UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE QUITO

CARRERA:
FILOSOFÍA Y PEDAGOGÍA

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de:

LICENCIADA EN FILOSOFÍA Y PEDAGOGÍA

TEMA:
"PROCESO EVOLUTIVO DE LA LÓGICA DE LA DEDUCCIÓN HACIA LA PROBABILIDAD APLICADA A LA EDUCACIÓN".

AUTORA:
MISHEL ALEXANDRA CÁRDENAS CRIOLLO

DIRECTOR:
RÓMULO IGNACIO SAN MARTÍN GARCÍA

Quito, noviembre del 2018

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Mishel Alexandra Cárdenas Criollo con documento de identificación N° 1717876005, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autora del trabajo de titulación intitulado: "PROCESO EVOLUTIVO DE LA LÓGICA DE LA DEDUCCIÓN HACIA LA PROBABILIDAD APLICADA A LA EDUCACIÓN", mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: LICENCIADA EN FILOSOFÍA Y PEDAGOGÍA, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente. En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autora me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

....

Mishel Alexandra Cárdenas Criollo

1717876005

Quito, noviembre del 2018

DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR

Yo declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación, "PROCESO EVOLUTIVO DE LA LÓGICA DE LA DEDUCCIÓN HACIA LA PROBABILIDAD APLICADA A LA EDUCACIÓN" realizado por Mishel Alexandra Cárdenas Criollo, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana, para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, noviembre del 2018

Rómulo Ignacio San Martín García sdb. PhD.

CI: 010212885-7

“PROCESO EVOLUTIVO DE LA LÓGICA DE LA DEDUCCIÓN HACIA LA PROBABILIDAD APLICADA A LA EDUCACIÓN”.

“Evolutionary process the logic of deduction towards the probability applied to education”.

Mishel Alexandra Cárdenas Criollo[1]
Universidad Politécnica Salesiana/ Quito-Ecuador
mcardenasc3@est.ups.edu.ec

Rómulo Ignacio San Martín García[2]
Universidad Politécnica Salesiana/ Quito-Ecuador
rsanmartin@ups.edu.ec

Resumen

El proceso educativo requiere dar mayor énfasis en la estructuración de estrategias para procesos inductivos que determinan el aprendizaje significativo del educando, debido a que el conocimiento de la probabilidad ayuda al docente a manejar distintas realidades del campo educativo y procesos de aprendizaje de cada estudiante, para cumplir con el criterio de desempeño fijado para la clase. En base de lo expuesto anteriormente se toma en cuenta la necesidad de analizar la estructura de la lógica de probabilidades mediante una pertinente indagación bibliográfica e histórica que brindan también de un criterio de criticidad para demostrar que la inserción aplicativa de la lógica inductiva en el proceso pedagógico es necesaria y positiva. De acuerdo con el trabajo realizado se obtuvo como principal hallazgo y conclusión, conocer que la probabilidad tiene como estructura fundamental la proposición que plantea la lógica de primer orden, debido a la subjetividad con la que es expresada y que da la infinidad de respuestas a una misma temática. Esta expresión subjetiva sirve para el ejercicio de una probabilidad condicionada que es expresada mediante el Teorema de Bayes, el cuál considera que la hipótesis o conocimiento previo, permite conocer la probabilidad de respuestas a ciertas variaciones de la constante o en este caso la realidad educativa

---

[1] Egresada de la carrera de Filosofía y Pedagogía. Ayudante de investigación de Grupo de investigación Cerebro y Ciencias cognitivas de la Universidad Politécnica Salesiana.
[2] Ph.D. en Filosofía. Coordinador Grupo de investigación Cerebro y Ciencias cognitivas. Código Orcid: orcid.org/0000-0002-7414-4598

que se enfrenta a una problemática constante, que es, la aplicación de estrategias didácticas en los diferentes grupos de estudiantes.

Palabras clave

Lógica, Teorema de Bayes, variables, proceso de enseñanza – aprendizaje, probabilidad, subjetivo.

Abstract

The educational process required to give greater emphasis in structuring of strategies for inductive processes that determine significance of learning since knowledge of probability helps teachers manage different realities of the field of education and learning processes of each student, to comply with the criterion of performance set for the class. On the basis of the above before taking into account the need to analyse the structure of logic of chance through a relevant bibliographical and historical inquiry that also provide a critical approach to demonstrate that inclusion application of inductive logic in the learning process is necessary and positive. In accordance with the work carried out was obtained as main finding and conclusion, to know that probability has the proposition raised by first order logic, because of subjectivity which is expressed and which gives infinity as fundamental structure of responses to the same topic. This subjective expression serves to the exercise of a conditional probability which is expressed by Bayes's theorem, which considers that the hypothesis or prior knowledge, allows to know probability of answers to certain variations of the constant or in this case the educational reality that faces a constant problem, that is the application of teaching strategies in different groups of students.

Keywords

Logic, Bayes theorem, variables, teaching and learning process, probability, subjective.

Introducción

La lógica como componente fundamental de estructuración y comprensión del saber científico, atraviesa todo método de estudio lo que le da la capacidad de tomar la realidad subjetiva para expresarla en un lenguaje formal que funciona como materia prima para realizar cualquier tipo de interpretación desde la lógica simbólica, matemática e inductiva, esta última tratada primordialmente desde la probabilidad.

Se dio el interés por conocer ¿cómo puede contribuir la lógica de probabilidades al desarrollo y progreso de estrategias didácticas? Debido a que la educación en general basa sus estrategias didácticas a partir de leyes generales dadas por un método deductivo, para el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para abordar esta clase de temas, es importante conocer que la lógica inductiva se ha ido conformando a través del tiempo y la exigencia de evolucionar la lógica deductiva para su adaptación al progreso científico. Por lo que de forma general la historia de la lógica es el devenir expansivo del logos en el mundo comprendiendo sus principios en Aristóteles con la lógica clásica, quien formuló un conjunto de leyes que permitieron comprender y estructurar el pensamiento racional a través de silogismos, continuamente con diversos aportes de filósofos e intelectuales de diversas ciencias, se le brinda a la Lógica un nuevo enfoque: en el que ya no se encuentra supeditada a la reproducción y deducción de enunciados apriori; consecuentemente con el positivismo lógico tomó mayor fuerza considerar que el conocimiento está estructurado por teorías lógicas relacionadas (Restrepo & González, 2003).

La lógica, comprendida como ciencia del correcto pensamiento (Copi & Cohen, 2014), ejerce su importancia en la capacidad de proveer al ser humano la estructura lógica y coherente de su acto comunicativo ya que, al ser un animal racional, como lo decía Aristóteles en su obra *Política* en el cap II pag 16 , su acción está ejecutada de forma lógica y sistémica.

Conformación de la lógica en el periodo clásico

Se conoce que la lógica se fue conformando en el pensamiento griego sobre todo con el aporte de Aristóteles con el *Organón*, pero para llegar a este autor se tuvo distintos antecedentes de pensadores de la época que ayudaron a la consolidación de la lógica clásica.

Uno de ellos es Pitágoras, que planteó una forma racional y ordenada que permite la aprehensión de los distintos enunciados sobre el hombre y la relación entre música, números y el mundo físico, este filósofo demostró que se puede dar una comprensión abstracta de los fenómenos de la realidad (Vernaux, 1989).

Si se sigue esta nueva forma de comprensión de la realidad Parménides, otro de los pensadores griegos que ayudó a la conformación de la lógica clásica, afirmó que "el ser es y el no ser no es" lo que resultó en la estructuración de varias leyes lógicas: *el principio de identidad*, traslada la identidad desde una realidad lógica hacia una ontológica, se dice entonces que, si el ser es tan ingénito como imperecedero será carente de un cambio o devenir, por lo que será en todo momento idéntico a sí mismo, "*el principio de no contradicción* y *el principio del tercero excluido"* (Vernaux, 1989, págs. 7-11).

