UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

UNIDAD DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA

Proyecto de investigación y desarrollo previo a la obtención del Grado de Magister en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería.

ANÁLISIS ESTRUCTURAL MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DEL CHASIS DEL VEHÍCULO FORMULA SAE ELÉCTRICO DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA. CUENCA 2017

Autores:
Ing. Ricardo Stalin Borja Robalino
Ing. Paul Santiago Morocho Rojas

Dirigido por:
Ing. Jonatan Pozo Palacios, Mgtr.

ANÁLISIS ESTRUCTURAL MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DEL CHASIS DEL VEHÍCULO FORMULA SAE ELÉCTRICO DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA. CUENCA 2017

ANÁLISIS ESTRUCTURAL MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DEL CHASIS DEL VEHÍCULO FORMULA SAE ELÉCTRICO DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA. CUENCA 2017

Autores:

ING. RICARDO STALIN BORJA ROBALINO
Ingeniero Mecánico Automotriz
Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería
Facultad de Ingenierias
Universidad Politécnica Salesiana

ING. PAUL SANTIAGO MOROCHO ROJAS
Ingeniero Mecánico Automotriz
Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería
Facultad de Ingenierias
Universidad Politécnica Salesiana

Dirigido por:

ING. JONATAN POZO PALACIOS, MGTR.
Máster en Ingeniería Mecánica – Diseño Mecánico.
Docente de la Universidad Politécnica Salesiana sede Cuenca
Facultad de Ingenierías
Carrera de Ingeniería Automotriz

Cuenca – Ecuador

DATOS DE CATALOGACIÓN BIBLIOGRÁFICA

BORJA ROBALINO RICARDO STALIN Y MOROCHO ROJAS PAUL SANTIAGO
"ANÁLISIS ESTRUCTURAL MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DEL CHASIS DEL VEHÍCULO FORMULA SAE ELÉCTRICO DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA. CUENCA 2017"
Universidad Politécnica Salesiana. Cuenca – Ecuador, 2017.
MAESTRIA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA.
Formato 170x240mm Páginas: 120

Breve reseña de los autores e información de contacto:

RICARDO STALIN BORJA ROBALINO
Ingeniero Mecánico Automotriz.
Posgrado en Docencia Universitaria por Competencias.
Magister en Gerencia y Liderazgo Institucional.
Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería.
ricardostalinborjar@gmail.com

PAUL SANTIAGO MOROCHO ROJAS
Ingeniero Mecánico Automotriz.
Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería.
paulmorocho-r@hotmail.com

Dirigido por:

JONATAN POZO PALACIOS
Ingeniero Mecánico Automotriz.
Magister en Ingeniería Mecánica – Diseño Mecánico.
Docente de la Universidad Politécnica Salesiana sede Cuenca
Facultad de Ingenierías
Carrera de Ingeniería Automotriz
jpozo@ups.edu.ec

IMPRESO EN ECUADOR – PRINTED IN ECUADOR

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE DE FIGURAS

ÍNDICE DE TABLAS

DEDICATORIA

Dedico este trabajo fruto de mi esfuerzo y perseverancia:

- Primeramente, Dios por guiarme y darme la fortaleza para llegar hasta este momento tan importante de mi formación.
- A mis padres, por ser los pilares fundamentales de mi vida, mi motivación y fortaleza, por apoyarme en todas mis decisiones, gracias a su dedicación, constancia, sacrificio, hoy puedo terminar una fase muy importante de mi carrera profesional.
- A mi hermana, cuñado y sobrinas, quienes con sus palabras de aliento han sido un estímulo para seguir adelante y cumplir con mis ideales.
- A mis amigos y seres queridos por permitirme aprender más de la vida a su lado

¡Esto es posible gracias a ustedes!

Ricardo Borja

A Dios por darme la paciencia y sabiduría para afrontar estos años de estudio y guiarme cada día.

A mis padres (Rosa y Pepe) y hermana (Diana) por apoyarme para llegar a estas instancias de estudio, porque siempre han estado ahí para ayudarme moralmente.
A Gaby, por ayudarme a ser mejor cada día, por el apoyo incondicional y la paciencia en todo este tiempo.

A toda mi familia y en especial a mis primos (Vale, Faty, Pato, Tefy) por ser una inspiración para cumplir esta meta y no rendirme. También a mi Tío Juan Pablo (+) por haber sido un ejemplo para mi vida y por brindarme los mejores consejos que ahora están presentes para mi vida.

Paúl Morocho

PREFACIO

El diseño de un chasis de un vehículo, su naturaleza operacional y su vida útil dependen de la estructura y de la composición de los materiales. Con el avance científico y tecnológico en las áreas de diseño e ingeniería, y la aplicación de metodologías CAD (Computer Aided Desing) y CAE (Computer Aided Engineering) se ha conseguido predecir el comportamiento de estas estructuras. Estas metodologías han permitido disminuir los tiempos y costos de los procesos de diseño y la cantidad de prototipos físicos realizados para su análisis, facilitando los procesos de optimización de manera rápida y precisa.

En torno a los nuevos desarrollos tecnológicos que establecen el nivel competitivo de la Formula SAE, el chasis de los prototipos deben ser desarrollados minuciosamente ya que de estos depende el comportamiento general del vehículo.

Actualmente las investigaciones sobre análisis estructural se desarrollan en software de simulación preferencialmente Ansys, donde utilizan el método de elementos finitos para su resolución, con el fin de garantizar un buen resultado, reduciendo así el número de pruebas en prototipos.

Por lo antes señalado, la presente investigación realiza un análisis estructural del chasis de Formula SAE construido por la Universidad Politécnica Salesiana en el periodo 2016-2017 a través del método de elementos finitos utilizando el software Matlab y Ansys., con la finalidad de comprobar el cumplimiento de los requisitos estructurales, de diseño y análisis expedidos por el reglamento SAE., validando el modelo matemático planteado, mediante una viga empotrada sometida a fuerzas externas a través de los métodos analítico, numérico y experimental.

Los objetivos planteados para esta investigación fueron:

- Realizar un estudio del estado del arte para el diseño de chasis de vehículos Formula SAE.
- Formular y validar el modelo matemático mediante el método analítico, numérico y experimental para análisis de esfuerzos y deformaciones.
- Modelar y simular las deformaciones y esfuerzos del chasis monoplaza de Formula SAE/Student en el software Matlab y Ansys.

Para lograr estos objetivos, se analizó la eficiencia y eficacia del software Matlab, comparando con el programa Ansys, los resultados de deformaciones del chasis sometido a diversas cargas y condiciones de contorno.

Los resultados de esta investigación permitieron comprobar el cumplimiento de los requisitos estructurales, de diseño y análisis expedidos por el reglamento SAE, validando los resultados mediante la comparación de valores.

Esta investigación permitirá aportar a la Universidad Politécnica Salesiana y a la sociedad información científica y tecnológica importante, a fin de promover y fomentar el desarrollo de estos estudios a nivel local, nacional e internacional.

PRÓLOGO

La fórmula SAE es un concurso de ingeniería para estudiantes universitarios a nivel internacional, organizado por: el Instituto de Ingenieros Mecánicos, la Sociedad de Ingenieros Automotrices y el Instituto de Ingenieros Electrónicos, en el que participan alrededor de cien universidades de todo el mundo. Tiene como objetivo principal el desarrollo y construcción de un vehículo monoplaza no profesional, donde se evalúa el diseño, construcción, rendimiento y costo. Debe cumplir una serie requerimientos estructurales del chasis, especialmente, no debe exceder los valores de máximas deformaciones.

El método de elementos finitos (MEF) constituye en la actualidad una herramienta habitual para resolver diferentes tipos de problemas mediante la utilización del ordenador, con lo cual se ha logrado estudiar eficientemente el comportamiento de estructuras.

La presente investigación realiza el análisis estructural del chasis de Formula SAE diseñado por la Universidad Politécnica Salesiana y se está estructurada de la siguiente manera:

En el primer capítulo se describe los reglamentos de la Formula SAE que estipulas los requerimientos y exigencias del chasis monoplaza en relación, a la cabina del piloto, normas alternativas, requisitos estructurales y generales. Se conceptualiza las bases necesarias para el análisis de vigas por el método de elementos finitos. Finalmente se realiza una revisión del estado del arte de estudios realizados a nivel mundial en cuanto al chasis de Formula SAE/Student.

En el segundo capítulo se presenta los modelos matemáticos aplicados a vigas por resistencia de materiales y elementos finitos. Luego, se detalla el procedimiento a seguir para realizar la prueba de rigidez torsional en un chasis de Formula SAE. Finalmente se valida el modelo matemático planteado mediante los métodos analítico, numérico y experimental aplicados a una viga empotrada sometida a fuerzas externas.

En el tercer capítulo se realiza la modelación de la geometría mediante el software Ansys y simulación de las pruebas de impacto en el arco antivuelco principal, frontal, mampara delantera, flexión vertical y rigidez torsional. Como siguiente paso se programa: la modelación de la geometría en Matlab, la matriz de rigidez (k), la matriz de fuerzas, fase de cálculos y ensamblaje. Se modela las mismas pruebas y condiciones de frontera aplicadas en Ansys. Finalmente se hace un análisis comparativo de resultados que permitió determinar la eficiencia y eficacia de Matlab VS Ansys.

AGRADECIMIENTO

Elaborar una tesis de grado es un mérito personal debido al compromiso, responsabilidad, disciplina, sacrificio e investigación que requiere; sin embargo, éste no sería posible sin el valioso apoyo de todas aquellas personas que han fomentado el desarrollo intelectual y profesional.

Nuestro agradecimiento a los docentes por sus conocimientos transmitidos para alcanzar esta meta.

A todas las personas que conforman el grupo de investigación UPS Racing Team por su importante aporte con la información necesaria para esta investigación. De manera especial a los estudiantes Vicente Álvarez Salazar y Diego Carpio Cueva por su valiosa colaboración en nuestro estudio.

A la Universidad Politécnica Salesiana, que nos ha formado como profesionales y nos ha abierto las puertas para esta segunda fase del postgrado.

De manera especial, nuestro profundo agradecimiento al Ing. Jonatan Pozo Palacios Mgtr. director de tesis, quien con capacidad, experticia y paciencia nos orientó y asesoró acertadamente para la culminación de este proyecto de investigación. Gracias estimado maestro por sus sabios conocimientos.

Finalmente, un agradecimiento muy especial merece también la comprensión, paciencia y el ánimo recibidos de nuestras familias y amigos, pues se dice que la gratitud es la memoria del alma.

A todos ellos, muchas gracias

CAPÍTULO I: FUNDAMENTOS TEÓRICOS Y ESTADO DEL ARTE DEL CHASIS DE VEHÍCULOS FORMULA SAE

1.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo presenta en primera instancia la fundamentación teórica sobre la formula SAE, en cuanto a: antecedentes, reglamento y tipo de estructura del chasis.

A continuación, se describe en relación con el método de elementos finitos (MEF): los conceptos generales, proceso de resolución de un problema de ingeniería, métodos de solución de un problema (ventajas y características). Además, se explica las particularidades de los elementos tipo viga (BEAM) y tipo cascara (SHELL).

Finalmente se aborda el estado del arte para lo cual se revisarán estudios realizados en diferentes países sobre diseño, modelado y análisis de un chasis monoplaza Formula SAE por el método de elementos finitos, con la utilización de diferente software.

1.2 PROCEDIMIENTO

En la figura 1.1 se presenta el procedimiento a seguir en el capítulo I.

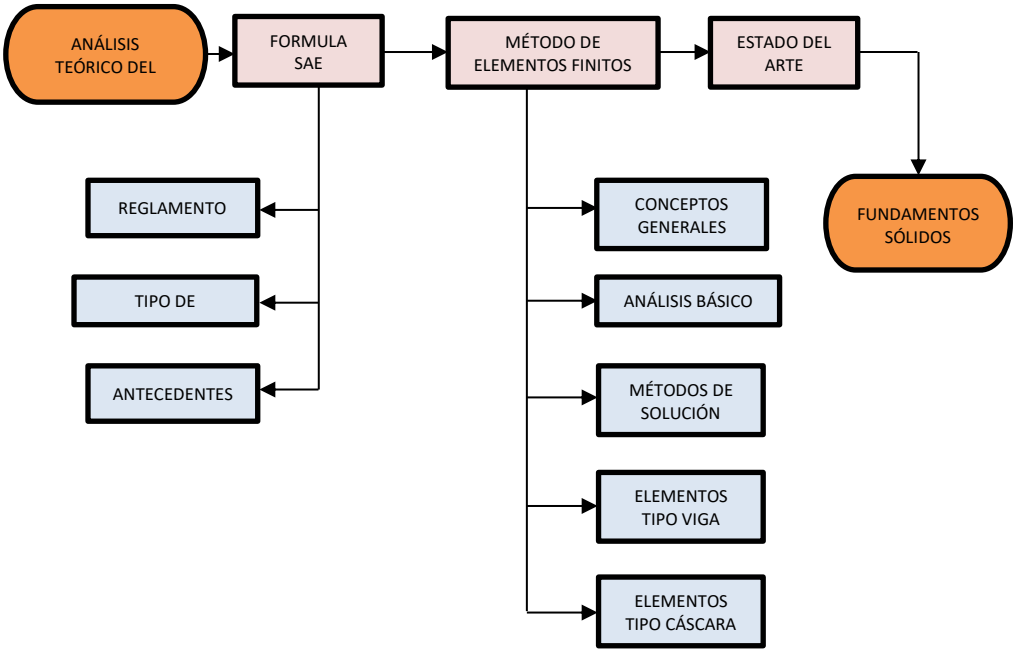


Figura 1.1 *Procedimiento capítulo 1.*

1.3 FORMULA SAE ANTECEDENTES

La Formula Student o Formula SAE es una competencia automovilística internacional para estudiantes universitarios en la cual participan universidades con prototipos de vehículos, promoviendo la excelencia en la Ingeniería Automotriz. Esta idea nació en enero de 1980, con el profesor Ron Matthews conjuntamente con Mike Best, Robert Edwards y John Tellkamp, quienes decidieron crear una competencia de carreras con el nombre de Fórmula SAE.

La primera experiencia nacional se dio en el año 1981, con la participación de cuatro universidades, interviniendo en las modalidades de aceleración, capacidad de maniobra, resistencia y economía de combustible. El progreso tecnológico en sus prototipos permitió que en el año 1984 se determine la competencia como un diseño de ingeniería y no como una prueba de habilidad del conductor. En los siguientes años y décadas, se introdujo el metanol como una clase de combustible, además hubo un incremento

considerable en el número de participantes, registrando un récord de 118 equipos de ocho países en el año 2002.

En la actualidad la competencia de Formula SAE representa un programa de alta exigencia para estudiantes y docentes de las universidades participantes. Permite desarrollar habilidades en el diseño, construcción, desarrollo y participación con un vehículo monoplaza real en un entorno competitivo a nivel mundial. Se ha desarrollado en diversos países como Brasil, Italia, Reino Unido, Austria, Alemania y Japón. Asimismo, cuenta con el auspicio de grandes marcas automovilísticas tales como: Ford, Mercedes, Porsche, BMW, etc. (SAE International, 2016).

1.3.1 REGLAMENTOS 2017 PARA EL CHASIS

La Formula SAE está normalizada por un ciclo de reglas que se presentan cada dos años. Sin embargo, los cambios importantes a las regulaciones pueden hacerse en los años impares. Las reglas establecidas para el año 2017 regirán el período 2018 de competencia. Aunque se señala que, si los organizadores y el comité de reglas de la FSAE encuentran la necesidad de hacer un cambio, tienen la autoridad para hacerlo. (Formula SAE, 2017).

El diseño de un chasis exige el análisis de regulaciones expedidas en la página oficial de la Fórmula SAE. A continuación, se describen las normas correspondientes.

1.3.2 ARTÍCULO 3: LA CABINA DEL PILOTO

1.3.2.1 T3.1 ESTRUCTURA DEL VEHÍCULO

Los equipos para diseñar un vehículo deben cumplir con dos alternativas por separado, pero relacionadas con los requisitos y restricciones que establece el reglamento, así:

- **a)** Parte T Artículo 3 referente a “Cabina del piloto".
- **b)** Parte AF "Reglas alternativas del bastidor".

1.3.2.2 T3.3 DEFINICIONES

Las siguientes definiciones se aplican en todo el documento del reglamento (Formula SAE, 2017) :

a) **Arco principal. -** Barra antivuelco situada detrás del torso del piloto.
b) **Arco Frontal**. - Barra antivuelco situado por encima de las piernas del conductor en la proximidad del volante.
c) **Arcos antivuelco. -** Tanto el arco frontal y el arco principal se clasifican como "Arcos antivuelco"
d) **Soportes de refuerzo de los arcos antivuelco**. - Barra que ejerce sujeción entre dichos arcos dándoles mayor firmeza.
e) **Barra del bastidor. -** Porción pequeña de tubo que se encuentra sin cortar y continua.
f) **Bastidor**. - Conjunto estructural que soporta todos los sistemas funcionales del vehículo.
g) **Estructura Primaria**. - Tiene los siguientes componentes:

- Arco principal.
- Arco Frontal.
- Refuerzos de los arcos antivuelco y soportes.
- Estructura de impacto lateral.
- Mampara delantera.
- Sistema de soporte de mampara delantera.
- Miembros del bastidor, guías y soportes que transfieren cargas desde el sistema de sujeción del conductor.

h) **Estructura principal del bastidor. -** Es la porción del bastidor que se encuentra dentro de la envolvente comprendida por la estructura primaria y la parte superior del arco principal y sus refuerzos.
i) **Mampara Delantera**. - Estructura plana que define el plano delantero del bastidor y proporciona una protección para los pies del conductor.
j) **Atenuador de impactos. -** Dispositivo deformable que absorbe energía para que no se transmita a la estructura situándose por delante de la mampara.
k) **Zona de impacto lateral**. - Área del lado del vehículo que se extiende desde la parte superior a 350 mm por encima del suelo y se ubica desde el arco frontal hasta el arco principal.
l) **Triangulación de nodo a nodo.** - Disposición de las barras del bastidor que se proyecta sobre un plano. Cada nodo debe generar una estructura triangular con las barras en cualquier dirección.

En la figura 1.2 se observa las partes correspondientes al chasis tubular de la fórmula SAE.

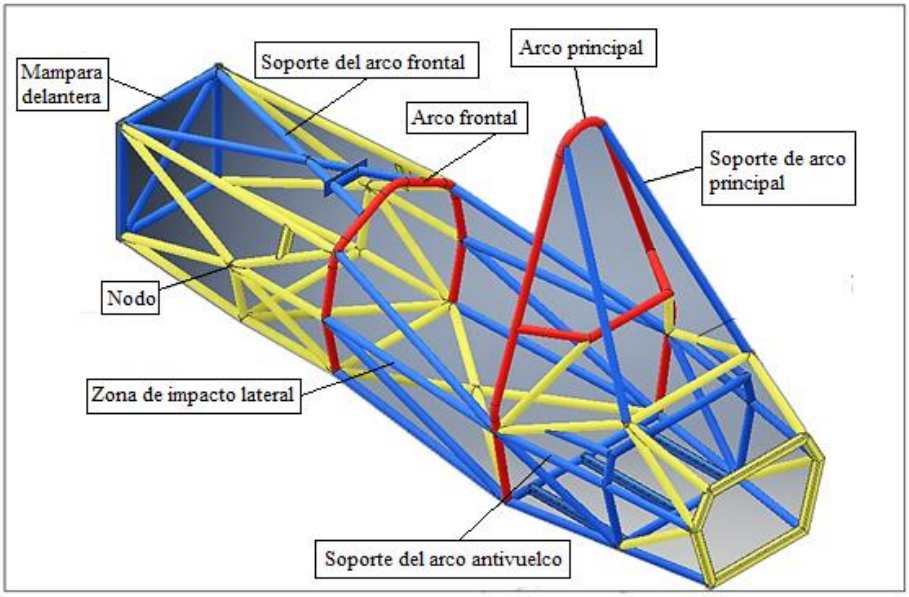


Figura 1.2 *Partes del chasis tubular Fórmula SAE. (Universidad Politécnica Salesiana - Cuenca).*

1.3.2.3 T3.4.5 PROPIEDADES DE LOS ACEROS PARA EL CÁLCULO

Las propiedades de aceros utilizados en un cálculo de equivalencia estructural (SES) o requisitos estructurales (RECF), deben cumplir las siguientes características:

Cálculo para fuerzas no soldadas de material continuo:

- Módulo de Young (E) > 200000 MPa (29.000 Kpsi).
- Limite elástico (Sy) > 350 MPa (44,2 Kpsi).
- Resistencia limite (Su) > 365 MPa (52,9 Kpsi).

Resistencia soldada para materiales discontinuos, tales como cálculos de conjuntos:

- Limite elástico (Sy) > 180 MPa (26kpsi).
- Resistencia limite (Su) > 300 MPa (43,5 kpsi).

1.3.3 PARTE AF - NORMAS ALTERNATIVAS

1.3.3.1 ARTÍCULO 1: REQUISITOS GENERALES

Los requisitos pueden proporcionar a los equipos un enfoque alternativo.

1.3.3.2 ARTÍCULO 2: REQUISITOS ESTRUCTURALES CERTIFICACIÓN (SRCF)

Dado que no existe un diseño de acero de línea de base en este conjunto de reglas alternativas, el equipo debe demostrar que está cumpliendo los requisitos estructurales funcionales (Formula SAE, 2017).

1.3.3.3 ARTÍCULO 3: DEFINICIONES

Las siguientes definiciones tomadas del reglamento de utilizan en la investigación (Formula SAE, 2017).

a) **Esfuerzos. -** Tracción, compresión, esfuerzo cortante o carga de pandeo crítica. Todos los modos de fallo tienen que ser considerados para cada caso de carga.
b) **Direcciones** - El siguiente sistema de coordenadas se utiliza dentro de estas reglas: longitudinal (X), transversal (Y), vertical (Z). Véase figura 1.3.

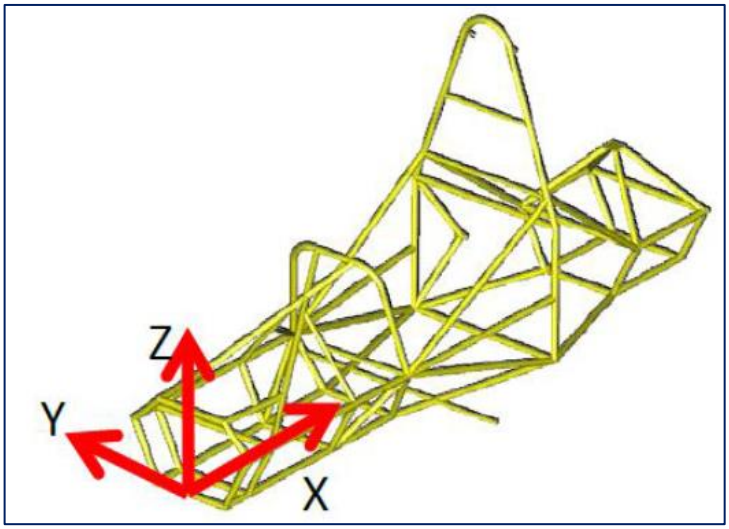


Figura 1.3 *Sistema de coordenadas para el chasis. (SAE International, 2017).*

1.3.4 ARTÍCULO 4: REQUISITOS ESTRUCTURALES

Estos requisitos serán utilizados para la simulación en ANSYS y MATLAB del chasis, el cual no deberá sobrepasar los valores indicados de deformación, el listado de requisitos se ha tomado del reglamento de la formula SAE 2017 y se describen a continuación. (Formula SAE, 2017)

1.3.4.1 AF4.1 ARCO ANTIVUELCO PRINCIPAL, REFUERZOS Y SOPORTES

- *AF4.1.1 Carga aplicada*: Fx= 6000N, Fy= 5000N, Fz= -9000N.
- *AF4.1.2 Punto de aplicación:* Inicio del arco antivuelco principal.
- *AF4.1.3 Condición de contorno:* Desplazamiento fijo (x, y, z), sin la rotación de los nodos inferiores de ambos lados de los arcos antivuelco delantero y principal.
- *AF4.1.4 Máxima deflexión permisible:* 25mm.
- *AF4.1.5* No debe ocurrir error de falla en cualquier parte de la estructura.
- *AF4.1.6 Punto de aplicación para el refuerzo del arco antivuelco:* Parte superior del arco antivuelco principal.

1.3.4.2 AF4.2 ARCO ANTIVUELCO FRONTAL, REFUERZOS Y SOPORTES

- AF4.2.1 *Carga aplicada*: Fx = 6.0 kN, Fy= 5.0 kN, Fz= -9.0 kN.
- AF4.2.2 *Punto de aplicación*: Parte central superior del arco antivuelco frontal.
- AF4.2.3 *Condición de contorno*: Desplazamiento fijo (x, y, z) pero no rotación de los nodos inferiores de ambos lados de los arcos frontal y principal.
- AF4.2.4 *Máxima deflexión admisible:* 25mm.

1.3.4.3 AF4.3 ESTRUCTURA DE IMPACTO LATERAL

- *AF4.3.1 Carga aplicada:* Fx= 0N; Fy= 7000N; Fz= 0N. La dirección del vector de carga lateral debe estar hacia el conductor.

- *AF4.3.3 Condición de contorno:* Desplazamiento fijo (x, y, z), sin rotación de los nodos inferiores de ambos lados de los arcos antivuelco frontal y principal.
- *AF4.3.4 Máxima deflexión admisible:* 25 mm.
- *AF4.3.5* La falla no debe ocurrir en cualquier parte de la estructura.

1.3.4.4 AF4.4 MAMPARA DELANTERA Y SOPORTE DE MAMPARA DELANTERA

- *AF4.4.1 Carga aplicada:* Fx= 120000N, Fy= 0N, Fz= 0N.
- *AF4.4.2 Punto de aplicación:* Utilizar los puntos de fijación real entre el atenuador de impacto y el frente de la mampara delantera.
- *AF4.4.3 Condición de contorno:* Desplazamiento fijo (x, y, z), sin rotación de los nodos inferiores de ambos lados del arco principal y en la unión del arco principal y el tubo de arnés.
- *AF4.4.4 Máxima deflexión permisible:* 25mm.

1.3.5 ARTÍCULO 5: REQUISITOS ANÁLISIS GENERAL

Los siguientes requisitos se aplican al proceso de certificación estructural:

- **AF5.1** Todas las suposiciones y aproximaciones de modelado están sujetos a la aprobación durante el proceso de SRC. Esto incluye, pero no se limita a las propiedades mecánicas, el tamaño y calidad de malla.

- **AF5.4** Los agujeros en los tubos pueden despreciarse en los resultados de los modelos globales exteriores totales y monocasco. Sin embargo, para cada caso de carga, la fuerza y los momentos en ambos lados de los tubos necesitan ser aplicados a una cara o modelo sólido del tubo con la geometría de agujero o corte modelado.

- **AF5.5** Las compensaciones entre los tubos y los nodos necesitan un análisis detallado, donde la conexión real es modelada utilizando las restricciones finales.

- **AF5.6** Un análisis alternativo no incluye las restricciones nodales, en su lugar se ejecuta el modelo con restricción de la inercia. En este caso, la distribución de la masa del vehículo debe aproximarse a la distribución de la masa real prevista. Deben ser utilizadas una masa del conductor de 0.077 T. y una masa del vehículo mínimo de 0.3 T.

1.4 TIPOS DE ESTRUCTURA

Dentro de la competencia de la fórmula SAE se manejan dos tipos de estructuras:

- Chasis de estructura tubular.
- Chasis tipo monocasco.

1.4.1 CHASIS DE ESTRUCTURA TUBULAR

Este tipo de chasis está constituido por tubos redondos o cuadrados que se unen triangularmente para formar nodos en cada extremo. Están destinados a soportar las masas suspendidas del vehículo, así como ser un elemento de seguridad pasiva para el piloto en un caso de accidente. Las reglas establecidas para este tipo de chasis regulan: el espacio interior, estructura mínima, soportes de seguridad para el piloto; además, deben cumplir requisitos de deformación y tensión de las barras. En la figura 1.4 se observa el diseño de un chasis tubular de formula SAE.

1.4.1.1 VENTAJAS

- Construcción sencilla mediante suelda eléctrica o autógena.
- Disponibilidad de mayor espacio interior, debido a triangulación de tubos.

1.4.1.2 DESVENTAJAS

- Mayor peso.
- Menor rigidez.

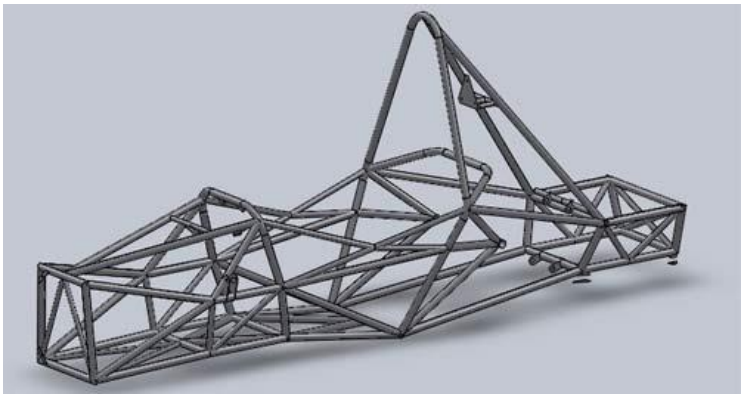


Figura 1.4 *Chasis tubular Formula SAE. (Serrano, 2017).*

1.4.2 CHASIS TIPO MONOCASCO

Consiste en una estructura superficial fabricada a base de FRP (polímero reforzado con fibra) de fibra de carbono, resina y un núcleo que puede ser de diversos materiales. (Martín Redondo, 2017). Véase figura 1.5.

Debido al uso de este material existe una disminución considerable del peso, por lo tanto, un mejor rendimiento de la potencia. Este tipo de chasis también debe cumplir con el reglamento establecido además de presentar el formulario de requisito estructural.

1.4.2.1 VENTAJAS

- Bajo peso debido al material de construcción.
- Elevado módulo de elasticidad, por lo tanto, mayor resistencia.
- Capacidad de aislamiento térmico.

1.4.2.2 DESVENTAJAS

- Costo elevado de construcción.

Figura 1.5 *Chasis monocasco de la Formula SAE. (Model., 2017)***.**

1.5 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS FEM PARA ESTRUCTURAS

Representa uno de los métodos de análisis más importantes dentro del mundo de la ingeniería, ya que permite obtener la solución numérica aproximada de un cuerpo, estructura o dominio. En la actualidad, el diseño estructural, el análisis de todas las estructuras menos simples se lleva a cabo utilizando el método de elementos finitos.

1.5.1 ELEMENTOS FINITOS

Es un método de cálculo utilizado en diversos problemas de ingeniería, se basa en considerar una estructura dividida en elementos discretos. Utiliza diversas conexiones de vínculos entre sí, generando un sistema de ecuaciones que se resuelve numéricamente. El método también se utiliza en matemáticas nodales para resolver ecuaciones diferenciales en forma numérica. (Oñate, 1995).

La base de este método es la representación de un cuerpo en un ensamble de subdivisiones llamadas elementos, los mismos que se conectan a través de puntos llamados nodos. En la figura 1.6 se observa la forma de los elementos y los nodos.

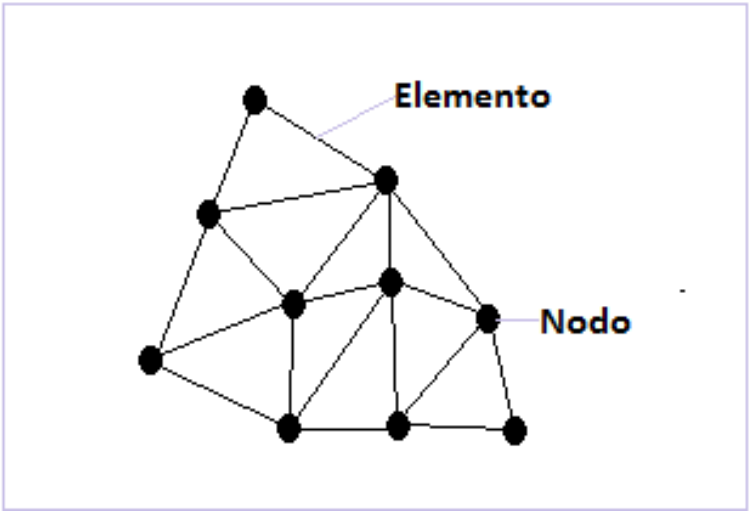


Figura 1.6 *Familia de elementos triangulares bidimensionales.*

Una manera de obtener resultados aproximados de la ecuación diferencial de un problema es dividir al sistema equivalente en cuerpos pequeños. La solución que se obtiene para cada unidad se combina para obtener la solución total.

