

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA unidad de posgrados

MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA

Proyecto de investigación y desarrollo previo a la obtención del Grado de Magister en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería

MODELADO, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE ELEVACIÓN MECATRÓNICO DE UN GRADO DE LIBERTAD CON CONTROL ÓPTIMO POR ESPACIOS DE ESTADO

Autores:

Ing. Carlos Jonathan Aguilera Sarria Ing. Jorge Bladimir Fariño Cedeño **Dirigido por:** PhD. Wilton Edixon Agila Gálvez

MODELADO, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE ELEVACIÓN MECATRÓNICO DE UN GRADO DE LIBERTAD CON CONTROL ÓPTIMO POR ESPACIOS DE ESTADO

MODELADO, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE ELEVACIÓN MECATRÓNICO DE UN GRADO DE LIBERTAD CON CONTROL ÓPTIMO POR ESPACIOS DE ESTADO

CARLOS JONATHAN AGUILERA SARRIA

Ingeniero en Electricidad Máster en Automatización y Control Industrial Unidad de Posgrados Maestría de Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería Universidad Politécnica Salesiana

JORGE BLADIMIR FARIÑO CEDEÑO

Ingeniero en Electricidad Máster en Automatización y Control Industrial Unidad de Posgrados Maestría de Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería Universidad Politécnica Salesiana

Dirigido por:

Ing. WILTON EDIXON AGILA GÁLVEZ, PhD.

Ingeniero en Electricidad Doctor en Ingeniería Eléctrica, Electrónica, y Automática Docente de la Universidad Politécnica Salesiana



Cuenca – Ecuador Datos de catalogación bibliográfica

AGUILERA SARRIA CARLOS y FARIÑO CEDEÑO JORGE MODELADO, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE ELEVACIÓN MECATRÓNICO DE UN GRADO DE LIBERTAD CON CONTROL ÓPTIMO POR ESPACIOS DE ESTADO.

Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca - Ecuador, 2018 MÁSTER EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA Formato 170x240 Páginas: 188

Breve reseña de los autores e información de contacto:



CARLOS JONATHAN AGUILERA SARRIA Ingeniero en Electricidad con especialización en Electrónica y Automatización Industrial. Magister en Automatización y Control Industrial. caguilera@ups.edu.ec



JORGE BLADIMIR FARIÑO CEDEÑO

Ingeniero en Electricidad con especialización en Electrónica y Automatización Industrial. Magister en Automatización y Control Industrial. jfarino@ups.edu.ec





WILTON EDIXON AGILA GÁLVEZ

Ingeniero en Electricidad con especialización Electrónica. Máster en Tecnologías de la Información en Fabricación. Doctor en Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Automática. wagila@ups.edu.ec

Todos los derechos reservados.

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS

©2018 Universidad Politécnica Salesiana. CUENCA – ECUADOR – SUDAMERICA AGUILERA SARRIA CARLOS JONATHAN Y FARIÑO CEDEÑO JORGE BLADIMIR MODELADO, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE ELEVACIÓN MECATRÓNICO DE UN GRADO DE LIBERTAD CON CONTROL ÓPTIMO POR ESPACIOS DE ESTADO. IMPRESO EN ECUADOR – PRINTED IN ECUADOR.

ÍNDICE GENERAL

1 EL PROBLEMA	1
1.1 Planteamiento del problema	1
1.2 Antecedentes	1
1.3 Objetivos General y Específicos	2
1.3.1 Objetivo General	2
1.3.2 Objetivos Específicos	2
1.4 Delimitación del problema	3
1.4.1 Delimitación física	3
1.4.2 Delimitación Espacial	4
1.4.3 Delimitación Temporal	4
1.5 Estado del arte	4
1.5.1 El péndulo	5
1.6 Control por Espacio de Estados	12
1.7 Control Óptimo	19
2 COMPONENTES DE LA PLANTA Y DEL SISTEMA DE CONTROL	23
2.1 Descripción y funcionamiento de la planta	23
2.2 Elementos mecánicos	25
2.3 Dispositivos eléctricos y electrónicos	27
2.4. Elementos de Software	38
3 MODELADO MATEMÁTICO DE LA PLANTA	45
3.1 Introducción	45
3.2 Ecuaciones del movimiento por medio de Newton	46
3.3 Ecuaciones del movimiento por medio de Euler – LaGrange	57
3.4 Función de transferencia por medio del modelado matemático.	65
3.5 Identificación de sistemas	71
	72
3.5.1 Identificacion del Sistema en equilibrio.	75

4 DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR DEL SISTEMA CONTROL ÓPTIMO	4 Y SU 79
4.1 Introducción	79
4.2 Sistema de control por variable de estado	79
4.3 Arquitectura del Controlador por espacio de estado	81
4.4 Control Óptimo LQR	87
5 PRUEBAS DEL SISTEMA DE CONTROL EN LA PLANTA Y SU OPTIMIZACIÓN.	93
5.1 Introducción	93
5.2 Prueba experimental de control por reubicación de polos	94
5.3 Prueba experimental de control con optimización	98
6 Resultados	103
6.1 Introducción	103
6.2 Resultados de la prueba experimental del controlador por reubicación de	e polos.
6.3 Resultados de la prueba experimental de control con optimización	104
CONCLUSIONES	105
Futuros trabajos	109
GLOSARIO	111
APÉNDICES	115
BIBLIOGRAFIA	

INDICE DE FIGURAS

Figura 1. 1 Péndulo invertido sobre base móvil (Fuente: Sánchez, 2007)	6
Figura 1. 2 Cinemática del péndulo invertido (Fuente: Sánchez, 2007)	6
Figura 1. 3 Representación del sistema dinámico del péndulo invertido(Fuente:	
Montoya 2013)	7
Figura 1. 4 Aplicación robótica del péndulo(Fuente: Hurbain's, 2007)	8
Figura 1. 5 Gráfica del péndulo de Furuta (Fuente: Gonzalo, 2016)	8
Figura 1. 6 Gráfica del péndulo de Furuta en 3-D(Fuente: Gonzalo, 2016)	9
Figura 1. 7 Gráfica del péndulo de Furuta (Fuente: Machleidt, 2007)	10
Figura 1. 8 Sistema MIMO Rotor Gemelo (TRMS) (Fuente: Feedback, 2006)	11
Figura 1. 9 Sistema MIMO Rotor Gemelo (TRMS) (Patel A. ,2015)	11
Figura 1. 10 Sistema de control de un balancín	12
Figura 1. 11 Diagrama de Fuerzas del balancín	12
Figura 1. 12 Representación de Sistema SISO (Fuente: Kuo B. 2007)	13
Figura 1. 13 Representación de minimización de tiempo	21
Figura 1. 14 Función de desempeño	21
Figura 2. 1 Planta Real	24
Figura 2. 2 Diagrama de bloques del sistema y señales	25
Figura 2. 3 Representación de la estructura de la planta	26
Figura 2. 4 Rodamiento	26
Figura 2. 5 Conexión entre motor-microcontrolador y PC	28
Figura 2. 6 Encoder HEDS9000	28
Figura 2. 7 Sentido o Dirección en el Sensor	29
Figura 2. 8 Hewlett Packard DPS-1200FB	30
Figura 2. 9 Hewlett Packard DPS-1200FB con resistencia 1000 ohms	31
Figura 2. 10 Diagrama electrónico de tarjeta convertidora	32
Figura 2. 11 Foto de tarjeta convertidora	33

Figura 2. 12 Motor DC Brushless	33
Figura 2. 13 Diagrama interno del motor DC Brushless	35
Figura 2. 14 Controlador electrónico de velocidad	35
Figura 2. 15 Señal de control PWM	36
Figura 2. 16 Señal PWM observadas con osciloscopio	37
Figura 2. 17 Controlador NI-DAQmx	38
Figura 2. 18 Ícono de Matlab	
Figura 2. 19 IDE de Matlab	41
Figura 2. 20 Librería de Simulink	41
Figura 2. 21 Diagrama de tiempo de Modelos físicos de Mathwork	43
Figura 2. 22 Librería de Simscape – Simmechanics	43
Figura 2. 23 Componentes de Simscape	44
Figura 2. 24 Diagrama de control de Simmechanics (Ejemplo en Matlab)	44
Figura 3. 1 Esquema del sistema a analizar	46
Figura 3. 2 Fuerzas que actúan sobre la estructura	47
Figura 3. 3 Diagrama de fuerzas (Serway, 2008)	50
Figura 3. 4 Diagrama de fuerza en dirección radial	51
Figura 3. 5 Diagrama de objeto rígido giratorio (Serway, 2008)	52
Figura 3. 6 Diagrama de barra rígida de longitud L	54
Figura 3. 7 Momentos de Inercia de objetos rígidos (Fuente: Serway, 2008)	56
Figura 3. 8 Diagrama de movimiento de partícula en 3D	59
Figura 3. 9 Diagrama de péndulo simple	61
Figura 3. 10 Diagrama de barra rígida uniforme con centro O	61
Figura 3. 11 Masa de cuerpos de la planta	67
Figura 3. 12 Experimento de la planta real para obtener coeficiente b	68
Figura 3. 13 Simulación de la planta lineal y no lineal en Simulink	69
Figura 3. 14 Gráficas de la planta simulada vs. planta real	70
Figura 3. 15 Diagrama de bloques del sistema	71
Figura 3. 16 Diagrama del command window de Matlab	73

Figura 3. 17 Diagrama de la Identificación de Sistema de Matlab	74
Figura 3. 19 Diagrama de señal de excitación para identificar el sistema	75
Figura 3. 20 Señal de excitación para identificar el sistema	76
Figura 3. 21 Salida en grados en respuesta a la señal de excitación	77
Figura 3. 22 Curvas de la Identificación del modelo	78
Figura 4. 1 Diagrama de Bloques del Sistema y del Observador	79
Figura 4. 2 Polos obtenidos de la función de Transferencia en Matlab	82
Figura 4. 3 Ceros obtenidos de la función de Transferencia en Matlab	82
Figura 4. 4 Función de Transferencia por medio de Matlab	82
Figura 4. 5 Matrices del Sistema de Control	83
Figura 4. 6 Ganancias del Observador	84
Figura 4. 7 Diagrama de bloques del sistema de control con observador_ Planta	
Simulada	85
Figura 4. 8 Diagrama de Bloques de Controlador por Espacio de Estados con	
Reubicación de Polos_Planta Real	86
Figura 4. 9 Sistema en lazo cerrado con LQR	87
Figura 4. 10 Diagrama de bloques del sistema con LQR_ Planta Simulada	89
Figura 4. 11 Diagrama de Bloques del sistema con LQR_ Planta real	90

INDICE DE TABLAS

Tabla 6. 1 Índice de desempeño de controlador por Reubicación de Polos	103
Tabla 6. 2 Índice de desempeño de LQR	104

DEDICATORIA

Dedico este trabajo, producto de constancia, esfuerzo y paciencia, a Dios, a mi madre, a mi esposa, a mi hijo y a todos mis familiares y amigos que de una u otra forma me ayudaron, me alentaron a continuar y finalizar este proyecto.

DEDICATORIA

El presente trabajo es el resultado de esfuerzo, dedicación, perseverancia y ganas de superación; se lo dedico a mi esposa, mi madre, mis hijos: Jean, Helen y Aileen quienes me dan fuerzas para seguir adelante.

PREFACIO

Los modelos matemáticos de sistemas físicos, su identificación, simulación, diseño de control y optimización es lo que conforma la ingeniería de control.

Este proyecto contiene conceptos físicos, matemáticos, de software de adquisición de datos, de simulación y de diseño de control en donde se utilizó el software MATLAB, cuyo manejo o cualquier información de este software, se lo puede obtener en <u>https://www.mathworks.com/</u>

Este proyecto ofrece una perspectiva acerca del modelado matemático y del control por espacio de estado, su diseño e implementación con la optimización por medio del método del Regulador Lineal Cuadrático. Comenzando con una breve descripción acerca de otros proyectos parecidos.

Luego se ingresará al modelado matemático del mismo, para continuar con la identificación del sistema por medio de Simulink para luego realizar el control de la planta por medio de Espacios de Estado tanto en simulación y luego así lograr su experimentación, su afinación y finalmente optimizar el sistema por medio de un índice de desempeño o función objetivo, utilizando para todo este trabajo la interacción hombre – máquina por medio de Simscape.

PRÓLOGO

Este trabajo inicia con el planteamiento del Modelado Matemático de un sistema mecatrónico de elevación de un grado de libertad para luego continuar con la Identificación del modelo del comportamiento dinámico de este sistema físico, después, se diseña una técnica de control, que, en este caso, es Espacios de Estados para finalizar con la Optimización del Sistema por medio de un Regulador Lineal Cuadrático tanto en simulación como su implementación.

Este trabajo contiene seis capítulos, entre los que se explica todo el trabajo realizado en un año acerca de la implementación, control y optimización del sistema mecatrónico, a continuación, un breve resumen de los capítulos:

En el capítulo 1, se plantea el problema del sistema mecánico a controlar, donde se encuentran el antecedente, los objetivos, además se hace una breve revisión del estado del arte de algunas investigaciones realizadas acerca de sistemas similares, el método de control y el regulador óptimo con sus características principales.

En el capítulo 2, se establecen los componentes físicos de la planta, su funcionamiento como elementos mecánicos, eléctricos, electrónicos, informáticos, de comunicación e interacción hombre – máquina.

En el capítulo 3, se detalla el modelamiento matemático de la planta, con sus respectivas características cinemáticas y dinámicas. Se obtienen las relaciones dinámicas para formular las ecuaciones no lineales mediante el método Newton, el método de Euler-LaGrange y como oscilador armónico forzado. Finalmente, se realiza la identificación de la planta por medio de Matlab – Simulink.

En el Capítulo 4, se realiza el diseño y la implementación del Controlador del sistema

por Espacios de Estado con sus respectivas ecuaciones y comandos en Matlab y el control y sus gráficas en Simulik, para obtener los valores de las constantes (ganancias) de los controladores. Luego, se aplica el control óptimo LQR con diferentes parámetros.

En el Capítulo 5, se encuentran las pruebas experimentales, tanto del sistema de control por variables de estado y la optimización del mismo.

En el Capítulo 6, se encuentran los resultados de las pruebas experimentales del sistema de control y de la optimización.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por darme la vida, por estar siempre a mi lado, por la fuerza necesaria en los momentos de desesperación y guiarme a lo largo de mi maestría.

Agradezco a mi madre por estar siempre a mi lado, a mis tías y primos, por apoyarme.

Pero, sobre todo, mi especial agradecimiento a mi esposa Yazmín y a mi hijo Carlitos, por su amor, paciencia, y apoyo incondicional en esta tesis, por el tiempo que han sacrificado. Por lo tanto, este trabajo es también de ellos.

AGRADECIMIENTO

Agradezco primero a Dios por brindarme la oportunidad de tener vida y salud. Agradezco a mi madre por ser la luz y el soporte en los momentos más duros. Agradezco a mi esposa Jully y a mis hijos: Jean, Helen y Aileen, por su amor, comprensión y apoyo incondicional durante el tiempo invertido al presente trabajo. Agradezco a mi compañero Carlos por su empuje y perseverancia para concluir satisfactoriamente con esta tesis.

INTRODUCCIÓN

El tipo de proyecto elaborado en esta tesis, es un problema no lineal, que es muy interesante para los ingenieros en forma general, porque intervienen muchas materias en forma transversal como modelos matemáticos, simulación, identificación de sistemas y además con su implementación de tal forma que se logre verificar una teoría de control moderna con aplicaciones, especialmente en el campo aeroespacial.

Este proyecto se ha elaborado de la siguiente manera: Primero se debe formular un modelo matemático del sistema físico a realizar para luego obtener la correspondiente función de transferencia. Luego, se comparará este modelo con la función que se obtendrá después de realizar la identificación del modelo en forma experimental por medio de las mediciones de entrada y salida, con la utilización del software Matlab – Simulink. A continuación, se debe implementar una estructura de control por medio de simulink con el sistema físico y se realizarán las pruebas correspondientes.

Finalmente, se añadirá un control óptimo LQR que será utilizada para optimizar la sumatoria ponderada de los índices cuadráticos de energía o entrada de control y su rendimiento. Y así, por medio del ajuste de los pesos en la función de desempeño, el regulador LQR cumple un requisito específico, como por ejemplo, minimizar el tiempo de estabilización. Además, es muy importante el enfoque del regulador LQR para requisitos como la atenuación del efecto de las perturbaciones lo más rápido posible y mantener la estabilidad.

1.- EL PROBLEMA 1.1 Planteamiento del problema

En teoría de control, la posición angular es un escenario que se presenta en muchas aplicaciones de la ingeniería. En este proyecto se plantea realizar el modelo matemático, por medio de la dinámica de Newton y de la dinámica de Euler – LaGrange (Lagrangiano), de un sistema que permite desplazar de manera angular la posición de una barra acoplada a un eje cuyo movimiento lo realiza la fuerza de empuje generada por medio de un motor que hace rotar una hélice, además de su correspondiente algoritmo de control con variables de estado para sintonizar y finalmente optimizar el tiempo de crecimiento, tiempo de establecimiento.

Los sistemas dinámicos son en su mayoría sistemas no lineales y requieren de diferentes técnicas de control para mejorar su desempeño. Por lo tanto, la construcción de prototipos que describan estos sistemas son ampliamente aceptados para implementar nuevas técnicas de control que permitan optimizar el rendimiento de este tipo de sistemas.

Además, se utilizará una interfaz para realizar el control de posición del sistema. El propósito de este interfaz es lograr cambiar los valores angulares de su posición. El interfaz se realizó por medio del software de programación gráfica Matlab.

1.2 Antecedentes

Una realidad que se observa con bastante regularidad en el medio ingenieril es el control de posición angular, ya que existen muchas aplicaciones por ejemplo en el ámbito de la robótica, de la automatización y de la mecatrónica. En la actualidad, una manera de probar el control de la posición angular es por medio de un balancín con motor y hélice, que es la idea de este proyecto, que tiene una similitud al control de la

hélice de un helicóptero que es mecánicamente inestable por lo que es importante investigar varias formas de algoritmos de control para lograr el equilibrio. El control de posición de este sistema se consigue por el giro de la hélice por medio del rotor del motor, generando aire gracias al principio de Bernoulli. Es así que por medio de los principios físicos obtenemos las ecuaciones para modelar este sistema y así obtener el algoritmo de control con su respectiva optimización.

Considerando la necesidad de diseñar un módulo didáctico de control angular que emule la dinámica de elevación de un helicóptero, se propone diseñar e implementar un sistema de elevación impulsado por un motor brushless con un sistema de control óptimo basado en Espacios de Estado en tiempo real, satisfaciendo un índice de desempeño, que para este caso será el tiempo mínimo que le tome al sistema desplazarse desde un punto o ángulo inicial a uno deseado y manteniéndose estable ante perturbaciones externas.

1.3 Objetivos General y Específicos

1.3.1 Objetivo General

Desarrollar el modelo matemático de un sistema mecánico de elevación de un grado de libertad, diseñar, simular el controlador por variables de estado cuando existen cambios de posición o perturbación en el sistema y optimizar el mismo. Y finalmente implementar tanto la ley de control como la optimización para garantizar un alto desempeño y estabilidad ante perturbaciones o cambios de referencia.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Determinar el modelo matemático del sistema, utilizando las leyes físicas para el movimiento de rotación de una barra.
- Registrar simulaciones sobre el modelo matemático obtenido.

- Establecer el algoritmo de control utilizando el software indicado (Matlab).
- Minimizar la respuesta temporal, permitiendo al sistema alcanzar la posición deseada rápidamente.
- Diseñar un sistema de elevación de un grado de libertad compuesto por una estructura mecánica y componentes electrónicos idóneos que permitan analizar la dinámica de un sistema en tiempo real.
- Diseñar e implementar un controlador óptimo por Espacios de Estado que permita garantizar la estabilidad del sistema ante perturbaciones o cambios de referencia.
- Comparar y evaluar las respuestas a los cambios de referencia de la variable de control o perturbaciones externas, entre el sistema de control y el óptimo.

1.4 Delimitación del problema

1.4.1 Delimitación física

Este proyecto tiene como propósito diseñar, simular y construir un sistema mecatrónico para la práctica experimental de control que puede ser utilizado en laboratorios de matemáticas, física, de control automático, automatización, etc., esto constituye un modelo con el cual se puede desarrollar varias prácticas necesarias en un laboratorio y al mismo tiempo provee al alumno acostumbrarse con el modelo, la simulación y la comunicación entre el computador y la planta. El sistema que se va a construir se lo modelará de tres maneras, una primera forma, utilizando la segunda ley de Newton, una segunda forma utilizando el Lagrangiano y una tercera forma por medio de identificación de sistemas. Luego por medio de control se podrá colocar un ángulo en que se desea mantener, este ángulo puede estar entre -70° y -20° .

1.4.2 Delimitación Espacial

Este proyecto se ha desarrollado en dos lugares:

1.- En el taller "Aníbal", ubicado en Lizardo García y Argentina, para realizar la construcción de cada una de las partes del sistema mecánico, como la unión de las mismas.

2.- En los laboratorios de la Universidad Politécnica Salesiana – Guayaquil, ubicada en Chambers, donde se realizaron las pruebas de simulación y de control del sistema diseñado en Matlab.

1.4.3 Delimitación Temporal

Este proyecto de maestría se ha desarrollado desde el mes de Diciembre del 2016 donde se logró elaborar un Sistema mecatrónico que corresponda con la dinámica demandada por el modelo matemático para realizar el control de posición angular del mismo, hasta el mes Diciembre de 2017.

1.5 Estado del arte

El proyecto del sistema mecatrónico que se presenta en esta tesis, se halla regularmente relacionado al ambiente investigativo académico. Son muchos sistemas que están relacionados al tema propuesto, que se han realizado en diferentes empresas, universidades. Es realmente muy llamativo este tema, ya que para poder resolver este tema se necesita emplear la integración de varias materias vistas en la maestría, por lo que se requiere modelar matemáticamente el movimiento físico de la planta, saber situar, conocer y dominar el funcionamiento de los dispositivos electrónicos de medición, de control, el proceso de comunicación, de señales y finalmente la programación de ciertos softwares para lograr el diseño global del sistema de control de la planta.

Este proyecto, básicamente es un sistema pendular, es decir, esta planta es en rasgos generales un estudio del péndulo físico o también denominado péndulo compuesto, que no es más que un cuerpo rígido que rota alrededor de eje fijo y añadiéndole una fuerza externa para controlar su posición.

Han sido variados los proyectos de este tipo de sistema mecatrónico, y que se han trabajado en muchos institutos de aprendizaje como universidades tanto en pregrado como en postgrado. Este tipo de sistemas de control pendular o balancín tienen un efecto muy importante en la investigación académica.

Sin embargo, aunque son muchos los proyectos de este tipo, son muy pocos a la vez, ya que son muchos los proyectos que son solo estudiados desde el punto de vista teórico y a lo mucho un estudio con simulación del mismo y pocos los que son experimentales o implementados. En este proyecto, se considera no sólo realizar el modelado matemático, simulación, sino también, ser parte de esos poquísimos proyectos, y realizar la parte de implementación de la planta y del control de la misma. En lo que respecta a estos proyectos se ha dividido en dos partes que son: Péndulo y TRMS (Twin Rotor MIMO System)

1.5.1 El péndulo

Es así que el estudio del péndulo tiene varios siglos, desde Galileo Galilei, pasando por Christian Huygens, León Foucault, Newton, entre otros y varias aplicaciones desde medición de tiempo hasta sistemas de control. Además, se tiene varios estudios de sistemas, como, por ejemplo: péndulo simple, físico o compuesto, doble, esférico, invertido, etc.

