



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

UNIDAD DE POSGRADOS

**MAESTRIA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y
SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA**

**Proyecto de Investigación
y Desarrollo previo a la
Obtención del grado
de Magister en Métodos
Matemáticos y Simulación
Numérica en Ingeniería**

**DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO ÓPTIMO DE LOS
SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA
BESS EN SISTEMAS FOTOVOLTAICOS
CONECTADOS A LA RED ELÉCTRICA, MEDIANTE
PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA**

**Autor:
Ing. Adrián Rodrigo Criollo Ríos**

**Director:
Ing. José Manuel Aller Castro, Ph.D**

**DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO ÓPTIMO DE LOS
SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA
BESS EN SISTEMAS FOTOVOLTÁICOS
CONECTADOS A LA RED ELÉCTRICA, MEDIANTE
PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA**

**DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO ÓPTIMO DE LOS
SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA
BESS EN SISTEMAS FOTOVOLTÁICOS
CONECTADOS A LA RED ELÉCTRICA, MEDIANTE
PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA**

Autor:

Ing. Adrián Rodrigo Criollo Ríos

Ingeniero Eléctrico

Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería

Director:

Ing. José Manuel Aller Castro, PhD

Ingeniero Eléctrico

Doctor en Ingeniería Eléctrica

Docente del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana



CUENCA-ECUADOR

Datos de catalogación bibliográfica

CRIOLLO RIOS ADRIAN RODRIGO

Determinación del tamaño óptimo de los sistemas de almacenamiento de energía BESS en sistemas fotovoltaicos conectados a la red eléctrica, mediante programación lineal entera mixta.

Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca-Ecuador, 2017

MAESTRIA EN METODOS MATEMATICOS Y SIMULACION NUMERICA EN INGENIERIA

Formato 170x240 mm, Paginas: 102

Breve reseña de los autores e información de contacto.



Autor: Adrián Rodrigo Criollo Ríos,
Ingeniero Eléctrico,
Egresado de la Maestría de Métodos Matemáticos
y Simulación Numérica en Ingeniería
acriollorios@hotmail.com



Director: José Manuel Aller Castro, PhD
Ingeniero Eléctrico,,
Docente de la Maestría en Métodos Matemáticos y
Simulación Numérica en Ingeniería
jaller@ups.edu.ec

Todos los derechos Reservados

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS

© 2017 Universidad Politécnica Salesiana.

CUENCA-ECUADOR

CRIOLLO RIOS ADRIAN RODRIGO

"DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO ÓPTIMO DE LOS SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA BESS EN SISTEMAS FOTOVOLTÁICOS CONECTADOS A LA RED ELÉCTRICA, MEDIANTE PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA

Edición y Producción:

Adrián Rodrigo Criollo Ríos

IMPRESO EN ECUADOR-PRINTED IN ECUADOR

INDICE GENERAL

1	Introducción y Marco Teórico	1
1.1	Introducción	1
1.2	Objetivos	2
1.2.1	Objetivos General	2
1.2.2	Objetivos Específicos	2
1.3	Análisis del estado del arte	2
1.4	Contribución de la Tesis	3
 2	 Modelo Matemático General de un Problema de Optimización	 5
2.1	Modelo de Programación Lineal	5
2.1.1	Solución de problemas de Programación Lineal: Método Simplex	7
2.1.1.1	Propiedades de las soluciones FEV	8
2.1.1.2	Extensiones a la forma aumentada	8
2.1.2	Forma Matricial del Método Simplex	9
2.1.3	Obtención de una solución básica factible	10
2.1.4	Ejemplo Ilustrativo del método simplex matricial	11
2.1.5	Problema Primal y Problema Dual	13
2.1.6	El Principio Fundamental de la Dualidad	14
2.2	Programación Entera	14
2.2.1	Ejemplos de decisiones básicas tipo binarios	15
2.2.2	Técnica de Ramificación y acotamiento	15

2.3	Algoritmo de ramificación y acotamiento para programación lineal entera mixta	15
2.3.1	Algoritmo Ramificación y Acotamiento Para Programación Entera	16
2.3.2	Ejemplo de programación entera	16
2.3.3	Algoritmo de Ramificación y Acotamiento de Programación Entera Mixta	20
3	Aplicación del Algoritmo de Optimización MIPL en Redes Eléctricas con Generación FotoVoltaica	27
3.1	Descripción del Sistema Eléctrico de la isla Santa Cruz en Galápagos . .	27
3.2	Sistema de Generación Convencional de la Isla Santa Cruz	28
3.3	Sistema de Generación Renovable de isla Santa Cruz	29
3.3.1	Sistema de Cargas de la isla Santa Cruz	30
3.4	Planteamiento del problema de Optimización	33
3.5	Formulación Matemática	34
3.6	Restricciones para la Optimización en el Almacenamiento de Energía BESS	36
3.7	Elementos para el modelo de optimización BESS	39
3.8	Condiciones de Simulación	40
3.9	Análisis de Resultados	41
3.10	Análisis de sensibilidad o post-optimalidad	80
4	Conclusiones	89
4.1	Conclusiones	89
4.2	Recomendaciones	90
	Anexos	93
Anexo A	Script de la programación en GAMS 24.2.3	93
Anexo B	Hoja Técnica de la batería de 5kW de la marca Tesla	97
	Bibliografía	99

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1	Árbol de solución de la iteración 1	23
Figura 2.2	Árbol de solución después de la iteración 2	24
Figura 2.3	Árbol de solución después de la iteración 3	25
Figura 3.1	Resultados del impacto en baja Tensión con generación PV en Isla Santa Cruz (DX Morales y col. 2016)	28
Figura 3.2	Diagrama Unifilar Generación Convencional (Layedra Talla 2015)	29
Figura 3.3	Diagrama Unifilar Generación FotoVoltaica Santa Cruz (Layedra Talla 2015)	30
Figura 3.4	Diagrama Unifilar Sistema de cargas Santa Cruz (Layedra Talla 2015)	30
Figura 3.5	40 Perfiles de Generación Foto-voltaico PV	33
Figura 3.6	Sistema Eléctrico a estudiar Fuente:(D. X. Morales, Besanger y Pesantez 2017)	36
Figura 3.7	Dirección de flujos de potencia en el sistema a estudiar	37
Figura 3.8	Esquema Tarifario TOU para el análisis de costos	38
Figura 3.9	Perfil de carga máximo del usuario final vs intervalos de tiempo de 10 minutos	39
Figura 3.10	Perfil de carga medio del usuario final vs intervalos de tiempo de 10 minutos	39
Figura 3.11	Perfil de carga mínimo del usuario final vs intervalos de tiempo de 10 minutos	40
Figura 3.12	Resumen del solver del caso 1.1	43

Figura 3.13	Resultado de la variable de decisión SOC para 24 Horas t1-t24 .	44
Figura 3.14	Resultado de la variable Potencia de Carga Pc para 24 Horas t1-t24	45
Figura 3.15	Resultado de la variable Potencia Descarga Pd para 24 Horas t1-t24	46
Figura 3.16	Resultado de la variable Potencia Batería para 24 Horas t1-t24 .	47
Figura 3.17	Resultado de la variable Potencia Red Eléctrica para 24 Horas t1-t24	48
Figura 3.18	VARIABLES DE DECISIÓN SOC, Pc, Pd, Pbat, Pred del escenario 1, caso 1.1	49
Figura 3.19	Situación del <i>Solve Report</i> del escenario 1, caso 1.2	50
Figura 3.20	Resultado Variable SOC para el escenario 1,caso 1.2	51
Figura 3.21	Resultado Variable Potencia descarga para el escenario 1, caso 1.2	52
Figura 3.22	Resultado Variable Potencia carga para el escenario 1, caso 1.2 .	53
Figura 3.23	Resultado Variable Potencia Red Eléctrica para el escenario 1, caso 1.2	54
Figura 3.24	VARIABLES DE DECISIÓN SOC, Pc, Pd, Pbat, Pred del escenario 1, caso 1.2	55
Figura 3.25	Resultado del <i>Solve</i> del escenario 1, caso 1.3	56
Figura 3.26	Resultado de la variable <i>SOC</i> del escenario 1, caso 1.3	57
Figura 3.27	Resultado de la variable <i>Pd</i> del escenario 1, caso 1.3	58
Figura 3.28	Resultado de la variable <i>Pc</i> del escenario 1, caso 1.3	59
Figura 3.29	Resultado de la variable <i>Pbat</i> del escenario 1, caso 1.3	60
Figura 3.30	Resultado de la variable <i>Pred</i> del escenario 1, caso 1.3	61
Figura 3.31	VARIABLES DE DECISIÓN <i>SOC, Pc, Pd, Pbat, Pred</i> del escenario 1 caso 1.3	62
Figura 3.32	Resumen del <i>Solve Report</i> escenario 2, caso 1.1	63
Figura 3.33	Resultado de la variable <i>SOC</i> escenario 2, caso 1.1	64
Figura 3.34	Resultados de las variables <i>Potencia de descarga, Potencia de carga</i> escenario 2, caso 1.1	65