Platón en *La República* tras su estudio sobre los aportes de la escuela pitagórica sobre la lógica en el mundo de las ideas, estableció derivaciones lógicas que permitieron la jerarquización de conceptos a través de un método deductivo que concibe a las particularidades de la realidad resultado del Hiperuranio (Vernaux, 1989, pág. 12).

Aristóteles en el *Tratado de Lógica II sobre Analíticos Primeros* (1988) presentó la manera de estructurar un conocimiento rigurosamente analítico y válido a través de relaciones causales entre las ideas abstractas que se encuentran en la mente humana y la realidad dadas desde la lógica, expresadas en el lenguaje (Aristóteles, Tratados de Lógica (Órganon) II. Sobre la Interpretación, Analíticos Primeros y Analíticos Segundos, 1988). Lo que proyectó un conocimiento del "paraíso lógico representado por la teoría de la proposición como una relación entre sujeto y predicado, donde la función semántica nominativa del sujeto es esencialmente diferente de la función semántica atributiva del predicado" (Flórez, 1992, pág. 93).

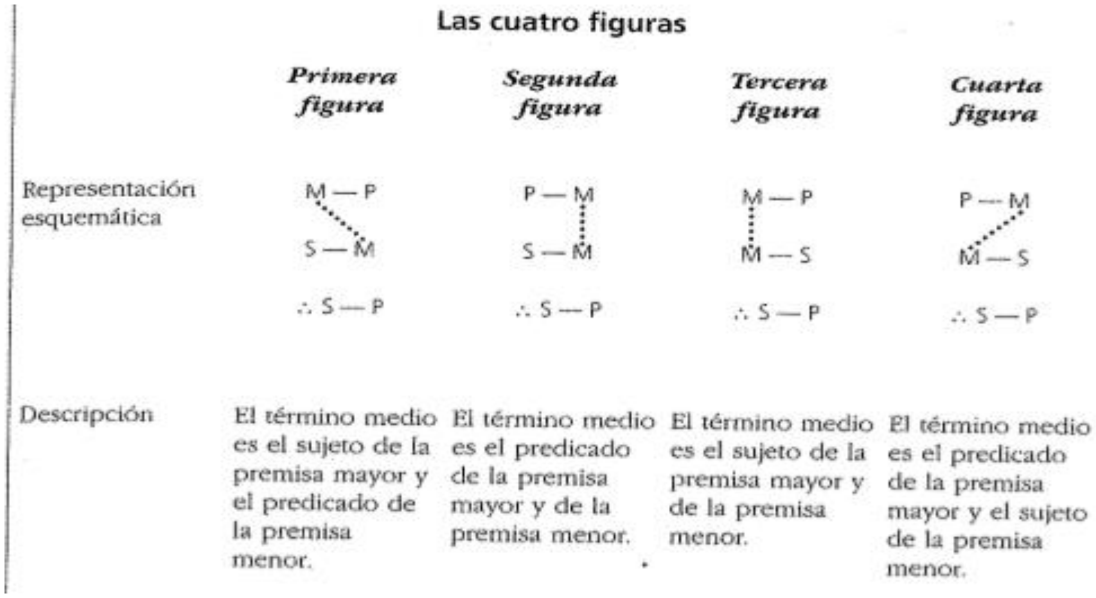
Este autor se concentró en la estructuración proposicional y formal del lenguaje, partiendo de diferenciaciones a partir de: tipo, cantidad y calidad de la proposición categórica que estructura el razonamiento en el que se basa la lógica formal en su totalidad; siendo nombradas cada una por una vocal que distingue su forma:

	Cantidad	Calidad	Forma
Todo S es P	Universal	Afirmativa	A
Ningún S es P	Universal	Negativa	E
Algún S es P	Particular	Afirmativa	I
Algún S no es P	Particular	Negativa	O

A partir de la distinción de las proposiciones categóricas, se generó el estudio de las formas de oposición entre los juicios o proposiciones categóricas: contrarias, subcontrarias, contradictorias y subalternas, explicadas de mejor manera en el cuadro tradicional de oposición, la lógica aristotélica fue capaz de establecer reglas para determinar el valor de verdad o falsedad de cada juicio.

Aristóteles, con el fin de formalizar el lenguaje ordinario empleó los silogismos para la estructuración de argumentos válidos en cuanto a la composición ordenada de las proposiciones que son las premisas del silogismo, dando como resultado una conclusión válida de acuerdo con las formas y reglas, evitando ambigüedades o dobles negaciones que afecten la comprensión adecuada. Parafraseando a Gómez (2012), la lógica tiene como tarea básica la de investigar las condiciones que propicien un resultado válido y verdadero (pág. 33).

La lógica clásica clasifica los silogismos categóricos, la forma de este silogismo dependerá de las proposiciones que lo componen, a partir de ello se podrá determina modo y figura que constituye la forma categórica de dicho silogismo. La forma categórica dependerá de la ubicación de los términos en las premisas, para ello se puede tomar como referencia el siguiente gráfico:



Las cuatro figuras

	Primera figura	Segunda figura	Tercera figura	Cuarta figura
Representación esquemática	M — P S — M ∴ S — P	P — M S — M ∴ S — P	M — P M — S ∴ S — P	P — M M — S ∴ S — P
Descripción	El término medio es el sujeto de la premisa mayor y el predicado de la premisa menor.	El término medio es el predicado de la premisa mayor y de la premisa menor.	El término medio es el sujeto de la premisa mayor y de la premisa menor.	El término medio es el predicado de la premisa mayor y el sujeto de la premisa menor.

Figura 1. Las cuatro figuras de los silogismos de acuerdo a la ubicación del término medio, (Copi & Cohen, 2014, pág. 293).

Reinterpretación de la lógica en la Edad Media

La edad media con el realce del cristianismo que desestabilizó varias escuelas que cultivaban, la lógica clásica sufrió "un gran estancamiento en su desarrollo conceptual y se vio relegada como una teoría formal del conocimiento y un apéndice de la filosofía" (Marriaga & Márquez, 2010, pág. 109). Este proceso fue superado por un notable desarrollo de aportaciones griegas, musulmanas y judías, que permitieron desarrollar la lógica clásica a finales de esta época (Campos Benítez, 2006, pág. 208).

Debido a este realce mencionado anteriormente, la lógica escolástica tomó fuerza en los pensadores medievales constando de dos piezas: "la doctrina de las propiedades de los términos y la de las consecuencias" (Bochenski, 1976, pág. 168).

Uno de aquellos pensadores medievales fue Santo Tomás de Aquino, que determinó la intencionalidad de los términos de las proposiciones que expresarían una consecuencia igualmente intencional hacia relaciones lógicas abstractas, ahora ya no dependientes de la exterioridad (Bochenski, 1976, pág. 168).

Boecio a inicios de la edad media, comentó y tradujo la obra aristotélica con la que presentó "una elaboración de la técnica en lógica – formal. Con la tendencia de formular una regla de sustitución para las variables sentenciales; desde luego que no formuló manera de tal regla, sino mediante la descripción de la estructura de la fórmula" (Bochenski, 1976). Por lo que se registra en este autor una forma diferente de estructurar la lógica formal, dando alternativas distintas a la conclusión dada por las reglas aristotélicas.

> … a partir de estos cuestionamientos de la lógica herencia de los griegos, varios autores como Duns Escoto, Pedro Hispano, Guillermo de Shyreswood. No se tiene una visión panorámica de la lógica y la formalización del lenguaje en esta época, pero no se puede negar la existencia de intentos por entender a esta disciplina y al lenguaje desde la perspectiva que se le quiere dar en este trabajo. Aparecen problemas como las paradojas, los universales, la suposición, analogías, apelaciones, entre otros que se utilizan en los ámbitos escolásticos para el desarrollo de los temas filosóficos y teológicos imperantes en la época (Cárdenas Marín, Reyes Solís, & Viteri Bazante, 2017, pág. 105).