El péndulo es un dispositivo clásico muy analizado en la rama de la mecánica. El estudio de este dispositivo es de mucha utilidad en la parte académica, ya que da la oportunidad de tener un aprendizaje acerca del movimiento armónico y de los sistemas lineales y no

lineales, además de tener diversas aplicaciones como en la ingeniería, mecatrónica, robótica, etc. Para el análisis de estos dispositivos se utilizan técnicas Newtonianas, Lagrangianas, Hamiltonianas, etc.

También consta el estudio del péndulo invertido que es una parte del gran conjunto de procedimientos pendulares que se han estudiado desde los años 1960 -1970. En el año 2007, un grupo de robótica de la Universidad Autónoma de Puebla hace un estudio de un péndulo invertido (Sánchez, 2007) sobre una base móvil como se muestra en la figura 1.1:



Figura 1. 1 Péndulo invertido sobre base móvil (Fuente: Sánchez, 2007)

Y luego se puede observar el movimiento o cinemática del mismo sistema en la figura 1.2



Figura 1. 2 Cinemática del péndulo invertido (Fuente: Sánchez, 2007)

En el año 2013, se realizó en la Universidad Tecnológica de Pereira en Colombia, la simulación de un controlador de péndulo invertido por medio de redes neuronales (Montoya 2013) como se muestra en la figura 1.3.



Figura 1. 3 Representación del sistema dinámico del péndulo invertido(Fuente: Montoya 2013)

En la actualidad, el mejor estudio del control del péndulo invertido es en la aplicación en la transportación, como, por ejemplo, un sistema vehicular que se encuentra compuesto de una plataforma fija con dos ruedas utilizadas para el movimiento y con un grupo de sensores para poder hacer un control del equilibrio del vehículo.

Por ejemplo, una aplicación robótica de un péndulo invertido, en la figura se puede observar a Watanabe (2007) en Japón que es un prototipo de la Universidad de Waseda, (Hurbain's, 2007) el cual se puede balancear y también se puede desplazar por medio de un control remoto como se puede observar en la figura 1.4:



Figura 1. 4 Aplicación robótica del péndulo(Fuente: Hurbain's, 2007)

Existen varios estudios del modelado y control, uno es con el péndulo de furuta, como se observa en la figura 1.5 y figura 1.6, que fue un péndulo inventado alrededor de 1992 por Katsuhisa Furuta y con sus compañeros del Instituto de Tecnologías de Japón y que de allí en adelante ha sido mejorado en los años posteriores por él y otros estudiantes e investigadores (Gonzalo, 2016).



Figura 1. 5 Gráfica del péndulo de Furuta (Fuente: Gonzalo, 2016)



Figura 1. 6 Gráfica del péndulo de Furuta en 3-D(Fuente: Gonzalo, 2016)

Después en el año 2002 surge una propuesta de control basado en la teoría de Hamilton (Universidad de Sevilla, 2002).

Luego en el año 2004, con el objetivo de abrir un nuevo mundo en las habilidades de control en los sistemas físicos aplicados en transporte y en la telecomunicación se estudia una planta netamente académica del péndulo de Furuta en la Universidad Tecnológica de Pereira (De la Torre, 2004).

En al año 2007, se desarrolla un control basado en teoría de LaGrange; por lo que Machleidt, Kroneis, y Liu consiguen estabilizar el péndulo de Furuta por medio de control no lineal, como se observa en la figura 1.7(Machleidt, 2007).



Figura 1. 7 Gráfica del péndulo de Furuta (Fuente: Machleidt, 2007)

Finalmente, con respecto a péndulos físicos, tenemos otros grupos de investigación acerca de este tipo péndulos, como, por ejemplo, uno de los primeros controles pendulares fue el mimo TRMS que es un equipo educacional de la empresa Feedback (Feedback, 2006) que realizó varios experimentos con control Proporcional, Integral y Derivativo (PID) con este equipo en el año 2006 como se muestra en la figura 1.8:


Figura 1. 8 Sistema MIMO Rotor Gemelo (TRMS) (Fuente: Feedback, 2006)

Utilizando este equipo educacional surgieron varios tipos de investigaciones del mismo controlador y que fueron publicados en la página de la IEEE en la conferencia National Conference on Emerging Trends in Computer (NCETC) con el grupo de investigadores Patel, Kannad y Pithadiya como vemos en la figura 1.9 (Patel A. ,2015):



Figura 1. 9 Sistema MIMO Rotor Gemelo (TRMS) (Patel A., 2015)

Otro ejemplo es el control de posición de un balancín por medio de un PID de la Universidad UPC de Colombia en la carrera de mecatrónica 2015 (Prieto E. ,2015) como se muestra en las figuras 1.10:



Figura 1. 10 Sistema de control de un balancín



Figura 1. 11 Diagrama de Fuerzas del balancín

1.6 Control por Espacio de Estados

La teoría de control moderno, se fundamenta en la representación de sistemas de ecuaciones o matriciales de los sistemas físicos dinámicos utilizando el concepto de

espacio de estados, no como la teoría clásica de control, que es por medio de la relación que existe entre la entrada y la salida correspondiente. (Domínguez S. (2006))

Es importante saber que el estado es la más pequeña información en un instante y al mismo tiempo sabiendo la entrada en ese instante, se logre establecer una variable del sistema en un instante siguiente que nos da el comportamiento del sistema.

Esta pequeña información viene constituida por un conjunto de variables $x_i(t)$ cuyos valores están en función del instante de tiempo t en que ocurre, y estas variables se llaman variables de estado. Estas de variables, es lo que se denomina vector de estado.

Por medio del espacio de estado se puede saber y controlar la dinámica de un sistema y la respuesta de la misma. Puede haber muchas representaciones del espacio de estado para un mismo sistema como se observa en la figura 1.12 y con sus respectivas ecuaciones (Ecuaciones 1.1)



Figura 1. 12 Representación de Sistema SISO (Fuente: Kuo B. 2007)

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} \qquad \qquad x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \qquad \qquad y(t) = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} \qquad (1.1)$$

Examinar el comportamiento del sistema radica en predecir la salida, al existir una excitación de entrada; y la salida es función de las entradas y de las variables de estado.

Una descripción matemática del sistema debe estar en términos de un conjunto mínimo de variables $\mathbf{x}_i(t)$, donde i = 1, 2, 3,...n; esto unido al conocimiento de esas variables en un momento inicial t₀ y las entradas del sistema para el tiempo t \ge t₀, son suficientes para predecir el futuro sistema y salidas para todo el tiempo t> t₀.

Con respecto a la dinámica del sistema, por medio del estudio físico y por medio de las matemáticas se obtiene una ecuación diferencial que representa la variación de las variables de estado en función del tiempo que tiene la forma (Ecuaciones 1.2):

$$\dot{x}_1 = f_1(x, u, t)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x, u, t)$$

$$\vdots$$

$$\dot{x}_n = f_n(x, u, t)$$

(1.2)

Esta es una forma estándar para las ecuaciones de estado a lo largo de la dinámica del sistema, que permite la descripción matemática del sistema y esta se puede expresar como un conjunto de n ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden, conocidas con el nombre de ecuaciones de estado, en las que la derivada de tiempo de cada variable de estado se expresa en términos de las variables de estado (Domínguez, 2006).

La descripción de los sistemas por medio de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes. Se convierten en un conjunto de n ecuaciones diferenciales lineales de primer orden (Ecuaciones 1.3):

$$\dot{x}_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \dots + b_{1r}u_r$$

$$\dot{x}_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \dots + b_{2r}u_r$$
(1.3)

$$\dot{x}_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \dots + b_{nr}u_r$$

Donde los coeficientes a_{ij} y b_{ij} son valores constantes que describen el sistema. Este conjunto de n ecuaciones define las derivadas de las variables de estado como una suma relacionada del estado variables y las entradas **u** del sistema.

Convirtiendo este sistema de ecuaciones en un sistema matricial tenemos:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}$$
(1.4)

Que podemos condensar en la siguiente ecuación 1.5:

$$\dot{x} = Ax + Bu \tag{1.5}$$

Donde el vector de estado **x** es un vector columna de longitud n, el vector de entrada **u** es un vector columna de longitud r, **A** es una matriz cuadrada $n \times n$ de los coeficientes constantes a_{ij} , y **B** es un $n \times r$ matriz de los coeficientes b_{ij} que relacionan las entradas.

De la misma forma una descripción física de las variables de salida del sistema en términos de un conjunto de variables de estado es una combinación lineal de las variables de estado \mathbf{x}_i y la entrada del sistema \mathbf{u}_i . Esto es:

$$y_{1} = c_{11}x_{1} + c_{12}x_{2} + \dots + c_{1n}x_{n} + d_{11}u_{1} + \dots + d_{1r}u_{r}$$

$$y_{2} = c_{21}x_{1} + c_{22}x_{2} + \dots + c_{2n}x_{n} + d_{21}u_{1} + \dots + d_{2r}u_{r}$$
(1.6)

$$y_m = c_{m1}x_1 + c_{m2}x_2 + \dots + c_{mn}x_n + d_{m1}u_1 + \dots + d_{mr}u_r$$

Convirtiendo este sistema de ecuaciones en un sistema matricial tenemos:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & \cdots & c_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{m1} & \cdots & c_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1r} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & \cdots & d_{mr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix}$$
(1.7)

Que podemos condensar en la siguiente ecuación:

$$y = Cx + Du \tag{1.8}$$

Donde **y** es un vector de columna de las variables de salida y_i (t), C es una matriz $m \times n$ de los coeficientes c_{ij} que relacionan las variables de estado, y D es una matriz $m \times r$ de los coeficientes d_{ij} que relacionan las entradas del sistema. Para la gran mayoría de los sistemas físicos existentes, la matriz D es una matriz nula, y por lo tanto la ecuación de salida se reduce a una combinación ponderada simple de las variables de estado:

$$\mathbf{y} = C\mathbf{x} \tag{1.9}$$

Se debe añadir, además, los conceptos de Kalman acerca de controlabilidad y observabilidad, que son propiedades de la representación en el espacio de estados. La controlabilidad es una característica del sistema al ser modelado por variables en el espacio de estado, que nos muestra el cambio de uno o varios estados dependiendo de las entradas del sistema. (Kuo, 2007)

El Criterio de Controlabilidad, indica que si los estados de un sistema son controlables, y para esto se debe tener en cuenta las matrices A y B del sistema., representado por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
 (1.10)

Si y solo si la matriz de controlabilidad **C** tiene un rango igual al valor de filas de matriz A que es n. No hay que olvidar que el rango de una matriz, no es más que el número de vectores linealmente independientes.

Matriz de Controlabilidad

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$
(1.11)

La observabilidad es una característica del sistema que indica la manera de poder estimar los valores de un estado conociendo las variables de salida y de entrada del sistema durante un tiempo determinado.

El criterio de observabilidad, indica que, si los estados de un sistema son observables, y para esto se debe tener en cuenta las matrices **A** y **C** del sistema, representado por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \tag{1.12}$$

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} \tag{1.13}$$

Si y solo si la matriz de observabilidad **O** tiene un rango igual al valor de filas de matriz A que es n.

Matriz de Observabilidad

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$
(1.14)

1.7 Control Óptimo

El procedimiento de control por espacio de estado, utilizando observadores son instrumentos en la teoría de control de sistemas. No obstante, tiene desventajas:

1. La mejor configuración de polos no es tan fácil de hallar para ciertos detalles.

2. En varios sistemas SISO, las ganancias no son únicas y es complicado hallar el mejor valor.

3. Existe problema en tratar de encontrar los auto-valores del observador porque estos deben ser más rápidos que los del controlador en lazo cerrado.

En lo que se refiere a optimización de un sistema, hay que definir muy claramente esta optimización, ya que por ejemplo si se tiene un sistema no complejo, que sea no tan preciso, pero no complicado, y que sea fácil de realizar, se podría pensar que es óptimo. Así mismo, si se tiene un sistema complejo muy exacto en el control pero muy complicado, se podría pensar que no es óptimo por lo difícil de realizar.

En lo que respecta a los problemas de optimización de control, es muy importante indicar una función objetivo o también denominada función de costo o igualmente índice de desempeño. Esta función objetivo, que se simboliza con la letra J, no es más que una medida de la manera de proceder del sistema. El procedimiento con respecto a esta función es la de minimizar o maximizar este índice por medio de la elección de la entrada de control con respecto algún criterio. (Jiménez, 2016)

Uno de los criterios es minimizar el área del error entre un tiempo inicial to y t1

$$J = \int_{t_0}^{t_1} e(t) dt$$
 (1.15)

Aunque este índice no es el mejor a seleccionar, porque esta integral daría como resultado la eliminación del área bajo la curva del error y por lo tanto parece un buen desempeño. Para no tener este problema de la eliminación de errores lo que se hace es utilizar el valor absoluto de esta función como podemos ver en la siguiente fórmula:

$$J = \int_{t_0}^{t_1} |e(t)| dt$$
(1.16)

Otro método es por medio de la entrada de control, por cada entrada de control $\mathbf{u}(t)$ que se escoge para las limitaciones del sistema, existe una trayectoria. (Kirk, 1970)

Uno de los criterios utilizado en el índice de desempeño es minimizar el tiempo para así poder hallar la entrada u(t) que logre obtener una trayectoria con el que el tiempo en conseguir el punto deseado sea el más pequeño posible, como se observa en la figura 1.13. (Kirk, 1970)



Sin embargo, otra manera de reducir al mínimo es con el área debajo de la curva de entrada cuadrático, como otro modo de escoger el control para utilizar el mínimo esfuerzo de control, como se observa en la figura 1.14.



Finalmente, una mejor forma de lograr un mejor índice de desempeño es por medio de la combinación de los dos procedimientos anteriores, que resulta el índice de desempeño cuadrático o también conocido como LQR, Control Óptimo Cuadrático o Regulador

Cuadrático Lineal (Moore, 1990), que es uno de los métodos de control óptimo basados en el espacio de estado, cuya función objetivo, se expresa así:

$$J = x^{T}(T) \cdot S \cdot x(T) + \int_{0}^{T} [x^{T}(t) \cdot Q \cdot x(t) + u^{T}(t) \cdot R \cdot u(t)] dt$$
(1.17)

Las matrices **S** y **Q** son matrices simétricas y no definidas negativas mientras que la matriz **R** es también una matriz simétrica pero definida positiva, que tienen un peso estadístico para optimizar, tanto la entrada como el error. (Ghoreishi, 2011)

Considerando la función de desempeño se tiene la ecuación de Riccati en forma matricial es:

$$PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P + Q = 0 (1.18)$$

Al resolver la ecuación de Riccati anterior, la matriz positiva definida por P se obtiene, así la ganancia óptima y el controlador se calculan como:

$$K = R^{-1}B^T P \tag{1.19}$$

$$u = -Kx \tag{1.20}$$

En lo que respecta al método de optimización LQR, las matrices de ponderación Q y R tienen un efecto profundo en la actuación del controlador. Por otro lado, encontrar el mejor Q y R, necesita gran procesamiento en simulación por computadora.

2.- COMPONENTES DE LA PLANTA Y DEL SISTEMA DE CONTROL.

Para lograr efectuar la técnica de control sobre la planta es forzoso tener un sensor y un actuador que dejen operar con un buen nivel de exactitud y precisión. Con los datos de los sensores de las mediciones del ángulo el controlador puede enviar una señal al motor para que éste a su vez transmita por medio de la hélice una fuerza de empuje, que mantenga la posición que se desee.

En este capítulo, se precisará acerca de los componentes del sistema mecatrónico de posición angular, la parte de elementos mecánicos y electrónicos como de la programación y software utilizado. Se explicará de manera concisa tanto el funcionamiento y particularidades más importantes del mismo.

2.1 Descripción y funcionamiento de la planta

El conjunto que existe entre los sistemas mecánicos, eléctricos, electrónicos y distintos tipos de comunicación y de programación hace que existan los denominados sistemas mecatrónicos. Este conjunto de sistemas es muy importante para lograr alcanzar un control que se desea sobre los actuadores que forman parte de la planta como son motores.

La planta consta de un sistema mecatrónico compuesto por dos barras, un motor una hélice un soporte y una caja donde están el resto de componentes físicos electrónicos como se observa en la figura 2.1.



Figura 2. 1 Planta Real

El sistema mecatrónico que se va a diseñar y a construir está compuesto por un soporte en la base, que tiene ciertos elementos electrónicos, unida a una barra fija y esta a su vez articulada a una barra móvil, es decir, una barra que tiene un grado de libertad que es la rotación alrededor del eje horizontal, obteniéndose un movimiento comprendido en el plano vertical. Este movimiento lo provoca una fuerza de empuje que es originado al girar una hélice que se encuentra acoplada a un motor DC sin escobillas, que se localiza en un extremo de la barra. El cambio de velocidad angular de la hélice es lo que habilita el control de la fuerza de empuje, por medio de una señal PWM, en otras palabras, a medida que esta señal varíe se logrará aumentar la velocidad de la hélice y así mover la barra hacia la posición requerida con ayuda del software a través del teclado del computador. Esta posición se establece por medio de la medida del ángulo que forma el movimiento de la barra con respecto de la barra vertical fija. El diagrama de bloques de este sistema se puede ver en la figura 2.2. Para obtener la medición del ángulo



Figura 2. 2 Diagrama de bloques del sistema y señales

En la caja, se encuentra el circuito electrónico formado por una fuente hp de 24 voltios, que alimenta el motor y al microcontrolador y al sensor que hará de interfaz entre el sistema y el computador.

Finalmente, para la comunicación entre los datos de entrada, de salida y el control del sistema se utilizará el software Matlab, que por medio de un computador, se controlará la velocidad del giro del motor brushless y con la medición del ángulo se hará el control el sistema.

2.2 Elementos mecánicos

Los componentes mecánicos de la planta, como se puede observar en la figura 2.3, está constituida por dos barras de acero, la estática con una altura de 80 cm sujetada a una base y la barra móvil cuya extensión es de 60 cm que rota en el plano vertical de forma parecida a un péndulo, ambas barras están unidas entre sí por medio de rodamientos que logran el movimiento de rotación, en uno de sus extremos existe un soporte en la cual se encuentra el motor unido a la hélice, el motor es sin escobillas (Especificaciones en el apéndice).



Figura 2. 3 Representación de la estructura de la planta

Profundizando, en la parte móvil, esta se encuentra realizada por una barra de sección circular de acero inoxidable, además de un apoyo que une el motor y hélice con la barra y un segmento circular que permite aumentar el peso del conjunto para evitar, que al existir la fuerza de empuje para dar movimiento a la barra, el sistema rote y se vuelque. En el extremo posterior de la barra con movimiento rotacional, está sujeto el encoder que se mueve con el rodamiento que se observa en la Figura 2.4. En este lugar, es donde se ensambla la pieza móvil logrando así, el giro, como se observa en la figura 2.3.



Figura 2. 4 Rodamiento de bola de contacto angular

El otro extremo de la barra está unido al eje de rotación, que es perpendicular a la barra, logrando que la barra móvil gire en el plano vertical.

Además, tiene un graduador entre -70° a 0° para así poder observar la medida del ángulo y poder comparar con el valor medido vía software.

2.3 Dispositivos eléctricos y electrónicos.

Además de los elementos estructurales, es preciso la utilización de diferentes dispositivos eléctricos y electrónicos. Uno de estos dispositivos como es el motor DC brushless es que necesita de un circuito de control electrónico para que funcione. Este circuito de control electrónico se denomina controlador electrónico de velocidad o en sus siglas en inglés ESC (Electronic Speed Controller), que trabaja enviando una señal PWM (Pulse Width Modulation), es decir, modulación por ancho de pulso, y con esta variación del pulso controlar la velocidad de giro del motor DC realizado a través del ESC que se encuentra conectado al motor por medio de tres cables como se puede observar en la figura 2.4. Así mismo, el ESC está conectado por el otro lado a la fuente de voltaje y al mismo tiempo al conector que le provee la señal de PWM de control de velocidad (en este caso, el dispositivo que genera la señal PWM es el microcontrolador). Es importante, hacer notar que como es un motor DC tipo brushless, la fuente de voltaje va interconectada al ESC y no directamente al motor DC brushless, de manera que el dispositivo ESC es el que proporciona la potencia eléctrica al motor, dependiendo de la señal de control recibida. El diagrama de conexión se observa en la figura 2.5.



Figura 2. 5 Conexión entre motor-microcontrolador y PC

Para poder medir el ángulo que se mueve la barra se utiliza un encoder HEDS9000 (Apéndice B.2) véase la figura 2.6, que nos ayuda a medir con una muy buena precisión este ángulo y además nos indica el sentido de giro de la barra.



Figura 2. 6 Encoder HEDS9000

Fundamentalmente, este tipo de sensor funciona de la siguiente forma, existe un haz de luz que pasa a través de los agujeros que tiene la rueda, y que estas producen una especie de onda cuadrada o tren de pulsos que tiene ancho variable que depende de la velocidad de giro de la misma. Después, es suficiente saber si la señal baja o sube para así lograr determinar la posición, asimismo, la dirección o sentido de giro se puede saber por medio de las dos señales desfasadas en noventa grados, o sea en cuadratura, ya que en función de que canal adelanta o atrasa en fase se determina el sentido de giro, como se muestra en la figura 2.7.



El sistema de control se va a ejecutar con la ayuda de la programación en un computador con el software de MatLab, se utilizará el entorno Simulink de MatLab. Utilizando este software, se comunica con el sistema de manera que se recepta la señal que proviene del encoder que mide la posición angular y se procesa esta información en el sistema de control y este emite la señal que da movimiento al motor a una velocidad establecida. Hasta ahora, se ha hablado, de un sistema de control y de un sistema mecánico controlado y de la comunicación entre ellos, justamente para esta comunicación se necesitará un dispositivo electrónico que logre esta comunicación. Este dispositivo es el microcontrolador, que tiene pines de entrada y de salida para interconectarse con los sensores y el ESC. El microcontrolador posibilita el manejo y la visualización de los

sistema realizado con MatLab. Para proporcionar al motor DC sin escobillas la potencia eléctrica para funcionar correctamente se necesita una fuente de corriente continua o una batería que será

datos de entrada y de control desde el computador por medio de un interfaz con el

conectada al ESC.

Como la planta se va a utilizar para fines investigativos, muchas veces en distintos lugares se utilizará una fuente de corriente continua en vez de una batería. Conjuntamente, la fuente de corriente continua, tiene la ventaja de proporcionar un valor de corriente continua constante y estable todo el tiempo que se necesite, con esto se regula el voltaje que se le proporciona y necesite al controlador ESC por medio de un interruptor.

En las especificaciones del motor se informa que para que el motor trabaje de forma óptima se debe alimentar con un voltaje de 24 Voltios DC y que proporcione una intensidad de corriente de por lo menos 5 amperios. Por lo que se decidió utilizar la fuente de alimentación Hewlett Packard DPS-1200FB que nos da estas prestaciones como podemos observar en la figura 2.8.



Figura 2. 8 Hewlett Packard DPS-1200FB

Esta fuente de alimentación Hewlett Packard DPS-1200FB, tiene las siguientes especificaciones: 1,5 plg x 7,75 plg x 3 1/2 plg y tiene un peso de alrededor de 1 Kg. con una capacidad de potencia para suministrar 900W, o sea, un amperaje de 75A a 12V.

Se debe recordar que esta es una fuente de alimentación para servidores. Por lo que hay que hacer unos ligeros cambios en esta fuente como colocar un interruptor de encendido y además de proporcionar la salida requerida. Al observar la placa del circuito impreso de la fuente en el extremo posterior se debe notar lo siguiente:

Observando la fuente de izquierda a derecha se tiene:

1. Seis terminales delgados rotulados 33 a 38.

2. Dos terminales anchos etiquetados 51 y 64 los cuales son los terminales de salida de retorno (-) y (+), respectivamente.

