



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
UNIDAD DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y
SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA

Proyecto de Investigación y Desarrollo previo
a la Obtención de Grado de Magister en
Métodos Matemáticos y Simulación
Numérica en Ingeniería

SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL FLUJO DE
AIRE DENTRO DE UNA INCUBADORA NEONATAL,
UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS
FINITOS

AUTOR:

JAIME ANTONIO BUSTAMANTE CAMPOVERDE

DIRECTOR:

OLENA LEONIDIVNA NAIDIUK M.S.C

**SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL FLUJO DE AIRE
DENTRO DE UNA INCUBADORA NEONATAL, UTILIZANDO
DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS**



SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL FLUJO DE AIRE DENTRO DE UNA INCUBADORA NEONATAL, UTILIZANDO EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

JAIME ANTONIO BUSTAMANTE CAMPOVERDE

Ingeniero Electrónico

Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería

Unidad de Postgrados

Universidad Politécnica Salesiana

Dirigido por:

OLENA LEONIDIVNA NAIDIUK

Ingeniera Mecánica

Magister en Métodos Numéricos para Diseño en Ingeniería

Docente de la Universidad Politécnica Salesiana sede Cuenca

Carrera de Ingeniería Mecánica



Cuenca – Ecuador

BUSTAMANTE CAMPOVERDE JAIME ANTONIO.

SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL FLUJO DE AIRE DENTRO DE UNA INCUBADORA NEONATAL, UTILIZANDO DEL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS

Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca – Ecuador 2018
UNIDAD DE POSTGRADOS

Formato 170 x 240

Pág. 88

Breve reseña de los autores e información de contacto:

Autor:



Jaime Antonio Bustamante Campoverde

Ingeniero Electrónico
Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería
Unidad de Postgrados
Universidad Politécnica Salesiana
jbustamante@ups.edu.ec

Dirigido por:



Olena Leonidivna Naidiuk

Ingeniera Mecánica
Docente de la Universidad Politécnica Salesiana
Magister en Métodos Numéricos para Diseño en Ingeniería
oneira@ups.edu.ec

Todos los derechos reservados

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. Se permite la libre distribución de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación de los autores.

DERECHOS RESERVADOS

© 2018 Universidad Politécnica Salesiana
CUENCA – ECUADOR – SUDAMÉRICA

BUSTAMANTE CAMPOVERDE JAIME ANTONIO

“SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL FLUJO DE AIRE DENTRO DE UNA INCUBADORA NEONATAL, UTILIZANDO EL METODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS”

IMPRESO EN ECUADOR – PRINTED IN ECUADOR

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL.....	i
ÍNDICE DE FIGURAS	v
ÍNDICE DE TABLAS.....	vii
DEDICATORIA.....	ix
PREFACIO.....	xi
PRÓLOGO	xiii
AGRADECIMIENTO.....	xv
CAPÍTULO 1	17
Marco Teórico y Definición del problema	17
1.1. Introducción.....	17
1.2. Antecedentes.....	17
1.3. Situación Actual del Problema	18
1.4. Principio de Funcionamiento de una Incubadora Neonatal.....	19
1.5. Control de temperatura en Incubadoras Neonatales según la norma UNE-EN 60601-2-19.....	20
1.5.1. Uniformidad de temperatura en Incubadoras Neonatales.....	20
1.5.2. Tiempo de calentamiento en Incubadoras Neonatales	21
1.6. Definición de las características de la Incubadora Neonatal a utilizarse en la Simulación.	22
1.6.1. Geometría a utilizarse en la Simulación.....	22
1.7. Definición del Modelo Matemático.....	24
1.7.1. Tipos de Fluidos	24
1.8. Ecuación de Navier-Stokes.....	24
1.8.1. Conservación de Masa.....	25
1.8.2. Ecuación de Movimiento.....	25
1.8.3. Tensor de Tensiones	27

1.8.4. Conservación de Momento	28
1.8.5. Numero de Reynolds	29
1.9. Transferencia de Calor.....	30
1.9.1. Convección.....	31
1.9.2. Conservación de Energía.....	32
1.10. Turbulencia.....	34
CAPÍTULO 2	37
Método Numérico y Simulación	37
2.1. Métodos Numéricos en CFD.....	37
2.1.1. Método de los Elementos Finitos	37
2.1.2. Método de los Volúmenes Finitos.....	37
2.2. Aplicación del Método de los Volúmenes Finitos.....	38
2.2.1. Discretización Espacial del Dominio	38
2.2.2. Mallado Estructurado	39
2.2.3. Mallado no Estructurado	40
2.2.4. Discretización de las Ecuaciones de Navier-Stokes	40
2.2.5. Fractional Step Method (FSM).....	41
2.2.6. Discretización Temporal de las Ecuaciones de Navier-Stokes.....	42
2.2.7. Discretización Espacial de las Ecuaciones de Navier-Stokes.....	44
2.3. Simulación del Flujo de Aire dentro de una Incubadora Neonatal.....	49
2.4. Pre - Proceso.....	50
2.4.1. Tipo de análisis a utilizar.....	50
2.4.2. Definición de la geometría condiciones de frontera.	50
2.4.3. Identificación de las condiciones de frontera.	52
2.4.4. Discretización del dominio, características de la malla.	53
2.5. Proceso.....	56
2.5.1. Configuración de parámetros globales.	56
2.5.2. Definición del Régimen de análisis.....	57
2.5.3. Regresión polinómica para obtener la Ecuación de Temperatura. ..	58
2.5.4. Inicialización de las condiciones de frontera.....	60

2.5.5. Solución numérica del modelo matemático.	60
2.6. Convergencia del Método.....	61
2.7. Post Proceso.....	63
2.7.1. Análisis Térmico.	63
2.7.2. Volume Rendering - Temperatura.....	63
2.7.3. Contour – <i>Gradiente de Temperatura</i>	65
2.8. Análisis del Fluido.....	66
2.8.1. Vector- <i>Velocity</i>	66
CAPÍTULO 3	69
Validación de los Resultados	69
3.1. Análisis de los Resultados	69
3.2. Pruebas Térmicas.....	73
CAPÍTULO 4	75
Optimización del sistema	75
4.1. Introducción.....	75
4.2. Propuesta de Optimización.....	75
4.3. Verificación de la Optimización.....	78
4.4. Resultados de la Optimización.....	79
CONCLUSIONES	83
RECOMENDACIONES	85
BIBLIOGRAFÍA.....	87

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Prototipo de Incubadora Neonatal basada en la Norma UNE-EN 60601-2-19	18
Figura 2. Flujo de Aire dentro de una Incubadora Neonatal.....	19
Figura 3. Posicionamiento de los sensores para mediciones de temperatura.....	20
Figura 4. Geometría a simular en Ansys	23
Figura 5. Transferencia de calor según el tipo de convección.....	31
Figura 6. Flujo de calor agregado a un volumen de control.....	32
Figura 7. Volumen de control finito dentro de una celda.....	38
Figura 8. Discretización de Volúmenes Finitos 2-D.....	39
Figura 9. Mallado no estructurado con regiones de refinamiento.	40
Figura 10. Teorema de Helmholtz-Hodge	41
Figura 11. Volumen de control para la discretización espacial de las ecuaciones.....	45
Figura 12. Etapas dentro de la Simulación.	49
Figura 13. Dimensiones de la geometría definida.	51
Figura 14. Geometría definida en Inventor	52
Figura 15. Geometría para su análisis en Ansys en wireframe, importada	53
Figura 16. Uso del control Named Selection para nuestra geometría en vista inferior	54
Figura 17. Características del Mallado Uniform.	55
Figura 18. Ajuste de curva de Temperatura vs Tiempo con un polinomio de tercer orden.....	59
Figura 19. Convergencia de las ecuaciones conservativas de masa y momento 1000 iteraciones	62
Figura 20. Convergencia de ecuación conservativa de energía con 1000 iteraciones	63
Figura 21. Distribución de Temperaturas para un instante t vista 3D.....	64
Figura 22. Gradiente de temperatura en la superficie del neonato para un instante t vista 3D.....	65
Figura 23. Velocidad del Fluido dentro del habitáculo vista 3D para un instante t ..	66
Figura 24. Sensor cutáneo W0001A.	69
Figura 25. Puntos de medición en la Simulación.	70
Figura 26. Gráfica de los valores de medición vs simulación.....	71
Figura 27. Cámara Termográfica FLUKE Ti25.....	73
Figura 28. Imagen Térmica vs Simulación en Ansys para $t=100s$	74
Figura 29. Imagen Térmica vs Simulación en Ansys para $t=160s$	74
Figura 30. Imagen Térmica vs Simulación en Ansys para $t=260s$	74
Figura 31. Proceso de Optimización.	75

Figura 32. <i>Dimensiones de la geometría agregando un ingreso y una salida de aire.</i>	76
Figura 33. <i>Características del Malladado para la Optimización.</i>	77
Figura 34. <i>Convergencia de las ecuaciones conservativas de masa y momento 200 iteraciones</i>	78
Figura 35. <i>Convergencia de ecuación conservativa de energía con 450 iteraciones</i>	79
Figura 36. <i>Distribución de Temperaturas en la Superficie del Neonato.</i>	80

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. <i>Características operativas de la Incubadora Neonatal.</i>	22
Tabla 2. <i>Dimensiones de la geometría a utilizarse en la simulación.</i>	23
Tabla 3. <i>Dimensiones de la geometría</i>	50
Tabla 4. <i>Identificación de las condiciones de frontera para un flujo de aire incompresible.</i>	52
Tabla 5. <i>Conductividad Térmica de Algunos Materiales</i>	53
Tabla 6. <i>Condiciones de contorno en las regiones de la geometría.</i>	54
Tabla 7. <i>Controles usados para generación de la malla</i>	54
Tabla 8. <i>Datos estadísticos del mallado obtenido.</i>	56
Tabla 9. <i>Unidades para la Solución Numérica.</i>	56
Tabla 10. <i>Configuración de las propiedades físicas del aire a 25°C y 1 atm.</i>	57
Tabla 11. <i>Configuración del dominio de Análisis.</i>	57
Tabla 12. <i>Mediciones de temperatura vs tiempo.</i>	58
Tabla 13. <i>Inicialización de las Condiciones de borde.</i>	60
Tabla 14. <i>Configuración del análisis temporal.</i>	60
Tabla 15. <i>Datos de la distribución de temperatura para cada instante t.</i>	64
Tabla 16. <i>Datos del gradiente de temperatura</i>	65
Tabla 17. <i>Datos de la velocidad en un punto.</i>	67
Tabla 18. <i>Puntos para la medición de temperatura en un instante t.</i>	69
Tabla 19. <i>Valores de Temperatura obtenidos en la simulación para un instante t.</i>	70
Tabla 20. <i>Valores de Temperatura obtenidos por el sensor para un instante t.</i>	70
Tabla 21. <i>Errores relativos porcentuales en cada punto para cada instante t.</i>	72
Tabla 22. <i>Características de la Cámara Termográfica.</i>	73
Tabla 23. <i>Dimensiones de la geometría.</i>	76
Tabla 24. <i>Datos estadísticos del mallado obtenido</i>	77
Tabla 25. <i>Inicialización de las Condiciones de borde.</i>	77
Tabla 26. <i>Configuración del análisis temporal.</i>	78

DEDICATORIA

Este trabajo de investigación se lo dedico a Tania por su apoyo e incondicional compañía durante esta etapa de mi vida.

Ing. Jaime Bustamante.

PREFACIO

El Método de Elementos Finitos (*MEF*) es ampliamente utilizado para diversos tipos de problemas que requieren una simulación y cálculos computacionales, para poder brindar soluciones con resultados en diversas áreas de estudio como ingeniería, economía, medicina, bioingeniería entre otras.

Con el uso de software para el modelado y simulación de sistemas físicos y mecánicos; podemos decir que en la actualidad es indispensable su aplicación para optimizar, corregir y mejorar sistemas, mediante el uso de herramientas CAD (*Computer Aided Desing*) y CAE (*Computer Aided Engineering*) como *Ansys Workbench* que permite realizar análisis en función del nivel estudio mecánico, físico, electromagnético, termodinámico o fluidos entre otros.

Este trabajo investigativo propone estudiar el comportamiento de flujo de aire a un rango de temperatura dentro de una Incubadora Neonatal, mediante herramientas CAD y CAE para de esta manera poder establecer cuáles son las partes del sistema que interfieren de manera directa o indirecta en este problema físico por analizar, para ello se estudiara el comportamiento del flujo de aire dentro de la Incubadora Neonatal con las condiciones de frontera preestablecidas.

Los objetivos planteados para esta investigación fueron:

- Definir y establecer la geometría de una incubadora neonatal y el modelo matemático del flujo de aire dentro de la misma.
- Simular y definir el flujo de aire dentro de una incubadora neonatal utilizando el módulo CFX en Ansys.
- Analizar y validar los diferentes resultados obtenidos mediante la simulación en Ansys.
- Optimizar el sistema a partir de los resultados obtenidos.

Para poder cumplir estos objetivos se validaron los resultados de las simulaciones en Ansys con resultados de mediciones reales, los datos obtenidos y el método empleado en para este trabajo investigativo serán base para futuras investigaciones tanto a nivel local, nacional e internacional.

PRÓLOGO

Este trabajo investigativo trata la “*Simulación y Optimización del Flujo de Aire dentro de una Incubadora Neonatal, Utilizando el Método de los Elementos Finitos*”, que brinda información sobre el modelo matemático, método numérico, y criterios de simulación utilizando mecánica computacional de fluidos empleando (CAE) *Ansys Workbench*.

El primer capítulo describe en qué contexto se aborda la definición del problema, luego los criterios para la definición de la geometría y por último el tratamiento matemático basado en mecánica de fluidos y termodinámica para definir el modelo matemático descrito por las ecuaciones conservativas de masa, momento y energía de Navier-Stokes.

El segundo capítulo presenta la descripción del método numérico empleado para la mecánica computacional de fluidos (CFD), mediante el Método de los Elementos Finitos (MEF) o Método de los Volúmenes Finitos (MVF) para CFD. Dentro de este capítulo también se llevará a cabo la etapa de simulación dividida en pre-proceso, proceso y post-proceso utilizando *Ansys Workbench* en su módulo CFX.

En el tercer capítulo se indican los datos de temperatura obtenidos en la simulación y datos reales de temperatura obtenidos por una cámara termográfica, sensores de piel, térmicos e infrarrojos, para su validación y análisis.

En el cuarto y último capítulo se presentará una propuesta de optimización mediante una simulación que propone un cambio a nivel de la geometría al variar los ingresos o salidas del flujo de aire para obtener una mejora en el sistema en cuanto a la distribución de temperatura.

AGRADECIMIENTO

Principalmente agradezco a Dios, a mis padres Jaime, Anita y mis hermanos quienes me han brindado su consejo y apoyo en todo momento. A mi directora de tesis por su entera disponibilidad para guiarme durante este trabajo de investigación, también a mis docentes por sus conocimientos impartidos; y de manera especial un agradecimiento a la Universidad Politécnica Salesiana.

Jaime Antonio

CAPÍTULO 1

MARCO TEÓRICO Y DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

1.1. Introducción

Según un estudio de la Organización Mundial de la Salud; en 2007 murieron 4 millones de recién nacidos en todo el mundo de estas muertes 3,9 millones ocurrieron en países en vías de desarrollo. La principal causa de muerte se debe a hipotermia e hipertermia en la piel de los neonatos, el tratamiento clínico aprobado es el uso de incubadoras neonatales para mantener la temperatura en el neonato (Wongkamhang et al, 3D Finite Element Analysis of Heat Transfer Efficiency in, 2012).

Una de las variables a controlar dentro de la incubadora es la temperatura, su regulación es esencial puesto que todos los recién nacidos son muy sensibles a los cambios de temperatura. Los recién nacidos presentan una piel mucho más fina y con mucha menor reserva de grasa bajo la misma, por lo que desde el momento del nacimiento es necesario que el bebé se encuentre en un ambiente cálido y ser manejado en una incubadora con temperatura adecuada.

1.2. Antecedentes

Como antecedentes de la aplicación del Método de Elementos Finitos (MEF), para el análisis de flujo de aire dentro de una Incubadora Neonatal; existen una serie de artículos en los que se propone el uso de ecuaciones y métodos para modelar el flujo de aire dentro de una incubadora neonatal.

En lo que se refiera al Modelo matemático para el análisis de incubadoras neonatales; los autores Wongkamhang et al, (Wongkamhang et al, Design and Simulation of Air Flow Inside Double, 2013, p. 2) plantean el uso de ecuaciones de transferencia de calor y Navier-Stokes respectivamente para un fluido dinámico, además en su simulación mediante Elementos Finitos varían el número de ingresos y salidas de flujo de aire dentro de la incubadora neonatal para obtener mejoras en los resultados.

Por otra parte los autores Hassan y Mahmood (Javed & Mahmood, 2013), establecen un control de la termodinámica del sistema mediante un controlador PID, que entrega al sistema una temperatura adecuada y estable en el flujo de aire dentro de una incubadora neonatal.

1.3. Situación Actual del Problema

En la actualidad el uso de software CAE, es ampliamente usado en simulaciones de alcance virtual para sistemas con procesos físicos que requieren ser estudiados a detalle, mismos que necesitan establecer o verificar modelos matemáticos de comportamiento físico que contribuyan a mejorar el diseño, creación o producción de partes o elementos que mejoren la calidad final de un sistema o producto.

Por esta razón el software CAE nos permite determinar y obtener resultados, que reflejen un comportamiento del sistema con una aproximación cercana a la realidad obtenida de la simulación por computador, que entregara datos físicos de lo que sucede con el flujo de aire a un rango de temperatura dentro de una Incubadora Neonatal.

Debido a esto para el diseño o producción de equipos médicos estos siempre se definen en base a una Normativa que indica de manera general o específica parámetros que estos equipos deben de cumplir para poder ser producidos y empleados de acuerdo al área de interés, en el año 2013 (Figura 1) se diseñó mediante software (CAD) y construyó un prototipo de incubadora neonatal en base a una normativa preestablecida.

Figura 1. Prototipo de Incubadora Neonatal basada en la Norma UNE-EN 60601-2-19



Fuente: (Bustamante & Cevallos, 2013).

De este prototipo se llevaron pruebas de validación a nivel de control de temperatura, pero se observó que la distribución de la misma no era regular dentro del habitáculo debido a esta situación, mediante este trabajo investigativo es necesario realizar una simulación y optimización del flujo de aire dentro de la incubadora neonatal y para ello la parte o geometría a definir para su análisis es el habitáculo de la incubadora neonatal.

