

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE QUITO**

**CARRERA:
INGENIERÍA ELECTRÓNICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de:
INGENIERO ELECTRÓNICO**

**TEMA:
SIMULACIÓN DE UN ALGORITMO DE DETECCIÓN PARA MIMO
MASIVO CON MATLAB**

**AUTOR:
EDISON DARÍO CÓRDOVA BORJA**

**TUTOR:
VERÓNICA EMMA SORIA MALDONADO**

Quito, agosto del 2018

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo Edison Darío Córdova Borja, con documento de identificación N° 172141816-6, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del trabajo de titulación: “SIMULACIÓN DE UN ALGORITMO DE DETECCIÓN PARA MIMO MASIVO CON MATLAB” mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Electrónico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago la entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.



Edison Darío Córdova Borja

CI: 172141816-6

Quito, agosto del 2018

DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A

Yo declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el artículo académico, “SIMULACIÓN DE UN ALGORITMO DE DETECCIÓN PARA MIMO MASIVO CON MATLAB” realizado por Edison Darío Córdova Borja, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana, para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, agosto del 2018

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'Verónica Emma Soria Maldonado', written over a horizontal line.

Verónica Emma Soria Maldonado

CI: 171518596-1

SIMULACIÓN DE UN ALGORITMO DE DETECCIÓN PARA MIMO MASIVO EN MATLAB

Edison Córdova Borja¹, Verónica Soria Maldonado²

Resumen

Los retos de los sistemas inalámbricos de próxima generación como 5G serán los de ofrecer servicios de datos a grandes velocidades, es por ello que se prevé usar arreglos de antenas múltiples como MIMO Masivo el cual junto con una detección eficiente de señales en el receptor permitiría cumplir con esta tarea desafiante. Los esquemas de detección como Filtrado combinado (Matched Filtering, MF), Forzado a cero (Zero Forcing, ZF) y Error mínimo medio cuadrático (Minimum Mean Square Error, MMSE) son técnicas simples y efectivas para recuperar múltiples flujos de datos transmitidos en el receptor. Es por ello que en este documento se compara el rendimiento de estos detectores para sistemas MIMO masivo aplicando detectores lineales como MF, ZF y MMSE en un entorno de multiplexación espacial. Los resultados obtenidos muestran que el receptor MMSE supera a los receptores ZF y MF para diferentes esquemas de modulación.

Palabras Clave: MMSE, ZF, MF, MIMO Masivo.

Abstract

The challenges of next generation wireless systems such as 5G are those that offer data services at high speeds, that is why the arrangement of multiple antennas such as Massive MIMO is envisaged which, together with an efficient detection of signals in the receiver, would allow with this challenging task. Detection schemes such as Matched Filtering (MF), Zero Forcing (ZF) and Minimum Mean Square Error (MMSE) are simple and effective techniques for recovering multiple data streams transmitted in the receiver. That is why this document compares the performance of these detectors for Massive MIMO systems by applying linear detectors such as MF, ZF and MMSE in a spatial multiplexing environment. The results showed that the MMSE receiver exceeds the ZF and MF receivers for different modulation schemes.

Keywords: MMSE, ZF, MF, Massive MIMO.

¹ Estudiante de Ingeniería en Electrónica - Universidad Politécnica Salesiana sede Quito

² Ingeniera en Redes y Comunicaciones - Escuela Politécnica del Ejército, Magister en Redes de Información y Conectividad - Escuela Politécnica del Ejército, Estudiante de Doctorado en Ingeniería Universidad Pontificia Bolivariana de Medellín

1. Introducción

MIMO Masivo es un sistema celular el cual está equipado con un gran número de antenas en la estación base, mismas que pueden llegar a ser arreglos en el orden de decenas a centenas de ellas, con la finalidad de servir a varios usuarios con los mismos recursos de frecuencia y tiempo. Está considerado para trabajar con Duplexación por División de Tiempo (Time Division Duplex, TDD) el mismo que con la ayuda de tonos pilotos en el enlace de subida puedan considerar la interferencia entre celdas a través de la obtención de Información del Estado del Canal (Channel State Information, CSI). [1]

Las investigaciones realizadas en la actualidad perfilan a MIMO Masivo como una solución frente a las necesidades de la tecnología 5G, debido a que al tener una cantidad excesivamente grande de antenas en la estación base, ha logrado proporcionar mejoras en la eficiencia espectral y energética, pero sobre todo logra obtener grandes tasas de transmisión de datos, todo esto como resultado del procesamiento que se realiza con los magnánimos arreglos de antenas.

