una cámara USB, para que estas sean procesadas, Labview proporciona un módulo de Vision Acquisition el cual facilita una interfaz que permite detectar automáticamente el dispositivo (cámara) para poder obtener las imágenes en el programa, esto quiere decir que permite leer los datos, quien facilita la imagen dentro del programa es Image Out, tomando en cuenta que el Stop es el que detiene la activación del Virtual Instrument.

En el proyecto la obtención de la imagen se la realiza mediante el formato en escala de grises, el bloque que permite realizar este proceso es Imaq Extract, el plano a elegir es de color negro ya que es el área de interés del sistema. La imagen que se conseguirá tendrá un tamaño de 500x400 pixeles.

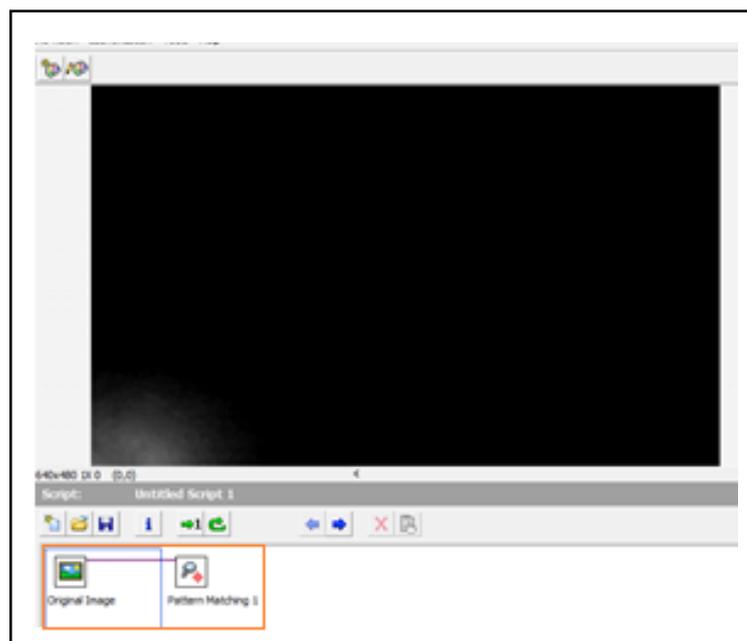
Vision Assistant brinda una interfaz de usuario más didáctica ya que permite integrar varias funciones para el procesamiento de imágenes realizando un algoritmo secuencial. Para el sistema Ball and Plate, se incluyeron dos sub-bloques distintos para la obtención de las coordenadas x, y de la esfera como se observa en la Figura 3.23.

Figura 3.23 Bloques de Vision Acquisition and Vision Assistant



Vision Assistant como se muestra en la Figura 3.24, indica la ventana de script que contiene el algoritmo de los sub-bloques, el navegador de imágenes actual explorada en el Vision Assistant captura una copia de la imagen captada por la cámara USB, mientras que el Pattern Matching es una ventana de procesamiento que actualiza los cambios en la imagen instantáneamente a medida que el usuario modifica los parámetros de la misma.

Figura 3.24 Script que contiene el algoritmo de los sub-bloques



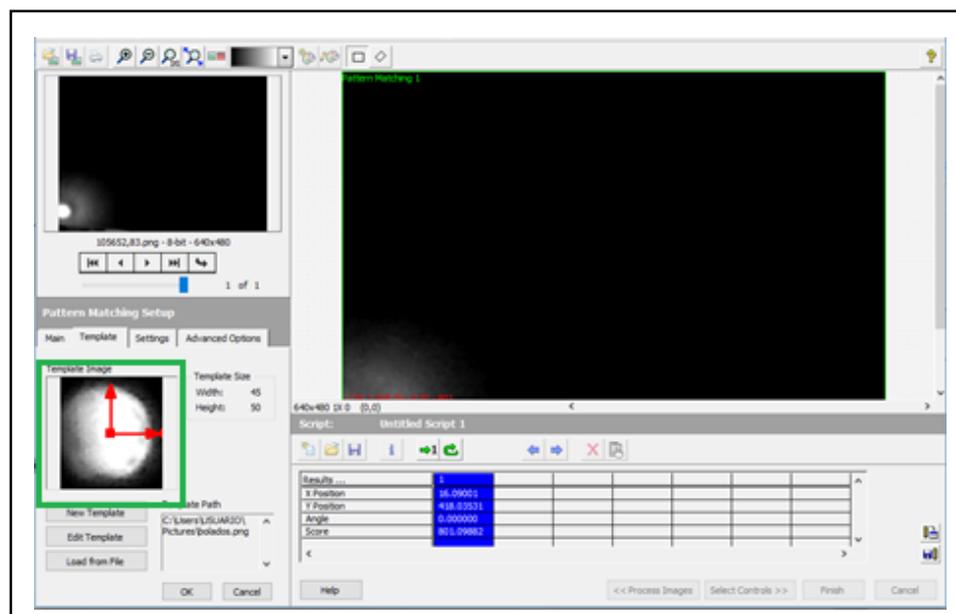
La coincidencia de patrones es una técnica para buscar áreas en una imagen en escala de grises que coincida con un modelo o plantilla de referencia. El valor de escala de grises se extrae de la imagen proporcionada por el usuario.