La lógica aristotélica a lo largo de la edad media fue fuertemente cuestionada en sus reglas silogísticas, principalmente en los componentes de la proposición categórica con sus funciones limitadas manteniendo "la distinción entre nombrar un objeto y ser predicado de un objeto, aunque por la tesis de la intercambiabilidad una expresión podía cumplir ya la primera, ya la segunda función" (Flórez, 1992, pág. 97).

Guillermo Ockham y Juan Buridán a finales de la edad media, identificaron al sujeto con el predicado reduciendo las expresiones que cumplían ambas funciones a la categoría de nombres.

Ockham en su obra *Summa Lógica* presenta la teoría del nominalismo que se encargó de los universales como nombres que anteriormente se había explicado, para identificar expresiones que decían lo mismo del sujeto y predicado, ocupándose de los términos en proposiciones y silogismos que permitan una mayor conexión demostrativa de la idea abstracta en la realidad y evitar falacias del lenguaje ordinario (Flórez, 1992) (Cárdenas Marín, Reyes Solís, & Viteri Bazante, 2017).

> De acuerdo con Boehner, Occam establece una definición nominal de la verdad proposicional: "es verdadera la proposición cuyo sujeto y predicado suponen por la misma cosa", como en las proposiciones "el can es un animal" y "el can es una estrella". Freddoso precisa, en cambio, que tal interpretación distorsiona la concepción occamista de la verdad y que resulta además inconsistente con lo planteado por el lógico medieval en la primera parte de la Summa, en relación con las proposiciones negativas.
>
> En su introducción a la edición de la parte segunda de la Summa Logicae, Freddoso muestra que Occam no pretende definir la verdad en general, sino establecer las condiciones de verdad, necesarias y suficientes, para diferentes tipos de proposiciones. Aduce también que si aceptásemos la definición de verdad como la adecuación entre la suposición del sujeto y el predicado, entonces no resultaría claro cómo tal definición podría aplicarse a proposiciones hipotéticas (Trueba Atienza, 1997, pág. 120).

El nuevo enfoque de las interpretaciones lógicas de Port Royal, en la época moderna

Los nuevos enfoques que se le dio a las ciencias necesitaron un cambio de lógica formal hacia la lógica simbólica y matemática. Los filósofos racionalistas, a través, del desarrollo y análisis de la realidad a partir de las matemáticas, marcaron la cualidad de la lógica simbólica moderna que permitió un giro irrevocable para el desarrollo lógico (Marriaga & Márquez, 2010).

La lógica pasó de ser un instrumento para tratar directamente los estados de cosas en el mundo, para conocer la estructura de la realidad. Mientras que la lógica moderna va a tratar al lenguaje con sistemas de signos para ser validados o no (Trueba Atienza, 1997, pág. 116)

Leibniz uno de los filósofos racionalistas y además matemático de la época, introdujo a la lógica aristotélica: "métodos de reducción, método de sustitución y el diagrama euleriano, es por esto por lo que se lo llamará el padre de la lógica matemática" (Bochenski, 1976).

> Desde el punto de vista de la historia de la lógica, la obra lógica de Leibniz tiene dos características destacables: por un lado, careció de los que podemos llamar "operancia" histórica en el momento de su elaboración, ya que permaneció en su mayor parte inédita hasta principios del siglo XX y, por otro lado, es una clara anticipación de la lógica matemática (Martínez Freire, 1985, pág. 88).

Beth (1978) explicó el programa lógico de Leibniz en tres partes: 1) la característica universal, trabaja la estructuración de conceptos científicos para tratarlos de forma universal, 2) el cálculo razonador, estructuración de un sistema de formas argumentativas concluyentes, y 3) el arte combinatoria, que es un sistema exhaustivo de formas definitorias.

A partir de los aportes de Leibniz la lógica se estableció como un conocimiento necesario para el progreso de las ciencias, lo que convirtió a la edad moderna en el apogeo para diferentes filósofos y matemáticos que con sus aportes impulsaron la lógica matemática.

Augustus De Morgan, matemático y lógico inglés, fue quién demostró la relación de la lógica formal con la matemática en base de métodos que permitieron que la lógica formal sea traducida a un lenguaje matemático y simbólico. En su obra principal *La lógica formal o el cálculo de inferencias necesarias y probables* (1847), dio a conocer las leyes fundamentales del álgebra de la lógica las que se denominaron *Las leyes de Morgan*, en las que la negación de la conjunción es equivalente a la disyunción de las negaciones, la negación de la disyunción es equivalente a la conjunción de las negaciones (De Morgan, 1847) (Muñoz García, 2005).

~(p^q) ↔ ~p v ~q

~(pvq) ↔ ~p ^ ~q

George Boole en 1847 escribió *Mathematical Analysis of Logic, being on Essay towards a Calculus of Deductive Reasoning***,** orientado a expresar los conceptos lógicos en términos matemáticos, a través de la conexión que tiene con el Lenguaje, entendiendo a la lógica como un metalenguaje que se encarga de brindar juicios y razonamiento deductivo a la realidad (Boole, 1984). Además de interesarse por la lógica matemática, Boole se cuestionó si la lógica debía seguir siendo considerada como un aspecto propio de la Filosofía o con las nuevas leyes, esta pertenezca netamente a la matemática, razonamiento que resultó de sus estudios sobre De Morgan y Hamilton donde a través de sus teorías demuestran que la lógica es netamente un quehacer matemático:

> …Boole queda claro cuando dice después de una reflexión sobre la Filosofía entre De Morgan y Hamilton: "Estoy entonces obligado a afirmar, que de acuerdo a esta visión de la naturaleza de la Filosofía, la Lógica no forma parte de ella. Sobre los principios de una verdadera clasificación, no debemos asociar más Lógica y Metafísica, sino Lógica y Matemáticas" (Ontiveros, 2015, pág. 19).

De manera que la lógica es capaz de discernir leyes universales que permitan obtener inferencias válidas que evalúan a dicha ley universal de la que el proceso deductivo es capaz de comprender en sus particularidades.

> El programa de Boole propone el estudio del lenguaje como medio del pensamiento, de la concepción y de la inferencia. La obtención de "las leyes de aquellas operaciones que tienen que ver con los procesos de Concepción e Imaginación, y las correspondientes leyes de los símbolos que representan las relaciones, y los resultados prácticos que pueden obtenerse de tal simbolismo". "Primero en la expresión de términos complejos en las proposiciones, segundo en la expresión de proposiciones y finalmente en la constitución de un método general de análisis deductivo" (Zürcher de Carrillo, 1981, pág. 70)

Boole analizó las proposiciones primarias que tratan a las clases, para estructurar *las leyes de formación y transformación,* leyes que son simbolizadas algebraicamente entre 0 y 1, posteriormente se trabajará con las proposiciones secundarias que se relacionan con proposiciones cuyo valor de verdad puede ser verdadero o falso, simbolizadas con x – y.

Para Boole el simbolismo es "un cálculo cuyos signos variables están determinados por las relaciones en que pueden incurrir, relaciones simbolizadas por constantes lógicas, presentando al cálculo como un sistema formal al que denomina *matemático*" (Zürcher de Carrillo, 1981, pág. 73).

Análisis Matemático de la Lógica: Boole.