Otro beneficio importante en considerar es el aumento en la capacidad del sistema, debido a que, al tener un arreglo de muchas antenas permite que la falla de alguna de ellas disminuya la conmoción que este pueda ocasionar en la operación del mismo. [2]

El estudio de MIMO masivo ha dado a lugar a varias líneas de investigación, como la contaminación de tonos pilotos, la cual se da cuando los usuarios se mueven entre celdas y el sistema debe obtener el conocimiento del estado del canal, lo que provoca que estos tonos pilotos sean reusados ya que son secuencias limitadas y crecen a medida que el número de antenas aumenta.

Además conforme los usuarios accedan a una celda, la complejidad del procesamiento de la señal va creciendo proporcionalmente, a tal punto que cuando estos sean iguales o incluso mayores que las antenas de recepción la complejidad se encontrará a valores muy altos, por lo cual se ve la necesidad de investigar algoritmos de detección que tengan como característica una baja complejidad, mismos que

deberán mitigar el problema antes mencionado de manera rápida y eficiente. [3]

Este artículo científico estará enfocado en evaluar y simular los algoritmos de detección mayormente aceptados en el enlace downlink como lo son MMSE, ZF y MF.

La sección dos del artículo describe el modelo matemático de los algoritmos a usar, la sección tres describe el sistema utilizado, presenta y analiza los resultados obtenidos en la experimentación. Finalmente, en la sección cuatro se concluye el artículo.

2. Detección de Baja Complejidad

Para obtener un rendimiento óptimo, es necesario implementar algoritmos de procesamiento de señales que sean fáciles de efectuar y que tengan como característica una disminución considerable en la complejidad de los mismos, de manera que posibiliten beneficiarse de las ventajas que esta tecnología ofrece, debido a que para obtener altas tasas de transmisión de datos y una gran confiabilidad del sistema se debe implementar arreglos con grandes cantidades de antenas.

Es por ello que una de las líneas de permanente investigación en los sistemas de MIMO Masivo, es la detección eficiente de señales en el receptor, teniendo como referente el algoritmo de máxima verosimilitud (Maximum Likelihood, ML), de soluciones optimas, pero el mismo conlleva una alta complejidad por lo cual es considerado como un problema de tiempo polinomial no determinista (Non deterministic Polynomial Time NP). [4]

Se han planteado diversas técnicas que permitan alcanzar un rendimiento similar al algoritmo ML entre las cuales se encuentran: MF, ZF, ZF con cancelación de interferencia sucesiva (ZF with Successive Interference Cancellation, ZF-SIC), MMSE, MMSE con cancelación de interferencia sucesiva (MMSE with Successive Interference Cancellation, MMSE-SIC). Además de algoritmos que han obtenido mayor similitud a ML como; Decodificación de esferas (Sphere Decoding, SD) o Decodificador de esfera de complejidad fija (Fixed-Complexity Sphere Decoder, FCSD). [5]

2.1 Detección Lineal

Con el fin de separar los diversos subflujos de las antenas transmisión N_t , se pueden emplear esquemas de ecualización lineal. Esto se logra multiplicando el vector recibido \mathbf{y} , con la matriz de ecualización \mathbf{W}^H seguida por el cuantificador $\mathbf{Q}(\cdot)$ el cual devuelve el vecino más cercano en la constelación que se está utilizando, de la siguiente manera [6]:

$$\hat{x} = \mathbf{Q}(\mathbf{W}^H \mathbf{y}) \quad (1)$$

donde \hat{x} es el vector de símbolos estimado. Esta familia de detectores tiene la ventaja de ser fácil de implementar y producir baja complejidad a expensas de no reunir la misma diversidad que ML. [7]

Existen otros detectores como los no lineales e híbridos de los anteriormente dichos, sin embargo, este documento abordara solo la familia de detectores lineales.