Figura 3.35	Resultado de la variable <i>Potencia batería</i> escenario 2, caso 1.1 . . .	66
Figura 3.36	Resultado de la variable <i>Potencia red eléctrica</i> escenario 2, caso 1.1	67
Figura 3.37	Resumen de todas las variables <i>SOC, Pd, Pc, Pbat, Pred</i> escenario 2, caso 1.1	68
Figura 3.38	Resumen del <i>Solve Report</i> para el caso 1.2 del escenario 2 . . .	69
Figura 3.39	Resumen de la variable <i>SOC</i> del escenario 2, caso 1.2	70
Figura 3.40	Resumen de las variables <i>Potencia carga y Potencia de descarga</i> con horario específico para carga y descarga del escenario 2, caso 1.2 . .	71
Figura 3.41	Resumen de la variable <i>Potencia batería</i> del escenario 2, caso 1.2	72
Figura 3.42	Resumen de la variable <i>Potencia red eléctrica</i> del escenario 2, caso 1.2	73
Figura 3.43	Resumen de todas las variables <i>SOC, Pc, Pd, Pbat, Pred</i> del caso 1.2 del escenario 2	74
Figura 3.44	Resumen del <i>Solve Report</i> para el caso 1.3 del escenario 2 . . .	75
Figura 3.45	Resumen de la variable <i>SOC</i> del escenario 2, caso 1.3	76
Figura 3.46	Resultado de la variable <i>Potencia de batería</i> del escenario 2, caso 1.3	77
Figura 3.47	Resultado de la variable <i>Potencia de red eléctrica</i> del escenario 2, caso 1.3	78
Figura 3.48	Resumen de las variables <i>SOC, Pd, Pc, Pbat, Pred</i> del escenario 2, caso 1.3	79
Figura 3.49	Resumen de los costos de energía diaria optimizado para una batería de 5kW en los 2 escenarios con sus respectivos casos	80
Figura 3.50	Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 1 kW	81
Figura 3.51	Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 3 kW	82
Figura 3.52	Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 10 kW	82
Figura 3.53	Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 15 kW	83
Figura 3.54	Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 20 kW	83

Figura 3.55 Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 25 kW	84
Figura 3.56 Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 30 kW	84
Figura 3.57 Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 35 kW	85
Figura 3.58 Análisis de sensibilidad versus capacidades de baterías	86

ÍNDICE DE TABLAS

2.1 Variables indicativas de las ecuaciones de frontera de restricción. Fuente: (Frederick y Gerald 2010)	9
2.2 Datos del problema de la Wyndor Glass Co.	11
3.1 Potencia y Voltaje de Generadores Térmicos	29
3.2 Demanda en época de calor durante el medio día (Layedra Talla 2015) .	31
3.3 Demanda en época de calor durante la noche (Layedra Talla 2015) . . .	31
3.4 Demanda en época de frío en el medio día (Layedra Talla 2015)	31
3.5 Demanda en época de frío en la noche (Layedra Talla 2015)	31
3.6 Demanda en época calor-frío, carga mínima (Layedra Talla 2015) . . .	31
3.7 Tarifa impuesta por el ARCONEL a las Distribuidoras Eléctricas	38
3.8 Significado del <i>MODEL STATUS</i> de GAMS	42
3.9 Significado del <i>SOLVER STATUS</i> de GAMS	43
3.10 Análisis de sensibilidad versus capacidades de baterías conservando los casos base y restricciones técnicas	81

DEDICATORIA

A mi esposa Kary ,a mis dos pequeñas hijas
Adamaris(+) y Valeska,a mis señores Padres
a mis hermanas que siempre me han apoyado en
todo momento en mi carrera profesional.

Ing.Adrián Criollo Ríos

PREFACIO

Este proyecto de investigación y desarrollo, presenta la optimización de sistemas de almacenamiento de energía BESS (Battery Energy Storage System) en sistemas fotovoltaicos conectados a la red eléctrica, mediante algoritmos de programación lineal entera mixta.

En el desarrollo de este trabajo, primero se realizó la creación de una base de datos tanto de perfiles de carga como de generación, la misma que reunirá toda la información real posible actualizada debido que se contará con la ayuda del Ministerio de Electricidad y Energía Renovable y dentro de este del programa “Sistema Integrado para la Gestión de la Distribución Eléctrica” SIGDE; los datos obtenidos servirán para plantear el modelo matemático de optimización conjuntamente con sus restricciones respectivas. El modelo de optimización será resuelto a través de algoritmos de programación lineal mixta y finalmente el algoritmo de optimización desarrollado será probado para el sistema eléctrico de la isla Santa Cruz, provincia de Galápagos, donde se lleva a cabo la integración de la red eléctrica con energías renovables como la generación PV. Este trabajo supone conocimientos previos de la cátedra de métodos numéricos en optimización, del uso del software MATLAB y GAMS.

PROLOGO

Este proyecto de investigación y desarrollo, presenta la optimización de sistemas de almacenamiento de energía BESS (Battery Energy Storage System) en sistemas fotovoltaicos conectados a la red eléctrica, mediante algoritmos de programación lineal entera mixta. Se busca identificar la capacidad de almacenamiento que satisfaga todas las restricciones técnicas tanto de la red eléctrica como de las mismas baterías dadas por los fabricantes; el sistema de almacenamiento de energía trabaja en el lado de bajo voltaje, es decir se encuentra en el usuario final.

En el capítulo I, se presenta el objetivo general y los objetivos específicos. Además se analiza el estado del arte actual sobre sistemas de almacenamiento de energía dentro de redes eléctricas aisladas con generación fotovoltaica.

En el capítulo II, se describe el modelo matemático general de optimización, se estudian además los diferentes algoritmos de optimización, y se presentan ejemplos prácticos.

En el capítulo III, se presenta la aplicación del algoritmo de optimización MIPL en redes eléctricas con generación fotovoltaica, se modela matemáticamente la función objetivo y se construye el código para la optimización usando el software GAMS mostrando y analizando los resultados para el caso base de la isla Santa Cruz de Galápagos.

En el capítulo IV, se presentan las conclusiones y recomendaciones.

AGRADECIMIENTOS

A mi familia que componen mi todo, al Ing. Jose Manuel Aller PhD, por su tiempo y conocimientos indispensables en el transcurso de mi maestría, al Ing. Msc Diego Morales por su participación desinteresada en el desarrollo y planificación de esta tesis, a mis amigos.

Ing. Adrián Criollo Ríos

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN Y MARCO TEÓRICO

1.1 INTRODUCCIÓN

El Ecuador ha iniciado un cambio en la matriz energética, y por este motivo con la llegada de nuevos servicios como generación distribuida conectada a bajo voltaje, vehículos eléctricos, cocinas de inducción, las redes de bajo voltaje están cambiando significativamente; seguramente, las nuevas cargas aumentarán la demanda en los transformadores de distribución.(D. X. Morales, Besanger y Pesantez 2017). Para contrarrestar este contingente, la generación en algunos períodos de tiempo se podría revertir, es decir, el sentido de la corriente pasaría de las cargas hacia la red eléctrica. Pero para llevar a cabo esta idea, se necesita contar con un *sistema optimizado de almacenamiento de energía eléctrica* para que en las horas pico (Horas de mayor demanda eléctrica en la red) el usuario final o llamado también consumidor, pueda vender su electricidad almacenada en sus sistemas hacia la red eléctrica, generando pequeños incentivos económicos tanto para el usuario como para la empresa eléctrica distribuidora.

Actualmente la red eléctrica de las islas Galápagos, administrada por ELECGALAPAGOS S.A cuenta con generación eléctrica híbrida, es decir, se maneja con generación térmica a diésel, eólica y una pequeña parte Solar(fotovoltaica PV). Se prevé entonces utilizar herramientas de optimización lineal entera mixta que a partir de base de datos de curvas de generación,curvas de carga, permita buscar la capacidad optima de las baterías que formará parte del sistema de almacenamiento BESS de los usuarios.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 OBJETIVOS GENERAL

El objetivo del presente trabajo de investigación y desarrollo es determinar el tamaño óptimo de los sistemas de almacenamiento de energía en sistemas fotovoltaicos conectados a la red eléctrica, mediante algoritmos de programación lineal entera mixta.

1.2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Analizar y comparar las diferentes técnicas de optimización que más se adapten a temas de distribución eléctrica.
2. Diseñar una base de datos para curvas de demanda y curvas de generación PV.
3. Determinar la función objetivo y restricciones que servirán como insumo para el algoritmo de optimización numérica.
4. Comparar el tiempo requerido para el cómputo numérico para determinar la eficiencia del método de optimización.