Al no conectar los terminales delgados correctamente, el suministro nunca proporcionará la potencia de salida y esto es indicado por medio del LED verde y por el ventilador que se enciende. La razón de esto, es que cuando estos suministros están conectados a un gran grupo de servidores, estas placas de circuito se conectan a un conjunto de terminales que permiten que el suministro funcione correctamente. Dado que no se tiene ese grupo de servidores, tenemos que agregar una resistencia adecuada entre esos terminales. Por lo tanto, lo que se tiene que hacer es soldar una resistencia entre un valor de 330 a 1000 ohmios, de alrededor de 1 W, entre los terminales 33 y 36, como se muestra en la figura 2.9.



Figura 2. 9 Hewlett Packard DPS-1200FB con resistencia 1000 ohms

Una vez realizado esto, se prueba el suministro y se comprueba que el ventilador funcione, que el LED verde se encienda y finalmente se mide aproximadamente 12V entre los dos terminales anchos en la placa de circuito de salida.

Sin embargo, los motores requieren 7,8 V_{DC} , por lo tanto, hubo la necesidad de agregar una tarjeta convertidora de 12 V a 7,8 V por lo que se necesitaron 4 transistores de poder, un regulador de voltaje con sus respectivos capacitores y por el hecho de la elevación de la temperatura en los transistores por manejar varios amperios se colocaron disipadores de calor y dos ventiladores (coolers), su circuito se puede observar en la figura 2.10 y en la figura 2.11.



Figura 2. 10 Diagrama electrónico de tarjeta convertidora



Figura 2. 11 Foto de tarjeta convertidora

Otro elemento que se utiliza, como ya se ha mencionado, es el motor DC brushless o motor DC sin escobillas, como se muestra en la figura 2.12,



Figura 2. 12 Motor DC Brushless

En la actualidad, este tipo de motores se utilizan en muchas empresas industriales como en los automóviles, en la industria aeroespacial, en la medicina en equipos de automatización, en dispositivos de instrumentación, etc.

Una de las características más importante de este tipo motor DC es que como su nombre indica es que no tiene escobillas para cambiar la polaridad, sino que para hacerlo utiliza un circuito de control electrónico que se denomina variado de velocidad electrónico se sus siglas en inglés ESC (Electronic Speed Controller). En estos motores, una de sus partes son los imanes permanentes (que son de neodimio generalmente), que se localizan en el rotor, o sea, en la parte móvil del motor, mientras que en el estator que es la parte fija del motor se encuentra el bobinado se encuentra. Al no tener escobillas, hace que no exista la fricción entre el rotor y el estator, de manera que se reduce el consumo de la potencia y aumenta la eficiencia del motor, porque se minimiza la pérdida de calor, permitiendo un mayor rango de velocidad al no estar limitado mecánicamente.

Además, los motores BLDC, disminuye el mantenimiento, mayor vida útil, menor ruido, mayor respuesta dinámica y mayor durabilidad pero no todo es ventaja, también tienen ciertos puntos desfavorables como tiene un mayor costo por la necesidad del control y funcionamiento de su ESC y además su circuito de control es bastante complejo.

Como este tipo de motores es muy frecuentemente utilizado en lo que se refiere al control por radio en el aeromodelismo como por ejemplo en los drones, por lo tanto, se tiene una gran gama en este tipo de motores y de controladores electrónicos para los mismos con gran variedad de precios y características para realizar cualquier proyecto.

En lo que respecta al funcionamiento de los motores sin escobillas, es muy importante conocer cada uno de sus componentes. Estos motores BLDC, tienen dos partes, una parte que es móvil, es decir, que gira, conocida como rotor, constituida por imanes permanentes; y la otra parte que es fija, llamada estator, que es donde están ubicadas las bobinas por las que circula la corriente eléctrica. En función de la posición relativa entre estos elementos, el estator y rotor, pueden existir dos tipos de motores sin escobillas: los motores inrunner y los motores outrunner. En el caso del primer tipo, el bobinado fijo está en la parte externa, encerrando al rotor, que está en la parte interna contiguo a los imanes permanentes, mientras que en el segundo tipo se tiene al rotor en la parte externa, que tiene a los imanes permanentes, y en la parte interna es en donde se

encuentra el estator en donde se encuentran las bobinas conductoras como se observa en la figura 2.13.



Una vez que se ha referido acerca de los motores DC sin escobillas (BLDC), estos motores necesitan un controlador electrónico de velocidad como se ve en la figura 2.14, que proporciona al motor una señal de potencia y cuyo funcionamiento es el transformar el voltaje de corriente continua en un voltaje alterno que se aplica al motor para así por medio de esta señal ajustar el número de revoluciones o el número de vueltas del eje del motor para así poder controlar la velocidad del motor.



Figura 2. 14 Controlador electrónico de velocidad

El controlador de velocidad electrónico cuenta con varias conexiones que son indispensables para el funcionamiento del motor DC sin escobillas, tres conexiones que

salen directamente al motor y estos proveen la señal de control, dos conexiones que dan la alimentación y que se conectan a la fuente de alimentación, además de una conexión para la señal de información por donde se recibe la señal de modulación por ancho de pulso (PWM) para el control de velocidad del motor y una conexión para la referencia a tierra.

La señal de control tipo PWM, que es la señal que recibe el ESC para que se logre el movimiento del motor DC se fundamenta en tener un pulso con un tiempo de duración que se encuentra entre 1 y 2 milisegundos y una amplitud entre 0 a 5 Voltios. El cambio en el ancho de pulso en este rango de tiempo es lo que controla electrónicamente la velocidad del motor, obteniendo mayor o menor potencia. Cuando la duración del ancho de pulso es menor o igual a 1ms el motor permanece inmóvil ya que corresponde a la velocidad mínima del motor, y conforme aumenta la duración del pulso aumenta la velocidad de giro del motor, hasta un máximo cuando alcanza los 2ms. Esta señal PWM la genera el microcontrolador por medio de su programación y esta señal se muestra en las figuras 2.15 y 2.16.



Figura 2. 15 Señal de control PWM



Figura 2. 16 Señal PWM observadas con osciloscopio

Hay que tener en cuenta que la señal PWM es la que recibe el ESC desde el microcontrolador y no directamente el motor. La señal que permite que sea mayor o menor la potencia para el motor está en función de la señal PWM y también del voltaje de la fuente de alimentación a la que está conectado al controlador ESC.

El USB-6009 es un dispositivo DAQ multifunción de bajo costo, como se observa en la figura 2.17. Ofrece E/S analógicas, E/S digitales y un contador de 32 bits. El USB-6009 brinda funcionalidad básica para aplicaciones como registro de datos simple, medidas portátiles y experimentos académicos de laboratorio. El dispositivo tiene una cubierta mecánica ligera y es energizado por bus para fácil portabilidad. Puede conectar fácilmente sensores y señales al USB-6009 con conectividad de terminal de tornillo. El controlador NI-DAQmx y la utilidad de configuración incluidos simplifican la configuración y las medidas.



Figura 2. 17 Controlador NI-DAQmx

2.4. Elementos de Software

MATLAB es un entorno de lenguaje técnico computacional de gran utilidad en lo que corresponde al cálculo numérico y visualización. Observar la figura 2.18 y figura 2.19. Este entorno tiene:

- Cálculo Diferencial e Integral
- Cálculo Vectorial y Matricial
- Análisis Numérico
- Gráficos
- Tratamiento de señales



Figura 2. 18 Ícono de Matlab

Es un software fácil de usar, cuyos problemas tanto matemáticos como físicos y sus respectivas soluciones son expresados de forma matemática, sin una programación tan exhaustiva. El nombre del software procede de "MATrix LABoratory" (Laboratorio de Matrices). MATLAB fue creado para obtener una solución y programación sencilla al cálculo matricial. MATLAB es un sistema interactivo que como se dijo anteriormente la parte más básica de recolección o ingreso de datos es una matriz la cual no necesita dimensionamiento, lo que permite resolver problemas numéricos como ecuaciones diferenciales o métodos de elementos finitos en muy poco tiempo y en menor tiempo con respecto a lo que demoraría en resolver por medio de otros lenguajes de programación matemática como COBOL o FORTRAN o lenguajes de programación como C o BASIC.

Esta herramienta de software matemático, se ha desarrollado en los últimos años por medio de muchos usuarios. Ya que en lo que respecta a la parte de investigación académica realizada en instituciones universitarias, éste software es la herramienta de enseñanza para variados cursos como álgebra lineal, cálculo, métodos numéricos y para otros cursos avanzados en áreas como robótica, dinámica, mecánica, electrónica, etc. Y en la parte industrial, MATLAB se usa para tanto la investigación como la resolución de problemas netamente prácticos relacionados a la ingeniería y las matemáticas sin olvidar el procesamiento de señales y de las aplicaciones los sistemas de control continuo y discreto por medio de programación o utilizando elementos específicos que son los llamados TOOLBOX. Los TOOLBOX son simplemente librerías de funciones que se encuentran relacionadas a las diversas aplicaciones que extienden el entorno MATLAB para resolver problemas como:

- Tratamiento de señales
- Sistemas de control
- Financiero
- Simulación y control de sistemas dinámicos
- Identificación de sistemas
- Mapeo y procesamiento de imágenes
- Redes neuronales
- Instrumentación y adquisición de datos

La principal particularidad de este software es posiblemente su capacidad de evolución, creando sus propias aplicaciones, por medio de la escritura de scripts en lenguaje matemático, implementación de aritmética compleja por medio de matrices y realizando funciones con archivos. Ver figura 2.19.

HOME		PLOTS	APPS								🔁 🕐 Search Do	cumentation 👂 🔼
New Script	New	Open E Compare	Import Save Data Workspa	New Variable	Analyze Code	Simulink Library	Layout OPreferences	? Help	Community → Request Support → Add-Ons ▼			
		Script Ctrl+I	N	VARIABLE	CODE	SIMULINK	ENVIRONMENT		RESOURCES			- 0
	fx	Function	FILES F MATLE	Command Window						۲	Workspace	. >
		Example		<i>f</i> x; >>						Ŭ	Name +	Value
) 🛅	Class										
	: 🛅	System Object										
		Figure										
		Graphical User Interfac	:e									
	2	Command Shortcut										
	SIMU	JLINK									(
	1 🎦	Simulink Model									Command Hist	
		Stateflow Chart									plot (q)	; % Plot the p
	· 🗎	Simulink Project	>								plot(w)	; % Plot the p
E 🕌	wino4		_								figure;	

Figura 2. 19 IDE de Matlab

Para la parte de control se utilizará Simulink que es un paquete de software para modelar, simular y analizar sistemas dinámicos. Además, puede soportar sistemas lineales y no lineales, modelos en tiempo continuo, tiempo discreto, o un híbrido de los dos. Simulink genera archivos con extensión.mdl (de modelo). Ver figura 2.20:



Figura 2. 20 Librería de Simulink

Algunas de sus características:

• Editor gráfico para crear y gestionar diagramas de bloques jerárquicos

- Bibliotecas de bloques predefinidos para modelar sistemas continuos y discretos
- Motor de simulación con solvers de ecuaciones diferenciales ordinarias de paso fijo y paso variable
- Scopes y data displays para ver los resultados de la simulación
- Herramientas de gestión de proyectos y datos para administrar los archivos y los datos del modelo
- Herramientas de análisis de modelos para perfeccionar la arquitectura del modelo y aumentar la velocidad de simulación
- Bloque MATLAB Function para importar algoritmos de MATLAB en modelos.

En lo que respecta a la simulación en el entorno de Simulink, tiene varios métodos de integración como puede ser lineal, Runge-Kutta de tercer o quinto orden, etc. Al estar efectuando la simulación no es posible cambiar los parámetros generales, pero si es posible realizar cambios en los valores específicos de cada bloque, permitiendo que Simulink tenga mayor ventaja interactiva para la ejecución de pruebas.

Si a lo anterior, añadimos a la simulación, que se puede conseguir un modelo del control del sistema con respecto a perturbaciones, se puede decir que Matlab es un software muy interesante en varias ramas de la ingeniería para el análisis de datos o para el análisis y diseño de modelos matemáticos lineales y no lineales.

Además de la parte de control, se realiza una comunicación entre la planta y el sistema mecánico virtual, es decir la interacción hombre máquina por medio de un pequeño Scada. Para esto utilizamos el mismo software MATLAB, pero la parte denominada SimMechanics que es un modelado físico ver figuras 2.21.



Ahora bien, SimMechanics, es un modelo de diagrama de bloques para la ingeniería de diseño y simulación de máquinas de cuerpo rígido y sus movimientos, con dinámica newtoniana estándar de fuerzas y pares. Con SimMechanics, se puede modelar y simular sistemas mecánicos por medio de un conjunto de herramientas para especificar los cuerpos y sus propiedades de masa, su posible movimiento, restricciones cinemáticas y sistemas de coordenadas, y poder medir los movimientos del cuerpo, ver figura 2.22.



Figura 2. 22 Librería de Simscape – Simmechanics

SimMechanics está basado en Simscape, que es la plataforma para la simulación de modelos físicos, que abarca la modelización y el diseño de sistemas, Según los principios físicos básicos. Simscape se ejecuta dentro del entorno Simulink y MATLAB. A diferencia de los bloques de Simulink que representan operaciones u operan sobre señales, los bloques de Simscape representan componentes Ver figura 2.23 y figura 2.24.



Figura 2. 23 Componentes de Simscape



Figura 2. 24 Diagrama de control de Simmechanics (Ejemplo en Matlab)

3.- MODELADO MATEMÁTICO DE LA PLANTA

3.1 Introducción

Para desarrollar este proyecto es muy importante elaborar el modelo matemático de la planta para esto se necesita tener un completo dominio sobre la planta y de las leyes físicas que rigen a la misma.

Ahora, como la planta es prácticamente, un péndulo físico, se debe obtener su función de transferencia para lo cual se puede partir utilizando las siguientes herramientas:

1.- Por medio de la ecuación de Newton, ya que al tomar en cuenta las características rotacionales de la planta, se puede utilizar la teoría y las ecuaciones de Newton acerca del momento angular que actúa en un sólido rígido, que es un estudio de la mecánica en medios continuos.

2.- Por medio de la ecuación de Euler - LaGrange, como los modelos matemáticos de sistemas físicos, se pueden obtener de las ecuaciones de energía sin necesidad de utilizar las leyes físicas de Newton, por lo tanto para obtener las ecuaciones del movimiento de ciertos sistemas mecánicos, se debe tener un buen conocimiento de la energía cinética y energía potencial de la misma y para esto se debe tener un conocimiento previo del Lagrangiano, coordenadas generalizadas y el principio de Hamilton.

Luego de obtenidas estas ecuaciones se debe linealizar la función de transferencia y así obtiene un modelo matemático de la planta no lineal y lineal.

3.- Como se hablaba al principio, para que todo esto se cumpla a cabalidad debemos tener pleno conocimiento de todas las variables que rigen el movimiento, por lo tanto, utilizamos para comparar la parte teórica, una forma experimental que no es más que la identificación del modelo del sistema de la planta por medio de métodos numéricos con simulink de Matlab y obteniéndose así una función de transferencia experimental.

Es así que, conociendo el modelo matemático, se puede pronosticar el movimiento del sistema y así estudiar su comportamiento, observar e investigar el efecto de la variación de los parámetros sobre el movimiento y analizar el efecto de las entradas sobre las salidas del sistema.

3.2 Ecuaciones del movimiento por medio de Newton

Para obtener las ecuaciones del movimiento, se tiene que analizar el sistema físico, el cual está constituido como se ha visto anteriormente por una barra fija y por otra barra móvil que gira respecto a la fija en el plano vertical como se observa en la figura 3.1. La barra fija no necesita un análisis dinámico. Por lo que el análisis debe ser en la barra que gira como de las fuerzas que intervienen sobre esta y de los momentos que actúan en la misma para poder conseguir un modelo matemático dinámico.



Figura 3. 1 Esquema del sistema a analizar
Por lo tanto, sobre la barra móvil intervienen diferentes fuerzas que son aquellas que causan el movimiento de esta. Se puede observar en la figura 3.2. Estas fuerzas actuantes son:



Figura 3. 2 Fuerzas que actúan sobre la estructura

La fuerza que realiza la hélice por medio del motor DC sin escobillas denominada fuerza de empuje ($F_{Hélice}$).

La fuerza de la barra por influencia de la aceleración de la gravedad que es en si el peso de la barra y que se coloca en el centro de gravedad de la misma.

La posición angular denominada θ

Finalmente, la reacción R, que se encuentra en el otro extremo de la barra en la parte articulada, la velocidad en este punto es cero en cualquier tiempo y el eje de giro va a pasar por él. Físicamente, esto se da, en el punto de articulación, y en este punto se realiza una fuerza de reacción en la barra que evita que la barra se separe o salga disparada.

Ahora bien, al existir un movimiento relativo entre la barra fija y la móvil, se coloca un eje de referencia para poder comprender las fuerzas que trabajan en el sistema físico. En la Figura 3.2, se puede observar esta referencia.

El sistema de referencia XY es inercial y el sistema de referencia X'Y' es el que está relacionado con la barra móvil.

La fuerza que provoca la gravedad sobre cada dispositivo de la estructura se consigue formular como el peso de cada dispositivo que no es más que el producto de la masa por la gravedad, la fuerza procedente por el peso se representará como W de cada elemento de la estructura. La fuerza que provoca el movimiento de la hélice que se denomina fuerza de empuje tiene una dirección perpendicular a la barra móvil y su sentido dependerá del movimiento de la hélice. Como en ese sitio la barra puede girar en sentido horario o antihorario pero no moverse o desplazarse, surge la fuerza de reacción (Tercera ley de Newton) la cual se opone al movimiento o deslizamiento pero no a la rotación.

Por lo tanto, como se observó al principio las fuerzas que permiten precisar la posición angular denominada θ serán el peso de la barra, el peso del conjunto motor - hélice y la fuerza que origina la hélice que es una fuerza variable dependiente de las revoluciones del eje del motor.

De estas observaciones obtenemos las siguientes ecuaciones de fuerza:

$$F_{\text{barra}} = mg \tag{3.1}$$

 $F_{\text{empuje}} = F_{\text{hélice}} = f(\omega)$ (3.2)

$$R = R_x + R_y \tag{3.3}$$

Con estas ecuaciones, se puede analizar que el peso al ser una constante, lo único que permite modificar el ángulo de la barra móvil es el cambio de la fuerza de empuje que genera la hélice que es controlada o que se encuentra en función de la velocidad de giro del eje del motor DC. Se debe tomar muy en cuenta que al modificar la fuerza de empuje también cambiará la dirección de la fuerza debido al cambio de posición angular; sin embargo, la dirección del peso es siempre la misma desde el marco de referencia inercial.

Sin embargo, si observamos las ecuaciones anteriormente descritas, uno se dará cuenta que no existe relación entre estas fuerzas y la posición angular, además no hay que olvidar que el movimiento a controlar en esta planta es el de rotación de la barra. La razón de cambio de la rotación de un cuerpo sólido está establecida por la variación de su velocidad angular, por lo que se deben encontrar otras ecuaciones que describan las fuerzas y se relacionen con el ángulo de rotación, entonces, como el propósito es controlar la posición de la planta, se debe encontrar en la ecuación la relación entre el ángulo θ y la fuerza de empuje de la hélice.

Para lograr encontrar esta ecuación, hay que basarse en la teoría de mecánica que estudia la dinámica de los cuerpos con la interacción de fuerzas, así como su variación con respecto al tiempo. Para esto, se utilizará la teoría mecánica del sólido rígido no deformable de Newton, cuya definición en física es muy importante para obtener una ecuación de movimiento efectiva. De esta conceptualización se aplica la ley de conservación del torque o momento, con la que se logra tener una ecuación de movimiento que consigue relacionar la posición angular de la barra móvil, θ , con cada una de las fuerzas que interactúan en el sistema.

Para comprender la obtención de la ecuación se puede utilizar el estudio de este sistema como el de un péndulo físico o compuesto, que no es más que un péndulo real que utiliza un cuerpo de tamaño finito, a diferencia que el modelo matemático idealizado de un péndulo simple en donde toda la masa se considera puntual, es decir, que se centraliza en un solo punto, como se observa en la figura 3.3.

Aunque es importante indicar que si las oscilaciones son pequeñas, el análisis del movimiento de un péndulo real es similar y tan sencillo como el de uno simple.



Figura 3. 3 Diagrama de fuerzas (Serway, 2008)

La figura permite observar un cuerpo que puede girar alrededor de un eje que pasa por el punto de origen O. Al estar en la posición de equilibrio, el centro de gravedad está directamente abajo del eje, el cuerpo está movido del equilibrio un ángulo θ , que se usará como elemento de coordenada para todo el sistema. La distancia de punto rotación o giro hasta el centro de gravedad es *l*, por lo que el momento de inercia de este cuerpo en torno a el eje de rotación es *I* y la masa de esta es *m*. Cuando el cuerpo se mueve como se logra observar en la figura 3.3, el peso causa un torque de reposición o también llamado de reacción. En otras palabras, este torque es en sentido horario, o si es del lado contrario este movimiento sería en sentido antihoriario. (Giancolli, 2008) El movimiento a controlar en esta planta es el de rotación de un sólido alrededor de su eje central de inercia. La variación del ciclo de rotación de la barra está dada por la variación de su velocidad angular, es decir, la ecuación de desplazamiento angular de rotación de la barra, es igualar los torques al momento de inercia del cuerpo por la aceleración angular que es semejante a la segunda ley de Newton lineal y esta será la que se utilice para plantear la ecuación que relacione la posición angular con las fuerzas actuantes en el sistema. (Vallejo. 2002)

Para tener estas ecuaciones partimos de que una fuerza neta o la sumatoria de todas las fuerzas que se actúan sobre un objeto causa la aceleración del objeto y que dicha aceleración es proporcional a la fuerza neta. Estas observaciones son el fundamento del modelo de una partícula en dependencia de una fuerza neta, donde su representación matemática es la segunda ley de Newton.

Sin embargo, para el estudio del sistema analizado se necesita el equivalente rotacional de la segunda ley de Newton, donde la aceleración angular de una barra rígida giratoria que se encuentra fija a un eje es proporcional al momento de torsión neto que gira en torno a este eje, como se observa en la figura 3.4.



Figura 3. 4 Diagrama de fuerza en dirección radial

Si se considera una partícula como se muestra en la figura 3.4, de masa m que se encuentra rotando con una trayectoria circular de radio r con el predominio de una fuerza neta tangencial y radial. Esta fuerza neta radial que actúa sobre la partícula hace que se mueva en una trayectoria circular como se habló anteriormente, con una aceleración

centrípeta y la F_t fuerza tangencial neta provee una a_t aceleración tangencial. (Tippens. 2001) y se representa en la siguiente ecuación:

$$\sum F_t = ma_t \qquad (3.4)$$

Ahora bien, la magnitud del momento de torsión neto o también llamado torque que está en función de la fuerza neta en la partícula alrededor a un eje a través del centro del círculo como se ve en la siguiente figura 3.5.



Figura 3. 5 Diagrama de objeto rígido giratorio (Serway, 2008)

$$\sum \tau = \sum F_t r = ma_t r \tag{3.5}$$

Ya que la aceleración tangencial se relaciona con la aceleración angular a través de

$$a_t = \alpha r \tag{3.6}$$

$$\sum \tau = m(\alpha r)r \qquad (3.7.a)$$

$$\sum \tau = mr^2 \alpha \tag{3.7.b}$$

$$\sum \tau = I\alpha \tag{3.8}$$

De manera vectorial tenemos:

$$\sum \vec{r} \times \vec{F}_{ext} = I\vec{\alpha} \tag{3.9}$$

En el caso del sistema, se tiene dos dispositivos que contribuyen con momento de inercia, uno es la masa total de la barra móvil y el otro es la masa del motor DC. Estos momentos de inercia deben calcularse de forma diferente e independiente y finalmente sumarse para obtener el momento de inercia total del sistema en forma general.