1.5.2 ANÁLISIS BÁSICO POR EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

Al momento de resolver un problema de ingeniería a través de software, es importante seguir un proceso conceptual que lleve a la formulación y solución correcta del caso a analizar. Véase Figura 1.7.

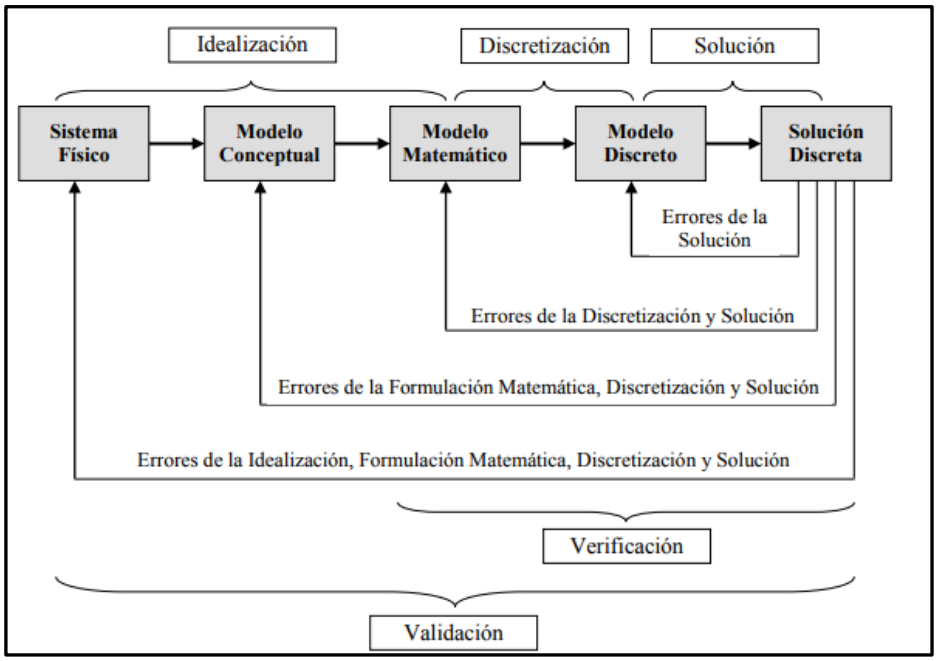


Figura 1.7 *Proceso de resolución de un problema de ingeniería. (Massa, 2015).*

1.5.3 MÉTODOS DE SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA DE INGENIERIA

El método de elementos finitos permite aproximar soluciones numéricas a través de la unión de los resultados que se obtienen al dividir la estructura en elementos discretos (nodos). Para poder validar y aplicar un modelo matemático, es necesario comparar el análisis del problema a través de los métodos: analítico, numérico y experimental. Véase Tabla 1.1.

Método analítico	Método numérico	Método experimental
• **Aproximación clásica.** • **100 % resultados precisos.** • **Aplicable sólo para problemas simples como voladizo y simples vigas soportadas, etc.**	• Es una representación matemática. • Aproxima las suposiciones hechas. • Aplicable a prototipos físicos no disponibles (Fase de diseño). • Aplicable a problemas complejos de la vida real. • Los resultados deben ser verificados por el método experimental o analítico para conocer su rango de veracidad.	• Da una medida real. • Aplicable solo a dispositivos físicos que se encuentren disponibles. • Los resultados son creíbles, siempre y cuando se realice entre 3 a 5 pruebas. • Consume mucho tiempo y necesita un análisis costoso.
• **En general los métodos analíticos se consideran soluciones 100% exactas.**	• Método de elementos finitos: lineal, no lineal, pandeo, térmico, dinámica y fatiga. • Método del elemento de frontera: Acústica, NVH. • Método del Volumen Finito: CFD (Fluido Computacional Dinámica) y Computacional Electromagnetismo. • Método de Diferencia Finita: Análisis del flujo térmico y fluido (en combinación con FVM).	• Galgas extensiométricas. • Foto elasticidad. • Medidores de vibración. • Sensores de temperatura y presión, etc. • Prueba de fatiga

Tabla 1.1 *Métodos de solución analítico, numérico y experimental. (Altair Engineering, 2012).*

Un problema puede ser resuelto por el método analítico siguiendo dos pasos simples:

1. Analizar y definir la ecuación que gobierna el problema.
2. Resolver la ecuación con las condiciones del problema.

Para la resolución numérica a través de MEF es necesario:

1. Definir el tipo de análisis a realizar (lineal, no lineal, térmico, etc.)
2. Ejecutar el Pre- proceso que incluye:

    - Realizar el diseño de la geometría e importar al software CAD con el cual se trabajará.
    - Definir el material, propiedades e información necesaria para la resolución del problema.
    - Realizar el mallado de la geometría.
    - Definir las cargas, restricciones, etc.
    - Exportar el MEF para su solución.

3. Proceso: Determinar la solución.
4. Post- proceso: Visualización de resultados a través de: gráficas 2D /3D, desplazamientos, esfuerzos, etc.

1.5.4 ELEMENTOS TIPO VIGA PARA EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (BEAM)

Son muy importantes dentro de varios tipos de software de elementos finitos. Estos poseen una simulación simplificada, por lo que son recomendados para análisis de estructuras tubulares.

En los programas de simulación como Ansys se los conoce con BEAM 188 que es un elemento tridimensional basado en el modelo de viga de Timoshenko que tiene en cuenta la contribución de las cortantes y el efecto de la inercia rotacional. (Trabalón, 2016), es decir explica la modelación transversal del corte. En la figura 1.8 se aprecia el análisis de este tipo de viga.

Representa un elemento tridimensional con formulación lineal o cuadrática, definido mediante dos nodos principales (i y j). Conjuntamente se puede utilizar un tercer nodo K, mediante el cual se determina la orientación del sistema de coordenadas locales del elemento.

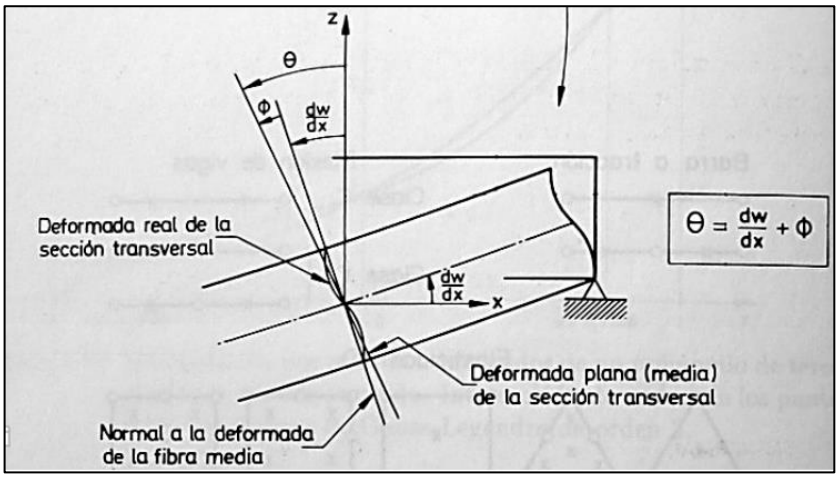


Figura 1.8 Análisis de vigas por el método de Timoshenko. (Trabalón, 2016).

Los elementos tipo Beam soporta análisis restringidos a la torsión para la creación de siete grados de libertad en cada nodo de la viga. Además, se supone que el alabeo de la sección transversal es suficientemente pequeño como para ser tomada en cuenta.

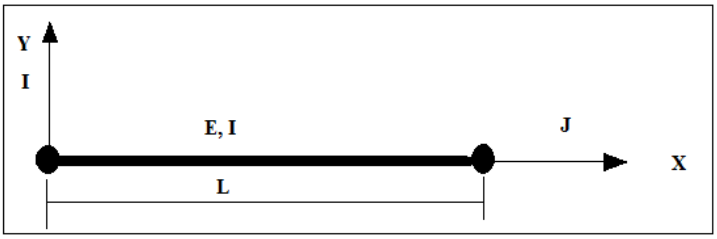


Figura 1.9 *Elemento finito tipo Beam.*

La figura 1.9 es la representación básica de un elemento tipo Beam, constituido por dos nodos y los grados de libertad dependerán de los apoyos que actúen sobre esta viga. Para este elemento se considera un módulo de elasticidad E, momento de inercia I, la longitud L y la matriz de rigidez K (Ecuación 1.1) en la cual no se considera la deformación axial. (Kattan, 2008).

$$k = \frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^2 & -6L & 2L^2 \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^2 & -6L & 4L^2 \end{bmatrix} \qquad \text{Ecuación 1.1}$$

1.5.5 ELEMENTOS TIPO CÁSCARA PARA EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS (SHELL)

Estos elementos tipo lámina basados en la teoría de Reissner Mindlin, se caracterizan por analizar estructuras hechas a partir de laminas, tambien pueden ser aplicados para elementos de pared delgada, en la figura 1.10 se muestra el elemento tipo shell.

El elemento se define por cuatro nodos, y cada nodo tiene seis grados de libertad: tres de traslación y tres de rotación. Los ejes coordenados X y Y del elemento se definen en el mismo plano del elemento. Tiene un espesor que se define en sus constantes reales. (Roa Garzón & Garzón Alvarado, 2002). Tiene la ventaja de tener un buen comportamiento frente a la convergencia en problemas no lineales de lámina delgada.

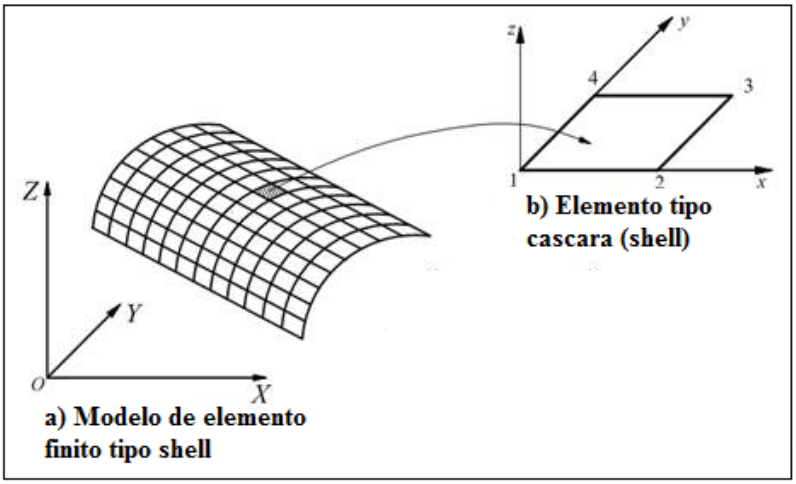


Figura 1.10 *Elemento Finito tipo Shell. (Tehran, 2000).*

1.6 REVISIÓN DEL ESTADO DEL ARTE

Ryan Abrams (2008) en la Universidad de Western Ontario, Canadá realizó un análisis modal a través del método de elementos finitos utilizando una malla de haz del chasis para validar un aumento de la rigidez del mismo. Utilizó un análisis estático para medir la deflexión, y estableció una disminución en la deflexión cuando el apoyo estructural fue en los puntos de montaje del motor del chasis.

Los resultados confirmaron que la provisión de apoyo estructural en el motor y los puntos de montaje del chasis incrementaron la rigidez y cambiaron el primer modo elástico de vibración de la flexión a la torsión. Véase figura 1.11.

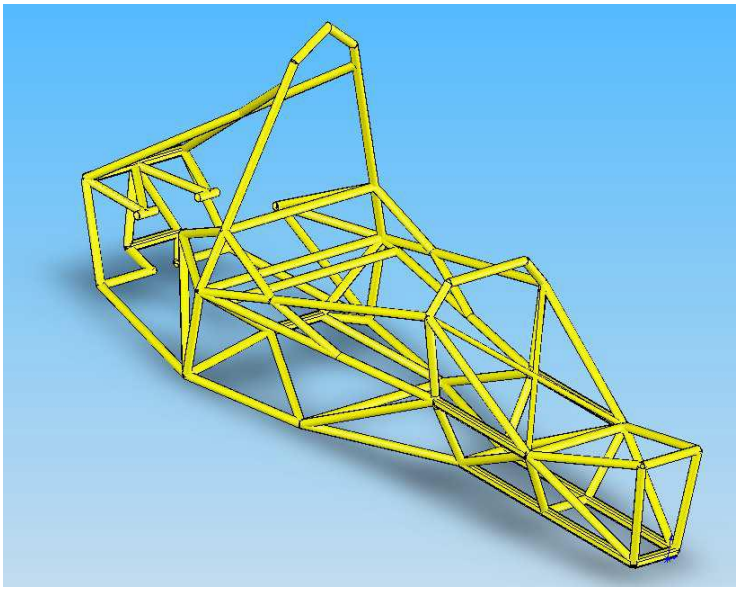


Figura 1.11 *Chasis de Formula SAE de la Universidad de Western Ontario. (Ryan, 2008).*

Elia Barrado (2012) realizó una investigación en el departamento de mecánica de medios continuos y teoría de estructuras de la Universidad Carlos III de Madrid. En la misma, propusieron mejorar la forma constructiva del chasis tubular elaborado por el equipo de fórmula SAE de la Universidad de Pisa (Italia) en cuanto a resistencia, seguridad y economía. Se realizó la comparación del comportamiento de materiales como: el acero convencional AISI 4130, aleaciones de aluminio y magnesio 5083 y fibra de carbono (fibra con resina epoxi Hexply 8552) en la estructura de un chasis monoplaza de fórmula SAE. Véase figura 1.12.

El estudio contempló la modificación del diseño ET4 (2011) en el área de las barras del arco frontal, con el fin de conseguir una sustancial mejora de las propiedades del chasis en términos de: minimización de la masa y las dimensiones, maximización de la relación rigidez a torsión/masa. Además, sustituyó las estructuras auxiliares y críticas por aleación de aluminio dejando únicamente de acero los arcos principales, frontal y barras de soporte de los hombros del piloto. También utilizó la fibra de carbono para el diseño del chasis con el arco principal y frontal de acero.

Mediante el programa de simulación LS-Prepost y el método de elementos finitos se consiguió los siguientes resultados:

- Estructura de acero con un peso de 0.332 T. y rigidez torsional de 2970000 Nmm/º giro máximo de 1.56º.

- Estructura de aluminio con un peso de 2.61 T. y rigidez torsional de 2070000Nmm/º giro máximo de 2.59º.
- Estructura de aleación de aluminio en arcos principales y barras peso de 2.239T. y rigidez torsional de 5379300Nmm/º giro máximo 1.19º.
- Estructura de acero y fibra de carbono, con 20 láminas se obtuvo un peso de 2.966T. y una rigidez de 1141300 Nmm/º.
- El costo de construcción en aleación de aluminio o fibra de carbono duplica el valor del diseño en acero.

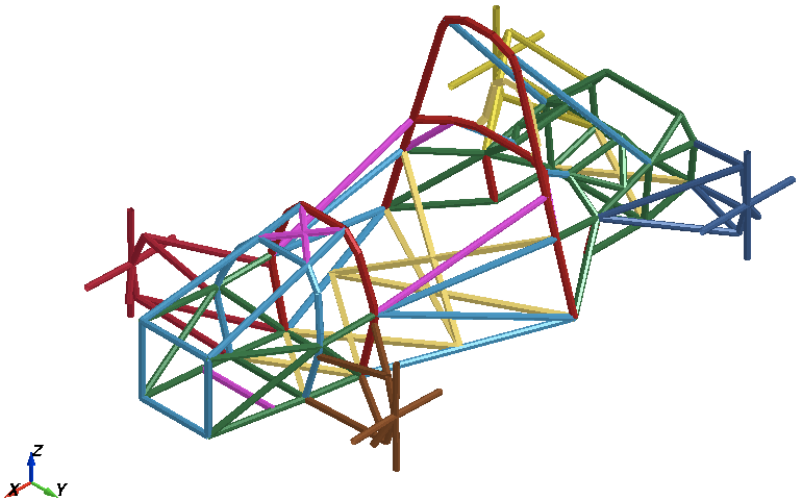


Figura 1.12 *Modelo del chasis ET4 con suspensión y ruedas. (Barrado, 2012).*

Radzi y otros (2012) en la revista del centro de investigación y pruebas automotrices (ARTeC), Facultad de Ingeniería Mecánica, Universiti Teknologi MARA – Malasia, publica el análisis de las deformaciones y tensiones que se producen en un chasis ECO. El proyecto estuvo diseñado con secciones huecas circulares y cuadradas, en el que se analizó la carga estática y de torsión a través del software Catia, FEA y Abacus CAE. Véase figura 1.13.

Las cargas aplicadas fueron las señaladas por el reglamento de formula SAE, mediante el cual obtuvieron resultados favorables como:

- En carga muerta la tensión máxima situadas en la parte posterior fue de 52.3Mpas, la deformación máxima se dio en el chasis por el asiento del conductor siendo esta de 1.68m.
- En aceleración la tensión máxima fue 86.8Mpa y 4,2 mm de deformación.
- En desaceleración la tensión máxima fue de 73Mpas y 3,79mm de deformación.
- Sometido a una carga de torsión obtuvieron una tensión de 199.6Mpas y una deformación máxima de 5.2mm.

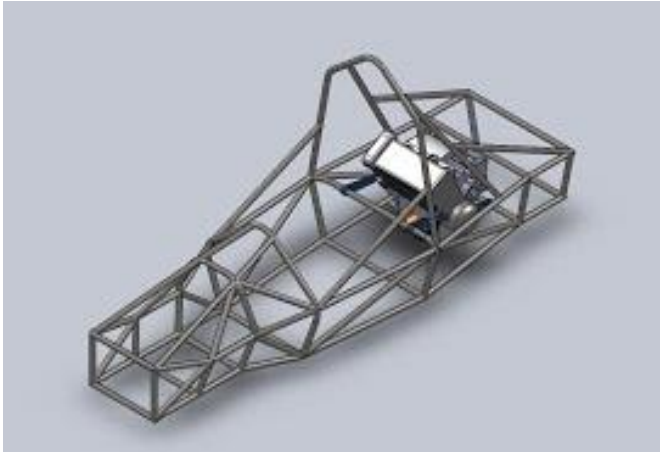


Figura 1.13 *Estructura del Chasis Tubular. (Radzi, 2012).*

En el mismo año, en la Universidad de Granada- España, Eva Ramos (2012) en su trabajo de fin de Master, propone una aplicación de análisis modal operacional a estructura singular. Inicialmente actualizó el modelo matemático de la estructura a través del método de elementos finitos, definió sus parámetros de incertidumbre por el método EFI. A través del software SAP2000 realizó el modelo y cálculo de los grados de libertad por nodos, las matrices de masa, rigidez, formas modales y frecuencias naturales de la estructura. Mediante la aplicación del software Matlab ejecutó las rutinas de análisis modal introduciendo parámetros de sección como el módulo de Young y la densidad. Véase figura 1.14.

Los resultados de los análisis modales para la localización óptima de sensores se obtuvieron a la tercera iteración demostrando que hay poca variabilidad en comparación con la parte experimental de cálculos de estructuras complejas. El autor recomendó estudios futuros en incertidumbre paramétricas para estructuras mediante las metodologías EFIWM, KEMRO y SEMRO.

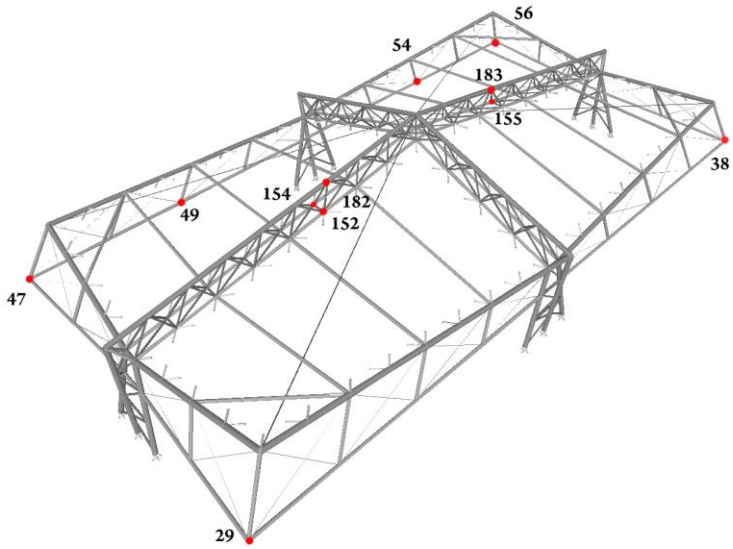


Figura 1.14 *Cálculo de estructura obtenida por el método EFI. (Ramos, 2012).*

Nájera y otros (2013) realizaron el diseño, modelado y análisis de un chasis para un monoplaza formula SAE por el método de elementos finitos. El estudio estuvo enfocado a la comparación del comportamiento estructural del acero SAE 1020 y SAE 4130 como materiales de fabricación de un chasis de perfil tubular. Véase figura 1.15.

Los aspectos del diseño estuvieron basados en los reglamentados de la formula SAE año 2013. A través del software SolidWorks simularon el chasis en dos y tres dimensiones con el fin de realizar un análisis de tensiones, deformaciones y factores de seguridad en el caso de un impacto frontal, lateral y vuelco. Las pruebas finales fueron de remolque, aceleración, frenado, viraje, flexión y torsión**.**

Los resultados evidenciaron que el acero SAE 4130 permite tener tensiones máximas bajas, deformaciones casi imperceptibles que se encuentran dentro del rango que emite la SAE en su reglamento. Los autores propusieron el diseño de su prototipo con SAE 4130 de 25.4mm de diámetro y 2mm de espesor para el arco principal y frontal. En cuanto al resto de la estructura se recomendó un espesor de 1.75mm y 1,65mm para los refuerzos y triangulaciones.

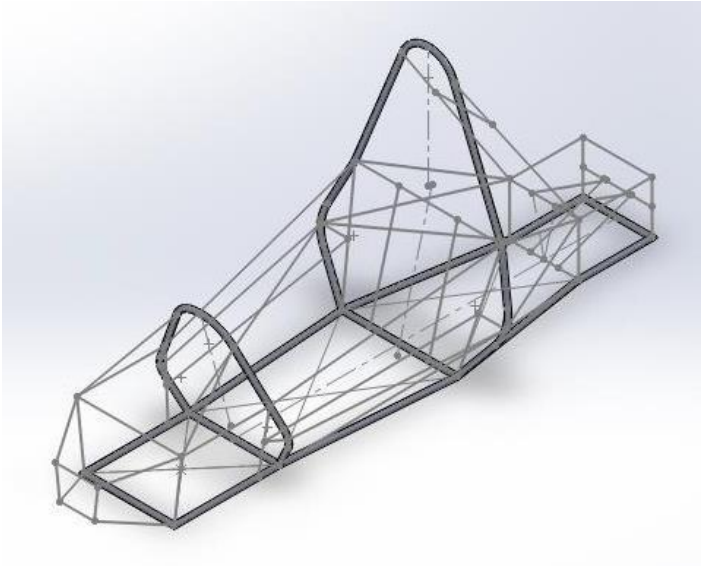


Figura 1.15 *Modelado 3D de la estructura del chasis con perfil tubular. (Najera, 2016).*

Otro estudio es el realizado por Julián Valencia (2015) en la Universidad Tecnológica de Pereira, en relación a un diseño y análisis estructural mediante el método de elementos finitos de un chasis formula SAE. Se Planteó un modelo de chasis tubular elaborando la geometría en el software Catia y analizando su estructura en el programa Ansys. El material utilizado fue el acero ASTM A 572 y se analizó únicamente el esfuerzo, deformación y rigidez en el caso de un vuelco. Véase figura 1.16.

Como resultado obtuvo una tensión máxima de 857 Mpa, una deformación máxima de 17,3mm ubicado en el arco principal y una rigidez torsional de 998132 Nmm/º, señalando que debería cambiarse el material con el cual se encuentra construido y además realizar un rediseño de la estructura ya que no cumple con los requerimientos del reglamento SAE.

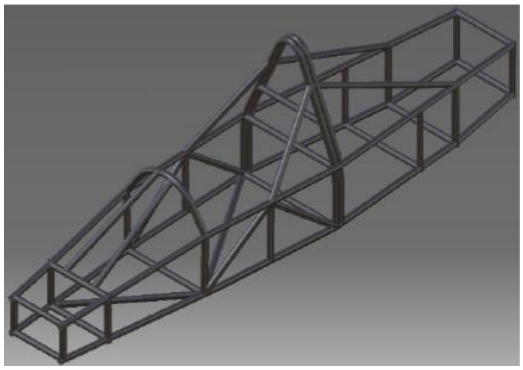


Figura 1.16 *Chasis Tubular Formula SAE-CatiaV5. (Valencia Hinestroza, 2015).*

En la Universidad Politécnica de Cartagena, Oller Trabálon (2016) realizó el análisis estructural del chasis de fórmula Student, mediante el método de los elementos finitos en las situaciones de máximo esfuerzo. Analizó la resistencia del chasis y su comportamiento a la hora de soportar las cargas que le son transferidas en frenada, aceleración y paso por curva. También estudió la rigidez a torsión, debido a la gran importancia que ésta tiene en el buen comportamiento en pista de un vehículo de competición. Véase figura 1.17.

Mediante el programa SolidWorks y Ansys el estudio obtuvo los siguientes resultados:

- En la prueba de frenado, las mayores tensiones se concentraron en el tren delantero con un valor de 194.96Mpas y una deformación vertical de 0.32mm.
- En la prueba de aceleración, la mayor tensión se concentró en los triángulos inferiores posteriores con un valor de 105,64Mpas, una deformación vertical de 0.11mm.
- En la prueba de paso por curva a velocidad constante, las mayores tensiones se ocasionaron en la parte delantera con un valor de 119.58Mpas, una deformación de 0.56mm.
- La rigidez torsional del chasis fue de 1500000Nmm/º.

El investigador propuso la implementación de dos barras más en la parte delantera y la reubicación de la barra posterior con el fin de disminuir tensiones.

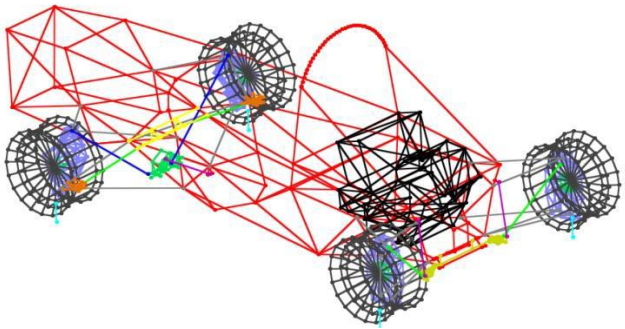


Figura 1.17 *Modelo alámbrico del chasis en formato CAD. (Oller, 2016).*

Martin Redondo (2017) en la Universidad Politécnica de Madrid realizó el análisis y simulación de un chasis tubular utilizando acero SAE S355JR y fibra de carbono para un vehículo tipo formula Student. Propuso un diseño de chasis tubular a la UPM Racing modelando la geometría en 3D mediante el software CATIA. Analizó la rigidez torsional con y sin el retraso de la Shoulder Harness Mounting Bar en el Main Hoop. Y determinó las deformaciones y tensiones permitidas dentro del reglamento SAE. Véase figura 1.18.

Mediante el software Ansys realizó el análisis utilizando el elemento Shell 181, obteniendo los siguientes resultados:

- Mejora de la rigidez torsional de 5356000 Nmm/º a 2413000 Nmm/º.
- Con las cargas establecidas en el reglamento SAE, obtuvo las deformaciones y esfuerzos bajo el límite establecido:

  17,3mm- 450 Mpa en el Main Hoop.
  15,7mm y 383Mpa en el Front Hoop.
  2,42mm y 127Mpa en el Side Impact.

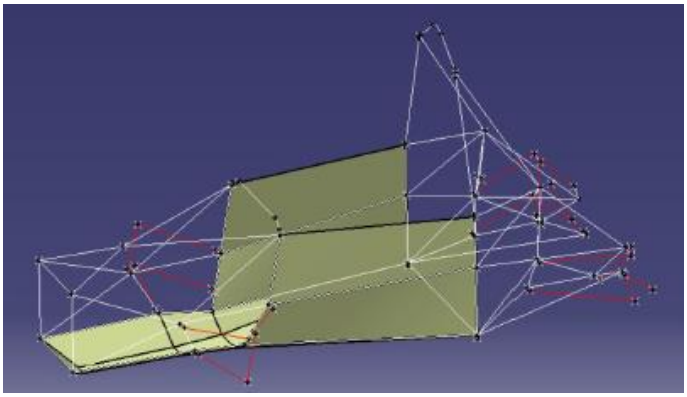


Figura 1.18 *Esqueleto del Chasis Tubular Formula SAE. (Redondo, 2017).*

1.7 SUMARIO

En este capítulo se revisaron los conceptos de la Formula SAE, enfocada al diseño y análisis para el chasis. Se realizó una descripción del método de elementos finitos en cuanto a: procedimientos, métodos de solución, aplicaciones en vigas tipo BEAM y tipo SHELL; y se desarrolló el estado del arte en base a investigaciones realizadas en los últimos años en diferentes países en los que utilizaron un software que permitió realizar análisis de deformaciones, esfuerzos y rigidez torsional en varios diseños de la Formula SAE Student.

Las bases teóricas generadas permitirán tener un concepto específico del chasis de Formula SAE, y del método de elementos finitos que pueden aplicarse, generando una base sólida para el desarrollo del modelo matemático que regirá sobre la estructura.

CAPÍTULO II: MODELO MATEMÁTICO - ANÁLISIS DE ESFUERZOS Y DEFORMACIONES EN VIGAS

2.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo detallará en primera instancia el tipo de estructura a utilizarse para el análisis. Posteriormente se describen las fórmulas para el cálculo de deformaciones y esfuerzos en vigas, tanto de la forma analítica como por el método de elementos finitos. Se especificará el proceso a seguir para el cálculo de la rigidez torsional en un chasis.

A continuación, se validará el modelo matemático, tomando como referencia una viga empotrada con la acción de una fuerza externa. Se aplicará el método analítico y de elementos finitos, mientras que para el método experimental se utilizará una galga extensiométrica y un reloj comparador. También se compararán los resultados obtenidos entre el método de elementos finitos por el software Ansys y Matlab.

2.2 PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO PARA EL DISEÑO DEL MODELO MATEMÁTICO

En la figura 2.1 se presenta el procedimiento a seguir en el capítulo 2.

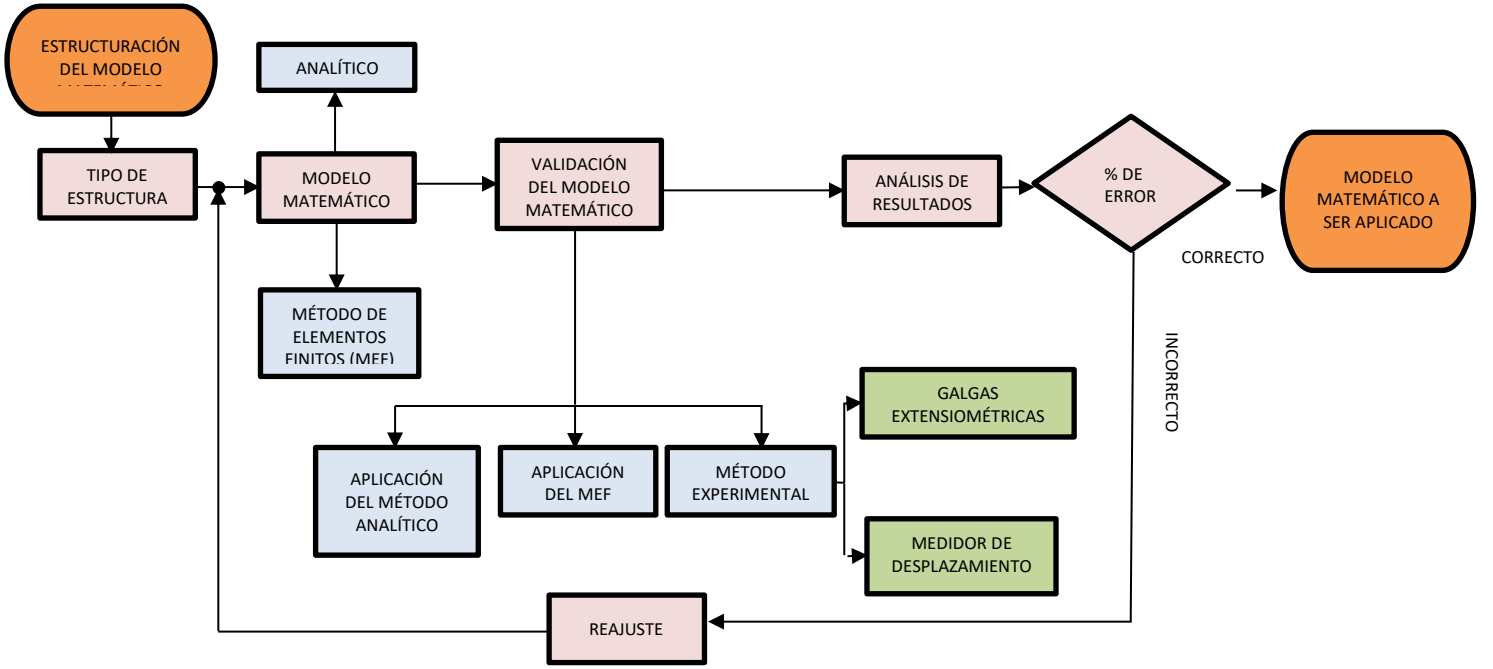


Figura 2.1 *Procedimiento metodológico para el diseño del modelo matemático*

2.3 DEFORMACIÓN Y ESFUERZO EN VIGAS

El proyecto se basa en el análisis de esfuerzos, deformaciones y rigidez torsional del chasis de Formula SAE de la Universidad Politécnica Salesiana, basado en el modelo de Timoshenko para elementos tipo viga (BEAM).