2.1.1 Matched Filtering

La forma más simple de receptor es el filtro combinado ya que trata interferencias de otras subsecuencias como ruido haciendo $\mathbf{W} = \mathbf{H}$, donde \mathbf{H} es la matriz del canal. Las estimaciones MF están, por lo tanto, dadas por (aparte de un factor de normalización) [8]:

$$\hat{x}_{MF} = \mathbf{Q}(\mathbf{W}^H \mathbf{y}) \quad (2)$$

Al procesar la expresión anterior se producen operaciones las cuales tienen un orden de complejidad $\mathcal{O}(\cdot)$ en función de las antenas de transmisión N_t y del número de antenas de recepción N_r de la siguiente manera $\mathcal{O}(N_t N_r)$ el cual es bastante atractivo. Sin embargo, solo funciona correctamente para escenarios donde $N_t \ll N_r$, ya que el rendimiento se degrada severamente debido a las contribuciones de interferencia no cancelada cuando aumenta la carga. [9]

2.1.2 Zero-Forcing Detection

Los métodos de forzado cero, que imponen la interferencia entre usuarios a cero lo hacen a

expensas de un aumento en el ruido (denominado mejora de ruido). Esto se logra diseñando la matriz de ecualización como [10]:

$$\mathbf{W}_{ZF}^H = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H = \mathbf{H}^\dagger \quad (3)$$

Donde $(\cdot)^\dagger$ denota el pseudoinverso de Moore-Penrose de una matriz. Generalmente, ZF funciona mejor que el MF, solo es óptimo cuando $od(\mathbf{H}) = 0$ donde $od(\cdot)$ es la deficiencia de ortogonalidad de la matriz \mathbf{H} y requiere $\mathcal{O}(N_t^3) + \mathcal{O}(N_t^2 N_r) + \mathcal{O}(N_t N_r^2)$ multiplicaciones y la misma cantidad de adiciones para asemejar el vector de recepción. En términos de aumento de la diversidad, se muestra que puede lograr $N_r - N_t + 1$, que todavía es $N_t - 1$ veces menos de lo que ML puede alcanzar. [11]

2.1.3 Minimum Mean-Square Error Detection

El detector lineal cuyo objetivo de matriz de transformación es minimizar el error cuadrático medio entre el vector recibido transmitido y transformado se denomina error cuadrático medio mínimo. Puede formularse como [12]:

$$\mathbf{W}_{MMSE}^H = \underset{U}{\operatorname{argmin}} E \{ \|\mathbf{x} - \mathbf{U} \mathbf{H}^H \mathbf{y}\|^2 \} \quad (4)$$

con la solución de forma cerrada dada por:

$$\mathbf{W}_{MMSE}^H = \{ (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + N_T \text{SNR}^{-1} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \} \quad (5)$$

Como se puede deducir de (5), este detector requiere el conocimiento de la SNR, pero tendrá un mejor rendimiento que ZF en los regímenes SNR de medio a alto. [13]

3. Simulación y Análisis de Resultados

3.1 Configuración de la simulación

En esta sección, se analiza el rendimiento de la tasa de error de bits (Bit Error Rate, BER) para los algoritmos de detección de MIMO Masivo (MF, ZF y MMSE) en el Downlink para

diferentes técnicas de modulación como BPSK, QPSK, 16QAM y 64QAM.

Para el despliegue de este sistema se usó MATLAB puesto que permite realizar operaciones matemáticas con matrices y generar gráficas comparativas. La arquitectura del sistema implementado se aprecia en la Figura 1, el cual está diseñado con la finalidad de obtener gráficas de los algoritmos seleccionados para comparar su rendimiento ante diferentes técnicas de modulación.

El sistema consta de dos partes la de transmisión y recepción. La primera inicia definiendo las variables como el número de antenas en la estación base y usuarios, el número de muestras, el rango de SNR, el tipo de modulación y el algoritmo de detección escogido para simular.