El momento de inercia de un objeto rígido se calcula al suponer al objeto dividido en numerosos elementos pequeños y cada uno de estos tiene masa Δm y se utiliza la siguiente definición:

$$I = \sum_{i} r_{i}^{2} \Delta m_{i}$$
(3.10)

Al tomar el límite de esta sumatoria a medida que Δm tienda a cero, como es continua, esta se convierte en una integral sobre el volumen del objeto y queda de la siguiente manera:

$$I = \lim_{\Delta m_{i\to 0}} \sum_{i} r_i^2 \Delta m_i = \int r^2 dm \qquad (3.11)$$

Como en la planta se tiene una barra rígida uniforme de longitud L, y con masa M, como se puede observar en la figura 3.6.



Figura 3. 6 Diagrama de barra rígida de longitud L

Para el cálculo de momentos de inercia normalmente se deja en términos del volumen de los objetos, en lugar de su masa y la ecuación para relacionar el volumen V con la masa m, es:

$$=\frac{M}{V}$$
(3.12)

Donde ρ es la densidad del objeto y por lo tanto el diferencial de masa equivale a:

ρ

$$dm = \rho dV \tag{3.13}$$

$$dm = \rho A dx \tag{3.14}$$

Al sustituir la ecuación 3.12 en la ecuación 3.15, queda:

$$I = \int \rho Ax^{2} dx$$

$$(3.15)$$

$$I = \int \frac{M}{V} Ax^{2} dx$$

$$I = \frac{M}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx$$

(3.17)

$$I = \frac{M}{L} \left(\frac{x^3}{3}\right)_{-L/2}^{L/2}$$

(3.18)

$$I = \frac{1}{12} ML^2$$

(3.19)

Y de esta manera se puede calcular el momento de inercia de cualquier objeto, como se puede ver en la siguiente figura 3.7 (Serway, 2008):



Figura 3.7 Momentos de Inercia de objetos rígidos (Fuente: Serway, 2008)

Para finalizar este análisis, debemos tomar en cuenta que la entrada al sistema es la fuerza de empuje realizada por la hélice en función del motor DC sin escobillas y la salida del sistema es el ángulo que forma la barra móvil con la referencia que es la barra estática vertical.

$$I\alpha = \sum \tau$$

(3.20)

La ecuación, simboliza una ecuación ideal del desplazamiento de la barra a analizar. Sin embargo, se debe añadir un término que representará la fuerza de fricción o de rozamiento existente por que el sistema se encuentra inmerso en un fluido como es en este caso el aire, además también se tiene un rozamiento por el eje de giro, ya que este tiene un rodamiento con un rozamiento pequeño, estos dos elementos de fricción se pueden establecer como una sola fuerza de fricción que es proporcional a la velocidad angular, ω , este término está simbolizado por $\dot{\theta}$ y nos queda:

$$I\frac{d^{2}\theta}{dt^{2}} = -kl^{2}\frac{d\theta}{dt} - mglsen\theta + lF_{empuje}$$

$$(3.21)$$

$$I\ddot{\theta} = -kl^{2}\dot{\theta} - mglsen\theta + lF_{empuje}$$

$$(3.22)$$

$$I\ddot{\theta} + kl^{2}\dot{\theta} + mglsen\theta = lF_{empuje}$$

Donde *I* es el momento de inercia del sistema, es la sumatoria del producto vectorial de la posición donde se aplica la fuerza respecto del eje de giro por la fuerza aplicada, y k es una constante que representa al coeficiente de rozamiento que existe en el eje de giro de la estructura.

$$\ddot{\theta} + \frac{kl^2}{l}\dot{\theta} + \frac{mgl}{l}sen\theta = \frac{l}{l}F_{empuje}$$
(3.24)

3.3 Ecuaciones del movimiento por medio de Euler – LaGrange

Los modelos matemáticos de cada uno de los sistemas físicos pueden resultar del análisis de la conservación de la energía sin necesidad de aplicar las leyes de Newton.

Ahora, se presenta un método para encontrar la ecuación de movimiento de este sistema mecatrónico, por medio de la utilización de las energías cinética y potencial, a través de Lagrange, para obtener el modelo matemático.

Al obtener las ecuaciones de movimiento para un sistema mecánico complejo, es mejor realizarlo utilizando dos o más métodos, uno podría ser basado en la segunda ley de Newton como se lo hizo anteriormente, otro podría ser por medio del método Euler - Lagrange para así verificar que sea correcto el modelo que se obtenga. Por esta razón, el método de Lagrange es un muy apropiado para obtener las ecuaciones del sistema. Para conseguir las ecuaciones de movimiento por Euler - Lagrange, es preciso definir lo que se denomina coordenadas generalizadas y el Lagrangiano, para constituir el principio de Hamilton y obtener así el modelo matemático.

Para realizar este análisis debemos tener en cuenta ciertos conceptos.

Las coordenadas generalizadas de un sistema son un grupo de coordenadas independientes que se utilizan para representar el movimiento del sistema. El número de estas coordenadas generalizadas preciso para representar el movimiento es igual al número de grados de libertad del sistema. Si un sistema que se esté analizando necesita n coordenadas generalizadas $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, necesitará considerar a estas n coordenadas generalizadas como coordenadas de un sistema coordenado de dimensión n en un espacio de dimensión n. Por lo tanto, en cualquier instante de tiempo, el sistema se determina por medio de un punto en este espacio de dimensión n. Al ocurrir y pasar el tiempo, el punto del sistema en este espacio de dimensión n, se mueve y representa una curva en el espacio. Esta curva constituye el movimiento del punto en el sistema, como se puede observar en la figura 3.8.



Figura 3. 8 Diagrama de movimiento de partícula en 3D

El Lagrangiano, que se simboliza con la letra L, de un sistema, se define como:

$$\mathbf{L} = \mathbf{E}_{\mathbf{c}} - \mathbf{E}_{\mathbf{p}} \tag{3.25}$$

Donde Ec es la energía cinética del sistema y Ep es la energía potencial del sistema. El Lagrangiano en forma general es una función de q_i , \dot{q}_i , [1, ..., n)] y del tiempo t, es decir:

$$\mathbf{L}(q_i, \dot{q}_i, \mathbf{t}) \tag{3.26}$$

El principio de Hamilton indica que el movimiento del punto del sistema en el espacio de dimensión n desde un tiempo $t = t_1$ a $t = t_2$, es tal que se puede observar en la siguiente integral.

$$\mathbf{I} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{L}(q_i, \dot{q}_i, \mathbf{t}) \, dt \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$
(3.27)

Y esta integral es un valor extremo (máximo o mínimo) de la trayectoria del movimiento.

La demostración de las ecuaciones de movimiento de LaGrange se puede observar en el apéndice C. Sin embargo, la ecuación que queda es la siguiente:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0$$
(3.28)

A esta ecuación se le denomina ecuación de Euler – LaGrange. Por lo tanto, también se le llama ecuación de movimiento de LaGrange para el sistema conservativo.

Si el Lagrangiano depende de las n coordenadas generalizadas, de sus correspondientes derivadas, es decir, de sus n velocidades generalizadas y además del tiempo t, entonces tenemos:

$$\mathbf{L} = \mathbf{L}(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n; \dot{q}_1, \dot{q}_2, \dot{q}_3, \dots, \dot{q}_n; \mathbf{t})$$
(3.29)

Y las ecuaciones se Euler – LaGrange son:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, ..., n)$$
(3.30)

Las n ecuaciones que se obtienen son las ecuaciones de movimiento de LaGrange para el sistema conservativo.

Ahora, para el sistema que se está estudiando, al comportarse como un péndulo, ver figura 3.9, se realizará el análisis del mismo:



Figura 3. 9 Diagrama de péndulo simple

Este sistema planteado tiene un grado de libertad y el ángulo que se puede observar en la figura 3.9 y la figura 3.10, θ que es la única coordenada generalizada.



Figura 3. 10 Diagrama de barra rígida uniforme con centro O

La energía cinética del sistema es:

$$E_{\rm C} = \frac{1}{2} m(l\dot{\theta})^2 \tag{3.31}$$

Si se supone que la posición de la masa cuando el ángulo θ es igual a cero, la energía potencial se puede describir con la ecuación:

$$E_{\rm p} = {\rm mgl}(1 - \cos\theta) \tag{3.32}$$

Entonces al aplicar el Lagrangiano, tenemos:

$$L = E_{c} - E_{p}$$
(3.33)

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^2 - mgl(1 - \cos\theta)$$
(3.34)

Por lo tanto, al aplicar la ecuación del movimiento de Euler – LaGrange tenemos:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$$

$$(3.35)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \left(\frac{1}{2} m(l\dot{\theta})^2 - mgl(1 - \cos\theta) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} m(l\dot{\theta})^2 - mgl(1 - \cos\theta) \right) = 0$$

$$(3.36)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}(\mathrm{ml}^2\dot{\theta}) + \mathrm{mglsen}(\theta) = 0$$

$$ml^2\ddot{\theta} + mglsen(\theta) = 0$$

(3.38)

Luego, que ya tenemos la ecuación diferencial del péndulo simple por medio de la ecuación Euler – Lagrange, se debe convertir este péndulo ideal al péndulo compuesto y forzado, para esto hay que recordar que se tomará en cuenta el torque que se da por la fuerza de rozamiento y esta fuerza se supone es proporcional a la velocidad angular, y finalmente se agrega el torque de la fuerza que es realizada por las hélices esto queda de la siguiente manera:

$$ml^{2}\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + mgl \, sen\theta = F_{empuje} \, l \eqno(3.39)$$

Luego se debe recordar que: $I = ml^2$, $c = kl^2$ y dividiendo la ecuación para I, se tiene lo siguiente:

$$\ddot{\theta} + \frac{kl^2}{l}\dot{\theta} + \frac{mgl}{l}sen\theta = \frac{l}{l}F_{empuje}$$
(3.40)

Una manera más de obtener el modelo matemático es partiendo directamente del hecho de que la planta es un sistema oscilador armónico forzado y con amortiguamiento, ahora este amortiguamiento es una fuerza no conservativa y se la puede asumir como una función proporcional a la velocidad, al considerar esta manera las fuerzas generalizadas para el amortiguamiento se pueden obtener

$$F = \frac{1}{2}b\dot{\theta}^2 \tag{3.41}$$

$$Q_i = -\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_i} \ (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

(3.42)

Y la ecuación del movimiento será

$$L = E_{c} - E_{p} + E_{forzado}$$

$$(3.43)$$

$$L = \frac{1}{2}m(l\dot{\theta})^{2} - mgl(1 - cos\theta) + l\theta F_{empuje}$$

$$(3.44)$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}} \left(\frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial \mathrm{L}}{\partial \theta} = \mathrm{Q}$$

(3.45)

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial}{\partial \dot{\theta}} \left(\frac{1}{2} m(l\dot{\theta})^2 - mgl(1 - \cos\theta) \right) \right) - \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{2} m(l\dot{\theta})^2 - mgl(1 - \cos\theta) + l\theta F_{empuje} \right) = -b\dot{\theta}$$
(3.46)

$$ml^{2}\ddot{\theta} + c\dot{\theta} + mgl \, sen\theta = F_{empuje} \, l \eqno(3.47)$$

Luego se debe recordar que: $I = ml^2$, $c = kl^2$ y dividiendo la ecuación para I, se tiene lo siguiente:

$$\ddot{\theta} + \frac{kl^2}{l}\dot{\theta} + \frac{mgl}{l}sen\theta = \frac{l}{l}F_{empuje}$$
(3.48)

Por medio de esta ecuación, se puede observar que en el sistema se relaciona la fuerza de empuje que produce la hélice por medio del motor, con el ángulo θ que se forma con respecto a la barra con la horizontal, logrando así saber la posición en cualquier instante. Ahora, se puede ver que en la ecuación anterior es una ecuación diferencial no lineal de segundo orden. En esta ecuación se ha denominado *lc* a la distancia desde el eje de rotación al centro de gravedad del conjunto de elementos y l la distancia desde el eje de giro hasta la hélice y el motor.

Y que tiene ciertos valores los cuales no pueden ser obtenidos exactamente, por ejemplo: la constante de amortiguamiento del aire o el centro de masa total, por lo tanto estos valores se aproximarán. Sin embargo, si se desea obtener una mejor ecuación se podría utilizar otro método como es la identificación de sistemas.

3.4 Función de transferencia por medio del modelado matemático.

Una vez que se tienen los datos de la masa y longitud e inercia, etc., se colocan los datos en la fórmula y se obtiene la función de transferencia y se emplean las siguientes variables:

m: masa de la barra de péndulo
M: masa del peso del extremo del péndulo (Motor)
l: longitud al peso final centro de masa
θ: ángulo de péndulo de vertical (abajo)

De la ecuación que se obtuvo en el apartado anterior se tiene en función de las variables anteriormente expuestas y variables en función de los momentos de inercia:

$$\ddot{\theta} + \frac{b}{I_o}\dot{\theta} + \frac{(M+m)gl_G}{I_o}sen\theta = \frac{l}{I_o}F_{empuje}$$
(3.49)

Suponiendo que la masa del péndulo se concentra en su masa final, el momento de inercia de la masa es:

$$I_{o} \approx (M+m)l^{2}$$
(3.50)

Un enfoque más preciso sería considerar explícitamente la varilla y la masa final. En ese caso, el peso del sistema podría considerarse ubicado en el centro de masa del sistema:

$$l_G = (Ml + 0.5ml)/(M + m)$$
(3.51)

En ese caso, el momento de inercia de la masa es:

$$I_{o} = \frac{ml^{2}}{3} + Ml^{2}$$
(3.52)

Dependiendo de los parámetros, se puede evaluar con los datos, ver la figura 3.11.



Figura 3. 11 Masa de cuerpos de la planta

Datos: m: 0.061 Kg

M: 0.280 Kg l: 0.415 m

$$I_o = \frac{ml^2}{3} + Ml^2$$

 $I_o = 0.0610 \ Kg - m^2$
 $l_G = (Ml + 0.5ml)/(M + m)$

$$l_G = 0.410 \ m$$

$$\ddot{\theta} + \frac{b}{I_o}\dot{\theta} + \frac{(M+m)gl_G}{I_o}sen\theta = \frac{l}{I_o}F_{empuje}$$

Para la obtención del valor de b, se realizó un experimento como se observa en la figura 3.12, la figura 3.13 y la figura 3.14.

$$\ddot{\theta} + \frac{0.003}{0.061}\dot{\theta} + \frac{(0.341)(9.8)(0.410)}{0.061}\operatorname{sen}\theta = \frac{0.450}{0.061}\operatorname{F}_{empuje}$$
$$\ddot{\theta} + 0.0492 \cdot \dot{\theta} + 22.4612 \cdot \operatorname{sen}\theta = 7.3771 \cdot \operatorname{F}_{empuje}$$

$$\ddot{\theta} + 0.0492 \cdot \dot{\theta} + 22.4612 \cdot \theta = 7.3771 \cdot F_{empuje}$$



Figura 3. 12 Experimento de la planta real para obtener coeficiente b



Figura 3. 13 Simulación de la planta lineal y no lineal en Simulink



Figura 3. 14 Gráficas de la planta simulada vs. planta real

Existen ocasiones, en que el momento de fricción no es linealmente proporcional a la velocidad angular y no es fácil su modelamiento, por esta razón, se utilizará lo que se denomina identificación de sistemas.

3.5 Identificación de sistemas.

Para identificar un sistema dinámico es muy importante seguir los pasos que se observan en la figura 3.15:



Figura 3. 15 Diagrama de bloques del sistema

El modelo identificado, podría ser utilizado para el control, la predicción, detección de errores o simulación, por esta razón, es muy importante al propósito del modelo como el primer paso en el procedimiento de la identificación del sistema.

En ciertos sistemas es posible obtener un modelo matemático, directamente de las leyes físicas. Otras veces, por contener parámetros desconocidos deben ser estimados. Si no se tiene conocimiento de los parámetros del Sistema, se los estima y se utiliza el término Identificación de caja negra.

Luego se realiza la parte experimental. La información obtenida de los experimentos preliminares proporcionará los datos que para la identificación del sistema.

Luego que se ha realizado el experimento y que tenemos una secuencia de entrada y una salida, representados como vectores en Matlab. Y se recogen los datos para lograr establecer el modelo, estos datos se registran de los valores obtenidos de las entradas y de las salidas tomadas del sistema con un tiempo determinado de muestreo. Es adecuado dividir los datos en dos conjuntos, uno para la identificación y otro para la validación. A menudo es una buena idea filtrar las señales de entrada con un filtro de paso bajo o de paso de banda ya que así se reduce el efecto de la medición de ruido.

La selección de la estructura del modelo determina el conjunto en el que se realiza la estimación del modelo.

La estimación de modelo es el procedimiento de ajuste de un modelo con una estructura de modelo específico. Se tienen modelos lineales y modelos paramétricos, por ejemplo, modelos físicos, ARMA, etc.

Los modelos que se obtienen pueden ser validados en una variedad de maneras, como el criterio de validez de modelo, polo-cero y diagramas de Bode, análisis residual y simulación o validación cruzada.

Por medio de la identificación de sistemas con el software Matlab se obtiene finalmente un modelo dinámico matemático del sistema para luego realizar el diseño de control.

3.5.1 Identificación del Sistema en equilibrio.

La identificación del sistema en el punto de equilibrio, es una dependencia que se obtiene entre dos variables dinámicas, cuando han alcanzado su valor estable. Esta regla de correspondencia se la logra conseguir empleando diferentes valores (en este caso ángulos) en la entrada y aguardando que el valor en la salida se fije para cada valor utilizado en la entrada. Después, se efectúa una correlación con los valores tanto de entrada como de salida que se han recopilado en un determinado tiempo, con lo que se obtiene una gráfica, por medio de estos valores que se han adquirido.

3.6 Función de transferencia por medio de Identificación de

sistemas.

Una vez obtenidos los datos se utiliza el interfaz gráfico del software Matlab para la identificación de sistemas el cual se ejecuta por medio del comando **ident**, esto se puede observar en la siguiente figura 3.16:



Figura 3. 16 Diagrama del command window de Matlab

Luego, se ingresa al interfaz, se deben cargar los datos obtenidos del sistema por medio de la opción de importar datos y su tiempo y luego se rellena los valores que se muestran en la ventana del sistema de identificación para importar los datos. En esta ventana, se puede incluir más información como son los nombres de las variables, unidades, entre otros como se observa en la figura 3.17.



Figura 3. 17 Diagrama de la Identificación de Sistema de Matlab

Ahora, para realizar la identificación de un sistema físico, se puede tener una diversidad de señales de excitación, en este caso, se implementó un diagrama de bloques (observar la figura 3.19) para generar una señal de excitación de características de secuencia binaria PRBS (Pseudorandom Binary Sequence), se puede observar en la figura 3.20. La señal de salida obtenida como resultado de la excitación del modelo se la puede observar en la figura 3.21.



Figura 3. 18 Diagrama de señal de excitación para identificar el sistema



Figura 3. 19 Señal de excitación para identificar el sistema



Figura 3. 20 Salida en grados en respuesta a la señal de excitación

Finalmente, se obtienen los porcentajes de los modelos que mejor representan y se ajustan a los datos de entrada y salida de la planta real. Se escoge el que tenga el mejor índice. Sin embargo, en muchos casos, se recomienda un modelo sencillo con un índice de ajuste alto.

Se seleccionó el modelo tf3 que tiene el índice de 79.68%, como se observa en la figura 3.22; el mismo que



Figura 3. 21 Curvas de la Identificación del modelo

4.- DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DEL CONTROLADOR DEL SISTEMA Y SU CONTROL ÓPTIMO

4.1 Introducción

La finalidad de este capítulo es diseñar e implementar el controlador para el modelo matemático del sistema que se ha conseguido en el capítulo anterior. El control que se desarrollará y que luego se implementará es el de espacio de estados. Para posteriormente, desarrollar e implementar el control óptimo.

4.2 Sistema de control por variable de estado

En el sistema de control por espacio de estados, se consiguen un grupo de ganancias (K) que harán trasponer los valores de los polos del sistema en lazo cerrado en las posiciones que se desean para el control. Además, ya que es posible medir sólo el ángulo de elevación; también se debe diseñar los observadores de estado, como el que se observa en la figura.4.1.



Figura 4. 1 Diagrama de bloques del sistema y del observador

Las ecuaciones para el observador de la figura 4.1 se muestran a continuación:

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + Bu + K_e(y - C\tilde{x})$$

$$(4.1)$$

$$\dot{\tilde{x}} = (A - K_eC)\tilde{x} + Bu + K_ey$$

$$(4.2)$$

A es la matriz de coeficientes constantes n x n

B es la matriz de coeficientes constantes n x 1

C es la matriz de coeficientes constantes 1 x n

 K_e es la matriz de ganancia del observador

En el análisis que sigue de los observadores de estado, se utilizará la notación \tilde{x} para designar el vector de estado observado. En muchos casos prácticos, el vector de estado observado se usa en la realimentación del estado para generar el vector de control deseado.

El observador es un subsistema para reconstruir el vector de estado de la planta. El modelo matemático del observador es básicamente el mismo que el de la planta, salvo que se incluye un término adicional que contiene el error de estimación para compensar las imprecisiones en las matrices A y B y la falta del error inicial. El error de estimación o error de observación es la diferencia entre la salida medida y la salida estimada. El error inicial es la diferencia entre el estado inicial y el estado estimado inicial

Además, se requiere que el error de la planta con el sistema de control sea cero. Entonces, las ecuaciones para obtener las ganancias del controlador son:

$$\dot{\varepsilon} = r - Cx \tag{4.3}$$
$$u = K_1 \varepsilon - K_2 x \tag{4.4}$$

$$\dot{x} = Ax + B(K_1\varepsilon - K_2x) \tag{4.5}$$

Las ecuaciones anteriores, pueden ser escritas como una ecuación de forma matricial de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -C \\ 0 & A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ x \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -K_1 & K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon \\ x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r$$
(4.6)

4.3 Arquitectura del Controlador por espacio de estado

En lo que respecta a la arquitectura del controlador por espacio de estados se deben seguir los siguientes pasos:

- 1. Calcular el valor de los ceros y polos del sistema en lazo abierto.
- Obtener por medio de los comandos en Matlab, el modelo en espacio de estado por medio de la función de transferencia que se consiguió en el momento de la identificación.
- 3. Elaborar el modelo de matriz aumentada para poder efectuar el servocontrol
- 4. Seleccionar los valores de los polos en lazo cerrado del sistema.
- 5. Calcular el valor de las ganancias K del controlador.
- 6. Calcular el valor de las ganancias K_e del observador.
- 7. Finalmente, construir el diagrama de bloques por medio de Simulink.

Por lo tanto, siguiendo los pasos tenemos, de la función de transferencia dada por medio de la identificación del sistema:

Los polos obtenidos de la función de transferencia G son:

-9.1089	+	0.0000i
-0.8060	+	3.8316i
-0.8060	_	3.8316i

Figura 4. 2 Polos obtenidos de la función de Transferencia en Matlab

Los ceros de G están ubicados en:



Figura 4. 3 Ceros obtenidos de la función de Transferencia en Matlab

Luego, para adquirir el modelo en espacio de estados se utilizó Matlab por medio del comando **ss**(), que nos presentó el siguiente resultado:



Figura 4. 4 Función de Transferencia por medio de Matlab

Y, por ende, el modelo matricial aumentado del sistema estudiado es:
0 00 0

Figura 4. 5 Matrices del Sistema de Control

Para calcular cada una de las ganancias del controlador se utilizará la función **place**(), esta función necesita como argumentos, la matriz aumentada tanto de A como de B y además los valores de los polos que se desean en el lazo cerrado.