Según Boole, el universo se representa con el símbolo 1 que se relacionó como los símbolos x, y, z, que tienen un carácter determinado:

> x operando sobre cualquier materia que comprenda individuos o clases, se supondrá que selecciona de esa materia todas las X que contiene, lo mismo para y en relación con las Y, y para z en relación con las Z.
>
> Cuando no se expresa ninguna materia, supondremos que 1 es la materia entendida, de modo que tendremos
>
> $$x = x \quad (1),$$
>
> siendo el significado de cualquier término la selección del universo de todas las X que contiene, y siendo el resultado de la operación en el lenguaje común, la clase X, es decir, la clase de la que cada miembro es una X (Ontiveros, 2015, pág. 38).

Boole, a partir del álgebra de la lógica, llegó a tres expresiones que plasman la base del cálculo que presenta: distribución, conmutación y equivalencia:

$$x(u+v) = xu + xv \qquad (1)$$
$$xy = yx \qquad (2)$$
$$x^n = x \qquad (3)$$

Figura 2: fórmula del cálculo lógico de Boole (Ontiveros, 2015, pág. 40).

A partir de los aportes que se han ido dando en la edad moderna, y el proceso evolutivo de la lógica formal hacia un carácter netamente simbólico – matemático, se empezó a cuestionar sobre el valor de verdad de los resultados de cálculos lógicos, por lo que varios matemáticos y pensadores se dieron a la tarea de *jugar* con conceptos y procesos lógicos, uno de ellos fue Charles Lutwidge Dogson o más recordado como Lewis Carroll por sus grandes libros: *Alicia en el País de las Maravillas y Alicia en el Mundo de los Espejos,* en los que plasmó una concepción ilógica de la lógica a partir de proposiciones relacionadas contradictoriamente de tal manera que sean equivalentes (Carroll, 1994), en la que la lógica da lugar a un sinfín de acertijos y paradojas sobre pensamiento y lenguaje.

La lógica para Carroll es un puente de unión entre el mundo matemático y el del fabulador, en su obra *El juego de la lógica* el absurdo y la fantasía son una extravagancia de la lógica, es por eso que hablará primordialmente sobre el silogismo el cual contiene falacias que en sí dan sentido a la conclusión:

> La paradoja de los tres peluqueros suscita el viejo problema de la llamada «implicación material» «si p, entonces q»), y la paradoja lógica a la que se refiere el título es precisamente una de las paradojas de la implicación material: una proposición falsa implica cualquier proposición. Ex falso sequitur quodlibet. Por su parte, el debate entre Aquiles y la Tortuga es una historia con moraleja lógica. La moraleja es que es necesario distinguir entre leyes lógicas y reglas lógicas de inferencia. Una ley lógica es, por ejemplo, ésta: “[(p → q) · —q] → —p” (Carroll, 1994, pág. 17).

Avances de la lógica matemática en la edad contemporánea

En la transición de la ciencia entre la edad moderna y la contemporánea, se halla Gottlob Frege considerado como padre la Lógica matemática y Filosofía Analítica, “encargado de revolucionar el análisis lógico” (Cárdenas Marín, Reyes Solís, & Viteri Bazante, 2017, pág. 114). Frege formaliza las variables y las constantes que estructuran los razonamientos válidos, validez que depende de las conectivas y cuantificadores.

> Esta modificación en la concepción ontológica donde se abandona la relación sustancia-atributo, en la que el atributo era considerado una propiedad de la sustancia y, en su lugar, se adhiere a una concepción que prioriza las relaciones entre individuos y clases a partir de la noción de función (Martínez, 2013, pág. 20).

Frege consideró que las proposiciones de la aritmética según criterios matemáticos, son deducibles de principios lógicos, es decir, a través de un proceso logicista de la filosofía de la matemática se procede a una formalización que requirió extender la representación simbólica del razonamiento matemático que se veía desde la lógica clásica y Boole.

La *Conceptografía* (Frege, 1972) fue el sistema simbólico o de escritura conceptual que Frege propuso, a partir de cuestionarse sobre la justificación empírica que se decía requerían los juicios de la aritmética, o al contrario les basta una justificación netamente lógica deductiva, trabajando sobre un lenguaje ordinario que se permitiera compararse y vincularse con un lenguaje formal a través de símbolos.

> Frege resolvió que todas las expresiones de alguna categoría gramatical que no fueran oraciones y que no fueran nombres o variables pertenecerían a categorías gramaticales "funcionales", asociadas a reglas estrictas acerca de cuáles son sus "argumentos" posibles y cuáles son los resultados posibles de su aplicación a esos argumentos (Gómez Torrente, 2016, pág. 23).

Se eliminó de esta manera todo tipo de ambigüedades sintáctica que se encuentran comúnmente en el lenguaje ordinario o natural, a partir del proceso realizado en la *Conceptografía*, se desarrolla la *notación fregeana* para tratar a todas las expresiones de categorías gramaticales que no sean oraciones, nombres o variables funcionales, y a cada una identificarlas con símbolos distintos, además

> Frege usa letras griegas mayúsculas como letras (esquemáticas) para predicados, y letras que tienen otros aspectos para representar nombres y variables, las cuales se ubican dentro de paréntesis a continuación de los predicados que se les aplican en las fórmulas correspondientes; por ejemplo, — Φ (A),— Ψ (A, B), —Θ (a) (Gómez Torrente, 2016, pág. 25) (Frege, 1972).

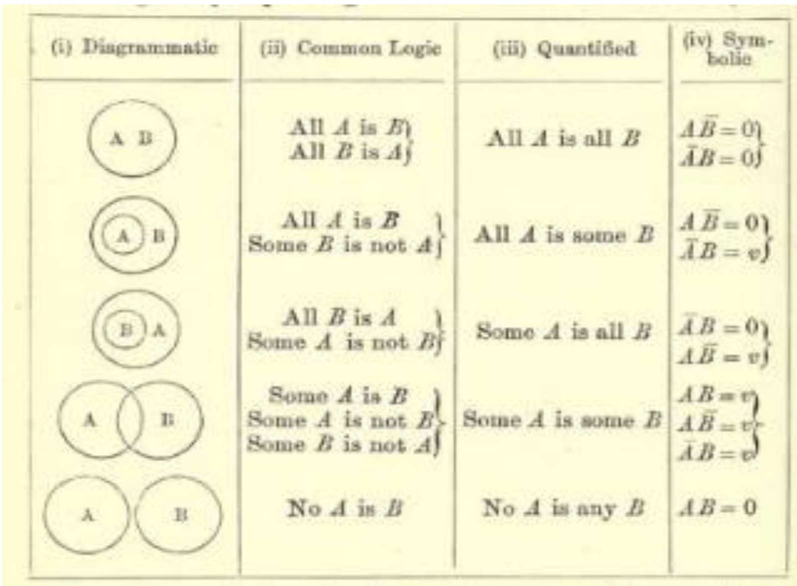
Además de simbolizar las clases, Frege trató el principio de identidad o igualdad matemática de manera que al simbolizarlo se indica identidad de significado, no identidad de signos: — A ≡ B, el trazo horizontal ("—") precede a las fórmulas e indica que poseen un contenido susceptible de ser juzgado (Frege, 1972).

En continuación a Frege en la simbolización del lenguaje formal, se empezó a tratar los conjuntos de clases o elementos, y es en este punto que se conoce los aportes de John Venn, en su libro *Lógica Simbólica* siguiendo postulados de Boole desarrolla un método sistemático de figuras geométricas en las que se representa las relaciones entre conjuntos y se analiza los argumentos lógicos que las conforman, llamado *Diagramas de Venn* (Venn, 1881).

Los diagramas de Venn, a partir de los tipos de proposición que Aristóteles dio a conocer, relacionó conjuntos y proposiciones categóricas. Diciéndose que un término de la proposición debe estar distribuido, es decir, S o P.