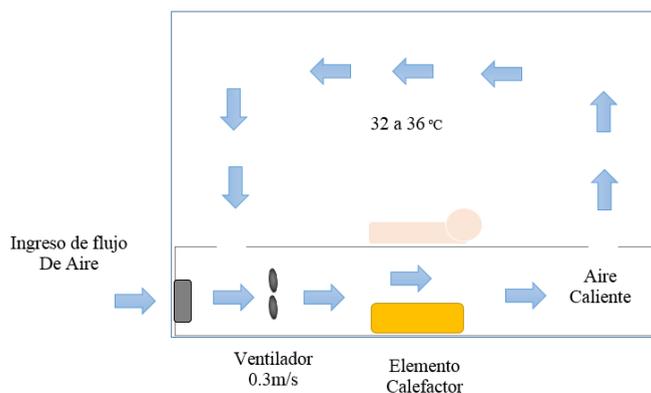
Como medida adoptada frente al problema mencionado, el análisis de flujo de aire dentro de una Incubadora Neonatal mediante CAE con la utilización del módulo CFX, es necesario para determinar el comportamiento físico cercano a la realidad del sistema con sus posibles fallos y mediante técnicas de pre y post proceso, optimizar el sistema para aumentar su confiabilidad y calidad.

1.4. Principio de Funcionamiento de una Incubadora Neonatal

Una incubadora neonatal debe de prevenir la hipotermia y el estrés por frío, además de conseguir un ambiente térmico neutro de manera lenta y progresiva de manera que la temperatura cutánea abdominal del neonato sea de entre 36.5- 37.0 grados centígrados (°C) para disminuir el consumo de oxígeno, mantener la energía, y disminuir los requerimientos de líquidos, la diferencia de temperatura entre el prematuro y el ambiente, no debe ser superior a 1.5 °C (Arthaya, Tesavrita, & Permana†, 2015).

Esto se lleva a cabo mediante un ingreso de aire que proviene del medio ambiente, mediante un recirculador de aire envía dicho flujo hacia un elemento calefactor que trabaja a una temperatura controlada, una vez calentado el flujo de aire ingresa dentro la cámara térmica y mediante un sensor para control de temperatura se monitorea su rango de operatividad. Por último el flujo de aire dentro de la cámara térmica sale y vuelve a reingresar repitiendo este proceso durante su tiempo de funcionamiento (Javed & Mahmood, 2013), ver Figura 2.

Figura 2. Flujo de Aire dentro de una Incubadora Neonatal



Fuente: El autor

1.5. Control de temperatura en Incubadoras Neonatales según la norma UNE-EN 60601-2-19

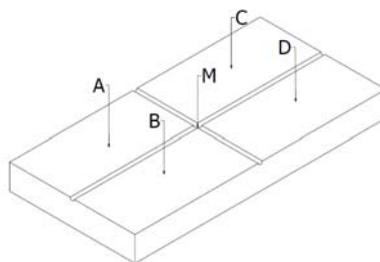
Esta Normativa se aplica a la seguridad básica y al funcionamiento esencial de las incubadoras neonatales, estos requisitos especificados disminuyen los peligros para el neonato y el operador, los ensayos en el equipo médico deberán cumplir las siguientes condiciones (AEN, 2009, p. 12):

1. Los ensayos se deben realizar a na temperatura ambiente comprendida entre 21 °C y 26 °C.
2. La velocidad del aire en el ambiente debe ser inferior a 0,3 m/s.
3. La temperatura de control debe ser de máximo 36°C con una tolerancia $\pm 1^\circ\text{C}$.
4. La estabilidad de la temperatura de la incubadora no debe diferir de la temperatura media de la incubadora en más de 0.5 °C.
5. Para verificar el control de la temperatura se establecerá un rango de 32 °C a 36 °C y se probará su estabilidad durante un periodo de 1 hora.

1.5.1. Uniformidad de temperatura en Incubadoras Neonatales

Dentro de una incubadora regulada por aire y con la temperatura de mando ajustada a cualquier temperatura dentro de su intervalo, la temperatura media en cada uno de los puntos A, B, C y D (Figura 3) no debe diferir de la temperatura media de la incubadora en más de 0.8 °C dentro de su uso normal, mientras que, para una posición cualquiera de la superficie de prueba, no debe diferir en más de 1 °C (AEN, 2009, p. 14).

Figura 3. Posicionamiento de los sensores para mediciones de temperatura



Fuente: (Bustamante & Cevallos, 2013, p. 21)

Para verificar lo anterior en cinco puntos de un plano paralelo a la superficie donde estará situado el neonato a 10 centímetros por encima de dicha superficie se deben colocar sensores de temperatura calibrados, donde el punto M debe ser el punto situado

a 10 centímetros por encima del centro de la superficie, y los otros puntos deben estar sobre los centros de las cuatro partes formadas por los ejes de simetría.

La temperatura media en cada uno de estos cinco puntos se debe medir a las temperaturas de operatividad en un rango de 32 °C y 36 °C.

La incubadora debe tener un sensor de piel con una precisión de ± 0.3 °C, y un sensor independiente del sistema de control que indique la temperatura de la incubadora, situado de manera que se pueda leer fácilmente sin tener que abrir la incubadora, esta es una manera de verificar el control de temperatura.

La lectura en las mediciones de la temperatura media no debe diferir de la temperatura media de la incubadora, contrastada con un termómetro estándar infrarrojo, en más de 0,8 °C, menos el error del termómetro estándar infrarrojo.

Todo lo antes mencionado se verifica por inspección y mediciones a las temperaturas de mando de entre 32 °C y 36 °C. No se debe utilizar un termómetro de mercurio de vidrio.

1.5.2. Tiempo de calentamiento en Incubadoras Neonatales

El tiempo de calentamiento del equipo no debe diferir en más del 20% del tiempo de calentamiento especificado en las instrucciones de utilización (AEN, 2009, p. 14).

Para cumplir con esta especificación la temperatura de mando se ajustará a 12 °C por encima de la temperatura ambiente, con la tensión de alimentación igual a la tensión asignada, y con el equipo médico funcionando como una incubadora regulada por aire, se conecta la incubadora arrancando desde la condición de estado frío.

Se mide el tiempo que transcurre hasta que la temperatura de la incubadora alcance 11 °C por encima de la temperatura ambiente. Si se dispone de mando de humedad, se debe ajustar al valor máximo. El nivel de agua del depósito del humidificador debe ser normal. En dicho depósito el agua debe estar a temperatura ambiente.

En una incubadora regulada por aire el rango de la temperatura de mando debe ser de 30 °C como mínimo y no más de 37 °C como máximo, salvo que se pueda sobrepasar mediante una acción especial del operador, y esto debe ser indicado por un indicador luminoso que sea fácilmente reconocible y que incluya o esté combinado con la indicación del rango de temperaturas correspondiente.

1.6. Definición de las características de la Incubadora Neonatal a utilizarse en la Simulación.

La incubadora Neonatal es un dispositivo electro médico que permite generar un medio ambiente controlado dentro de una cámara llamada habitáculo, dependiendo del tipo de incubadora se puede controlar la temperatura, humedad y la oxigenación del flujo de aire dentro del habitáculo que se construye con un material transparente, que permite aislar al paciente térmicamente y mantener contacto visual con él recién nacido (Arthaya, Tesavrita, & Permana†, 2015).

El calor dentro del habitáculo puede ser transferido de tres maneras: conducción, convección y radiación. La incubadora a simular en este trabajo realiza la transferencia de calor por convección mediante un flujo de aire en movimiento, que se logra gracias a un ventilador que toma aire del exterior y lo pasa a través de un elemento calefactor antes de llevar el flujo hacia el interior del habitáculo.

Con base a la norma se define las características físicas y mecánicas para la simulación de flujo de aire dentro de una incubadora neonatal de una pared atendiendo a las siguientes consideraciones, ver Tabla 1.

Tabla 1. Características operativas de la Incubadora Neonatal

Parámetro	Valor
<i>Tolerancia de estabilización en la Temperatura</i>	± 0.5 °C
<i>Rango de Operatividad</i>	De 32 °C a 36 °C, configurable en intervalos de 0.5°C
<i>Tiempo de espera para alcanzar la temperatura operativa</i>	20 minutos
<i>Precisión del sensor cutáneo</i>	± 0.3 °C.
<i>Velocidad del aire dentro del habitáculo</i>	0.3m/s.

Fuente: (Bustamante & Cevallos, 2013, p. 19)

1.6.1. Geometría a utilizarse en la Simulación

Las consideraciones técnicas que comprenden las dimensiones del habitáculo del neonato, tanto como el ingreso y salida de aire están consideradas de manera que proporcionen la información más relevante para la simulación del flujo de aire dentro de la incubadora neonatal.

Habitáculo del bebe Ambiente controlado destinado a albergar un neonato, de acuerdo a la normativa está fabricado de plexiglás o acrílico con un centímetro de espesor y de fácil inspección visual, limpieza y mantenimiento (Bustamante & Cevallos, 2013).

Para la simulación se ha definido una superficie para el neonato que se ubicada en la mitad de la parte inferior del habitáculo donde se validarán los valores de temperatura, además posee un ingreso y una salida de flujo de aire situados a la mitad de la base del habitáculo a 16.5 centímetros de cada lado de la parte inferior de la superficie del neonato.

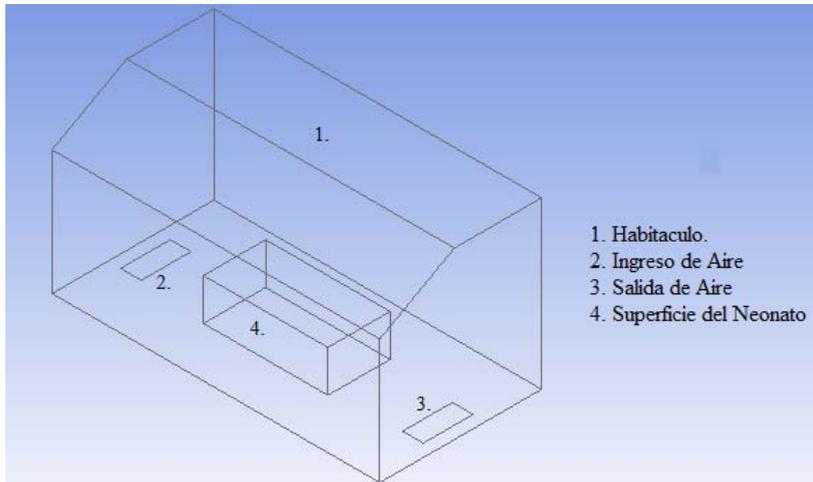
Tabla 2. Dimensiones de la geometría a utilizarse en la simulación

Parte	Ancho x Largo x Alto (cm)
1. Habitáculo	41 x 80 x 40
2. Ingreso de Aire	5 x 12
3. Salida de Aire	5 x 12
4. Superficie del neonato	15 x 30 x 10

Fuente: El autor

La geometría para la simulación se definió empleando el uso de herramientas CAD y se muestra en la Figura 4 con sus dimensiones respectivas indicadas en la Tabla 2, para poder definir el volumen de aire dentro del habitáculo y poder simularlo con Ansys CFX.

Figura 4. Geometría a simular en Ansys



Fuente: El autor

1.7. Definición del Modelo Matemático.

Al establecer el modelo matemático que describa el comportamiento de flujo de aire dentro de una incubadora neonatal se debe utilizar conceptos en mecánica de fluidos y termodinámica que a su vez nos permitan para este trabajo investigativo establecer las ecuaciones y condiciones de frontera necesarias en la definición del modelo matemático de flujo de aire dentro de una incubadora neonatal.

1.7.1. Tipos de Fluidos

Fluido en Régimen Estacionario: Se puede considerar estacionario cuando las propiedades que lo definen no son dependientes del tiempo (Mott, 1996).

Fluido en Régimen Transitorio: Se puede considerar transitorio cuando las propiedades que lo definen si son dependientes del tiempo.

Fluido Compresible: Se considera compresible cuando su densidad no permanece constante.

Fluido Incompresible: Se considera incompresible cuando su densidad si permanece constante.

Fluido Ideal: Se lo considera ideal cuando la viscosidad del fluido no define el comportamiento del mismo y se la considera nula.

Fluido Viscoso: Se lo considera cuando su viscosidad es dominante y cambia el comportamiento del fluido.

Fluido Newtoniano: Este tipo de fluido posee una viscosidad constante y su relación entre el esfuerzo y la velocidad de deformación es lineal.

1.8. Ecuación de Navier-Stokes

Para poder describir el flujo de aire dentro de la geometría propuesta para este trabajo de investigación; matemáticamente podemos decir que el sistema se puede resolver al conocer su distribución de velocidad con sus respectivas componentes y las magnitudes termodinámicas como son la temperatura, la presión y la densidad del fluido, para ello es necesario conocer sus ecuaciones conservativas de masa y momento.

1.8.1. Conservación de Masa

La ley de conservación de masa o ecuación de continuidad nos dice que esta se cumple con independencia del tipo de fluido o de las fuerzas que actúan sobre este, esto quiere decir que la masa del fluido no se genera ni se destruye en ningún punto (Landau & Lifshitz, 1987, p. 1).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \cdot \vec{v}) = 0 \quad (1)$$

Dónde:

- ρ = Es la densidad del fluido.
- \vec{v} = La velocidad del fluido en un punto (x, y, z) en cualquier instante de tiempo.
- $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ = Es la variación de masa por unidad de volumen en cualquier instante de tiempo.

A esta ecuación también se la conoce como la *Ecuación de Continuidad* y se aplica para cualquier tipo de fluido y se usa en cualquier problema de mecánica de fluidos.

1.8.2. Ecuación de Movimiento

La ecuación de movimiento o conservación de movimiento parte del cambio de momento dentro de un volumen V , rodeado por una superficie S a dicha integral se la conoce como flujo de momento (Landau & Lifshitz, 1987, pp. 11,12).

$$- \int_S \rho \cdot v_i \cdot V \cdot dS \quad (2)$$

Al sumar todas las fuerzas que actúan sobre el volumen de control y superficie de control obtenemos.

$$\int_V \rho \cdot F_i \cdot dV + \int_S \sigma_{ij} \cdot dS_j \quad (3)$$

Dónde:

- F_i = Las fuerzas del volumen que actúan sobre el fluido.
- σ_{ij} = Es el tensor de tensiones asociado a las fuerzas de superficie.

Si sumamos todas las ecuaciones obtenemos la ecuación de movimiento del flujo.

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \cdot v_i \cdot dV = - \int_S \rho \cdot v_i \cdot V \cdot dS + \int_V \rho \cdot F_i \cdot dV + \int_S \sigma_{ij} \cdot dS_j \quad (4)$$

Ahora si tenemos que:

$$\rho \cdot v_i \cdot V \cdot dS = \rho \cdot v_i v_j \cdot dS_j \quad (5)$$

Si reemplazamos lo anterior aplicamos el teorema de la divergencia se obtiene:

$$\int_V \left\{ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \cdot v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \cdot v_i v_j) - \rho \cdot F_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij}) \right\} dV = 0 \quad (6)$$

Si nuestro volumen de control no es dependiente del tiempo podemos decir lo siguiente:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} - \rho \cdot F_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij}) = 0 \quad (7)$$

Al aplicar la ecuación de conservación de masa al igualar términos obtenemos:

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho \cdot F_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (8)$$

De esta manera se obtiene la ecuación de movimiento en notación indicial:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho \cdot F_i + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (9)$$

Si expresamos la ecuación de movimiento en forma vectorial y usando el operador laplaciano se obtiene:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \rho \cdot \vec{F} + \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} \quad (10)$$

La derivada material de \vec{v} respecto al tiempo expresa la velocidad de la partícula respecto al tiempo de una partícula del fluido que se mueve en el espacio, esta manera de descripción se la conoce como *lagrangiana*¹, el segundo tipo de descripción se la conoce como *euleriana*² y es necesario especificarlo debido a que para este trabajo

¹ Es una descripción matemática expresa las ecuaciones de Navier-Stokes en utilizando la derivada material (Mott, 1996).

² Este tipo de descripción utiliza la derivada sustancial para expresar las ecuaciones de Navier-Stokes (Mott, 1996).

investigativo usaremos la mecánica de fluidos aplicada a una solución numérica que parte de la descripción euliana.

La derivada sustancial o material nos permite relacionar los enfoques anteriormente dichos la siguiente ecuación define la derivada material de \vec{v} con respecto al tiempo expresa los cambios que sufre la partícula al moverse a través del fluido de la siguiente manera.

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = \frac{\partial\vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} \quad (11)$$

1.8.3. Tensor de Tensiones

Para poder conocer el tensor de tensiones dentro de un fluido en movimiento establecemos lo siguiente (Lebedev & Cloud, 2003):

1. El tensor de tensiones es simétrico $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$
2. Si sus componentes $i = j$ se trata de tensores normales
3. Si sus componentes $i \neq j$ son tensores tangenciales
4. El tensor de tensiones posee una parte isotrópica igual a $\frac{1}{3} \cdot \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij}$ y una parte no isotrópica que es $\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \cdot \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij}$

Dicho lo anterior se puede definir al tensor de tensiones como:

$$\sigma_{ij} = \frac{1}{3} \cdot \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij} + \left(\sigma_{ij} - \frac{1}{3} \cdot \sigma_{kk} \cdot \delta_{ij} \right) \quad (12)$$

Ahora si reemplazamos la presión mecánica $P = -1/3 \cdot \sigma_{kk}$, y la parte no isotrópica del tensor de tensiones por s_{ij} se obtendrá nuestro tensor de tensiones.

$$\sigma_{ij} = P \cdot \delta_{ij} + s_{ij} \quad (13)$$

Lo siguiente es establecer el tensor de velocidad de deformación para un fluido newtoniano e isotrópico que se define como.

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (14)$$

Si tenemos que la presión termodinámica es $p = P + \rho \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{e}_{kk}$, al reemplazar se obtendrá:

$$\sigma_{ij} = (\rho \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{e}_{kk} - p) \cdot \delta_{ij} + 2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} \cdot e_{kk} \cdot \delta_{ij} \right) \quad (15)$$

Ahora si reemplazamos la condición para un fluido incompresible $e_{kk} = \frac{\partial u_k}{\partial x_k} = \nabla \cdot \mathbf{u} = 0$, tenemos el tensor de tensiones:

$$\sigma_{ij} = -p \cdot \delta_{ij} + 2\mu(e_{ij}) \quad (16)$$

$$\sigma_{ij} = -p \cdot \delta_{ij} + \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (17)$$

1.8.4. Conservación de Momento

Una vez se obtiene el tensor de tensiones podemos definir las ecuaciones de conservación de momento de Navier-Stokes, y al reemplazar el tensor de tensiones en la ecuación de movimiento obtenemos (Simental, 2015).