2.3.1 MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL CÁLCULO DE DEFORMACIONES Y ESFUERZOS A TRAVÉS DE RESISTENCIA DE MATERIALES

Timoshenko (1973), en su libro deduce la fórmula para una viga empotrada, flectada por una fuerza aplicada en su plano de simetría. Véase figura 2.2.

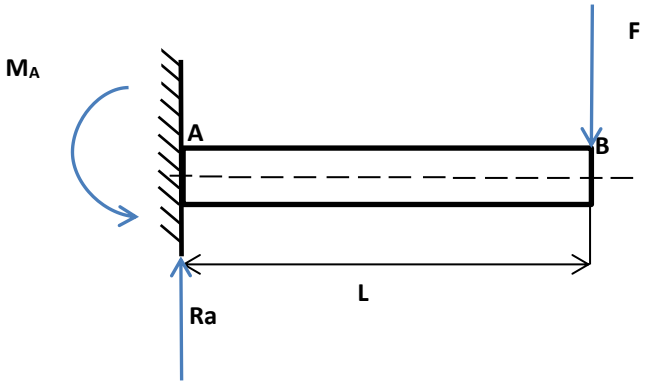


Figura 2.2 *Viga empotrada.*

A través de la sumatoria de fuerzas se determina el valor de la reacción en el punto A.

$$\uparrow + \sum Fy = 0$$
$$RA - F = 0$$

$$RA = F \qquad \text{Ecuación 2.1}$$

RA= Reacción en el punto A.
F= Fuerza aplicada.

Aplicando sumatoria de momentos en el punto A.

$$\circlearrowleft + \sum MA = 0$$
$$MA - F * L = 0$$

$$MA = F * L$$ Ecuación 2.2

MA= Momento en el punto A.
L= Longitud de la viga.

Partiendo de la ecuación diferencial para una viga sometida a flexión en un plano de simetría. Véase figura 2.3.

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI}$$

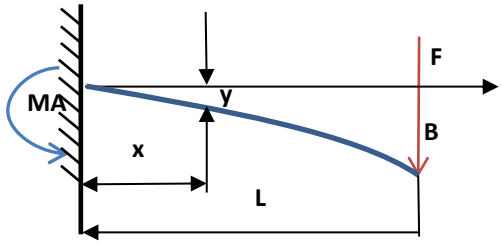


Figura 2.3 *Viga flectada (Timoshenko, 1966).*

Reemplazando los datos del problema.

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = F(L - x)$$

$$EI\frac{dy}{dx} = FLx - \frac{Fx^2}{2} + c_1$$

Donde C_1 es igual a 0 para satisfacer la condición dx/dy= 0 cuando x= 0.

$$EI\frac{dy}{dx} = FLx - \frac{Fx^2}{2}$$

Integrando tenemos:

$$EIy = \frac{FLx^2}{2} - \frac{Fx^3}{6} + c_2$$

Ya que y= 0 cuando x= 0, tenemos que C_2= 0, por lo tanto:

$$y = \frac{Fx^2}{2EI}\left(L - \frac{x}{3}\right)$$ Ecuación 2.3

Si x= L, tendríamos:

$$y = \frac{FL^3}{3EI}$$ Ecuación 2.4

Donde:
E= Módulo de elasticidad.
I = Inercia.
El esfuerzo producido es igual a:

$$\sigma = \frac{M*c}{I}$$ Ecuación 2.5

Mientras que el esfuerzo por compresión y tracción rige a través de la siguiente fórmula:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$ Ecuación 2.5.1

2.3.2 MODELOS MATEMÁTICOS PARA EL CÁLCULO DE DEFORMACIONES Y ESFUERZOS POR EL MÉTODO DE ELEMENTO FINITOS

Los desplazamientos frente a acciones externas pueden ser calculados mediante la matriz de rigidez, su tamaño dependerá de la cantidad de grados de libertad que el sistema posea. Basados en la ley de Hooke, según la fuerza interna en función de la rigidez de cada elemento tenemos:

$$[F] = [k][u]$$ Ecuación 2.6

Donde:
F= Fuerzas y momentos que actúan sobre los nodos de la viga.
K= Matriz de rigidez.
u=Desplazamientos y giros producidos sobre la viga.

La figura 2.4 representa las reacciones que se producen en una viga empotrada.

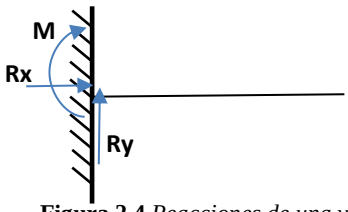


Figura 2.4 *Reacciones de una viga empotrada.*

Para una viga 2D con dos nodos se tendrán 6 grados de libertad, por lo cual la matriz de rigidez quedaría de la siguiente manera:

$$K=\begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} \qquad \text{Ecuación 2.7}$$

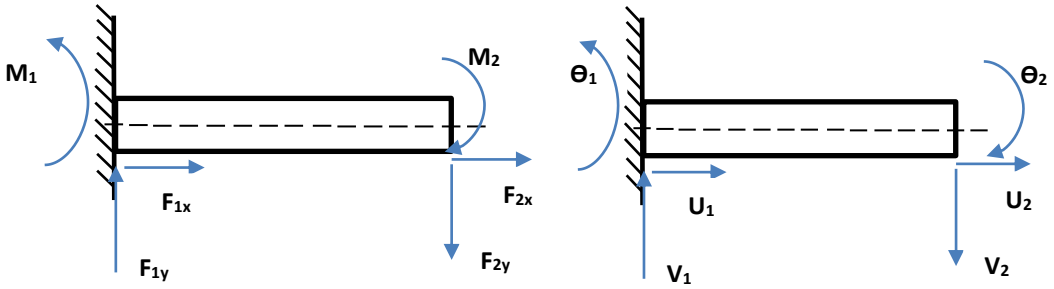


Figura 2.5 *Fuerzas, momentos, giros y desplazamientos de una viga con dos nodos.*

En la figura 2.5 se deberá tener en cuenta:

- Fuerzas en los nodos: F_{1x}, F_{1y}, F_{2x}, F_{2y}.
- Momento en los nodos: M_1, M_2.
- Desplazamiento en cada nodo: $U_1(x)$, $V_1(y)$, $U_2(x)$, $V_2(y)$.
- Giros en cada nodo: $\Theta_1(x)$, $\Theta_2(y)$.

Aplicando la ecuación 2.6 y 2.7 se tiene:

$$[F] = [k][u]$$

$$\begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ M_1 \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ K_{41} & K_{42} & K_{43} & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ K_{51} & K_{52} & K_{53} & K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ K_{61} & K_{62} & K_{63} & K_{64} & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ \Theta_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix}$$

Reemplazando los valores de K se obtuvo:

$$\begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ M_1 \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ \Theta_1 \\ U_2 \\ V_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

En el caso que la viga no posea desplazamiento horizontal en sus condiciones de contorno se asume que U_1 y U_2= 0.

Por lo tanto, la siguiente matriz permitirá calcular, desplazamientos y giros en una viga 2D con dos nodos sin extensibilidad.

$$\begin{bmatrix} F_{1y} \\ M_1 \\ F_{2y} \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ \Theta_1 \\ V_2 \\ \Theta_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

En el caso de tener empotramiento y un solo nodo se tendría:

$$\begin{bmatrix} F_{1X} \\ F_{1Y} \\ M_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ \Theta_1 \end{bmatrix} \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Para una viga 3D se tiene 12 grados de libertad, lo que permite conocer el grado de su matriz de rigidez. Véase Ecuación 2.11.

$$
K=\begin{bmatrix}
\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & -\frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} \\
0 & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_{yz}}{L^3} & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{6EI_{yz}}{L^2} \\
0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & -\frac{4EI_{yz}}{L} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & -\frac{2EI_{yz}}{L} \\
0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{4EI_{yz}}{L} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{2EI_{yz}}{L} & \frac{2EI_z}{L} \\
-\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & -\frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} \\
0 & -\frac{12EI_{yz}}{L^3} & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} \\
0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & -\frac{2EI_{yz}}{L} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & -\frac{4EI_{yz}}{L} \\
0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{2EI_{yz}}{L} & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{4EI_{yz}}{L} & \frac{4EI_z}{L}
\end{bmatrix}
$$

Ecuación 2.11

La ecuación 2.12, permite determinar los desplazamientos, y giros en las coordenadas X, Y y Z, para una viga en 3D con dos nodos.

$$
\begin{bmatrix} F_{1x} \\ F_{1y} \\ {}_{1z} \\ M_{1x} \\ M_{1y} \\ M_{1z} \\ F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{2z} \\ M_{2x} \\ M_{2y} \\ M_{2z} \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & -\frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_z}{L^2} \\
0 & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{12EI_{yz}}{L^3} & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_y}{L^2} & \frac{6EI_{yz}}{L^2} \\
0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & -\frac{4EI_{yz}}{L} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & -\frac{2EI_{yz}}{L} \\
0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{4EI_{yz}}{L} & \frac{4EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{2EI_{yz}}{L} & \frac{2EI_z}{L} \\
-\frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & -\frac{12EI_z}{L^3} & -\frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} & 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} \\
0 & -\frac{12EI_{yz}}{L^3} & -\frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} \\
0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\
0 & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{2EI_y}{L} & -\frac{2EI_{yz}}{L} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & -\frac{4EI_{yz}}{L} \\
0 & \frac{6EI_z}{L^2} & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{2EI_{yz}}{L} & \frac{2EI_z}{L} & 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{4EI_{yz}}{L} & \frac{4EI_z}{L}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} U_1 \\ V_1 \\ W_1 \\ \Theta_{1x} \\ \Theta_{1y} \\ \Theta_{1z} \\ U_2 \\ V_2 \\ W_2 \\ \Theta_{2x} \\ \Theta_{2y} \\ \Theta_{2z} \end{bmatrix}
$$

Ecuación 2.12

Donde:

GJ Módulo de rigidez a la torsión.
EA Módulo de rigidez axial.

La Ecuación 2.13 regirá para un empotramiento con un solo nodo en una viga 3D.

$$\begin{bmatrix} F_{2x} \\ F_{2y} \\ F_{2z} \\ M_{2x} \\ M_{2y} \\ M_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_z}{L^3} & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & -\frac{6EI_z}{L^2} \\ 0 & \frac{12EI_{yz}}{L^3} & \frac{12EI_y}{L^3} & 0 & \frac{6EI_y}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{6EI_{yz}}{L^2} & \frac{6EI_y}{L^2} & 0 & \frac{4EI_y}{L} & -\frac{4EI_{yz}}{L} \\ 0 & -\frac{6EI_z}{L^2} & -\frac{6EI_{yz}}{L^2} & 0 & -\frac{4EI_{yz}}{L} & \frac{4EI_z}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_2 \\ V_2 \\ W_2 \\ \Theta_{2x} \\ \Theta_{2y} \\ \Theta_{2z} \end{bmatrix}$$

Ecuación 2.13

2.3.3 RIGIDEZ TORSIONAL EN UN CHASIS

Ruiz Jennifer (2015) señala que la torsión es el efecto producido por aplicar fuerzas paralelas de igual magnitud, pero en sentido opuesto en el mismo sólido.

El chasis es la estructura que une el tren delantero con el tren posterior, además de unir varios elementos funcionales del vehículo. La rigidez de un chasis permite corregir actitudes de sobreviraje y subviraje, evitando excesivas deformaciones producidas por fuerzas externas, impactos o colisiones que puedan dañar la integridad de los ocupantes. Por lo tanto, la rigidez torsional se refiere a la deformación de un chasis debido a cargas asimétricas.

Riley Albert (2002) en su artículo “Desing, analysis and testing of a Formula SAE car chassis” señala que el chasis de un vehículo sometido a superficies onduladas de una carretera o fuerzas en curvas generan cargas de mayor magnitud sobre la estructura del chasis. De allí la importancia de una correcta rigidez torsional, calculada con la relación entre el torque y la deflexión angular (Ecuación 2.14).

$$\tau = \frac{M}{\psi}$$

Ecuación 2.14

Donde:
$\tau = Torsión\ (Rigidez\ torsional)$
M= Momento.
$\psi = deflexión\ angular$

La figura 2.6 detalla los puntos de ubicación de las fuerzas y soportes fijos en un chasis de formula SAE en pruebas de rigidez torsional, descritas por Riley Albert (2002).

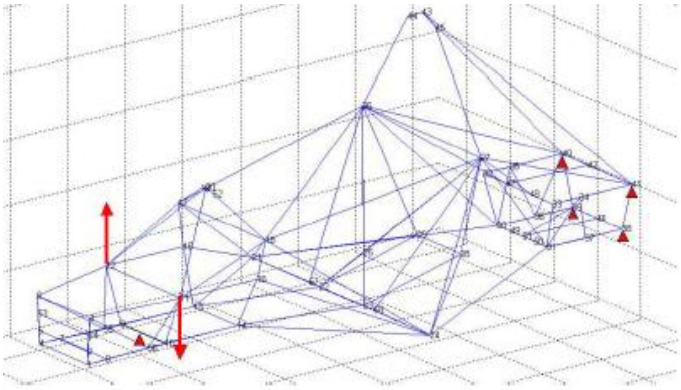


Figura 2.6 *Prueba de rigidez torsional en un chasis de formula SAE. (Riley Albert, 2002).*

La figura 2.7, señala las restricciones y medidas necesarias que permitan obtener el valor de la rigidez torsional. En el caso de los desplazamientos la medida adecuada será la media entre Δy1 y Δy2, la cual por leyes trigonométricas facilitará la obtención de la deflexión angular, mientras que le momento vendrá representado por la fuerza F aplicada en la distancia 2L al centro del chasis.

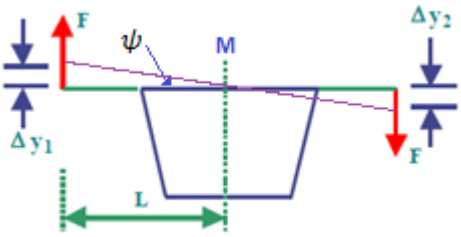


Figura 2.7 *Dirección de fuerzas para prueba de rigidez torsional. (Riley Albert, 2002).*

Donde:
F= Fuerza aplicada
Δy1 y Δy2 = Desplazamientos.
L = Longitud desde el centro del chasis al punto de aplicación de la fuerza.

2.4 VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO DEL CHASIS DE FORMULA SAE

La validación del modelo matemático, se realizará en una viga de acero rectangular, con empotramiento en uno de sus nodos y la acción de una fuerza externa. Este proceso permitirá convalidar tanto los diferentes métodos de solución, como el modelo a ser ocupado para el chasis de Formula SAE, el cual seguirá el mismo patrón planteado en la viga. Para el método experimental se utilizará una galga extensiométrica ubicada en el punto C y un reloj comparador situado en el punto B de la viga.

Por lo tanto, definir las unidades con las cuales se trabajará es de suma importancia, para evitar errores futuros en el análisis estructural. En la presente investigación para los diferentes cálculos se utilizará el Sistema Internacional de Unidades (mm-t-s) (Anexo 1).

2.4.1 MÉTODO ANALÍTICO

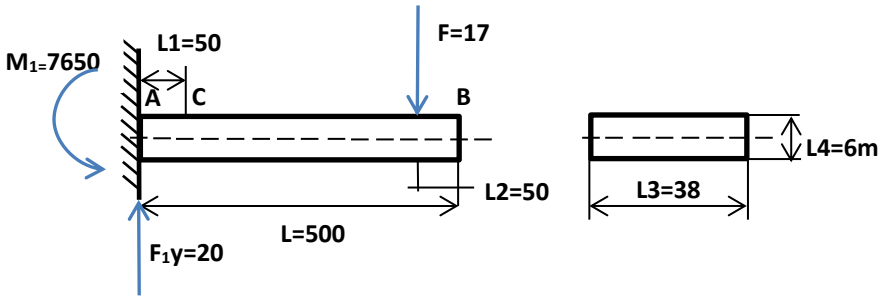


Figura 2.8 *Viga empotrada- Diseño planteado.*

C= Ubicación de la galga extensiométrica. Véase figura 2.8.

Basados en la ecuación 2.1 y 2.2 se tiene:

$\underline{F1Y = 17\ Newtons.}$

$M1 = 17N * 450mm$
$\underline{M1 = 7650Nmm}$
La inercia en la viga es:

$$I = \frac{b * h^3}{12}$$

$$I = \frac{38mm * (6mm)^3}{12}$$

$\underline{I = 684mm^4}$

Para el cálculo de los esfuerzos y deflexiones producidos en la viga por la fuerza F aplicada se tomará en cuenta (Véase figura 2.9):

- Un módulo de resistencia E para el acero de 200000 MPa.
- Longitud L = 500mm.
- Fuerza aplicada de F1= 17N, F2= 28.76N, F3= 33.85N, F4=39N.
- El valor de c (distancia del eje neutro a la superficie) de 3mm.
- Inercia I= 684mm^4

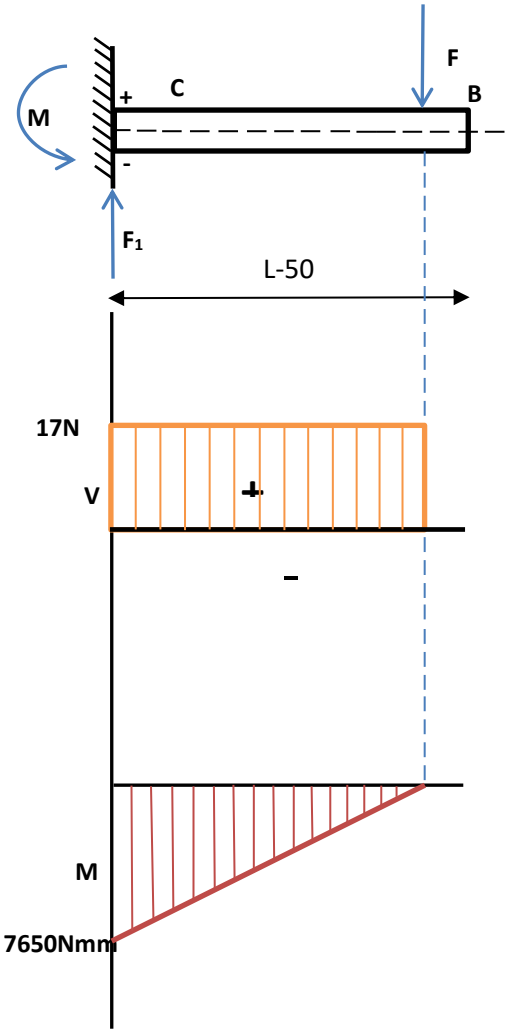


Figura 2.9 *Grafico de momento flector.*

Con los datos obtenidos, mediante la ecuación 2.4, la deflexión en el punto donde se aplica la fuerza es de:

$$YF1 = \frac{FL^3}{3EI}$$
$$YF1 = \frac{17N * (450mm)^3}{3 * 200000Mpa * 684mm^4}$$
$$YF1 = 3.77mm$$

$$YF2 = \frac{28.76N * (450mm)^3}{3 * 200000Mpa * 684mm^4}$$
$$YF2 = 6.38mm$$

$$YF3 = \frac{33.85N * (450mm)^3}{3 * 200000Mpa * 684mm^4}$$
$$YF3 = 7.51mm$$

$$YF4 = \frac{39N * (450mm)^3}{3 * 200000Mpa * 684mm^4}$$
$$YF4 = 8.65mm$$

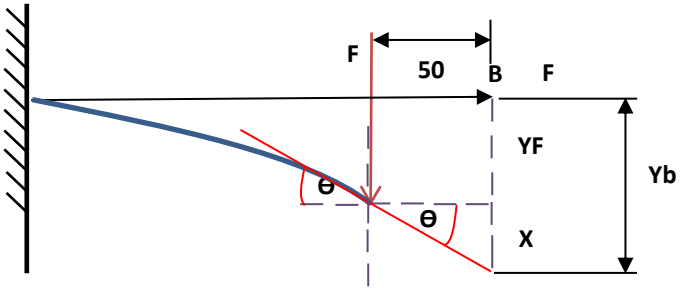


Figura 2.10 *Aproximación de la deformación desde F hasta el punto B, por el método de ángulos pequeños*

De acuerdo con la figura 2.10, para determinar el valor de la deformación en el punto B (Yb), es necesario hallar el valor de x, mediante la utilización del método de aproximación por ángulos pequeños, en donde:

Yb= YF + x

Por lo tanto:

$$Tan\,\theta \;\approx\; \theta = \frac{Cateto\ opuesto}{Cateto\ adyacente} = \frac{x}{50mm}$$

Despejando x tenemos.

$$x = 50 * \theta$$

Si se conoce que la pendiente en el extremo de una viga es:

$$m = -\frac{F * L^2}{2EI}$$

Y que m= tan Θ

$$Tan\,\theta = -\frac{F * L^2}{2EI} = -\frac{17 * (450mm)^2}{2 * 200000Mpa * 684mm^4}$$

Θ_1= 0.0125

x_1= 50*Θ_1

x_1= 0.63mm

x_2= 50*Θ_2

x_2= 1.06mm

x_3= 50*Θ_3

x_3= 1.25mm

x_4= 50*Θ_4

x_4= 1.44mm

Con los resultados obtenidos anteriormente se puede decir que:

Yb1= YF1+x_1
Yb1= 3.77mm+0.63mm

Yb1= 4.4mm

Yb2= 7.44mm

Yb3= 8.76mm

Yb4= 10.09 mm

DEFLEXIÓN Y ESFUERZO EN EL PUNTO C

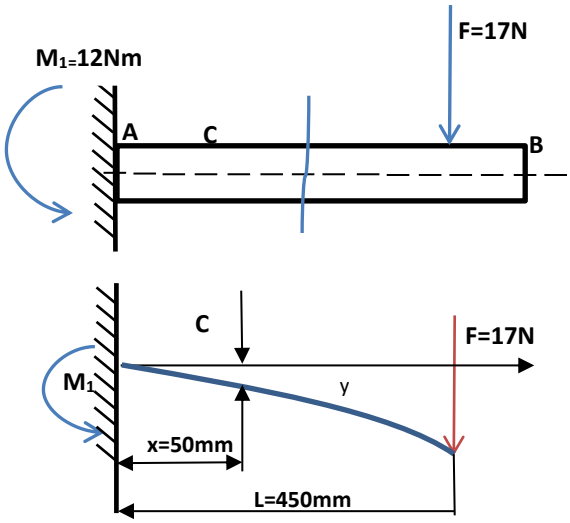


Figura 2.11 *Flexión en viga empotrada.*

Mediante la ecuación 2.2, el momento con cada una de las cargas es:

$M1 = -17N * 400mm$
$\underline{M1 = -6800Nmm}$

$M2 = -28.76N * 400mm$
$\underline{M2 = -11504Nmm}$

$M3 = -33.85N * 400mm$
$\underline{M3 = -13540Nmm}$

$M4 = -39N * 400mm$
$\underline{M4 = -15600Nmm}$

Con los datos obtenidos y la ecuación 2.3 y 2.5, el esfuerzo y la deflexión en el punto C con cada fuerza aplicada es: Véase figura 2.11.

$$\sigma 1 = \frac{Mc}{I}$$
$$\sigma 1 = \frac{-6800Nmm * (3mm)}{684mm^4}$$
$$\sigma 1 = 29.82 \frac{N}{mm^2}$$
$$\underline{\sigma 1 = 29.82\ MPa}$$

$$\sigma 2 = \frac{-11504Nmm * (3mm)}{684mm^4}$$
$$\underline{\sigma 2 = 50.45\ MPa}$$

$$\sigma 3 = \frac{-13540Nmm * (3mm)}{684mm^4}$$
$$\underline{\sigma 3 = 59.38\ MPa}$$

$$\sigma 4 = \frac{-15600Nmm * (3mm)}{684mm^4}$$
$$\underline{\sigma 4 = 68.42\ MPa}$$

En la figura 2.12 se representa la distribución del esfuerzo por flexión producida por la fuerza aplicada (17N).

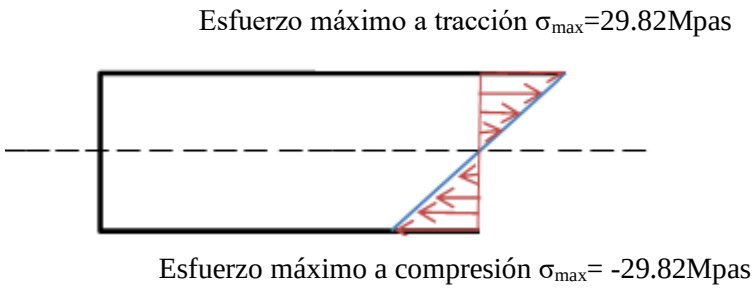


Figura 2.12 *Distribución de esfuerzo – flexión para una fuerza aplicada de 17N.*

$$Y1 = \frac{Fx^2}{2EI}\left(L - \frac{x}{3}\right)$$
$$Y1 = \frac{17N * (50mm)^2}{2 * 200000Mpa * 684mm^4}\left(450mm - \frac{50mm}{3}\right)$$
$$\underline{Yb1 = 0.067mm}$$

$$Y2 = \frac{28.76N * (50mm)^2}{2 * 200000Mpa * 684mm^4}\left(450mm - \frac{50mm}{3}\right)$$
$$\underline{Y2 = 0.1138mm}$$

$$Y3 = \frac{36.85N * (50mm)^2}{2 * 200000Mpa * 684mm^4}\left(450mm - \frac{50mm}{3}\right)$$
$$\underline{Y3 = 0.146mm}$$

$$Y4 = \frac{39N * (50mm)^2}{2 * 200000Mpa * 684mm^4}\left(450mm - \frac{50mm}{3}\right)$$
$$\underline{Y4 = 0.154mm}$$

FUERZA APLICADA	PUNTO C		PUNTO B
	DEFORMACIÓN	**ESFUERZO**	**DEFORMACIÓN**
17N	0.0671mm	29.82Mpa	4.4 mm
28.76N	0.1138mm	50.45Mpa	7.44 mm
33.85N	0.1462mm	59.38Mpa	8.76 mm
39N	0.1544mm	68.42Mpa	10.09 mm

Tabla 2.1 *Resultados del método analítico.*

2.4.2 MÉTODO EXPERIMENTAL.

Para el desarrollo de la prueba experimental se empleó una galga extensiométrica uniaxial (Véase figura 2.13), marca KIOWA con las siguientes características:

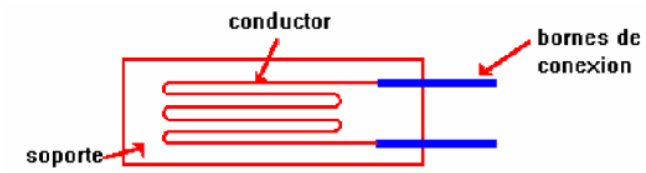


Figura 2.13 *Constitución de galga extensiométrica uniaxial.*

- Tipo: KFG-2-120-D19-11L1M2R.
- Compensación de temperatura para: Acero.
- Longitud calibrada: 2mm.
- Resistencia (24ºC, 50% RH): 120.0 ± 0.8.

- Factor de medición (24ºC, 50% RH): 2.07 ± 1.0%.
- Expansión térmica: 11.7 PPM/C.
- Sensibilidad transversal (24ºC, 50% RH): 1.9%.
- Coeficiente de temperatura del factor de calibración: +0.008 % / ºC.

Su ubicación se basó en el tipo de medida requerida (Anexo2), en este caso se utilizó la configuración de un ¼ de puente de Wheatstone. Véase Figura 2.14.

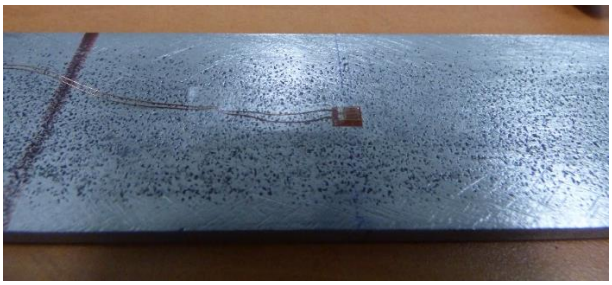


Figura 2.14 *Ubicación de la galga extensiométrica uniaxial en la viga.*

Figura 2.15 *Prueba experimental con galgas extensiométricas.*

La figura 2.15 muestra la prueba experimental realizada en la viga, con la aplicación de 4 fuerzas diferentes, obteniendo una deformación unitaria en cada caso. Se determinó el esfuerzo a través de la ecuación 2.11. La tabla 2.2 presenta los resultados de la prueba realizada.

$$\sigma = E * \varepsilon \qquad \text{Ecuación 2.15}$$

FUERZA APLICADA (F)	DEFORMACIÓN UNITARIA (ε) Strain	ESFUERZO (Mpa) Punto C
17N	0.000147	30.87Mpas
28.76N	0.000243	51.03Mpas
33.85N	0.000302	63,42Mpas
39N	0.000337	70.77Mpas

Tabla 2.2 *Resultados del método experimental - galgas extensiométricas.*

De igual manera se obtuvo el valor experimental de la deformación producida en el punto B de la viga, con el uso de un reloj comparador (Véase Figura 2.16). Los resultados de la prueba fueron (Véase tabla 2.3):

Figura 2.16 *Prueba Experimental – Reloj comparador.*

FUERZA APLICADA (F)	DEFORMACIÓN (mm)
17N	4.60mm
28.76N	8.14mm
33.85N	9.04 mm
39N	11.07mm

Tabla 2.3 *Resultados del método experimental- Reloj comparador.*

2.4.3 MÉTODO NUMÉRICO

El método numérico se realizó en primera instancia en el software “Ansys”, en el cual se construyó la geometría, se definió unidades, material, condiciones de contorno y se

obtuvieron los resultados requeridos (Pre - proceso, proceso y postproceso). Véase Figura 2.17.

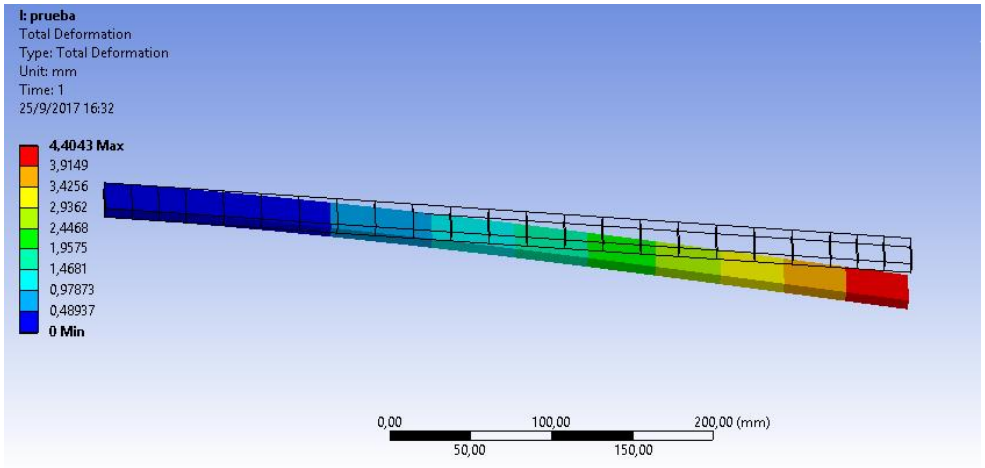


Figura 2.17 *Análisis de viga empotrada- Ansys.*

A través de este método se obtuvo los siguientes resultados (Véase tabla 2.4).