1.3 ANÁLISIS DEL ESTADO DEL ARTE

En la labor de investigación y consulta se encontró el trabajo de (Carpinelli, Mottola y Proto 2016) donde se propone un enfoque probabilístico para el dimensionamiento óptimo de BESS cuando se aplica los precios de la energía eléctrica en función del tiempo (TOU). En efecto la investigación demuestra que el usuario final puede comprar y vender energía bajo el sistema tarifario (TOU), resultado ser un sistema tarifario muy eficiente para las redes eléctricas inteligentes. En (Riffonneau y col. 2011) encontramos la investigación que trata supervisores de potencia basados en algoritmos óptimos de programación de potencia predictiva; básicamente la optimización se realiza utilizando la programación dinámica y se compara con una gestión basada en reglas simples. En (Adika y Wang 2014) se presenta una investigación que introduce un alto grado de penetración de generación PV desde los hogares o consumidores hacia las redes eléctricas inteligentes usando almacenamiento de energía en baterías, aplicando una apropiada estructura tarifaria, además se visualiza el alto grado de impacto en los consumidores finales cuando empiezan a programar sus usos de la electricidad provenientes de sus electrodomésticos. Además se analiza cómo los hogares tienen que competir por la

electricidad residual para maximizar el estado de carga de sus baterías. En (D. X. Morales, Besanger y Pesantez 2017) se presenta una investigación que conduce a mejorar la gestión de la carga de los transformadores de distribución eléctrica mediante el dimensionamiento óptimo del almacenamiento de energía BESS. En el estudio se encuentra una función objetivo que cumple con niveles de tarifa eléctrica acorde a la normativa ecuatoriana ARCONEL; un punto rescatable de esta información es que se trabaja con datos reales de las islas Galápagos que es la provincia del Ecuador donde las energías renovables PV son actualmente una realidad

Como es notable, los trabajos anteriormente citados no puntualizan el estudio de una optimización lineal entera mixta, y mas aun en el escenario de Ecuador no se han trabajado todavía los campos de optimización de los recursos eléctricos, lo que motiva al desarrollo del presente trabajo de investigación.

No se ha podido evidenciar un trabajo que evalúe los tiempos que demoran los algoritmos de computación para temas de optimización, por lo que se considera una linea de investigación muy llamativa para la Universidad Politécnica Salesiana.

1.4 CONTRIBUCIÓN DE LA TESIS

Esta tesis principalmente demuestra los beneficios que se obtendrán como por ejemplo reducciones en las facturas mensuales de los clientes conectados en baja tensión, en el lado de media tensión, que serían las distribuidoras eléctricas, menores compras de energía en el mercado spot y la reducción de los niveles de sobrecarga en los tramos de media tensión, lo que se traduce una reducción en las pérdidas del sistema.

CAPÍTULO 2

MODELO MATEMÁTICO GENERAL DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

En muchos problemas de ingeniería es muy frecuente encontrarse la necesidad de determinar el valor máximo o el valor mínimo de una cierta función de una o de varias variables independientes. Para esto es necesario determinar el punto o los puntos de máximos o de mínimos de las variables independientes los cuales pueden estar sujetos a restricciones de igualdad o restricciones de desigualdad. Este tipo de problema recibe el nombre de problema de optimización y puede definirse de forma general de la siguiente manera (Maron 2016):

$$\left\{ \begin{array}{l} Z = F(x_1, x_2, \dots, x_N) \\ \text{sujeta a} \end{array} \right. \begin{array}{l} \text{minimizar} \\ g_i(x_1, x_2, \dots, x_N) \leq 0 \\ h_i(x_1, x_2, \dots, x_N) = 0 \\ x_1, x_2, \dots, x_N \geq 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{(o maximizar)} \\ i = 1, 2, \dots, G \\ i = 1, 2, \dots, H \text{ (con } H < N) \end{array} \quad (2.1)$$

donde x_i con $i = 1, 2, \dots, N$, representan el conjunto de N variables independientes o de decisión que pertenecen a un cierto conjunto llamado espacio de soluciones factibles, F representa la llamada **función objetivo** que depende de las N variables x_i y es la función a la que hay que **minimizar** o **maximizar**, G y H son el número de restricciones de desigualdad y de igualdad respectivamente, g_i representa el conjunto de las restricciones de desigualdad y h_i representa el conjunto de las restricciones de igualdad. Como se observa el valor de H debe ser siempre menor que N mientras que el valor de G no tiene que cumplir con esta condición.

2.1 MODELO DE PROGRAMACIÓN LINEAL

Los problemas de programación lineal se pueden encontrar en temas relacionados a modelos matemáticos que tienen que ver en algunos problemas tan diversos como:

- ❑ Determinar la mezcla de productos que maximiza la ganancia.
- ❑ El diseño de la terapia de radiación que combata de manera eficaz un tumor y que al mismo tiempo minimice el daño al tejido sano circundante.
- ❑ La asignación de hectáreas a distintos cultivos para maximizar el rendimiento total neto.
- ❑ La combinación de métodos de control de contaminación que logre los estándares de calidad del aire a un costo mínimo.

La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir el problema. El adjetivo *lineal* significa que todas las funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales^[1] y la palabra *programación* no se refiere aquí a términos computacionales; en esencia es sinónimo de *planificación*. Por lo tanto, la programación lineal involucra la planeación de actividades para obtener un resultado óptimo (Frederick y Gerald 2010).

Los problemas de optimización lineal son los más simples en su formulación para funciones de varias variables, ya que tienen una función objetivo lineal junto con un conjunto de restricciones lineales de igualdad o restricciones de desigualdad, por ejemplo, el siguiente:

$$\begin{cases} (\max) & z = 4x_1 + 3x_2 \\ \text{s.a:} & 2x_1 + x_2 \leq 200 \\ & x_1 + x_2 \leq 150 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

A partir de un análisis gráfico, evaluando la función objetivo en los vértices de la región factible, se puede demostrar que este ejemplo tiene solución única en el punto $P_{max} = (50, 100)$ y el valor máximo absoluto es $Z_{max} = 500$. Pero pueden presentarse problemas que no tengan solución única como por ejemplo los siguientes:

$$\begin{cases} (\max) & z = 3x_1 + 6x_2 \\ \text{s.a:} & x_1 + 2x_2 \leq 6 \quad (\text{tiene soluciones múltiples o infinitas}) \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} (\max) & z = x_1 + x_2 \\ \text{s.a:} & x_1 + x_2 \geq 1 \quad (\text{región no acotada}) \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

[1] Una función lineal es una función polinómica de primer grado; es decir, una función cuya representación en el plano cartesiano es una línea recta.

$$\left\{ \begin{array}{l} (max) \quad z = x_1 + x_2 \\ s.a : \quad 2x_1 + x_2 \geq 4 \quad (\text{no hay solución factible}) \\ \quad \quad 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ \quad \quad 0 \leq x_1 \leq 5 \\ \quad \quad 0 \leq x_2 \leq 5 \end{array} \right. \quad (2.5)$$

2.1.1 SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL: MÉTODO SIMPLEX

El método simplex es un algoritmo eficiente y confiable para resolver problemas de programación lineal. Aunque tiene una interpretación geométrica útil, el método simplex es un procedimiento algebraico. En cada iteración se mueve de la solución BF^[2] actual a una adyacente mejor mediante la elección de la variable básica entrante y de la saliente; después recurre a la eliminación de Gauss para resolver el sistema de ecuaciones lineales. **Cuando la solución actual no tiene una solución BF adyacente que sea mejor, la solución actual es óptima y el algoritmo se detiene** (Frederick y Gerald 2010).

La ecuación de la frontera de cualquier restricción se obtiene al sustituir su signo $\leq, =, \geq$ por un signo $=$. Es decir que tendríamos ahora la forma de la frontera de restricción de manera $a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = b_i$ para restricciones funcionales, y $x_j = 0$ para restricciones de no negatividad.

La frontera de la región factible consiste en aquellas soluciones factibles que satisfacen una o más de las ecuaciones de frontera de las restricciones. Una **solución factible en un vértice (FEV)** es una solución factible que no se encuentra en ningún segmento rectilíneo que conecta a otras dos soluciones factibles. Cuando el número n de variables de decisión es mayor que 2 o 3, la definición del anterior de soluciones FEV no es muy conveniente para identificarlas, es mejor usar una interpretación algebraica. En consecuencia, para cualquier problema de programación lineal con n variables de decisión, cada solución FEV se encuentra en la intersección de n fronteras de restricción, es decir se trata de la solución simultánea de un sistema de n ecuaciones de fronteras de restricción (Frederick y Gerald 2010).