Proposición	**Tipo**	**Sujeto**	**Predicado**
Todos S es P	A	Distribuido	No distribuido
Ningún S es P	E	Distribuido	Distribuido
Algún S es P	I	No distribuido	No distribuido

Algún S no es P	O	No distribuido	Distribuido



(i) Diagrammatic	(ii) Common Logic	(iii) Quantified	(iv) Symbolic
A B	All A is B All B is A	All A is all B	$A\bar{B}=0$ $\bar{A}B=0$
A B	All A is B Some B is not A	All A is some B	$A\bar{B}=0$ $\bar{A}B=v$
B A	All B is A Some A is not B	Some A is all B	$\bar{A}B=0$ $A\bar{B}=v$
A B	Some A is B Some A is not B Some B is not A	Some A is some B	$AB=v$ $A\bar{B}=v$ $\bar{A}B=v$
A B	No A is B	No A is any B	$AB=0$

Figura 3: explicación de los términos distribuidos en cada diagrama (Venn, 1881, pág. 30).

Posteriormente la lógica matemática revolucionó su forma bivalente, en la que las proposiciones tienen solamente dos valores: verdadero o falso, hacia una lógica matemática trivalente y multivalente.

Charles Peirce científico y filósofo, considerado el fundador del pragmatismo y padre de la semiótica moderna, aportó a la lógica desde su Lógica Triádica, en la que Peirce propone tres categorías fenomenológicas que permiten un ejercicio lógico, llamadas: *primeridad, segundidad y terceridad.* "La primeridad es la categoría del sentimiento puro y prereflexivo; la segundidad abarca la existencia actual, la confrontación y la reacción; la terceridad es la categoría de la relación, el hábito y la continuidad" (Oostra, La lógica triádica de Charles S. Peirce, 2007, pág. 9). Categorías que ayudaron a Peirce comprender al signo como "algo que está por algo para alguien" (Peirce, Collected Papers of Charles Sanders Peirce, 1931) y de esta manera clasificarlo en base de tricotomías: *ícono, índice, símbolo;* que definen a la lógica como un razonamiento triádico, es decir, en función de tres valores de verdad.

A continuación se presenta un ejemplo de una estructuración de la lógica Triádica de Peirce (1976):

Por tanto, si hay solo dos valores, se tiene la inferencia

A tiene un valor diferente de B,

B tiene un valor diferente de C;

∴ C tiene el mismo valor que A

Para un sistema de tres valores no se tiene esta inferencia pero la siguiente es válida, aunque no lo es para un sistema con más de tres valores:

A tiene un valor diferente de B,

A tiene un valor diferente de C,

A tiene un valor diferente de D;

B tiene un valor diferente de C,

B tiene un valor diferente de D;

∴ C tiene el mismo valor que D (Charles S., 1976).

Sin embargo, Peirce realizó una relación con las tablas de valores de la lógica clásica, en donde se agrega a los valores V y F, el valor de L, el cual considera que,

> Sin desechar completamente el Principio del Tercio Excluso, se reconoce que cada proposición *S es P* o bien es verdadera, o falsa, o bien *S* tiene un modo inferior de ser tal que no es definitivamente *P* ni definitivamente *no P*, sino que está en el límite entre *P* y *no P* (Oostra, La lógica triádica de Charles S. Peirce, 2007, pág. 12).

En cuanto a los conectivos, Peirce simbolizó las negaciones triádicas en cuanto a la proposición de la siguiente forma con las relaciones de los valores:

x	V	L	F
$\bar{x}$	F	L	V
$\overset{\circ}{\bar{x}}$	L	L	L
$\grave{x}$	F	V	L
$\acute{x}$	L	F	V

Figura 4: valores de verdad con tres variables, según Peirce: (Oostra, La lógica triádica de Charles S. Peirce, 2007, pág. 12).

En consecuencia de los estudios Peirce, publicó en 1881 una axiomatización completa (Peirce, Collected Papers of Charles Sanders Peirce, 1931), pero por la falta de estudios relacionados en su época, no tuvo gran acogida por el corpus matemático. A su vez y siguiendo a Peirce, Giuseppe Peano publicó otra axiomatización de los números naturales en 1889, teniendo una gran acogida y convirtiéndose en un saber básico de todo matemático (Oostra, Acerca del artículo On the Logic of Number, de Charles S. Peirce, 2003).

Giuseppe Peano se centró en la demostración de un argumento lógico que no depende de la sujetividad del estudioso, sino de, que dicho argumento sea validado y comprobado universalmente. Así, Peano considera la posibilidad de unir los argumentos de la lógica clásica con la lógica de clases en un lenguaje artificial de signos que se conecten mediante implicaciones, originándose los símbolos que son utilizados hasta la actualidad para representar la *pertenencia, existencia, contenencia, unión e intersección* (Peano, 1889).

A continuación se presenta la axiomatización que realizo Peano, simbolizando en primer lugar (1889):

- El símbolo *N* significa *número* entero positivo
- El símbolo 1 significa *unidad*
- El símbolo a+1 significa *el sucesor de a, o, a más 1*
- El símbolo = significa es igual a

Una vez se simbolizó, se enuncia los axiomas:

1. $1 \in N$
2. Si $a \in N$ entonces: $a = a$
3. Si $a \in N$ entonces: $a = b$ si y sólo si $b = a$
4. Si $a, b, c \in N$ entonces: $a = b$, $b = c$ implica $a = c$
5. Si $a = b$ y $b \in N$ entonces: $a \in N$
6. Si $a \in N$ entonces: $a + 1 \in N$
7. Si $a \in N$ entonces: $a = b$ si y sólo si $a + 1 = b + 1$
8. Si $a \in N$ entonces: $a + 1 \neq 1$
9. Si k es una clase, $1 \in k$, y si para $x \in N$: $x \in k$ implica $x + 1 \in k$, entonces $N \subseteq k$ (Peano, 1889, pág. 10).

El inicio de la lógica de la probabilidad, un nuevo paradigma para el avance de las ciencias

El origen de la probabilidad se dio en cartas sobre una experiencia de Blas Pascal hacia Pierre Fermat, donde se compartía teorías sobre la probabilidad de un juego de dados, pero no publicaron sobre la teoría que estaban tratando. Es en 1563 mediante un libro publicado llamado *Liber de Lulo Alae* por el italiano Gerlamo Cardano que se tratará sobre el juego de los dados, definiendo la expresión:

$$\frac{r^n}{t^{n-r}}$$

Para medir la probabilidad de ganar un juego donde: **t** son los casos iguales posibles, **r** son los casos favorables y **n** son las veces en que se repite un juego.

> Sin embargo, fueron Pascal y Fermat los que empezaron a formalizar la teoría de las probabilidades, probando el desacuerdo con el caballero de Meré, este se debía a que era erróneo el cálculo que había efectuado, ya que se equivocó en considerar equiprobables sucesos que no lo eran, y sólo cuando los casos posibles son equiprobables tiene sentido aplicar la definición dada por Meré de probabilidad. Aunque Pascal y Fermat no expusieron sus resultados por escrito, Christiani Huygens, físico matemático holandés (1629 -1695), publicó en 1657 un breve tratado titulado "De Ratiociniis in ludo aleae" (sobre los razonamientos relativos a los juegos de los dados), inspirado en la correspondencia sostenida entre Pascal y Fermat (Restrepo & González, 2003, pág. 84).