MÉTODO POR ELEMENTOS FINITOS (ANSYS)			
FUERZA APLICADA (F)	PUNTO B	PUNTO C	
	DEFORMACIÓN (mm)	DEFORMACIÓN (mm)	ESFUERZO (Mpa)
17 N	4.4043mm	0.06737mm	29.86Mpa
28.76 N	7.451mm	0.114mm	50,42Mpa
33.85 N	8.7697 mm	0.146 mm	59.32Mpa
39 N	8.9813mm	0.15665mm	68.57Mpa

Tabla 2.4 *Resultados por el método de elementos finitos- Ansys.*

Posteriormente se realizó la misma prueba en el software Matlab, en el cual se programó la geometría, las condiciones de contorno, la ecuación que gobierna el sistema y su gráfico (Anexo 3). Primero se realizó la subdivisión de la viga en tres secciones, de acuerdo a la ecuación 2.9 y 2.10 obteniéndose la ecuación 2.12 que permitió obtener los valores en cada nodo. Véase Figura 2.18.

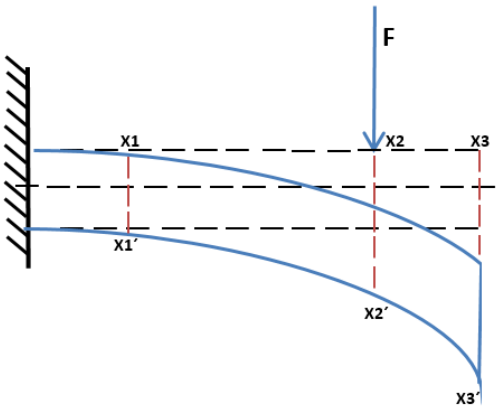


Figura 2.18 *Subdivisión de la viga en tres secciones.*

$$
\begin{bmatrix} F1 \\ M1 \\ F2 \\ M2 \\ F3 \\ M3 \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix}
\frac{12EI}{L_1^3}+\frac{12EI}{L_2^3} & -\frac{6EI}{L_1^2}+\frac{6EI}{L_2^2} & -\frac{12EI}{L_2^3} & \frac{6EI}{L_2^2} & 0 & 0 \\
-\frac{6EI}{L_1^2}+\frac{6EI}{L_2^2} & \frac{4EI}{L_1}+\frac{4EI}{L_2} & -\frac{6EI}{L_2^2} & \frac{2EI}{L_2} & 0 & 0 \\
-\frac{12EI}{L_2^3} & -\frac{6EI}{L_2^2} & \frac{12EI}{L_2^3}+\frac{12EI}{L_3^3} & -\frac{6EI}{L_2^2}+\frac{6EI}{L_3^2} & -\frac{12EI}{L_3^3} & \frac{6EI}{L_3^2} \\
\frac{6EI}{L_2^2} & \frac{2EI}{L_2} & -\frac{6EI}{L_2^2}+\frac{6EI}{L_3^2} & \frac{4EI}{L_2}+\frac{4EI}{L_3} & -\frac{6EI}{L_3^2} & \frac{2EI}{L_3} \\
0 & 0 & -\frac{12EI}{L_3^3} & -\frac{6EI}{L_3^2} & \frac{12EI}{L_3^3} & -\frac{6EI}{L_3^2} \\
0 & 0 & \frac{6EI}{L_3^2} & \frac{2EI}{L_3} & -\frac{6EI}{L_3^2} & \frac{4EI}{L_3}
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} V_1 \\ \Theta_1 \\ V_2 \\ \Theta_2 \\ V_3 \\ \Theta_3 \end{bmatrix}
$$

Se conoce que:

E= 210000Mpas.

I= 284mm^4

L_1= 50mm, L_2= 400mm, L_3= 50mm

Al subdividir en tres secciones se obtuvo la siguiente distribución de fuerzas y momentos para cada caso (Véase tabla 2.5):

RESULTADOS	FUERZAS APLICADAS			
	17N	**28.76N**	**33.85N**	**39N**
F_{1Y}	-3.4N	-5.752N	-7.37N	-7.8N
M_1	7650Nmm	12942Nmm	16582Nmm	17550Nmm
F_{2Y}	-13.6N	-23.008N	-29.48N	-31.2N
M_2	6800Nmm	11504Nmm	14740Nmm	15600Nmm
F_{3Y}	-1.7N	-2.876N	-3.685N	-3.9N
M_3	850Nmm	1438Nmm	1842.5Nmm	1950Nmm

Tabla 2.5 *Distribución de fuerzas y momentos para la viga empotrada.*

Reemplazando los datos y resolviendo las matrices en el software Matlab, se alcanzaron los resultados presentados en la tabla 2.6.

RESULTADOS	FUERZAS APLICADAS			
	17N	**28.76N**	**33.85N**	**39N**
V_1	0.073mm	0.124mm	0.159mm	0.169mm
Θ_1	0.003	0.005	0.006	0.006
V_2	3.216mm	5.44mm	6.971mm	7.377mm
Θ_2	0.015	0.026	0.033	0.035
V_3	4mm	6.767mm	8.671mm	9.177mm
Θ_3	0.015	0.026	0.034	0.036

Tabla 2.6 *Resultados por el método de elementos finitos- Matlab.*

2.4.4 ANÁLISIS COMPARATIVO DE MÉTODOS

En el punto C de la viga, lugar donde se encuentra ubicada la galga extensiométrica se consiguió los siguientes resultados analíticos, experimentales y numéricos. Véase tabla 2.7 y figura 2.19.

MUESTRA	FUERZA (N)	ESFUERZO (MPa)			ERROR RELATIVO (%) TEORICO-EXPERIMENTAL	ERROR RELATIVO (%) TEORICO-ANSYS
		ESFUERZO ANALÍTICO (MPa)	**ESFUERZO ESPERIMENTAL (MPa)**	**ESFUERZO ANSYS (MPa)**		
1	17N	29.82Mpa	30.87Mpa	29.86Mpa	3.52	0.13
2	28.76N	50.45Mpa	51.03Mpa	50,42Mpa	1.14	0.06
3	36.85N	59.38Mpa	63,42Mpa	59.32Mpa	6.80	0.10
4	39N	68.42Mpa	70.77Mpa	68.57Mpa	3.43	0.22
ERROR RELATIVO PROMEDIO					**3.72**	**0.13**

Tabla 2.7 *Análisis comparativo del método analítico, experimental y por el método de elementos finitos - Esfuerzos.*

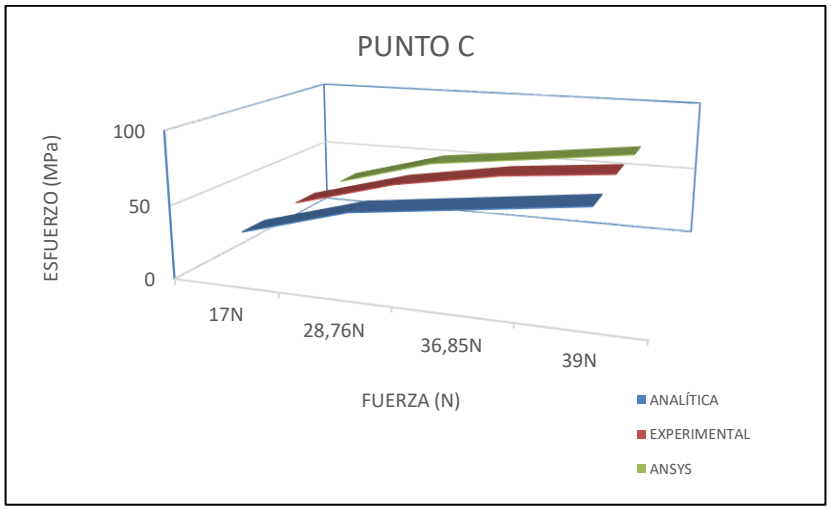


Figura 2.19 *Comparación de resultados punto C de la viga.*

Se pudo constatar un error menor al 4 %, en el cálculo de esfuerzos a través de los tres métodos, lo que demuestra una gran fiabilidad en los resultados proporcionados por el método de elementos finitos.

En el punto B de la viga en donde se utilizó un reloj comparador se obtuvieron los siguientes resultados analíticos, experimentales y numéricos. Véase tabla 2.8 y figura 2.20.

MUESTRA	FUERZA (N)	DEFORMACIÓN (mm)			ERROR RELATIVO (%) TEORICO-EXPERIMENTAL	ERROR RELATIVO (%) TEORICO-ANSYS
		DEFORMACIÓN TEÓRICA (mm)	**DEFORMACIÓN ESPERIMENTAL (mm)**	**DEFORMACIÓN ANSYS (mm)**		
1	17N	4.40 mm	4.60mm	4.40mm	4.34	0
2	28.76N	7.44 mm	8.14mm	7.451mm	8.59	0.147
3	36.85N	8.76 mm	9.04 mm	9.55mm	3.09	8.27
4	39N	10.09 mm	11.07mm	10.10mm	8.85	0.1
ERROR RELATIVO PROMEDIO					**6.21**	**2.13**

Tabla 2.8 *Análisis comparativo del método analítico, experimental y por el método de elementos finitos – Deformaciones.*

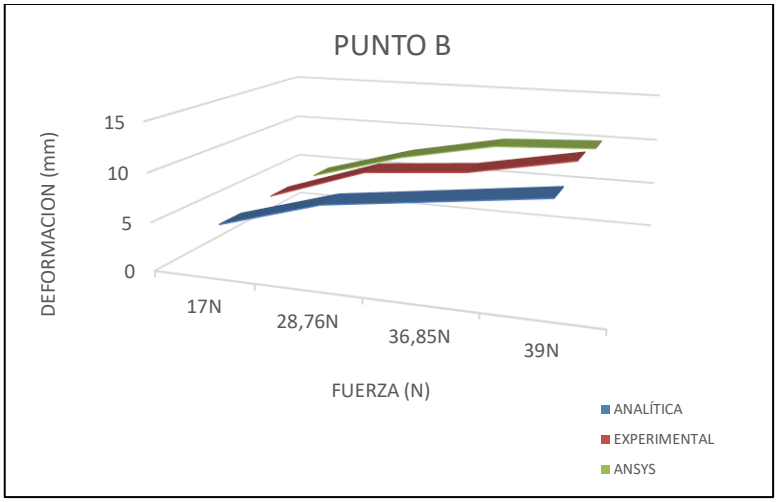


Figura 2.20 *Comparación de resultados punto B de la viga.*

Aplicando los tres métodos, se comprobó que el modelo posee un error no mayor al 9% en cuanto al cálculo de deformaciones por el método de elementos finitos, constatando aún más su veracidad en datos.

Finalmente, se realizó un estudio comparativo entre los dos métodos de elementos finitos a ser empleados en el análisis estructural del chasis de Formula SAE, tomando como referencia el punto B de la viga. Véase tabla 2.9.

MUESTRA	FUERZA (N)	DEFORMACIÓN (mm)		ERROR RELATIVO (%)
		DEFORMACIÓN ANSYS (mm)	**DEFORMACIÓN MATLAB (mm)**	
1	17N	4.40mm	4.20mm	4.54
2	28.76N	7.451mm	7.10mm	4.71
3	36.85N	9.55mm	9.10mm	4.71
4	39N	10.10mm	9.64mm	4.55
ERROR RELATIVO PROMEDIO				**4.62**

Tabla 2.9 *Análisis comparativo por el método de elementos finitos. Ansys vs Matlab.*

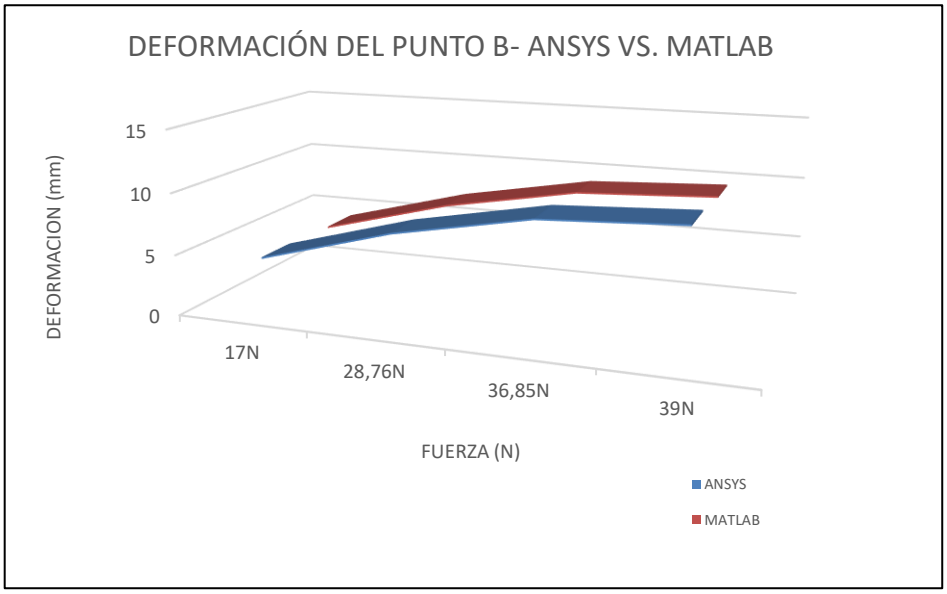


Figura 2.21 Análisis comparativo Ansys vs Matlab.

A través de la figura 2.21 se puede comprobar nuevamente que el uso del software Matlab o Ansys brinda datos totalmente veraces, con pequeños márgenes de error aceptables. Además, estos resultados validan el modelo matemático planteado para el chasis de Formula SAE.

2.5 SUMARIO

En este capítulo, se dio a conocer el proceso metodológico para el diseño de un modelo matemático. Se planteó a través de la resistencia de materiales y del método de elementos finitos las diferentes ecuaciones que permiten determinar las deformaciones y esfuerzos en vigas. Se detalló el proceso de cálculo de la rigidez torsional de un chasis. Finalmente, se validó y comparó los métodos analítico, experimental y numérico con los modelos matemáticos planteados para el análisis de un chasis de Formula SAE.

El conocimiento de los modelos matemáticos validados para el análisis del chasis, es la herramienta principal para simulación de deformaciones y esfuerzos mediante el software Matlab y Ansys. Además, facilita la comparación de márgenes de error entre estos dos programas.

CAPÍTULO III: SIMULACIÓN Y ANÁLISIS COMPARATIVO DE ESFUERZOS, DEFORMACIONES, FLEXIÓN VERTICAL Y RIGIDEZ TORSIONAL DEL CHASIS MONOPLAZA DE FORMULA SAE/STUDENT EN EL SOFTWARE MATLAB Y ANSYS

3.1 INTRODUCCIÓN

Este capítulo detallará en primera instancia el análisis por el MEF mediante el software Ansys, la modelación y simulación de la geometría del chasis de Formula SAE y desarrollo de las pruebas de impacto en el arco antivuelco principal, frontal, mampara delantera, impacto lateral, flexión vertical y rigidez torsional con sus respectivas restricciones.

A continuación, a través del software Matlab se diseñará la geometría, dividiendo en elementos discretos. Se desarrollará la fase de carga de datos, generación de la matriz de rigidez global y fase de cálculos. Posteriormente se realizará las mismas pruebas simuladas en el software Ansys.

Por último, se validará los resultados obtenidos entre los dos softwares, a través de una tabla comparativa y se determinará el factor de seguridad en relación al esfuerzo en cada una de las pruebas.

3.2 PROCEDIMIENTO METODOLÓGICO PARA LA SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DEL CHASIS DE FORMULA SAE

En la figura 3.1 se presenta el procedimiento a seguir en el capítulo 3.

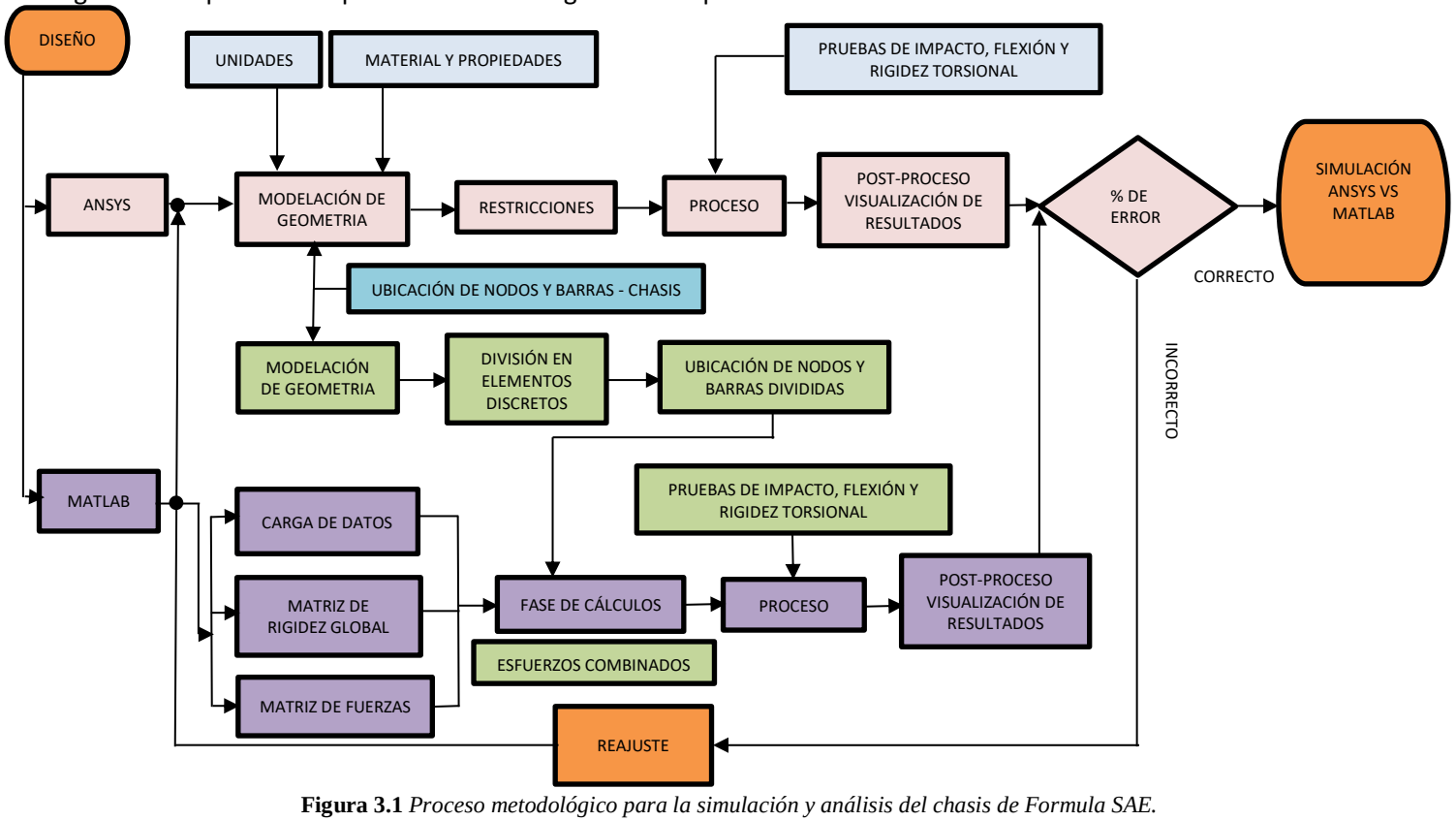


Figura 3.1 *Proceso metodológico para la simulación y análisis del chasis de Formula SAE.*

3.3 ANÁLISIS POR EL MEF MEDIANTE EL SOFTWARE ANSYS

3.3.1 MODELACIÓN DE LA GEOMETRIA DEL CHASIS DE FORMULA SAE

El chasis de Formula SAE – 2017, diseñado y construido en la Universidad Politécnica Salesiana (UPS) de la ciudad de Cuenca, está constituido por 136 barras de acero y 73 nodos, de las cuales 14 son de tipo curva y 122 de tipo recta. Su sección es hueca y de espesor de 2 mm.

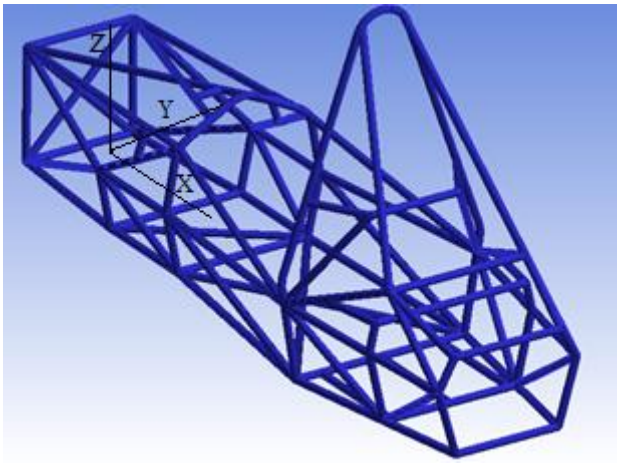


Figura 3.2 *Chasis de Formula SAE – UPS*

Para la modelación de la geometría, se tomó como base el diseño Cad realizado por el grupo de Investigación del proyecto "Formula SAE" de la UPS, obteniéndose las dimensiones de la estructura completa. A continuación se ubicó un punto de origen como se observa en la figura 3.2 para los ejes de coordenadas, a través de los cuales se definió la ubicación en los puntos x,y *y* z de cada nodo del chasis. Anexo 4.

Con los datos alcanzados, se modeló el chasis en el software Ansys. Véase figura 3.3.

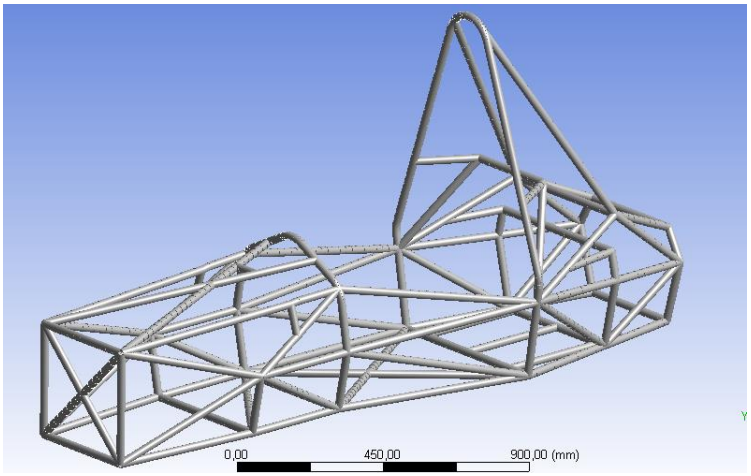


Figura 3.3 *Chasis de formula SAE de la UPS modelado en Ansys.*

3.3.2 SIMULACIÓN DEL CHASIS DE FORMULA SAE

Las pruebas desarrolladas en el chasis se basaron en los requisitos estructurales (Reglamento de la formula SAE), siendo estas:

- Prueba de impacto en el arco antivuelco principal (AF4.1).
- Prueba de impacto en el arco antivuelco frontal (AF4.2).
- Prueba de impacto lateral (AF4.3).
- Prueba de impacto en la mampara delantera (AF4.4).
- Prueba de flexión vertical.
- Prueba de rigidez torsional.

En la tabla 3.1 se detallan los datos comunes para todos los casos mencionados anteriormente:

DATOS COMUNES		
DATOS DEL MATERIAL		
	Valor	Unidades
E	200000	Mpa.
G	76923	Mpa.
DATOS DE LA GEOMETRÍA		
Diámetro interior	21.4	mm.
Diámetro exterior	25.4	mm.
Espesor	2	mm
Área	147	mm^2
Iy	10011	mm^4
Iz	10011	mm^4
J	20006	mm^4

Tabla 3.1 *Datos de simulación del chasis de Formula SAE*

3.3.2.1 IMPACTO EN ARCO ANTIVUELCO PRINCIPAL

Considerando:

- *Carga aplicada*: Fx= 6000N, Fy= 5000N, Fz= -9000N.
- *Punto de aplicación:* Inicio del arco antivuelco principal.
- *Condición de contorno:* Desplazamiento fijo (x, y, z), sin la rotación de los nodos inferiores de ambos lados de los arcos antivuelco delantero y principal.
- *Máxima deflexión permisible:* 25mm.Véase tabla 3.2.

DATOS APLICADOS A LA PRUEBA		
CONDICIONES DE FRONTERA		
Fuerza		
Ubicación	Parte central superior del arco de vuelco principal.	
Componentes		Unidades.
x	6000	N.
y	5000	N.
z	-9000	N.

Tabla 3.2 *Datos aplicados a la prueba de impacto en el arco antivuelco principal.*

En la figura 3.4 se observa la aplicación de las condiciones de frontera (Fuerzas y soportes fijos), obteniendo como resultado una deformación máxima de 9.28mm en el punto de aplicación de la fuerza. Véase figura 3.5.

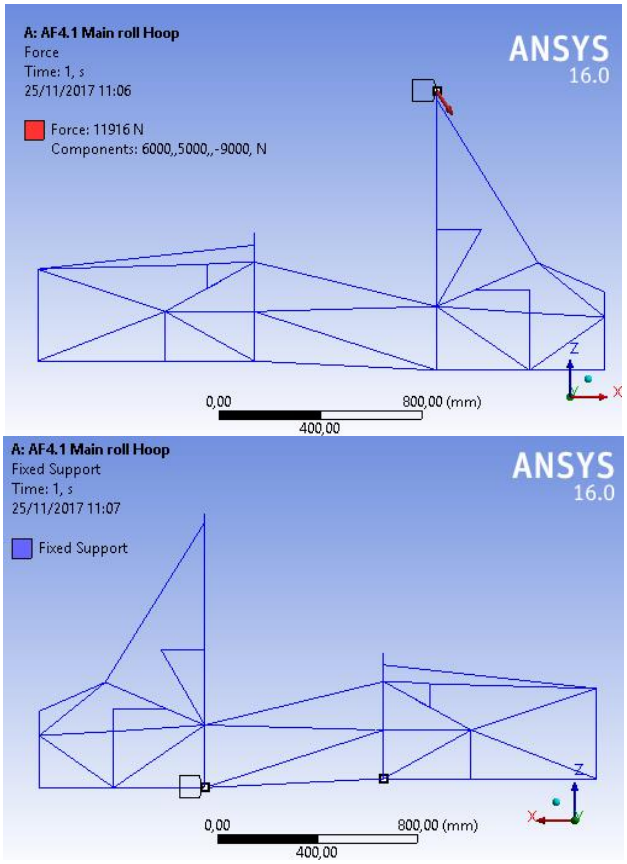


Figura 3.4 *Condiciones de frontera en prueba de impacto de arco antivuelco principal. Ansys.*

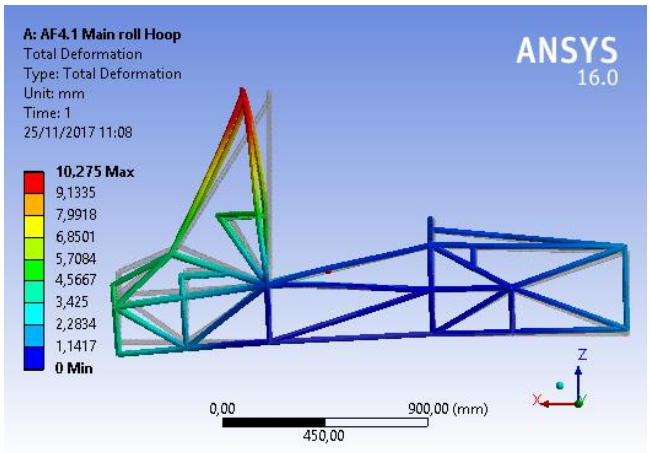


Figura 3.5 *Resultados: Prueba de impacto en arco antivuelco principal. Ansys.*

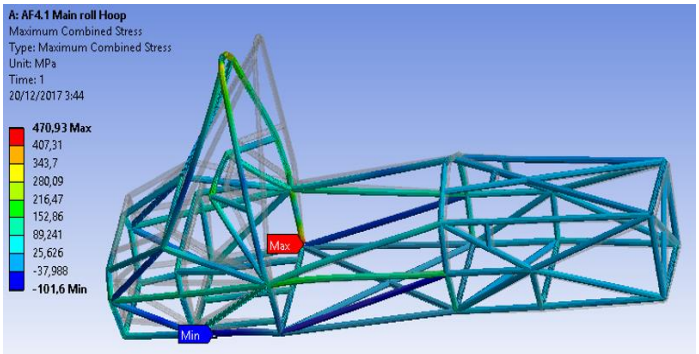


Figura 3.6 *Resultados: Esfuerzo máximo combinado en arco antivuelco principal. Ansys*

La figura 3.6 señala el punto en donde se genera el máximo esfuerzo combinado, obteniendo como resultado un valor de 470.93Mpas.

3.3.2.2 IMPACTO EN ARCO ANTIVUELCO FRONTAL

Considerando:

- AF4.2.1 *Carga aplicada*: Fx = 6000N, Fy= 5000N, Fz= -9000 kN
- AF4.2.2 *Punto de aplicación*: Parte central superior del arco antivuelco frontal.
- AF4.2.3 *Condición de contorno*: desplazamiento fijo (x, y, z) pero no rotación de los nodos inferiores de ambos lados de los arcos frontal y principal.
- AF4.2.4 *Máxima deflexión admisible:* 25mm. Véase tabla3.3.

DATOS APLICADOS A LA PRUEBA		
CONDICIONES DE FRONTERA		
Fuerza		
Ubicación	Parte central superior del arco de vuelco frontal.	
Componentes		Unidades.
x	6000	N.
y	5000	N.
z	-9000	N.

Tabla 3.3 *Datos aplicados a la prueba de impacto en el arco antivuelco frontal.*

Aplicando las condiciones de frontera (Fuerzas y soportes fijos) se obtuvo una deformación máxima de 5.69mm en el punto de aplicación de la fuerza. Véase figura 3.7 y 3.8.

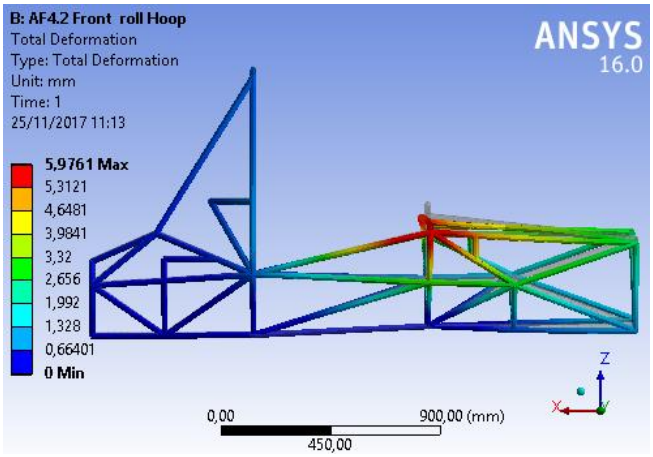


Figura 3.7 *Resultados: Prueba de impacto en arco antivuelco frontal. Vista lateral. Ansys.*

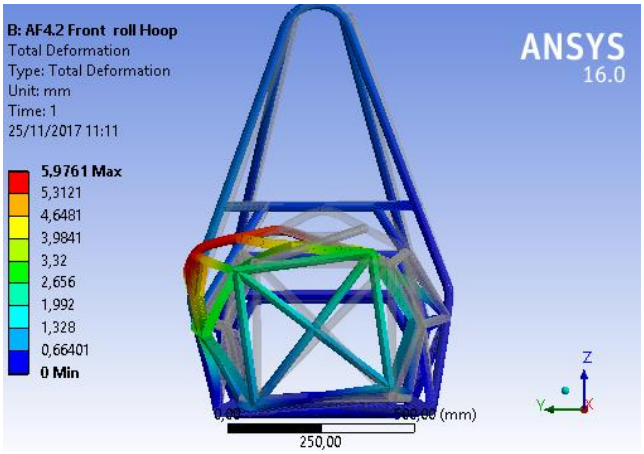


Figura 3.8 *Resultados: Prueba de impacto en arco antivuelco frontal. Vista frontal. Ansys.*

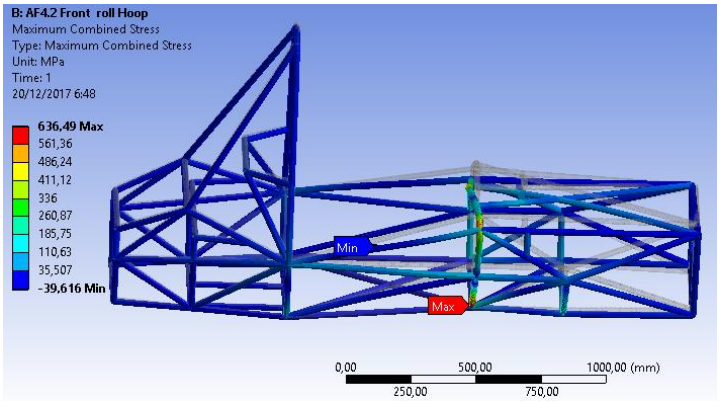


Figura 3.9 *Resultados: Esfuerzo máximo combinado en arco antivuelco frontal. Ansys*

La figura 3.9 señala el punto en donde se genera el máximo esfuerzo combinado, obteniendo como resultado un valor de 636.79 Mpas.