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial p}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \mu \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\rho F - \frac{2}{3} \mu \right) \cdot \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right\} \quad (18)$$

Expresando la Ecuación de Navier-Stokes para conservación de momento de manera vectorial y reemplazando la derivada material de enfoque *eureliano* con el operador de Laplace se obtiene la siguiente ecuación:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} \right] = \rho \vec{F} - \vec{\nabla} \cdot p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (19)$$

De esta manera si consideramos que se trata de un fluido incompresible $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$ y las variaciones de temperatura provocan cambios de viscosidad absoluta μ , y fuerza másica $\rho \cdot F$ despreciables podemos analizarlo como un fluido newtoniano. Expresando la Ecuación de Navier-Stokes para conservación de momento de manera vectorial y con el operador de Laplace y enfoque *lagrangiano* tenemos:

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = \rho \vec{F} - \vec{\nabla} \cdot p + \mu \nabla^2 \vec{u} \quad (20)$$

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} = \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] \quad (21)$$

Ahora si expresamos la ecuación de Navier-Stokes para cada una de sus componentes en coordenadas rectangulares y consideramos \vec{F} , como la fuerza gravitatoria \vec{g} y reemplazamos en la ecuación para cada uno de sus componentes en x,y,z se obtiene las ecuaciones de conservación de momento para cada componente:

$$\rho \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] = \rho \cdot g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] \quad (22)$$

$$\rho \left[\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right] = \rho \cdot g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] \quad (23)$$

$$\rho \left[\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right] = \rho \cdot g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] \quad (24)$$

Dónde:

- u, v, w = Son las direcciones de velocidades del fluido en x, y, z [m/s].
- t = Es el tiempo [segundos]
- ρ = La densidad del fluido [m^3/kg].
- g_i = Campo gravitacional en [m/s^2].
- p = Presión en el fluido [Pa]
- μ = Viscosidad absoluta del fluido [m^3/Ns]

Las ecuaciones descritas en este punto se les conoce como las ecuaciones de conservación de momento que integran la ecuación de continuidad, dichas ecuaciones en derivadas parciales no son lineales y proponen el modelo matemático del fluido con las variables que determinan su comportamiento, para la solución de problemas en mecánica de fluidos, y que describen el modelo matemático del comportamiento de flujo de aire dentro de una incubadora neonatal.

1.8.5. Numero de Reynolds

El número de Reynolds es un numero adimensional que aparece en problemas de mecánica de fluidos y se lo define como, la velocidad inicial v_0 del problema, por la

longitud característica de la geometría l , para su viscosidad cinemática ν expresada de la siguiente forma (Lopez T., 2015, p. 15).

$$Re = \frac{v_0 \cdot l}{\nu} \quad (25)$$

Dónde:

- v_0 = Es velocidad inicial [m / s].
- l = La longitud de la geometría en [m].
- $\nu = \mu / \rho$ = es la viscosidad cinemática [m^2 / s].

Este parámetro adicional en la ecuación de conservación de momento de Navier-Stokes establece que si el fluido posee un número $Re > 4000$, el flujo será sensible a cualquier perturbación y se considera un flujo turbulento, mientras que si $Re < 2000$ el flujo se considera de régimen laminar.

Al incluir este término en las ecuaciones de Navier-Stokes podemos expresar la siguiente ecuación en notación vectorial con enfoque euliano que define el modelo matemático del comportamiento del campo de velocidades y presiones del fluido.

$$\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + (\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{u} - \vec{\nabla} \cdot p + \rho \vec{g} \quad (26)$$

1.9. Transferencia de Calor

Al modelo matemático por definir le hace falta agregar una variable más que es la temperatura que existe por una transferencia de calor que existe en todo proceso físico en el que la energía se puede transferir dentro de un entorno o entre sistemas y se define por tres principios (Cengel, 2007):

Principio Cero de la Termodinámica. - Para que se lleve a cabo una transferencia de calor entre sistemas estos deben de tener diferentes temperaturas, y este proceso finalizara cuando los sistemas alcancen un equilibrio térmico.

Primer Principio de la Termodinámica. - Estudia la cantidad de energía que se ha transmitido entre los sistemas durante un proceso termodinámico.

Segundo Principio Termodinámico. – Define que el flujo de calor siempre será decreciente debido a que este flujo va del sistema con mayor temperatura al sistema de menor temperatura.

1.9.1. Convección

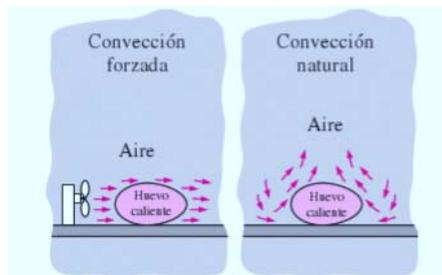
Existen tres modos de transmisión de calor que son: conducción, radiación y convección, para este trabajo investigativo de acuerdo a la naturaleza del problema la transferencia de calor es mediante convección y posee las siguientes propiedades (Cengel, 2007).

- El desplazamiento macroscópico del fluido provoca que la energía se transfiera de un punto a otro punto debido al movimiento molecular.
- Existe transporte de masa y de energía, solamente en fluidos como los líquidos o los gases, y el fluido debe estar en movimiento.
- A mayor velocidad de movimiento de masa del fluido se tendrá mayor transferencia de calor.
- En algunos casos donde existe transmisión de calor por convección pueden existir cambios de fase como condensación o ebullición debido a la difusión de energía con el medio o sistema.

Existen dos formas de transferencia de calor por convección, la primera forma conocida como convección natural donde el movimiento del fluido se genera por las fuerzas de empuje debidas a un cambio de densidad por la variación de temperatura en el fluido.

Mientras que la segunda forma se la conoce como convección forzada y se origina cuando el fluido en una superficie circula sobre la misma mediante una bomba, un ventilador o el viento (Figura 5).

Figura 5. Transferencia de calor según el tipo de convección



Fuente: (Cengel, 2007)

La convección se puede expresar de manera matemática mediante la ecuación siguiente:

$$\vec{q} = h \cdot \Delta t \quad (27)$$

Dónde:

- \vec{q} = Flujo de calor por convección entre una superficie y un fluido a distinta temperatura [W/m^2].
- h = Coeficiente de transmisión de calor por convección entre la superficie y un fluido [$W/m^2 K$]
- Δt = El cambio de temperatura entre la superficie y el fluido grados Kelvin [K].

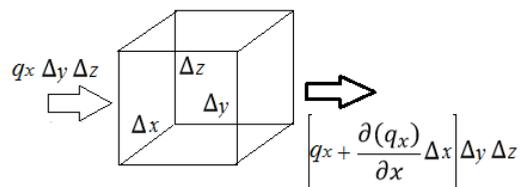
1.9.2. Conservación de Energía

La conservación de energía se define a partir de la primera ley termodinámica, que le cambio de energía respecto al tiempo es igual a la sumatoria del flujo de calor más la sumatoria del flujo de trabajo (Simental, 2015, p. 5).

$$\frac{\Delta E}{\Delta t} = \sum \dot{Q} + \sum W \quad (28)$$

Ahora si consideramos el efecto de calor agregado en la dirección x sobre un volumen de control infinitesimal del fluido ver Figura 6, podemos extender el análisis automáticamente a las componentes y , z respectivamente.

Figura 6. Flujo de calor agregado a un volumen de control



Fuente: (Simental, 2015, p. 5)

De acuerdo a lo anterior podemos decir que el cambio de energía respecto al tiempo realizado sobre un volumen de control será igual a la suma de las derivadas parciales en x , y , z de las fuerzas que actúan en la superficie como el tensor de viscosidad por los esfuerzos tangenciales viscosos por su componente de velocidad u , v , w menos la derivada parcial del flujo de calor tenemos la siguiente expresión:

$$\rho \frac{DE}{Dt} = \frac{\partial(u\sigma_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(v\sigma_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(w\sigma_{zz})}{\partial z} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} \\ + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + -\frac{\partial(q_x)}{\partial x} - \frac{\partial(q_y)}{\partial y} - \frac{\partial(q_z)}{\partial z} \quad (29)$$

Donde el flujo de calor q se puede expresar como una relación del gradiente de temperatura local donde K , es la conductividad térmica.

Donde:

$$q_x = -K \frac{\partial T}{\partial x}; \quad q_y = -K \frac{\partial T}{\partial y}; \quad q_z = -K \frac{\partial T}{\partial z}$$

Si el cambio de energía respecto a la deformación viscosa que sucede en el fluido por los esfuerzo viscosos se lo define en una función disipación (Φ) que agrupa las derivadas parciales por su componente de velocidad tenemos:

$$\Phi = \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} \quad (30)$$

Si por definición la Energía específica de un fluido es igual a la suma de la energía interna más la suma de la energía cinética y más la energía potencial gravitacional, para reducir esta ecuación podemos decir que si el fluido es incompresible la energía cinética es despreciable por tanto la *entalpia* es igual al calor específico que es una constante por la temperatura $C_p \cdot T$, donde se obtiene:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K \frac{\partial T}{\partial z} \right] + \frac{\partial p}{\partial t} + \Phi \quad (31)$$

Si la expresión anterior es aplicable al campo real de ingeniería esta ecuación se reduce aún más los dos últimos términos se pueden considerar despreciables y la conductividad térmica se considera como invariable para la mayoría de problemas reales llegamos a la siguiente expresión:

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = K \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (32)$$

Donde:

$$\frac{DT}{Dt} = \frac{\partial T}{\partial x} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \quad (33)$$

Reemplazando lo anterior obtenemos:

$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial x} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] = K \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (34)$$

De esta manera se puede decir que la ecuación que define la conservación de energía en derivadas parciales para un fluido incompresible se define como:

$$\frac{\partial T}{\partial x} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{K}{\rho C_p} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{K}{\rho C_p} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{K}{\rho C_p} \cdot \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \quad (35)$$

Donde:

- u, v, w = Son las direcciones de velocidades del fluido en x, y, z [m/s].
- T = Es la temperatura grado Kelvin [K] o [$^{\circ}C$].
- t = Es el tiempo [segundos]
- ρ = La densidad del fluido [m^3/kg].
- K = Coeficiente de conductividad térmica [$W/m \cdot K$].
- C_p = Calor Especifico [$J/kg \cdot K$]

1.10. Turbulencia

El modelo matemático que describe la turbulencia nos permite resolver el campo de velocidades existente en un fluido, para ello el modelo se basa en la relación entre el gradiente de velocidades y la viscosidad cinemática del fluido.

El modelo como tal se establece al incorporar dos variables a las ecuaciones de momento y masa de Navier-Stokes, la primera se la conoce como turbulencia cinética (k) y la y la turbulencia viscosa (ε), a este modelo se lo conoce también como modelo de turbulencia $k - \varepsilon$, de lo anterior se puede expresar las variables k y ε , en función de la viscosidad de Eddy, como se indica en la ecuación (ANSYS, Inc. Tutorials, 2017).

$$\mu_e = \mu + C_\mu \rho \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (36)$$

Donde:

- μ_e = Es la viscosidad de Eddy [Pa·s]
- μ = Es la viscosidad Absoluta [Pa·s]
- $C_\mu \rho (k^2/\varepsilon) = \mu_T$ = Es la viscosidad turbulenta [Pa·s]
- C_μ = Constante de viscosidad propia del fluido.

Al reemplazar en nuestra ecuación de Navier-Stokes se obtiene.

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\vec{\nabla} \cdot p + \mu_e \nabla^2 \vec{u} + \vec{S} \quad (37)$$

Donde:

- \vec{S} = Son las fuerzas que actúan sobre el fluido como la flotabilidad y las fuerzas viscosas [m/s^2].

De esta manera se puede expresar las fuerzas externas que actúan sobre el fluido de la siguiente forma.

$$S_i = B_k + \rho \cdot \varepsilon + B_{kb} \quad (38)$$

Donde:

- B_k = Es la fuerza de flotabilidad del fluido.
- B_{kb} = Es la fuerza de flotabilidad debido a la viscosidad del fluido.
- $\rho \cdot \varepsilon$ = Es la fuerza provocada por la viscosidad en el fluido.

Cada uno de los coeficientes de flotabilidad que conforman el modelo de turbulencia se definen de la siguiente forma.

$$B_k = \mu_T \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \left(3\mu_T \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho k \right)$$

$$B_{kb} = -\frac{\mu_T}{\rho \sigma_p} g_i \frac{\partial \rho}{\partial x_i}$$

Donde:

- σ_p = Es el número de turbulencia de Schmidt ente 0.9 y 1.
- ρ = Es la densidad del fluido [kg/m^3].

El termino por agregar a nuestro modelo es la producción de disipación y se asume como proporcional a la fuerza de flotabilidad debido a la viscosidad y se la calcula de la siguiente manera.

$$B_{\varepsilon b} = C_3 \cdot \max(0, B_{kb}) \cdot \text{sen}(\phi) \quad (39)$$

Donde:

- C_3 = Es el coeficiente de disipación y se considera igual a la unidad para la mayoría de problemas.
- ρ = Es la densidad del fluido [kg/m^3].

De esta manera se establece el modelo matemático de turbulencia y su solución numérica mediante de la determinación de los coeficientes de flotabilidad.

Una vez descrito el modelo matemático con las ecuaciones conservativas de masa, momento solo faltaba por agregar las ecuaciones conservativas de energía las ecuaciones de turbulencia para completar el modelo matemático de ecuaciones de Navier-Stokes, definido ya el modelo matemático, necesitamos determinar las variables del fluido como son por ejemplo el campo de velocidades (u, v, w) o el gradiente de temperatura en un punto deseado dentro de la frontera de análisis estas ecuaciones por si mismas no ofrecen una solución analítica, es por ello que para resolver el modelo matemático que describe el flujo de aire dentro de una incubadora neonatal se usara una simulación mediante mecánica computacional de fluidos o CFD.

CAPÍTULO 2

MÉTODO NUMÉRICO Y SIMULACIÓN

2.1. Métodos Numéricos en CFD.

Partiendo del modelo matemático que describe el comportamiento físico del problema expuesto en este trabajo, mediante las ecuaciones conservativas de masa, momento y energía, podemos simular el problema usando dinámica computacional de fluidos (CFD) aplicando el método numérico de elemento o volumen finito.

2.1.1. Método de los Elementos Finitos

El método de los elementos finitos se introdujo en la década de los 50's para análisis estructural, luego una década más tarde se usó para resolución de problemas de medios continuos, método de los elementos finitos para solución de problemas de las ecuaciones de Navier-Stokes y Euler, propone dividir el dominio del problema en elementos triangulares, tetraédricos de dos o tres dimensiones, es por esta razón que el método de los elementos finitos trabaja mejor con malla no estructurada ideal en estructuras complejas y en para fluidos no newtonianos (Fernández, 2011, p. 69).

El número total de nodos que posee la malla multiplicado por las variables del problema es el número total de grados de libertad que posee nuestro problema.

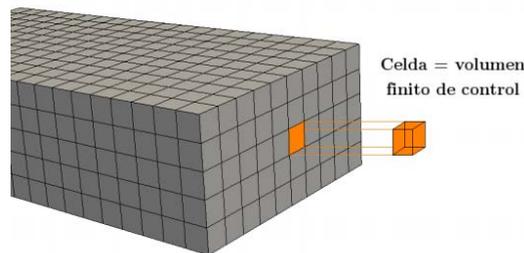
Matemáticamente el método trabaja con funciones de forma lineales y no lineales para la discretización de los nodos pertenecientes a la malla, bajo ciertas condiciones este método puede ser equivalente al método de los volúmenes finitos, ambos métodos se pueden combinar al trabajar con mallas estructuradas, no estructuradas y con fluidos con distintas propiedades.

2.1.2. Método de los Volúmenes Finitos

El método de elementos finitos emplea las ecuaciones conservativas en su forma integral y fue implementado por primera vez en la década de los 70' para la simulación en 2D de la ecuación de Euler, la principal ventaja del método de volúmenes finitos es que la discretización espacial se lleva directamente en el espacio físico del problema de esta manera no presenta inconveniente en la transformación de coordenadas (Fernández, 2011, p. 69).

Este método parte de la discretización del dominio de cálculo, los elementos que emplea el FVM son del tipo triángulo o cuadriláteros 2D o hexaedros 3D, a partir de los cuales se generan las mallas de volúmenes finitos ver Figura 7. En cada volumen el método realiza una discretización a las ecuaciones conservativas que describen la dinámica del fluido, y aplicando el teorema de la divergencia se simplifica de manera considerable, de esta manera las expresiones resultantes de cada volumen finito conservan las propiedades más relevantes del flujo en cada volumen finito, luego las ecuaciones se sustituyen por aproximaciones mediante diferencias finitas, y obtenemos ecuaciones algebraicas que se pueden resolver de manera iterativa.

Figura 7. *Volumen de control finito dentro de una celda*



Fuente: (Lopez T., 2015, p. 23)

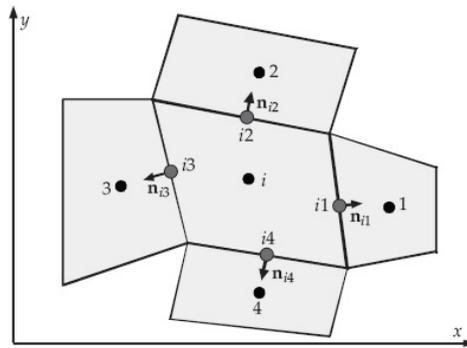
2.2. Aplicación del Método de los Volúmenes Finitos

2.2.1. Discretización Espacial del Dominio

Para poder resolver problemas de flujo usando dinámica de fluidos computacional, la discretización espacial del dominio nos permitirá calcular aproximaciones numéricas del comportamiento físico del flujo, esta discretización del problema se puede resolver aplicando métodos como elementos finitos, diferencias finitas o el método de los volúmenes finitos todos estos métodos requieren una discretización espacial o un mallado del dominio previo (Fernández, 2011).

El método de los volúmenes finitos propone definir puntos de control donde i es el elemento donde se aplicará la discretización espacial para cada elemento dentro de una malla y n es un vector ortogonal de cada nodo correspondiente (Figura 8).

Figura 8. Discretización de Volúmenes Finitos 2-D



Fuente: (Fernández, 2011)

2.2.2. Mallado Estructurado

El mallado estructurado define cada punto de su malla con índices i, j, k , en coordenadas cartesianas, además se acomoda con facilidad a las variaciones de dominio, debido a que la orientación de los elementos con respecto a los elementos vecinos se mantiene constante si nuestro elemento finito posee cuatro caras poseras también cuatro elementos vecinos (Fernández, 2011, p. 68).

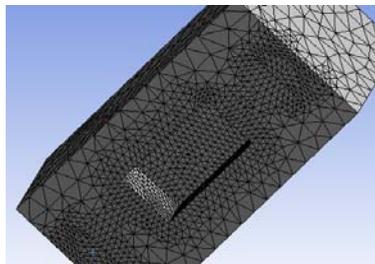
Las mallas estructuradas se pueden clasificar en dos tipos mallas ortogonales y mallas no ortogonales, las primeras son aquellas que todas las líneas que conforman el mallado se cortan entre sí con un ángulo de 90° , una manera de establecer una malla estructurada ortogonal es mediante aproximaciones en base al sistema de coordenadas cartesianas partiendo de la discretización de las ecuaciones integrales conservativas.