A partir del inicio de los postulados sobre la probabilidad, será Hume quien propuso en su obra *A Treatise of Human Nature*, reglas generales obtenidas mediante la exposición de asociaciones repetidas entre sus elementos, conformando el principio de inducción, que prioriza la estructuración de una totalidad desde sus particularidades, pero esta totalidad varía de acuerdo a la dinámica que hay entre sus partes, lo que dará la importancia de las realidades que se encuentran en constante mutación generando un campo amplio de probabilidades para una sola respuesta de la realidad tomada como materia de estudio (Hume, 1738). Desde este principio de inducción y su particularidad que la probabilidad involucra, se verá la necesidad de una lógica que nos permita comprenderla y explicarla, y es la lógica inductiva con su comportamiento bajo incertidumbre que sabrá, cómo los agentes lógicos que se encuentran en la estructura en su mayor parte no tendrán acceso a toda la verdad de su entorno, resultando imposible construir una descripción fija y completa del desarrollo de sus acciones y respuestas, es así que la teoría de la probabilidad en la que se guía la lógica inductiva o probabilista, asignará a cada agente un grado numérico de creencia entre 0 y 1 (falso/verdadero) (Russell J. & Norving, 2004, pág. 529) explicando que la incertidumbre da los fundamentos para la inteligencia artificial y nuevas ciencias, y es en este punto que se encontrarán diversas fuentes de incertidumbre como: información incompleta, información errónea, información imprecisa, mundo real no determinista, modelo incompleto o un modelo inexacto, por lo que:

> El tratamiento de la incertidumbre es, junto con la representación del conocimiento y el aprendizaje, uno de los problemas fundamentales de la inteligencia artificial. Por ello no es extraño que casi desde los orígenes de este campo se le haya prestado tanta atención y hayan surgido tantos métodos, motivados por los distintos problemas que se han ido planteando (Díez, 2005, p. 2).

En cuanto al proceso de inducción y probabilidad del que se ha hablado anteriormente, es necesario enunciar el aporte de Thomas Bayes en su obra *Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances* (Bayes, 1763) abordó la probabilidad inversa o también conocida *Inferencia bayesiana*, a través del teorema que llevó su nombre, el *Teorema de Bayes* , en el que se basó la mayor parte de la explicación de la lógica probabilista, tomándolo como "expresión de probabilidad condicional que demuestra los beneficios obtenidos en las estimaciones basadas en conocimientos intrínsecos" (Mesa Páez, Rivera Lozano, & Romero Davila, 2011, pág. 1) es decir, que para la inferencia bayesiana es necesario la obtención e incorporación de conocimientos previos sobre la realidad a tratar para direccionar la tarea del proceso lógico y de acuerdo al proceso, generar ajustes de los supuestos, logrando "estimar modelos útiles dentro de un espacio muestra y de este modo poder estimar parámetros que provengan de la experiencia o de una teoría probabilística" (Mesa Páez, Rivera Lozano, & Romero Davila, 2011); a partir de esto se entenderá que el proceso de la metodología bayesiana estará basado en la interpretación subjetiva, pues depende de hipótesis del estudioso.

A continuación, se representa la fórmula del Teorema de Bayes:

$$P(H\backslash D) = \frac{P(D\backslash H)\ x\ P(H)}{P(D)}$$

H presenta la hipótesis, **D** el dato, la expresión **P(H)** es llamada *la probabilidad previa*, es decir, la probabilidad de la certeza de la hipótesis en cuanto se observa los cambios y construcción del dato analizado, **P(D\H)** significa la probabilidad condicional, es decir, toma en cuenta que el dato analizado corresponda a la hipótesis correcta, **P(D)** es la probabilidad marginal de que el dato pueda ocurrir independientemente de que la hipótesis sea correcta o no, y **P(H\D)** representa la probabilidad de que la hipótesis sea correcta dad la ocurrencia del dato a partir de la información dada (Toledano & Montardit, 2012).

> Según la teoría de la probabilidad el teorema de Bayes es un camino para realizar inferencias; este teorema puede considerarse cómo la búsqueda de la hipótesis más factible dentro de un conjunto de datos y conocimientos previos de la probabilidad de cada hipótesis; como método bayesiano permite modificar valores cuando se dispone de nueva información tratando modelos dentro de la explotación de información; de estas observaciones surge la representación de usar redes bayesianas como sistemas clasificadores (Mesa Páez, Rivera Lozano, & Romero Davila, 2011, pág. 9).

A partir de la formulación de la teoría de la probabilidad con sus distintas variantes, Pierre Simon Laplace con su obra *Teoría analítica de las probabilidades* (Laplace, 1812), estructuró una regla de la probabilidad que se usó en la mayoría de los juegos de azar, "asignando un grado de credibilidad racional a los sucesos aleatorios" (Toledano & Montardit, 2012, pág. 29):

$$\text{P (X)} = \frac{número\ de\ casos\ favorables}{número\ de\ casos\ posibles}$$

La inferencia bayesiana como expresión de la lógica de la probabilidad, en relación con el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La estructuración de las inferencias bayesianas revolucionó todo tratamiento de las diferentes ciencias y el conocimiento, debido a que en esencia son proposicionales, es decir, "el conjunto de variables que tienen un dominio fijo de posibles valores" (Russell J. & Norving, 2004, pág. 591), en relación con un contexto proposicional que da distintos modelos o mundos posibles, sobre los cuáles la probabilidad actúa (Rivadulla, 1994).

> En el contexto de la lógica proposicional, un modelo (con su interpretación) especifica un dominio de objetos, las relaciones que se verifican entre esos objetos, y una correspondencia desde las constantes y predicados de la base de conocimiento hasta los objetos y relaciones en el modelo. Por lo tanto, *una base de conocimiento probabilista que sea proposicional debería especificar probabilidades para todos los posibles modelos proposicionales.* (Russell J. & Norving, 2004, pág. 591):

Es necesario tener en cuenta que la asignación de la probabilidad en todo sistema como variable de creencia de una hipótesis, permite un reajuste de creencias fijas, pues brinda la capacidad de conocer nuevos axiomas que estructuran modelos infinitos y distintos, de la realidad.

La inferencia bayesiana basó su resultado en el uso de hipótesis o situaciones superficialmente conocidas que se enfrentan a un gran número de variables, de manera que en cierta parte, puede conocer con anterioridad parámetros que provengan del resultado probabilístico de dichas situaciones poco conocidas y de esta manera ajustar los resultados a supuestos; por lo que su objetivo, "es suministrar una metodología para estudiar adecuadamente la información mediante análisis de datos y decidir de manera acertada sobre la mejor forma de actuar" (Mesa Páez, Rivera Lozano, & Romero Davila, 2011, pág. 3).

Como se evidencia, los agentes lógicos proposicionales "desafortunadamente casi nunca tienen acceso a toda la verdad sobre su entorno. Los agentes deben, así, saber comportarse bajo *incertidumbre",* "pues para un agente lógico, sería imposible construir una descripción completa y exacta de cómo se desarrollarán sus acciones" (Russell J. & Norving, 2004, pág. 527).

> La incertidumbre es natural en el proceso de razonamiento donde se pueden establecer reglas para inferir de manera deductiva una proposición determinada que puede ser verdadera o falsa, según sea el límite de esta estimación. Dentro de los métodos de razonamiento se encuentran los Modelos Bayesianos, que simulan diferentes condiciones de incertidumbre cuando no se conoce si es verdadera o falsa la hipótesis enunciada en un rango de variación (Mesa Páez, Rivera Lozano, & Romero Davila, 2011, pág. 9).

El sistema bayesiano se ayudó de las redes bayesianas que tienen como objetivo "mejorar la calidad de la clasificación de los datos para evitar hacer suposiciones sobre los atributos de la información" (Mesa Páez, Rivera Lozano, & Romero Davila, 2011, pág. 16), de manera que las aproximaciones dentro del manejo de variables sean más acertadas, haciendo de sus resultados más rigurosos ante un conocimiento incierto.

> Se puede determinar que una red bayesiana será una estructura en la que se encapsulan las relaciones de dependencia que hay entre los atributos de los datos observados, describiendo la distribución de probabilidad en un conjunto de variables permitiendo identificar dependencias entre los diferentes conjuntos de variables (Mesa Páez, Rivera Lozano, & Romero Davila, 2011, pág. 18).