Una **arista** de la región factible es un segmento de recta factible que esta en la intersección de $n - 1$ fronteras de restricción, donde cada punto terminal se encuentra en una frontera de restricción adicional por lo que estos puntos terminales son soluciones FEV. Dos soluciones factibles en un vértice son adyacentes si el segmento de recta que las conecta

[2] Solución básica factible

es una arista de la región factible. De cada solución FEV se originan n aristas, cada una de las cuales conduce a una de las n soluciones FEV adyacentes. Cada iteración del método simplex se mueve de la solución FEV actual a una adyacente a lo largo de estas n aristas (Frederick y Gerald 2010).

2.1.1.1 Propiedades de las soluciones FEV

Propiedad 1: a) Si el problema tiene solo una solución óptima, esta debe ser una solución FEV. b) Si el problema tiene soluciones óptimas múltiples (y una región factible acotada), entonces al menos dos deben ser soluciones FEV adyacentes.

Propiedad 2: Existe solo un número finito de soluciones FEV.

Propiedad 3: Si una solución FEV no tiene soluciones FEV adyacentes que sean mejores que ella (en términos del valor de Z), entonces no existen soluciones FEV que sean mejores en cualquier otra parte. Por lo tanto, se garantiza que la solución FEV es una solución óptima (por la propiedad 1), si se supone que el problema tiene al menos una solución óptima.

2.1.1.2 Extensiones a la forma aumentada

Para cualquier problema de programación lineal en forma estándar, la apariencia de las restricciones funcionales después de introducir variables de holgura es la siguiente:

$$\begin{aligned}
 a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + x_{n+1} &= b_1 \\
 a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + x_{n+2} &= b_2 \\
 \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots & \\
 a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n + x_{n+m} &= b_m
 \end{aligned}
 \tag{2.6}$$

donde $x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$ son las variables de holgura. Las soluciones x_1, x_2, \dots, x_n quedan aumentadas con los valores correspondientes de las variables de holgura o artificiales ($x_{n+1}, x_{n+2}, \dots, x_{n+m}$). Cada **solución básica** tiene m **variables básicas**, y el resto son **variables no básicas** iguales a cero (El número de variables no básicas es igual a n más el numero de variables de exceso). Los valores de las **variables básicas** constituyen la solución simultanea del sistema de m ecuaciones del problema en la forma aumentada (después de igualar a cero las variables no básicas). Esta solución básica es la solución en el vértice aumentada cuyas n ecuaciones de definición son las indicadas por las variables no básicas (Frederick y Gerald 2010).

Una **solución BF** (solución básica Factible) es una solución básica en la que las m variables básicas son no negativas ≥ 0 . Se dice una solución BF es **degenerada** si

cualquiera de estas m variables es igual a cero.

Tipo de Restricción	Forma de Restricción	Restricción forma Aumentada	Ecuación de frontera Restricción	Variable Indicativa
No Negatividad	$x_j \geq 0$	$x_j \geq 0$	$x_j = 0$	x_j
Funcional(\leq)	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j \leq b_i$	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j + x_{n+i} = b_i$	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j = b_i$	x_{n+i}
Funcional($=$)	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j = b_i$	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j + \bar{x}_{n+i} = b_i$	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j = b_i$	\bar{x}_{n+i}
Funcional(\geq)	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j = b_i$	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j + \bar{x}_{n+i} - x_{s_i} = b_i$	$\sum_{n=1}^{j-1} a_{ij}x_j = b_i$	$\bar{x}_{n+i} - x_{s_i}$

Tabla 2.1: Variables indicativas de las ecuaciones de frontera de restricción. Fuente: (Frederick y Gerald 2010)

2.1.2 FORMA MATRICIAL DEL MÉTODO SIMPLEX

Si se emplean matrices, el modelo matemático de programación lineal quedaría:

Maximizar $Z = \mathbf{c}\mathbf{x}$,

sujeto a: $\mathbf{A}\mathbf{x} \leq \mathbf{b}$ y $\mathbf{x} \geq \mathbf{0}$,

donde \mathbf{c} es el vector reglón

$$\mathbf{c} = [c_1 \quad c_2 \quad \dots \quad c_n], \tag{2.7}$$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} \tag{2.8}$$

y \mathbf{A} es la matriz:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Para obtener la forma aumentada del problema se introduce el vector columna de las variables de holgura.

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} x_{n+1} \\ x_{n+2} \\ \vdots \\ x_{n+m} \end{bmatrix} \tag{2.10}$$

de manera que las restricciones se convierten en:

$$[\mathbf{A} \quad \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_s \end{bmatrix} = \mathbf{b} \quad \text{y} \quad \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_s \end{bmatrix} \geq 0 \quad (2.11)$$

donde \mathbf{I} es la matriz identidad de orden $m \times n$ y el vector nulo $\mathbf{0}$ ahora tiene $n + m$ elementos.

2.1.3 OBTENCIÓN DE UNA SOLUCIÓN BÁSICA FACTIBLE

El enfoque general del método simplex radica en obtener una secuencia de soluciones BF mejoradas hasta alcanzar una solución óptima. La solución básica que resulta es la solución de las m ecuaciones.

$$[\mathbf{A} \quad \mathbf{I}] \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_s \end{bmatrix} = \mathbf{b} \quad (2.12)$$

en las que las n variables no básicas de entre los $n + m$ elementos de:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_s \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

se igualan a cero. Cuando se eliminan estas n variables al igualarlas a cero queda un conjunto de m ecuaciones con m incógnitas (las variables básicas). Este sistema de ecuaciones se puede denotar por:

$$\mathbf{B}\mathbf{x}_B = \mathbf{b}, \quad (2.14)$$

donde el **vector de variables básicas**

$$\mathbf{x}_B = \begin{bmatrix} x_{B1} \\ x_{B2} \\ \vdots \\ x_{Bm} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

se obtiene al eliminar las variables no básicas de

$$\begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{X}_s \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

y la **matriz base**

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & \dots & B_{1n} \\ B_{21} & B_{22} & \dots & B_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ B_{m1} & B_{m2} & \dots & B_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

se obtiene al eliminar las columnas correspondientes a los coeficientes de las variables no básicas de $[\mathbf{A}, \mathbf{I}]$. El método simplex introduce solo variables básicas tales que \mathbf{B} sea *no singular*, de manera que \mathbf{B}^{-1} *siempre existe*. De esta forma, para resolver $\mathbf{B}\mathbf{x}_B = \mathbf{b}$, se pre multiplican ambos lados por \mathbf{B}^{-1} :

$$\mathbf{B}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \quad (2.18)$$

Como $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{B} = \mathbf{I}$, la solución deseada para las variables básicas es

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \quad (2.19)$$

Sea \mathbf{c}_B el vector cuyos elementos son los coeficientes de la función objetivo (incluye los ceros para las variables de holgura) que corresponden a los elementos de \mathbf{x}_B . El valor de la función objetivo de esta solución básica es, entonces:

$$Z = \mathbf{c}_B\mathbf{x}_B = \mathbf{c}_B\mathbf{B}^{-1}\mathbf{b} \quad (2.20)$$

2.1.4 EJEMPLO ILUSTRATIVO DEL MÉTODO SIMPLEX MATRICIAL

Para ilustrar el método y obtener una solución básica factible, se considerará el siguiente problema:

Tabla 2.2: Datos del problema de la Wyndor Glass Co.

PLANTA	Tiempo de producción por lote, [horas]		Tiempo de producción disponible a la semana, [horas]
	Producto		
	1	2	
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia Por lote	\$3000	\$5000	

Formulación como un problema de programación lineal:

según los datos del problema^[3] y resumidos en la tabla 2.2 se indica que las decisiones que se deben tomarse son el número de lotes de los productos respectivos que se van a obtener por semana, al igual que maximizar su ganancia total. Por lo tanto, para formular el modelo matemático de programación lineal, se define:

x_1 = número de lotes del producto 1 que se fabrica por semana

x_2 = número de lotes del producto 2 que se fabrica por semana

Z = ganancia semanal total (en miles de dólares) generados por estos dos productos.