Mientras que las mallas no ortogonales también se las conoce como mallas desplazadas, este tipo de mallas para un caso en 2D, se establecen de la siguiente manera el campo de velocidades en (u, v) en un punto p de un elemento volumétrico, se mantiene en sus coordenadas originales y los vértices del elemento desplazado se consideraran como los puntos medios del elemento o celda del volumen central y su vecino, de esta manera se tratan como elementos de malla estructurada ortogonal, y la dirección del desplazamiento siempre seguirá la dirección de la malla principal.

2.2.3. Mallado no Estructurado

Este tipo de mallado posee una gran flexibilidad al momento de trabajar con geometrías complejas, su principal ventaja reside en el al trabajar con elementos en 2D o elementos en 3D, que se generan automáticamente al dominio del problema(Figura 9), este tipo de discretización espacial requiere un mejoramiento de la malla como puede ser el refinamiento de la misma, debido a esto un mallado no estructurado ocupara más memoria y recursos computacionales al momento de discretizar un dominio (Fernández, 2011, p. 68).

Figura 9. *Mallado no estructurado con regiones de refinamiento*



Fuente: El autor

El tipo de malla a implementar dependerá de la geometría del problema y el sistema de coordenadas usado en la discretización del dominio será el mismo que gobierna las ecuaciones para discretización de las ecuaciones conservativas.

2.2.4. Discretización de las Ecuaciones de Navier-Stokes

Existen algunos métodos numéricos para la solución de las ecuaciones de Navier-Stokes un método iterativo utilizado para resolver numéricamente las ecuaciones en derivadas parciales que describen el comportamiento físico de un fluido consta de tres etapas:

1. La primera etapa consta en desacoplar la velocidad de la presión y obtener un conjunto de ecuaciones equivalentes a las ecuaciones de conservación de masa y de momento y de esta manera resolver por separado las variables de velocidad y presión.
2. La segunda etapa es transformar las ecuaciones en derivadas parciales a ecuaciones algebraicas discretizadas en el tiempo y en el espacio.
3. La tercera etapa resolver de manera iterativa las ecuaciones desacopladas y las ecuaciones discretizadas.

2.2.5. Fractional Step Method (FSM)

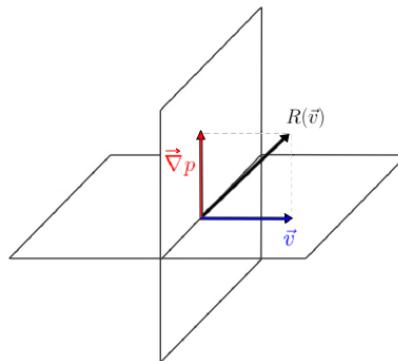
El método numérico FSM se basa en el *Teorema de Helmholtz-Hodge*³, para poder desacoplar la presión de la velocidad en las Ecuaciones de Navier-Stokes para un fluido incompresible desde un enfoque *eureliano* (Cascavita, Jaramillo, & Fonseca, 2013).

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} = \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v} - \vec{\nabla}p + \rho \vec{g} \quad (40)$$

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) = 0$$

Para poder discretizar las ecuaciones de Navier-Stokes temporalmente se aplica el teorema ya mencionado y seguimos los siguientes pasos:

Figura 10. *Teorema de Helmholtz-Hodge*



Fuente: (Lopez T., 2015, p. 20)

1. Primero consideramos a la presión $\vec{\nabla}p$ como un campo vectorial irrotacional y la velocidad \vec{v} como campo vectorial con divergencia nula, ahora definimos una velocidad promedio que corresponde a la divergencia nula representada por el vector $R(\vec{v})$ que contiene dentro de su arreglo un primer término llamado convectivo⁴ y un segundo término llamado difusivo⁵ ver Figura 10.

³ El teorema de Helmholtz-Hodge establece que el campo vectorial definido sobre un contorno cerrado puede ser desacoplado en una parte de divergencia nula y en una parte irrotacional (Mott, 1996).

⁴ La parte convectiva o advectiva describe la trayectoria del fluido de un punto a otro dentro de un campo de flujo (Simental, 2015).

⁵ La parte difusiva describe el movimiento molecular considerando el fluido en reposo (Simental, 2015).

- Lo siguiente despejar la presión de la ecuación de Navier-Stokes, aplicando el operador divergencia para obtener la ecuación de Poisson para la presión.

$$\vec{\nabla}^2 p = \vec{\nabla} \cdot \left[-(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v} \right] \quad (41)$$

- Por ultimo reemplazamos $R(\vec{v})$ en $\vec{\nabla}^2 p$ y se obtenemos de manera análoga el campo vectorial de velocidad inicial.

$$R(\vec{v}) = \left[-(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})\vec{v} + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v} \right] \quad (42)$$

$$\vec{\nabla}^2 p = \vec{\nabla} \cdot R(\vec{v}) \quad (43)$$

$$\vec{v} = R(\vec{v}) - \vec{\nabla} p \quad (44)$$

- Ahora si expresamos el campo vectorial de velocidad inicial en función de $R(\vec{v})$ se consigue la velocidad intermedia.

$$\vec{v}^* = f(R(\vec{v})) \quad (45)$$

- Con la velocidad intermedia resolvemos la ecuación de Poisson, iterativamente corregimos el valor de la velocidad intermedia y con el gradiente de presión obtenido se calcula y corrige la velocidad final.

2.2.6. Discretización Temporal de las Ecuaciones de Navier-Stokes

La formulación final de un método empleado para resolver un problema depende del esquema temporal usado, porque dicho esquema es el que dictara el procedimiento de la discretización temporal, mencionado lo anterior existen dos esquemas temporales y se los explica a continuación (Lopez T., 2015, pp. 21,22):

Esquema Temporal Explícito: En este tipo de esquema se aproximan los valores nuevos de las variables a partir de los valores ya calculados, representa una ventaja a nivel de cálculo computacional, pero no siempre es un esquema estable

Esquema Temporal Implícito: En este tipo de esquema los valores de las variables no se aproximan se calculan de manera precisa a partir del instante anterior como del siguiente, su desventaja es a nivel de cálculo computacional, mientras que su ventaja es la precisión en los resultados.

Para nuestro trabajo investigativo partiremos del uso de un esquema temporal explícito y se discretizaran las ecuaciones siguiendo los pasos descritos a continuación:

1. Evaluamos los términos difusivos y convectivos para $R(\vec{v}^n)$ obteniendo la siguiente expresión para la velocidad inicial.

$$R(\vec{v}^n) = \left[-(\vec{v}^n \cdot \vec{\nabla})\vec{v}^n + \frac{1}{Re} \nabla^2 \vec{v}^n \right] \quad (46)$$

2. Para obtener la velocidad intermedia discretizada temporalmente se establece el Criterio de Courant⁶:

$$Co = \frac{|u|\Delta t}{\Delta x} \leq 1 \quad (47)$$

3. Luego se establece una aproximación de esquema temporal explícito de primer orden de aproximación lineal o de diferencias centradas, para la discretización de la derivada temporal.

$$\left. \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right|_{n+1/2} \approx \frac{\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^n}{\Delta t} \quad (48)$$

4. Ahora se establece una aproximación de un esquema temporal explícito de segundo orden para los términos agrupados en $R(\vec{v})$.

$$R^{n+\frac{1}{2}}(\vec{v}) \approx \frac{3}{2}R(\vec{v}^n) - \frac{1}{2}R(\vec{v}^{n-1}) \quad (49)$$

5. Se debe igualar los dos esquemas temporales explícitos de primer orden y de segundo orden agregando el termino negativo de gradiente de presión en esquema temporal explícito de primer orden y obtenemos la siguiente expresión.

$$\left. \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right|_{n+1/2} = R^{n+\frac{1}{2}}(\vec{v}) - \vec{\nabla} p^{n+1} \quad (50)$$

$$\frac{\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^n}{\Delta t} = \frac{3}{2}R(\vec{v}^n) - \frac{1}{2}R(\vec{v}^{n-1}) - \vec{\nabla} p^{n+1} \quad (51)$$

⁶ Es el resultado de la división entre el intervalo de tiempo y el tiempo de permanencia en un volumen finito (Cascavita, Jaramillo, & Fonseca, 2013).

6. De la expresión resultante agrupamos los términos que contiene el primer término de la serie para la velocidad intermedia \vec{v}^* y se obtiene como determinar la velocidad real \vec{v}^{n+1} .

$$\vec{v}^{n+1} - \vec{v}^n = \Delta t \left[\frac{3}{2} R(\vec{v}^n) - \frac{1}{2} R(\vec{v}^{n-1}) - \vec{\nabla} p^{n+1} \right] \quad (52)$$

$$\vec{v}^{n+1} + \vec{\nabla} p^{n+1} \Delta t = \vec{v}^n + \Delta t \left[\frac{3}{2} R(\vec{v}^n) - \frac{1}{2} R(\vec{v}^{n-1}) \right] \quad (53)$$

$$\vec{v}^* = \vec{v}^n + \Delta t \left[\frac{3}{2} R(\vec{v}^n) - \frac{1}{2} R(\vec{v}^{n-1}) \right] \quad (54)$$

7. Ahora obtenemos la ecuación discretizada temporalmente de Poisson aplicando el operador divergencia a la velocidad intermedia y se obtiene para un fluido incompresible su ecuación para obtener el campo de presiones.

$$\vec{v}^* = \vec{v}^{n+1} + \vec{\nabla} p^{n+1} \Delta t \quad (55)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}^* = \nabla \cdot (\vec{v}^{n+1}) + \Delta t \cdot \vec{\nabla}^2 p^{n+1} \quad ; \quad (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) = 0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{v}^* = \Delta t \cdot \vec{\nabla}^2 p^{n+1}$$

$$\vec{\nabla}^2 p^{n+1} = \frac{\vec{\nabla} \cdot \vec{v}^*}{\Delta t} \quad (56)$$

2.2.7. Discretización Espacial de las Ecuaciones de Navier-Stokes.

El método de los Volúmenes Finitos o FVM nos permite realizar una discretización espacial de las ecuaciones discretizadas temporalmente que se definieron en el apartado anterior para establecer estas ecuaciones partiremos de integrar numéricamente las ecuaciones conservativas que contienen las variables que se encuentran dentro la malla de trabajo, de la siguiente manera (Niño, 2002, pp. 12,19).

1. El método de volúmenes propone el uso de una variable genérica para el campo de velocidades $\phi = \vec{v}$ dicha variable se reemplaza en las ecuaciones discretizadas temporalmente $R(\vec{v})$, y la ecuación de Poisson.

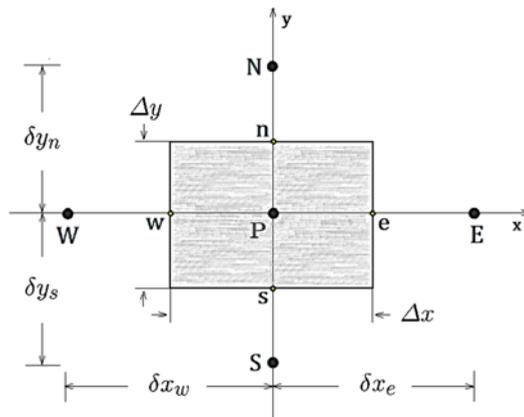
$$R(\phi) = -(\phi \cdot \vec{\nabla})\phi + \frac{1}{Re} \nabla^2 \phi \quad (57)$$

$$\vec{\nabla}^2 p = \frac{\vec{\nabla} \cdot \phi^*}{\Delta t} \quad (58)$$

Donde:

- $(\phi \cdot \vec{\nabla})\phi$ = este término corresponde a la parte convectiva.
 - $\nabla^2 \phi$ = este término corresponde a la parte difusiva.
2. De un volumen de control contenido dentro en una celda genérica analizamos la superficie del mismo contenido en una superficie de la celda y el método se reduce a un plano x, y para ello se define la siguiente malla genérica de trabajo para los nodos que contienen las presiones (Figura 11).

Figura 11. Volumen de control para la discretización espacial de las ecuaciones



Fuente: (Lopez T., 2015, p. 27)

3. Lo siguiente es discretizar la parte convectiva de $R(\phi)$, mediante integrales de superficie que aproximen la suma de flujos que atraviesan ϕ_i el los puntos e, n, s, w del dominio de la malla, esto se realiza mediante la integración de la parte convectiva y la parte difusiva para un volumen de control en 2D.

$$R(\phi)_c = -(\phi \vec{\nabla})\phi \quad (59)$$

$$\int_s^n \int_w^e \left(u \frac{\partial \phi}{\partial x} + v \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy = \Delta y [u_e \phi_e - u_w \phi_w] + \Delta x [v_n \phi_n - v_s \phi_s] \quad (60)$$

Donde:

- $\Delta x = x_e - x_w$.
- $\Delta y = y_n - y_s$.

Ahora para aproximar los valores de distancia de P con E, W, N, S , se aplica un esquema lineal que asume que estas distancias varían linealmente y se le conoce como diferencias centradas.

$$\phi_i = \frac{\phi_I + \phi_P}{2} \quad (61)$$

Reemplazando obtenemos:

$$\frac{\Delta y}{2} [u_e (\phi_E + \phi_P) - u_w (\phi_W + \phi_P)] + \frac{\Delta x}{2} [v_n (\phi_N + \phi_P) - v_s (\phi_S + \phi_P)] \quad (62)$$

4. El siguiente paso es discretizar la parte difusiva, mediante integración en los puntos e, w, s, n que representan las direcciones de movimiento de control en el dominio de la malla.

$$R(\phi)_d = \nabla^2 \phi \quad (63)$$

$$\int_s^n \int_w^e \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right) dx dy = \Delta y \left[\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_e - \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_w \right] + \Delta x \left[\frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_n - \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_s \right] \quad (64)$$

Ahora si utilizamos el esquema lineal de diferencias centradas tenemos:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_i = \frac{\phi_I - \phi_P}{x_I - x_P} ; \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} \Big|_i = \frac{\phi_P - \phi_I}{y_i - y_P} \quad (65)$$

Reemplazando obtenemos:

$$\Delta y \left[\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} - \frac{\phi_W - \phi_P}{\delta x_w} \right] + \Delta x \left[\frac{\phi_P - \phi_N}{\delta y_n} - \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \right] \quad (66)$$

Donde:

- $\delta x_e = x_E - x_P$.
- $\delta x_w = x_W - x_P$.
- $\delta y_n = y_N - y_P$.
- $\delta y_s = y_S - y_P$.

5. El siguiente paso es sumar la parte convectiva y difusiva ya discretizada para de esta manera llegar a una ecuación que me permita expresarla usando coeficientes

$$R(\phi) = -R(\phi)_c + \frac{1}{Re} R(\phi)_d \quad (67)$$

$$\begin{aligned} R(\phi) = & \frac{\Delta y}{2} [u_e(\phi_E + \phi_P) - u_w(\phi_W + \phi_P)] \\ & + \frac{\Delta x}{2} [v_n(\phi_N + \phi_P) - v_s(\phi_S + \phi_P)] \\ & + \frac{\Delta y}{Re} \left[\frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x_e} - \frac{\phi_W - \phi_P}{\delta x_w} \right] + \frac{\Delta x}{Re} \left[\frac{\phi_P - \phi_N}{\delta y_n} - \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y_s} \right] \end{aligned}$$

Podemos expresar lo anterior usando coeficientes y llegamos a la siguiente ecuación:

$$a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_P \phi_P \quad (68)$$

Donde:

$$a_W = \Delta y \left(\frac{1}{Re \delta x_w} + \frac{u_w}{2} \right); a_E = \Delta y \left(\frac{1}{Re \delta x_e} + \frac{u_e}{2} \right)$$

$$a_N = \Delta x \left(\frac{1}{Re \delta y_n} + \frac{v_n}{2} \right); a_S = \Delta x \left(\frac{1}{Re \delta y_s} + \frac{v_s}{2} \right)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (69)$$

Si ahora agregamos a los coeficientes el termino difusivo $\Gamma = 1/Re$ tenemos:

$$a_W = \frac{\Delta y \cdot \Gamma}{\delta x_w} + \frac{\Delta y \cdot u_w}{2}; a_E = \frac{\Delta y \cdot \Gamma}{\delta x_e} + \frac{\Delta y \cdot u_e}{2}$$

$$a_N = \frac{\Delta x \cdot \Gamma}{\delta y_n} + \frac{\Delta x \cdot v_n}{2}; \quad a_S = \frac{\Delta x \cdot \Gamma}{\delta y_s} + \frac{\Delta x \cdot v_s}{2}$$

Donde:

- $F_i = \Delta x_i \cdot v_i$, es el flujo convectivo de masa por unidad de área.
- $D_i = \Delta x_i \cdot \Gamma / \delta y_i$, es el flujo difusivo de masa por unidad de área.

$$a_W = D_w + \frac{F_w}{2}; \quad a_E = D_e + \frac{F_e}{2};$$

$$a_N = D_n + \frac{F_n}{2}; \quad a_S = D_s + \frac{F_s}{2};$$

6. De la ecuación expresada con coeficientes mediante el uso de un esquema de aproximación lineal se tiene la solución analítica para 2 dimensiones ahora partiendo del planteamiento anterior agregamos dos límites más al dominio en z como son el límite inferior B , y el límite superior T y expresamos para el caso de 3D de la siguiente manera.

$$a_W \phi_W + a_E \phi_E + a_N \phi_N + a_S \phi_S + a_T \phi_T + a_B \phi_B + a_P \phi_P \quad (70)$$

$$a_P = a_W + a_E + a_N + a_S + a_T + a_B \quad (71)$$

Donde:

$$F_e = u_e \Delta y \Delta z; \quad F_w = u_w \Delta y \Delta z; \quad F_n = v_n \Delta x \Delta z; \quad F_s = v_s \Delta x \Delta z;$$

$$F_t = w_t \Delta x \Delta y; \quad F_b = w_b \Delta x \Delta y$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e \Delta y \Delta z}{\delta x_e}; \quad D_w = \frac{\Gamma_w \Delta y \Delta z}{\delta x_w}; \quad D_n = \frac{\Gamma_n \Delta x \Delta z}{\delta y_n}; \quad D_s = \frac{\Gamma_s \Delta x \Delta z}{\delta y_s};$$

$$D_t = \frac{\Gamma_t \Delta x \Delta y}{\delta z_t}; \quad D_b = \frac{\Gamma_b \Delta x \Delta y}{\delta z_b}$$

Reemplazando obtenemos los coeficientes como en el caso de dos dimensiones se obtienen los coeficientes para el caso de tres dimensiones.

Estas etapas se llevarán a cabo mediante el software Ansys Workbench mediante el módulo CFX, empleado para problemas de mecánica de fluidos.