La comparación de patrones se usa a menudo para ubicar las posiciones o características únicas de un objeto en una imagen. Tal es el caso del Ball and Plate, que por medio de la adquisición de imágenes se ha usado para obtener las posiciones en el plano x, y. Como resultado, la coincidencia de patrones se ha utilizado ampliamente en diversas aplicaciones, como alineación, medición e inspección.

Se debe considerar que se tiene una desventaja al momento de realizar la adquisición de imágenes por medio del método en escala de grises ya que el brillo distintivo del objeto de la imagen en comparación con el fondo de la imagen siempre se verá afectado por medio de la luz. Al ser una imagen procesada en escala de grises como se observa en la Figura 3.25, donde se ve que la plataforma tiene un fondo negro mientras que la esfera un color blanco ya que es la imagen a ser ubicada dentro de la plantilla establecida.

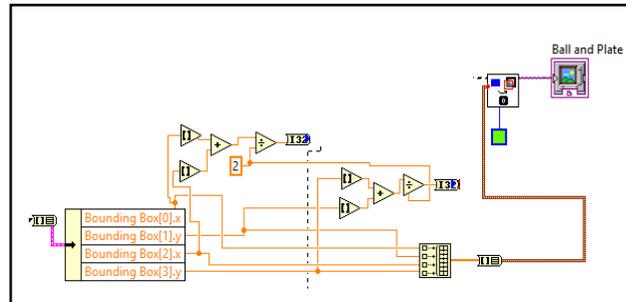
La coincidencia geométrica es el área de la imagen a la cual se va a enfocar para localizar rápidamente sus coordenadas utilizando la información de borde. En este caso se lo realiza por medio de un centroide que es el que proporcionara los datos en el plano x, y.

Figura 3.25 Script del sub-bloque Pattern Matching



La siguiente Figura 3.26, indica el objeto que va a analizar la cámara en este caso se representa un cuadrado, para lo cual se necesita tener solo una posición en x y una en y razón por la cual se suman las posiciones y se las divide, el resultado lo llevamos a un array para poder obtener el cuadrado que se desea y así visualizarlo en la pantalla.

Figura 3.26 Representación de los puntos del cuadrado



3.3.6 Arduino

Como se explicó en el marco teórico, el ARDUINO es quien envía la señal de control a los servomotores, este proceso es logrado mediante el software de Arduino con Labview, haciendo uso de varias librerías que permitan asociarlos. En este proyecto se hizo uso de los puertos 8 y 9 de la tarjeta electrónica (Arduino), que son los pines que permiten la manipulación de los servomotores. Su programación se la puede observar en la siguiente Figura 3.27.

Figura 3.27 Programación Servomotores

```

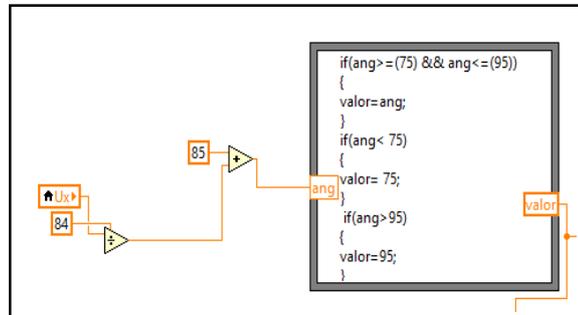
no#include <Servo.h>
volatile unsigned int cuenta = 0;
bool ESTADO = false;
//#define DEBUG_ARRAY(a) {for (int i=0; i<a; i++) cout<< a[i]<< " ";}
Servo myservo1; // create servo (
Servo myservo2;
int posX, posY, sx1, syl, dato;
float data[20];
int trama[20];
byte pix, piy;
const int bSize = 2;
String Buffer[bSize];
void setup()
{
  Serial1.begin(250000);
  Serial.begin(250000);
  myservo1.attach(8);
  myservo2.attach(9);
  pinMode(13, OUTPUT);
}

```

Para poder ubicar los servomotores en la posición deseada se hace uso de un bloque en Labview donde se crea condiciones que permita coger los rangos de los ángulos que son necesarios para que la plataforma pueda moverse según la coordenada

deseada. La Figura 3.28, muestra el ángulo en el que se movería el eje x, lo mismo se realiza para el eje en y. Con la diferencia que se suma 100 ya que se encuentra en un rango de 100 a 200. Se debe tomar en cuenta que sus grados de libertad son 15.

Figura 3.28 Programación en Labview servo



3.3.7 Módulo USB-TTL

Existen diversos tipos de módulos en el mercado que permiten establecer una comunicación serial desde un dispositivo externo y un computador, facilitando la implementación de una interfaz entre dispositivos.

El módulo implementado en este proyecto es un USB - TTL basado en el chip PL2303 el cual permite el manejo de protocolos seriales y la conversión USB-RS232, posee un conector USB tipo A y otorga hasta 500 mA de corriente. Se debe tomar en cuenta que se requiere la instalación de drivers dependiendo el sistema operativo.

La tarjeta crea un puerto COM virtual y la interfaz hacia la UART TTL, el cual permite el manejo de los puertos seriales en el computador. La Figura 3.29, indica el modulo implementado.

Figura 3.29 Módulo USB – TTL - PL2303



De los pines que se detallaran a continuación en la Tabla 3.11, se hace uso de la fuente de alimentación en caso de no contar con una independiente y los pines de transmisión y recepción.