Por lo tanto en lenguaje matemático de programación lineal se tiene

$$\begin{aligned} &\text{Maximizar } Z = 3x_1 + 5x_2 \\ &\text{sujeto a :} \\ &\quad x_1 \leq 4 \\ &\quad x_2 \leq 12 \\ &\quad 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ &\text{Restricciones de no negatividad } x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{aligned} \tag{2.21}$$

Este es un problema clásico de asignación de recursos para lo cual tenemos:

$$\mathbf{C} = [3, 5] \quad [\mathbf{A}, \mathbf{I}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \tag{2.22}$$

Con referencia en la tabla 4.8 la serie de soluciones básicas factibles que se obtiene mediante el método simplex es la siguiente:

Iteración 0:

$$\mathbf{x}_B = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{B}^{-1} \quad \text{de manera que} \quad \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} \tag{2.23}$$

$$\mathbf{C} = [0, 0, 0], \quad \text{de manera que } Z = [0, 0, 0] \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} = 0$$

Iteración 1:

$$\mathbf{x}_B = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \tag{2.24}$$

^[3] ejemplo tomado de (Frederick y Gerald 2010) pagina 26

de manera que

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix}, \quad (2.25)$$

$$\mathbf{c}_B = [0 \ 5 \ 0] \quad \text{de manera que} \quad Z = [0 \ 5 \ 0] \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 6 \end{bmatrix} = 30 \quad (2.26)$$

Iteración 2:

$$\mathbf{x}_B = \begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}, \quad (2.27)$$

de manera que

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 12 \\ 18 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix}, \quad (2.28)$$

$$\mathbf{c}_B = [0 \ 5 \ 3] \quad \text{de manera que} \quad Z = [0 \ 5 \ 3] \begin{bmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{bmatrix} = 36 \quad (2.29)$$

2.1.5 PROBLEMA PRIMAL Y PROBLEMA DUAL

Todo problema de programación lineal primal (P) tiene asociado un problema de optimización lineal dual (D). Estos dos problemas pueden plantearse de la siguiente forma:

$$(P) \begin{cases} (\min) & Z = cx \\ & Ax \geq b \\ & X \geq 0 \end{cases} \quad (2.30)$$

$$(D) \begin{cases} (\max) & W = bu \\ & A^T u \leq c \\ & u \geq 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

Aquí se tiene $x, c \in R^n, b \in R^m, A_{m \times n}, u \in R^m$

2.1.6 EL PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE LA DUALIDAD

Si existe una solución óptima x^* del problema primal (P) entonces existe una solución óptima u^* del problema dual (D) tal que $z^* = c x^* = b u^* = w^*$.

Sean P y D un par de problemas duales. Una y sólo una de las siguientes situaciones puede ser cierta:

1. Los dos problemas tienen solución factible.
2. Uno de ellos tiene solución factible y el otro no.
3. Ninguno de los dos problemas tiene solución factible

2.2 PROGRAMACIÓN ENTERA

En muchos problemas prácticos es necesario asignar a las variables de decisión, cantidades enteras como pueden ser, personas, máquinas, generadores eléctricos, baterías, entonces ahora ya no solo se trata de programación lineal sino que se complementa con el adjetivo de programación lineal entera. Si solo es necesario que *algunas* de las variables tengan valores enteros y el supuesto de divisibilidad se cumple para el resto, el modelo se conoce como **programación lineal entera mixta (PEM)**.

Existen también problemas en los que la variables de decisión involucran solo dos posibilidades: sí o no ; visto de otra manera, 0 o 1. De forma que la *j-ésima* variable de decisión x_j se representa:

$$x_j = \begin{cases} 1 : & \text{si la decisión } j \text{ es sí} \\ 0 : & \text{si la decisión } j \text{ es no} \end{cases} \quad (2.32)$$

En ocasiones las decisiones del tipo sí o no son **decisiones contingentes**, es decir, dependen de decisiones anteriores. Por ejemplo, se dice que una decisión es *contingente* respecto a la otra si se permite que sea sí y *solo si* la otra es sí. Esta situación ocurre cuando una decisión contingente implica una acción que sigue a otra y que se vuelve irrelevante, o imposible si la otra decisión es no (Frederick y Gerald 2010).

2.2.1 EJEMPLOS DE DECISIONES BÁSICAS TIPO BINARIOS

A continuación se enumeran o se da una idea básica de qué tipo de problemas se pueden abordar con el modelo PEB^[4]:

- Diseño de una red de producción y distribución
- Despacho de envíos
- Aplicación de operaciones para líneas aéreas
- Despacho económico en generación eléctrica

2.2.2 TÉCNICA DE RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO

La idea básica es *divide y vencerás*. La división (ramificación) se hace mediante una partición de conjunto completo de soluciones factibles en subconjuntos mas pequeños. En parte, la conquista (*sondeo*) se hace mediante el *acotamiento* de la mejor solución del subconjunto para después descartar los subconjuntos cuya cota indique que no es posible que contenga una solución óptima para el problema (Frederick y Gerald 2010).

2.3 ALGORITMO DE RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO PARA PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA

Este algoritmo se creó en 1960 por A.H.Land y A.Doing siendo hoy por hoy el método más popular para resolver problemas de programación entera binaria. Como se mencionó en la sección anterior, el problema principal se irá dividiendo en ramas, cada una de las cuales va acortando la región factible de solución, conservando las soluciones enteras hasta que se llegue al final, de este modo la metodología conserva la solución óptima (Landeta 2012).

^[4] Programación Entera Binaria

2.3.1 ALGORITMO RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO PARA PROGRAMACIÓN ENTERA

1. Se resuelve el problema original de programación lineal, sin limitarse a una solución entera. Si la solución obtenida es entera, esta será la óptima para el problema, pero si es fraccionaria en alguna de las variables de decisión, se continúa al paso 2.
2. De las variables de decisión que hayan resultado fraccionarias en el paso anterior, se toma una de ellas, por ejemplo X_i , la cual quedará comprendida entre dos números enteros consecutivos, que se designan por k_1 y k_2 , por lo tanto:

$$k_1 \leq X_i \leq k_2 \quad (2.33)$$

En donde se añadirá una restricción nueva del tipo:

$$\begin{aligned} X_i &\leq k_1 \text{ para la primera rama} \\ X_i &\leq k_2 \text{ para la segunda rama} \end{aligned} \quad (2.34)$$

En casos de haber varias variables de decisión fraccionarias que sean candidatas para efectuar las ramificaciones, deberá tomarse aquella que quede más próxima a la fracción intermedia entre dos enteros consecutivos, es decir 0.5.

3. Resolver cada rama del paso anterior por medio de programación lineal; de aquí pueden tenerse varias posibilidades:
 - Que la solución encontrada no sea factible, en este caso esta rama ya no se investiga más.
 - Que la solución hallada sea entera. En este caso esta solución se convierte en una cota, que será inferior para problemas de maximización y superior para los de minimización, a este proceso se le llama **acotación**.
 - Que la solución encontrada sea fraccionaria. Esta rama será candidata para seguir haciendo bifurcaciones, siempre y cuando el valor hallado para la función objetivo sea mejor que el de alguna cota fijada en la etapa anterior, pues de no ser así, ya no se proseguirá la búsqueda y esa cota anterior sería la solución óptima. Este procedimiento continúa hasta que no haya posibilidades de ramificaciones posteriores (Landeta 2012).

2.3.2 EJEMPLO DE PROGRAMACIÓN ENTERA

Carpintería Perez: La carpintería Perez desea saber como programar la producción de dos tipos diferentes de recamaras: provenzal y americana. La carpintería cuenta con 200 ft^3

de madera y con 60h de tiempo disponible, la recámara del tipo provenzal necesita para su fabricación 35ft³ de madera y de 12h de tiempo; mientras que el tipo americano requiere 40ft³ de madera y 10h de tiempo. Cuanto deberá producirse de cada tipo, con el fin de maximizar el ingreso, si el provenzal se vende a \$21000 y el americano a \$20000?

El planteamiento matemático será:

$$\begin{aligned}
 \text{Max } Z &= 21000X_1 + 20000X_2 \\
 \text{Sujeto a las restricciones:} \\
 35X_1 + 40X_2 &\leq 200 \\
 12X_1 + 10X_2 &\leq 60 \\
 \text{donde } X_1, X_2 &\geq 0 \text{ y además enteras.}
 \end{aligned}
 \tag{2.35}$$

Aplicando el algoritmo anteriormente descrito, consiste en primero resolver el problema por medio de programación lineal, cuya solución será:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= 3.077 \\
 X_2 &= 2.308 \\
 Z &= 110775
 \end{aligned}$$

Esta solución no es entera, por lo que conforme al paso 2 se debe ramificar con la variable fraccionaria X_2 , que es la más próxima al valor fraccionario intermedio 0.5. La ramificación se hace a dos ramas, las cuales de acuerdo con la ecuación (2.34) serán:

Rama A	Rama B
Max $Z = 21000X_1 + 20000X_2$	Max $Z = 21000X_1 + 20000X_2$
$35X_1 + 40X_2 \leq 200$	$35X_1 + 40X_2 \leq 200$
$12X_1 + 10X_2 \leq 60$	$12X_1 + 10X_2 \leq 60$
$X_2 \leq 2$	$X_2 \geq 3$
Con $X_1, X_2 \geq 0$	Con $X_1, X_2 \geq 0$