2.4. Pre - Proceso

En esta etapa de la simulación se define las características y la geometría a utilizar mediante CAD, así como también las condiciones o restricciones de frontera, para el tipo de análisis que se va a llevar a cabo y la discretización del dominio o mallado de la geometría. Para ello se utilizará el software Ansys Workbench.

2.4.1. Tipo de análisis a utilizar.

El tipo de análisis numérico que se empleara para la simulación, parte del modelo matemático definido y de la estructura física del problema, al ser un problema en el cual interviene la mecánica computacional de fluidos hablamos de un problema que involucra ecuaciones conservativas que definen el modelo matemático y posee variables a ser resueltas como la temperatura, campo de velocidades y gradiente de presión.

Para ello emplearemos el software *Ansys Workbench* utilizando su módulo para análisis CFD llamado *CFX*, para ello este módulo nos permitirá importar la geometría discretizar el dominio de análisis, colocar las condiciones de frontera y realizar dos tipos de simulaciones la invariante en el tiempo “*stationary*” o la variante en el tiempo “*transient*”, dependiendo de la necesidad de estudio y por ultimo nos permitirá realizar toma de decisiones en función de la convergencia del método y los resultados obtenidos.

2.4.2. Definición de la geometría condiciones de frontera.

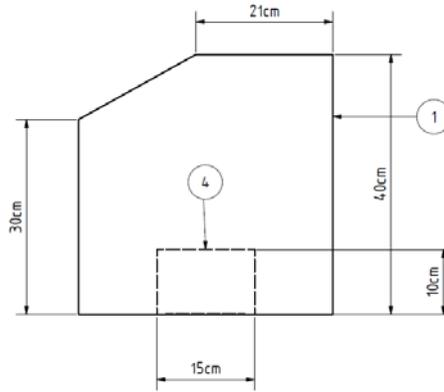
La geometría a utilizarse para la simulación es un volumen que contendrá el flujo de aire sujeto al análisis este volumen de aire no es más que el flujo de aire dentro del habitáculo del neonato cuyas medidas se pueden ver en la Figura 13 y su descripción de las partes en la Tabla 3.

Tabla 3. Dimensiones de la geometría

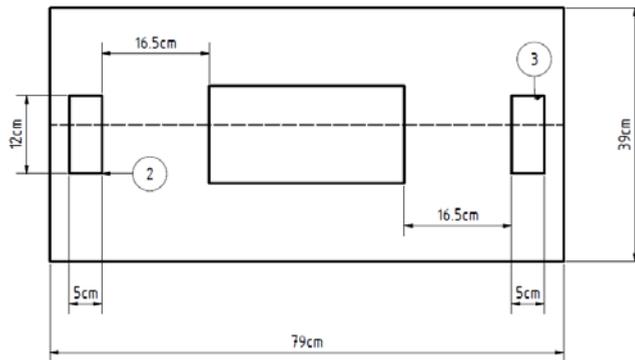
Parte	Ancho x Largo x Alto (cm)
1. Habitáculo	40 x 790 x 39
2. Ingreso de Aire	5 x 12
3. Salida de Aire	5 x 12
4. Superficie del neonato	15 x 30 x 10

Fuente: El autor

Figura 13. Dimensiones de la geometría definida



(a) Vista lateral Derecha

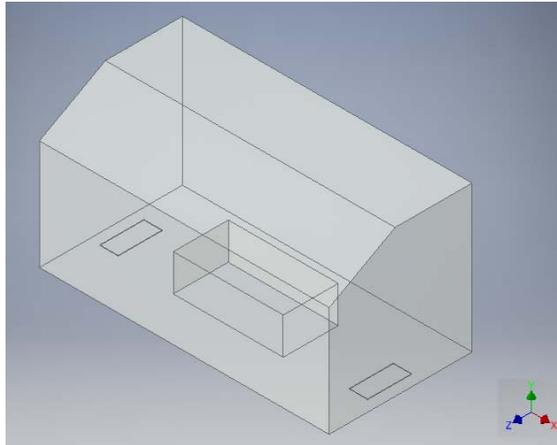


(b) Vista Inferior

Fuente: El autor

Para definir estas dimensiones se consideró el espesor del material debido a que para el análisis en mecánica computacional de fluidos solo se analiza el volumen del fluido dentro del contorno en este caso como el espesor de la pared del habitáculo es de 1cm se restó este valor a su ancho, largo y alto, de esta manera mediante CAD Inventor se obtuvo la siguiente geometría en formato *.step* como se puede observar en la Figura 14.

Figura 14. Geometría definida en Inventor



Fuente: El autor

2.4.3. Identificación de las condiciones de frontera.

El problema en este trabajo investigativo consiste en simular el flujo de aire dentro de una incubadora neonatal que identifica las siguientes condiciones de operatividad de 32 a 35 °C, y las condiciones de borde descritas en la Tabla 4.

Tabla 4. Identificación de las condiciones de frontera para un flujo de aire incompresible

Condición de Borde	Tipo	Velocidad [m/s]	Conductividad Térmica [W/m · K]
<i>Ingreso de aire</i>	<i>Inlet</i>	0.3	--
<i>Salida de aire</i>	<i>Outlet</i>	0.3	--
<i>Superficie donde se coloca al neonato</i>	<i>Wall</i>	--	0,960
<i>Pared del habitáculo</i>	<i>Wall</i>	--	0,18
<i>Superficie Aislada</i>	<i>Wall</i>	--	adiabática

Fuente: El autor

En la Tabla 5 se observa la conductividad térmica de algunos materiales como también la conductividad térmica de la piel humana.

Tabla 5. Conductividad Térmica de Algunos Materiales

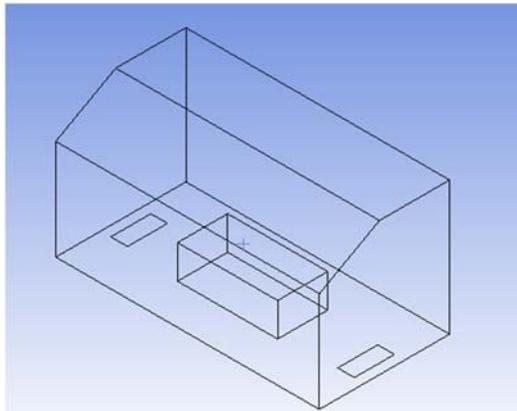
Material	Conductividad Térmica $K =$ [W/m · K]
Aluminio	238
Madera	0,08
Goma	0,2
Acrílico	0,18
Diamante	2300
Piel	0,960
Sangre	0,623
Hueso	1,16

Fuente: (Cengel, 2007)

2.4.4. Discretización del dominio, características de la malla.

Una vez definida la geometría en CAD procedemos a importar la misma dentro del módulo *Fluid Flow CFX* en Ansys Workbench, que nos permitirá discretizar el dominio o generar la malla mediante su apartado *mesh* y además colocar las regiones es las cuales se establecerán las condiciones de frontera de nuestra geometría.

Figura 15. Geometría para su análisis en Ansys en wireframe, importada



Fuente: El autor

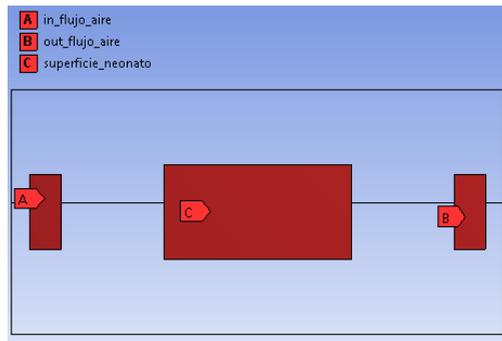
Antes de proceder a generar la malla de nuestro problema deberemos crear o designar los sitios o superficies donde se colocarán las condiciones de frontera durante la solución numérica, para ello se utilizará un control llamado *Named Selection* (Figura 16), y se establecerán las siguientes selecciones ver Tabla 6.

Tabla 6. Condiciones de contorno en las regiones de la geometría

Named Selection	Descripción
<i>in_flujo_aire</i>	Define la superficie de ingreso de flujo de aire
<i>out_flujo_aire</i>	Define la superficie de salida de flujo de aire
<i>superficie_neonato</i>	Define la superficie donde se coloca el neonato
<i>superficie_aislada</i>	Define la superficie aislada que se ubica en la base de la geometría
<i>pared_termocuna</i>	Define la región donde está ubicada la pared de acrílico del habitáculo

Fuente: El autor

Figura 16. Uso del control Named Selection para nuestra geometría en vista inferior



Fuente: El autor

Para generar el mallado dentro de *mesh* se utilizaron los siguientes controles y se detalla su función en la Tabla 7.

Tabla 7. Controles usados para generación de la malla

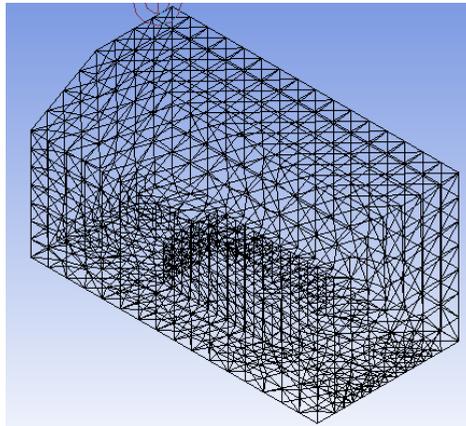
Control	Descripción
<i>Sizing</i>	Nos permite generar una malla en función de la geometría de análisis, esta malla se calibra con los siguientes parámetros de ajuste como son <i>Element Size</i> o tamaño del elemento, <i>Behavior</i> suavizado del mallado.

<i>Face Meshing</i>	Mediante este control de mallado se determina un número adecuado de divisiones para las cara seleccionada de manera automática es muy útil en geometrías rectangulares.
<i>Refinement</i>	Estos controles de refinamiento especifican el número máximo de opciones de mallado que se aplican a la malla inicial se usan en regiones donde se necesita precisión en los cálculos numéricos.

Fuente: El autor

La malla obtenida aplicando los controles expuestos en la tabla 6 es una malla del tipo no estructurada, pero para nuestro análisis y al tener una geometría no compleja se decidió refinar las superficies de ingreso de aire, salida de aire, y la superficie del neonato como se observa en la Figura 17.

Figura 17. Características del Mallado “Uniform”



Fuente: El autor

De esta manera se obtiene la discretización espacial del dominio como se puede observar se obtiene una malla con elementos tipo tetraédricos que conforman el volumen de control dentro de las celdas además otra característica que posee la malla es que es un mallado no estructurado y podemos expresar mediante la Tabla 8. los datos estadísticos de las características el número de elementos y nodos de la malla generada.

Tabla 8. Datos estadísticos del mallado obtenido

Características	Detalle
<i>Número de Nodos</i>	3385
<i>Número de Elementos</i>	16521
<i>Size Function</i>	Uniform
<i>Transition</i>	Fast
<i>Relevance</i>	10

Fuente: El autor

2.5. Proceso

En esta fase de la simulación, se realiza la solución del problema una vez establecida la discretización del dominio el método numérico que emplea CFD es el método de los volúmenes finitos (MVF), para ello se configuran las condiciones de frontera y se inicializaran sus valores de velocidad, densidad, y temperatura en cada región que conforma su condición de borde, también se configura el tipo de análisis stationary o transient.

2.5.1. Configuración de parámetros globales.

Los pasos a seguir para la inicialización de la solución numérica son:

Unidades: las unidades de la solución se configuran en setup mediante el control solution units como se indica en la Tabla 9.

Tabla 9. Unidades para la Solución Numérica

Type	Units
<i>Mass Units</i>	[kg]
<i>Length Units</i>	[m]
<i>Time Units</i>	[s]
<i>Temperature Units</i>	[K]
<i>Angle Units</i>	[rad]

Fuente: El autor

Tipo de Fluido: lo primero que se hará será configurar el tipo de fluido utilizando el control Material Properties que para nuestro problema se trata de aire y sus propiedades físicas se describen en la Tabla 10.

Tabla 10. Configuración de las propiedades físicas del aire a 25°C y 1 atm

Propiedad	Valor
<i>Density</i>	1,185 [kg/m ³]
<i>Specific Heat Capacity</i>	1004 [J/kg · K]
<i>Viscosity</i>	1,86x10 ⁻⁵ [Ns/m ²]

Fuente: El autor

Dominio del Análisis: En este punto configuraremos mediante el control Default Domain que nos permite integrar la acción de gravedad para la flotabilidad del aire, y el modelo del fluido para el análisis como se observa en la Tabla 11.

Tabla 11. Configuración del dominio de Análisis

Parametro	Valor
<i>Bouyant (x)</i>	0 [m/s ²]
<i>Bouyant (y)</i>	0 [m/s ²]
<i>Bouyant (z)</i>	9,81 [m/s ²]
<i>Heat Transfer</i>	Total Energy
<i>Turbulence</i>	k-epsilon

Fuente: El autor

2.5.2. Definición del Régimen de análisis.

Para poder realizar la simulación del flujo de aire dentro de una incubadora neonatal, se debe establecer el régimen de análisis, en este trabajo investigativo se propone un análisis transitorio debido a que tenemos un rango de temperaturas de operatividad que varían en función del tiempo, es decir nuestra variable de interés es dependiente del tiempo.

La información de temperatura, que se utiliza para la inicialización del proceso de cálculo contiene los datos de comportamiento térmico en un periodo de análisis, para ello mediante la medición de las temperaturas como se observa en la Tabla 12, se parte de una temperatura de 32 °C a 36 °C, una vez alcanzado este valor la temperatura descenderá de 36°C a 32 °C, en intervalos de 0,5, de esta manera se establece comportamiento periódico de la temperatura en un intervalo de tiempo.

Tabla 12. Mediciones de temperatura vs tiempo

Tiempo (s)	Temperatura °C	Tiempo (s)	Temperatura °C
1135	32	1480	36
1150	32.5	1535	35.5
1200	33	1600	35
1220	33.5	1670	34.4
1240	34	1710	34
1270	34.5	1785	33.5
1300	35	1840	33
1360	35.5	1900	32.5
1400	36	1940	32

Fuente: El autor

Ahora para ingresar estos datos en la simulación debemos aproximar estos valores de temperatura y tiempo mediante una ecuación que describa el comportamiento térmico del sistema de manera periódica, para ello nuestro tiempo inicial de 1135s. será de 0s. de esta manera nuestro rango de análisis será de 800 s.

2.5.3. Regresión polinómica para obtener la Ecuación de Temperatura.

Una manera matemática de ajustar curvas es mediante regresión polinomial, ahora si partimos de un polinomio de segundo orden (Chapra & Canale, 2007, p. 499).

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2^2 \quad (72)$$

Y aplicamos el procedimiento de mínimos cuadrados, se puede expresar la suma de los cuadrados de los residuos para cada coeficiente de la siguiente manera.

$$S_r = \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2)^2 \quad (73)$$

Si de la ecuación anterior se deriva para cada coeficiente obtenemos.

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_0} = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2) \quad (74)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_1} = -2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - a_0 - a_1x_i - a_2x_i^2) \quad (75)$$

$$\frac{\partial S_r}{\partial a_2} = -2 \sum_{i=1}^n x_i^2 (y_i - a_0 - a_1 x_i - a_2 x_i^2)^2 \quad (76)$$

De las ecuaciones anteriores reordenado e igualando a cero se obtiene un sistema de ecuaciones que resolviendo me permite encontrar los coeficientes de nuestro polinomio evaluados de manera directa mediante observación.

$$\sum y_i = n \cdot a_0 + a_1 \sum x_i + a_2 \sum x_i^2 \quad (77)$$

$$\sum x_i y_i = a_0 \sum x_i + a_1 \sum x_i^2 + a_2 \sum x_i^3 \quad (78)$$

$$\sum x_i^2 y_i = a_0 \sum x_i^2 + a_1 \sum x_i^3 + a_2 \sum x_i^4 \quad (79)$$

De esta forma se expresa el polinomio de orden m para el caso general de la siguiente manera mediante la ecuación que se observa.

$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \dots + a_m x^m + e \quad (80)$$

Una vez descritas las ecuaciones que describen el ajuste de curvas mediante regresión polinomial podemos definir nuestra ecuación utilizando la herramienta *cftool* en Matlab se obtiene el siguiente polinomio de tercer orden.

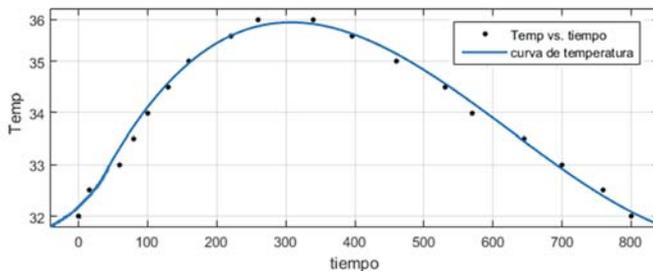
$$T(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 \quad (81)$$

Donde:

$$a_3 = 3.296 \cdot 10E - 08 ; a_2 = -6.182 \cdot 10E - 05 ; a_1 = 0.0268 ; a_3 = 35.83$$

Este polinomio de tercer orden tiene un ajuste superior al 95% y la gráfica del ajuste se puede ver en la Figura 18.

Figura 18. Ajuste de curva de Temperatura vs Tiempo con un polinomio de tercer orden



Fuente: El autor

2.5.4. Inicialización de las condiciones de frontera.

Lo que se realiza en este paso de proceso es la configuración de las condiciones de frontera, para ello se configura el valor de temperatura la velocidad del flujo de aire y las regiones que se asilan térmicamente al igual que las que poseen conductividad térmica la Tabla 13 indica la configuración de las condiciones en las condiciones de borde.

Tabla 13. Inicialización de las Condiciones de borde

Condición de Borde	Tipo	Temperatura	$C_p [W/m \cdot K]$	Velocidad
<i>in_flujo_aire</i>	<i>Inlet</i>	T(t)	--	0.3m/s
<i>out_flujo_aire</i>	<i>Outlet</i>	--	--	--
<i>superficie_neonato</i>	<i>Wall</i>	32°C	0,960	--
<i>superficie_aislada</i>	<i>Wall</i>	adiabática	--	--
<i>pared_termocuna</i>	<i>Wall</i>	25°C	0,18	--

Fuente: El autor

Otro aspecto relevante es la configuración del análisis temporal que se indica en la Tabla 14 los parámetros a ingresar para la simulación.