Figura 1:Arquitectura del sistema

Para la generación de información se usó una secuencia pseudo aleatoria o de ruido (Pseudo Noise, PN) ya que es una secuencia de números binarios periódicos con una cierta longitud, que parecería ser aleatoria, pero de hecho es perfectamente determinista ya que, con cada período, dicha señal logra asemejarse a una señal aleatoria. Esto nos permite garantizar que dicha sucesión pueda concebirse en el receptor y en el

transmisor, dado que si dicha señal fuera completamente aleatoria se volvería una tarea casi imposible de realizar. [14]

Se ha definido un alfabeto de constelación para los esquemas BPSK, QPSK, 16QAM y 64QAM con codificación Gray de modo que la obtención de símbolos se torne más fácil y rápida esto es debido a que cada bit contiguo difiere solo en un bit, lo que da como resultado a tener solo un error de bit lo que reducirá la distancia Hamming mejorando el rendimiento del sistema con mayor velocidad de bits. También se supone el ruido gaussiano blanco aditivo (AWGN) el cual modela el ruido Johnson-Nyquist (térmico) en cada antena receptora en la estación base.

El canal elegido para modelar el sistema es el desvanecimiento de Rayleigh., el cual es un caso especial del canal de antena múltiple donde los elementos de la matriz del canal, \mathbf{H} , se distribuyen de acuerdo con una distribución gaussiana circular, simétrica y distribuida de forma idéntica. Este modelo de canal tiene algunas propiedades que lo hacen especialmente atractivo. Primero, tiende a ser un buen modelo para muchos canales de antena múltiples que se desvanecen.

En segundo lugar, su simplicidad matemática permite la evaluación analítica de los sistemas en los que se usa para modelar el canal.

Teniendo en cuenta lo anterior se procede a conformar el vector de transmisión \mathbf{X} , el cual está definido por [15]:

$$\mathbf{X} = \mathbf{H} * \mathbf{W} * \mathbf{s} \quad (6)$$

Donde \mathbf{s} son los símbolos transmitidos por los n -ésimos usuarios.

La segunda parte del sistema la conforma el receptor, el cual inicia aplicando los detectores lineales descritos en las ecuaciones (2,3,6) que corresponden a MF, ZF y MMSE respectivamente, para luego ser aplicados en el vector de recepción, definido por [16]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{x} + \sqrt{N_0} * \mathbf{n}; \quad (7)$$

Donde:

\mathbf{y} = vector de transmisión, \mathbf{n} = vector de ruido, N_0 = SNR promedio. Una vez obtenida la información del vector de recepción esta es

demodulada con la ayuda del mapa de Gray de la modulación previamente elegida, para posteriormente ingresar a un proceso de cálculo de métricas y normalización de resultados con la finalidad de obtener las gráficas del BER vs SNR las cuales permitirán comparar las curvas de rendimiento correspondientes a las técnicas de recepción elegidas para obtener la diferencia entre los valores SNR para una misma BER.

3.2 Resultados de la simulación

3.2.1 Configuración del Sistema

Para el análisis, se toma los parámetros descritos en la siguiente tabla:

NT	128
NR	122
Símbolos	10000
Ruido	Ruido Gaussiano
Canal	Rayleigh
SNR	0-60
Modulación	BPSK,QPSK,16QAM,64QAM

Tabla 1: Parámetros de configuración

Los parámetros elegidos tienen como fin permitir analizar los algoritmos de detección cuando la situación en el sistema tiende a volverse más crítica debido a que mientras el número de antenas de usuarios tiende a ser igual o mayor es cuando se necesita una cantidad mayor de recursos, es por ellos que se ha determinado 128 antenas en la estación base y 122 antenas de usuario. La cantidad de símbolos o muestras elegidas es de 10000 esto debido a que con dicho coste se logra obtener graficas con mayor detalle y exactitud.

El modelo de desvanecimiento de Rayleigh fue elegido debido a que se considera como un enfoque adecuado para analizar y predecir el rendimiento de propagación de ondas de radio para áreas como las comunicaciones celulares en un entorno urbano bien construido donde hay muchos reflejos de edificios, etc. El rango de SNR es de 0 a 60 esto debido a que en las modulaciones de orden superior se necesita un valor mayor a de las de orden inferior lo cual

impedía visualizar cabalmente los resultados obtenidos. Finalmente, las modulaciones elegidas fueron BPSK, QPSK,16QAM, y 64QAM esto con el objetivo de poder analizar y comparar el rendimiento de las técnicas de recepción ante dichas modulaciones.