Para explicar de mejor manera se indica mediante un ejemplo del teorema de Bayes, a continuación:

Ejemplo 1.6 *Tres urnas contienen bolas blancas y negras. La composición de cada una de ellas es la siguiente:* $U_1 = \{3B, 1N\}$, $U_2 = \{2B, 2N\}$, $U_3 = \{1B, 3N\}$. *Se elige al azar una de las urnas, se extrae de ella una bola al azar y resulta ser blanca. ¿Cuál es la urna con mayor probabilidad de haber sido elegida?*

Mediante U_1, U_2 *y* U_3, *representaremos también la urna elegida. Estos sucesos constituyen una partición de* Ω *y se verifica, puesto que la elección de la urna es al azar,*

$$P(U_1) = P(U_2) = P(U_3) = \frac{1}{3}.$$

Si B={la bola extraída es blanca}, *tendremos*

$$P(B|U_1) = \frac{3}{4}, \quad P(B|U_2) = \frac{2}{4}, \quad P(B|U_3) = \frac{1}{4}.$$

Lo que nos piden es obtener $P(U_i|B)$ *para conocer cuál de las urnas ha originado, más probablemente, la extracción de la bola blanca. Aplicando el teorema de Bayes a la primera de las urnas,*

$$P(U_1|B) = \frac{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}}{\frac{1}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{2}{4}+\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{4}} = \frac{3}{6},$$

y para las otras dos, $P(U_2|B) = 2/6$ *y* $P(U_3|B) = 1/6$. *Luego la primera de las urnas es la que con mayor probabilidad dió lugar a una extracción de bola blanca.*

Figura 5: ejemplo de cálculo de Bayes con determinada realidad: (Montes Suay, 2007, pág. 9).

A partir de conocer las variables que se relacionan en la inferencia bayesiana, se comprende a la educación en su proceso de enseñanza – aprendizaje como una realidad que se encuentra en un constate cambio de variables debido a que el acto educativo se enfrenta recurrentemente a los factores bio, psico, socio, emocional, económico y político que engloban al ser humano como un todo, lo que genera un gran número de probabilidades que responden como mecanismos de solución a problemáticas educativas.

En contraste, Andradas considera a la probabilidad, capaz de conocer en base de la incertidumbre, respuestas que superficialmente predicen el comportamiento de las masas en frente a ciertas constantes que expresan cierta variabilidad en un comportamiento habitual, lo que ayuda a explicar el azar en ciertos comportamientos de los seres humanos frente a escenarios determinados. Por ejemplo:

Si se tiene como conocimiento previo una reacción de euforia ante la presencia de un ente fuera de lo común en el entorno de un sujeto, es notable que la variable que cambiará la probabilidad de que el sujeto se encuentre en un estado pasivo, será la presencia de un ente extraño o la experiencia del sujeto en la realidad de un ente ajeno a él. De manera que la reacción es la constante, pero la manera en la que esta es provocada dependerá de la probabilidad sobre la que actuará la presencia del ente extraño.

Santaló, considera que una lógica probabilística es más útil para tratar la realidad de las ciencias no exactas, es decir, de las humanidades. Pues dirá que las probabilidades:

1. Ejercitan el razonamiento y los cálculos matemáticos tradicionales
2. Muestran cómo pueden tratarse situaciones inciertas, llegando a resultados no exactos pero representativos para las necesidades prácticas
3. Ayudan a comprender el grado de equitatividad en los juegos de azar y en los seguros
4. Introduce la idea de correlación de variables (Mesa Páez, Rivera Lozano, & Romero Davila, 2011, pág. 7).

La correlación de variables en el ámbito pedagógico permite la comparación entre estrategias didácticas para determinar cuáles pueden complementarse entre sí, generando nuevas variables al proceso educativo que abre camino hacia su ejecución en distintos casos, para lo que se necesita de una constante, o realidad fija en la que la probabilidad tenga sus hipótesis de acuerdo con sus agentes, por ejemplo:

Una de las estrategias didácticas es la *tutoría entre pares*, cuyo proceso se basa en compartir los conocimientos de acuerdo con lo aprendido en el aula mediante mesas de trabajo con la finalidad de retroalimentación y construcción de conocimientos significativos, que hace ejercicio del apoyo mutuo que debe haber entre compañeros, favoreciendo la adaptación de los estudiantes al contexto escolar (Cardozo Ortiz, 2011).

En un congreso de educación acuden 1000 estudiantes, el encargado del congreso decide emplear la estrategia de la tutoría entre pares, conociendo que el grupo ha manejado ese estilo de trabajo cooperativo durante las anteriores jornadas para apresurar los resultados de los talleres. ¿Cuál es la probabilidad que el grupo de estudiantes acepte trabajar con la estrategia propuesta?

- Probabilidad a priori de la aceptación por parte de los estudiantes, de la estrategia escogida para trabajar P(N)= 1 / 1000.

Se supone que hay una aceptación en 99 de 100 personas y también en 2 de cada 100 personas que no quieren trabajar con esa estrategia.

- Verosimilitud: P(+N) = 99/100
- Probabilidad a posteriori de conocer si la totalidad del curso quiere trabajar con la estrategia propuesta: P(N/+).

	Respuesta +	**Respuesta -**	**Total**

Quieren trabajar con la estrategia propuesta.	99	1	100
No quieren trabajar con la estrategia	1998	97902	99900
Total	2097	97903	100000

$$P\ (N/+) = \frac{99}{99+1998} = 0{,}0472$$

La probabilidad de aceptar la estrategia de *tutoría entre pares*, si se conoce que la respuesta será positiva, se trata de una probabilidad condicional.

El cálculo realizado demuestra que la mínima variación de las variables puede cambiar por completo la realidad y sobre todo los resultados del proceso educativo.

Es necesario que las ciencias modernas se estructuren desde diversos modos y que estos, consideren a la lógica de la probabilidad como un campo transversal, que permite resultados diferentes hacia un mismo tema con una característica propia que la distingue de un campo totalmente deductivo, que es, su necesidad de basarse en un gran número de contextos diferentes, siendo estos los datos que necesita para analizarlos y generar un resultado probable de mecanismos de enseñanza, para cada contexto dado.

Al ser la educación el área y función básica para que el ser humano conozca cómo actuar ante su realidad contextual, la lógica de la probabilidad interactúa con los aspectos que tanto el agente educador como el educando plantean en el sistema del conocimiento, debido a que, considera el carácter subjetivo que tiene cada aporte y lo trabaja desde probabilidades condicionadas por un conocimiento previo por parte de cada uno, que guía el proceso pedagógico, teniendo en cuenta que es necesaria una ley general que sirve como conocimiento previo, para tratar las particularidades probables (Hacking, 1975).

Conclusiones

La lógica es un conocimiento transversal en todas las ciencias que construyen conocimiento, es evidente que a lo largo de la historia el proceso evolutivo de la lógica se ha ido transformando y, a cada aspecto de esta se los ha ubicado en áreas específicas del conocer, por ejemplo: el cálculo lógico responde a una lógica matemática y esta a su vez es practicada solo desde la matemática en base de símbolos llamados números.

Debido a la clasificación y delimitación de las distintas lógicas, el proceso de conocimiento se enfrenta a una jerarquización de estas, por lo que, es difícil considerar que en la lógica simbólica se tome en cuenta la subjetividad de las expresiones proposicionales de la lógica clásica o de primer orden.