Tabla 14. Configuración del análisis temporal

Parámetro	Valor
Analysis Type	Transient
Total Time	800[s]
Max. Timestep	60[s]
Max. Timestep	20[s]
Option	Adaptive

Fuente: El autor

2.5.5. Solución numérica del modelo matemático.

La solución numérica del modelo matemático que describe el flujo de aire dentro de la incubadora neonata parte de la mecánica computacional de fluidos CFD que expresa mediante una variable general la ecuación de Navier-Stokes $\vec{v} \rightarrow \phi$, que luego será usada para la discretización temporal y posteriormente la discretización espacial le las ecuaciones partiendo de la siguiente ecuación (ANSYS, Inc. Tutorials, 2017):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + (\phi \cdot \vec{\nabla})\phi = \Gamma \nabla^2 \phi - \vec{\nabla} p + S\phi \quad (82)$$

Donde:

- $\frac{\partial \phi}{\partial t}$ = es el transporte transitorio.
- $(\phi \cdot \vec{\nabla})\phi$ = es la parte Convectiva o Afectiva.
- $\nabla^2 \phi$ = es la parte difusiva.
- $S\phi$ = es el termino fuente que contiene fuerzas externas al fluido como las gravitatorias.

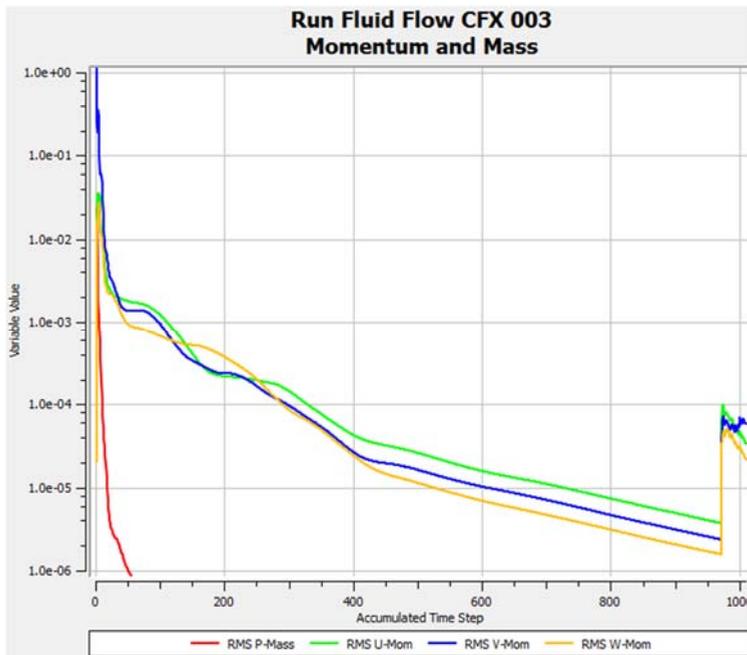
Esta ecuación se resuelve numéricamente mediante volúmenes finitos y se llega a una expresión compacta de la siguiente manera al discretizar las espacialmente los términos de la ecuación correspondiente a la parte convectiva y difusiva, al realizar esto se obtiene una ecuación compacta y los coeficientes numéricos para la solución numérica del modelo.

2.6. Convergencia del Método.

De acuerdo con la solución numérica empleada en mecánica computacional de fluidos CFD, al ser iterativa durante el cálculo computacional debe minimizar el error después de cada iteración que realiza sobre el volumen de control en cada celda perteneciente a la malla de análisis, el criterio de error debe ser menor al 0,01% para alcanzar la convergencia del cálculo numérico.

Al tratarse de una geometría no tan compleja y un mallado no estructurado se observa que la convergencia total del método se obtiene a partir de las 1000 iteraciones (Figura 19).

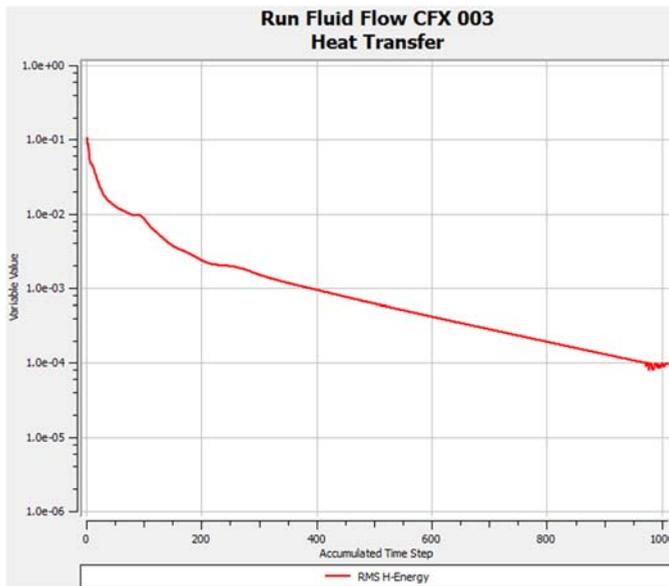
Figura 19. Convergencia de las ecuaciones conservativas de masa y momento 1000 iteraciones



Fuente: El autor

Como se puede observar en la Figura 19 la convergencia para las ecuaciones conservativas de masa y de momento sucede a partir de las 300 iteraciones, esto es claro debido a que el fluido es incompresible y newtoniano además no sucede cambios altos de velocidades y se trabaja a temperaturas normales.

Figura 20. *Convergencia de ecuación conservativa de energía con 1000 iteraciones*



Fuente: El autor

En el caso de la Figura 20, la convergencia para las ecuaciones conservativas de energía sucede a partir de las 1000 iteraciones, esto se debe a que el análisis numérico, posee mayor cantidad de información termodinámica debido a las condiciones de frontera que poseen datos de condicionamiento termodinámico.

2.7. Post Proceso.

En esta etapa de la simulación se seleccionan los datos más relevantes o los que aporten más información para definir los resultados de interés, en este trabajo investigativo los análisis de interés y los resultados requeridos son los siguientes:

2.7.1. Análisis Térmico.

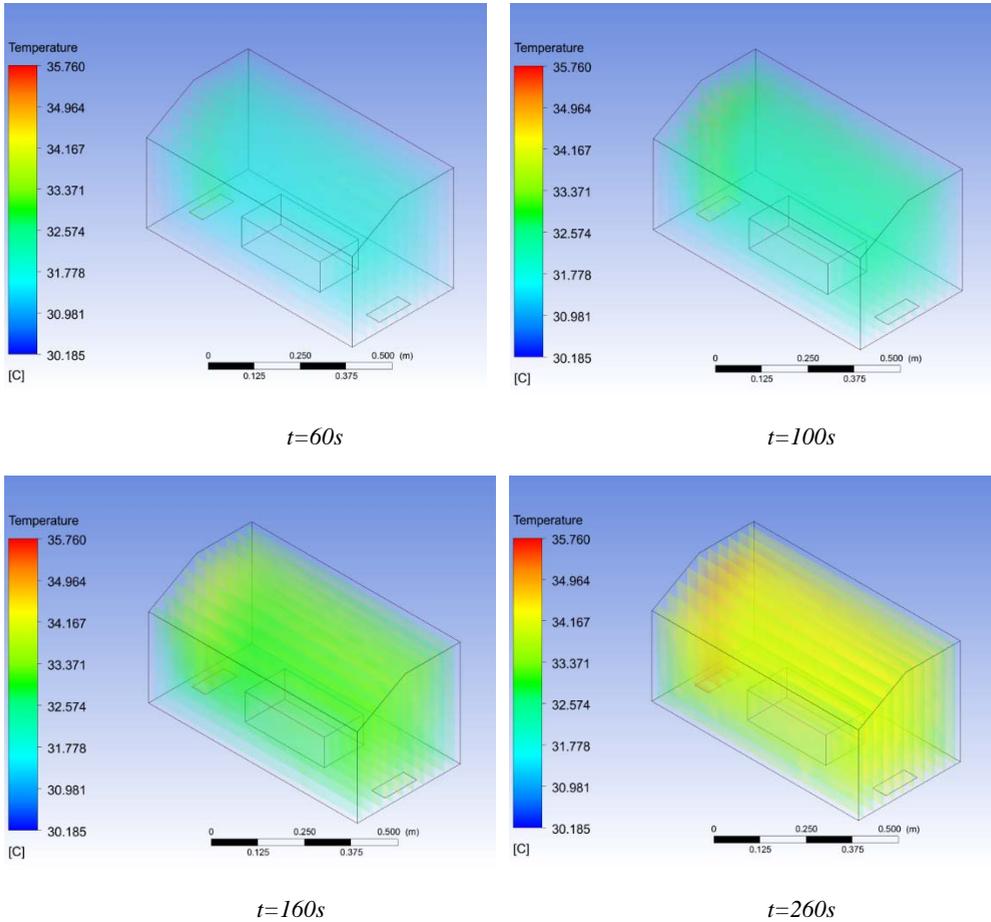
Este análisis establece el comportamiento térmico del flujo de aire dentro de la incubadora neonatal para ello se indicarán los resultados de la distribución de temperatura dentro de la misma.

2.7.2. Volume Rendering - Temperatura

Determina la distribución de la temperatura dentro de la incubadora neonatal debido a la fuente calor que acompaña al flujo de aire en el ingreso, y de esta manera poder indicar la distribución de temperatura como se observa en la Figura 21 y la Tabla 15,

que indican los valores de temperatura de los rangos de operatividad de 32 hasta 36 grados centígrados, durante el intervalo de análisis.

Figura 21. Distribución de Temperaturas para un instante t vista 3D



Fuente: El autor

Tabla 15. Datos de la distribución de temperatura para cada instante t .

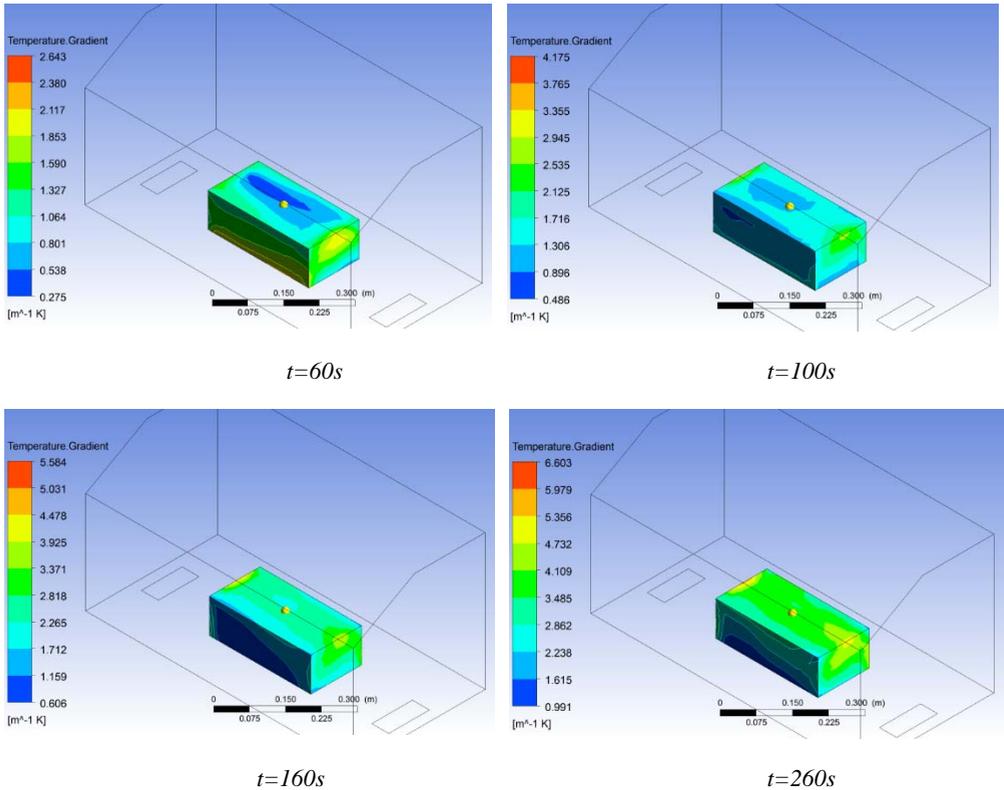
Distribución de temperatura		
0s	32.2°C	305.3 [K]
60s	33.3°C	306.5 [K]
100s	34.2°C	307.4 [K]
160s	35°C	308.1 [K]
260s	35.8°C	308.9 [K]

Fuente: El autor

2.7.3. Contour – Gradiente de Temperatura

Este análisis determina el gradiente de temperatura sobre la superficie del neonato y nos indica la variación de la temperatura por unidad de distancia como se observa en la Tabla 16 los valores de gradiente de temperatura sobre la superficie del neonato y se puede ver en la Figura 22 para cada instante de tiempo el cambio del gradiente de temperatura.

Figura 22. Gradiente de temperatura en la superficie del neonato para un instante t vista 3D



Fuente: El autor

Tabla 16. Datos del gradiente de temperatura

Gradiente de temperatura en un punto x,y,z (0,10,0)[cm]		
0s	32.2°C	0.781[K/m]
60s	33.3°C	0.565[K/m]
100s	34.2°C	1.276[K/m]
160s	35°C	2.299[K/m]
260s	35.8°C	3.614 [K/m]

Fuente: El autor

De acuerdo con los datos podemos verificar el propósito de la simulación es decir que para los cambios de temperatura dentro del intervalo de análisis tenemos un cambio en el gradiente de temperatura proporcional al aumento de temperatura y cumple con el cambio de temperatura en la superficie de análisis, brindándonos una apreciación muy aproximada al caso real.

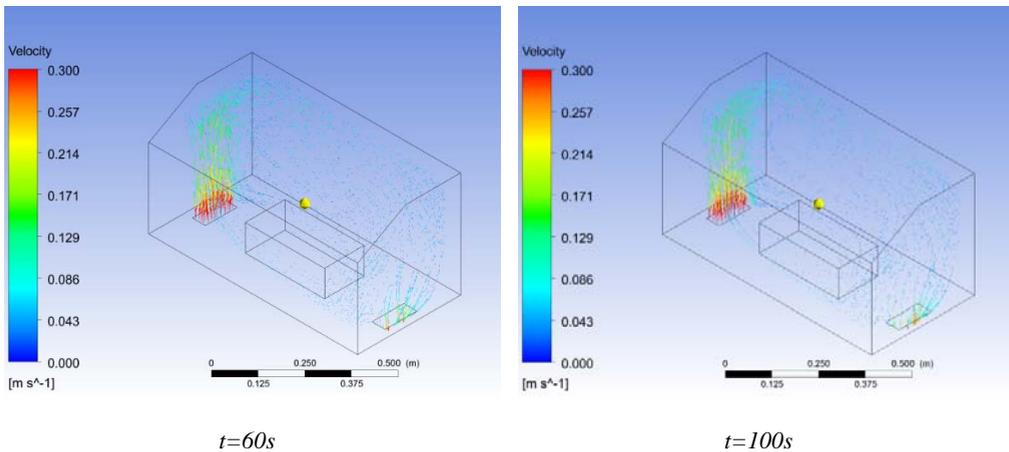
2.8. Análisis del Fluido

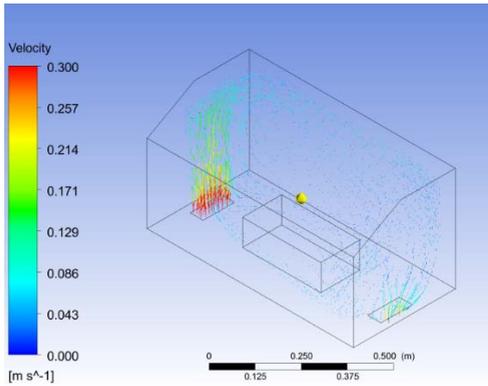
Mediante este análisis del flujo al interior de la incubadora neonatal, se analizará la distribución de la presión, las líneas de flujo que representan la velocidad.

2.8.1. Vector- Velocity

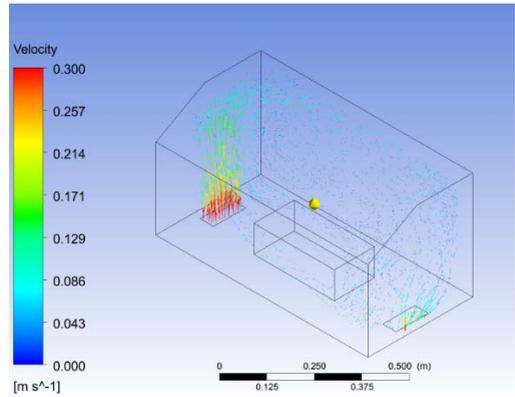
Otra variable también sujeta al análisis, es la velocidad del fluido y como se distribuye dentro del habitáculo, esta velocidad cambia debido al modelo de análisis k-epsilon que nos indica un flujo turbulento para modelarlo porque desconocemos su comportamiento inicial como se puede observar en la Figura 23 y la Tabla 17.

Figura 23. *Velocidad del Fluido dentro del habitáculo vista 3D para un instante t.*





$t=160s$



$t=260s$

Fuente: El autor

Tabla 17. Datos de la velocidad en un punto

Tiempo [s]	Velocidad [m/s]	Punto[cm] x,y,z
0	0.0413	(0,15,0)
60	0.0481	(0,15,0)
100	0.0479	(0,15,0)
160	0.0488	(0,15,0)
260	0.0486	(0,15,0)

Fuente: El autor

De acuerdo con la simulación obtenida se concluye que el campo de velocidades en un punto cualquiera del fluido varía en cada instante del tiempo y tiene ese comportamiento debido al modelo de turbulencia k-epsilon, por lo que podemos ver una mayor velocidad cerca del ingreso de aire y una velocidad similar a la condición inicial de ingreso en la salida, además podemos acotar que la velocidad no sobrepasa los 0.3m/s eso quiere decir que la simulación cumple con una condición de funcionamiento ya establecida.

CAPÍTULO 3

VALIDACIÓN DE LOS RESULTADOS

3.1. Análisis de los Resultados.

Los resultados que se obtienen en la medición de las temperaturas durante el funcionamiento del equipo, sirven para validar la simulación del flujo de aire dentro de una incubadora neonatal en un rango de operatividad de 32°C a 36°C con aumentos de 1°C, dichas mediciones se adquirieron mediante un sensor cutáneo ver Figura 24, que se ubicó en la superficie del neonato en 5 puntos para cada instante de tiempo estos valores se pueden observar en la Tabla 18.

Figura 24. Sensor cutáneo W0001A



Fuente: (Bustamante & Cevallos, 2013)

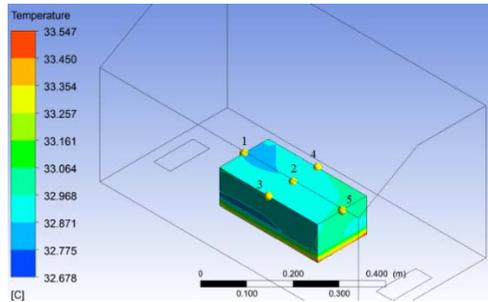
Tabla 18. Puntos para la medición de temperatura en un instante t .

<i>Punto</i>	<i>x[cm]</i>	<i>y[cm]</i>	<i>z[cm]</i>
1	-15	10	0
2	0	10	0
3	0	10	-7.5
4	0	10	7.5
5	15	10	0

Fuente: El autor

En la simulación de igual forma se tomaron medidas de temperatura en cinco puntos distintos ubicados en la superficie del neonato como se observa en la Figura 25 durante el intervalo de tiempo establecido ver Tabla 19.