Continuando con el algoritmo del proceso de adquisición de la arquitectura del controlador se calculará los valores de las ganancias del observador.

k2 =
 1.0e-03 *
 -0.0964 -0.2234 0.0867
>> ke
ke =
 1.0e+04 *
 0.0049
 0.1570
 1.5860

Figura 4. 6 Ganancias del Observador

Al controlador en Espacio de Estado que se ha calculado para la planta se lo representa en el siguiente diagrama de bloques de la figura 4.7 y figura 4.8:



Figura 4.7 Diagrama de bloques del sistema de control con observador_Planta Simulada



Figura 4. 8 Diagrama de Bloques de Controlador por Espacio de Estados con Reubicación de Polos_Planta Real

Los bloques en color celeste representan los elementos del controlador y los bloques de color naranja representan al observador del sistema. En color amarillo, se resaltan los bloques correspondientes a: la salida de control que actúa sobre el motor y la señal de lectura del ángulo. En la parte inferior, se pueden observar en color verde: el bloque de entradas analógicas de la tarjeta de adquisición de datos National Instruments USB6009 y el bloque de salidas analógicas de la misma DAQ.

4.4 Control Óptimo LQR

Para obtener el control óptimo denominado Regulador Lineal Cuadrático, ver figura 4.9, utilizaremos el comando lqr (lqr(A,B,Q,R)) de Matlab cuyos parámetros necesarios son las matrices A y B del sistema que se encontró anteriormente, esta función devuelve los valores de las ganancias óptimas del controlador suponiendo que es una planta lineal, una función de desempeño cuadrático y una referencia igual a cero.



Figura 4.9 Sistema en lazo cerrado con LQR

Por lo tanto, como se verificó que el sistema es controlable, debería ser posible diseñar un controlador óptimo que cumpla con los requisitos establecidos. Como se dijo anteriormente, se utilizará el método de regulación lineal cuadrática para determinar la matriz de ganancia de control de realimentación de estado K. La función lqr de MATLAB necesitará tener dos parámetros, que son R y Q, que equilibrarán la importancia relativa del esfuerzo de control u y el error, respectivamente, entonces la función objetivo o índice de desempeño que se va a trabajar para optimizar, se utilizará el caso más simple, el cual es suponer:

$$R = 1$$

$$(4.13)$$

$$Q = C^T C$$

$$(4.14)$$

La función de desempeño correspondiente a los valores de R y Q para lograr la optimización da un peso de mucha importancia a la variable de salida (el ángulo deseado). Básicamente, el regulador óptimo LQR, permite el control de la salida. En este caso, para lograr el ajuste del controlador, este debe hacerse realizando un cambio en los elementos, o sea, los pesos de la diagonal en la matriz Q para así poder obtener la respuesta deseable.

El elemento en la posición Q_{11} representará el peso en la posición del ángulo y el elemento en la posición Q_{22} representará el peso en la velocidad del ángulo de la planta. La ponderación de entrada en el parámetro R se conservará y será igual a 1.

Además, es importante indicar que, es lo que interesa mucho el valor relativo de Q y R y no su valor absoluto. Por lo tanto, sabiendo cómo se pueden variar dichos pesos, se podrá descifrar la matriz Q, es ahí en donde se debe y se puede notar que se puede variar dichos valores para así poder encontrar los valores de las ganancias que dará un óptimo controlador como se observa en la figura 4.10 y figura 4.11.



Figura 4. 10 Diagrama de bloques del sistema con LQR_ Planta Simulada



Figura 4. 11 Diagrama de Bloques del sistema con LQR_ Planta real

Luego de esto, se debe encontrar los valores de las ganancias y por medio de la simulación se graficará la respuesta al paso que se ingresa la entrada para observar los cambios que se pueden realizar en el control.

Así, después de varias pruebas, se ha encontrado que el aumento/disminución de los valores de los elementos Q_{11} y Q_{33} hace que los tiempos de asentamiento y elevación varíen variando también el ángulo en que se mueve la planta. Es decir, se está colocando más peso en los errores por hacer un mayor esfuerzo de control en la entrada u. A partir de esto, se hará variar los valores de los elementos Q_{11} y Q_{33} hasta alcanzar un valor de 5000 y 100 respectivamente, para así lograr tener los siguientes valores de ganancia y la respuesta al escalón o paso en la entrada en la simulación por medio de Simulink y esto se logra observar a continuación:

En donde se observa que, si se aumentan los valores de cada uno de los elementos de la diagonal principal de la matriz Q, se mejora la respuesta. El motivo por el que se optó estos cambios es porque cumple con los requisitos del diseño.

Los bloques en color celeste representan los elementos del controlador y los bloques de color naranja representan al observador del sistema. En color amarillo, se resaltan los bloques correspondientes a: la salida de control que actúa sobre el motor y la señal de lectura del ángulo. Se pueden observar en color verde: el bloque de entradas analógicas de la tarjeta de adquisición de datos National Instruments USB6009 y el bloque de salidas analógicas de la misma DAQ.

5.- PRUEBAS DEL SISTEMA DE CONTROL EN LA PLANTA Y SU OPTIMIZACIÓN.

5.1 Introducción

Para este sistema de control de la planta, las pruebas más rigurosas fueron los cambios de la posición del ángulo, en otras palabras, el cambio de referencia utilizando señales de tipo paso o escalón para el sistema de control. Adicionalmente, también se realizaron pruebas de perturbación al mover por medio de una fuerza desconocida en cualquier instante de tiempo (para el control por reubicación de polos se lo realizò en el segundo 16 y en el de LQR en el segundo 14) que traten de alejar del estado estable al haber alcanzado en el ángulo deseado.

5.2 Prueba experimental de control por reubicación de polos



Figura 5. 1 Respuesta al cambio de referencia tipo escalón de la planta Simulada con Reubicación de Polos. Gráfica Ángulo vs. Tiempo (s)



Figura 5. 2 Índice de Desempeño ante Respuesta al cambio de referencia tipo escalón de la Planta Simulada con Reubicación de Polos. Gráfica Índice vs. tiempo



Figura 5. 3 Respuesta al Cambio Tipo Escalón de la Planta Real con Reubicación de Polos

Gráfica Ángulo vs. Tiempo(s)



Figura 5. 4 Índice de Desempeño ante Respuesta al Cambio de Referencia Tipo Escalón de la Planta Real Gráfica Índice vs. tiempo

5.3 Prueba experimental de control con optimización



Figura 5. 5 Respuesta al Cambio de referencia Tipo Escalón de la Planrta Simulada con LQR Gráfica Ángulo vs. Tiempo (s)



Figura 5. 6 Índice de Desempeño ante Respuesta al Cambio de Referencia Tipo Escalón de la Planta Simulada Gráfica Índice vs. tiempo



Figura 5. 7 Respuesta al Cambio de Referencia Tipo Escalón de la Planta Real con LQR. Gráfica Ángulo vs. Tiempo (s)



Figura 5. 8 Índice de Desempeño ante Respuesta al cambio de Referencia Tipo Escalón de la Planta Real con LQR Gráfica Índice vs. tiempo

6.- Resultados

6.1 Introducción

En el presente capítulo, se muestran algunos resultados de pruebas experimentales utilizando la planta. Estos resultados están generados por medio de las simulaciones realizadas por medio del software Matlab- Simulink, utilizando el modelo teórico y el modelo experimental.

En las tablas que se encuentran más adelante, se muestran dichos resultados obtenidos con el ensamblaje descrito en los capítulos anteriores.

6.2 Resultados de la prueba experimental del controlador por

reubicación de polos.

El resultado del índice seleccionado para optimización, en este caso fue 10,5. Como se observa en la Tabla 6.1

TIPO DE CONTROLADOR	CAMBIO DE REFERENCIA		INDICE DE DESEMPEÑO	ERROR
	Ts [S]	SP[%]	ÌNDICE	ESTACIONARIO
REUBICACIÓN DE POLOS (PLANTA SIMULADA)	1.42	22.3	88.64	0
REUBICACIÓN DE POLOS (PLANTA REAL)	0.86	No medible	103.9	6%(Aprox.)

Tabla 6. 1 Índice de desempeño de controlador por Reubicación de Polos

Se puede apreciar que el sistema real se lo puede considerar estable en un tiempo menor que el que se obtuvo en el sistema modelado. Sin embargo, el sobrenivel porcentual en el sistema real, no es medible porque existen muchas perturbaciones que generan pequeñas oscilaciones en su respuesta, que además incrementan el índice de desempeño seleccionado y generan un error apreciable cuando al sistema se lo considera estable.

6.3 Resultados de la prueba experimental de control con

optimización

El resultado del índice seleccionado para optimización, en este caso fue 1,5. Como se observa en la Tabla 6.2

TIPO DE CONTROLADOR	CAMBIO DE REFERENCIA		INDICE DE DESEMPEÑO	ERROR
	Ts [S]	SP[%]	INDICE	ESTACIONARIO
LQR (PLANTA SIMULADA)	0.72	2.5	87.59	0
LQR (PLANTA REAL)	1.03	No medible	91.4	15%(Aprox.)

Tabla 6. 2 Índice de desempeño de LQR

Se puede apreciar que el sistema real se lo puede considerar estable en un tiempo mayor que el que se obtuvo en el sistema modelado. Sin embargo, el sobrenivel porcentual en el sistema real, no es medible porque existen muchas perturbaciones que generan pequeñas oscilaciones en su respuesta, que además incrementan el índice de desempeño seleccionado y generan un error apreciable cuando al sistema se lo considera estable.

CONCLUSIONES

La vivencia de haber trabajado en el modelado, diseño e implementación de un sistema de elevación mecatrónico, ha sido una gran experiencia ya que se ha recorrido varios conocimientos como son la matemática en el modelado y en el diseño de mismo por medio de la simulación y finalmente demostrar todo esto mediante la implementación del mismo. Además, de hacer una retrospectiva y repaso de un problema clásico de control automático como es el de un sistema pendular con fuerza externa.

Es un prototipo ideal, ya que por medio de lo práctico puede ayudar a entender mejor y ampliar una visión acerca dela relación entre las matemáticas, la simulación numérica y el diseño de sistemas de control SISO.

El sistema mecatrónico implementado se lo puede representar como un péndulo físico forzado, que es un sistema físico inestable, donde se puede observar que tiene elementos difíciles de modelar, como por ejemplo la fricción que es no uniforme, entre otros. A pesar de este pequeño y gran detalle, los objetivos del proyecto se cumplieron, ya que se consiguió implementar un control de espacio de estado que mantiene al sistema en una posición muy cercana al punto deseado diseñado mediante el modelado, la simulación y la identificación de la planta.

Para la arquitectura del sistema mecatrónico se planteó su dibujo en AutoCAD, un sistema que habilite la rotación de una viga que se encuentra pivoteada en el centro de manera vertical. Esta rotación tiene límite dada por una traba mecánica. Después, es muy necesario verificar que cuando esté funcionando la planta que el ángulo de rotación sea el real por lo que se instaló un graduador con una escala de grados con un puntero mecánico.

Como al estar trabajando en la lectura de las señales, que ingresan y salen del computador, que son producidas por el sensor (encoder) y la señal que va al microcontrolador hacia el motor que controla las hélices, agotaban muchos recursos del computador al ser tratados por Matlab, desde el puerto serial (USB) se requirió a la incorporación de un microcontrolador para así convertir las señales digitales a analógicas para su lectura y así mismo para tomar las señales analógicas dadas por Simulink y cambiarlas a señales PWM que cumplen con las detalles requeridos para el controlador de velocidad del motor.

Para efectuar tanto la simulación como el control y la interacción hombre – máquina se utilizó una computadora personal y como comunicación entre la Pc y la planta se empleó un microcontrolador y una tarjeta de adquisición de datos USB – 6009 como interfaz para controlar la planta, la programación se realizó en Matlab – Simulilnk y Simscape.

Con respecto al modelamiento matemático físico de la planta, se puede indicar que esta es simplemente una aproximación porque existen variables que son cambiantes que no se pueden calcular, por lo que es ahí que se precisa utilizar una identificación del sistema en forma dinámica, por medio de Matlab.

Al trabajar con los motores brushless, se puede indicar que aunque es un poco complicada la manera de manipularlos y configurarlos, se logran llevar a un funcionamiento y trabajo se ahorra trabajo en el mantenimiento. Es así también, como la tarjeta de potencia diseñada para la alimentación del motor cumple con los detalles de poder; sin embargo, genera una mayor temperatura en los transistores de potencia, por lo que, se construyeron radiadores metálicos o disipadores de calor para mantener la temperatura baja y añadiéndoles dos coolers o ventiladores para lograr una mejor disipación de calor. En este proyecto el diseño de control del sistema físico logró resultados muy buenos y con una excelente Controlabilidad entre ángulos de -70° a 0° .

Al realizar la identidad del sistema físico se utilizaron varios métodos de identificación para luego desarrollar el controlador adecuado, esas técnicas se utilizan para identificar la dinámica del sistema. Se utilizaron distintas distribuciones de parámetros de identificación de modelos como por ejemplo: ARX, ARMAX, OE, BJ, etc., y estas fueron evaluadas para identifica la mejor aproximación al sistema real. Es muy importante indicar que en el transcurso de la identificación del sistema, al obtener los distintos modelos, se tiene que seleccionar un modelo el cual sea el más aproximado a la actuación del sistema conforme a la señal de entrada, y que al mismo tiempo no sea un modelo muy confuso o complicado ya que esto representaría un proceso muy complejo en lo que respecta al diseño del controlador.

Por otro lado, la tarjeta de adquisición de datos NI DAQ 6009, mostró un muy buen funcionamiento, con lo que se alcanzó tener una comunicación segura con el software Matlab – Simulink, con una tasa de tiempo de muestro de 3ms y con esto se logró establecer una muy óptima lectura de las mediciones del sensor, además del envío de los datos y su recepción, sin pérdidas de comunicación ni de datos.

Es muy importante recalcar que al plantear y adecuar el control por modelos de espacio de estado requiere un menor tiempo que otros tipos de controladores como P.I.D., entre otros, porque el controlador por espacio de estados se basa en la descripción de la actuación de los sistemas dinámicos utilizando un sistema de ecuaciones diferenciales de orden uno, es decir se basa en una teoría netamente matemática, mientras que por ejemplo un controlador P.I.D. requiere la experiencia en la sintonización de las constantes de control proporcional, integral y derivativo para obtener un control adecuado.

Conforme a los objetivos específicos del proyecto se puede indicar que:

1. Se logró implementar el sistema mecánico y eléctrico de la planta.

2. Se adquirió por medio de las leyes físicas para el movimiento de rotación de la planta, un modelo matemático con el cual, luego, se alcanzó ejecutar el control del sistema mecatrónico con espacio de estados y luego optimizar el mismo por medio de un regulador óptimo cuadrático (LQR).

3. Se logró comprobar que por medio del algoritmo de control que en este proyecto fue realizado con el método de espacio de estados y con el cual se logró controlar el sistema, es decir, que el sistema es controlable y observable y que es viable fijar la posición angular de la planta por medio del control.

4. También se demostró que se mejoró el tiempo con el regulador óptimo cuadrático, con los pesos de las matrices que corresponden a la función de costo o índice de desempeño J.

5. Se realizó las comparaciones y evaluaciones de las respuestas del sistema a los cambios de referencia y/o perturbaciones.

Se puede mejorar la seguridad en el manejo del sistema, instalando una malla protectora para evitar contacto alguno con la hélice. ´

Futuros trabajos

El trabajo presentado ofrece un análisis del control por espacio de estados y una optimización por medio del control óptimo cuadrático. Es muy importante mencionar que este tipo de control y optimización pueden realizarse como trabajo en el futuro por medio de otros métodos de control, como puede ser un control difuso o lógica difusa (Fuzzy Logic) y optimizando el sistema por medio de algoritmos genéticos o neuronales, para mejorar actuación.

Las leyes de control discutidas anteriormente pueden implementarse en una unidad completamente en sistemas como Raspberry Pi, para que el sistema sea embebido. En lugar del dominio de la frecuencia (S), se puede utilizar por medio del dominio discreto (Z) para así diseñar por medio de controladores digitales para muy posiblemente reducir el tiempo y aumentar la velocidad de operación.

En adición a lo anterior, como trabajo en el futuro, se puede realizar la ejecución de los comandos necesarios tanto para el control como para la optimización en Programación en Paralelo por medio de Matlab o de otros lenguajes de programación como en C o por medio de Lab – View y ejecutar la programación "normal" por medio del acceso a una gran cantidad de hilos de ejecución que muy posiblemente facilitaría aún más el trabajo de monitoreo y de tiempo de muestreo.

Finalmente, este sistema mecatrónico, puede ser utilizado en cualquier aplicación de similares condiciones en tiempo real.

GLOSARIO

Ajustar: Es modificar el flujo de información o datos (masa, energía, etc.) por medio de loa elementos de control.

Algoritmo: Es una secuencia de instrucciones o conjunto de instrucciones que por medio de una serie de datos y pasos lógicos se llega a la solución de un problema.

Control: Es un conjunto de acciones realizadas en un proceso de tal manera que las variables consigan y conserven un valor deseado.

Control en lazo abierto: Es un tipo de control en el que la salida del sistema no afecta la acción de control. Sin embargo, no tiene un correcto funcionamiento cuando existen perturbaciones y el control depende de su calibración.

Control en lazo cerrado: Es un control donde existe una dependencia entre la salida del sistema y la entrada de referencia y contrastando esta diferencia y utilizando este valor como una forma de control.

Controlador: Es el conjunto de elementos (mecánico, software, electrónico) que es consecuencia de aplicar el control a un problema en un sistema. La función del controlador es que alcance y hacer permanecer la variable de control en un valor deseado, y esto lo hace calcula calculando el error.

Diagrama de bloques: Al tener un sistema, el diagrama de bloques, es una representación gráfica de cada una de las funciones que tiene cada componente, y su respectivo flujo de señales.

Error: Es la diferencia entre la señal de referencia y la señal de salida real.

Espacio de estados: En sistema dinámico, el espacio de n dimensiones cuyos ejes de coordenadas están formados por las variables de estado y vectores de estado, se denomina espacio de estados.

Función de transferencia: La función de transferencia de un sistema representado por medio de una o varias ecuaciones diferenciales lineales y que no varían en el tiempo se conceptúa como simplemente la razón entre la función de salida o también llamada función de respuesta y la función de entrada o denominada también función de excitación, previamente linealizadas por medio de series de Taylor o por el método de Laplace, tomando en cuenta que se deben tener condiciones iniciales iguales a cero.

Modelo matemático: Es una representación precisa de un sistema y por medio de leyes físicas se obtienen un conjunto de ecuaciones que representan la dinámica de dicho sistema. Un sistema dinámico, podría ser representado de diversas formas, por lo que obtendrían diferentes representaciones.

Optimización: Es un conjunto de reglas para alcanzar mediante específicas condiciones, se consigan, cada uno de los estados del proceso de control conforme con la función de desempeño o índice de costo o eficiencia, ya sea que se alcancen los valores máximos o mínimos requeridos.

Planta: Es un conjunto de elementos físicos que se desean controlar. La planta puede ser un motor, un avión, sistemas neumáticos, etc.

Perturbación: Es todo un conjunto de señales o actuaciones internas o externas que tienden a modificar el valor deseado de la salida del sistema.

Referencia: Se define como referencia de un sistema de control, a la variable que se coloca desde el exterior del sistema y que no varía o no es influida por el mismo.

Sensor: Se define como un dispositivo para medir una variable física, y que por medio de un transductor, transforma una variable física, por ejemplo la fuerza, temperatura, etc., en otra señal más apropiada para el procesamiento de información.

Señal de salida: Es una variable la cual se quiere controlar, también se la denomina variable controlada. Estas variables pueden ser de posición, de velocidad, de presión, etc.

Sistema: Es la composición de elementos o dispositivos que actúan en conjunto para alcanzar un objetivo determinado.

Sistema dinámico: Es un sistema cuyo valor de salida en el tiempo actual depende del valor de la entrada en el pasado.

Sistema lineal Es un sistema que su comportamiento físico se lo puede representar como un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias lineales (EDO) de primer orden.

Tiempo de muestreo: Es el tiempo que ocurre entre dos momentos en los que se toman valores o muestras en el sistema de control.

Variables de estado: Al referirnos a sistema dinámico, sus variables de estado, son las que forman un grupo más pequeño de variables que establecen el estado del sistema dinámico.

Vector de estado: Al trabajar con un sistema dinámico, se necesitan n variables de estado para representar totalmente el comportamiento de un sistema dinámico específico, es así como, estas n variables de estado se suponen como los n componentes de un vector, el cual se denomina vector de estado.