Tabla 3.11 Descripción de los pines del módulo USB-TTL-PL2303

PINES	DESCRIPCIÓN
VCC	Salida de voltaje
GND	Referencia de tierra
RX	Entrada de datos asíncrona
TX	Salida de datos

El módulo USB-TTL-PL2303 presenta las características que indica la Tabla 3.12.

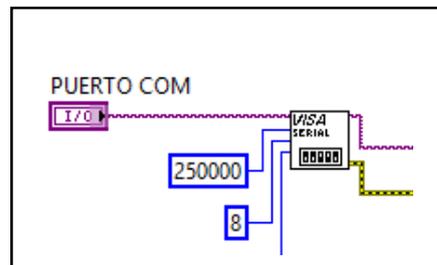
Tabla 3.12 Características técnicas del módulo USB-TTL-PL2303

CARACTERÍSTICAS	DESCRIPCIÓN
Chip controlador	PL2303HX de Prolific
Voltaje de alimentación	3.3 [V] a 5 [V]
Velocidad Mínima	300 Bps
Velocidad Máxima	1.5 Mbps
Fusible reseteable automático	500 mA
Sistemas Operativos Compatibles	Win7, Win8, Vista, XP, Linux

Para poder realizar la comunicación serial RS-232 a través del software de Labview con el Arduino hay que configurar la conexión del puerto al que estará conectado la tarjeta para recibir y transmitir datos. La Figura 3.30, indica el bloque Visa serial, el que permite escoger el puerto serial para poder transmitir y recibir datos del puerto que se haya seleccionado. Los parámetros que se configuran en el Visa serial es el nombre de puerto USB, que viene siendo el COM; la velocidad de comunicación que debe ser la misma en la que se encuentra el Arduino, y los bits de datos.

Realizada la configuración del puerto serial se hace uso de un bloque para escribir los datos del puerto seleccionado por medio de Visa write. Este envía un dato que controla las acciones del Arduino

Figura 3.30 Bloque Visa Serial



3.3.8 Interfaz de Usuario

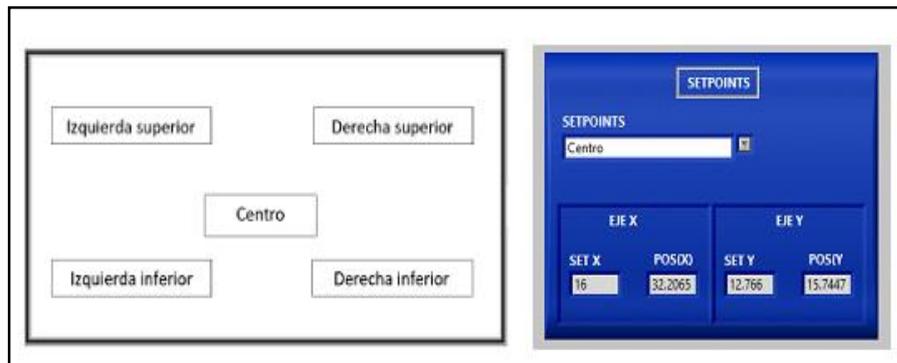
Para poder apreciar de mejor manera la trayectoria de la esfera en tiempo real, y la respuesta que tiene ante el sistema se implementó una interfaz realizada mediante Labview, para el cual se usó varios bloques de instrumento virtual. En la siguiente Figura 3.31 se observa los parámetros que tiene la pantalla principal. El recuadro negro representa la plataforma que es capturada por la cámara, y el centroide que se encuentra de color verde es el que capta la imagen que va a seguir como trayectoria, siendo el caso de la esfera de color blanco.

Figura 3.31 Interfaz de Usuario



Se hizo uso de un combo box para seleccionar los puntos donde se situará la esfera en la plataforma, en este caso son cinco posiciones como se observa en la Figura 3.32, también se puede apreciar que hay un indicador de coordenadas Set, donde el usuario programa manualmente la coordenada que se desea tanto en x como en y esto se lo realiza dentro de la programación en Labview. La Pos indica la posición donde se encuentra la esfera en estado real, cabe mencionar que nunca será exacta la coordenada propuesta con la obtenida.

Figura 3.32 Selección de posición de la esfera



Para realizar la comunicación serial se debe escoger el puerto COM al cual está conectado nuestro módulo USB-TTL. Como se aprecia en la Figura 3.33.