3.3.2.3 IMPACTO LATERAL

Considerando:

- *AF4.3.1 Carga aplicada:* Fx= 0N; Fy= 7000N; Fz= 0N. La dirección del vector de carga lateral debe estar hacia el conductor.
- *AF4.3.3 Condición de contorno:* Desplazamiento fijo (x, y, z), sin rotación de los nodos inferiores de ambos lados de los arcos antivuelco frontal y principal.
- *AF4.3.4 Máxima deflexión admisible:* 25mm. Véase tabla 3.4.

DATOS APLICADOS A LA PRUEBA		
CONDICIONES DE FRONTERA		
Fuerza		
Ubicación	Parte central superior – lateral	
Componentes		Unidades.
x	0	N.
y	7000	N.
z	0	N.

Tabla 3.4 *Datos aplicados a la prueba de impacto lateral.*

Aplicando las condiciones de frontera (Fuerzas y soportes fijos) se obtuvo una deformación máxima de 10.52mm en el punto de aplicación de la fuerza. Véase figura 3.10 y 3.11.

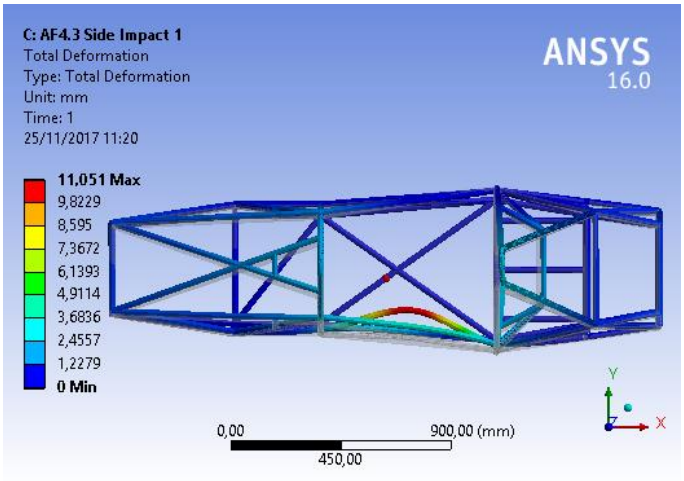


Figura 3.10 *Resultados: Prueba de impacto lateral. Vista superior. Ansys.*

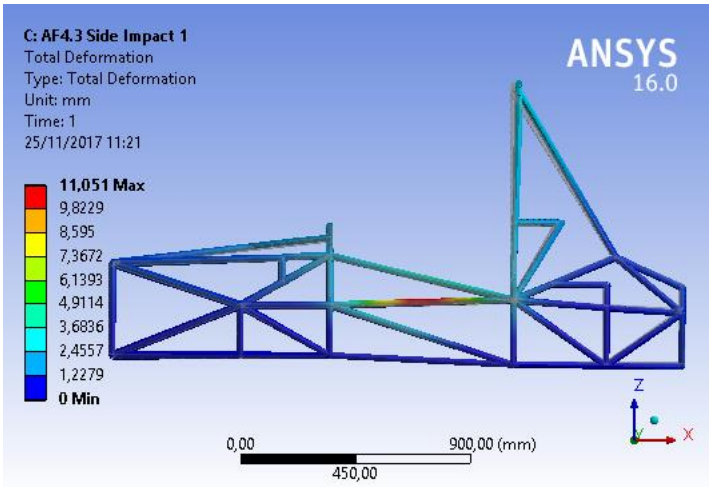


Figura 3.11 *Resultados: Prueba de impacto lateral. Vista lateral. Ansys.*

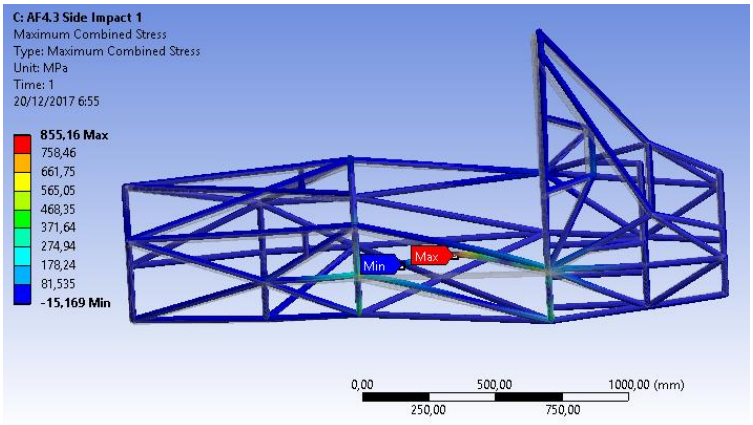


Figura 3.12 *Resultados: Esfuerzo máximo combinado por impacto lateral. Ansys*

La figura 3.12 señala el punto en donde se genera el máximo esfuerzo combinado, obteniendo como resultado un valor de 855.16 Mpas.

3.3.2.4 IMPACTO EN MAMPARA DELANTERA

Considerando:

- *AF4.4.1 Carga aplicada:* Fx= 120000N, Fy= 0N, Fz= 0N.
- *AF4.4.2 Punto de aplicación:* Utilizar los puntos de fijación real entre el atenuador de impacto y el frente de la mampara delantera.
- *AF4.4.3 Condición de contorno:* Desplazamiento fijo (x, y, z), sin rotación de los nodos inferiores de ambos lados del arco principal y en la unión del arco principal y el tubo de arnés.
- *AF4.4.4 Máxima deflexión permisible:* 25mm. Véase tabla3.5.

DATOS APLICADOS A LA PRUEBA		
CONDICIONES DE FRONTERA		
Fuerza		
Ubicación	Puntos de fijación real entre el atenuador de impacto y el frente de la mampara delantera.	
Componentes		Unidades.
x	120000	N.
y	0	N.
z	0	N.

Tabla 3.5 *Datos aplicados a la prueba de impacto en mampara delantera.*

Aplicando las condiciones de frontera (Fuerzas y soportes fijos) se obtuvo una deformación máxima de 8.39mm en la unión de las diagonales de la mampara delantera. Véase figura 3.13.

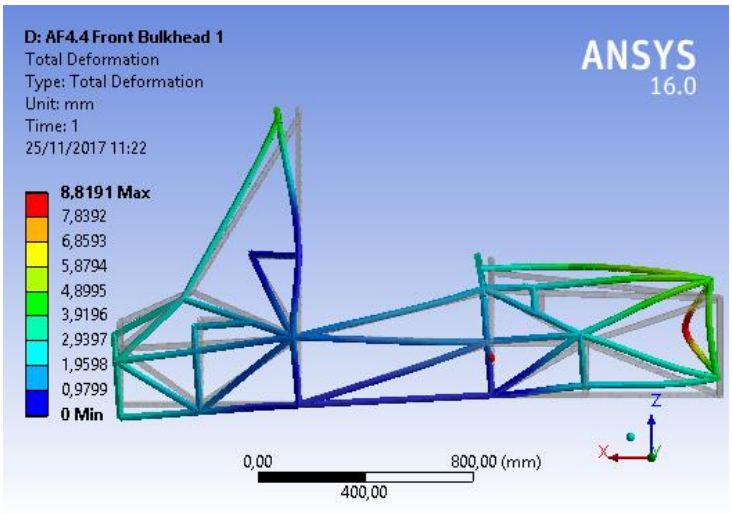


Figura 3.13 *Resultados: Prueba de impacto en mampara delantera. Ansys.*

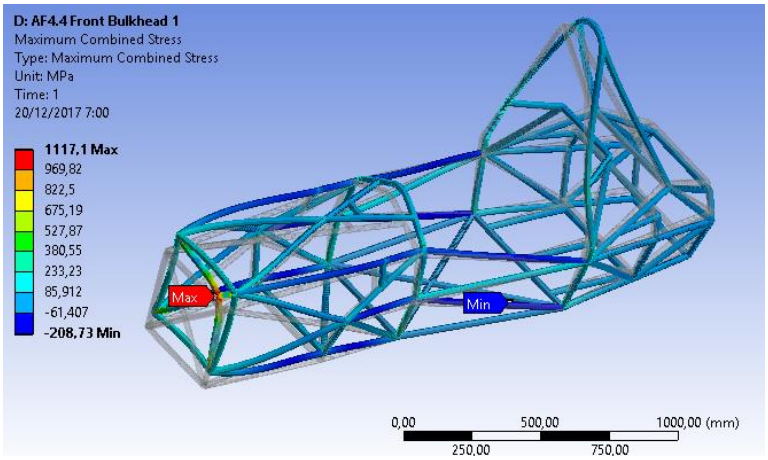


Figura 3.14 *Resultados: Esfuerzo máximo combinado por impacto en mampara delantera. Ansys*

La figura 3.14 señala el punto en donde se genera el máximo esfuerzo combinado, obteniendo como resultado un valor de 1117.1 Mpas.

3.3.2.5 FLEXIÓN VERTICAL

Para la prueba de flexión se consideran los datos de la tabla 3.6:

DATOS APLICADOS A LA PRUEBA		
CONDICIONES DE FRONTERA		
Soportes fijos en los 8 anclajes de la suspensión.		
Ubicación	Anclajes de sujeción del motor y diferencial.	
Componentes	Masa (Kg)	Fuerza(N)
Motor y diferencial	25	245.25
Ubicación	Soportes de batería y controlador.	
Componentes	Masa (Kg)	Fuerza(N)
Batería y controlador	77	755.37
Ubicación	Soportes del asiento del piloto.	
Componentes	Masa (Kg)	Fuerza(N)
Piloto	77	755.37

Tabla 3.6 *Datos aplicados a la prueba de flexión vertical.*

Aplicando las condiciones de frontera (Fuerzas y soportes fijos) se obtuvo una deformación máxima de 0.1583mm. Véase figura 3.15.

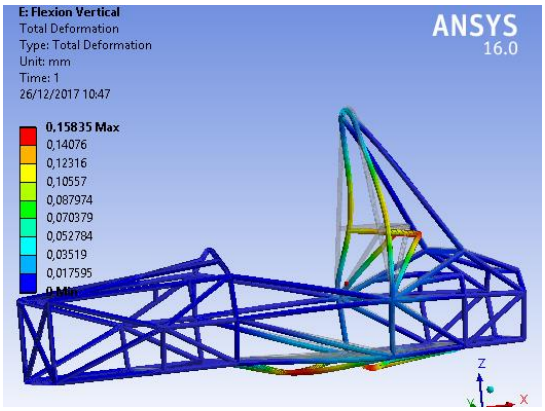


Figura 3.15 *Resultados: Prueba de flexión vertical. Ansys.*

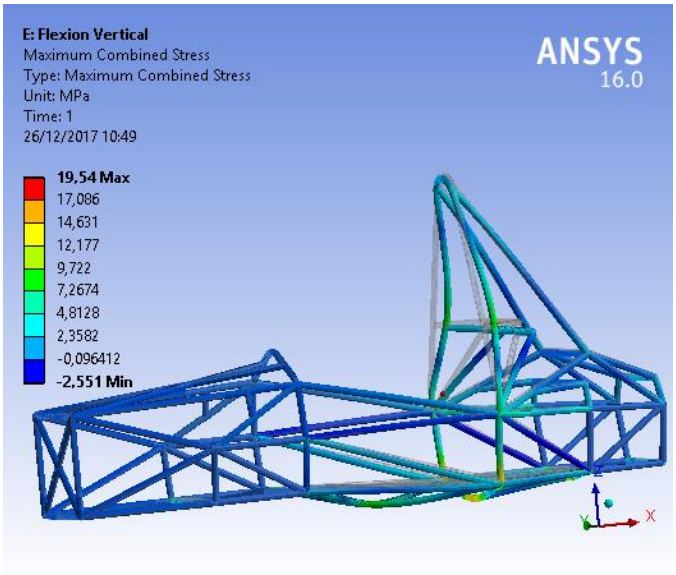


Figura 3.16 *Resultados: Esfuerzo máximo combinado por impacto en mampara delantera. Ansys*

La figura 3.16 señala el punto en donde se genera el máximo esfuerzo combinado, obteniendo como resultado un valor de 19,54 Mpas.

3.3.2.6 RIGIDEZ TORSIONAL

Para la simulación de esta prueba se añadieron barras laterales en la estructura que permitieron generar las fuerzas contrarias para producir la torsión del chasis en su eje longitudinal. Para ello se aplicó una fuerza de 1000N en cada barra una en sentido contrario de la otra, la longitud entre las fuerzas fue de 1000mm.Véase figura 3.17.

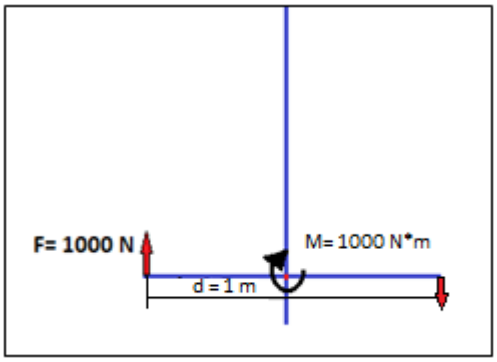


Figura 3.17 *Ubicación de fuerzas y distancia al centro del chasis. Prueba de rigidez torsional.*

La simulación consideró los datos de la tabla 3.7:

DATOS APLICADOS A LA PRUEBA		
CONDICIONES DE FRONTERA		
Fuerza		
Componentes		Unidades.
x	1000	N.
y	0	N.
z	0	N.
Distancia entre las fuerzas.		
Componentes		Unidades.
x	1000	mm.
y	0	mm.
z	0	mm.
Momentos		
Componentes		Unidades.
x	1000000	Nmm.
y	0	Nmm.
z	0	Nmm.

Tabla 3.7 *Datos aplicados a la prueba de rigidez torsional.*

Aplicando las condiciones de frontera (Fuerzas y soportes fijos) se obtuvo una deformación máxima de 2.35mm por acción de las fuerzas contrarias aplicadas para la prueba y los esfuerzos combinados. Véase figura 3.18 y 3.19.

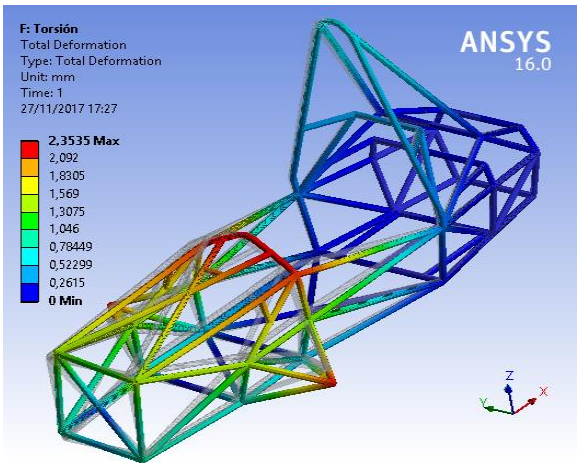


Figura 3.18 *Resultados: Prueba de rigidez torsional. Ansys.*

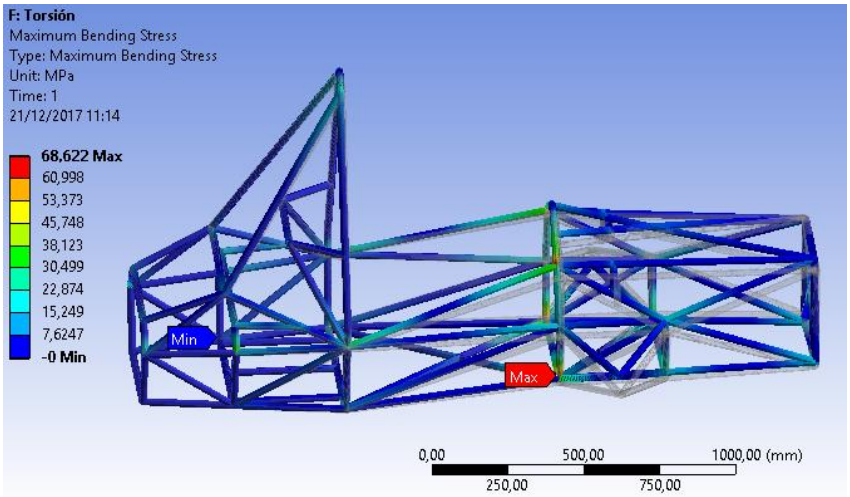
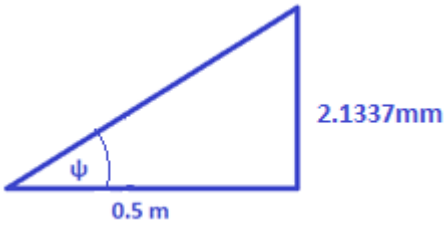


Figura 3.19 *Resultados: Esfuerzo máximo combinado por prueba de rigidez torsional. Ansys*

Conociendo que la deformación en cada extremo en el eje z fue de 2.129mm y 2.1384mm, el valor óptimo sería la media entre los dos 2.1337mm. A través de leyes trigonométricas y la Ecuación 2.14 se calculó la rigidez torsional.



$$\tan\psi = \frac{Z}{Y}$$

$$\tan\psi = \frac{2{,}1337}{500}$$

$$\tan\psi = 0.004267$$

$$\psi = 0.24504$$

Donde:

$\psi = Angulo.$
Z= Cateto opuesto.
Y= Cateto adyacente.

Por lo tanto, la rigidez torsional es:

$$\tau = \frac{M}{\psi}$$

$\tau = Torsión$
M = Momento aplicado.

$$\tau = \frac{1000N * 1000mm}{0.24504\ °}$$

$$\underline{\tau = 4080966{,}3728Nmm \approx 4080{,}966Nm\ /°}$$

3.4 ANÁLISIS POR EL MEF MEDIANTE EL SOFTWARE MATLAB

3.4.1 DISEÑO DE LA GEOMETRÍA

Basados en el anexo 4, se enumeró las barras y nodos del chasis de formula SAE. Véase figura 3.20 y 3.21.

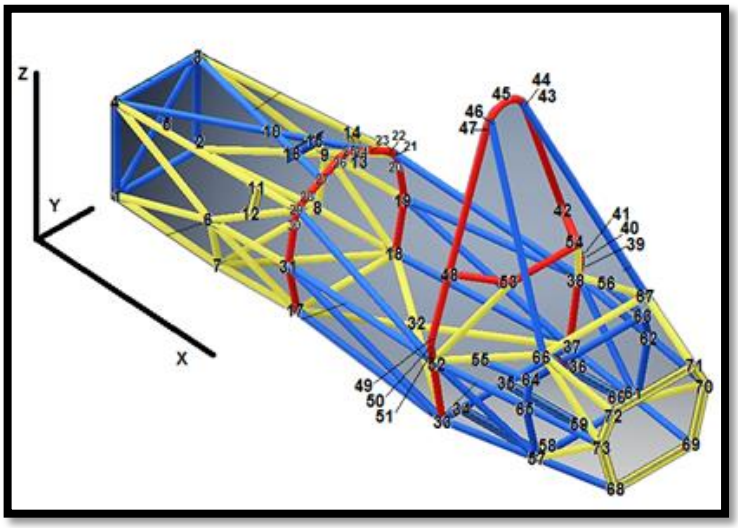


Figura 3.20 *Nodos del chasis de formula SAE- UPS.*

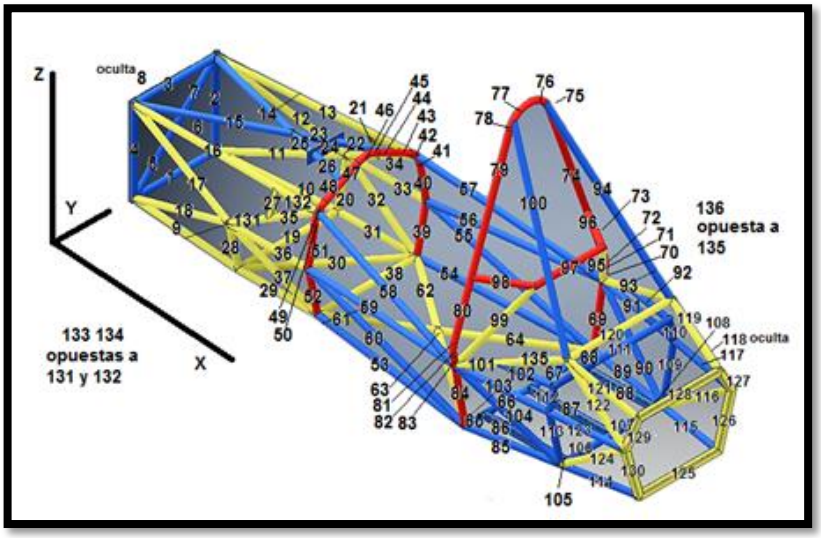


Figura 3.21 *Barras del chasis de formula SAE- UPS.*

Para poder graficar la estructura (Figura 3.22), únicamente se realizó una base de datos "NODOS.mat" con las coordenadas obtenidas y a través de un bucle se unió en forma de barra el nodo inicial con el final de cada uno de ellos. A continuación, se detalla la programación de esta función.

GEOMETRÍA DEL CHASIS DE FORMULA SAE

```
Close all
Clc
Barras = length (BARRA);
figure('Name','Geometría de la estructura')
hold on
view(3)
axis off

% Generación de barras de acuerdo a sus nodos.

for i = 1:barras
   col = COLOR(i);
   if i<barras
      if BARRA(i) == BARRA(i+1)
         plot3([CX(i) CX(i+1)], [CY(i) CY(i+1)],...
            [CZ(i) CZ(i+1)],char(col),'LineWidth',4)
         axis equal
         pause(0.00001)
```

```
        end
    end
end
axis equal
axis off
```

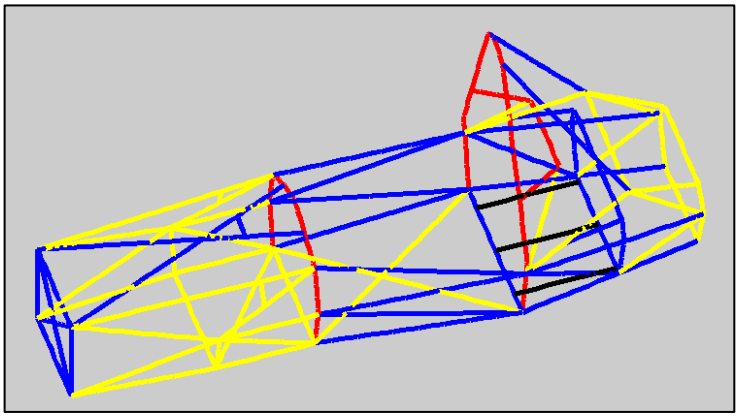


Figura 3.22 *Chasis de formula SAE de la UPS modelado en "Matlab"*

3.4.2 DIVISIÓN DE LA GEOMETRÍA EN ELEMENTOS DISCRETOS

Para realizar la división, en primera instancia se analizó las barras curvas, en las cuales fue necesario determinar la longitud de arco de cada una de ellas (Anexo 5), con el fin de seccionar cada una de acuerdo a la necesidad planteada. La programación que permitió dividir en elementos discretos la estructura se formuló de la siguiente manera:

DIVISIÓN EN ELEMENTOS DISCRETOS

```
clear all
close all
clc

%Carga de la base de datos de cada barra.

load('BASE.mat');
numB = length(bN);

%Valor de división en las barras rectas y curvas.
```

```
Lr = 30;
Lc = 10;
R = 90;
pos = 1;

%Formulación para la división en caso de barra recta o curva.

for i = 1:numB
   p_i = bP1(i);
   p_f = bP2(i);
   c1 = [aCX(p_i)  aCY(p_i) aCZ(p_i)];
   c2 = [aCX(p_f)  aCY(p_f) aCZ(p_f)];
   tipo = bTIPO(i);
   if strcmp(tipo,'RECTA')

% División de cada barra y ubicación en la siguiente de acuerdo a la base de datos,
se mantiene el color y sección de cada una.

      d = sqrt((c2(1) - c1(1))^2 + (c2(2) - c1(2))^2 + (c2(3) - c1(3))^2);
      q = ceil(d/Lr) + 1;
      CX(pos: pos + q - 1) = linspace(c1(1),c2(1),q);
      CY(pos: pos + q - 1) = linspace(c1(2),c2(2),q);
      CZ(pos: pos + q - 1) = linspace(c1(3),c2(3),q);
      COLOR(pos: pos + q - 1) = bCOLOR(i);
      SECCION(pos: pos + q - 1) = bSECCION(i);
      BARRA(pos: pos + q - 1) = i;
      LONGITUD(pos: pos + q - 1) = d/(q - 1);
      TIPO(pos: pos + q - 1) = tipo;
      pos = pos + q;
   else

% División de cada barra curva y ubicación en la siguiente de acuerdo a la base de
datos, se mantiene el color y la sección de cada una.

      pos2 = find(cNBARRAC==i);
      d = cDL(pos2);
      q = ceil(d/Lc) + 1;
      CX(pos: pos + q - 1) = linspace(c1(1),c2(1),q);
      CY(pos: pos + q - 1) = cos(linspace(cTI(pos2),cTF(pos2),q))*R + cMY(pos2);
      CZ(pos: pos + q - 1) = sin(linspace(cTI(pos2),cTF(pos2),q))*R + cMZ(pos2);
      COLOR(pos: pos + q - 1) = bCOLOR(i);
      SECCION(pos: pos + q - 1) = bSECCION(i);
      BARRA(pos: pos + q - 1) = i;
```

```
        LONGITUD(pos: pos + q - 1) = d/(q - 1);
        CY(pos) = c1(2);
        CZ(pos) = c1(3);
        CY(pos + q - 1) = c2(2);
        CZ(pos + q - 1) = c2(3);
        TIPO(pos: pos + q - 1) = tipo;
        pos = pos + q;
    end
    disp(i)
end

% Asignación de coordenadas, color, numero de barra, longitud y sección.

BARRA = BARRA';
COLOR = COLOR';
CX = CX';
CY = CY';
CZ = CZ';
LONGITUD = LONGITUD';
SECCION = SECCION';
TIPO = TIPO';
```

Al ejecutar el comando con un valor de división de 3mm en barras rectas y 1mm en barras curvas la nueva estructura se encuentra conformada por 1459 elementos finitos tipo barra y 1396 nodos. Cabe recalcar que al realizar el conteo de nodos estos se repiten al encontrarse varias barras por ello para evitar este error se utilizado la programación. (Anexo 6). Con los datos obtenidos de las nuevas coordenadas de los nodos discretizados se creó una nueva base de datos “Base_nodos_base.mat”, con la cual se trabajó en todo el proceso en la fase de carga y cálculo.

3.4.3 FASE DE CARGA DE DATOS Y GENERACIÓN DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ GLOBAL

Mediante la ecuación 2.11 se procedió a ensamblar la matriz de rigidez en forma parcial (k) para una barra, dependiendo de su ubicación, condiciones de contorno, cantidad de nodos y barras discretizadas. Seguidamente se creó una matriz de ceros con el fin de rellenarla a través de un bucle que permitió su ensamblaje la matriz tomando como referencia la de una sola barra ubicada en “SpaceFrameElementStiffness.m” (Anexo 7). Todos los datos fueron cargados desde la base de datos “Base_nodos_barras.mat”, establecidos en el anexo 4. La programación que permitió realizar esta función descrita es:

```
%% Fase de carga de datos y generación de matriz de rigidez global.

clc % Limpiamos el Command Window
close all % Cerramos todas las ventanas
clear all % Limpiamos el Workspace

E=200e6; % Módulo de elasticidad 200 GPa (se debe ingresar en kPa)
G=76.923e6; % Módulo de cortante 76.923 GPa (se debe ingresar en kPa)
A=0.00014703; % Sección transversal de las barras en m2
Iy=1.0011e-008; % Inercia en el eje y de la barra en m4
Iz=1.0011e-008; % Inercia en el eje z de la barra en m4
J=2.0006e-008; % en m4

load('Base_nodos_barras.mat') % Cargar la base
coordenadaX = coordenadaX/1000; % Coordenadas de los nodos en m
coordenadaY = coordenadaY/1000; % Coordenadas de los nodos en m
coordenadaZ = coordenadaZ/1000; % Coordenadas de los nodos en m
nodos = length(coordenadaX); % Cantidad de nodos discretizados
barras = length(puntoI); % cantidad de barras discretizadas
K = zeros(6*nodos); % Matriz de rigidez (iniciación con 0s)

for i = 1:barras % Inicio de bucle de ensamblaje de matriz de rigidez
   p_i = puntoI(i); % Punto inicial de la barra i-ésima
   p_f = puntoF(i); % Punto final de la barra i-ésima
   k = SpaceFrameElementStiffness(E,G,A,Iy,Iz,J,coordenadaX(p_i),...
      coordenadaY(p_i),coordenadaZ(p_i),coordenadaX(p_f),...
      coordenadaY(p_f),coordenadaZ(p_f)); % Matriz de rigidez parcial de la barra
i-    ésima

   K = SpaceFrameAssemble(K,k,p_i,p_f); % Ensamblaje de la matriz parcial a la
matriz de rigidez total
   % en los nodos correspondientes de la barra i-ésima
end % Fin del bucle
```

3.4.4 FASE DE CÁLCULOS

La programación de cálculo de deformaciones fue realizada de tal manera que pueda determinarse en cualquier punto de la estructura y con las restricciones de soportes deseadas. Con este fin se predefinió una segunda opción con las restricciones de las cinco primeras pruebas simuladas en el software Ansys, excluyendo la rigidez torsional como un programa adyacente del cual hablaremos posteriormente.

En los dos casos, el programa requirió datos acerca de los nodos en los cuales existen empotramientos, con el fin de armar una matriz de 6x6, debido a que el punto de soporte fijo no tendrá desplazamientos. Además, fue necesaria la ubicación y valoración de las fuerzas aplicadas en las tres coordenadas cartesianas, porque son importantes en el programa.

(Anexo 7). Se utilizó la ecuación 2.6 para determinar las deformaciones en cada uno de los nodos. Todos los resultados se guardaron creando una base de datos en el workspace de Matlab, en este caso se colocó el nombre de Tabla 3.

Con los datos obtenidos se procedió a realizar el cálculo, iniciando con la extracción de las matrices de rigidez y fuerzas "SpaceFrameElementForces.m" (Anexo 7). Se utilizó la ecuación 2.6 para determinar las deformaciones en cada uno de los nodos. Todos los resultados se guardaron creando una base de datos en el workspace de Matlab, en este caso se colocó el nombre de Tabla 3.

Con los datos iniciales se efectuó el calculó de fuerzas cortantes y momentos flectores, siguiendo las mismas condiciones, calculando reacciones y momentos. Los resultados se almacenaron creando una base de datos en el workspace de Matlab, en este caso se colocó el nombre de Tabla 1.

Es importante señalar que el estudio utilizó las unidades de metros para determinar la deformación, y las fuerzas si midieron en KN; además, el anexo 4 de la investigación, sitúa el nodo en donde se ubicaron las fuerzas y/o restricciones. A través de las fuerzas cortantes determinadas y los momentos flectores (Ecuación 5 y 5.1), se obtiene los nodos y valores de los esfuerzos normales y cortantes, asi como los esfuerzos máximos y mínimos combinados.