APÉNDICES

APÉNDICE A PROGRAMACIÓN EN MATLAB
```
%% CONTROLADOR EN VARIABLES DE ESTADO PLANO VERTICAL
clear all; clc; close all;
% Planta
G= tf([-0.001368507897150 -0.478539324119779
2.547259148910152]*1e4,...
    [0.01 0.107208767320212 0.300140961655740
1.396489218076727]*100);%Gm planta en Continuo del
Motor
sys = ss(G)
% sys = canon(sys, 'companion')
[A, B, C, D] = ssdata(sys);
%% LOR SIN MANIPULACION DE PESOS
% Observador Planta Simu v1 lqr pregain.slx
Q = 0.05 \times C' \times C; \ \&Q=0.01 \ y \ R=10 \ y \ k1=15.169/1000
R = 50;
               %Q=0.08 y R=50 y k1=32.0975/1000
K = lqr(A, B, Q, R)
p = [-1 - 1 + j - 1 - j] * 2.5;
polos=8*p
ke=place(A',C',polos)
ke=ke'
%% LLAMADO DEL PROGRAMA SIMULACION Y GRAFICA SALIDA
% Observador Planta Simu v1 lqr pregain.slx
% sim('Observador Planta Simu v1 lqr pregain.slx');
tim2=ScopeData2(:,1);
yref=ScopeData2(:,2);
yout=ScopeData2(:,3);
figure(1);
plot(tim2,yref,'m',tim2,yout,'b')
%title('Respuesta al cambio de referencia tipo
escalón de la planta real con LQR')
title ('Respuesta al cambio de referencia tipo escalón
de la planta simulada con LQR')
legend('Referencia', 'Salida')
grid on
%% GRAFICO DE INDICE DE DESEMPEÑO CUADRATICO LINEAL
CON PLANTA REAL
```

```
% Observador Planta Real Indice v1.slx
```

```
tim1=ScopeData1(:,1);
iout=ScopeData1(:,2);
figure(2);
plot(tim1, iout)
title ('Indice de Desempeño Cuadratico Lineal ante
respuesta al cambio de referencia tipo escalón de la
planta real con Reubicacion de Polos')
grid on
%% GRAFICO DE INDICE DE DESEMPEÑO CUADRATICO LINEAL
CON PLANTA SIMULADA
% Observador Planta Simu v2 pregain.slx
% Observador Planta Simu v1 lqr pregain.slx
time1=ScopeData1.time;
ind1=squeeze(ScopeData1.signals.values)
figure(2);
plot(time1, ind1)
title ('Indice de Desempeño Cuadratico Lineal ante
respuesta al cambio de referencia tipo escalón de la
planta simulada con LQR')
grid on
%% % ANALISIS DE CONTROLABILIDAD
sys = ss(G)
co = ctrb(sys);
controllability = rank(co)
%% % ANALISIS DE OBSERVABILIDAD
ob = obsv(sys);
observability = rank(ob) %% CONTROLADORES POR ESPACIO
DE ESTADO CON REUBICACION DE POLOS Y OPTIMIZACION LQR
clear all; clc;
% Planta
G= tf([-0.001368507897150 -0.478539324119779
2.547259148910152]*1e4,...
    [0.01 0.107208767320212 0.300140961655740
1.396489218076727]*100);%Gm planta en Continuo del
Main Motor
% sys = canon(G, 'companion')
[num, den] = tfdata(G, 'v')
```

```
% FORMA CANONICA OBSERVABLE
A = [eye(2); zeros(1,2)];
A = [-den(2:4)' A]
B = num(2:4)'
C = [1 \ 0 \ 0]
% [A,C,B,D] = ssdata(G);
D = 0
% Reubicación de polos
p = [-5 - 1 + 2j - 1 - 2j] * 2;
k^2 = place(A, B, p)
% Observador
polos=20*[-1 -1+1j -1-1j]
ke=place(A',C',polos);
ke=ke'
%% LOR
Q = C'*C; %Q=0.01 y R=10 y k1=15.169/1000
Q(1,1) = 1e-1;
Q(2,2) = 1e-5;
Q(3,3) = 0;
Q
R = 500;
                %Q=0.08 y R=50 y k1=32.0975/1000
K = lqr(A, B, Q, R)
%% CALCULO DEL INDICE DE DESEMPEÑO
% Observador Planta Simu v2 pregain.slx
% Observador Planta Simu v1 lqr pregain.slx
% Observador Planta Real Indice v1.slx
data_indice_RUP_2017_12_28_2212
% Observador Planta Real Indice LQR v1.slx
data indice LQR 2017 12 28 2209
%% LLAMADO DEL PROGRAMA SIMULACION Y GRAFICA SALIDA
% Observador Planta Simu v1 lqr pregain.slx
% sim('Observador_Planta_Simu_v1 lqr pregain.slx');
tim2=ScopeData2(:,1);
yref=ScopeData2(:,2);
yout=ScopeData2(:,3);
figure(1);
plot(tim2,yref,'m',tim2,yout,'b')
```

```
title ('Respuesta al cambio de referencia tipo escalón
de la planta simulada con LQR')
%title('Respuesta al cambio de referencia tipo
escalón de la planta simulada con Reubicacion de
Polos')
legend('Referencia', 'Salida')
grid on
%% GRAFICO DE INDICE DE DESEMPEÑO CUADRATICO LINEAL
CON PLANTA REAL
% Observador Planta Real Indice v1.slx
tim1=ScopeData1(:,1);
Uout=ScopeData1(:,2);
figure(2);
plot(tim1,Uout)
title ('Indice de Desempeño Cuadratico Lineal ante
respuesta al cambio de referencia tipo escalón de la
planta real con LQR')
grid on
%% GRAFICO DE SEÑAL DE CONTROL
tim0=ScopeData(:,1);
Uout=ScopeData(:,2);
figure(2);
plot(tim0,Uout)
title('Señal de Control ante respuesta al cambio de
referencia tipo escalón de la planta simulada con
LOR')
grid on
```

APÉNDICE B HOJA DE DATOS DE LOS PRINCIPALES COMPONENTES ELECTRÓNICOS DEL SISTEMA

B.1. Hoja de datos del motor sin escobillas Graupner

Genius Race 80R con controlador electrónico de velocidad (ESC)







7156 Genius Race II 80R

7158 Genius Race 120R





CONTENTS:

1.	Introduction	01
2.	Warnings	01
3.	Connecting Motor - Battery	02
4.	ESC Stick Position Setup	03
5.	User Mode Setup	03
6.	Error Descriptions	05
7.	Firmware Updates	
8.	Specifications	07
9.	Warranty	09

GRAUPNER GmbH & Co. KG - Postfach 1242 - 73230 Kirchheim/Teck - www.graupner.de



These operating instructions are part of this product. They contains important notes to the operation and handling. Please take this into consideration when you pass on the product to third parties. Neglect of the operating instructions and the safety instructions lead to expiring the warranty.

Graupner constantly work on the advancement of all remote control systems; changes of the scope of delivery in form, technology and equipment we must reserve ourselves therefore. Please have understanding for the fact that from data and illustrations of this operating instructions no requirements can be derived. *Please keep these instructions for further reference!*

1. INTRODUCTION

Congratulations for buying this state of the art brushless and brushed speed controller. It is adapted for use with high efficient and powerful brushless motors.

Important notice: Please read this manual carefully before using your controller. Only then can you have full profit of the potential of your controller, and avoid mistakes.

2. WARNINGS:

- The controller's CE certificate doesn't unbind users from their obligation to use ultimate caution
- Should the motor refuse to start up, or after a crash, then you should immediately set the transmitter's control stick to the OFF position to avoid any overload to the controller.
- Use only motors delivered by GM-Racing or Graupner which are designed for the intended range of voltages!
- Use only high performance batteries by Graupner or GM-Racing. Using batteries with an increased internal resistance may lead to the destruction of the controller! Do never use a power supply.
- Never leave your transmitter unattended when a battery is connected. In case of a deficiency this
 may cause an outbreak of fire on the model or its environment.
- Neither the controller nor any other electronic components should ever come in touch with water. Protect the controller against dust, dirt, humidity, vibrations, or other dangerous elements (with the exception of water-sealed controllers).
- Never run the motor on a separate battery. This will destroy the controller or the motor, and leads to the loss of our warranty.
- Never mix up polarities. Use plug systems which offer protection against wrong polarity. Avoid shortcircuiting and blocking the motors.
- All cables and connectors should have good insulation. Short-circuits may lead to the destruction
 of your motor.
- This product isn't designed for use by children under the age of 14, it isn't a toy!
- Graupner-controllers are designed for use in battery-driven, radio-controlled models only, any other use is not permissible. Using this device on a passenger-carrying model is forbidden!
- Motors, gears or gearboxes, and propellers are dangerous objects. Never keep next to or in front of the danger area of the drive!
- Technical defects or failures of mechanical or electronic parts may lead to an unexpected start-up of the motor, with parts of it flying off, maybe causing severe injuries.
- Always check the service range of transmission of your model first thing while it's still on the ground
- (hold the model tightly!). Try again with motor on and also with fast changes of the throttle stick.
 Don't make any changes on the structure and design of your controller unless they are described
- in the manual!
 Limited warranty: Graupner Ltd cannot survey the proper application of the mounting and using regulations, nor the working methods and conditions during the installation, use, operation, and servicing of the controller. Therefore Graupner Ltd cannot take on any liability for any loss, damage, or costs resulting from an incorrect use or operation of the product, or connected in any way with incorrect use or operation.
- Only those components and accessory parts which have been recommended by us may be used.
 Use only genuine and matching Graupner connectors and accessory parts.
- Make sure whenever you start connecting and operating the controller, that:

Manual Genius Race



- your transmitter is the only one working on that frequency, .
- . is switched on,
- .
- and has the throttle set to position "STOP". Use only high-quality batteries by Graupner or GM-Racing. Cheap or old batteries with a high inter-• nal resistance may lead to poor
- performance or even to the destruction of the controller. .

3. CONNECTING MOTOR - BATTERY







This ESC can handle both brushless DC motor and brushed DC motor, therefore, you do need great care when connecting the ESC with a motor to be used. (see the figure below for the correct configuration between the ESC and a motor).

Manual Genius Race



Note: when using a brushed DC motor, please ensure that the configuration between the ESC and the motor must be in accordance with the selected application in the ESC (one way-forward or two wayre-versible). See the detailed configuration in the figure.

If soldering would be applied to the ESC over 5 seconds, it could damage the ESC.

4. ESC STICK POSITION SETUP

- ESC-Sounds : Do, Re, Mi, Fa, So, La, Ti Do.
- 1. Turn on the transmitter.
- 2. Connect the power battery, and switch on the ESC.
- If all connections are correctly completed, the motor should beep depending on the throttle stick location.

Do, Re ~~ Do, Re, Mi : If the stick is at the neutral position,

Do, Re ~~ : If the stick is at other position instead of neutral position.

- 4. If you press and hold the setup button for over 1second, the Green LED should flash. At this time, detach your hand from the button, then the Green LED should be ON and the motor should beep (So, So, La, La, So, So sound) to indicate that the neutral position has been set.
- Move the throttle stick to the full power position, then the red LED should be ON to indicate that the full power position has been set.
- 6. Move back the throttle stick to the full reverse or full brake position, then the red and Green LEDs should be ON to indicate that the full reverse or full brake position has been set.
- 7. Move the throttle stick to the neutral position, then the red and Green LEDs should flash alternatively, and the motor should beep (So, Fa, Mi, Re, Do sound), then the Green LED should be ON to indicate that the ESC is now ready to be used.

Note 1: It is ONLY necessary to make this initial throttle setup again if you are using a different transmitter or the settings have been changed.

Note 2: After switching on the ESC, the stick position setup COULD be done ONLY before a motor turns.

Note 3: If full power position setting can not be done, pls change the Throttle reverse / Normal.

5. USER MODE SETUP

- 1. Turn on the transmitter.
- 2. Connect the power battery, and switch on the ESC.
- 3. If all connections are correctly completed, the motor should beep depending on the throttle stick location.
- Do, Re ~~ Do, Re, Mi : If the stick is at the neutral position,

Do, Re ~~ : If the stick is at other position instead of neutral position.

4. If you press and hold the setup button for over 1 second, the Green LED should flash for 2 seconds then the red LED should immediately flash. At this time, detach your hand from the button, the motor should beep (Mi, Re, Do, Re, Mi sound), the red LED should flash once constantly to indicate that the ESC is now in the **User mode setting**.

Flashing repeatedly once enters the Motor type setting. 18 different program features can be set in this controllers as below.

In the programmable mode, if the setup button is shortly pressed and detached, it comes out of the programmable mode, the ESC is ready to be used.

- 1. Select Motor Type
- 2. Battery Type
- 3. Cut Off Voltage
- 4. Power Curve

03

Manual Genius Race



- 5. Advance Timing Timing 0° and motor type sensored = Zero Boost Modus, indicated by green LED flashing in neutral
- 6. Acceleration
- 7. Start Power
- 8. Start Current Limit Function
- 9. Current Limit Function
- 10. Reverse Function
- 11. Reverse Delay
- 12. Max Reverse Amount
- 13. Neutral Width
- 14. Speed Mixing Brake
- 15. ABS Brake Function
- 16. Auto Brake Amount
- 17. Minimum Brake Amount
- 18. Maximum Brake Amount
- 19. Factory Setting

Every time the throttle stick is moved from the closed position to the full power position and again to the closed position (closed > full power > closed is one cycle) the program will change. The Red LED will flash in accordance with the features as follows

1) Red LED flashes once (Motor type setting available)

2) Red LED flashes twice (Battery type setting available)

18) Red LED flashes 18 times (Maximum Brake Amount setting available)

19) Red LED flashes 19 times (Factory setting available)

At the selected program function to be changed, if the throttle stick is stayed at the full power position for over 4 seconds, the red and green LED should flash to indicate that you can now change an existing parameter to a new parameter. In order to change the existing parameter, move the stick to the minimum or lower position then again to the full power position.

- The inside number of the brackets in the chart is the number of the LED flashing.
- The cutoff voltage in automatic mode is as like:
- LiPo: 3.2 V per cell = 1S: 3.2 V, 2S: 6.4 V autodetect number of cells
- LiFe : 2S: 4.4 V
- NiMh/ NiCd : 4-6 cells, the higher voltage between 3.0 V and 50% voltage when the switch is on.

After you select your wanted parameter, stay the throttle stick at the neutral position for over 4 seconds, the red LED should flash and the motor should beep (Mi, Re, Do, Re, Mi sound) to indicate that the selected parameter is stored at the ESC and other parameters can be selected.

After changing all parameters, if the button is shortly pressed, the ESC is now in standby mode. At this stage, if you want to change another program parameter, repeat the procedure above, or if all settings are complicated, turn off the speed controller.

- The ESC status when the ESC is powered on through by the setup button.
 - If the ESC receives correct signals from a receiver, the motor should beep (Do and Re sound), and if the throttle stick is at the neutral position at this time, the motor should beep (Do, Re, and Mi sound) to indicate the ESC is now in the standby mode.
 - If the ESC does not receive any signals from the receiver, the red LED should flash.

Note: Both stick position setting and programmable parameter setting can be ONLY proceeded through by the setup button right after the ESC is turned ONLY before a motor turns.

The LED status during operation		
Full Throttle	:	Red LED on
Neutral	:	Green LED on
Full Reverse or Full Brake	:	Both LED on
Error	:	Red LED flashes

Manual Genius Race



5 	Sensorless	Sensored	Brushed	Default		
1 Motor Type	Brushless Sens	orless (1) / Brushle	ss Sensored (2) / Brushed (3)	Sensored		
2 Battery Type	LiPo(1)/LiFe((2) / NiMh (NiCd) (3)	0	LiPo		
3 Cut Off Voltage	Auto (1) / 3,0 V	~ 6,5 V (0,1 V Step)	Auto		
4 Power Curve	Soft (1) / Linear	· (2) / Hard (3)		Linear		
5 Advanced Timing	0`(1) ~ 25`(6) /	0 (1) ~ 10 (6)		25' / 10		
6 Acceleration	Lowest (1) / Lov	w/Normal/High/H	lighest (5)	Highest		
7 Start Power	Lowest (1) / Lov	w/Normal/High/H	lighest (5)	Lowest		
8 Start Current Limiter	OFF, 10% (2) ~	OFF, 10% (2) ~ 100% (11)				
9 Current Limiter	OFF, 10% (2) ~	OFF, 10% (2) ~ 100% (11)				
10 Reverse Function	One Way (1) / 7	Two Way 1 (2) / Two	Way 2 (3)	Two Way (2)		
11 Reverse Delay	0.2 s(1) / 0.5s /	0.8s / 1.3s / 1.8 s /	2.5 s (6)	2.5 s		
12 M. Reverse Amount	20% (1) ~ 100%	6(9)		60%		
13 Neutral Width	Narrow (1) / No	rmal (2) / Wide (3)		Normal		
14 Speed Mixing Brake	0% (1) ~ 100%	(11)		0%		
15 A.B.SBrake	OFF (1) / Weak	OFF (1) / Weakest / Weak / Normal / Strong / Strongest (6)				
16 Auto Brake Amount	0 % (1) ~ 100	0 % (1) ~ 100% (11)				
17 Min. Brake Amount	0 % (1) ~ 100	30%				
18 Max. Brake Amount	0 % (1) ~ 1009	6 (11)		100%		
19 Facory Setting	All parameters	to be initialized as fa	actory default values (2)			

6. Error description

No Signal: The red LED should be off for 1 second then flash. After 5 seconds, the red LED should be OFF then waiting for the proper signal.

Low Battery: The red LED should be off for 1 second then double flashes repeatedly.

Sensor Error: it is automatically converted to sensorless mode, and you can check the error status ONLY in the programmer.

High Temperature: The red LED should be off for 1 second then 4times- flashes repeatedly.

Under the ESC connected to the programmer, max speed, average speed, max temperature, and
max currents can be seen on the screen of the programmer. Once the ESC is correctly connected
with the programmer, the previous traveling data is automatically removed. And, the after switching
on the ESC, if the throttle stick stays at the neutral position for over 5 seconds, the previous traveling data is also automatically removed.

When doing factory setting, the motor type and stick position should stay as they are.

 Please make sure the configuration between the ESC and the motor. Otherwise, it can damage the ESC. You do need great care, especially when change

Manual Genius Race

B.2. Sensor de ángulo o encoder incremental óptico AVAGO HEDS-9100

HEDS-9000/9100

Two Channel Optical Incremental Encoder Modules

Data Sheet





Description

The HEDS-9000 and the HEDS-9100 series are high performance, low cost, optical incremental encoder modules. When used with a codewheel, these modules detect rotary position. The modules consist of a lensed (LED) source and a detector IC enclosed in a small C-shaped plastic package. Due to a highly collimated light source and unique photodetector array, these modules are extremely tolerant to mounting misalignment.

The two channel digital outputs and the single 5 V supply input are accessed through five 0.025 inch square pins located on 0.1 inch centers.

Standard resolutions for the HEDS-9000 are 500 CPR and 1000 CPR for use with a HEDS-6100 codewheel or equivalent.

For the HEDS-9100, standard resolutions between 96 CPR and 512 CPR are available for use with a HEDS-5120 codewheel or equivalent.

Features

- High performance
- High resolution
- Low cost
- Easy to mount
- No signal adjustment required
- Small size
- -40°C to 100 °C operating temperature
- Two channel quadrature output
- TTL compatible
- Single 5 V supply

Applications

The HEDS-9000 and 9100 provide sophisticated motion detection at a low cost, making them ideal for high volume applications. Typical applications include printers, plotters, tape drives, and factory automation equipment.

Note: Avago Technologies encoders are not recommended for use in safety critical applications. Eg. ABS braking systems, power steering, life support systems and critical care medical equipment. Please contact sales representative if more clarification is needed.

ESD WARNING: NORMAL HANDLING PRECAUTIONS SHOULD BE TAKEN TO AVOID STATIC DISCHARGE.

Theory of Operation

The HEDS-9000 and 9100 are C-shaped emitter/detector modules. Coupled with a codewheel, they translate the rotary motion of a shaft into a two-channel digital output.

As seen in the block diagram, each module contains a single Light Emitting Diode (LED) as its light source. The light is collimated into a parallel beam by means of a single polycarbonate lens located directly over the LED. Opposite the emitter is the integrated detector circuit. This IC consists of multiple sets of photodetectors and the signal processing circuitry necessary to product the digital waveforms.

The codewheel rotates between the emitter and detector, causing the light beam to be interrupted by the pattern of spaces and bars on the codewheel. The photodiodes which detect these interruptions are arranged in a pattern that corresponds to the radius and design of the odewheel. These detectors are also spaced such that a light period on one pair of detectors corresponds to a dark period on the adjacent pair of detectors. The photodiode outputs are then fed through the signal processing circuitry resulting in A, \overline{A} , B, and \overline{B} . Two comparators receive these signals and produce the final outputs for channels \overline{A} and \overline{B} . Due to this integrated phasing technique, the digital output of channel A is in quadrature with that of channel B (90 degrees out of phase).



HEDS-9x00



Block Diagram



t ⊨____ c____

Output Waveforms



Definitions

Count (N): The number of bar and window pairs or counts per revolution (CPR) of the codewheel.

1 Shaft Rotation = 360 mechanical degrees, = N cycles. 1 cycle (C) = 360 electrical degrees (°e),

= 1 bar and window pair.

Pulse Width (P): The number of electrical degrees that an output is high during 1 cycle. This value is nominally 180°e or 1/2 cycle.

Pulse Width Error (ΔP): The deviation, in electrical degrees of the pulse width from its ideal value of 180°e.

State Width (S): The number of electrical degrees between a transition in the output of channel A and the neighboring transition in the output of channel B. There are 4 states per cycle, each nominally 90°e.

State Width Error (Δ S): The deviation, in electrical degrees, of each state width from its ideal value of 90°e.

Phase (ϕ) : The number of electrical degrees between the center of the high state of channel A and the center of the high state of channel B. This value is nominally 90°e for quadrature output.

Phase Error ($\Delta \phi$): The deviation of the phase from its ideal value of 90°e.

Direction of Rotation: When the codewheel rotates in the direction of the arrow on top of the module, channel A will lead channel B. If the codewheel rotates in the opposite direction, channel B will lead channel A.

Optical Radius (R_{op}) : The distance from the codewheel's center of rotation to the optical center (O.C.) of the encoder module.

Absolute Maximum Ratings

Storage Temperature, T _s	-40°C to 100°C		
Operating Temperature, T _A	-40°C to 100°C		
Supply Voltage, V _{cc}	-0.5 V to 7 V		
Output Voltage, V _o	-0.5 V to V _{cc}		
Output Current per Channel, I _{out}	-1.0 mA to 5 mA		

Recommended Operating Conditions

Parameter	Symbol	Min.	Тур.	Max.	Units	Notes
Temperature	т	-40		100	°C	
Supply Voltage	V _{cc}	4.5		5.5	Volts	Ripple < 100 mV _{p-p}
Load Capacitance	C,			100	pF	3.3 k Ω pull-up resistor
Count Frequency	f			100	kHz	Velocity (rpm) x N 60

Note: The module performance is guaranteed to 100 kHz but can operate at higher frequencies.

Encoding Characteristics

Encoding Characteristics over Recommended Operating Range and Recommended Mounting Tolerances. These Characteristics do not include codewheel/codestrip contribution.

Description	Sym.	Тур.	Case 1 Max.	Case 2 Max.	Units	Notes	
Pulse Width Error	ΔΡ	30	40		°e		
Logic State Width Error	ΔS	30	40		°e		
Phase Error	Δφ	2	10	105	°e		

Electrical Characteristics

Electrical Characteristics over Recommended Operating Range, typical at 25°C.

Parameter	Symbol	Min.	Typical	Max.	Units	Notes
Supply Current	Ι _α		17	40	mA	HEDS-9100 All Series, HEDS-9000 #A00, B00, and J00
Supply Current	I _{cc}		51	85	mA	HEDS-9000 #T00 and U00
High Level Output Voltage	V _{OH}	2.4			Volts	I _{oH} = -40 μA max.
Low Level Output Voltage	Vol			0.4	Volts	I _{oL} = 3.2 mA
Rise Time	t,		200		ns	C _L = 25 pF
Fall Time	t,		50		ns	$R_i = 11 k\Omega$ pull-up

Derating Curves over Extended Operating Frequencies (HEDS-9000/9100)

Below are the derating curves for state, duty, phase and $V_{_{OH}}$ over extended operating frequencies of up to 240 kHz (recommended maximum frequency is 100 kHz). The curves were derived using standard TTL load. -40°C operation is not feasible above 160 kHz because $V_{_{OH}}$ will drop below 2.4 V (the minmum TTL for logic state high) beyond that frequency.



137

Recommended Codewheel Characteristics

6



Codewheel Options

HEDS Series	CP R (N)	Option	Optical Radius mm (in.)
5120	96	К	11.00 (0.433)
5120	100	С	11.00 (0.433)
5120	192	D	11.00 (0.433)
5120	200	E	11.00 (0.433)
5120	256	F	11.00 (0.433)
5120	360	G	11.00 (0.433)
5120	400	н	11.00 (0.433)
5120	500	А	11.00 (0.433)
5120	512	I.	11.00 (0.433)
6100	500	А	23.36 (0.920)
6100	1000	В	23.36 (0.920)

Parameter	Symbol	Minimum	Maximum	Units	Notes
Window/Bar Ratio	φ,/φ,	0.7	1.4		
Window Length	Lw	1.8 (0.071)	2.3 (0.09)	mm (inch)	
Absolute Maximum Codewheel Radius	R_{c}		R _{OP} + 1.9 (0.0075)	mm (inch)	Includes eccentricity errors

Mounting Considerations











Figure 4. Mounting as Referenced to Side A.

Figure 5. Mounting as Referenced to Side B.

B.3. Disco de código AVAGO HEDS-5120

HEDS-51X0/61X0 Series, HEDG-512X/612X Series HEDM-512X/61XX Series

Two and Three Channel Codewheels for use with Avago Technologies Optical Encoder Modules

Data Sheet





Description

Avago Technologies offers a wide variety of codewheels for use with Avago Technologies' HEDS-9000, HEDS-9100, HEDS-9040, and HEDS-9140 series Encoder Modules. Designed for many environments, applications, and budgets, Avago Technologies' codewheels are available in Glass, Film, and Metal. These codewheels are available in resolutions from 96 Counts Per Revolution (CPR) to 1024 CPR on an 11 mm optical radius and 500 to 2048 CPR on a 23.36 mm optical radius.

Each of the three codewheel materials offers a certain advantage. Metal codewheels are the most versatile, with a temperature rating up to 100°C, resolution to 512 CPR (28 mm diameter), as well as 2 and 3 channel outputs. Film codewheels offer higher resolution (up to 1024 CPR on a 28 mm diameter) with an operating temperature of 70°C. Glass codewheels combine the best of film and metal, offering a temperature rating of 100°C and resolutions to 1024 CPR on a 28 mm diameter.