Figura 3.33 Selección puerto COM



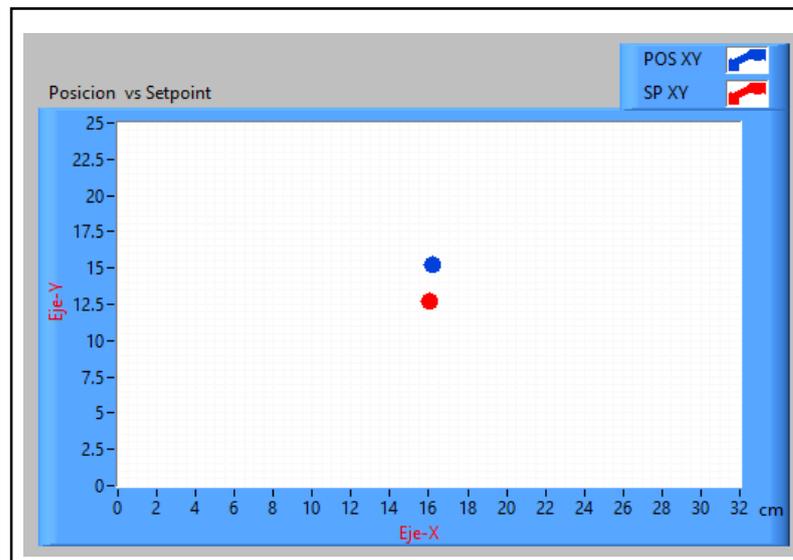
Para observar la ganancia que se obtiene por medio de retroalimentación se hizo uso de un indicador numérico el cual representa K_d tanto en x como en y al igual que indica la ganancia existente por el observador K_g para los dos ejes. Como se aprecia en la Figura 3.34, estos valores arrojan Matlab por medio de la programación realizada con los datos del modelo matemático.

Figura 3.34 Ganancias en Espacio de Estado



La Figura 3.35 representa el análisis de resultados “posición vs setpoint”, donde se mostrará el comportamiento que realizará el sistema ball an plate, se observa la posición de la esfera “roja” la cual es configurada por el usuario y la posición de la esfera “azul” cuando el sistema es puesto en marcha. Concluyendo que la trayectoria que realizará la esfera respecto al sistema no será exacta, ya que existe una ligera oscilación de la esfera respecto al posición seteada.

Figura 3.35 Análisis de Resultados



CAPÍTULO 4

PRUEBAS Y RESULTADOS

4.1 Ensayo con PID convencional

Los objetivos a lograr con este ensayo se determinan a continuación cada uno de ellos:

- Analizar los parámetros importantes que caractericen el funcionamiento de la posición de la esfera sobre el plano.
- Conocer las partes que conforman la plataforma ball and plate.
- Diseñar un controlador PID por el método de Ziegler Nichols
- Comparar los resultados de la posición de la esfera con el setpoint.

4.1.1 Procedimiento

Se implementa el controlador PID por el método de Ziegler Nichols para el funcionamiento de la plataforma ball and plate, es decir se debe calibrar las ganancias proporcional, integral y derivativa por el método empírico, para lo cual se elaboró una interfaz gráfica en Labview que permite insertar las ganancias del controlador PID, en este se puede visualizar el video de la cámara USB en una ventana que indica como la esfera se moviliza en el plato.

El sistema ball and plate consiste en desplazar la esfera en las coordenadas “X” y “Y”, para lo cual se optó por tomar cinco posiciones, una posición inicial que sería en el centro de la plataforma, y las cuatro posiciones restantes en las esquinas formando un rectángulo. El punto de referencia será manipulado por el usuario dentro de la programación de Labview (set point).

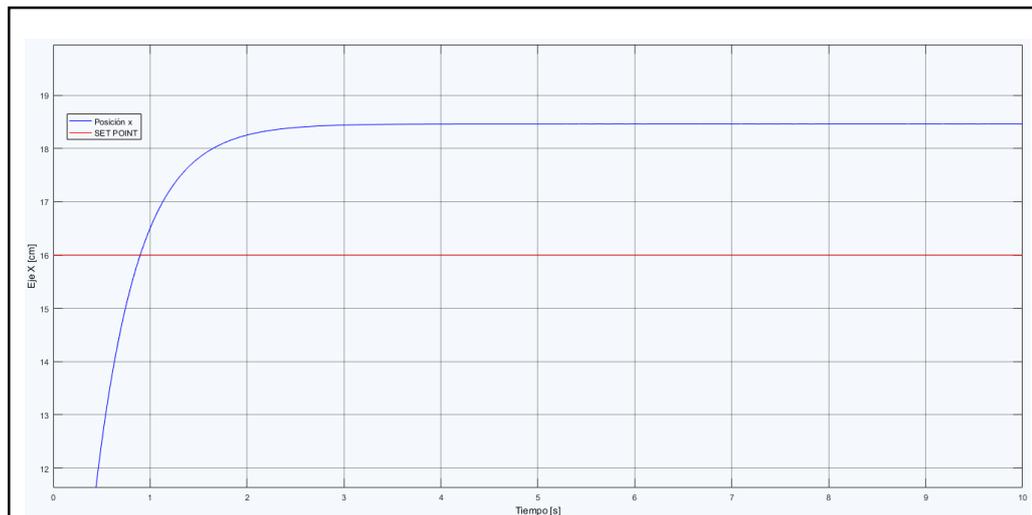
La interfaz gráfica permite seleccionar la posición de la esfera que sería el “set point” y muestra el valor aproximado de la posición de la bola en tiempo real. Implementado el controlador se deben realizar las respectivas conexiones en la tarjeta Arduino, la comunicación serial y la cámara que visualizará la esfera, efectuado todo esto se procede a energizar para poner en marcha la planta.

4.1.2 Resultados

Los resultados se obtuvieron realizando una simulación para poder imitar un modelo real por medio del paquete de Simulink para un solo eje ya que teóricamente los dos son iguales. En la práctica los resultados se asemejarán a lo más real en los valores establecidos para las coordenadas.