De aquí se realiza el paso 3 con la rama A, cuya solución por programación lineal es:

$$\begin{aligned}
 X_1 &= 3.333 \\
 X_2 &= 2 \\
 Z &= 110000
 \end{aligned}$$

De esta solución se puede aun ramificar, pues X_1 es ahora fraccionaria, surgiendo entonces las ramas C y D a partir de la rama A, de modo que:

Rama C	Rama D
$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$	$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$
$35X_1 + 40X_2 \leq 200$	$35X_1 + 40X_2 \leq 200$
$12X_1 + 10X_2 \leq 60$	$12X_1 + 10X_2 \leq 60$
$X_2 \leq 2$	$X_2 \leq 2$
$X_1 \leq 3$	$X_1 \geq 4$
Con $X_1, X_2 \geq 0$	Con $X_1, X_2 \geq 0$

De la rama C, su solución por programación lineal es:

$$\begin{aligned} X_1 &= 3 \\ X_2 &= 2 \\ Z &= 103000 \end{aligned}$$

Al ser una solución entera, esta rama se convierte en la cota inferior y ya no siguen las bifurcaciones después de ella. Para la rama D la solución es:

$$\begin{aligned} X_1 &= 4 \\ X_2 &= 1.2 \\ Z &= 108000 \end{aligned}$$

Debido a que tiene un valor *mayor de Z* que el de la *cota inferior*, hará que esta rama se bifurque en las E y F de la siguiente manera:

Rama E	Rama F
$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$	$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$
$35X_1 + 40X_2 \leq 200$	$35X_1 + 40X_2 \leq 200$
$12X_1 + 10X_2 \leq 60$	$12X_1 + 10X_2 \leq 60$
$X_2 \leq 2$	$X_2 \leq 2$
$X_1 \leq 3$	$X_1 \geq 4$
$X_2 \leq 1$	$X_2 \geq 2$
Con $X_1, X_2 \geq 0$	Con $X_1, X_2 \geq 0$

Para la rama F la solución no es factible, por tanto ahí terminara dicha ramificación; para la rama E su solución es:

$$\begin{aligned} X_1 &= 4.167 \\ X_2 &= 1 \\ Z &= 107500 \end{aligned}$$

De lo que se desprende que al ser fraccionaria la variable de decisión X_1 y mayor que la cota inferior, deberá hacerse otra ramificación:

Rama G	Rama H
$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$	$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$
$35X_1 + 40X_2 \leq 200$	$35X_1 + 40X_2 \leq 200$
$12X_1 + 10X_2 \leq 60$	$12X_1 + 10X_2 \leq 60$
$X_2 \leq 2$	$X_2 \leq 2$
$X_1 \leq 3$	$X_1 \geq 4$
$X_2 \leq 1$	$X_2 \geq 2$
$X_1 \leq 4$	$X_1 \geq 5$
Con $X_1, X_2 \geq 0$	Con $X_1, X_2 \geq 0$

Para la rama G su solución es:

$$\begin{aligned} X_1 &= 4 \\ X_2 &= 1 \\ Z &= 104000 \end{aligned}$$

Resultando una solución entera y mejor que la cota anterior, pasando a ser la nueva cota inferior. De esta rama ya no habrá bifurcaciones. Para la rama H su solución es:

$$\begin{aligned} X_1 &= 5 \\ X_2 &= 0 \\ Z &= 105000 \end{aligned}$$

Si nos fijamos es una solución entera y mejor que la anterior, convirtiéndose a una nueva cota inferior. Tampoco seguirá ya con nuevas bifurcaciones. Regresando a la rama B, que se había dejado pendiente, su solución es fraccionaria y mejor que la de la cota inferior, por tanto hacemos bifurcaciones de la manera siguiente:

Rama I	Rama J
$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$	$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$
$35X_1 + 40X_2 \leq 200$	$35X_1 + 40X_2 \leq 200$
$12X_1 + 10X_2 \leq 60$	$12X_1 + 10X_2 \leq 60$
$X_2 \geq 3$	$X_2 \geq 3$
$X_1 \leq 2$	$X_1 \geq 2$
Con $X_1, X_2 \geq 0$	Con $X_1, X_2 \geq 0$

La rama J es no factible, razón por la cual ya no se ramifica.

La solución de la rama I es:

$$\begin{aligned} X_1 &= 2 \\ X_2 &= 3.25 \\ Z &= 107000 \end{aligned}$$

Que es una solución fraccionaria y mejor que la cota inferior, por lo tanto se debe ramificar:

Rama K	Rama L
$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$	$\text{Max } Z = 21000X_1 + 20000X_2$
$35X_1 + 40X_2 \leq 200$	$35X_1 + 40X_2 \leq 200$
$12X_1 + 10X_2 \leq 60$	$12X_1 + 10X_2 \leq 60$
$X_2 \geq 3$	$X_2 \geq 3$
$X_1 \leq 2$	$X_1 \leq 2$
$X_2 \leq 3$	$X_2 \geq 4$
Con $X_1, X_2 \geq 0$	Con $X_1, X_2 \geq 0$

Para la rama K su solución resulta ser:

$$\begin{aligned} X_1 &= 2 \\ X_2 &= 3 \\ Z &= 102000 \end{aligned}$$

Que es entera pero menor que la cota inferior, por lo cual ahí termina esa bifurcación. Por otro lado para la rama L su solución es:

$$\begin{aligned} X_1 &= 1.1429 \\ X_2 &= 4 \\ Z &= 104000 \end{aligned}$$

La cual es fraccionaria, pero menor que la cota inferior, razón por la cual ya no se buscare mas bifurcaciones. Con esto se concluye que la solución de la ultima cota inferior fue hallada en la rama H:

$$\begin{aligned} X_1 &= 5 \\ X_2 &= 0 \\ Z &= 105000 \end{aligned}$$

Del análisis se concluye que la carpintería Pérez debe fabricar cinco juegos de recamaras tipo provenzal(X_1) y ninguno tipo americano(X_2), con el fin de maximizar sus ingresos, los cuales serán de un monto de \$105000.

2.3.3 ALGORITMO DE RAMIFICACIÓN Y ACOTAMIENTO DE PROGRAMACIÓN ENTERA MIXTA

Paso inicial: se establece $Z^* = -\infty$. Se aplica el paso de acotamiento, el paso de sondeo y la prueba de optimalidad que se describe después del problema completo. Si no queda sondeado, se clasifica este problema como el único subproblema restante para realizar la

primera iteración completa (Frederick y Gerald 2010).

Pasos de cada iteración:

1. **Ramificación:** Entre los subproblemas restantes, se selecciona el de creación más reciente. (En un empate se elige la *cota más grande*). Entre las variables restringidas a enteros, que tienen valores no enteros en la solución óptima^[5], se elige la primera en el orden natural como la variable de ramificación. Si x_j es esta variable y x_j^* su valor en esta solución, se debe ramificar desde el nodo del subproblema para crear dos nuevos subproblemas luego de agregar las restricciones respectivas $x_j \leq [x_j^*]$ y $x_j \geq [x_j^*] + 1$.
2. **Acotamiento:** se obtiene la cota de cada subproblema si se aplica el método simplex (o el método simplex dual si se reoptimiza) para PL^[6] y se utiliza el valor de Z para la solución óptima resultante.
3. **Sondeo:** se aplica las pruebas de sondeo que se presentan a continuación a cada nuevo subproblema y se descartan aquellos que quedan sondeados por cualquiera de las pruebas:
Prueba1: su cota $\leq Z^*$, donde Z^* es el valor de Z en la solución vigente actual.
Prueba 2: la eliminación a través de PL no tiene soluciones factibles.
Prueba3: la solución óptima resultado de PL tiene valores enteros en todas sus variables *restringidas a enteros*. (Si esta solución es mejor que la vigente, se convierte en la nueva solución vigente y se vuelve aplicar la prueba 1 con Z^* más grande a todos los subproblemas no sondeados)

Prueba de Optimalidad: el proceso se detiene cuando no hay subproblemas restantes que no se hayan sondeado; la solución *vigente actual* es óptima. De otra manera, se realiza otra iteración.

^[5] Utilizando PL a través del método simplex

^[6] programación lineal

A continuación se presenta un problema típico de programación entera mixta:

$$\begin{aligned}
 &\text{Maximizar } Z = 4x_1 - 2x_2 + 7x_3 - x_4, \\
 &\text{sujeto a :} \\
 &\quad x_1 + 5x_3 \leq 10 \\
 &\quad x_1 + x_2 - x_3 \leq 1 \\
 &\quad 6x_1 - 5x_2 \leq 0 \\
 &\quad -x_1 + 2x_3 - x_4 \leq 3 \\
 &\quad \text{y} \\
 &\quad x_j \geq 0, \text{ para } j = 1, 2, 3, 4 \\
 &\quad x_j \text{ entero, para } j = 1, 2, 3.
 \end{aligned} \tag{2.36}$$

Observe que el número de variables restringidas a enteros es $I=3$, de manera que x_4 es la única variable continua.