In addition, each material offers a specific reliability rating. It is important to consider the specific application operating environment, long term operating conditions, and temperature ranges when choosing a codewheel material.

Also See:

- HEDS-9000/HEDS-9100 Encoder Module Data Sheet
- HEDS-9000/9100/9200 Extended Resolution Encoder Module Data Sheet
- HEDS-9040/9140 Three Channel Encoder Module
 Data Sheet
- HEDS-9700 Small Encoder Module Data Sheet

Features:

- · Codewheels Available in Glass, Film, and Metal
- Available in Two Standard Diameters
- Cost Effective
- Resolutions from 96 CPR to 2048 CPR
- For Use with HEDS-90XX/91XX Series Two and Three Channel Encoders
- Lead Free

Absolute Maximum Ratings

It is important to consider the environment in which the codewheels will be used when selecting a codewheel material. In brief, metal codewheels are rugged, but do not offer higher resolution capabilities. Film codewheels allow higher resolution, but cannot endure the same temperatures and high humidity as metal. Glass codewheels offer both high temperature and higher resolution, but are also more expensive. Consider the following rating table when choosing a codewheel material.

D	Combal	HEDS-XXXX	HEDM-XXXX	HEDG-XXXX
Parameter	Symbol	Metal Codewneels	Film Codewneels	Glass Codewneels
Storage	T,	-40°C to +100°C	-40°C to +70°C	-40°C to +100°C
Temperature	3	Construction Construction Process on the Decision System Construction Construction Construction Process Construction Co	 Disconsister of the state of th	
Operating	Τ,	-40°C to +100°C	-40°C to +70°C	-40°C to +100°C
Temperature	0			
Humidity			non condensing	
Velocity		30,000 RPM	30,000 RPM	12,000 RPM
Shaft Axial Play		±0.25 mm	±0.175 mm	±0.175 mm
		(±0.010 in)	(±0.007 in)	(±0.007 in)
Shaft Eccentricity		±0.1 mm	±0.04 mm	±0.04 mm
Plus Radial Play		(±0.004 in) TIR	(±0.0015 in) TIR	(±0.0015 in) TIR
Acceleration		250,000 Rad/Sec ²	250,000 Rad/Sec ²	100,000 Rad/Sec ²

Recommended Operating Conditions

	HEDS-XXXX	HEDM-XXXX	HEDG-XXXX
Parameter	Metal Codewheels	Film Codewheels	Glass Codewheels
Maximum Count Frequency	100 kHz	200 kHz*	200 kHz
Shaft Perpendicularity	±0.25 mm	±0.175 mm	±0.175 mm
Plus Axial Play	(±0.010 in)	(±0.007 in)	(±0.007 in)
Shaft Eccentricity Plus	±0.1 mm	±0.04 mm	±0.04 mm
Radial Play	(±0.004 in) TIR	(±0.0015 in) TIR	(±0.0015 in) TIR

Note: Avago Technologies Encoder Modules are guaranteed to 100 kHz, but can operate at higher frequencies. See Encoder Module Data Sheet for specifications and output load recommendations.

*HEDM-6140 is guaranteed to 100 kHz with the HEDS-9040 #T00 module.

Encoding Characteristics

Encoding characteristics over recommended operating range and recommended mounting tolerances unless otherwise specified. Values are for worst error over a full rotation. Please refer to Encoder Module Data Sheet for definitions of Encoding characteristics.

Reliability

In addition to the absolute maximum specifications of codewheels, the environment characteristics of the application are also important. For example, consistent, large temperature swings over the life of the product will affect the codewheel performance characteristics depending on the material. The following reliability table shows results of lifetests under varying conditions of temperature and humidity.

Part Number	Description	Symbol	Min.	Тур.	Max.	Units
HEDS-51XX	Cycle Error	ΔC		3	5.5	°e
	Position Error	Δθ		10	40	min. of arc
HEDS-61XX	Cycle Error	ΔC		3	5.5	°e
	Position Error	Δθ		7	20	min. of arc
HEDM-512X	Cycle Error	ΔC		3	7.5	°e
	Position Error	Δθ		4	40	min. of arc
HEDM-61XX	Cycle Error	ΔC		3	7.5	°e
	Position Error	Δθ		2	20	min. of arc
HEDG-512X	Cycle Error	ΔC		3	7.5	°e
	Position Error	Δθ		4	30	min. of arc
HEDG-612X	Cycle Error	ΔC		3	7.5	°e
	Position Error	Δθ		2	15	min. of arc

Glass Codewheel Tests

Test	Duration	Number of Parts	Number of Failures
Storage at 100°C	1000 hours	44	0
Rotating at 100°C	500 hours	10	0
Temperature Cycle: -40°C to +100°C	500 cycles	98	0
Temperature/Humidity: 85°C/85% R.H.	500 hours	43	0

Film Codewheel Tests

Duration	Number of Parts	Number of Failures
1000 hours	118	0
500 hours	10	0
500 cycles	66	0
1000 cycles	64	0
1000 cycles	46	0
500 cycles	50	0
	Duration 1000 hours 500 hours 500 cycles 1000 cycles 1000 cycles 500 cycles	Duration Number of Parts 1000 hours 118 500 hours 10 500 cycles 66 1000 cycles 64 1000 cycles 46 500 cycles 50

Mounting Rotary Encoders with Codewheels

There are two orientations for mounting the Avago Technologies encoder module and Avago Technologies codewheel. Figure 1a shows mounting the module with side A as the mounting plane. Figure 1b shows mounting the module with side B as the mounting plane. When assembling the encoder and codewheel, it is important to maintain the tolerances of Side A of the module, and the image side of the codewheel. See module Data Sheets for these tolerances.

Mounting with Module Side A as the Mounting Plane

Mounting a high resolution or three channel encoder with Module Side A as the mounting plane requires alignment pins in the motor base. These alignment pins provide the necessary centering of the module with respect to the center of the motor shaft. In addition to centering, the codewheel gap is also important. Please refer to the respective encoder data sheet for necessary mounting information.

Mounting with Module Side B as the Mounting Plane, using Avago Technologies Assembly Tools

Avago Technologies offers centering tools and gap setting tools only for the case when the module is mounted with Side B down. Please refer to the Ordering Information Table to choose the correct assembly tools.



*Please note that the image side of the codewheel must always be facing the module Side A.

Assembly Instructions Using Avago Technologies Assembly Tools

Instructions

- 1. Place codewheel on shaft.
- 2. Set codewheel height:
 - a. Place the correct gap setting tool (per Ordering Information Table) on motor base, flush up against the motor shaft as shown in Figure 2. The shim has two different size steps. Choose the one that most closely matches the width of the codewheel boss. The shim should not contact the codewheel boss.
 - b. Push codewheel down against gap setting shim. The codewheel is now at the proper height.
 - c. Tighten codewheel setscrew.

- Insert mounting screws through module and thread into the motor base. Do not tighten screws.
- 4. Slide the HEDS-8905 or HEDS-8906 centering tool over codewheel hub and onto module as shown in Figure 3. The pins of the alignment tool should fit snugly inside the alignment recesses of the module.
- 5. While holding alignment tool in place, tighten screws down to secure module.
- 6. Remove alignment tools.



Figure 2. Alignment Tool is Used to Set Height of Codewheel.



Figure 3. Alignment Tool is Placed over Shaft and onto Codewheel Hub. Alignment Tool Pins Mate with Aligning Recesses on Module.

Mechanical Drawings



Figure 4. HEDS-5120 Codewheel.



Figure 5. HEDS-6100 Codewheel.



Figure 6. HEDS-5140 Codewheel Used with HEDS-9140.





Figure 7. HEDS-6140 Codewheel Used with HEDS-9040.



DIMENSIONS IN mm (INCHES)

Figure 8. HEDM-5120 Codewheel/HEDM-5121 Codewheel.



Figure 9. HEDM-6120 Codewheel/HEDM-6121 Codewheel.



Figure 10. HEDG-5120 Codewheel/HEDG-5121 Codewheel.



Figure 11. HEDG-6120 Codewheel/HEDG-6121 Codewheel.



DIMENSIONS IN mm (INCHES)

Figure 12. HEDM-6140 Codewheel/HEDM-6141 Codewheel.

B.4. Tarjeta de adquisición de datos NI 6009

DEVICE SPECIFICATIONS

NI USB-6009

Bus-Powered Multifunction DAQ USB Device

The following specifications are typical at 25 °C, unless otherwise noted. For more information about the NI USB-6009, refer to the NI USB-6008/6009 User Guide available from *ni.com/manuals*.

Analog Input

Analog inputs	
Differential	4
Single-ended	8, software-selectable
Input resolution	
Differential	14 bits
Single-ended	13 bits
Maximum sample rate (aggregate)	48 kS/s, system dependent
Converter type	Successive approximation
AI FIFO	512 bytes
Timing resolution	41.67 ns (24 MHz timebase)
Timing accuracy	100 ppm of actual sample rate
Input range	
Differential	$\begin{array}{l} \pm 20 \ \mathrm{V}^1, \pm 10 \ \mathrm{V}, \pm 5 \ \mathrm{V}, \pm 4 \ \mathrm{V}, \pm 2.5 \ \mathrm{V}, \pm 2 \ \mathrm{V}, \\ \pm 1.25 \ \mathrm{V}, \pm 1 \ \mathrm{V} \end{array}$
Single-ended	±10 V
Working voltage	±10 V
Input impedance	144 kΩ

¹ ±20 V means that |AI+ - (AI-)| ≤ 20 V. However, AI+ and AI- must both be within ±10 V of GND. Refer to the Taking Differential Measurements section of the NI USB-6008/6009 User Guide for more information.



Overvoltage protection	±35 V
Trigger source	Software or external digital trigger
System noise ²	
Differential	
$\pm 20 \text{ V range}$	5 mV _{rms}
±1 V range	0.5 mV _{ms}
Single-ended, ± 10 V range	$5 \mathrm{mV}_{\mathrm{rms}}$

Table 1, Absol	ute Accuracy a	t Full Scale	Differential
	ule Acculacy a	ti un ocale,	Differential

Range (V)	Typical at 25 °C (mV)	Maximum over Temperature (mV)
±20	14.7	138
±10	7.73	84.8
±5	4.28	58.4
±4	3.59	53.1
±2.5	2.56	45.1
±2	2.21	42.5
±1.25	1.70	38.9
±1	1.53	37.5



Note Input voltages may not exceed the working voltage range.

Table 2. Absolute	Accuracy at Full	Scale.	Single-Ended

Range (V)	Typical at 25 °C (mV)	Maximum over Temperature (mV)
±10	14.7	138

Analog Output

Analog outputs	2	
Output resolution	12 bits	
Maximum update rate	150 Hz, software-timed	

² System noise measured at maximum sample rate.

^{2 |} ni.com | NI USB-6009 Device Specifications
Output range	0 V to +5 V	
Output impedance	50 Ω	
Output current drive	5 mA	
Power-on state	0 V	
Slew rate	1 V/µs	
Short circuit current	50 mA	
Absolute accuracy (no load)		
Typical	7 mV	
Maximum at full scale	36.4 mV	

Digital I/O

Digital I/O lines	
P0.<07>	8 lines
P1.<03>	4 lines
Direction control	Each channel individually programmable as input or output
Output driver type ³	Each channel individually programmable as open collector or active drive
Compatibility	TTL, LVTTL, CMOS
Absolute maximum voltage range	-0.5 V to 5.8 V with respect to GND
Pull-up resistor	$4.7k\Omega$ to $5V$
Power-on state	Input

Table 3. Digital Logic Levels

Level	Minimum	Maximum
Input low voltage	-0.3 V	0.8 V
Input high voltage	2.0 V	5.8 V
Input leakage current		50 µA
Output low voltage (I = 8.5 mA)		0.8 V
Output high voltage, active drive $(I = -8.5 \text{ mA})$	2.0 V	3.5 V

³ This document uses NI-DAQmx naming conventions. Open-drain is called open collector and push-pull is called active drive.

NI USB-6009 Device Specifications | © National Instruments | 3

Table 3.	Digital	Logic I	Levels	(Continued)	

Level	Minimum	Maximum
Output high voltage, open collector (I = -0.6 mA, nominal)	2.0 V	5.0 V
Output high voltage, open collector ($I = -8.5 \text{ mA}$, with external pull-up resistor)	2.0 V	-

External Voltage

+4.85 V	
+5 V	
+2.5 V	
0.25% maximum	
50 ppm/°C maximum	
	+4.85 V +5 V +2.5 V 0.25% maximum 50 ppm/°C maximum

Event Counter

Number of counters	1
Resolution	32 bits
Counter measurements	Edge counting (falling-edge)
Counter direction	Count up
Pull-up resistor	4.7 kΩ to 5 V
Maximum input frequency	5 MHz
Minimum high pulse width	100 ns
Minimum low pulse width	100 ns
Input high voltage	2.0 V
Input low voltage	0.8 V

Bus Interface

USB specification USB 2.0 full-speed	(12 Mb/s)
--------------------------------------	-----------

4 | ni.com | NI USB-6009 Device Specifications

Power Requirements

USB, 4.10 VDC to 5.25 VDC		
Typical	80 mA	
Maximum	500 mA	
USB suspend		
Typical	300 µA	
Maximum	500 µA	

Physical Characteristics

Dimensions	
Without connectors	$63.5 \text{ mm} \times 85.1 \text{ mm} \times 23.2 \text{ mm}$
	(2.50 in. \times 3.35 in. \times 0.91 in.)
With connectors	$81.8 \text{ mm} \times 85.1 \text{ mm} \times 23.2 \text{ mm}$
	(3.22 in. \times 3.35 in. \times 0.91 in.)
Weight	
Without connectors	54 g (1.9 oz)
With connectors	84 g (3 oz)
I/O connectors	USB series B receptacle, (2) 16-position screw
	terminal plugs
Screw-terminal wiring	16 AWG to 28 AWG
Torque for screw terminals	0.22 N · m to 0.25 N · m
	$(2.0 \text{ lb} \cdot \text{in. to } 2.2 \text{ lb} \cdot \text{in.})$

If you need to clean the module, wipe it with a dry towel.

NI USB-6009 Device Specifications | © National Instruments | 5



Figure 1. NI USB-6009 Dimensions

Safety Voltages

Connect only voltages that are within these limits.

Channel-to-GND

±30 V max, Measurement Category I

Measurement Category I is for measurements performed on circuits not directly connected to the electrical distribution system referred to as MAINS voltage. MAINS is a hazardous live electrical supply system that powers equipment. This category is for measurements of voltages from specially protected secondary circuits. Such voltage measurements include signal levels, special equipment, limited-energy parts of equipment, circuits powered by regulated lowvoltage sources, and electronics.



Caution Do not use this module for connection to signals or for measurements within Measurement Categories II, III, or IV.

6 | ni.com | NIUSB-6009 Device Specifications

Environmental

Temperature (IEC 60068-2-1 and IEC	60068-2-2)
Operating	0 °C to 55 °C
Storage	-40 °C to 85 °C
Humidity (IEC 60068-2-56)	
Operating	5% RH to 95% RH, noncondensing
Storage	5% RH to 90% RH, noncondensing
Pollution Degree (IEC 60664)	2
Maximum altitude	2,000 m

Indoor use only.

Safety

This product is designed to meet the requirements of the following electrical equipment safety standards for measurement, control, and laboratory use:

- IEC 61010-1, EN 61010-1
- UL 61010-1, CSA 61010-1

Note For UL and other safety certifications, refer to the product label or the *Online Product Certification* section.

Electromagnetic Compatibility

This product meets the requirements of the following EMC standards for electrical equipment for measurement, control, and laboratory use:

- EN 61326-1 (IEC 61326-1): Class A emissions; Basic immunity
- EN 55011 (CISPR 11): Group 1, Class A emissions
- EN 55022 (CISPR 22): Class A emissions
- EN 55024 (CISPR 24): Immunity
- AS/NZS CISPR 11: Group 1, Class A emissions
- AS/NZS CISPR 22: Class A emissions
- FCC 47 CFR Part 15B: Class A emissions
- ICES-001: Class A emissions



Note In the United States (per FCC 47 CFR), Class A equipment is intended for use in commercial, light-industrial, and heavy-industrial locations. In Europe, Canada, Australia and New Zealand (per CISPR 11) Class A equipment is intended for use only in heavy-industrial locations.

NI USB-6009 Device Specifications | © National Instruments | 7



Note Group 1 equipment (per CISPR 11) is any industrial, scientific, or medical equipment that does not intentionally generate radio frequency energy for the treatment of material or inspection/analysis purposes.

N	-	1
	1	1.
	1	-1

Note For EMC declarations and certifications, and additional information, refer to the *Online Product Certification* section.

CE Compliance $\mathbf{C} \in$

This product meets the essential requirements of applicable European Directives, as follows:

- 2014/35/EU; Low-Voltage Directive (safety)
- 2014/30/EU; Electromagnetic Compatibility Directive (EMC)

Online Product Certification

Refer to the product Declaration of Conformity (DoC) for additional regulatory compliance information. To obtain product certifications and the DoC for this product, visit *ni.com/ certification*, search by model number or product line, and click the appropriate link in the Certification column.

Environmental Management

NI is committed to designing and manufacturing products in an environmentally responsible manner. NI recognizes that eliminating certain hazardous substances from our products is beneficial to the environment and to NI customers.

For additional environmental information, refer to the *Minimize Our Environmental Impact* web page at *ni.com/environment*. This page contains the environmental regulations and directives with which NI complies, as well as other environmental information not included in this document.

Waste Electrical and Electronic Equipment (WEEE)

EU Customers This symbol indicates that waste products should be disposed of separately from municipal household waste according to WEEE Directive 2002/96/EC of the European Parliament and the Council on waste electrical and electronic equipment (WEEE). All products at the end of their life cycle must be sent to a WEEE collection and recycling center. Proper WEEE disposal reduces environmental impact and the risk to human health due to potentially hazardous substances used in such equipment. Your cooperation in proper WEEE disposal will contribute to the effective usage of natural resources. For information about the available collection and recycling scheme in a particular country, go to *ni.com/environment/weee*.

8 | ni.com | NI USB-6009 Device Specifications

电子信息产品污染控制管理办法(中国 RoHS)

中国客户 National Instruments 符合中国电子信息产品中限制使用某些有害物质指令(RoHS)。关于 National Instruments 中国 RoHS 合规性信息,请登录 ni.com/environment/rohs_china。(For information about China RoHS compliance, go to ni.com/environment/rohs_china.)

Device Pinout



NI USB-6009 Device Specifications | © National Instruments | 9

B.5. Microcontrolador Microchip 16F887



PIC16F882/883/884/886/887 Data Sheet

28/40/44-Pin, Enhanced Flash-Based 8-Bit CMOS Microcontrollers with nanoWatt Technology

© 2007 Microchip Technology Inc.

Preliminary

DS41291D

165

Note the following details of the code protection feature on Microchip devices:

- Microchip products meet the specification contained in their particular Microchip Data Sheet.
- Microchip believes that its family of products is one of the most secure families of its kind on the market today, when used in the intended manner and under normal conditions.
- There are dishonest and possibly illegal methods used to breach the code protection feature. All of these methods, to our knowledge, require using the Microchip products in a manner outside the operating specifications contained in Microchip's Data Sheets. Most likely, the person doing so is engaged in theft of intellectual property.
- · Microchip is willing to work with the customer who is concerned about the integrity of their code.
- Neither Microchip nor any other semiconductor manufacturer can guarantee the security of their code. Code protection does not
 mean that we are guaranteeing the product as "unbreakable."

Code protection is constantly evolving. We at Microchip are committed to continuously improving the code protection features of our products. Attempts to break Microchip's code protection feature may be a violation of the Digital Millennium Copyright Act. If such acts allow unauthorized access to your software or other copyrighted work, you may have a right to sue for relief under that Act.

Information contained in this publication regarding device applications and the like is provided only for your convenience and may be superseded by updates. It is your responsibility to ensure that your application meets with your specifications. MICROCHIP MAKES NO REPRESENTATIONS OR WARRANTIES OF ANY KIND WHETHER EXPRESS OR IMPLIED, WRITTEN OR ORAL, STATUTORY OR OTHERWISE, RELATED TO THE INFORMATION, INCLUDING BUT NOT LIMITED TO ITS CONDITION, UQLALITY, PERFORMANCE, MERCHANTABILITY OR FITNESS FOR PURPOSE. Microchip disclaims all liability arising from this information and its use. Use of Microchip devices in life support and/or safety applications is entriely at the buyer's risk, and the buyer agrees to defend, indemnify and hold harmless Microchip from any and all damages, claims, suits, or expenses resulting from such use. No licenses are correved, implicitly or otherwise, under any Microchip intellectual property rights.

QUALITY MANAGEMENT SYSTEM CERTIFIED BY DNV SO/TS 16949:2002

Trademarks

The Microchip name and logo, the Microchip logo, Accuron, dsPIC, KEELOO, KEELOO logo, microID, MPLAB, PIC, PICmicro, PICSTART, PRO MATE, PowerSmart, rIPIC, and SmartShunt are registered trademarks of Microchip Technology Incorporated in the U.S.A. and other countries.

AmpLab, FilterLab, Linear Active Thermistor, Migratable Memory, MXDEV, MXLAB, PS logo, SEEVAL, SmarlSensor and The Embedded Control Solutions Company are

registered trademarks of Microchip Technology Incorporated in the U.S.A.

Analog-for-the-Digital Age, Application Maestro, CodeGuard, dsPICDEM, dsPICDEM.net, dsPICworks, ECAN, ECONOMONITOR, FanSense, FlexROM, fuzzyLAB, In-Circuit Serial Programming. ICSP, ICEPIC, Mindi, MiWi, MPASM, MPLAB Certified Iogo, MPLIB, MPLINK, PICkit, PICDEM, PICDEM.net, PICLAB, PICalit, PowerCal, PowerInfo, PowerMate, PowerTool, REAL ICE, rILAB, rIPICDEM, Select Mode, Smart Serial, SmartTel, Total Endurance, UNI/O, WiperLock and ZENA are trademarks of Microchip Technology Incorporated in the U.S.A. and other countries.

SQTP is a service mark of Microchip Technology Incorporated in the U.S.A.

All other trademarks mentioned herein are property of their respective companies.

© 2007, Microchip Technology Incorporated, Printed in the U.S.A., All Rights Reserved.

Printed on recycled paper.

Microchip received ISO/TS-18949/2002 certification for its worldwide headquarters, design and water fabrication facilities in Chandler and trampe, Arizona. Gresham, Oregon and Macuntah View, California. The Company's quality system processes and procedures are for its PCer MCUs and dBPIC DSCS, RecE.LOS code hopping devices. Serial EEPROMs, microperipherals, nonvolatile memory and analog products. In addition, Microchip's quality system for the design and manufacture of development systems is ISO 9001:2000 certified.

DS41291D-page ii

Preliminary

© 2007 Microchip Technology Inc.



28/40/44-Pin Flash-Based, 8-Bit CMOS Microcontrollers with nanoWatt Technology

High-Performance RISC CPU:

- · Only 35 instructions to learn:
- All single-cycle instructions except branches Operating speed:
- DC 20 MHz oscillator/clock input DC 200 ns instruction cycle
- Interrupt capability8-level deep hardware stack
- · Direct, Indirect and Relative Addressing modes

Special Microcontroller Features:

- Precision Internal Oscillator:
- Factory calibrated to ±1% Software selectable frequency range of
- 8 MHz to 31 kHz
- Software tunable Two-Speed Start-up mode
- Crystal fail detect for critical applications Clock mode switching during operation for
- power savings Power-Saving Sleep mode

- Wide operating voltage range (2.0V-5.5V) Industrial and Extended Temperature range Power-on Reset (POR)
- Power-up Timer (PWRT) and Oscillator Start-up Timer (OST) · Brown-out Reset (BOR) with software control
- option Enhanced low-current Watchdog Timer (WDT)
- with on-chip oscillator (software selectable nominal 268 seconds with full prescaler) with software enable
- Multiplexed Master Clear with pull-up/input pin
- Programmable code protection High Endurance Flash/EEPROM cell:
- 100,000 write Flash endurance 1,000,000 write EEPROM endurance
- Flash/Data EEPROM retention: > 40 years Program memory Read/Write during run time In-Circuit Debugger (on board)
- Low-Power Features:

- Standby Current 50 nA @ 2.0V. typical
- Operating Current: 11 μA @ 32 kHz, 2.0V, typical
- 220 μA @ 4 MHz, 2.0V, typical
 Watchdog Timer Current:
- 1 μA @ 2.0V, typical

© 2007 Microchip Technology Inc.