3.2.2 Análisis de resultados

La Figura 2 muestra, un punto de tasa de error (BER) de 10^{-3} bits con Modulación por desplazamiento de fase en cuadratura (Quadrature Phase-Shift Keying, QPSK); el rendimiento del receptor MMSE tiene una mejora de 4dB frente al receptor ZF. Donde se logra obtener un BER en MMSE de 10^{-3} con un SNR de 19dB y el BER en ZF de 10^{-3} se logra con un SNR de 23dB. Por su parte el receptor MF tiene un mejor rendimiento frente a ZF para valores inferiores a los 12dB.

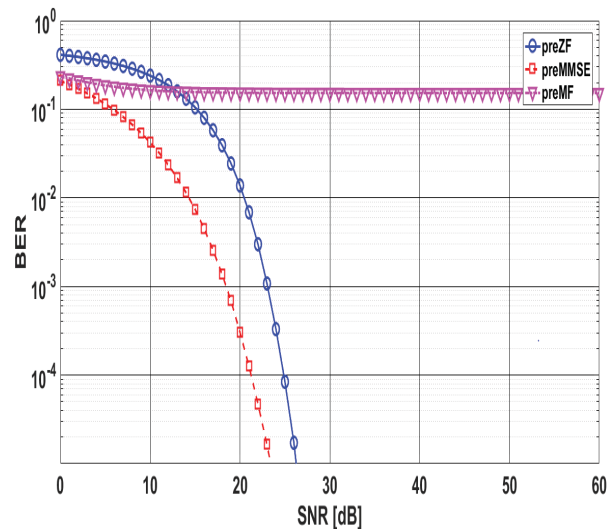


Figura 2: Comparación BER de MIMO Masivo de 128x125 con ZF, MMSE y MF con modulación QPSK.

En la Figura 3 se analiza un punto de tasa de error de 10^{-3} bits aplicando modulación por desplazamiento de fase binario (Binary Phase Shift Keying, BPSK), misma que muestra que el rendimiento del receptor MMSE tiene una mejora de 10dB frente al receptor ZF. Mientras que para un BER de 10^{-1} el receptor MF obtiene un mejor rendimiento de ZF con una mejora de 10dB.

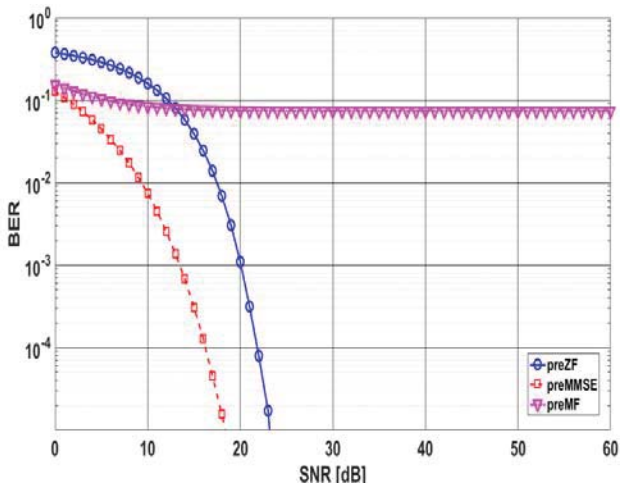


Figura 3: Comparación BER de MIMO Masivo de 128x125 con ZF, MMSE y MF con modulación BPSK.

El rendimiento del receptor MMSE aplicado junto con una modulación de amplitud en cuadratura de 16 estados (16 - Quadrature Amplitude Modulation, 16QAM); se analiza en un punto de tasa de error de 10^{-3} bits, donde se logra obtener un BER en MMSE de 10^{-3} con un SNR de 31dB y el BER en ZF de 10^{-3} se logra con un SNR de 34dB. Obteniendo una mejora de 3dB frente al receptor ZF, como se aprecia en la Figura 4, El detector MF con este tipo de modulación permanece casi constante ante cualquier valor de SNR lo cual podría ser de utilidad en entornos que requieran tener una respuesta uniforme de los cambios obtenidos frente al ruido, el mismo también tiene un mejor rendimiento que ZF ante valores inferiores a los 10 dB.