CARGA DE DATOS

```
%% Fase de carga de datos y generación de matriz de rigidez global.
clc % Limpiamos el Command Window
close all % Cerramos todas las ventanas
clear all % Limpiamos el Workspace
E=200e6; % Módulo de .... 210 GPa (se debe ingresar en kPa)
G=76.9e6; % Módulo de ... 76.923 GPa (se debe ingresar en kPa)
A=0.00014703; % Sección transversal de las barras en m2
Iy=1.0011e-008; % Inecia en el eje y de la barra en m4
Iz=1.0011e-008; % Inecia en el eje z de la barra en m4
J=2.0006e-008; % en m4
r=0.0127; % Radio del tubo en m.

load('Base_nodos_barras.mat') % Cargar la base
```

```
coordenadaX = coordenadaX/1000; % Coordenadas de los nodos en m
coordenadaY = coordenadaY/1000; % Coordenadas de los nodos en m
coordenadaZ = coordenadaZ/1000; % Coordenadas de los nodos en m
nodos = length(coordenadaX); % Cantidad de nodos discretizados
barras = length(puntoI); % cantidad de barras discretizadas

K = zeros(6*nodos); % Matriz de rigidez (iniciación con 0s)
for i = 1:barras % Inicio de bucle de ensamblaje de matriz de rigidez
   p_i = puntoI(i); % Punto inicial de la barra i-ésima
   p_f = puntoF(i); % Punto final de la barra i-ésima
   k = SpaceFrameElementStiffness(E,G,A,Iy,Iz,J,coordenadaX(p_i),...
      coordenadaY(p_i),coordenadaZ(p_i),coordenadaX(p_f),...
      coordenadaY(p_f),coordenadaZ(p_f)); % Matriz de rigidez parcial de la barra i-
ésima
   K = SpaceFrameAssemble(K,k,p_i,p_f); % Ensamblaje de la matriz parcial a la
matriz de rigidez total
   % en los nodos correspondientes de la barra i-ésima
end % Fin del bucle

                                FASE DE CÁLCULOS

clc; % Limpiamos el Command Window
fprintf('Ingresando condiciones de frontera!!\n\n') % Impresión de mensaje
disp('1.- Ingresar índices de nodos empotrados uno a uno.') % Impresión de mensaje
disp('2.- Seleccionar opciones de nodos empotrados predefinidos.') % Impresión de
mensaje
opcion1 = input('Seleccione la opción: '); % Selección de opción
fprintf('\n'); % Impresión de mensaje

if opcion1 == 1 % Condicional
   fprintf('Para usar esta opción Ud debe conocer los índices de los nodos de las barras
discretizadas!!\n\n') % Impresión de mensaje
   n_nodos_emp = input('Ingrese el número de nodos empotrados: '); % Ingreso del
número de nodos empotrados
   fprintf('\n'); % Impresión de mensaje
   I_nodos_emp = zeros(n_nodos_emp,1); % Inicialización de vector que contendrá
los índices de los nodos empotrados
   for i = 1:n_nodos_emp % Inicio de bucle
      fprintf('Ingrese el índice del nodo empotrado %d: ', i); % Impresión de mensaje
      I_nodos_emp(i) = input(''); % Ingreso uno a uno de los índices de los nodos
empotrados
   end % Fin de bucle
else % Caso contrario
```

```
   disp('1.- Para prueba AF4,1 ó AF4,2 ó AF4,3.') % Impresión de mensaje
   disp('2.- Para prueba AF4,4.') % Impresión de mensaje
   disp('3.- Para prueba de Flexión Vertical.') % Impresión de mensaje
   opcion2 = input('Seleccione la opción: '); % Selección de opción

   switch opcion2 % Inicio de switch
      case 1 % Caso 1
         I_nodos_emp = [343 362 538 562]; % Índices de nodos para prueba AF4,1 ó
AF4,2 ó AF4,3
         %I_nodos_emp = [176 186 287 299];
      case 2 % Caso 2
         I_nodos_emp = [343 362 538 562 808 868]; % Índices de nodos para prueba
AF4,4
      case 3 % Caso 3
         I_nodos_emp = [252 98 115 134 343 362 398 426 904 956 984 1126 1200
1211 1224 1291]; % Índices de nodos para prueba de Flexión Vertical
   end % Fin de switch
   n_nodos_emp = length(I_nodos_emp); % Número de nodos empotrados
end % Fin del condicional

U = zeros(6*nodos,1); % Inicialización del vector de deformaciones y rotaciones con
0s
mat_aux = repmat(1:nodos,6,1); % Matriz auxiliar de índices de nodos
I_U = mat_aux(:); % Vector de índices de nodos correspondientes a sus respectivas
deformaciones y rotaciones
IT_nodos_emp = zeros(6*nodos,1); % Vector para identificar los nodos empotrados

for i = 1:n_nodos_emp % Inicio de bucle
   IT_nodos_emp(find(I_U==I_nodos_emp(i))) = 1; % Colocamos 1 en los índices de
nodos empotrados
end
clc % Limpiamos el Command Window
F = zeros(6*nodos,1); % Inicializamos un vector de Fuerzas y Momentos para cada
nodo
salir = 1; % Inicializamos una variable que ayudará en el bucle WHILE
fprintf('Ingresando condiciones de frontera!!\n\n') % Impresión de mensaje
fprintf('Ahora se ingresarán los índices de nodos o barras donde se aplicarán las
fuerzas!!\n\n'); % Impresión de mensaje
I_nodos_F = []; % Inicializamos un vector para los índices de los nodos donde se
aplicarán las fuerzas puntuales

while salir % Inicio de bucle
   disp('1.- Ingresar el índice del nodo.') % Impresión de mensaje
```

```
    disp('2.- Ingrear índice de la barra.') % Impresión de mensaje
    disp('3.- Continuar!!') % Impresión de mensaje
    opcion1 = input('Seleccione la opción: '); % Selección de opción
    switch opcion1 % Inicio de switch
        case 1 % Caso 1
            indices = input('Ingrese el índice del nodo en el cuál se ejerce la fuerza: '); %
Ingresamos el índice del nodo donde se aplica la fuerza
        case 2 % Caso 2
            i_de_barra = input('Ingrese el índice de la barra en la cuál se ejerce la fuerza:
'); % Ingresamos el índice de la barra en donde se aplicará la fuerza
            indices = unique([puntoI(Ibarra==i_de_barra);puntoF(Ibarra==i_de_barra)]);
% Definimos los índices de los nodos de la barra en donde se aplicará la fuerza
        otherwise % Caso contrario
            salir = 0; % Asignamos 0 a la variable de salida para que podamos finalizar el
bucle
            fprintf('\n\nCalculando!!!\n\n') % Impresión de mensaje
    end % Fin de switch

    if salir == 1 % Condicional
        F_x = input('Ingrese el valor de la fuerza en X (en kN): '); % Ingresamos el valor
de la fuerza en el eje X en kN
        F_y = input('Ingrese el valor de la fuerza en Y (en kN): '); % Ingresamos el valor
de la fuerza en el eje Y en kN
        F_z = input('Ingrese el valor de la fuerza en Z (en kN): '); % Ingresamos el valor
de la fuerza en el eje Z en kN
        fprintf('\n'); % Salto de línea
        I_nodos_F = [I_nodos_F; indices]; % Agregamos nuevos índices al vector de
nodos donde se aplicarán las fuerzas
        fprintf('\n') % Salto de línea
        cant_nodos = length(indices); % Número de nodos a los que se aplicará la fuerza
ingresada en los pasos anteriores

        for i = 1:cant_nodos % Inicio de bucle
            pos_F = find(I_U==indices(i)); % Determina la posición en donde se colocará
el valor de la fuerza en el vector de fuerzas
            F(pos_F(1)) = F(pos_F(1)) + F_x; % Se agrega el valor de la fuerza
componente en X en el vector de fuerzas
            F(pos_F(2)) = F(pos_F(2)) + F_y; % Se agrega el valor de la fuerza
componente en Y en el vector de fuerzas
            F(pos_F(3)) = F(pos_F(3)) + F_z; % Se agrega el valor de la fuerza
componente en Z en el vector de fuerzas
        end % Fin de bucle
    end % Fin de condicional
end % Fin de bucle
```

```
I_nodos_F = unique(I_nodos_F); % Eliminamos índices repetidos de nodos donde se aplicarán las fuerzas
% Fase de cálculo de deformaciones, esfuerzos, momentos, etc.
k1 = K(~logical(IT_nodos_emp),~logical(IT_nodos_emp)); % Extraemos de la matriz de rigidez aquellas filas y columnas correspondientes a nodos no empotrados
f = F(~logical(IT_nodos_emp)); % Extraemos del vector de fuerzas y momentos aquellas filas de nodos no empotrados
u = k1\f; % Cálculo de la deformación en nodos no empotrados
U(~logical(IT_nodos_emp)) = u; % Colocamos los valores de las deformaciones de nodos no empotrados en el vector de deformaciones globales

if sum(U == 0) ~= length(U) % Condicional
   F = K*U; % Calculamos el vector de fuerzas
end % Fin de condicional
F_M = zeros(barras, 15); % Inicializamos la matriz para guardar las Fuerzas axiales y cortantes; Momentos torsionales y flectores para cada barra discretizada
esfuerzos =zeros(barras,7);
Estado_barra = cell(barras,1);

for i = 1:barras % Inicio de bucle
   F_M(i,1) = i; % Guaramos el índice de la barra i-ésima
   p_i = puntoI(i); % Determinamos el índice del nodo inicial de la barra i-ésima
   p_f = puntoF(i); % Determinamos el índice del nodo final de la barra i-ésima
   F_M(i,2) = p_i; % Guardamos el índice del nodo inicial de la barra i-ésima
   F_M(i,3) = p_f; % Guardamos el índice del nodo final de la barra i-ésima
   u1 = [U(I_U == p_i); U(I_U == p_f)]; % Seleccionamos los valores de las deformaciones de los nodos inicial y final de la barra i-ésima
   f1 = SpaceFrameElementForces(E,G,A,Iy,Iz,J,coordenadaX(p_i),...
      coordenadaY(p_i),coordenadaZ(p_i),coordenadaX(p_f),...
      coordenadaY(p_f),coordenadaZ(p_f),u1); % Calculamos las Fuerzas axiales y cortantes; Momentos torsionales y flectores para cada nodo de la barra i-ésima
   F_M(i,4:end) = f1'; % Guardamos las Fuerzas axiales y cortantes; Momentos torsionales y flectores en la matriz de resultados
   Direct_stress = - f1(1)/A;
   My = abs(f1(5));
   Mz = abs(f1(6));

   if My > Mz
      Bending_stress_i = My*r/Iy;
   else
      Bending_stress_i = Mz*r/Iz;
   end

   My = abs(f1(11));
```

```
    Mz = abs(f1(12));

    if My > Mz
        Bending_stress_f = My*r/Iy;
    else
        Bending_stress_f = Mz*r/Iz;
    End

    if f1(1) < 0
        Estado_barra{i} = 'Tracción';

    else
        Estado_barra{i} = 'Compresión';
    End

    max_Combined_stress_i = Direct_stress + Bending_stress_i;
    min_Combined_stress_i = Direct_stress - Bending_stress_i;
    max_Combined_stress_f = Direct_stress + Bending_stress_f;
    min_Combined_stress_f = Direct_stress - Bending_stress_f;
    esfuerzos(i,1) = p_i;
    esfuerzos(i,2) = p_f;
    esfuerzos(i,3) = Direct_stress;
    esfuerzos(i,4) = max_Combined_stress_i;
    esfuerzos(i,5) = min_Combined_stress_i;
    esfuerzos(i,6) = max_Combined_stress_f;
    esfuerzos(i,7) = min_Combined_stress_f;

end % Fin de bucle
n_nodos_F = length(I_nodos_F); % Determinamos la cantidad de nodos donde se
aplicaron las fuerzas
estado = cell(n_nodos_emp + n_nodos_F,1); % Inicializamos una variable para
identificar si un nodo está empotrado o sujeto a una fuerza
F_M_E_F = zeros(n_nodos_emp + n_nodos_F,7); % Inicializamos una matriz para
guardar la información de los nodos empotrados y sujetos a fuerzas

for i = 1:n_nodos_emp % Inicio de bucle
    F_M_E_F(i,1) = I_nodos_emp(i); % Guardamos el índice del nodo i-ésimo
    F_M_E_F(i,2:end) = F(I_U == I_nodos_emp(i)); % Guardamos los valores de
reacciones y momentos en el nodo empotrado i-ésimo
    estado{i} = 'Empotrado'; % Asignamos el estado del nodo i-ésimo
end % Fin de bucle

j=0; % Iniciamos un contador para los nodos sujetos a fuerzas
```

```
for i = n_nodos_emp + 1:length(estado) % Inicio de bucle
    j = j+1; % Incremento de contador
    F_M_E_F(i,1) = I_nodos_F(j); % % Guardamos el índice del nodo i-ésimo
    F_M_E_F(i,2:end) = F(I_U == I_nodos_F(j)); % Guardamos los valores de Fuerza
del nodo i-ésimo sujeto a fuerza
    estado{i} = 'Aplicado'; % Asignamos el estado del nodo i-ésimo
end % Fin de bucle

                    ALMACENAMIENTO DE DATOS

tabla1 = array2table(F_M,'VariableNames',{'Nb' 'Ni' 'Nf' 'Fxi' 'Fyi'...
    'Fzi' 'Mxi' 'Myi' 'Mzi' 'Fxf' 'Fyf' 'Fzf' 'Mxf' 'Myf' 'Mzf'}); % Creamos una tabla con
matriz de fuerzas cortantes y momentos flectores
% de todas las barras discretizadas
fprintf('\n\nTabla de resultados de los Cortantes y Momentos flectores en los bordes de
las barras\n\n') % Impresión de mensaje
disp(tabla1) % Presentamos la tabla

tabla2 = table(F_M_E_F(:,1),estado,F_M_E_F(:,2),F_M_E_F(:,3),...
    F_M_E_F(:,4),F_M_E_F(:,5),F_M_E_F(:,6),F_M_E_F(:,7),...
    'VariableNames',{'Nnodo' 'Estado' 'Fx' 'Fy' 'Fz' 'Mx' 'My' 'Mz'}); % Creamos una
tabla con la matriz de fuerzas y momentos de
% los nodos empotrados y sujetos a fuerzas
fprintf('\n\nTabla de Fuerzas aplicadas en nodos, Reacciones y Momentos en los
empotramientos\n\n') % Impresión de mensaje
disp(tabla2) % Presentamos la tabla
deformacion = (reshape(U,6,nodos))'; % Creamos una matriz con el vector de
deformaciones, con cada nodo en cada fila

tabla3 = array2table([(1:nodos)' deformacion],'VariableNames',...
    {'Nnodo' 'Ux' 'Uy' 'Uz' 'Fix' 'Fiy' 'Fiz'}); % Creamos una tabla con las
deformaciones y rotaciones de todos los nodos
fprintf('\n\nTabla de deformaciones y Rotaciones en los nodos\n\n') % Impresión de
mensaje
disp(tabla3) % Presentamos la tabla

tabla4 = table((1:barras)', esfuerzos(:,1), esfuerzos(:,2), esfuerzos(:,3), esfuerzos(:,4),...
     esfuerzos(:,5), esfuerzos(:,6), esfuerzos(:,7), Estado_barra, 'VariableNames',...
     {'Nbarra' 'nodo_i' 'nodo_f' 'Direct_stress' 'max_Combined_stress_i'
'min_Combined_stress_i'...
     'max_Combined_stress_f' 'min_Combined_stress_f' 'Barra'});
fprintf('\n\nTabla de Esfuerzos normales y cortantes, aplicados y principales\n\n')
disp(tabla4)
```

```
coordenadaXf = coordenadaX + deformacion(:,1); % Calculamos las coordenadas finales de los nodos para el eje X
coordenadaYf = coordenadaY + deformacion(:,2); % Calculamos las coordenadas finales de los nodos para el eje Y
coordenadaZf = coordenadaZ + deformacion(:,3); % Calculamos las coordenadas finales de los nodos para el eje Z
graficar_nodos_i % Graficamos los nodos en el estado inicial (sin deformación)
hold on % Mantenemos la gráfica anterior

                    REPRESENTACIÓN GRÁFICA

plot3(coordenadaXf,coordenadaYf, coordenadaZf,'k.') % Graficamos los nodos después de aplicar las fuerzas
plot3(coordenadaX(I_nodos_emp),coordenadaY(I_nodos_emp),coordenadaZ(I_nodos_emp),'ks','LineWidth',2.5) % Remarcamos los nodos empotrados
plot3(coordenadaX(I_nodos_F),coordenadaY(I_nodos_F),coordenadaZ(I_nodos_F),'rh','MarkerSize',10) % Remarcamos los nodos (sin deformación) sujetos a fuerzas
plot3(coordenadaXf(I_nodos_F),coordenadaYf(I_nodos_F),coordenadaZf(I_nodos_F),'bh','MarkerSize',10) % Remarcamos los nodos (con deformación) sujetos a fuerzas

                    CÁLCULO Y GRAFICACIÓN DE ESFUERZOS

graficar_nodos_f(coordenadaXf, coordenadaYf, coordenadaZf, esfuerzos(:,2), esfuerzos(:,3),'Direct Stress')
[valor, posicion] = max(esfuerzos(:,3));
nodo = esfuerzos(posicion,2);
fprintf('El "Direct Stress" máximo es de %f kPa y se da en el nodo %d.\n\n', valor, nodo)
[valor, posicion] = min(esfuerzos(:,3));
nodo = esfuerzos(posicion,2);
fprintf('El "Direct Stress" mínimo es de %f kPa y se da en el nodo %d.\n\n', valor, nodo)
aux = [esfuerzos(:,[1 4]); esfuerzos(:,[2 6])];
[valor, posicion] = max(aux(:,2));

if posicion > barras
   graficar_nodos_f(coordenadaXf, coordenadaYf, coordenadaZf, esfuerzos(:,2), esfuerzos(:,6),'Maximum Combined Stress')
else
   graficar_nodos_f(coordenadaXf, coordenadaYf, coordenadaZf, esfuerzos(:,1), esfuerzos(:,4),'Maximum Combined Stress')
end

nodo = aux(posicion,1);
```

```
fprintf('El "Maximum Combined Stress" máximo es de %f kPa y se da en el nodo
%d.\n\n', valor, nodo)
[valor, posicion] = min(aux(:,2));
nodo = aux(posicion,1);
fprintf('El "Maximum Combined Stress" mínimo es de %f kPa y se da en el nodo
%d.\n\n', valor, nodo)
aux = [esfuerzos(:,[1 5]); esfuerzos(:,[2 7])];
[valor, posicion] = max(aux(:,2));

if posicion > barras
   graficar_nodos_f(coordenadaXf, coordenadaYf, coordenadaZf, esfuerzos(:,2),
esfuerzos(:,7),'Minimum Combined Stress')
else
   graficar_nodos_f(coordenadaXf, coordenadaYf, coordenadaZf, esfuerzos(:,1),
esfuerzos(:,5),'Minimum Combined Stress')
end

nodo = aux(posicion,1);
fprintf('El "Minimum Combined Stress" máximo es de %f kPa y se da en el nodo
%d.\n\n', valor, nodo)
[valor, posicion] = min(aux(:,2));
nodo = aux(posicion,1);
fprintf('El "Minimum Combined Stress" mínimo es de %f kPa y se da en el nodo
%d.\n\n', valor, nodo)
```

3.4.5 SIMULACIÓN DE PRUEBAS EN EL CHASIS DE FORMULA SAE

La simulación a través de este software se realizó con las mismas pruebas y condiciones de contorno tomadas para Ansys. Como se mencionó anteriormente las restricciones para cada una de las pruebas ya fueron programadas dentro de la fase de cálculos. Por ello únicamente se toma la opción de nodos empotrados predefinidos, se indica el nodo en donde se aplicará la fuerza y los valores en sus tres coordenadas cartesianas.

En cada caso se muestra la gráfica de la estructura (Figura 3.23) con su respectiva deformación, representada por los puntos negros que señalan las nuevas coordenadas de los nodos desplazados. Para algunas pruebas realizadas debido a que la fuerza es muy pequeña no es posible observar las deformaciones en sus nodos, por ello únicamente se presentarán los valores obtenidos.

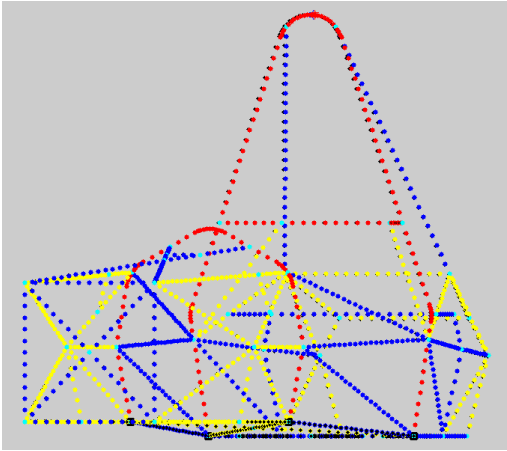


Figura 3.23 *Gráfico de resultados de pruebas en Matlab.*

3.4.5.1 IMPACTO ARCO ANTIVUELCO PRINCIPAL

Para esta prueba la fuerza fue aplicada en el nodo 839, con un valor de (6000, 5000, -9000) N (Figura 3.23). En la figura 3.24 y 3.25 se observan los resultados obtenidos de las deformaciones en (Ux, Uy, Uz) y las fuerzas (Fx, Fy, Fz) en el nodo. La figura 3.26 presenta los resultados de los esfuerzos máximos combinados obtenidos en esta prueba.

```
Command Window
Ingresando condiciones de frontera!!

Ahora se ingresarán los índices de nodos o barras donde se aplicarán las fuerzas!!

1.- Ingresar el índice del nodo.
2.- Ingrear índice de la barra.
3.- Continuar!!
Seleccione la opción: 1
Ingrese el índice del nodo en el cuál se ejerce la fuerza: 839
Ingrese el valor de la fuerza en X (en kN): 6
Ingrese el valor de la fuerza en Y (en kN): 5
Ingrese el valor de la fuerza en Z (en kN): -9


1.- Ingresar el índice del nodo.
2.- Ingrear índice de la barra.
3.- Continuar!!
Seleccione la opción: 3


Calculando!!!
```

Figura 3.24 *Condiciones de frontera: Impacto en arco antivuelco principal. Matlab.*

1396x7 table

	1 Nnodo	2 Ux	3 Uy	4 Uz	5 Fix	6 Fiy	7 Fiz
838	838	0.0071	0.0069	4.7588e-04	0.0177	0.0144	-0.0031
839	839	0.0071	0.0069	3.0613e-04	0.0167	0.0143	-0.0039
840	840	0.0070	0.0069	1.4984e-04	0.0154	0.0141	-0.0048

Figura 3.25 *Resultados: Impacto en arco antivuelco principal. Matlab.*

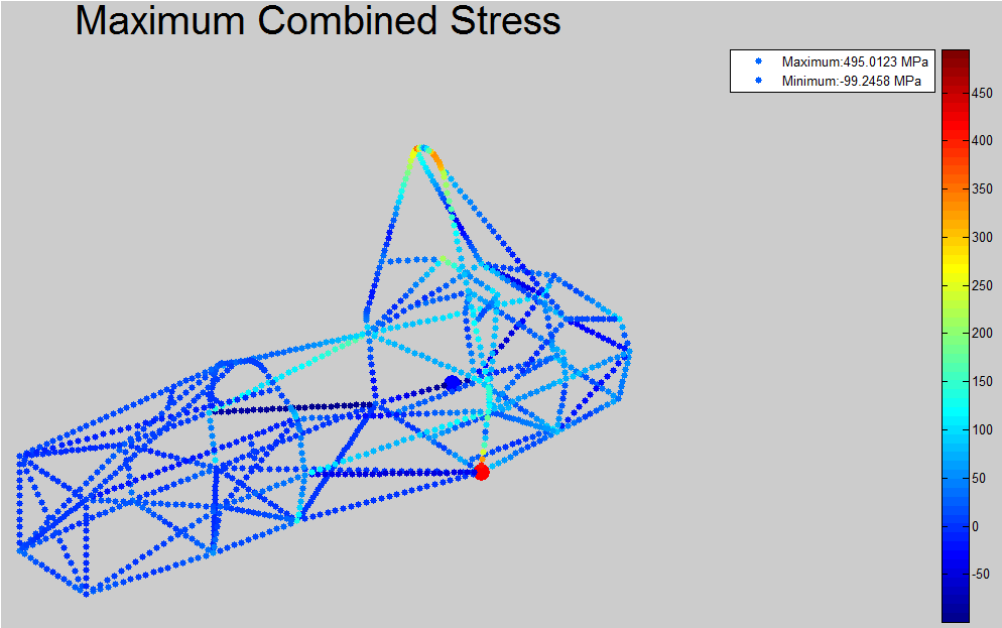


Figura 3.26 *Resultados: Máximo esfuerzo combinado en arco antivuelco principal. Matlab.*

3.4.5.2 IMPACTO ARCO ANTIVUELCO FRONTAL

En esta prueba la fuerza fue aplicada en el nodo 484, con un valor de (6000, 5000, -9000) N. En la figura 3.27 se observa los resultados obtenidos de las deformaciones en (Ux, Uy, Uz) y las fuerzas (Fx, Fy, Fz) en el nodo. La figura 3.28 presenta los resultados de los esfuerzos máximos combinados obtenidos en esta prueba.

1396x7 table

	1 Nnodo	2 Ux	3 Uy	4 Uz	5 Fix	6 Fiy	7 Fiz
483	483	0.0012	0.0048	-0.0023	0.0073	0.0111	0.0049
484	484	0.0013	0.0048	-0.0023	0.0057	0.0112	0.0040
485	485	0.0013	0.0048	-0.0024	0.0042	0.0113	0.0031

Figura 3.27 *Resultados: Impacto en arco antivuelco frontal. Matlab.*

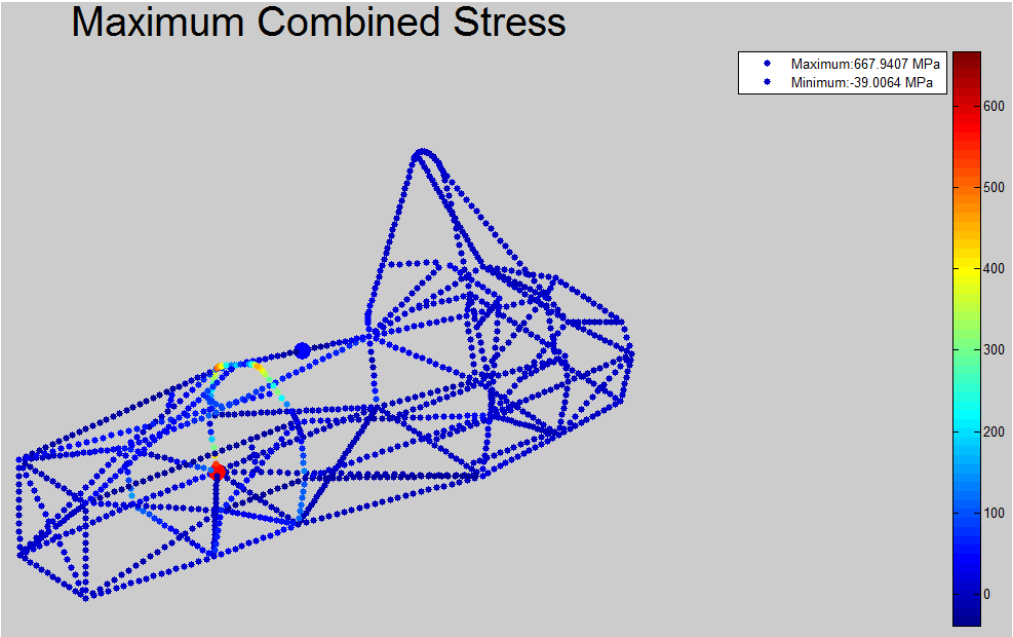


Figura 3.28 *Resultados: Máximo esfuerzo combinado en arco antivuelco frontal. Matlab.*

3.4.5.3 IMPACTO LATERAL

Para esta prueba la fuerza fue aplicada en el nodo 672, con un valor de (0, 7000, 0) N. En la figura 3.29 se observa los resultados obtenidos de las deformaciones en (Ux, Uy, Uz) y las fuerzas (Fx, Fy, Fz) en el nodo. La figura 3.30 presenta los resultados de los esfuerzos máximos combinados obtenidos en esta prueba.

1396x7 table

	1 Nnodo	2 Ux	3 Uy	4 Uz	5 Fix	6 Fiy	7 Fiz
671	671	9.1931e-04	0.0106	4.2076e-04	-0.0066	5.5936e-04	0.0097
672	672	9.3036e-04	0.0108	4.2151e-04	-0.0062	5.7318e-04	6.6162e-05
673	673	9.1478e-04	0.0106	4.2068e-04	-0.0058	5.8701e-04	-0.0095

Figura 3.29 *Resultados: Impacto en arco antivuelco principal. Matlab.*

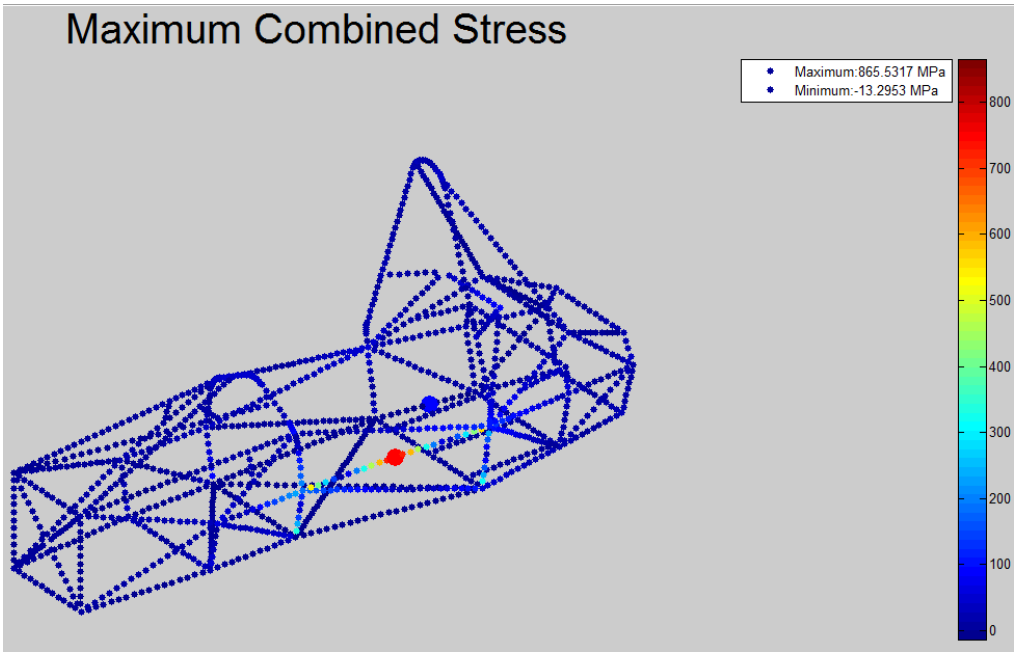


Figura 3.30 *Resultados: Máximo esfuerzo combinado por impacto lateral. Matlab.*

3.4.5.4 IMPACTO EN MAMPARA DELANTERA

Para esta prueba la fuerza deberá ser aplicada en los nodos 1,13,25,37,57, con un valor de (24000, 0, 0) N. En las figuras 3.31 y 3.32 se observa los resultados obtenidos de las deformaciones en (Ux, Uy, Uz) y las fuerzas (Fx, Fy, Fz) en el nodo y su gráfica de deformación con puntos de color negro. La figura 3.33 presenta los resultados de los esfuerzos máximos combinados obtenidos en esta prueba.