Peripheral Features:

- 24/35 I/O pins with individual direction control:
 High current source/sink for direct LED drive
- Interrupt-on-Change pin Individually programmable weak pull-ups
- Ultra Low-Power Wake-up (ULPWU) Analog Comparator module with:

- Two analog comparators Programmable on-chip voltage reference (CVREF) module (% of VDD)
- Fixed voltage reference (0.6V) Comparator inputs and outputs externally
- accessible SR Latch mode
- External Timer1 Gate (count enable) A/D Converter:
- 10-bit resolution and 11/14 channels
- Timer0: 8-bit timer/counter with 8-bit
- programmable prescaler
- Enhanced Timer1:
- 16-bit timer/counter with prescaler External Gate Input mode Dedicated low-power 32 kHz oscillator
- Timer2: 8-bit timer/counter with 8-bit period register, prescaler and postscaler
- Enhanced Capture, Compare, PWM+ module: 16-bit Capture, max. resolution 12.5 ns Compare, max. resolution 200 ns 10-bit PWM with 1, 2 or 4 output channels,
- programmable "dead time", max. frequency 20 kHz PWM output steering control
- Capture, Compare, PWM module: 16-bit Capture, max. resolution 12.5 ns 16-bit Compare, max. resolution 200 ns 10-bit PWM, max. frequency 20 kHz
- Enhanced USABT module: Supports RS-485, RS-232, and LIN 2.0
- Auto-Baud Detect
- Auto-Wake-Up on Start bit
 In-Circuit Serial Programming[™] (ICSP[™]) via two pins
- Master Synchronous Serial Port (MSSP) module supporting 3-wire SPI (all 4 modes) and I²C™ Master and Slave Modes with I²C address mask

DS41291D-page 1

Preliminary

PIC1	6F882/	883/884	/886/887

	Program Memory	Data Memory		10	10-bit A/D	ECCP/	FURADT	MCOD	0	Timers
Device	Flash (words)	SRAM (bytes)	EEPROM (bytes)	10	(ch)	CCP	EUSARI	MSSP	comparators	8/16-bit
PIC16F882	2048	128	128	28	11	1/1	1	1	2	2/1
PIC16F883	4096	256	256	24	11	1/1	1	1	2	2/1
PIC16F884	4096	256	256	35	14	1/1	1	1	2	2/1
PIC16F886	8192	368	256	24	11	1/1	1	1	2	2/1
PIC16F887	8192	368	256	35	14	1/1	1	1	2	2/1

DS41291D-page 2

Preliminary

© 2007 Microchip Technology Inc.

Pin Diagrams - PIC16F884/887, 40-Pin PDIP



DS41291D-page 6

Preliminary

© 2007 Microchip Technology Inc.

TABLE 3: PIC16F884/887 40-PIN SUMMARY (PDIP)										
I/O	Pin	Analog	Comparators	Timers	ECCP	EUSART	MSSP	Interrupt	Pull-up	Basic
RA0	2	AN0/ULPWU	C12IN0-	-	_	-	-	-	_	-
RA1	3	AN1	C12IN1-	-	_	-	-	_	-	
RA2	4	AN2	C2IN+	-	-	-	-	-	-	VREF-/CVREF
RA3	5	AN3	C1IN+	-	-	-	_	-	_	VREF+
RA4	6	-	C1OUT	TOCKI	-	-	-	-	-	_
RA5	7	AN4	C2OUT		-	-	SS			
RA6	14	_	—	-	-	-	-	_	_	OSC2/CLKOU
RA7	13	-	_	_	-	-	-	_	-	OSC1/CLKIN
RB0	33	AN12	-	_	-	-	-	IOC/INT	Y	
RB1	34	AN10	C12IN3-	-	-	-	-	IOC	Y	-
RB2	35	AN8	-	_	-	-	—	IOC	Y	_
RB3	36	AN9	C12IN2-	_	_	-	_	IOC	Y	PGM
RB4	37	AN11	_	_	-	_	-	IOC	Y	-
RB5	38	AN13		T1G	_	_	_	IOC	Y	_
RB6	39	_	_	-	-	_	_	IOC	Y	ICSPCLK
RB7	40	_	_	-	_	_	-	IOC	Y	ICSPDAT
RC0	15	_	_	T1OSO/T1CKI	-	-	-	-	-	-
RC1	16	_		T1OSI	CCP2		-	-	-	_
RC2	17	_	_	—	CCP1/P1A	-	-	_	-	_
RC3	18		-	-	-		SCK/SCL		-	-
RC4	23	-	-	-	-	-	SDI/SDA	-	_	_
RC5	24		_	_	1-0		SDO			
RC6	25	_	-	_	_	TX/CK	_	-	-	-
RC7	26	-	_	-	_	RX/DT	_	-	_	
RD0	19	-	-	-	-	-	-	-	-	_
RD1	20	-	_	-	-	-	-	-	-	_
RD2	21	_	-	_	-	-		-	-	
RD3	22	-		-	-	-	-		-	-
RD4	27	_	_	-	_	-	_	_	-	·
RD5	28		-	-	P1B				_	-
RD6	29	-	-	_	P1C	-	-	_	_	· · · · ·
RD7	30	-	_	_	P1D	_	_	_	_	-
RE0	8	AN5	-	-	_	-	-	-	-	
RE1	9	AN6	-	-	-	_	_	-	_	-
RE2	10	AN7	_	—	-	-	_	-	_	-
RE3	1	_	-	_	-	-	-	-	Y ⁽¹⁾	MCLR/VPP
-	11	_	-	-	-	-	-	_	-	VDD
-	32	_	-	_	-	-	-	_	-	VDD
_	12	_	_	-	_	_	_	_	_	Vss
-	31	_	_	-	-	-	_	-	-	Vss

Note 1: Pull-up activated only with external MCLR configuration.

© 2007 Microchip Technology Inc.

Preliminary

DS41291D-page 7



© 2007 Microchip Technology Inc.

Preliminary

DS41291D-page 15

Name	Function	Input Type	Output Type	Description
RA0/AN0/ULPWU/C12IN0-	RA0	TTL	CMOS	General purpose I/O.
	AN0	AN	-	A/D Channel 0 input.
	ULPWU	AN	-	Ultra Low-Power Wake-up input.
	C12IN0-	AN	-	Comparator C1 or C2 negative input.
RA1/AN1/C12IN1-	RA1	TTL	CMOS	General purpose I/O. Individually enabled pull-up.
	AN1	AN	-	A/D Channel 1 input.
	C12IN1-	AN	_	Comparator C1 or C2 negative input.
RA2/AN2/VREF-/CVREF/C2IN+	RA2	TTL	CMOS	General purpose I/O.
	AN2	AN	_	A/D Channel 2.
	VREF-	AN	_	A/D Negative Voltage Reference input.
	CVREF	-	AN	Comparator Voltage Reference output.
	C2IN+	AN	_	Comparator C2 positive input.
RA3/AN3/VREF+/C1IN+	RA3	TTL	_	General purpose I/O.
	AN3	AN	-	A/D Channel 3.
	VREF+	AN	-	Programming voltage.
	C1IN+	AN	-	Comparator C1 positive input.
RA4/T0CKI/C1OUT	RA4	TTL	CMOS	General purpose I/O. Individually enabled pull-up.
	TOCKI	ST	-	Timer0 clock input.
	C1OUT	-	CMOS	Comparator C1 output.
RA5/AN4/SS/C2OUT RA		TTL	CMOS	General purpose I/O.
	AN4	AN	-	A/D Channel 4.
	SS	ST	-	Slave Select input.
	C2OUT	-	CMOS	Comparator C2 output.
RA6/OSC2/CLKOUT	RA6	TTL	CMOS	General purpose I/O.
	OSC2		XTAL	Master Clear with internal pull-up.
	CLKOUT	-	CMOS	Fosc/4 output.
RA7/OSC1/CLKIN	RA7	TTL	CMOS	General purpose I/O.
Construction and Shop construction with the second	OSC1	XTAL	-	Crystal/Resonator.
	CLKIN	ST	-	External clock input/RC oscillator connection.
RB0/AN12/INT	RB0	TTL	CMOS	General purpose I/O. Individually controlled interrupt-on-change. Individually enabled pull-up.
	AN12	AN	-	A/D Channel 12.
	INT	ST	-	External interrupt.
RB1/AN10/P1C/C12IN3- RB1		TTL	CMOS	General purpose I/O. Individually controlled interrupt-on-change. Individually enabled pull-up.
	AN10	AN	_	A/D Channel 10.
	P1C	-	CMOS	PWM output.
	C12IN3-	AN	_	Comparator C1 or C2 negative input.
RB2/AN8/P1B	RB2	TTL	CMOS	General purpose I/O. Individually controlled interrupt-on-change. Individually enabled pull-up.
	AN8	AN	-	A/D Channel 8.
	P1B	-	CMOS	PWM output.
Legend: AN = Analog input TTL = TTL compatib HV = High Voltage	CMOS ST XTAL	= CMO = Schm = Cryst	S compatible input or output OD = Open Drain itt Trigger input with CMOS levels al	

TABLE 1-1: PIC16F882/883/886 PINOUT DESCRIPTION

DS41291D-page 16

Preliminary

© 2007 Microchip Technology Inc.

=

APÉNDICE C

ECUACIÓN EULER – LAGRANGE

Se parte de que las fuerzas conservativas se obtienen del gradiente de un campo de energía escalar, es decir:

$$F = -\nabla E_p$$

Principio de Hamilton:

La idea que Hamilton utilizó fue minimizar la acción "s" de todos los sistemas de partículas, definida como la integral de una función Lagrangiana "L" desconocida entre dos instantes de tiempo dados:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} Ldt$$

Esta ecuación, con unidades de Joules por segundo, simbolizaría la magnitud de la mecánica clásica, en lugar de la 2ª Ley de Newton. El Lagrangiano "L", con unidad de energía (en Joules), y así está en función de las coordenadas de posición de las partículas de las derivadas temporales, y del tiempo, sin conocer previamente las aceleraciones en el sistema, que en realidad es lo que buscamos con este principio. Si representamos las derivadas temporales con un punto encima, sería:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t) dt$$

Donde la letra q, simboliza a las coordenadas de posición que se desconocen su variación con respecto al tiempo. Si se piensa en la trayectoria de una partícula en un determinado recorrido, esta puede ser medida, según la teoría de curvas por el tiempo.

Ahora, si se requiere hallar cada una de los posibles recorridos que puede tener una partícula en un intervalo de tiempo, según el principio de Hamilton podría ser medida utilizando un nuevo valor denominado α y este valor de α será aquel cuya trayectoria minimice la acción, como:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q(\alpha), \dot{q}(\alpha), t) dt$$
$$\frac{dS}{d\alpha} = 0$$

Al expresar esto nos queda:

$$\frac{dS}{d\alpha} = \frac{d\int_{t_1}^{t_2} L(q(\alpha), \dot{q}(\alpha), t)dt}{d\alpha}$$

$$\frac{d\int_{t_1}^{t_2} \mathrm{Ldt}}{d\alpha} = \int_{t_1}^{t_2} \frac{dL}{d\alpha} \mathrm{dt} = 0$$

Ahora si analizamos la derivada del Lagrangiano:

$$\frac{dL}{d\alpha} = \frac{dq}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial q} + \frac{d\dot{q}}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} + \frac{dt}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial t}$$

Como el tiempo no depende de la variable α , es como la derivada de una constante y por lo tanto, es cero:

$$\frac{dL}{d\alpha} = \frac{dq}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial q} + \frac{d\dot{q}}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$$

Y luego se utiliza el siguiente artificio:

$$\left(\frac{d\dot{q}\dot{\partial}L}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial\dot{q}}\right) = \frac{d\dot{q}}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial\dot{q}} + \frac{dq}{d\alpha}\left(\frac{\partial L}{\partial\dot{q}}\right)$$

$$\left(\frac{dq}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{dq}{d\alpha}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = \frac{d\dot{q}}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}$$

Reemplazando en el Lagrangiano obtenemos:

$$\frac{dL}{d\alpha} = \frac{dq}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial q} + \left(\frac{dq}{d\alpha}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) - \frac{dq}{d\alpha}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right)$$

Es importante darse cuenta que en los límites de la integral, la derivada de q con respecto a la variable α se anulará y por lo tanto el principio de Hamilton nos indica que:

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dL}{d\alpha} dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{dq}{d\alpha} \frac{\partial L}{\partial q} + \left(\frac{dq}{d\alpha} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{dq}{d\alpha} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \right] dt = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dq}{d\alpha} \left[\frac{\partial L}{\partial q} - \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \right] dt + \int_{t_1}^{t_2} \left[\left(\frac{dq}{d\alpha} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) \right] dt = 0$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \frac{dq}{d\alpha} \left[\frac{\partial L}{\partial q} - \left(\frac{\partial \dot{L}}{\partial \dot{q}} \right) \right] dt = 0$$

Entonces, para que se cumpla la ecuación anterior, ocurre que:

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = 0$$

Por lo tanto, esta ecuación es la ecuación Euler – Lagrange.

APÉNDICE D

LQR

En este apartado, se analizará el criterio de desempeño cuadrático. Se utilizará en esta parte la utilización de la ecuación de Hamilton-Jacobi-Bellman como una manera de Dar una solución al problema del regulador lineal cuadrático.

El sistema que se controlará está representado por medio del conjunto de ecuaciones de espacio de estado:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t)$$
$$x(t_0) = x_0$$

Y el índice de costo que debe ser minimizado es:

$$J = \frac{1}{2} x^{T}(t_{f}) \cdot S \cdot x(t_{f}) + \frac{1}{2} \int_{t_{0}}^{t_{f}} [x^{T}(t) \cdot Q \cdot x(t) + u^{T}(t) \cdot R \cdot u(t)] dt$$

Donde las matrices Q, R y S son simétricas, definidas positivas y t_0 es el estado inicial y t_f es el estado final.

Ahora se escribe el Hamiltoniano:

$$H(x(t), u(t), J_x^*, t) = \frac{1}{2} \left[x^T(t) \cdot Q \cdot x(t) + u^T(t) \cdot R \cdot u(t) \right] + J_x^*(x(t), t) [Ax(t) + Bu(t)]$$

Para minimizar H(t) con respecto a la entrada de control u(t) es: $\frac{\partial H}{\partial u} = 0$, con lo que se obtiene:

$$\frac{\partial H(x(t), u(t), J_x^*, t)}{\partial u} = R \cdot u(t) + J_x^*(x(t), t)B^T = 0$$

Y luego $\frac{\partial^2 H}{\partial u^2} > 0$; y obtenemos:

$$\frac{\partial^2 H(x(t), u(t), J_x^*, t)}{\partial u^2} = R$$

Y como R es definida positiva y además H posee forma cuadrática en u.

Por lo que tomando la ecuación:

$$R \cdot u^*(t) + J^*_x(x(t),t)B^T = 0$$

Tenemos:

$$u^*(t) = -R^{-1}J^*_x(x(t),t)B^T$$

Reemplazando u^* en la ecuación:

$$H(x(t), u^{*}(t), J_{x}^{*}, t) = \frac{1}{2} x^{T} Q x + \frac{1}{2} J_{x}^{*T} B R^{-1} B^{T} J_{x}^{*} + J_{x}^{*T} A x - J_{x}^{*T} B R^{-1} B^{T} J_{x}^{*}$$

$$H(x(t), u^{*}(t), J_{x}^{*}, t) = \frac{1}{2} x^{T}Q x - \frac{1}{2} J_{x}^{*T}BR^{-1}B^{T}J_{x}^{*} + J_{x}^{*T}Ax$$

La ecuación se H-J-B se reduce a:

$$0 = J_t^* + \frac{1}{2} x^T Q x - \frac{1}{2} J_x^{*T} B R^{-1} B^T J_x^* + J_x^{*T} A x$$

De la ecuación se tiene:

$$J_t^* = \frac{1}{2} x^T S x$$

Ahora, debe haber una función de Lyapunov, que indica que existe la estabilidad asintótica en lazo cerrado, por lo que debe existir una matriz positiva P(t) y la derivada de V con respecto al tiempo $\frac{dV}{dt}$ es definida negativa.

$$V(t) = x^{T}(t) P(t) x(t)$$

Asumiendo que:

$$J^{*}(x(t),t) = \frac{1}{2} x^{T}(t) P(t) x(t)$$

Ahora hay que determinar la matriz P.

Sustituyendo quedaría:

$$0 = \frac{1}{2}x^{T} \dot{P} x + \frac{1}{2}x^{T}Q x - \frac{1}{2}x^{T}PBR^{-1}B^{T}Px + x^{T}PAx$$

El producto de las matrices PA, se puede escribir por propiedad de las matrices como una suma de una parte simétrica y anti-simétrica.

$$PA = \frac{1}{2} [PA + (PA)^{T}] + \frac{1}{2} [PA - (PA)^{T}]$$

Y recordando que:

$$(PA)^T = A^T P^T$$

Tenemos:

$$0 = \frac{1}{2}x^{T} \dot{P} x + \frac{1}{2}x^{T}Q x - \frac{1}{2}x^{T}PBR^{-1}B^{T}Px + \frac{1}{2}x^{T}PAx + \frac{1}{2}x^{T}A^{T}Px$$

Y tenemos:

$$0 = \dot{P} + Q - PBR^{-1}B^TP + PA + A^TP$$

Y esta ecuación es la ecuación diferencial matricial de Riccati.

Por lo tanto, de la condición de las ecuaciones

$$P = S$$

Una vez que P ha sido hallada, la ley de control óptima es:

$$u^*(t) = -R^{-1}B^T P x(t)$$

$$u^*(t) = -Kx(t)$$

Donde:

$$K = R^{-1}B^T P$$

El valor del índice de costo puede ser evaluado en base a la solución de la ecuación de Riccati.

$$J(u^*) = \frac{1}{2} x^T(t_f) S x(t_f) + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} [x^T(t) \cdot Q \cdot x(t) + u^T(t) \cdot R \cdot u(t)] dt$$

La parte de la integral tiende a cero y recordando que S = P, esto queda:

$$J_{min} = \frac{1}{2} x^T(t_0) P x(t_0)$$

BIBLIOGRAFIA

LIBROS

OGATA, K. (2011). Ingeniería de Control Moderno (5 ed.) México: Pearson Educational

DORF R. (2011). Sistemas de Control Moderno (5 ed.) México: Pearson Educational

KUO B. (2007) Sistemas de Control Automático (7 ed.) México: Pearson Educational

BOLTON W. (2013) Mecatrónica - Sistemas de Control Electrónico en la Ingeniería Mecánica y Eléctrica (5 ed.) Alfaomega,

DOMINGUEZ S. (2006) Control en el Espacio de Estado (2 ed.) México: Pearson Educational

POLDERMAN J. (1999) Introduction Mathematical Systems Theory, (1 ed.) Springer,

BAY, J. (1999) Fundamentals of Linear State Space Systems (1 ed.) McGraw-Hill

MORENO F. (2003) Ingeniería de Control. Modelado y Control de Sistemas Dinámicos (1 ed.) Editorial Ariel

FRIEDLAND B. (1986) Control System Design: An Introduction to State-Space Methods (1 ed.) Editorial Mc Graw-Hill

VALLEJO P. (2002) Física Vectorial", Libro 2, (3 ed.) Editorial RODIN

TIPPENS P. (2001) Física Conceptos y Aplicaciones. (7 ed.) McGraw-Hill,

SERWAY R. (2008) Física Para Ciencias e Ingeniería. Volumen 1 (7 ed.) CENGAGE Learning, GIANCOLLI D. (2008) Física Para Ciencias e Ingeniería, Volumen 1 (4 ed.) Pearson Educational

JÍMENEZ A. (2016) Introducción al Control Óptimo (1 ed.) Editorial Dextra, S. L.

KIRK D. (1970) Optimal Control Theory: An Introduction. (1 ed.) Prentice – Hall

MOORE J. B. (1990) Optimal Control: Linear Quadratic Methods. (1 ed.) Prentice – Hall

TORNERO J. (2007) Control Óptimo. (1 ed.) Editorial Universidad Politécnica de Valencia

MOORE H. (2007) Matlab para Ingenieros. (1 ed.) Pearson Educational

RODRÍGUEZ M. (2003) Introducción Rápida a Matlab y Simulink para Ciencia e Ingeniería (1 ed.) Díaz de Santos

CHATUVERDI D. (2009) Modeling and Simulation of Systems Using MATLAB and Simulink (1 ed.) Editorial CRC Press

PAPERS

HESPANHA J. (Febrero 2005) Undergraduate Lecture Notes on LQG/LQR controller design.

GHOREISHI (Marzo 2011) Optimal Design of LQR Weighting Matrices based on Intelligent Optimization Methods

DE LA ROSA V. (Junio 2012) Control de posición de un balancín con motor y hélice. Universidad de Valladolid

RESTREPO A. (Junio 2014) Position control of a rocker with engine and propeller. Universidad de Caldas de Manizales

PRIETO, E. (Abril 2015). Control de posición de un balancín Motor – Hélice. Researchgate 14.

PATEL A. (2015) Control of Twin Rotor MIMO System. National Conference of Emerging Trends in Computer

WEBS

https://www.mathworks.com/help/control/ref/lqr.html

http://csd.newcastle.edu.au/index.html

https://www.mathworks.com/products/simscape.html

]http://cn.mathworks.com/help/pdf_doc/physmod/simscape/simscape_ug.pdf

http://www.ni.com/pdf/manuals/371303n.pdf

http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/daq/daqug.pdf

https://www.mathworks.com/discovery/state-space.html

http://www.atmel.com/images/doc8012.pdf

https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-154-maneuvering-andcontrol-of-surface-and-underwater-vehicles-13-49-fall-2004/lecturenotes/lec19.pdf

https://www.mathworks.com/help/control/ref/lqr.html

https://h20195.www2.hpe.com/V2/getpdf.aspx/4AA4-0121ENW.pdf?

http://www.cpdee.ufmg.br/~palhares/33-942rotor.pdf

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA UNIDAD DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA

Autor: Carlos Jonathan Aguilera Sarria Jorge Bladimir Fariño Cedeño Dirigido por: Wilton Edixon Agila Gálvez, Ph. D.

MODELADO, DISEÑO E IMPLEMENTACIÓN DE UN SISTEMA DE ELEVACIÓN MECATRÓNICO DE UN GRADO DE LIBERTAD CON CONTROL ÓPTIMO POR ESPACIOS DE ESTADO

Este proyecto, muestra el desarrollo e implementación de un sistema mecatrónico de control de posición angular, con su respectivo controlador por espacio de estados y su correspondiente optimización, donde se controla la velocidad del motor DC sin escobillas para obtener el ángulo deseado a pesar de existir perturbaciones en el sistema.

Adicionalmente, el sistema mecatrónico tiene un subsistema de adquisición de datos con un microcontrolador y con la tarjeta de adquisición NI DAQ 6009 en comunicación por medio del software de programación Matlab, que permite supervisar el correcto funcionamiento del sistema para el posterior análisis de datos.