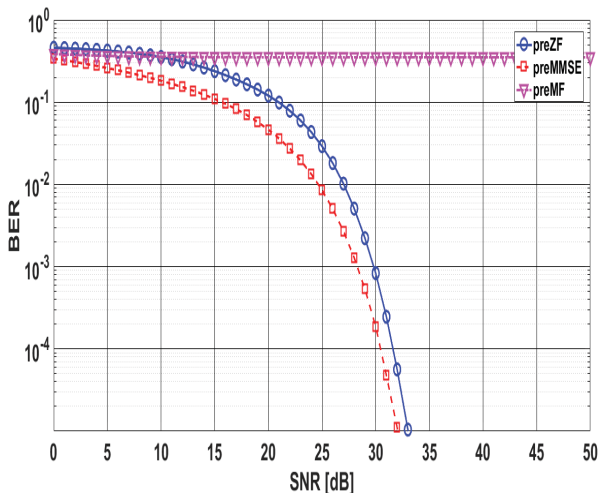


Figura 4: Comparación BER de MIMO Masivo de 128x125 con ZF, MMSE y MF con modulación 16QAM.

En un entorno con modulación de amplitud en cuadratura de 64 estados (64 - Quadrature Amplitude Modulation, 64QAM); el rendimiento del receptor MMSE es analizado en un punto de tasa de error de 10^{-3} bits ; donde se logra obtener un BER en MMSE de 10^{-3} con un SNR de 38dB y el BER en ZF de 10^{-3} se logra con un SNR de 39dB. El cual tiene una mejora de 1dB frente al receptor ZF como se aprecia en la Figura 5. Mientras que MF mantiene el mismo rendimiento que ZF hasta los 12 dB.

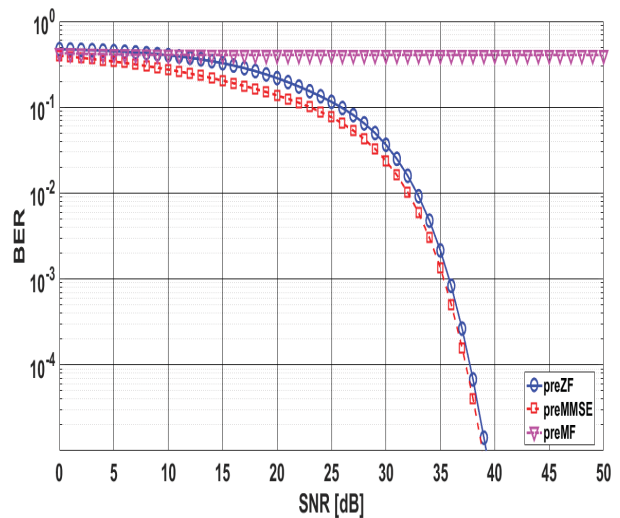


Figura 5: Comparación BER de MIMO Masivo de 128x125 con ZF, MMSE y MF con modulación 64QAM.

Los resultados muestran que el detector MF supera al detector ZF en valores bajos de SNR como se aprecia en las Figuras 2, 3, 4, 5 lo que muestra que en este régimen la mejor estrategia es tratar la interferencia también como ruido. Aun así, el filtro MMSE, produciendo casi la misma complejidad que ZF, obtuvo el mejor rendimiento de los tres ante diferentes técnicas de modulación, sin embargo, como se aprecia en la Figura 5 en modulaciones orden superior como 64-QAM el rendimiento de los detectores ZF y MMSE casi permanecen iguales, lo que equivaldría a decir que el detector ZF es más conveniente en comparación con el MMSE para los casos en que se usa un esquema de modulación de orden superior.