Paso inicial: Después de establecer $Z^* = -\infty$, se forma el relajamiento de PL^[7] de este problema mediante la eliminación del conjunto de restricciones si x_j es entero para $j = 1, 2, 3$. Si se aplica el método simplex a este relajamiento de PL, la solución óptima es:

Relajamiento de PL de todo el problema $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\frac{5}{4}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, 0)$, con $Z = 14\frac{1}{4}$. Como tiene soluciones factibles y esta solución óptima tiene valores *no enteros* para sus variables restringidas a enteros, se sondea todo el problema y el algoritmo continua con su primera iteración completa.

Iteración 1: La primera variables restringida a enteros que tiene un valor no entero es $x_1 = \frac{5}{4}$, con lo cual se convierte en variables de ramificación. Creando los siguientes subproblemas:

Subproblema 1:

Problema original más la restricción adicional:

$$x_1 \leq 1$$

Subproblema 2:

Problema original más la restricción adicional:

$$x_2 \geq 2$$

De nuevo se elimina el conjunto de restricciones a valores enteros y se resuelven los relajamientos de PL de estos 2 subproblemas:

Subproblema 1:

Solución óptima para el relajamiento de PL: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, \frac{6}{5}, \frac{9}{5}, 0)$, con $Z = 14\frac{1}{5}$

^[7] El relajamiento PL, es la eliminación de soluciones factibles por programación lineal PL

Cota: $Z \leq 14\frac{1}{5}$

Subproblema 2:

Relajamiento de PL: Soluciones no factibles

Este resultado del subproblema 2 significa que queda sondeado por la prueba 2. Igual que en el caso de problema completo, el subproblema 1 no pasa las pruebas de sondeo.

En la figura 2.1 se aprecian estos resultados en el árbol de ramificación

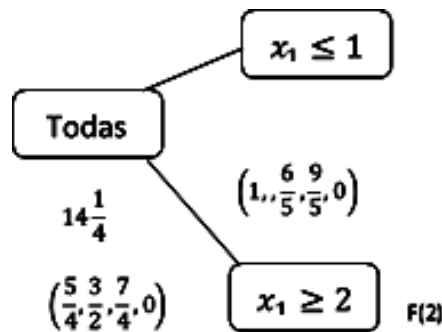


Figura 2.1: Árbol de solución de la iteración 1

Iteración 2: Con solo un subproblema restante que corresponde al nodo $x_1 \leq 1$, la siguiente ramificación se hace desde ahí. Claramente se nota que la variable de ramificación es x_2 , debido que $x_2 = \frac{6}{5}$ es la primera variable restringida a enteros. Al agregar una de las restricciones, $x_2 \leq 1$ o $x_2 \geq 2$ se crean los nuevos dos subproblemas como sigue:

- ❑ Subproblema 3:
Problema original más las restricciones adicionales.
 $x_1 \leq 1, x_2 \leq 1$
- ❑ Subproblema 4:
Problema original más las restricciones adicionales.
 $x_1 \leq 1, x_2 \geq 2$

Resolviendo sus relajamientos PL se tiene:

Subproblema 3:

Solución óptima para el relajamiento de PL: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\frac{5}{6}, 1, \frac{11}{6}, 0)$, con $Z = 14\frac{1}{6}$

Cota: $Z \leq 14\frac{1}{6}$

Subproblema 4:

Solución óptima para el relajamiento de PL: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (\frac{5}{6}, 2, \frac{11}{6}, 0)$, con $Z = 12\frac{1}{6}$

Cota: $Z \leq 12\frac{1}{6}$ El árbol de solución factible hasta aquí se presenta en la figura 2.2

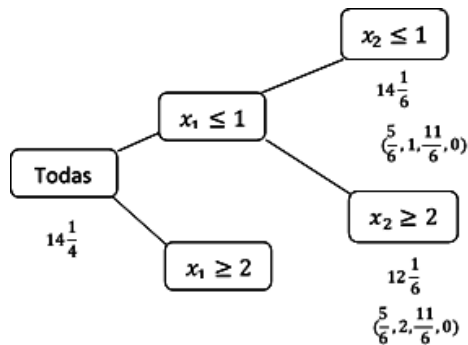


Figura 2.2: Árbol de solución después de la iteración 2

Iteración 3: De los dos subproblemas (3,4) se selecciona cual tiene la cota mas grande para la siguiente ramificación, Como $x_1 = \frac{5}{6}$ tiene una valor no entero, este se convierte en la variable de ramificación^[8]

□ Subproblema 5:

Problema original más las restricciones adicionales

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 1$$

$$x_1 \leq 0 \text{ entonces } x_1 = 0$$

□ Subproblema 6: Problema original más las restricciones adicionales $x_1 \leq 1$

$$x_2 \leq 1$$

$$x_1 \geq 1 \text{ entonces } x_1 = 1$$

Resultados de los relajamientos de PL:

Subproblema 5:

Solución óptima para el relajamiento de PL: $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (0, 0, 2, \frac{1}{2})$, con $Z = 13\frac{1}{2}$

Cota: $Z \leq 13\frac{1}{2}$

Subproblema 6:

Relajamiento de PL : No tiene soluciones factibles. El subproblema 5 pasa la prueba 3 porque la solución óptima de este relajamiento PL tiene valores enteros $x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 2$ para las variables restringidas a enteros, no importa que $x_4 = \frac{1}{2}$ pues no esta restringida a enteros. Esta solución factible en el problema original se convierte en la

^[8] x_1 es ahora una variable ramificación recurrente.

primera solución vigente y al mismo tiempo en óptima

Vigente= $(0, 0, 2, \frac{1}{2})$, con $Z^* = 13\frac{1}{2}$

El resumen se presenta en la figura 2.3

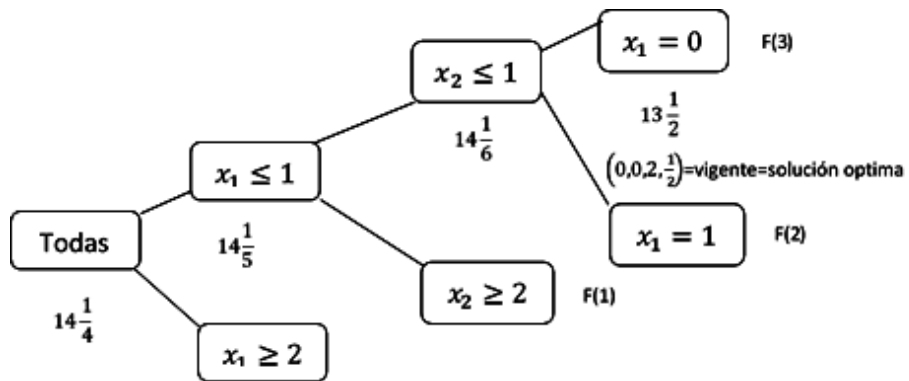


Figura 2.3: Árbol de solución después de la iteración 3

CAPÍTULO 3

APLICACIÓN DEL ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN MIPL EN REDES ELÉCTRICAS CON GENERACIÓN FOTOVOLTAICA

Los sistemas BESS^[1] son particularmente útiles por su habilidad de reducir el consumo eléctrico, es decir, trasladando el consumo de horas pico hacia horas de menor demanda. Los beneficios económicos obtenidos de estos sistemas están estrictamente ligados en función del tamaño óptimo que debe determinarse considerando ambos aspectos tanto **tecnológicos** como **económicos**. De hecho, el análisis de sensibilidad, la eficiencia de BESS, el ciclo de vida las baterías y la tarifas de electricidad, deben ser consideradas en el estudio. Esto hace que la tarea de dimensionamiento sea bastante complicada, especialmente cuando se trata de incertidumbres que afectan las variables de entrada, como la demanda de carga, los precios de la energía y tasas de descuento.

3.1 DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA ELÉCTRICO DE LA ISLA SANTA CRUZ EN GALÁPAGOS

El sistema a estudiar se ha modelado desde el ambiente del Software Matlab/Simulink, cabe recalcar que este estudio tiene base en la investigación realizada por (D. X. Morales, Besanger y Pesantez 2017), quienes propusieron los sistemas BESS para disminuir la carga relativa en los transformadores de distribución. Para ello se tomo como caso base a la provincia de Galápagos, siendo hoy por hoy considerada como una isla laboratorio por algunos países, pues la isla posee generación fotovoltaica, generación eólica, generación térmica a diésel. Por tal motivo la presente investigación ha adquirido los

[1] Battery Energy Storage System(Sistemas de Almacenamiento de Energía en Baterías)

datos pertenecientes a la investigación citada y con el aval de los autores, en especial del Ing. Diego Morales quien es el servidor publico del **Ministerio de Electricidad y Energía Renovables (MEER)**, se buscará optimizar el tamaño de las baterías respetando la función objetivo y las restricciones buscando un balance entre la parte económica y latecnológica.