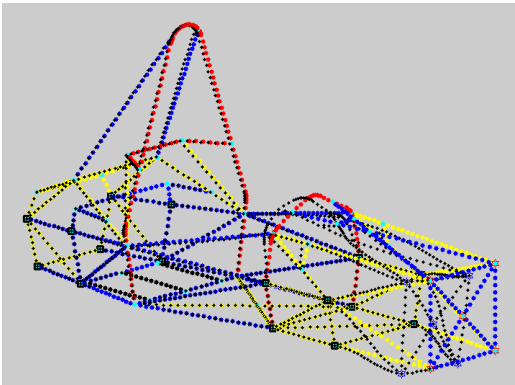


Figura 3.31 *Resultado gráfico: Impacto en mampara delantera. Matlab.*

1396x7 table

1 Nnodo	2 Ux	3 Uy	4 Uz	5 Fix	6 Fiy	7 Fiz
1	0.0245	0.1864	-0.0211	0.1362	-0.0930	-0.1143
13	-0.0245	0.1864	0.0211	0.1362	0.0930	-0.1143
25	-0.0060	0.1401	0.0239	0.0991	0.0184	-0.0662
37	0.0060	0.1401	-0.0239	0.0991	-0.0184	-0.0662
57	-1.9311e-13	0.1651	5.1258e-15	0.1314	1.7637e-13	0.1083

Figura 3.32 *Resultados: Impacto en mampara delantera. Matlab.*

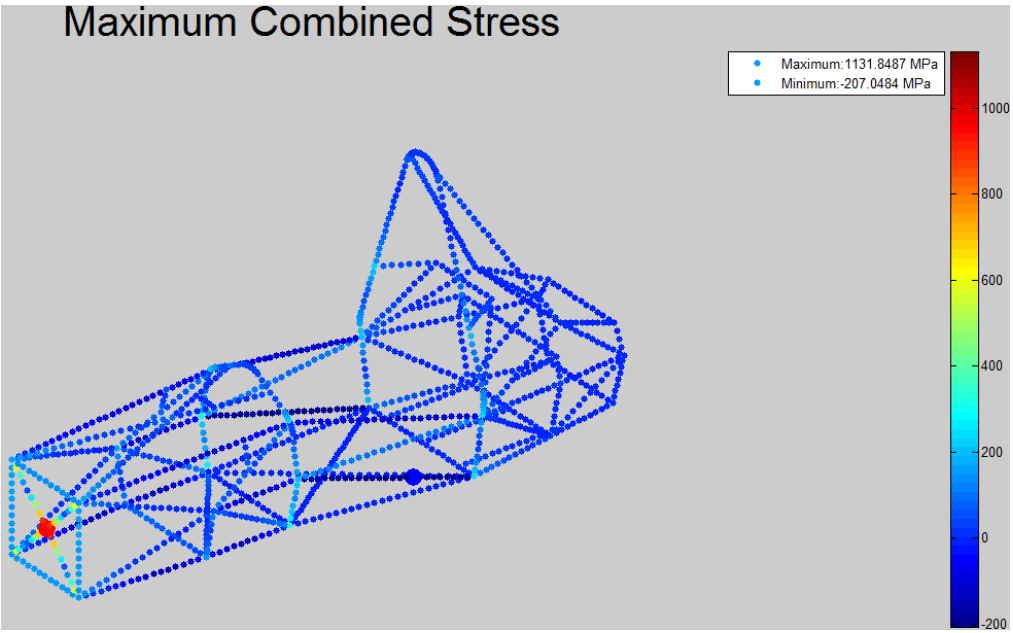


Figura 3.33 *Resultados: Máximo esfuerzo combinado en mampara delantera. Matlab.*

3.4.5.5 FLEXIÓN VERTICAL

Para esta prueba la fuerza a aplicarse fueron en los nodos de anclaje de la batería, motor, asiento del piloto con un valor de (0, 0, -40) N, (0, 0, -129) N y (0, 0, -129) N, respectivamente. En la figura 3.34 se observa los resultados obtenidos de las deformaciones en (Ux, Uy, Uz) y las fuerzas (Fx, Fy, Fz) en cada nodo. La figura 3.35 presenta los resultados de los esfuerzos máximos combinados obtenidos en esta prueba.

1 Nnodo	2 Ux	3 Uy	4 Uz	5 Fix	6 Fiy	7 Fiz
37	0.0022	-4.3508e-05	0.0040	1.8535e-04	-0.0067	-0.0115

1 Nnodo	2 Ux	3 Uy	4 Uz	5 Fix	6 Fiy	7 Fiz
57	0.0076	-7.4046e-05	0.0039	-9.8444e-05	0.0040	3.8087e-0

1 Nnodo	2 Ux	3 Uy	4 Uz	5 Fix	6 Fiy	7 Fiz
25	0.0022	-6.5968e-05	0.0039	-4.0166e-04	-0.0067	0.0116

Figura 3.34 *Resultados: Flexión vertical. Matlab.*

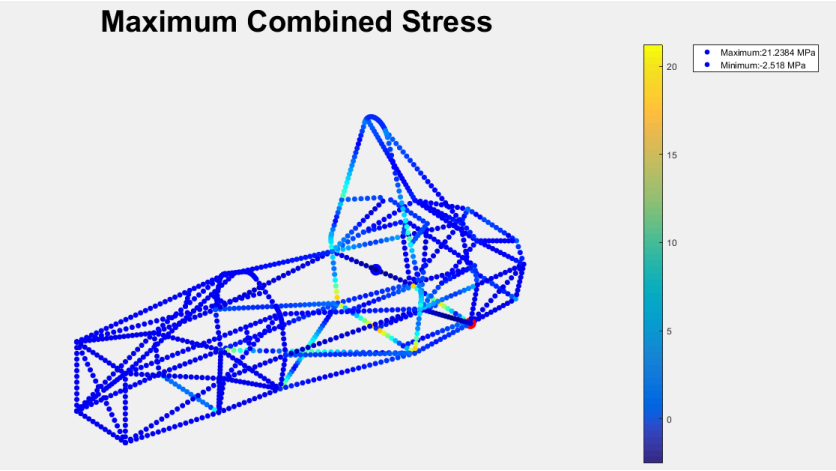


Figura 3.35 *Resultados: Máximo esfuerzo combinado por flexión vertical. Matlab.*

3.4.5.6 RIGIDEZ TORSIONAL

Para esta prueba la fuerza fue aplicada en los nodos 1397 y 1398, con un valor de (0,0,1)KN y (0.0,-1)KN. En la figura 3.36 se observan los resultados obtenidos de las deformaciones en (Ux, Uy, Uz) y las fuerzas (Fx, Fy, Fz) en el nodo. La figura 3.37 presenta los resultados de los esfuerzos máximos combinados obtenidos en esta prueba.

1 Nnodo	2 Ux	3 Uy	4 Uz	5 Fix	6 Fiy	7 Fiz
1395	-5.7347e-05	9.1356e-05	-1.0411e-04	-4.7450e-04	-1.2224e-04	-1.5253e-04
1396	-5.9724e-05	9.3360e-05	-9.7487e-05	-4.9925e-04	-1.7965e-04	-1.0436e-04
1397	1.2358e-04	5.0169e-04	0.0018	-0.0044	5.8509e-04	1.7996e-04
1398	-1.2424e-04	4.9680e-04	-0.0018	-0.0044	-5.7998e-04	1.8116e-04

Figura 3.36 *Resultados: Rigidez torsional. Matlab.*

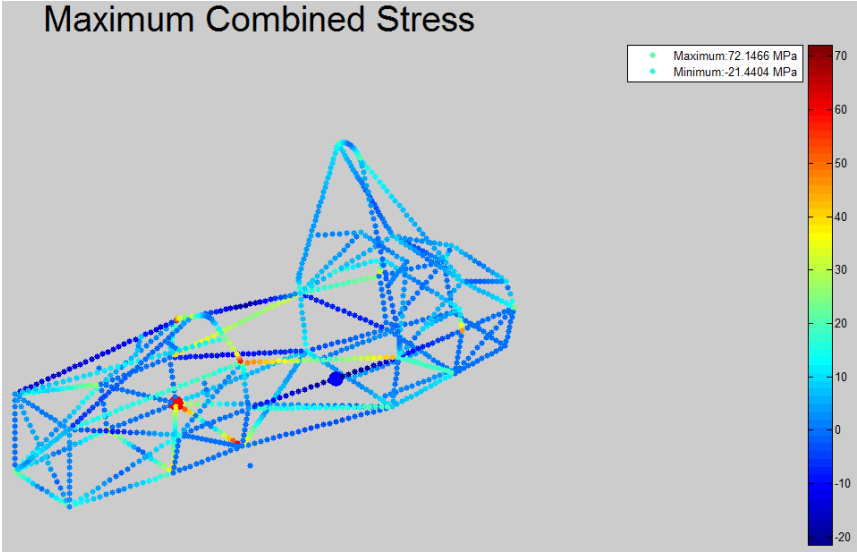
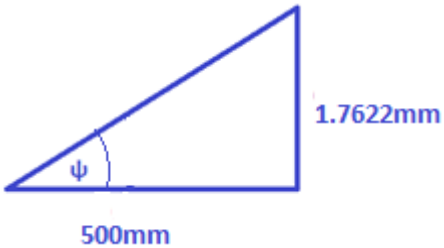


Figura 3.37 *Resultados: Máximo esfuerzo combinado por prueba de rigidez torsional. Matlab*

En la presente investigación, el valor medio de las deformaciones en el eje z fue de 1.7622mm. De igual manera, se ha obtenido la rigidez a partir de la aplicación de funciones trigonométricas y la ecuación 2.14.



$$\tan\psi = \frac{Z}{Y}$$

$$tan\psi = \frac{1.7622}{500}$$

$$\tan\psi = 0.00352$$

$$\psi = 0.20194$$

Por lo tanto:

$$\tau = \frac{M}{\psi}$$

$$\tau = \frac{1000N * 1000mm}{0.20194}$$

$$\underline{\tau = 4951965{,}9304Nmm \approx 4951{,}965\ Nm}$$

3.5 TABLA COMPARATIVA ANSYS VS MATLAB

Dentro del análisis de errores es importante conocer que estadísticamente todo estudio acepta un error alfa del 5%, tomando en cuenta que el nivel de significancia estará dentro del 95%, permitiendo entregarnos una gran confiabilidad de datos. En este caso además de obtener el error relativo porcentual, se realizará una correlación de datos que nos

permita conocer si el nivel de significancia es mucho más alto que el 95% y además validar los datos obtenidos mediante el software Matlab.

TABLA COMPARATIVA ANSYS VS MATLAB PRUEBAS AF1, AF2, AF3 Y AF4					
	NODO Y COORDENADAS		**"ANSYS"**	**"MATLAB"**	**ERROR RELATIVO (%) ANSYS VS MATLAB**
PRUEBAS	**DEFORMACIÓN EN EL PUNTO DE APLICACIÓN DE LA FUERZA (mm)**				
IMPACTO EN ARCO ANTIVUELCO PRINCIPAL	839	Ux	7.2459	7.0779	2.31
		Uy	6.8236	6.9224	1.45
		Uz	0.4414	0.3960	10.27
ERROR RELATIVO PROMEDIO					**4.67**
IMPACTO EN ARCO ANTIVUELCO FRONTAL	484	Ux	1.3220	1.2597	4.71
		Uy	4.8719	4.7248	0.97
		Uz	-2.4430	-2.3464	3.95
ERROR RELATIVO PROMEDIO					**3.21**
IMPACTO LATERAL	672	Ux	0.9479	0.9303	1.85
		Uy	11.0010	10.7884	1.93
		Uz	0.4349	0,4215	3.09
ERROR RELATIVO PROMEDIO					**2.29**
IMPACTO EN MAMPARA DELANTERA	1	Ux	2.2380	2.2155	1.00
		Uy	-0.0668	-0.0660	1.22
		Uz	3.9805	3.9193	1.54
	25	Ux	7.8598	7.6420	2.77
		Uy	-0,0740	-0.0740	0.11
		Uz	3.9918	3.9316	1.51
	57	Ux	0.6792	0.6805	0.19
		Uy	-0.0730	-0.0736	0.90
		Uz	3.9954	3.9359	1.49
ERROR RELATIVO PROMEDIO					**1.19**

Tabla 3.8 *Tabla comparativa Ansys VS Matlab. Pruebas AF1, AF2, AF3 y AF4.*

En la tabla 3.8 se puede evidenciar que el error relativo promedio fluctúa entre el rango [1.19 - 4.67] siendo un valor aceptable entre los dos software. Las pruebas de flexión vertical poseen un error que se encuentra dentro del intervalo anteriormente señalado, mientras que en la rigidez torsional podemos observar menor precisión dentro del programa. Véase tabla 3.9.

TABLA COMPARATIVA ANSYS VS MATLAB FLEXIÓN VERTICAL Y RIGIDEZ TORSIONAL					
	NODO Y COORDENADAS		**“ANSYS”**	**“MATLAB”**	**ERROR RELATIVO (%) ANSYS VS MATLAB**
PRUEBAS	**DEFORMACIÓN EN EL PUNTO DE APLICACIÓN DE LA FUERZA (mm)**				
FLEXIÓN VERTICAL	721	Ux	-7,06E-03	-7,15E-03	1,26
		Uy	-9,13E-07	-9,40E-07	2,86
		Uz	-1,41E-01	-0,14251	1,13
	775	Ux	1,91E-04	1,80E-04	5,96
		Uy	-1,61E-06	-1,54E-06	4,60
		Uz	-1,48E-01	-0,1438691	3,03
	281	Ux	0	0	0.00
		Uy	0	0	0.00
		Uz	-1,22E-02	-1,32E-02	7,79
ERROR RELATIVO PROMEDIO					**3.80**
RIGIDEZ TORSIONAL	1397	Ux	0.1564	0,1177	24.74
		Uy	-0.5734	-0,4828	15.80
		Uz	2.1384	1,7607	17.69
	1398	Ux	-0.1634	-0,1183	24.60
		Uy	-0.5728	-0,4782	16.51
		Uz	2.129	1,7638	17.15
ERROR RELATIVO PROMEDIO					**19.41**

Tabla 3.9 *Tabla comparativa Ansys VS Matlab. Pruebas de flexión vertical y rigidez torsional.*

A través del programa R se han introducido los datos de cada prueba, realizando un análisis estadístico de correlación entre los valores obtenidos en Matlab y Ansys, obteniendo los resultados de la figura 3.38, en donde es posible obtener un nivel de significancia o confianza del 99% dentro de las 5 primeras pruebas, mientras que en la rigidez torsional fue de un 95% (Dentro del intervalo de confianza se encuentra el rango de error). Se demostró una total relación entre datos.

```
Console   Terminal
~/
> AF1<- cor(ARCOPRINCIPALANSIS,ARCOPRINCIPALMATLAB)
>  AF1
[1] 0.9993868
> AF2<- cor(ARCOFRONTALANSIS,ARCOFRONTALMATLAB)
>  AF2
[1] 0.9999065
> AF3<-cor(IMPACTOLATERALANSIS,IMPACTOLATERALMATLAB)
>  AF3
[1] 0.9999999
> AF4<-cor(MAMPARADELANTERAANSIS,MAMPARADELANTERAMATLAB)
>  AF4
[1] 0.9999617
> FLEXIONV<-cor(FLEXIONAANSIS,FLEXIONMATLAB)
>  FLEXIONV
[1] 0.999808
> RIGIDEZTV<-cor(RIGIDEZTANSIS,RIGIDEZTMATLAB)
>  RIGIDEZTV
[1] 0.9999504
>
```

Figura 3.38 *Correlación de datos de deformación obtenidas en todas las pruebas Matlab VS Ansys*

En las figuras 3.39 y 3.40 podemos reafirmar los resultados obtenidos por errores relativos y por correlaciones acerca de la completa similitud entre los dos software aplicados.

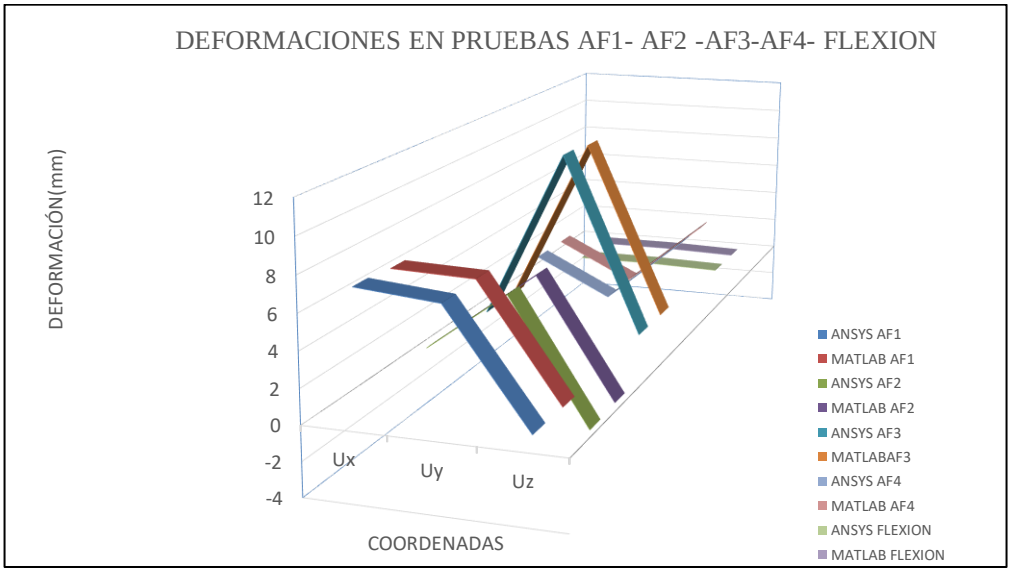


Figura 3.39 *Relación gráfica: Ansys VS Matlab. Pruebas AF1-AF2-AF3-AF4 y flexión vertical.*

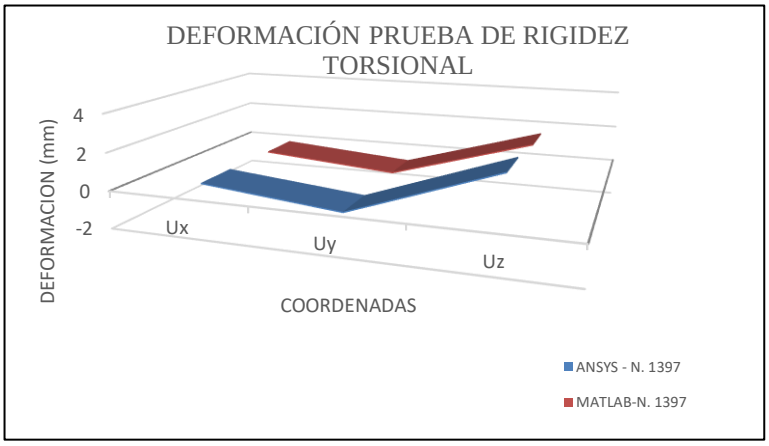


Figura 3.40 *Relación gráfica: Ansys VS Matlab. Prueba de rigidez torsional*.

En la tabla 3.10 se puede observar que el error relativo promedio de las pruebas de esfuerzos combinados, a través del software Ansys y Matlab es de 3.57%.

TABLA COMPARATIVA ANSYS VS MATLAB MÁXIMO ESFUERZO COMBINADO				
	NODO Y COORDENADAS	**"ANSYS"**	**"MATLAB"**	**ERROR RELATIVO (%) ANSYS VS MATLAB**
PRUEBAS				
AF1	839	470,93	495,01	4.86
AF2	484	636,49	667,94	4.71
AF3	672	855,16	865,53	1.21
AF4	1-25-57	1117,1	1131,84	1.30
FLEXION VERTICAL	721-775-281	19,54	21,238	8.00
RIGIDEZ TORIONAL	1397-1398	68.62	72.14	4.87
ERROR RELATIVO PROMEDIO				**3.85**

Tabla 3.10 *Tabla comparativa Ansys VS Matlab. Esfuerzo máximo combinado.*

La figura 3.41, comprobamos la efectividad del software Matlab en el cálculo del máximo esfuerzo combinado en cada prueba realizada.

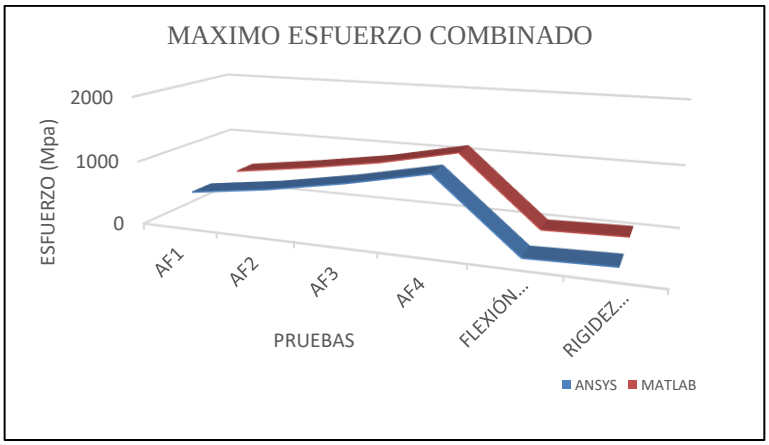


Figura 3.41 *Relación gráfica: Ansys VS Matlab. Máximo esfuerzo combinado.*

3.5.1 FACTOR DE SEGURIDAD

El factor de seguridad es la relación de la resistencia real entre la resistencia requerida de un material sometido a diversas cargas.

En la presente investigación se calcula el factor de seguridad, dentro del intervalo linealmente elástico y mediante el esfuerzo último o de rotura, con el fin de conocer si existe deformaciones permanentes o colapso de la estructura, debido a las fuerzas aplicadas en cada una de las pruebas.

$$FS = \frac{\sigma L}{\sigma admisible}$$

Donde:

FS = Factor de seguridad.
σ admisible= En el caso de Ansys es igual al esfuerzo directo y en Matlab es aquel obtenido a través de la programación utilizando la ecuación 5 y 5.1.
σ_L= Límite elástico – fluencia = 250 Mpa.
σ_L= Esfuerzo ultimo – rotura = 460 Mpa.

La tabla 3.11 presenta los valores de los esfuerzos admisibles en los dos software, con su respectivo error relativo y el factor de seguridad basado en el software Matlab.

ESFUERZO ADMISIBLE (Mpa)			ERROR RELATIVO (σ) ANSYS VS MATLAB	FACTOR DE SEGURIDAD (FS- FLUENCIA)	FACTOR DE SEGURIDAD (FS- ROTURA)
PRUEBA	**ANSYS**	**MATLAB**		**ANSYS**	**ANSYS**
AF1	99,192	97,55	1.65	2.52	4.63
AF2	50,53	49,97	1.10	4.94	9.10
AF3	20,808	20,39	2	12.01	22.10
AF4	92,42	91,73	0.74	2.70	4.97
FLEXIÓN VERTICAL	1,516	1,484	2,16	164,90	303,43
TORSIÓN	23,182	22.90	1.21	10.78	19.84
ERROR RELATIVO PROMEDIO			**1.425**		

Tabla 3.11 *Factor de seguridad de las pruebas AF1-AF2-AF3-AF4-flexión vertical y rigidez torsional.*

El factor de seguridad es mayor a 1 en los dos casos, por lo tanto, la estructura no sufrirá deformaciones permanentes, ni tampoco llegará al punto de rotura del material.

3.6 SUMARIO

En este capítulo se modeló la geometría del chasis de Formula SAE, se simularon las pruebas de impacto en el arco principal, frontal, mampara delantera, impacto lateral, flexión vertical y rigidez torsional a través del programa Ansys. Se desarrolló la programación en el software Matlab para la elaboración de la geometría, división de la estructura en elementos discretos, ensamblaje de la matriz de rigidez global por nodos y barras, generación de la matriz que permita obtener las deformaciones en cada punto y cálculo de esfuerzos combinados máximos.

Se desarrolló las pruebas de impacto, flexión y rigidez realizadas en Ansys, predeterminando dentro de la programación las restricciones de soportes fijos. Se validó la veracidad de los datos obtenidos en Matlab a través de una tabla comparativa en función del error relativo y promedio de los resultados entre los dos programas. Por último, se calculó el factor de seguridad en cada una de las pruebas.

CONCLUSIONES

- La investigación cumple con el objetivo principal e hipótesis planteada de analizar la estructura del chasis del vehículo Formula SAE 2017 mediante el método de elementos finitos, a través del software Ansys y Matlab.

- El diseño y simulación numérica por el método de elementos finitos permite optimizar tiempo y dinero, factor importante en la fabricación del chasis ideal, según exigencias y utilidades a las que se encuentre expuesto.

- El diseño de un chasis monoplaza de Formula SAE está normalizado a través de un reglamento, el cual cita artículos en relación a los requisitos estructurales, requisitos de análisis general, normas alternativas y tipos de estructura.

- La estructura tubular del chasis se afecta debido a la pérdida de propiedades de los materiales al momento de realizar los acoples y uniones correspondientes, situación que implican una falta de precisión al momento de validar en forma experimental y a través de un software.

- La validación y aplicación del modelo matemático de Timoshenko, aplicado a una viga empotrada con la acción de una fuerza externa a través de la comparación de tres métodos: Analítico, numérico y experimental, permitió obtener un rango de error relativo promedio de [0.13 – 4.61] %.

- La utilización de galgas extensiométricas y un reloj comparador permitió determinar experimentalmente las deformaciones unitarias y totales de la viga empotrada en el punto C y B.

- La aplicación del software Ansys, requiere en primera instancia una modelación de la estructura, delimita las restricciones correspondientes (Pre-proceso), simulación de las pruebas correspondientes (Proceso) y obtención y análisis de resultados (Post-proceso).

- Las deformaciones totales en cada prueba no sobrepasaron el límite establecido por el reglamento de 25mm; los resultados fueron:

    - Arco principal: 10.27mm.
    - Arco frontal: 5.97mm.
    - Impacto lateral: 11.05mm.
    - Mampara delantera: 8.81mm.
    - Flexión vertical: 0.1596mm
    - Rigidez torsional: 4080966,3728 N*mm/º.

- El análisis del chasis en el software Matlab implicó la creación de una base de datos con todas las coordenadas de los nodos, barras y programación de la visualización de toda la estructura. La base permitió generar un algoritmo de división del chasis tubular en elementos discretos y ubicar sus coordenadas.

- El valor de las deformaciones de cada uno de los nodos se obtuvo a partir de la programación de la matriz de rigidez global y de fuerzas, además mediante una fase de cálculos.

- Para dos nodos se consideró una matriz de rigidez (k) de 12x12, mientras que en barras donde existe un soporte fijo, únicamente se utilizó una de 6x6, debido a que en uno de los nodos no existe desplazamientos.

- La comparación de resultados entre los dos softwares se realizó en los nodos en los cuales se ejerce la fuerza. En las pruebas AF1, AF2, AF3, AF4 y flexión vertical se obtuvo un error relativo promedio que fluctúa entre el rango de [1.19 - 4.67] % , siendo valores aceptables que permiten una confiabilidad alrededor del 99%. Mientras que en la prueba de rigidez se alcanzó un margen de error alrededor del 19%, manteniendo aún una confiabilidad límite del 95%.

- La aplicación de condiciones de frontera exactamente iguales en los dos programas permitió validar la confiabilidad y efectividad del software Matlab con la aplicación del modelo de vigas de Tomishenko, ante el software Ansys.

- El factor de seguridad muestra que en todas las pruebas requeridas por el reglamento SAE, el chasis elaborado por el grupo de investigación UPS Racing Team de la Universidad Politécnica Salesiana, no sufre deformaciones permanentes ni tampoco el colapso de la estructura.

RECOMENDACIONES

Investigar la estructura del chasis con un mayor número de divisiones de elementos discretos, que permita controlar con mayor precisión las deformaciones producidas. Para ello es necesario el uso de ordenadores con procesadores de alta capacidad y tarjetas gráficas que faciliten la simulación y tiempos en su resolución.

Realizar el análisis del chasis con el uso de diferentes espesores en los tubos, además de la inclusión de secciones transversales con diferentes geometrías: cuadradas y rectangulares, que presentan una dificultad adicional debido a que no son elementos axisimétricos y su inercia se modifica por su orientación.

Optimizar el presente proyecto a través de la programación que permita detectar y seleccionar los nodos de la estructura, facilitando su ubicación y aplicación de restricciones.

Aplicar el software Matlab en el análisis de la estructura de un chasis sometido a: deformaciones y esfuerzos iniciales, proceso de ensamblado.

Aplicar el software Matlab en proyectos educativos de diseño, que permitan al estudiante dominar la programación, entendimiento conceptual y experimental del proceso y modelo matemático.

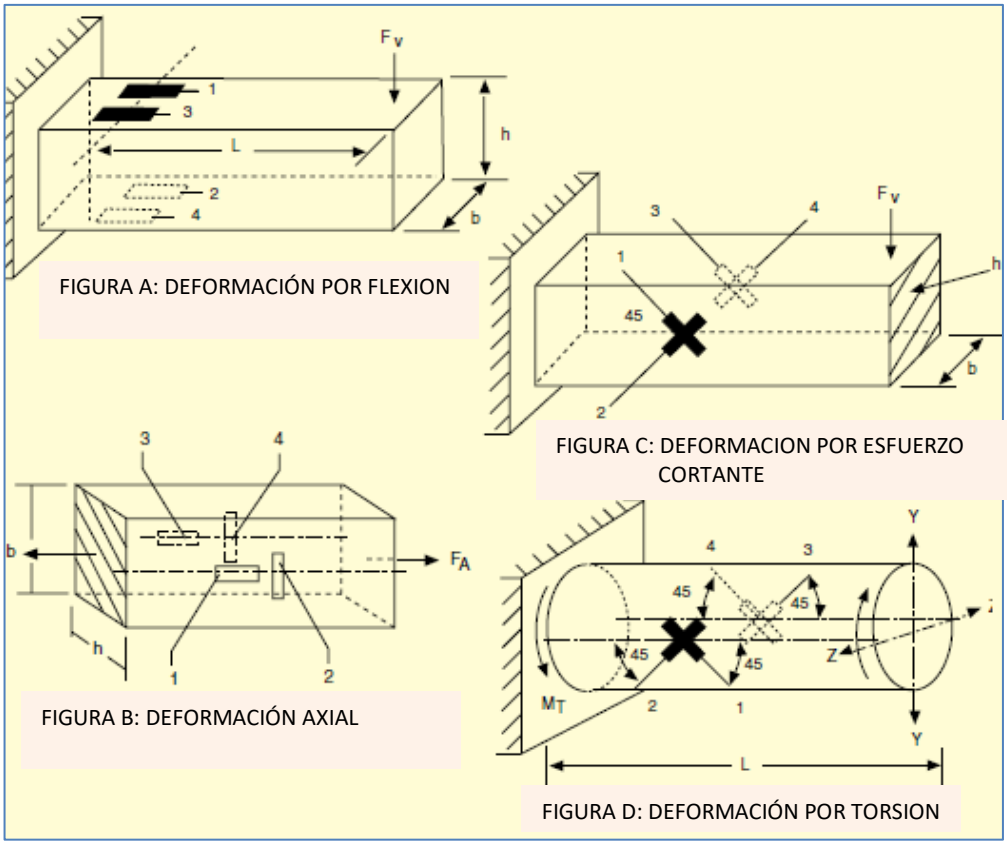
ANEXOS

ANEXO 1: UNIDADES (mm-t-s)

UNIDAD	SÍMBOLO	SISTEMA (mm-t-s) Unidad	Mult.
Longitud.	L	mm	10^{3}
Masa.	m	t (toneladas)	10^{-3}
Tiempo.	t	s	1
Temperatura.	T	K	1
Trabajo, Energía.	W,E	mJ	10^{3}
Aceleración.	a	$mm*s^{-2}$	10^{3}
Área.	A	mm^{2}	10^{6}
Frecuencia.	f	$Hz=s^{-1}$	1
Velocidad.	v	$mm*s^{-1}$	10^{3}
Volumen.	V	mm^{3}	10^{9}
Aceleración angular.	a	$rad*s^{-2}=s^{-2}$	1
Velocidad angular.	w	$rad*s^{-1}=s^{-1}$	1
Densidad.	r	$t*mm^{-3}$	10^{-12}
Presión, esfuerzo, módulo de Young.	p,s,E	$Mpa=N*mm^{-2}$	10^{-6}
Fuerza	F	N	1
Momento.	M	N*mm	10^{3}
Rigidez.	c	$N*mm^{-1}$	10^{-3}

Unidades para el cálculo de deformaciones y esfuerzos de un chasis de formula SAE.
Fuente: (Altair Engineering, 2012).

ANEXO 2: UBICACIÓN DE GALGAS EXTENSIOMÉTRICAS



DEFORMACIÓN	PUENTE DE WHEATSTONE	POSICIÓN DE GALGAS	SENSIBILIDAD mV/ V 1000με	COMPENSACIÓN DE TEMPERATURA	DEFORMACIÓN COMPENSADA
FLEXIÓN	¼	1	0.5	NO	NINGUNA
	½	1,2	1.0	SI	AXIAL
	COMPLETO	TODAS	2.0	SI	AXIAL
AXIAL	¼	1	0.5	NO	NINGUNA
	½	1,2	0.65	SI	NINGUNA
	½	1,3	1	NO	FLEXIÓN
	COMPLETO	TODAS	1.3	SI	FLEXIÓN
CORTANTE Y TORSIONAL	½	1,2	1.0	SI	AXIAL Y FLEXIÓN
	COMPLETO	TODAS	2.0	SI	AXIAL Y FLEXIÓN

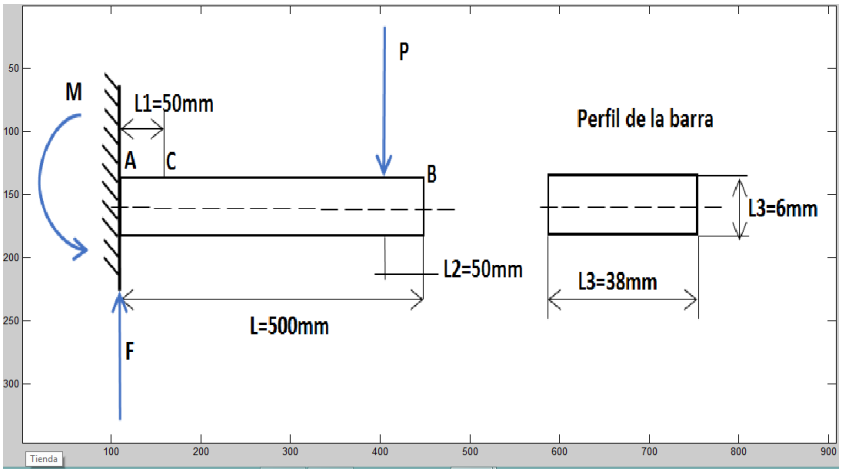
Posición y características de galgas extensiométricas. (Engineering Omega).