La Figura 4.1 indica una línea de color rojo el cual representa la posición en el centro de la plataforma “set point” con un valor de 16cm para el eje x, se observa que el sistema Ball and plate se llega a estabilizarse en un tiempo aproximado de 3 segundos quedando en una posición cercana al centro con un valor de 18.5cm como indica la línea de color azul, concluyendo que tiene un error de 2.5.

Figura 4.1 Posición de la esfera en el eje X



4.1.3 Cálculo de errores

Para analizar la eficacia del controlador PID se utiliza la ecuación (4.1) de la integral del error absoluto IEA, esta representa el área bajo la curva del error en el tiempo, la cual permite indicar si el controlador tiene un buen desempeño con los parámetros establecidos. (Núñez, 2017)

$$IEA = \int_0^{Tp} |error| dt \quad \text{Ec. 4.1}$$

Se procede a realizar las pruebas y calcular el error.

$$error = Sp - Vp \quad \text{Ec. 4.2}$$

Se realiza pruebas de campo en cinco posiciones tanto para el eje x como para el eje y, adquiriendo así los valores que permitan obtener el error absoluto por medio de la ecuación IEA como se observa en la tabla 4.1 y 4.2.

Para poder comprender de mejor manera se obtiene el error porcentual de las coordenadas “x”, “y” y así validar si el controlador tiene un buen desempeño ante el sistema.

Tabla 4.1 Valores para obtener el IEA de un PID en el eje x

Posición	Set Point (Sp) [cm]	Valor Probable (Vp) [cm]	Tiempo Estabilización (Tp) [s]	Error	IEA	Error %
Centro	16	18,5	3	-2,5	7,5	15,6
S1	7	8,6	8	-1,6	12,8	22,8
S2	25	23,4	9	1,6	14,4	6,4
S3	25	27,8	7	-2,8	19,6	11,2
S4	7	9,2	11	-2,2	24,2	31,4

Tabla 4.2 Valores para obtener el IEA de un PID en el eje y

Posición	Set Point (Sp) [cm]	Valor Probable (Vp) [cm]	Tiempo Estabilización (Tp) [s]	Error	IEA	Error %
Centro	12	13,7	3	-1,7	5,1	14,2
S1	6	7,8	8	-1,8	14,4	30
S2	5	6,4	9	-1,4	12,6	28
S3	18	16,8	7	1,2	8,4	6,7
S4	18	16,7	11	-1,3	14,3	7,22

4.2 Ensayo con Espacio de Estados

Los objetivos a lograr con este ensayo se determinan a continuación cada uno de ellos:

- Analizar los parámetros importantes que caractericen el funcionamiento de la posición de la esfera sobre el plano.
- Conocer las partes que conforman la plataforma ball and plate.
- Diseñar un controlador en Espacio de Estados para el sistema ball and plate
- Comparar los resultados de la posición de la esfera con el setpoint.

4.2.1 Procedimiento

Se implementa el controlador en Espacio de Estados que analiza el sistema ball and plate por retroalimentación, es decir que se obtendrán ganancias por medio de las variables de estados las cuales deben ser calibradas por el método heurístico, para que la plataforma no sea tan inestable se utilizó un observador para lo cual se requiere una ganancia similar a la de retroalimentación. Se elaboró una interfaz gráfica en Labview que permite visualizar la cámara USB en una ventana que indica las coordenadas de la esfera al moverse en el plato.

El sistema ball and plate consiste en desplazar la esfera en los ejes “X” y “Y”, para lo cual se optó por tomar cinco posiciones, una posición inicial que es el centro de la plataforma, y las cuatro posiciones restantes son: izquierdo superior, derecho superior, izquierdo inferior y derecho inferior tomando en cuenta que estas 4 posiciones forman un rectángulo. El punto de inicialización será manipulado por el usuario dentro de la programación de Labview (set point).

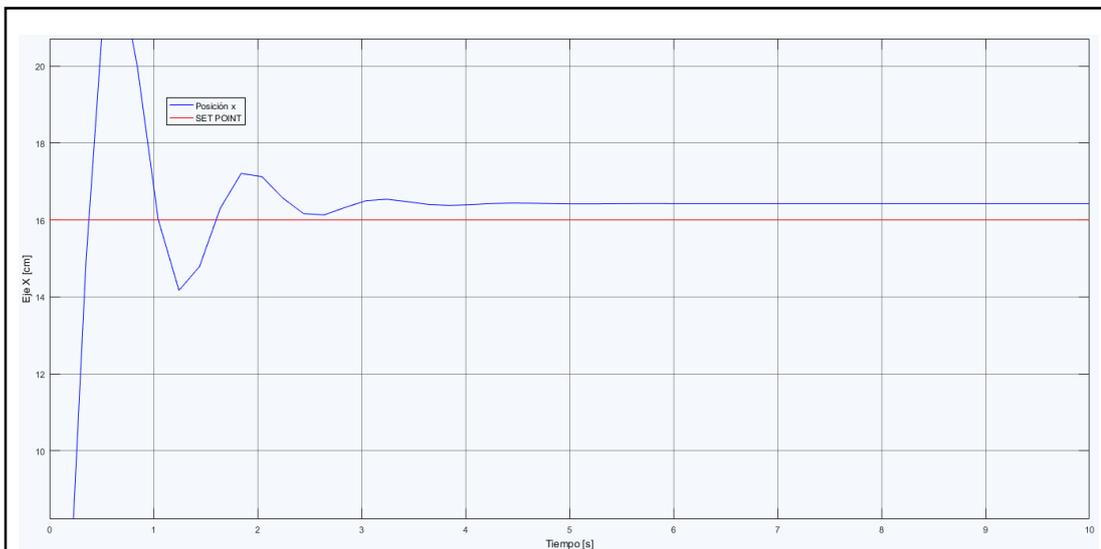
La interfaz gráfica permite seleccionar la posición de la esfera “set point” y muestra el valor aproximado de las coordenadas de la esfera en tiempo real. Realizado el diseño se implementa el controlador y se realiza las respectivas conexiones en la tarjeta Arduino, la comunicación serial y la cámara que visualizará la posición de la bola, efectuado todo esto se procede a energizar la planta para ponerla en marcha.