El proceso de llegar a la lógica de la probabilidad desde la lógica clásica es casi inevitable, debido a los distintos conceptos que se van estructurando en el desarrollo del conocimiento del ser humano y su necesidad de comprender su realidad, pues, de una forma sistémica la lógica clásica plantea un lenguaje formal que expresa la realidad, este a su vez es planteado por símbolos que consideran los conectores lógicos de las proposiciones para trabajar desde una lógica simbólica con operaciones matemáticas de conjunción, disyunción y equivalencia, este planteamiento es elaborado por la lógica matemática la cuál considera distintos aspectos de la realidad para realizar cálculos que plasmen en números o letras la proposición, este cálculo es tomado por la lógica de la probabilidad, la cuál considera el carácter subjetivo que le da a la proposición la lógica formal y es en esta subjetividad que basará su ejercicio, pues le da las variables que pueden o no actuar en la proposición.

La lógica inductiva expresada con la probabilidad y su forma de expresar sus resultados en función de probables realidades hace que el conocimiento considere un nuevo paradigma que está en todo acto humano, principalmente en el proceso pedagógico.

El proceso pedagógico tiene como variables distintos aspectos de los agentes que lo constituyen (educando – educador), que están en constante variación, motivo por el que el tratamiento de la estrategia didáctica desde la probabilidad es imperativo para la obtención de resultados favorables, ya que permite al educador conocer las distintas variaciones de cada estudiante y emplear la estrategia que favorezca el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Bibliografía

ANDRADAS, Carlos

2002 *Lo que usted estudió y nunca debió olvidar en matemáticas.* Madrid: Acento.

ARISTÓTELES

1988 *Política.* Madrid: Gredos.

ARISTÓTELES

1988 *Tratados de Lógica (Órganon) II. Sobre la Interpretación, Analíticos Primeros y Analíticos Segundos.* Madrid: Gredos.

BAYES, Thomas

1763 *Essay Towards Solving a Problem in the Doctrine of Chances.* London: Philosophical transactions of the Roya Society.

BETH, E.W

1978 *Las paradojas de la lógica.* Valencia: Cuadernos Teorema.

BOCHENSKI, Joseph

1976 *Historia de la lógica formal.* Madrid: Gredos.

BOOLE, George

1984 *Mathematical Analysis of Logic.* (E. Requena Manzano, Trad.) Madrid: CATEDRA.

CAMPOS BENÍTEZ, Juan

2006 La lógica medieval y enseñanza de la lógica. *La lámpara de Diógenes,* 207-217.

CÁRDENAS MARÍN, William Orlando, REYES SOLÍS, Darwin Bellini, & VITERI BAZANTE, Frank Bolívar

2017 La formalización lógica del lenguaje como punto de partida para el análisis objetivo del discurso y la argumentación científica. *Sophia, colección de Filosofía de la Educación, 1*(22), 103-125.

CARDOZO ORTIZ, Claudia

2011 Tutoría entre pares como una estrategia pedagógica universitaria. *Educación y Educadores*, 309-325.

CARROLL, Lewis

1994 *El juego de la lógica.* Madrid: Alianza.

CHARLES S., Pierce

1976 The New Elements of Mathematics. (C. Eisele, Ed.) *The Hague, 1-4*.

COPI, Irving & COHEN, Carl

2014 *Introducción a la lógica.* México D.F.: Limusa.

DE MORGAN, Augustus

1847 *La lógica formal o el cálculo de inferencias necesarias y probables.*

FLÓREZ, Alfonso

1992 Correctorium Corruptorii: Sobre la historia de las corrupciones de la lógica. *Universitas Philosophica*, 93-105.

FREGE, Gottlob

1972 *Conceptografía.* México: Unversidad Autónoma de México.

GÓMEZ TORRENTE, Mario

2016 Introducción a la parte I: Lógica. *Revista de la UNAM*, 19-37.

HACKING, Ian

1975 *The Emergence of Probability: A Philosophical Study of Early Ideas about Probability induction and statisfical inference.* Paris: Cambridge.

HUGENII, Christiani

1657 *Libellus De Ratiociniis.* London: T. Woodward.

HUME, David

1738 *A Treatise of human nature.* London: Oxford.

LAPLACE, Pierre Simon

1812 *Theorie analytique des probabilities.* Paris: Chapelet.

MARRIAGA, Álvaro. & MARQUÉZ, Gabriel

2010 Evolución Histórica del concepto de la lógica tradicional. *Revista Ingeniería Solidaría*, *6*(10), 107-112.

MARTÍNEZ FREIRE, Pascual

1985 El origen histórico de la lógica matemática: Boole. *Revista de Filosofía*(2), 87- 98.

MARTÍNEZ, Vladimir

2013 *Bases de Lógica Moderna.* Quito: Rayuela.

MESA PÁEZ, Lesley, RIVERA LOZANO, Miller, & ROMERO DAVILA, Jesús

2011 Descripción general de la Inferencia Bayesiana y sus aplicaciones en los procesos de gestión. *La simulación al servicio de la Academia*, 1-28.

MONTES SUAY, Francisco

2007 *Introducción a la probabilidad.* Valencia: Departamento de Estadística e Investigación Operativa de la Universidad de Valencia.

MUÑOZ GARCÍA, Angel

2005 Sobre el origen de las Leyes de Morgan. *Revista Venezolana de Información, Tecnología y Conocimiento, 2*(3), 13-36.

NÚÑEZ, Féliz, SANABRIA, Geovany, & GARCÍA, Paulo

2015 Sobre la Probabilidad, lo Aleatorio y su Pedagogía. *Revista virtual de Matemática, Educación e Internet*, 1-11.

ONTIVEROS, Miguel

2015 *George Boole y la Lógica Simbólica.* Obtenido de http://www.repositoriodigital.ipn.mx/bitstream/123456789/22017/1/G

EORGE%20BOOLE%20Y%20LA%20LOGICA%20SIMBOLICA.pdf

OOSTRA, Arnold

2003 Acerca del artículo On the Logic of Number, de Charles S. Peirce. *Boletín de Matemáticas*, 14-21.

OOSTRA, Arnold

2007 La lógica triádica de Charles S. Peirce. *XVIII Encuentro de Geometría y sus Aplicaciones* (págs. 1-34). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

PEANO, Ioseph

1889 *Arithmetices principia, nova methodo expositaq.* Romae: Fratres Bocca.

PEIRCE, Charles. S

1881 On the logic of number. *American Journal of Mathematics*, 85-95.

PEIRCE, Charles S

1931 Collected Papers of Charles Sanders Peirce. (C. Hartshorne, & P. Wiess, Edits.) *Harvard University Press, 1-6.*

PERICCHI, L

1998 *Análisis de Decisión, Inferencia y Predicción estadística bayesiana.* Caracas: Universidad Simón Bolívar.

RESTREPO, Luis, & GONZÁLEZ, Julián

2003 La Historia de la Probabilidad. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, *16*(1), 83-87.

RIVADULLA, Andrés

1994 Probabilistic Support, Porbabilistic Induction and Bayesian Confirmation Theory. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 477-483.

RUSSELL J., Stuart, & NORVING, Peter

2004 *Inteligencia artificial. Un enfoque moderno.* Madrid: PEARSON EDUCACIÓN.

SANTALÓ, Luis

1999 *Hacia una didáctica humanista de la matemática.* Buenos Aires: Troquel S.A.

TOLEDANO, Raúl, & MONTARDIT, Ferran

2012 *Probabilidad en los juegos de azar.* Colegio Mirasan.

TRUEBA ATIENZA, Carmen

1997 La vía moderna de Guillermo de Occam. *IZTAPALAPA*(41), 115-122.

VENN, John

1881 *Symbolic Logic.* London: Macmillan and Co.

VERNAUX, R

1989 *Textos de los grandes filósofos: Edad Antigua.* Barcelona: Herder.

ZÜRCHER DE CARRILLO, Joyce

1981 George Bolle y la leyes del pensamiento. *Revista Filosófica de la Universidad de Costa Rica*, 69-75.