ANEXO 3: PROGRAMACIÓN DE VIGA EMPOTRADA DIVIDIDA EN TRES ELEMENTOS DISCRETOS - MATLAB

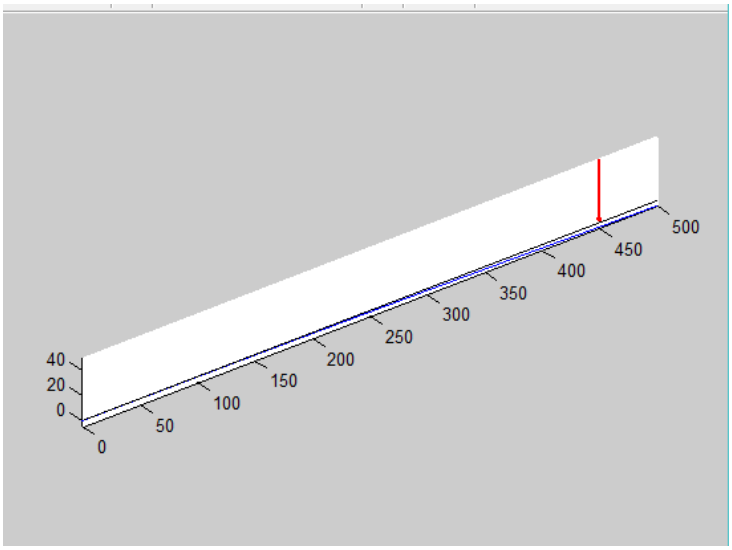
```
% Método por Elementos Finitos.
clear all
close all
clc

% Carga de la imagen del problema planteado.

load('imagen.mat')
tamano=get(0,'ScreenSize');
figure('position',[tamano(1) tamano(2) tamano(3) tamano(4)]);
image(barra)

% Ingreso del valor de la fuerza y distribución.

P = input('Ingrese el valor de la Fuerza "P": ');
Pn = P/10;

% Número de nodos a trabajar.

nodos = 3;
n = nodos*2;
mat = zeros(n);
j = 1;

% Valores constantes dentro del ejercicio.

L = [50; 400; 50];
E = 200000;
I = 684;

% Ensamble de la matriz de rigidez.

for i = 1:nodos-1
   mat(j,j) = 12*E*I/L(i)^3 + 12*E*I/L(i+1)^3;
   mat(j,j+1) = -6*E*I/L(i)^2 + 6*E*I/L(i+1)^2;
   mat(j+1,j) = mat(j,j+1);
   mat(j,j+2) = -12*E*I/L(i+1)^3;
   mat(j+2,j) = mat(j,j+2);
   mat(j,j+3) = 6*E*I/L(i+1)^2;
```

```
    mat(j+3,j) = mat(j,j+3);
    mat(j+1,j+1) = 4*E*I/L(i) + 4*E*I/L(i+1);
    mat(j+1,j+2) = -6*E*I/L(i+1)^2;
    mat(j+2,j+1) = mat(j+1,j+2);
    mat(j+1,j+3) = 2*E*I/L(i+1);
    mat(j+3,j+1) = mat(j+1,j+3);
    j = j + 2;
end
i = i + 1;
mat(n-1,n-1) = 12*E*I/L(i)^3;
mat(n-1,n) = -6*E*I/L(i)^2;
mat(n,n-1) = mat(n-1,n);
mat(n,n) = 4*E*I/L(i);

% Fuerzas y momentos aplicados.

b = [-2*Pn; 450*P; -8*Pn; 400*P; -Pn; 50*P];

% Operación a realizarse.

X = mat^(-1)*b;

% Presentación de resultados.

fprintf('\nTabla de Fuerzas y Momentos:\n')
res1 = table(b(1),b(2),b(3),b(4),b(5),b(6),'VariableNames',{'F1y_N' 'M1_Nmm'
'F2y_N' 'M2_Nmm' 'F3y_N' 'M3_Nmm'});
disp(res1)
fprintf('\nTabla de deformaciones y rotaciones:\n')
res2 = table(X(1),X(2),X(3),X(4),X(5),X(6),'VariableNames',{'V1_mm' 'Theta1'
'V2_mm' 'Theta2' 'V_mm' 'Theta3'});
disp(res2)
fprintf('\nPresione Enter para continuar!!\n')
pause
close all
figure
original = [0 0 0; 500 0 0];
plot3(original(:,1),original(:,2),original(:,3),'k','LineWidth',1)
hold on
ext = 50;

% Ubicación de la flecha en la gráfica.

quiver3(450,0,ext,0,0,-ext*1.09,'r','LineWidth',2)
```

```
deformacion = [0 0 0; L(1) 0 -X(1);L(1)+L(2) 0 -X(3); L(1)+L(2)+L(3) 0 -X(5)];

%Ploteo de las deformaciones y ajuste de la segunda línea a través de una ecuación cuadrática.

coef = polyfit(deformacion(:,1),deformacion(:,3),2);
p = 1001;
X = linspace(0,500,p);
Y = zeros(1,length(X));
Z = polyval(coef,X);
axis equal
pause(0.5)
plot3(X,Y,Z,'b','LineWidth',1);
axis equal;
```



Problema aplicado a la viga empotrada- P = 17N



Gráfica de resultados mediante el software Matlab en una viga empotrada. Fuerza aplicada 17N.

ANEXO 4: CARACTERISTICAS Y UBICACIÓN DE BARRAS Y NODOS DEL CHASIS DE FORMULA SAE

CARACTERÍSTICAS DE CADA BARRA DEL CHASIS DE FORMULA SAE					
BARRA	PUNTO INCIAL	PUNTO FINAL	COLOR	SECCIÓN	TIPO
bN	bP1	bP2	bCOLOR	bSECCION	bTIPO
1	1	2	b	CIRCULAR	RECTA
2	2	3	b	CIRCULAR	RECTA
3	3	4	b	CIRCULAR	RECTA
4	4	1	b	CIRCULAR	RECTA
5	1	5	b	CIRCULAR	RECTA
6	2	5	b	CIRCULAR	RECTA
7	3	5	b	CIRCULAR	RECTA
8	4	5	b	CIRCULAR	RECTA
9	1	7	y	CIRCULAR	RECTA
10	2	8	y	CIRCULAR	RECTA
11	2	9	y	CIRCULAR	RECTA
12	3	9	y	CIRCULAR	RECTA
13	3	14	y	CIRCULAR	RECTA
14	3	10	b	CIRCULAR	RECTA
15	4	10	b	CIRCULAR	RECTA
16	4	11	y	CIRCULAR	RECTA
17	4	6	y	CIRCULAR	RECTA
18	1	6	y	CIRCULAR	RECTA
19	7	8	y	CIRCULAR	RECTA
20	8	9	y	CIRCULAR	RECTA
21	13	14	y	CUADRADA	RECTA
22	15	23	b	CIRCULAR	RECTA
23	10	15	b	CIRCULAR	RECTA
24	15	16	b	CIRCULAR	RECTA
25	10	16	b	CIRCULAR	RECTA
26	16	27	b	CIRCULAR	RECTA
27	11	12	y	CUADRADA	RECTA
28	6	7	y	CIRCULAR	RECTA
29	7	17	y	CIRCULAR	RECTA

30	7	18	y	CIRCULAR	RECTA
31	8	18	y	CIRCULAR	RECTA
32	9	18	y	CIRCULAR	RECTA
33	9	19	y	CIRCULAR	RECTA
34	13	21	y	CIRCULAR	RECTA
35	12	29	y	CIRCULAR	RECTA
36	6	31	y	CIRCULAR	RECTA
37	6	17	y	CIRCULAR	RECTA
38	17	18	y	CIRCULAR	RECTA
39	18	19	r	CIRCULAR	RECTA
40	19	20	r	CIRCULAR	RECTA
41	20	21	r	CIRCULAR	CURVA
42	21	22	r	CIRCULAR	CURVA
43	22	23	r	CIRCULAR	RECTA
44	23	24	r	CIRCULAR	RECTA
45	24	25	r	CIRCULAR	CURVA
46	25	26	r	CIRCULAR	CURVA
47	26	27	r	CIRCULAR	RECTA
48	27	28	r	CIRCULAR	RECTA
49	28	29	r	CIRCULAR	CURVA
50	29	30	r	CIRCULAR	CURVA
51	30	31	r	CIRCULAR	RECTA
52	31	17	r	CIRCULAR	RECTA
53	17	33	b	CIRCULAR	RECTA
54	18	37	b	CIRCULAR	RECTA
55	19	37	b	CIRCULAR	RECTA
56	19	38	b	CIRCULAR	RECTA
57	21	38	b	CIRCULAR	RECTA
58	29	52	b	CIRCULAR	RECTA
59	31	52	b	CIRCULAR	RECTA
60	31	33	b	CIRCULAR	RECTA
61	17	32	y	CIRCULAR	RECTA
62	18	32	y	CIRCULAR	RECTA
63	32	33	y	CIRCULAR	RECTA
64	32	37	y	CIRCULAR	RECTA
65	33	34	b	CIRCULAR	RECTA

66	34	35	b	CIRCULAR	RECTA
67	35	36	b	CIRCULAR	RECTA
68	36	37	b	CIRCULAR	RECTA
69	37	38	r	CIRCULAR	RECTA
70	38	39	r	CIRCULAR	RECTA
71	39	40	r	CIRCULAR	CURVA
72	40	41	r	CIRCULAR	CURVA
73	41	42	r	CIRCULAR	RECTA
74	42	43	r	CIRCULAR	RECTA
75	43	44	r	CIRCULAR	CURVA
76	44	45	r	CIRCULAR	CURVA
77	45	46	r	CIRCULAR	CURVA
78	46	47	r	CIRCULAR	CURVA
79	47	48	r	CIRCULAR	RECTA
80	48	49	r	CIRCULAR	RECTA
81	49	50	r	CIRCULAR	CURVA
82	50	51	r	CIRCULAR	CURVA
83	51	52	r	CIRCULAR	RECTA
84	52	33	r	CIRCULAR	RECTA
85	33	57	b	CIRCULAR	RECTA
86	34	58	k	CIRCULAR	RECTA
87	35	59	k	CIRCULAR	RECTA
88	36	60	k	CIRCULAR	RECTA
89	37	61	b	CIRCULAR	RECTA
90	38	61	b	CIRCULAR	RECTA
91	38	62	b	CIRCULAR	RECTA
92	56	63	b	CIRCULAR	RECTA
93	38	56	y	CIRCULAR	RECTA
94	44	67	b	CIRCULAR	RECTA
95	38	54	y	CIRCULAR	RECTA
96	42	54	r	CIRCULAR	RECTA
97	53	54	r	CIRCULAR	RECTA
98	48	53	r	CIRCULAR	RECTA
99	52	53	y	CIRCULAR	RECTA
100	46	66	b	CIRCULAR	RECTA
101	52	55	y	CIRCULAR	RECTA

102	55	64	b	CIRCULAR	RECTA
103	52	65	b	CIRCULAR	RECTA
104	52	57	b	CIRCULAR	RECTA
105	57	58	b	CIRCULAR	RECTA
106	58	59	b	CIRCULAR	RECTA
107	59	60	b	CIRCULAR	RECTA
108	60	61	b	CIRCULAR	RECTA
109	61	62	b	CIRCULAR	RECTA
110	62	63	b	CIRCULAR	RECTA
111	63	64	b	CIRCULAR	RECTA
112	64	65	b	CIRCULAR	RECTA
113	65	57	b	CIRCULAR	RECTA
114	57	68	b	CIRCULAR	RECTA
115	61	69	b	CIRCULAR	RECTA
116	61	70	y	CIRCULAR	RECTA
117	62	70	b	CIRCULAR	RECTA
118	67	70	y	CIRCULAR	RECTA
119	67	71	y	CIRCULAR	RECTA
120	66	67	y	CIRCULAR	RECTA
121	66	72	y	CIRCULAR	RECTA
122	66	73	y	CIRCULAR	RECTA
123	65	73	b	CIRCULAR	RECTA
124	57	73	y	CIRCULAR	RECTA
125	68	69	y	CIRCULAR	RECTA
126	69	70	y	CIRCULAR	RECTA
127	70	71	y	CIRCULAR	RECTA
128	71	72	y	CIRCULAR	RECTA
129	72	73	y	CIRCULAR	RECTA
130	73	68	y	CIRCULAR	RECTA
131	6	12	y	CIRCULAR	RECTA
132	11	29	y	CIRCULAR	RECTA
133	9	13	y	CIRCULAR	RECTA
134	14	21	y	CIRCULAR	RECTA
135	55	66	y	CIRCULAR	RECTA
136	56	67	y	CIRCULAR	RECTA

UBICACIÓN DE NODOS DEL CHASIS DE FORMIULA SAE			
NODO	aCX	aCY	aCZ
1	0,00	-180,00	36,00
2	0,00	180,00	36,00
3	0,00	180,00	396,00
4	0,00	-180,00	396,00
5	0,00	0,00	216,00
6	500,00	-260,42	230,00
7	500,00	-220,00	36,00
8	500,00	220,00	36,00
9	500,00	260,42	230,00
10	526,06	0,00	454,18
11	663,71	-208,35	417,71
12	663,71	-239,78	320,65
13	663,71	239,78	320,65
14	663,71	208,35	417,71
15	663,71	47,10	469,40
16	663,71	-47,10	469,40
17	850,00	-220,00	36,00
18	850,00	220,00	36,00
19	850,00	260,42	230,00
20	850,00	232,19	386,70
21	850,00	216,30	423,80
22	850,00	185,79	450,24
23	850,00	110,84	490,00
24	850,00	42,18	526,42
25	850,00	0,00	536,92
26	850,00	-42,18	526,42
27	850,00	-110,84	490,00
28	850,00	-185,79	450,24
29	850,00	-216,30	423,80
30	850,00	-232,19	386,70
31	850,00	-260,42	230,00
32	1161,49	0,00	20,32
33	1565,00	-285,00	0,00

34	1565,00	-200,00	0,00
35	1565,00	0,00	0,00
36	1565,00	200,00	0,00
37	1565,00	285,00	0,00
38	1565,00	326,76	250,00
39	1565,00	334,43	295,89
40	1565,00	335,26	319,18
41	1565,00	330,47	340,83
42	1565,00	255,34	552,00
43	1565,00	84,81	1032,66
44	1565,00	69,28	1059,99
45	1565,00	0,00	1092,54
46	1565,00	-69,28	1059,99
47	1565,00	-84,81	1032,66
48	1565,00	-255,34	552,00
49	1565,00	-330,47	340,83
50	1565,00	-335,26	319,18
51	1565,00	-334,43	295,89
52	1565,00	-326,76	250,00
53	1740,00	-150,00	552,00
54	1740,00	150,00	552,00
55	1715,50	-290,12	314,62
56	1715,50	290,12	314,62
57	1929,00	-223,75	0,00
58	1929,00	-200,00	0,00
59	1929,00	0,00	0,00
60	1929,00	200,00	0,00
61	1929,00	223,75	0,00
62	1929,00	275,58	224,62
63	1929,00	254,66	314,62
64	1929,00	-254,66	314,62
65	1929,00	-275,58	224,62
66	1962,44	-230,00	420,65
67	1962,44	230,00	420,65
68	2225,00	-173,91	0,00
69	2225,00	173,91	0,00

70	2225,00	234,00	208,25
71	2225,00	180,00	305,80
72	2225,00	-180,00	305,80
73	2225,00	-234,00	208,25

ANEXO 5: LONGITUD DE ARCO DE BARRAS CURVAS DEL CHASIS DE FORMULA SAE

BARRA	PUNTO INICIAL	COORDENADAS DEL PUNTO INICIAL			PUNTO FINAL	COORDENADAS DEL PUNTO FINAL			COORDENADAS DEL CENTRO DE RADIO DE LA CURVA			LONGITUD DE ARCO
NBARRA	PINICIAL	XPI	YPI	ZPI	PFINAL	XPF	YPF	ZPF	MX	MY	MZ	DL
41	20	850	232,19	386,7	21	850	216,30	423,8	850	143,61	370,74	40,70
42	21	850	216,30	423,8	22	850	185,79	450,24	850	143,61	370,74	40,72
45	24	850	42,18	526,42	25		0	536,92	850	0	446,92	43,90
46	25	850	0	536,92	26	850	-42,18	526,42	850	0	446,92	43,90
49	28	850	-185,79	450,24	29	850	-216,30	423,8	850	-143,61	370,73	40,72
50	29	850	-216,30	423,8	30	850	-232,19	386,7	850	-143,61	370,73	40,70
71	39	1565	334,43	295,89	40	1565	335,26	319,18	1565	245,65	310,71	23,37
72	40	1565	335,26	319,18	41	1565	330,47	340,83	1565	245,65	310,71	22,23
75	43	1565	84,81	1032,66	44	1565	69,28	1059,99	1565	0	1002,54	31,59
76	44	1565	69,28	1059,99	45	1565	0	1092,54	1565	0	1002,54	79,06
77	45	1565	0	1092,54	46	1565	-69,28	1059,99	1565	0	1002,54	79,06
78	46	1565	-69,28	1059,99	47	1565	-84,81	1032,66	1565	0	1002,54	31,59
81	49	1565	-330,47	340,83	50	1565	-335,26	319,18	1565	-245,65	310,71	22,23
82	50	1565	-335,26	319,18	51	1565	-334,43	295,89	1565	-245,65	310,71	23,37

ANEXO 6: CORRECTOR DE NUMERO DE NODOS

```
close all
clc
numB = length(BARRA);
coordenadaX = [];
coordenadaY = [];
coordenadaZ = [];
nnodo = [];
nbarra = [];
puntoI = [];
puntoF = [];
longitudB = [];
j = 0;
k = 0;
for i = 1:numB
  if i<numB
     if BARRA(i) == BARRA(i+1)
      k = k + 1;
      nbarra(k) = k;
      colorB(k) = COLOR(i);
      seccionB(k) = SECCION(i);
      tipoB(k) = TIPO(i);
      longitudB(k) = LONGITUD(i);
      pos = find((double(coordenadaX == CX(i)) + double(coordenadaY == CY(i)) +
double(coordenadaZ == CZ(i)))==3);
          if isempty(pos)
          j = j + 1;
          coordenadaX(j) = CX(i);
          coordenadaY(j) = CY(i);
          coordenadaZ(j) = CZ(i);
          puntoI(k) = j;
          nnodo(j) = j;
          else
          puntoI(k) = pos;
          end
          pos = find((double(coordenadaX == CX(i+1)) + double(coordenadaY ==
CY(i+1)) + double(coordenadaZ == CZ(i+1)))==3);
              if isempty(pos)
              j = j + 1;
              coordenadaX(j) = CX(i+1);
```

```
            coordenadaY(j) = CY(i+1);
            coordenadaZ(j) = CZ(i+1);
             puntoF(k) = j;
             nnodo(j) = j;
             else
             puntoF(k) = pos;
             end
          end
   end
end

colorB = colorB';
coordenadaX = coordenadaX';
coordenadaY = coordenadaY';
coordenadaZ = coordenadaZ';
longitudB = longitudB';
nbarra = nbarra';
nnodo = nnodo';
puntoF = puntoF';
puntoI = puntoI';
seccionB = seccionB';
tipoB = tipoB';
save Base_nodos_barras colorB coordenadaX coordenadaY coordenadaZ longitudB...
            nbarra nnodo puntoF puntoI seccionB tipoB
```

ANEXO 7: GENERADOS DE MATRIZ DE RIGIDEZ TOTAL Y FUERZAS

```
function y = SpaceFrameElementForces(E,G,A,Iy,Iz,J,x1,y1,z1,x2,y2,z2,u)

%SpaceFrameElementForces      Esta función retorna los elementos de fuerza, las
%coordenadas (x1, y1, z1) del primer nodo, las coordenadas (x2, y2, z2) del segundo
%nodo y el desplazamiento nodal del vector u.

L = sqrt((x2-x1)*(x2-x1) + (y2-y1)*(y2-y1) + (z2-z1)*(z2-z1));
w1 = E*A/L;
w2 = 12*E*Iz/(L*L*L);
w3 = 6*E*Iz/(L*L);
w4 = 4*E*Iz/L;
w5 = 2*E*Iz/L;
w6 = 12*E*Iy/(L*L*L);
w7 = 6*E*Iy/(L*L);
w8 = 4*E*Iy/L;
w9 = 2*E*Iy/L;
w10 = G*J/L;

kprime = [w1 0 0 0 0 0 -w1 0 0 0 0 0;
   0 w2 0 0 0 w3 0 -w2 0 0 0 w3;
   0 0 w6 0 -w7 0 0 0 -w6 0 -w7 0;
   0 0 0 w10 0 0 0 0 0 -w10 0 0;
   0 0 -w7 0 w8 0 0 0 w7 0 w9 0;
   0 w3 0 0 0 w4 0 -w3 0 0 0 w5;
   -w1 0 0 0 0 0 w1 0 0 0 0 0;
   0 -w2 0 0 0 -w3 0 w2 0 0 0 -w3;
   0 0 -w6 0 w7 0 0 0 w6 0 w7 0;
   0 0 0 -w10 0 0 0 0 0 w10 0 0;
   0 0 -w7 0 w9 0 0 0 w7 0 w8 0;
   0 w3 0 0 0 w5 0 -w3 0 0 0 w4];

if x1 == x2 && y1 == y2
   if z2 > z1
      Lambda = [0 0 1; 0 1 0; -1 0 0];
   else
      Lambda = [0 0 -1; 0 1 0; 1 0 0];
   end
else
   CXx = (x2-x1)/L;
   CYx = (y2-y1)/L;
```

```
    CZx = (z2-z1)/L;
    D = sqrt(CXx*CXx + CYx*CYx);
    CXy = -CYx/D;
    CYy = CXx/D;
    CZy= 0;
    CXz = -CXx*CZx/D;
    CYz = -CYx*CZx/D;
    CZz= D;
    Lambda = [CXx CYx CZx ; CXy CYy CZy ; CXz CYz CZz];
End

R = [Lambda zeros(3) zeros(3) zeros(3) ;
    zeros(3) Lambda zeros(3) zeros(3) ;
    zeros(3) zeros(3) Lambda zeros(3) ;
    zeros(3) zeros(3) zeros(3) Lambda];
y = kprime*R* u;
```

```
function y = SpaceFrameElementStiffness(E,G,A,Iy,Iz,J,x1,y1,z1,x2,y2,z2)

%SpaceFrameElementStiffness   Esta función retorna los elementos de la matriz de
rigidez, las %coordenadas (x1, y1, z1) del primer nodo, las coordenadas (x2, y2, z2)
del segundo %nodo. El tamaño de la matriz es de 12 x 12.

L = sqrt((x2-x1)*(x2-x1) + (y2-y1)*(y2-y1) + (z2-z1)*(z2-z1));
w1 = E*A/L;
w2 = 12*E*Iz/(L*L*L);
w3 = 6*E*Iz/(L*L);
w4 = 4*E*Iz/L;
w5 = 2*E*Iz/L;
w6 = 12*E*Iy/(L*L*L);
w7 = 6*E*Iy/(L*L);
w8 = 4*E*Iy/L;
w9 = 2*E*Iy/L;
w10 = G*J/L;
kprime = [w1 0 0 0 0 0 -w1 0 0 0 0 0;
    0 w2 0 0 0 w3 0 -w2 0 0 0 w3;
    0 0 w6 0 -w7 0 0 0 -w6 0 -w7 0;
    0 0 0 w10 0 0 0 0 0 -w10 0 0;
    0 0 -w7 0 w8 0 0 0 w7 0 w9 0;
    0 w3 0 0 0 w4 0 -w3 0 0 0 w5;
    -w1 0 0 0 0 0 w1 0 0 0 0 0;
    0 -w2 0 0 0 -w3 0 w2 0 0 0 -w3;
```

```
    0 0 -w6 0 w7 0 0 0 w6 0 w7 0;
    0 0 0 -w10 0 0 0 0 0 w10 0 0;
    0 0 -w7 0 w9 0 0 0 w7 0 w8 0;
    0 w3 0 0 0 w5 0 -w3 0 0 0 w4];

if x1 == x2 && y1 == y2
    if z2 > z1
        Lambda = [0 0 1; 0 1 0; -1 0 0];
    else
        Lambda = [0 0 -1; 0 1 0; 1 0 0];

    end
else
    CXx = (x2-x1)/L;
    CYx = (y2-y1)/L;
    CZx = (z2-z1)/L;
    D = sqrt(CXx*CXx + CYx*CYx);
    CXy = -CYx/D;
    CYy = CXx/D;
    CZy= 0;
    CXz = -CXx*CZx/D;
    CYz = -CYx*CZx/D;
    CZz= D;
    Lambda = [CXx CYx CZx ; CXy CYy CZy ; CXz CYz CZz];
End

R = [Lambda zeros(3) zeros(3) zeros(3);
    zeros(3) Lambda zeros(3) zeros(3);
    zeros(3) zeros(3) Lambda zeros(3);
    zeros(3) zeros(3) zeros(3) Lambda];
y = R'*kprime*R;
```

BIBLIOGRAFIA

Altair Engineering. (2012). Practical Aspects of Finite Element Simulation: A Student Guide. HyperWorks.

Barrado, G. (10 de 2012). Recuperado el 08 de 05 de 2017, de Estudio de la optimizacion del chasis de un vehiculo de formula SAE: http://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/16560#preview

Engineering Omega. (15 de 07 de 2017). *Positioning strain gages to monitor bending, axial, shear and torsional loads*. Obtenido de https://www.omega.com/faq/pressure/pdf/positioning.pdf

Internacional, S. (04 de 05 de 2017). *Formula S.A.E.* Recuperado el 12 de 05 de 2017, de http://www.fsaeonline.com/content/2017-18%20FSAE%20Rules%209.2.16a.pdf

Kattan, P. (2008). *MATLAB Guide to Finite Elements.* New York: Springer Science & Business Media.

Martín Redondo, R. (2017). *Diseño y simulacion de un chasis.* Madrid: Industrial E S.

Massa J., G. J. (2015). Compendio de calculo estructural II. En f. y. Facultad de ciencias exactas. Cordova- Argentina: UNC.

Massa J., G. J. (19 de 09 de 2017). *Compendio de cálculo estructural II-Facultad de cienciasexactas y naturales (UNC)*. Obtenido de http://www.cat.calc_est_2_im.efn.uncor.edu/wp-content/uploads/2013/10/Cap-11_ELEMENTOS-FINITOS_Parte-1.pdf

Model., P. (09 de 05 de 2017). *Solucion, Diseño y fabricacion de moldes : Polistmodel*. Obtenido de http://www.polistmodel.com/polistmodel-colabora-con-f-s-bizkaia-en-la-fabricacion-de-su-monocasco/

Najera, R. D. (2016). Diseño de chasis para un monoplaza formula SAE. *Culcyt/tecnologia*, 57-87.

Oller, T. (11 de 07 de 2016). *Analisis mediante el MEF de un chasis de Formula Student*. Recuperado el 08 de 05 de 2017, de http://repositorio.upct.es/handle/10317/5457

Oñate, E. (1995). Calculo estructural por el Metodo de Elementos Finitos. En E. Oñate, *Cálculo estructural por el Método de Elementos Finitos* (págs. 25 - 59). Barcelona - España: Artes Graficas Torres.

Pezzoti Santiago, A. F. (06 de 2008). *Estructuras III*. Recuperado el 22 de 06 de 2017, de INtroducción a la teoria de elementos finitos: http://www.aero.ing.unlp.edu.ar/catedras/archivos/Introduccion%20a%20la%20Teoria%20de%20Elementos%20Finitos%20-%2008.pdf

Radzi, M. M. (2012). Design and analysis of ‘Eco’car chassis. *Procedia Engineering*, 1756-1760.

Redondo, M. (11 de 07 de 2017). Recuperado el 09 de 05 de 2017, de Diseño y simulación de un chasis tubular para un vehículo tipo fórmula: http://oa.upm.es/45306/1/TFG_ROBERTO_REDONDO_MARTIN.pdf

Riley Albert, G. W. (2002). Desing, analysis and testing of a Formula SAE car chassis. *SAE TECHNICAL PAPER SERIES*, 382.

Roa Garzón, M. A., & Garzón Alvarado, D. A. (2002). *Introducción al Modelamiento por Elementos Finitos con ANSYS.* Bogota.

Ruiz, J. (24 de 10 de 2015). *Resistencia de Materiales*. Obtenido de https://prezi.com/lbkh8rpjxqrr/concepto-de-torsion/

Ryan, A. (2008). Formula sae race car analysis: simulation & testing of the engine as a structural member. *In FISITA 2008 World Automotive Congress, Minuchi, Germany*.

SAE International. (12 de febrero de 2016). Obtenido de SAE International: http://students.sae.org/cds/formulaseries/about/

SAE, International. (s.f.). Recuperado el 4 de Febrero de 2017, de http://students.sae.org/cds/formulaseries/about/

Serrano, D. (07 de 05 de 2017). *Fuel Wasters*. Obtenido de http://www.fuelwasters.com/2011/01/formula-sae-diseno-de-un-chasis.html

Timoshenko S. y Young D. (1973). *Elementos de resistencia de materiales.* Barcelona-España: Montaner y Simon S.A.

Valencia Hinestroza, J. A. (13 de 05 de 2015). *Diseño y simulación de un vehículo eléctrico*. Recuperado el 09 de 05 de 2017, de http://repositorio.utp.edu.co/dspace/handle/11059/5636

UNIVERSIDAD POLITECNICA SALESIANA
UNIDAD DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA

Autores:

Ing. Ricardo Stalin Borja Robalino
Ing. Paul Santiago Morocho Rojas

Dirigido por:

Ing. Jonatan Pozo Palacios, Mgtr

ANÁLISIS ESTRUCTURAL MEDIANTE EL MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS DEL CHASIS DEL VEHÍCULO FORMULA SAE ELÉCTRICO DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA. CUENCA 2017

El presente proyecto realiza un análisis estructural a través del método de elementos finitos del chasis del vehículo de Formula SAE elaborado por el grupo de estudiantes UPS Racing Team.

El estudio contempla la fundamentación teórica del método de elementos finitos (MEF), reglamento SAE, tipos de estructura de un chasis y la revisión del estado del arte en relación al diseño, modelado y análisis del chasis monoplaza Formula SAE.

La validación del modelo matemático toma como referencia una viga empotrada con la acción de una fuerza externa, en el cual se aplica el método analítico, numérico y experimental (Galgas extensiométricas y reloj comparador). Además, se estima el error relativo promedio de los resultados obtenidos mediante los software Ansys Estructural V16.0 y Matlab R2014.a.

La modelación de la geometría del chasis de Formula SAE, en cada uno de los programas requiere la ubicación de los nodos y barras en forma original y dividida en elementos discretos (1459 barras y 1396 nodos). El proceso de simulación aplica las pruebas de impacto en el arco antivuelco principal, frontal, mampara delantera, impacto lateral, flexión vertical y rigidez torsional con sus respectivas restricciones. Se analiza el comportamiento del chasis en el punto de aplicación de las fuerzas, en base a los requisitos estructurales estipulados en el reglamento SAE.

Se desarrolla una fase de carga de datos, generación de la matriz de rigidez global y fase de cálculos en el software Matlab que permita generar el proceso de simulación. Finalmente se compara los resultados obtenidos en los dos programas, se calcula el error relativo promedio de esfuerzos, deformaciones y se comprueba que el valor de la deformación al cual se encuentra sometido la estructura está dentro de los límites permitidos por el reglamento.