4.2.2 Resultados

Los resultados se obtuvieron realizando una simulación para poder imitar un modelo real por medio del paquete de Simulink para un solo eje ya que teóricamente los dos son iguales. En la práctica los resultados se asemejarán a lo más real en los valores establecidos para las coordenadas.

La Figura 4.2 indica una línea de color rojo el cual representa la posición en el centro de la plataforma “set point” con un valor de 16cm para el eje x, se observa que el sistema Ball and plate se llega a estabilizarse en un tiempo aproximado de 5 segundos quedando en una posición cercana al centro con un valor de 16.5cm como indica la línea de color azul, concluyendo que tiene un error de 0.5.

Figura 4.2 Posición de la esfera en el eje X



4.2.3 Cálculo de errores

Para analizar la eficacia del controlador en Espacio de Estados se utiliza la ecuación (4.1) y (4.2) de la integral del error absoluto IEA.

Se realiza pruebas de campo en cinco posiciones tanto para el eje x como para el eje y, adquiriendo así los valores que permitan obtener el error absoluto por medio de la ecuación IEA como se observa en la tabla 4.3 y 4.4.

Para poder comprender de mejor manera se obtiene el error porcentual de las coordenadas “x”, “y” y así validar si el controlador tiene un buen desempeño ante el sistema.

Tabla 4.3 Valores para obtener el IEA en Espacio de Estados en el eje x

Posición	Set Point (Sp) [cm]	Valor Probable (Vp) [cm]	Tiempo Estabilización (Tp) [s]	Error	IEA	Error %
Centro	16	16,5	5	-0,5	2,5	3,1
S1	7	7,7	7	-0,7	2,1	10
S2	25	24,2	11	0,8	8,8	3,2
S3	25	23,8	6	1,2	7,2	4,8
S4	7	7,8	10	-0,8	8	11,4

Tabla 4.4 Valores para obtener el IEA en Espacio de Estados en el eje y

Posición	Set Point (Sp) [cm]	Valor Probable (Vp) [cm]	Tiempo Estabilización (Tp) [s]	Error	IEA	Error %
Centro	12	12,5	5	-0,5	2,5	3,1
S1	6	6,9	7	-0,9	6,3	15
S2	5	5,4	11	-0,4	4,4	8
S3	18	17,4	6	0,6	3,6	3,3
S4	18	18,9	10	-0,9	9	5

4.3 Comparación de los controladores

Obtenidos los resultados de los ensayos, se puede decir que el tiempo de establecimiento y la precisión de la posición de la esfera en un controlador en espacios de estados es mejor, puesto que actúa directamente sobre todas las variables que determinan el sistema, mientras que el PID se basa en datos experimentales.

Figura 4.3 Comparación de error eje X

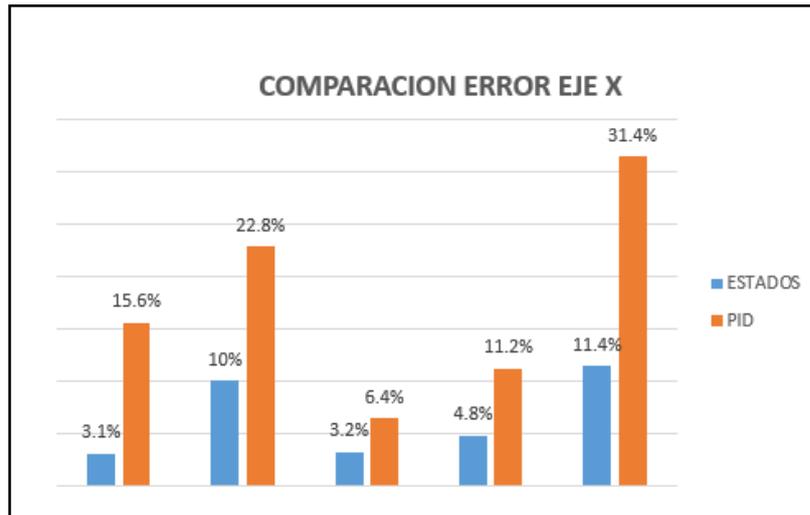
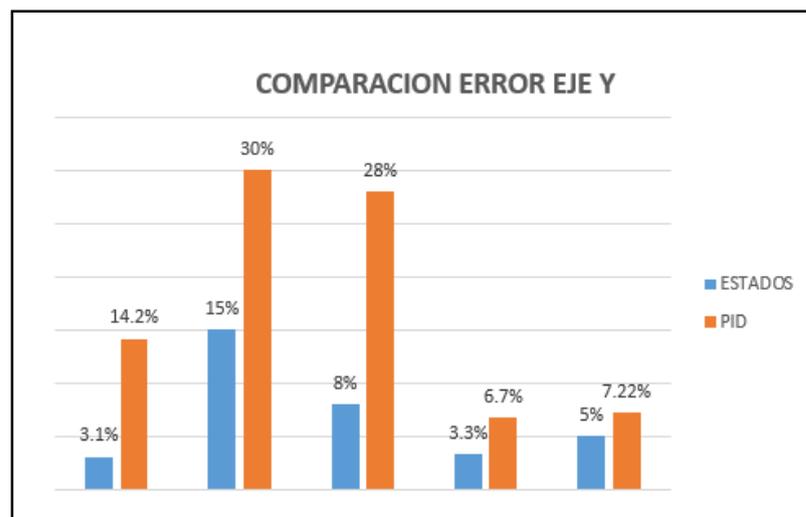