4. Conclusiones

Este documento muestra que para esquemas de modulación de orden inferior como BPSK y QPSK el detector MMSE tiene un mejor rendimiento que el detector ZF en sistemas MIMO Masivo los cuales muestran diferencias de 10dB y 4dB respectivamente en las modulaciones anteriormente dichas, debido a que MMSE elimina el efecto del ruido y el canal mientras que el detector ZF elimina el efecto del canal solamente. Pero para un esquema de modulación de orden superior como 16-QAM y 64- QAM el Bit Error Rate (BER) de los detectores ZF y MMSE casi permanecen iguales. Por lo tanto, el esquema de detección simple de ZF es más predilecto en comparación con MMSE para los casos en que se usa un esquema de modulación de orden superior.

Los resultados muestran además que el detector MF tiene un mejor rendimiento que ZF, en valores inferiores a los 10 dB lo cual podría resultar útil en sistemas MIMO de bajas prestaciones pues este tiene la más baja complejidad de los tres algoritmos descritos en este trabajo.

En las figuras 3 y 5 se puede apreciar los BER de las modulaciones BPSK y 64QAM respectivamente en donde se aprecia que las modulaciones de orden superior logran mayores tasas de errores no obstante son las más utilizadas ya que a cambio ofrecen una mayor velocidad de datos.

5. Referencias

- [1] P. A. Agredo Mendez, «Sistemas MIMO con un elevado número de antenas,» *Entramado*, vol. 11, n° 2, pp. 252-254, 2015.
- [2] E. Larsson, O. Edfors y T. L. Marzetta, «Massive MIMO for Next Generation Wireless Systems. In: IEEE Communications,» vol. 152, n° 2, pp. 186-195, 2014.
- [3] L. E, «MIMO detection methods: How they work,» *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 26, n° 3, pp. 91-95, Mayo 2009.
- [4] J. OYDIS, «Massive MIMO in the UL/DL of Cellular Networks,» *IEEE Journal*, vol. 31, n° 2, pp. 162-169, Febrero 2013.
- [5] GLIERI, Ezio, CALDERBANK, Rober, CONSTANTINIDES, Anthony, GOLDSMITH, Andrea, AULRAJ, Arogyaswami y POOR, Vincent, «MIMO Wireless Communication,» *Cambridge University Press*, pp. 34-35, 2010.
- [6] S. Verdú, «Minimum Probability of Error for Asynchronous Gaussian Multiple-Access Channels,» *IEEE Trans. Inform. Theory*, 1986, pp. 85-96.
- [7] F. M. T. d. Rosário, «Massive MIMO Processing for 5G Systems,» *Tecnico Lisboa, Portugal*, 2015.
- [8] F. A. P. d. Figueiredo, «Uplink Performance Evaluation of Massive MU-MIMO Systems,» *CPqD– Research and Development Center on Telecommunications*, 2015, p. 4.
- [9] H. Q. Ngo, *Massive MIMO: Fundamentals and System Designs*, vol. 1, Suecia: ISBN 978-91-7519-147-8, 2015.
- [10] ULUND, «First assessment of baseband processing requirements for MaMi systems,» *Massive MIMO for Efficient Transmission*, p11-19, 2015.
- [11] R. d. Lamare, «Algoritmos de detección y estimación en sistemas MIMO Masivo,» *Rio de Janeiro, Pontificia Universidad Católica de Río de Janeiro*, 2014, pp. 8-12.
- [12] A. Thanos, «Algorithms and Hardware Architectures for Matrix Inversion in Massive MIMO Uplink Data Detection,» *PATRAS*, 2017.
- [13] H. Cuevas, «Propuesta de aplicación de la tecnología MIMO Masivo a las comunicaciones móviles 5G,» *Universidad Pólitecnica de Madrid*, p28-29, Madrid, 2017.
- [14] M. González, *Generacion de números aleatorios físicos en dispositivos electrónicos*, *Universidad de Valladolid*, 2016, pp. 10-12.

[15] J. JALDÉN, «Maximum Likelihood Detection for the Linear MIMO Channel,» Suecia, 2004.

[16] H. Q. Ngo, «Massive MIMO: Fundamentals and System Designs,» Linköping University, Suecia, 2015.