Figura 25. Puntos de medición en la Simulación



Fuente: El autor

Tabla 19. Valores de Temperatura obtenidos en la simulación para un instante t .

	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5
Tiempo [s]	Temperatura [°C]				
0	32.016	32.026	32.029	31.978	32.013
60	32.866	32.933	32.945	32.864	32.873
100	33.671	33.727	33.731	33.648	33.648
160	34.943	34.612	34.825	34.724	34.613
260	35.701	35.581	35.763	35.687	35.568
460	34.825	34.713	34.945	34.812	34.724
570	33.731	33.641	33.780	33.648	33.695
700	32.864	32.863	32.945	32.866	32.973
800	32.160	32.230	32.295	31.980	32.027

Fuente: El autor

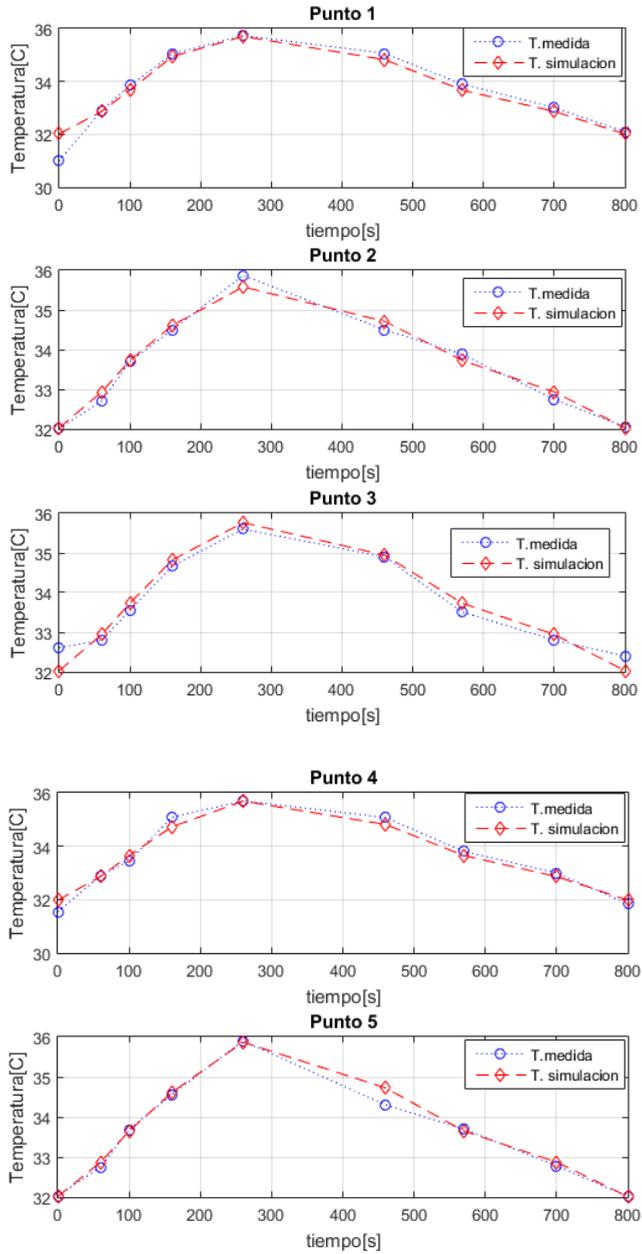
Mientras que las medidas de temperatura en cinco puntos distintos ubicados en la superficie del neonato obtenidas con el sensor cutáneo durante el intervalo de tiempo se observan en la Tabla 20.

Tabla 20. Valores de Temperatura obtenidos por el sensor para un instante t .

	Punto 1	Punto 2	Punto 3	Punto 4	Punto 5
Tiempo [s]	Temperatura [°C]				
0	31.00	32.01	32.61	31.54	32.03
60	32.90	32.70	32.80	32.90	32.75
100	33.85	33.70	33.55	33.45	33.68
160	35.03	34.50	34.67	35.08	34.56
260	35.74	35.87	35.60	35.70	35.90
460	35.06	34.50	34.90	35.07	34.30
570	33.90	33.88	33.51	33.80	33.70
700	33.01	32.75	32.80	33.00	32.78
800	32.10	32.05	32.40	31.84	32.01

Fuente: El autor

Figura 26. Grafica de los valores de medición vs simulación



Fuente: El autor

De esta manera se obtienen los resultados de las mediciones frente a los valores que entrega la simulación, al observar las gráficas de comportamiento de la temperatura en el tiempo en la Figura 26, podemos decir que estas medidas tienen un comportamiento similar al funcionamiento periódico que se obtuvo de mediciones reales de la temperatura en el tiempo y luego se implementó mediante una ecuación polinómica para su simulación.

Otro aspecto dentro de la validación de resultados son el cálculo de los errores relativos porcentuales, que se los calcula de la siguiente manera.

$$E_a = |T(t)_{medido} - T(t)_{real}| \quad (83)$$

$$E_r = (E_a/T(t)_{medido}) \cdot 100\% \quad (84)$$

Donde:

- $T(t)_{real}$ = Es la temperatura real medida en un instante t.
- $T(t)_{medido}$ = Es el valor de temperatura simulado en un instante t.

De esta forma se obtiene los errores porcentuales relativos cada uno de los puntos medidos y simulados como se observa en la Tabla 21.

Tabla 21. Errores relativos porcentuales en cada punto para cada instante t.

Tiempo [s]	Punto 1 E_r(%)	Punto 2 E_r(%)	Punto 3 E_r(%)	Punto 4 E_r(%)	Punto 5 E_r(%)
0	3.17341329	0.04995941	1.81398108	1.36969166	0.05310343
60	0.10345037	0.70749704	0.44012749	0.10954236	0.37416725
100	0.53161474	0.08005456	0.53659838	0.58844508	0.09510223
160	0.24897691	0.3235872	0.44508256	1.02522751	0.15312166
260	0.10924064	0.81223125	0.45577832	0.03642783	0.08921601
460	0.67480258	0.61360297	0.12877379	0.74112375	1.22105748
570	0.5010228	0.71044261	0.79928952	0.45173562	0.014839
700	0.44425511	0.34385175	0.44012749	0.40771618	0.58532739
800	0.18656716	0.55848588	0.32512773	0.43777361	0.05308021
\bar{E}_r(%)	0.66370485	0.46663474	0.5983207	0.57418707	0.29322385

Fuente: El autor

3.2. Pruebas Térmicas

Una forma de validar los resultados es mediante la toma de imágenes térmicas es utilizando un equipo FLUKE Ti25 cuya especificación se observa en la Figura 27 y Tabla 22, en el rango de temperatura de 32°C a 36°C en el equipo, para luego compararla con las imágenes obtenidas en la simulación, y mediante la observación de las mismas observar el comportamiento del sistema.

Figura 27. Cámara Termográfica FLUKE Ti25



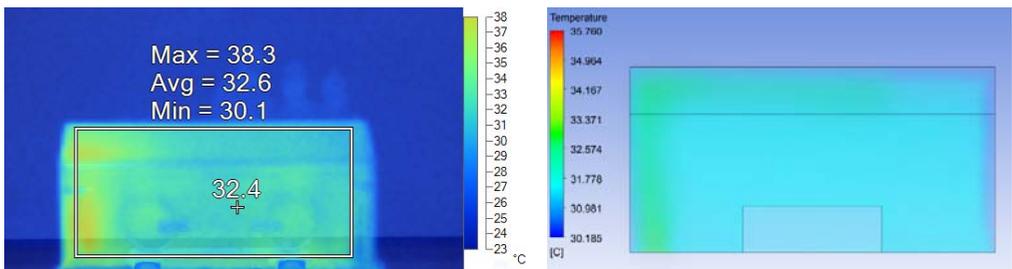
Fuente: (MyFlukeStore, 2017)

Tabla 22. Características de la Cámara Termográfica

Temperature measurement range	-20°C to +350°C
Accuracy	± 2°C
Auto Emissivity Correction	Yes
Visual camera	640 x 480 resolution
Minimum focus distance	15 cm (6 in) - 46 cm (18 in)
Focus	Manual
Field of view	23° x 17°
Thermal sensitivity (NETD)	≤ 0.1 °C at 30 °C (100 mK)
Infrared spectral band	7.5 μm to 14 μm

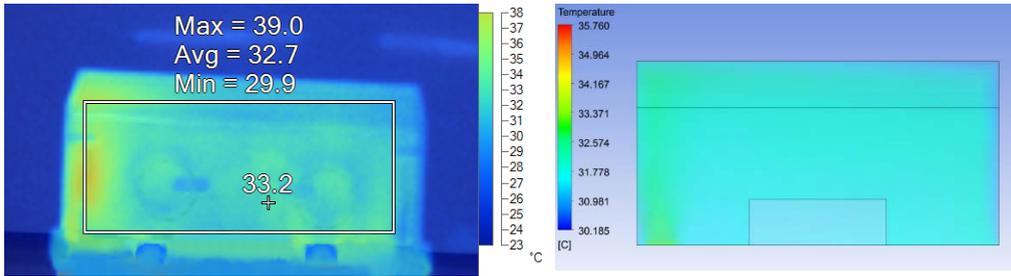
Fuente: (MyFlukeStore, 2017)

Figura 26. Imagen Térmica vs Simulación en Ansys para $t=10s$



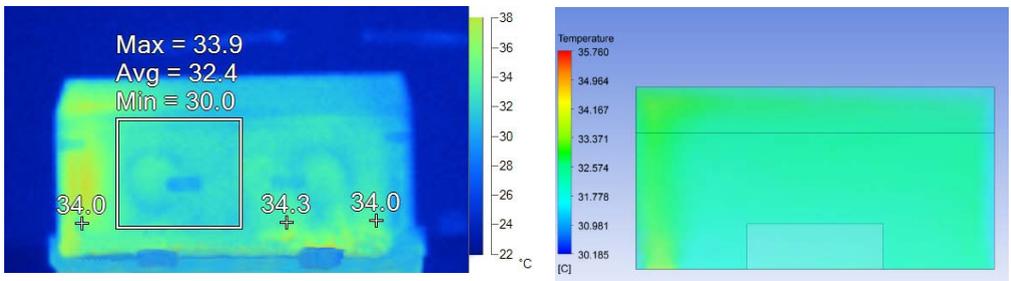
Fuente: El autor

Figura 28. Imagen Térmica vs Simulación en Ansys para $t=100s$



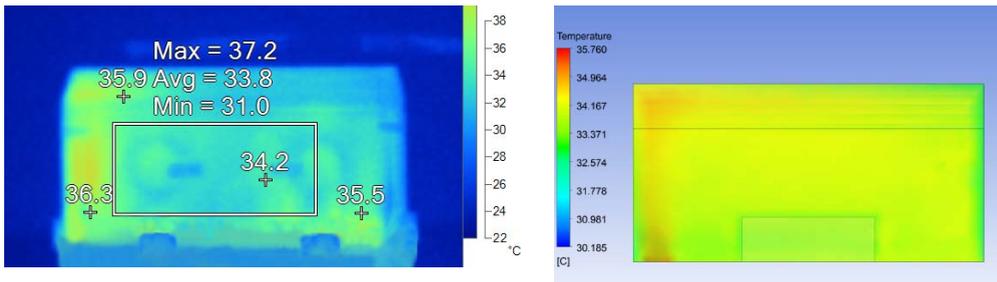
Fuente: El autor

Figura 29. Imagen Térmica vs Simulación en Ansys para $t=160s$



Fuente: El autor

Figura 30. Imagen Térmica vs Simulación en Ansys para $t=260s$



Fuente: El autor

CAPÍTULO 4

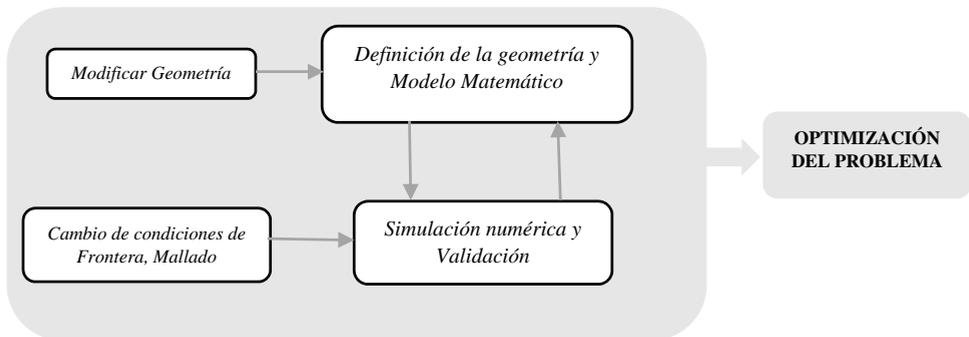
OPTIMIZACIÓN DEL SISTEMA

4.1. Introducción.

El propósito de la Optimización es identificar la mejor solución a un problema, tomando en cuenta sus posibles alternativas de solución, esto se lo puede realizar considerando criterios de efectividad que permitan minimizar tiempo y costos en el desarrollo de un sistema (Julian & Ramos, 2015).

Mencionado lo anterior se puede decir que, para poder optimizar el flujo de aire dentro de una incubadora neonatal, se busca la mejor solución a la distribución de temperatura dentro del habitáculo mediante la optimización en la simulación, en la Figura 31, se observa el proceso de optimización que se realizara.

Figura 31. Proceso de Optimización

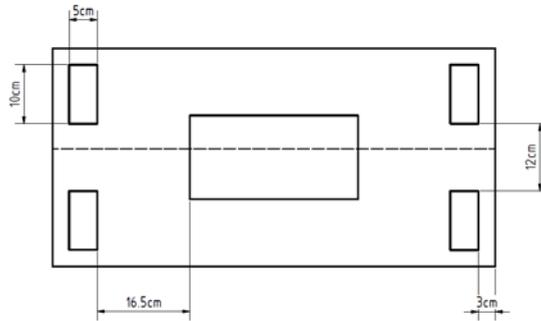


Fuente: El autor

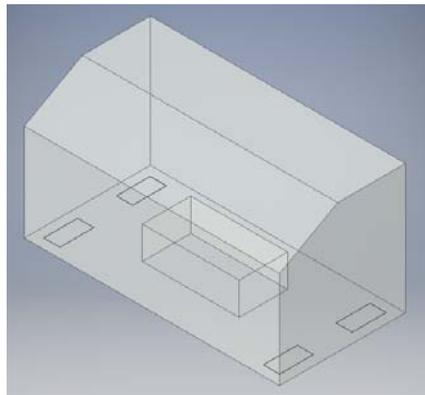
4.2. Propuesta de Optimización.

La propuesta de implementación consiste en modificar los ingresos y salida de aire para poder obtener una mejor distribución de temperatura dentro del habitáculo de una incubadora neonatal, obteniendo de esta forma una nueva geometría definida como se observa en la Figura 32 y la Tabla 23.

Figura 32. Dimensiones de la geometría agregando un ingreso y una salida de aire



(a) Vista Inferior



(b) Vista 3D

Fuente: El autor

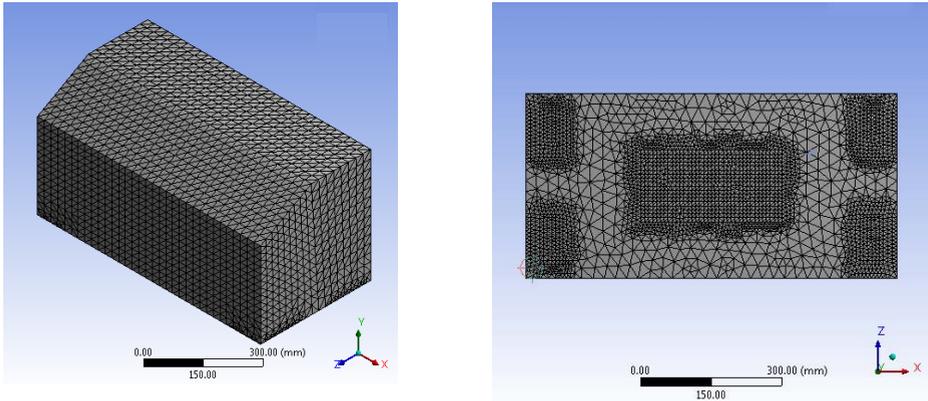
Tabla 23. Dimensiones de la geometría

Parte	Ancho x Largo x Alto (cm)
1. <i>Habitáculo</i>	40 x 790 x 39
2. <i>Ingreso de Aire 1</i>	5 x 10
3. <i>Ingreso de Aire 2</i>	5 x 10
4. <i>Salida de Aire 1</i>	5 x 12
5. <i>Salida de Aire 2</i>	5 x 10
6. <i>Superficie del neonato</i>	15 x 30 x 10

Fuente: El autor

Los cambios en la geometría nos entregan una discretización espacial o malla no estructurada con elementos tetraédricos como se observa en la Figura 33 y su estadística correspondiente se indica en la Tabla 24.

Figura 33. Características del Mallado para la Optimización



Fuente: El autor

Tabla 24. Datos estadísticos del mallado obtenido

Características	Detalle
<i>Número de Nodos</i>	23717
<i>Número de Elementos</i>	122368
<i>Size Function</i>	Uniform
<i>Transition</i>	Slow
<i>Relevance</i>	10

Fuente: El autor

Para la solución numérica se inicializaron los parámetros de la siguiente manera como se observa en la Tabla 25.

Tabla 25. Inicialización de las Condiciones de borde

Condición de Borde	Tipo	Temperatura	C_p [W/m · K]	Velocidad
<i>in_flujo_aire_1</i>	Inlet	T(t)	--	0.3m/s
<i>in_flujo_aire_2</i>	Inlet	T(t)	--	0.3m/s
<i>out_flujo_aire_1</i>	Outlet	--	--	--
<i>out_flujo_aire_2</i>	Outlet	--	--	--
<i>superficie_neonato</i>	Wall	32°C	0,960	--
<i>superficie_aislada</i>	Wall	adiabática	--	--
<i>pared_termocuna</i>	Wall	25°C	0,18	--

Fuente: El autor

En la configuración del análisis se mantiene transitorio con los siguientes parámetros de configuración como se observa en la Tabla 26.