Figura 4.4 Comparación del error eje Y



En las Figuras 4.3 y 4,4, se observa la diferencia que existe entre el set point y el valor probable, entre el IEA y el porcentaje de error tanto en el eje “x” como en el eje “y” de los dos controladores, con lo cual se puede decir que con el método de espacio de estados se puede obtener una mejor respuesta, ya que este involucra realizar una serie de cálculos para obtener la ganancia de retroalimentación, permitiendo que exista un error menor a diferencia del PID que por medio de diferentes técnicas se puede calibrar sus ganancias como por ejemplo el método de Ziegler Nichols.

CONCLUSIONES

Se logró equilibrar la esfera sobre el plano en un punto deseado por medio de la elaboración e implementación de un controlador en espacio de estados, haciendo uso de la plataforma ball and plate realimentado por visión artificial.

Se realizó la identificación de la planta ball and plate para conseguir un modelo matemático lineal, en el cual se consideró las mediciones de la estructura, la parte mecánica y los grados de libertad que permiten el movimiento de la plataforma para que no genera un ángulo en el rango de $+15^\circ$ a -15° que producen los servos y así linealizar para lograr una estabilidad del sistema.

Se utilizó visión artificial para facilitar la determinación de las coordenadas X -Y que indica la posición de la esfera sobre el plano en tiempo real, se implementó la técnica de binarización de imágenes ya que resulta más eficaz usar un algoritmo que se enfoque en colores más que en forma, tomando en cuenta que la diferencia de color sea notoria entre la plataforma(negro) y la esfera(blanco).

Se desarrolló un controlador en espacio de estados que indica un mejor desempeño de estabilidad al comprobar que disminuye el margen error en estado estable ante perturbaciones por medio de una ganancia de retroalimentación.

Comparando los resultados obtenidos de los ensayos se concluyó que el controlador en espacio de estados presenta una mejor estabilidad indicando un error promedio de 5% ante un controlador PID realizado mediante las reglas de Ziegler Nichols que tiene un error promedio del 15%.

Los resultados permiten interpretar que el empleo del controlador en espacio de estados es más ventajoso para plantas o procesos que pueden modelarse con precisión.

RECOMENDACIONES

Es imprescindible la calibración previa de la cámara cuando se trabaja con visión artificial, con el fin de mejorar el tiempo de procesamiento de imagen y evitar datos erróneos.

Con la finalidad de obtener el óptimo funcionamiento es recomendable que el ambiente se encuentre con una iluminancia natural de 300 a 400 lux, para así reducir altamente el proceso de análisis de imagen, la complejidad del sistema y el tiempo de ejecución, evitando tener datos erróneos que puede afectar la funcionalidad del sistema.

Con la implementación del controlador en espacio de estados es necesario que la base de la cámara no se encuentre anclada a la planta, ya que la vibración que generan los servos motores produce una oscilación que causa que la cámara no procese los datos correctos haciendo que el sistema tenga una mayor inestabilidad.

Para poner en marcha la planta verificar que los ángulos de giro del plato se encuentren entre el rango de -15° a $+15^\circ$, ya que si estos están descalibrados el punto de inicio tomara otra referencia y no controlara al sistema.

Como proyecto futuro se podría desarrollar un controlador difuso que supervisar el seguimiento de trayectorias de la esfera sobre el plato.

Para mejorar el procesamiento de imágenes se puede utilizar una cámara de mayor capacidad en cuanto a pixeles.

En visión artificial se podría facilitar el algoritmo con la implementación de una cámara pixy2, ya que esta es más robusta y permite tener una capacidad de procesamiento de 50 fotogramas por segundo.

Se debe nivelar la base del plato para obtener un punto de equilibrio en el plano, el cual permita obtener un buen funcionamiento.

La alimentación de los servomotores no debe sobrepasar los 5,9 [v], ya que ocasionaría daños en la tarjeta electrónica, los mismos deben encontrarse bien anclados para que no produzcan una inestabilidad en el plato.

REFERENCIAS

- AliExpress*. (2010). Obtenido de Cámara USB AN-99: <https://es.aliexpress.com/item/2In1-AN99-2MP-5M-Android-USB-Endoscope-HD-Camera-8mm-IP67-Walterproof-Snake-USB-Camera-HD720P/32798460480.html>
- Anzuares, J., Padilla, J., & Omar, C. (2 de Diciembre de 2008). *Estabilidad de Sistemas No-lineales*. Obtenido de Revista de Ingeniería Eléctrica: http://www.itson.mx/publicaciones/rieeyc/Documents/v5/art2_diciembre2008.pdf
- Brotons, X. A. (2004). *Sistemas de Control*. Obtenido de <https://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/3330/34059-5.pdf?sequence=5>
- Bueno, C., & Maldonado, A. (16 de Agosto de 2017). *Diseño, construcción e implementación de una plataforma tipo Stewart para control de una aplicación bola en plataforma a través de visión artificial*. Sangolqui, Pichincha, Ecuador. Obtenido de Departamento de Ciencias de la Energía y Mecánica.
- Cap, 4. (18 de febrero de 2016). *Visión Artificial*. Obtenido de <http://www.etitudela.com/celula/downloads/visionartificial.pdf>
- Cedeño Nieto, A., & Gordon Almeida, M. (2016). *Implementación de una plataforma de estabilización para control de posición y seguimiento de camino de una esfera*. Quito, Pichincha, Ecuador.
- Cognex. (s.f.). *Beneficios de la visión artificial*. Obtenido de Departamento de electrónica: <http://www.cognex.com/what-is/machine-vision/benefits/?langtype=1034&locale=es>
- Fernandez Caño, A. (26 de Julio de 2013). *Diseño e implementación de sistemas de control de tiempo real mediante herramientas de generación automática de código*. España. Obtenido de Universidad Politécnica de Catalunya.
- Huilcapi, V. M. (2015). *“Diseño de un algoritmo de control inteligente utilizando lógica difusa comparado con un algoritmo PID, para su implementación en un*

sistema multivariable no lineal Bola y PLato. Guayaquil. Obtenido de ESCUELA SUPERIOR POLITÉCNICA DEL LITORAL.

Hunde, A. N. (Julio de 2011). *Design of fuzzy sliding mode controller for the ball and plate system*. Obtenido de Addis Ababa University.

Mantz, R. J. (2003). *Observadores de Estado*. Obtenido de Universidad Nacional de La Plata:
<https://catedra.ing.unlp.edu.ar/electrotecnia/controlm/electronica/archivos/apuntes/observadores.pdf>

Milena Moreno , J. (2010). *Aplicacion de control de sistemas no lineales*. Obtenido de Universidad Politecnica de Catalunya:
<http://upcommons.upc.edu/bitstream/handle/2099.1/9923/Control%20lineal%20y%20no%20lineal>

Núñez, H. (Abril de 2017). *Desarrollo e implementación de un controlador difuso utilizando realimentación por visión artificial aplicado a un sistema de posicionamiento ball and plate por levitación*. Obtenido de Escuela Politecnica Nacional.

Ogata, K. (2010). Espacio de Estados. En *Ingenieria de control moderna* (págs. 649-858). Madrid: Pearson Education.

Ojeda, L. T. (s.f.). Arduino Mega 2560. *Arduino.cl*. Obtenido de <http://arduino.cl/arduino-mega-2560/>

Otaola Arca, P. (Junio de 2015). *Construccion y diseño del sistema de control de posicion de una esfera sobre una planta movil*. Obtenido de Universidad Pontificia Comillas.

Pour, R., & Khajvand, H. (26 de Octube de 2016). *ResearchGate*. Obtenido de Department of Mechanical Engineering:
https://www.researchgate.net/publication/315915452_Fuzzy_logic_trajectory_tracking_control_of_a_3-RRS_ball_and_plate_parallel_manipulator

- Rodriguez, D., & Bordóns, C. (05 de Mayo de 2005). *Análisis y control de sistemas en Espacio de Estado identificación de sistemas control adaptativo control predictivo*. Obtenido de Apuntes de Ingeniería de Control.
- Salvetti, D. (23 de Mayo de 2012). *Lazo abierto - cerrado*. Obtenido de Electronica Industrial: <http://eet602ei.blogspot.com/2012/05/sistemas-de-control-lazo-abierto-cerrado.html>
- Sanchez, P. R. (26 de Abril de 2017). *Series de Taylor*. Obtenido de NAUKAS: <http://fuga.naukas.com/2017/04/26/series-de-taylor/>
- Servocity.com*. (s.f.). Obtenido de HS-485HB Servo: <https://www.servocity.com/hs-485hb-servo>
- Teresa, M., & Serrano, A. (7 de Enero de 2013). *Dinámica de un sólido rígido*. Obtenido de <http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/ asignaturas/fisica/solido/rodadura.html>
- Tipantaxi, D., & Villacres , C. (Enero de 2017). *Desarrollo y construccion de un sistema de Bola Balancin sobre una plataforma regulada mediante un control Fuzzy*. Obtenido de Universidad Politecnica Salesiana.
- University, F. P. (10 de Octubre de 2011). *Momento de torsion*. Obtenido de https://es.slideshare.net/moises_galarza/momento-de-torsion
- Universo, F. (2017). *Leyes de Newton*. Obtenido de <http://www.universoformulas.com/fisica/dinamica/leyes-newton/>

ANEXOS

ANEXO 1

Estructura de la plataforma ball and plate



ANEXO 2

Programa en Labview del controlador en espacio de estados