Tabla 26. Configuración del análisis temporal

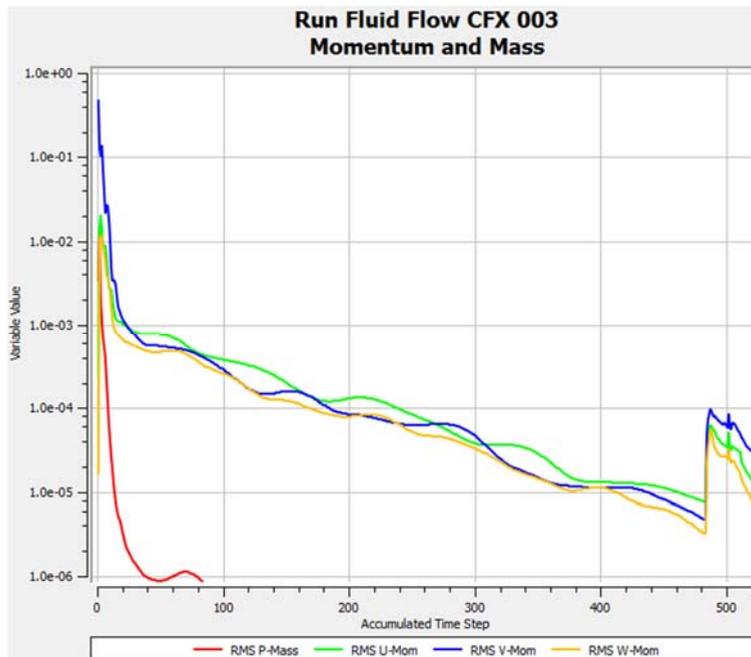
Parámetro	Valor
Analysis Type	Transient
Total Time	800[s]
Max. Timestep	60[s]
Max. Timestep	20[s]
Option	Adaptive

Fuente: El autor

4.3. Verificación de la Optimización.

Una forma de verificar la optimización en una simulación numérica es observar la convergencia del método, con esta propuesta de optimización se verifica la convergencia en las ecuaciones conservativas de masa y momento (Figura 34) y la ecuación de transferencia de calor (Figura 35).

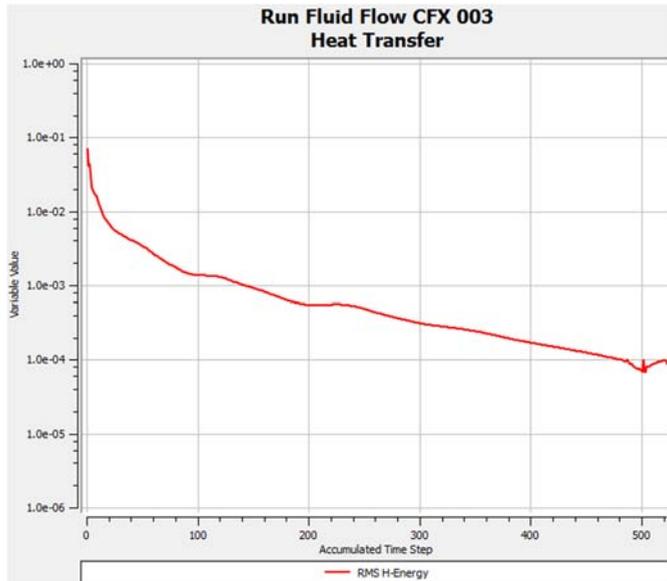
Figura 34. Convergencia de las ecuaciones conservativas de masa y momento 200 iteraciones



Fuente: El autor

Como se puede observar en la Figura 34 la convergencia para las ecuaciones conservativas de masa y de momento sucede a partir de las 200 iteraciones, de esta manera se verifica la optimización en la simulación debido a que para el caso anterior se tenía una convergencia con 350 iteraciones.

Figura 35. Convergencia de ecuación conservativa de energía con 450 iteraciones



Fuente: El autor

En el caso de las ecuaciones conservativas de energía sucede a partir de las 500 iteraciones, el método converge mientras que para la simulación con una sola entrada y salida de aire la convergencia se obtenía a partir de las 1000 iteraciones, esta grafica de convergencia nos indica el termodinámico y debido a la reducción en las iteraciones podemos decir que se consigue la optimización del método numérico al variar las entradas y salidas de aire.

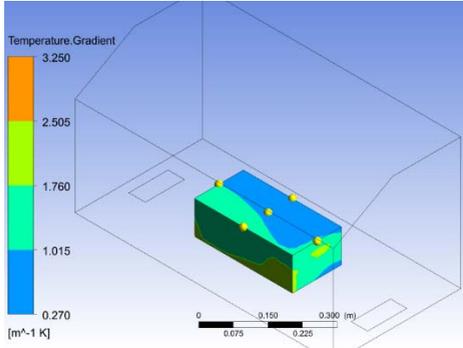
4.4. Resultados de la Optimización.

Los resultados de interés que se obtiene en la optimización de la simulación son los datos de temperatura en un intervalo de tiempo para de esta manera poder observar la distribución de temperatura dentro del habitáculo luego de la optimización, estos resultados se comparan con los resultados de las gráficas obtenidas en la simulación sin optimizar y se indican en la Figura 36.

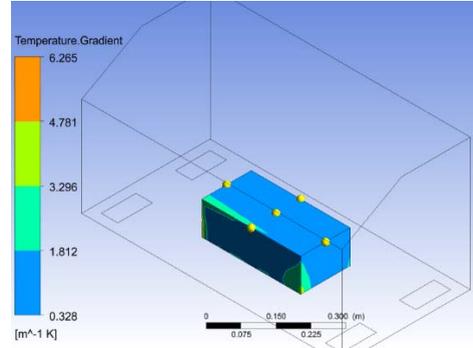
Figura 36. Distribución de Temperaturas en la Superficie del Neonato

Simulación antes de optimizar

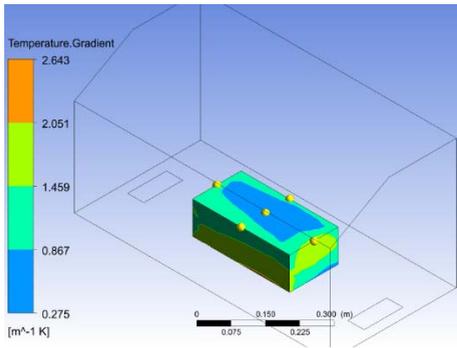
Simulación después de optimizar



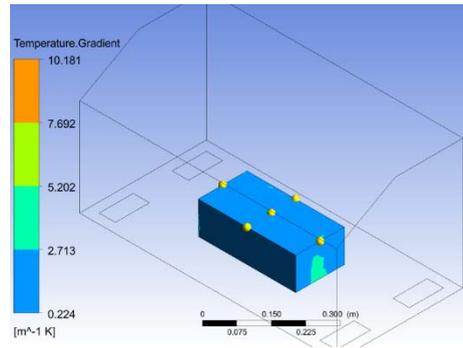
t=0s



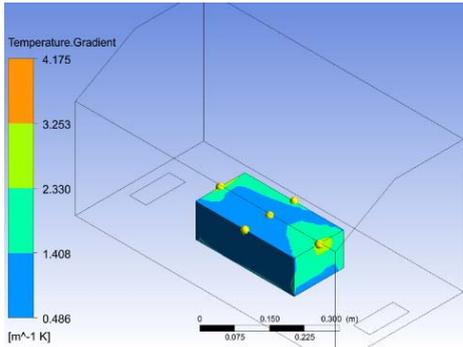
t=0s



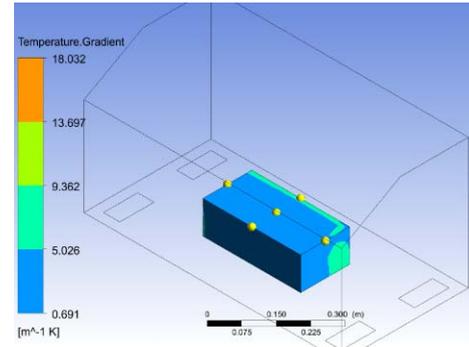
t=60s



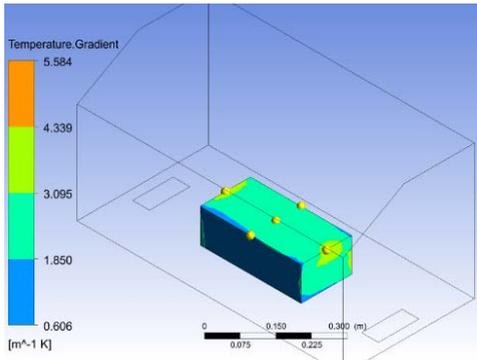
t=60s



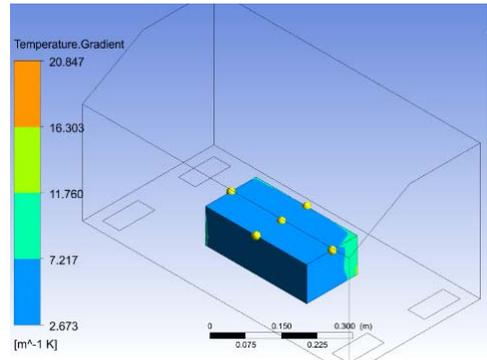
t=100s



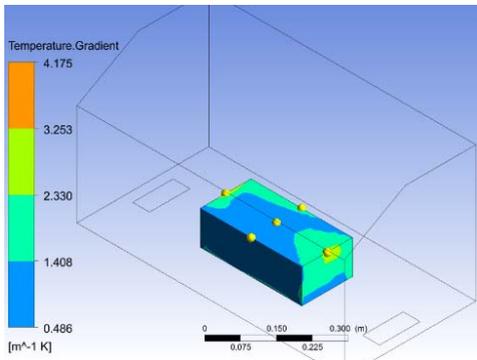
t=100s



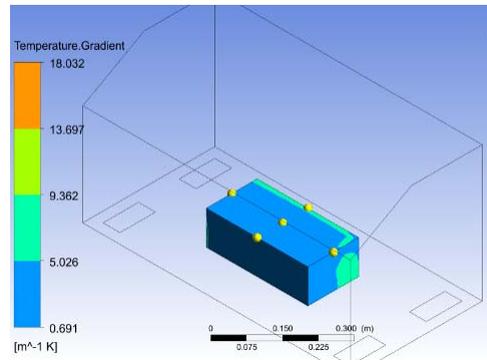
$t=160s$



$t=160s$



$t=260s$



$t=260s$

Fuente: El autor

Como se aprecia en las gráficas que establecen la comparación antes y después de la optimización mediante los valores gráficos obtenidos del valor del gradiente de temperatura para cada instante de tiempo podemos decir que aplicando la optimización se consigue una mejor distribución de temperatura debido a que el valor de gradiente para cada instante de tiempo en la simulación con optimización frente a la simulación es mayor y se observa una mejor uniformidad en el gradiente de temperatura sobre la superficie del neonato analizada en las simulaciones, de esta manera el valor del gradiente en la propuesta de optimización nos dice que tiene un mayor flujo de calor sobre la superficie y a su vez mejora la distribución de temperatura frente a la simulación sin optimizar.

CONCLUSIONES

- La formulación matemática del problema permitió desarrollar el modelo matemático para la simulación en el presente proyecto, de esta manera se pudieron establecer las ecuaciones y los coeficientes de la solución numérica del flujo de aire analizado dentro de una incubadora neonatal.
- Para llevar a cabo la simulación del problema, es de mucha importancia realizar una discretización espacial de la geometría tomando en cuenta parámetros que se acoplen de manera adecuada a la forma de la misma, para este trabajo se aplicó una malla tipo “*Uniform*” con un grado de relevancia grueso, y un refinamiento grado dos en las zonas donde se necesita mayor precisión en el cálculo, de esta manera se garantizó, que el número de nodos y elementos sean los adecuados para poder calcular el campo de velocidades y la temperatura en nuestro problema.
- Las condiciones de frontera que se colocaron en nuestra simulación permiten inicializar el método de cálculo numérico, estas condiciones se establecen a partir de la normativa aplicada en las Incubadoras Neonatales, estableciendo un análisis temporal para la simulación, de esta manera mediante el Método de los Volúmenes Finitos (MVF), que aplica la discretización temporal y espacial las ecuaciones conservativas de Navier-Stokes para resolver problemas de mecánica computacional de fluidos (CFD) se obtiene la solución.
- Los valores de iteraciones obtenidos para la convergencia del método son un tipo de indicador fiable para saber que la simulación numérica nos entrega una solución adecuada, a partir de esto las variables de interés que se necesitan para dar respuesta al problema son calculadas y podemos analizar los datos de temperaturas y velocidades.
- En el análisis de velocidades se observó que los valores no exceden los establecidos por la normativa, en cuanto a las temperaturas se realizó la validación de los resultados con mediciones reales mediante gráficas de temperatura de operatividad en un intervalo de tiempo que permitieron ver las diferencias entre las mediciones y los datos obtenidos en la simulación, además calculando el error relativo entre el valor medido y simulado en los puntos se observó un error relativo no mayor al 0.6% por lo que la simulación cumple con lo establecido por el funcionamiento del equipo.

- Los datos obtenidos de la optimización son un reflejo de la propuesta que indica un de cambio en la geometría para mejorar la distribución de aire dentro de una incubadora neonatal, esto se verifico comprobando los valores de gradientes de temperatura obtenidos entre la simulación antes de optimizar y la ya optimizada dando como resultado una mejor distribución de temperatura en el tiempo para la propuesta de optimización.

RECOMENDACIONES

- Para definición del modelo matemático con mecánica de fluidos y termodinámica es recomendable definir y restringir el tipo de geometría aplicando las restricciones correspondientes para esta manera simplificar el tiempo de cálculo durante la simulación.
- Durante la simulación se recomienda utilizar una malla adecuada a la geometría de análisis para poder garantizar minimizar el cálculo computacional y maximizar la precisión en los resultados.
- Para la validación de los datos es recomendable utilizar sensores que se establecen en la normativa de incubadoras neonatales para de esta manera obtener datos validos que luego se analicen frente a los simulados y se generen análisis confiables.
- Durante la Optimización se recomienda identificar las posibles mejoras a implementar y cal es la mejor según los datos experimentales obtenidos en las mediciones y la simulación.

BIBLIOGRAFÍA

- AEN. (2 de Febrero de 2009). Particular requirements for the basic safety and essential performance of infant incubators. *UNE-EN 60601-2-19:2009/A1:2016*, 40-42-47. Madrid, España: CTN 209 - EQUIPOS ELECTRONICOS.
- ANSYS, Inc. Tutorials. (2017). <https://www.ansys.com/academic>. Obtenido de <https://www.ansys.com/academic>: <https://www.ansys.com>
- Arthaya, B., Tesavrita, C., & Permana†, P. (2015). The Redesign of Grashof Incubator Concerning the Alternative Heating System and. *Third International Conference on Artificial Intelligence, Modelling and Simulation*. Bandung, Indonesia.
- Bustamante, J., & Cevallos, A. (Julio de 2013). DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PROTOTIPO DE INCUBADORA NEONATAL EN CUMPLIMIENTO CON LA NORMA UNE-EN 60601-2-19. *TESIS*. Cuenca, Azuay, Ecuador: UNIVERSIDAD POLITECNICA SALESIANA.
- Cascavita, K., Jaramillo, J., & Fonseca, F. (2013). Numerical solution of the incompressible Navier-Stokes equations with finite volume method. *Revista ION*, 17-23.
- Cengel, Y. (2007). *Transferencia de calor y masa: un enfoque práctico* (Vol. Tercera edición). Mexico: Mc Graw-Hill.
- Chapra, S., & Canale, R. (2007). *Metodos Numericos para Ingenieros*. Mexico: McGraw-Hill.
- Fernández, O. J. (2011). Dinamica de Fluidos Computacional CFD. En J. M. Oro, *Técnicas numéricas en ingeniería de fluidos: introducción a la dinámica de fluidos computacional (cfd) por el método de volúmenes finitos* (págs. 65-72). Madrid: España.
- Javed, H., & Mahmood, A. (2013). A Study of Thermodynamics and Bond Graph Modelling of Evaporation in Infant Incubator. *IEEE*, I(4), 6.
- Julian, M., & Ramos, L. (2015). Process optimization of protein enrichment of sugar cane bagasse. *RTQ vol.35 no.1*, 1-2.
- Landau, & Lifshitz. (1987). *Fluid Mechanics* (Vol. Volume 6 (Course of Theoretical Physics)). NEW YORK: PERGAMON PRESS.
- Lebedev, L. P., & Cloud, M. J. (2003). *Tensor Analysis*. London: World Scientific.

- Lopez T., A. C. (15 de Septiembre de 2015). Numerical Solutions of the Navier-Stokes Equations. *Numerical Solutions of the Navier-Stokes Equations*, 16-19-28. Cantabria, Cantabria, España: Universidad de Cantabria.
- Mott, R. (1996). *Mecánica de fluidos aplicada*. México: Pearson Education.
- MyFlukeStore. (2017). *MyFlukeStore.com*. Obtenido de MyFlukeStore.com: <https://www.myflukestore.com>
- Niño, Y. (2002). Metodo de los Volúmenes Finitos. En Y. Niño, *Modelacion Numerica en Hidraulica y Ambiental* (págs. 11-19). Chile: Departamento de Ingenieria Civil.
- Potter, M. W. (2015). *Mecánica de Fluidos*. México DF: Cengage Learning Editors.
- Simental, C. (Febrero de 2015). Ecuaciones de Gobierno Fundamentales para CFD. 4. Mexico DF, DF, Mexico: Universidad Autonoma Nuevo Leon.
- Wongkamhang et al, A. (2012). 3D Finite Element Analysis of Heat Transfer Efficiency in. *5th national Conference on biomedical engineering*. Ubonratchathani, Thailand.
- Wongkamhang et al, A. (2013). Design and Simulation of Air Flow Inside Double. *The 2013 Biomedical Engineering International Conference*, (pág. 4). Thailand.

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
UNIDAD DE POSGRADOS

***MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN
NUMÉRICA EN INGENIERÍA***

Autor:

***Jaime Antonio Bustamante
Campoverde***

Director:

Olena Leonidivna Naidiuk

**SIMULACIÓN Y OPTIMIZACIÓN DEL FLUJO DE AIRE DENTRO
DE UNA INCUBADORA NEONATAL, UTILIZANDO EL MÉTODO DE
LOS ELEMENTOS FINITOS**

El presente trabajo investigativo propone la simulación y optimización del flujo de aire dentro de una incubadora neonatal, con la utilización de herramientas CAE (Computer Aided Engineering), para obtener datos de temperatura y velocidad de flujo de aire en el sistema, que permitan establecer el funcionamiento adecuado, como también las condiciones óptimas para la distribución de temperatura en el flujo de aire dentro de la incubadora neonatal.

Además, en este trabajo investigativo se estudió el método la discretización espacial del dominio, para luego mediante el método numérico de los volúmenes finitos (MVF), discretizar de manera temporal y espacial las ecuaciones conservativas de Masa, Momento y Energía, que definen el modelo matemático del flujo de aire dentro de una incubadora neonatal.

Los procedimientos empleados durante el desarrollo de este trabajo investigativo serán base para futuras investigaciones en problemas que involucran modelado matemático para resolver problemas en mecánica de fluidos y transferencia de calor numéricamente.