Como un preámbulo a la problemática a abordar se presenta los resultados de la investigación de (DX Morales y col. 2016). La figura 3.1 muestra como luego de la participación de generación fotovoltaica en las redes de baja tensión, se invierte el flujo de potencia específicamente entre las horas de las 07:36AM y las 15:54PM. La potencia promedio en el transformador disminuye considerablemente de 24.4kVA a 13,75 kVA; y pese a contar con instalaciones de las generación fotovoltaicas en los hogares, todavía tenemos el pico de potencia durante la noche y por lo tanto, el voltaje en el lado de baja tensión todavía cruza el límite inferior durante este pico. La corriente máxima que fluye en sentido inverso llega a 122,44 A.

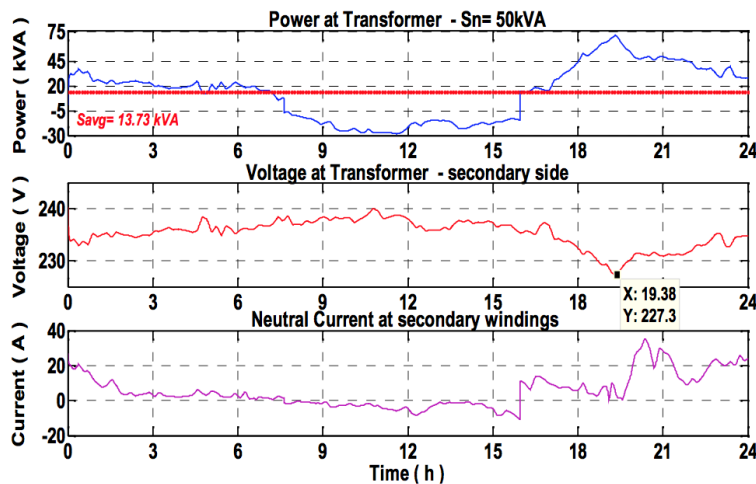


Figura 3.1: Resultados del impacto en baja Tensión con generación PV en Isla Santa Cruz (DX Morales y col. 2016)

3.2 SISTEMA DE GENERACIÓN CONVENCIONAL DE LA ISLA SANTA CRUZ

La planta Puerto Ayora, situada en la isla Santa Cruz, contiene 9 generadores diésel identificados como G1 a G9 a quienes llamaremos generación convencional. Los generadores

se conectan a la barra de 13.8kV de la subestación Santa Cruz a través de transformadores tipo elevadores (Layedra Talla 2015). Como resumen del cuadro de la subestación se presenta la tabla 3.1 :

Tabla 3.1: Potencia y Voltaje de Generadores Térmicos

Generador	Tipo	P[MVA]	V[kV]
G1	CAT 3512	0.812	0.48
G2	CAT 3512	0.812	0.48
G3	CAT 3512	0.812	0.48
G4	CAT 3512	0.812	0.48
G5	CAT 3512	1.375	0.48
G6	CAT 3512	0.812	0.48
G7	CAT 32	1.137	0.48
G8	HYUNDAI	2.127	4.16
G9	HYUNDAI	2.127	4.16

En función de la tabla 3.1 se presenta el diagrama unifilar de la figura 3.2 :

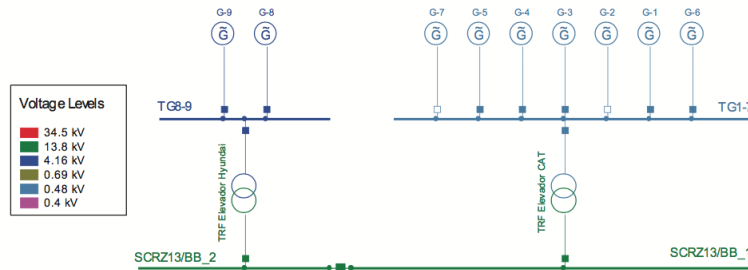


Figura 3.2: Diagrama Unifilar Generación Convencional (Layedra Talla 2015)

3.3 SISTEMA DE GENERACIÓN RENOVABLE DE ISLA SANTA CRUZ

La isla Santa Cruz cuenta con una planta solar con una potencia instalada de 1.5MW, con un voltaje de salida de 400V, la misma que se conecta a través de un transformador elevador al alimentador a un voltaje de 13.8kV. El diagrama unifilar se muestra en la Figura3.3

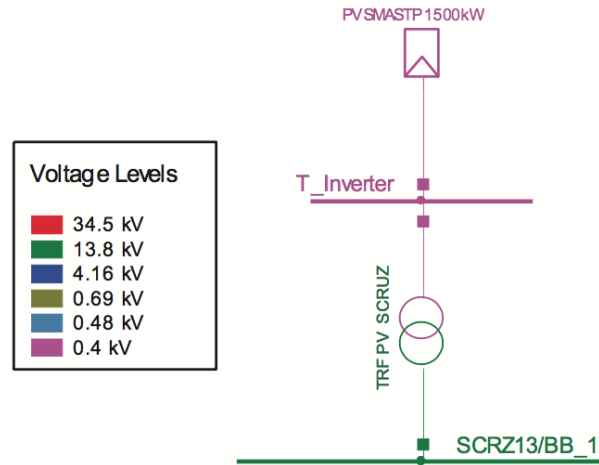


Figura 3.3: Diagrama Unifilar Generación FotoVoltaica Santa Cruz (Layedra Talla 2015)

La generación fotovoltaica se modela a través de un generador estático, parametrizado a 60 Hz y 1.5MW.

3.3.1 SISTEMA DE CARGAS DE LA ISLA SANTA CRUZ

La isla Santa Cruz posee un sistema de distribución a 13.8kV que sale desde la subestación S/E Santa Cruz; desde este último elemento eléctrico salen tres alimentadores: Alim 1; Alim 2; Alim 3.

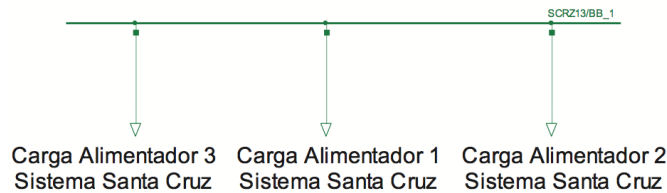


Figura 3.4: Diagrama Unifilar Sistema de cargas Santa Cruz (Layedra Talla 2015)

La demanda asignada a las cargas son variables, para el presente capítulo se trabajó en la recopilación de toda la información referente a las cargas para la época de calor como para la época de frío de la isla Santa Cruz de Galápagos, para posteriormente determinar

tres escenarios de demanda máxima, media y mínima.

Tabla 3.2: Demanda en época de calor durante el medio día (Layedra Talla 2015)

CARGA	DEMANDA[MW]	FP	TipoCarga
Carga Alim1	1.945	0.94	Residencia/Comercial
Carga Alim2	2.207	0.92	Residencia/Comercial
Carga Alim3	0.699	0.92	Residencia/Comercial
Total	4.851		

Tabla 3.3: Demanda en época de calor durante la noche (Layedra Talla 2015)

CARGA	DEMANDA[MW]	FP	TipoCarga
Carga Alim1	1.617	0.95	Residencia/Comercial
Carga Alim2	2.054	0.94	Residencia/Comercial
Carga Alim3	0.666	0.94	Residencia/Comercial
Total	4.337		

Tabla 3.4: Demanda en época de frío en el medio día (Layedra Talla 2015)

CARGA	DEMANDA[MW]	FP	TipoCarga
Carga Alim1	1.704	0.92	Residencia/Comercial
Carga Alim2	1.802	0.92	Residencia/Comercial
Carga Alim3	0.600	0.92	Residencia/Comercial
Total	4.106		

Tabla 3.5: Demanda en época de frío en la noche (Layedra Talla 2015)

CARGA	DEMANDA[MW]	FP	TipoCarga
Carga Alim1	1.835	0.92	Residencia/Comercial
Carga Alim2	1.955	0.92	Residencia/Comercial
Carga Alim3	0.655	0.92	Residencia/Comercial
Total	4.463		

Tabla 3.6: Demanda en época calor-frío, carga mínima (Layedra Talla 2015)

CARGA	DEMANDA[MW]	FP	TipoCarga
Carga Alim1	0.524	0.88	Residencia/Comercial
Carga Alim2	0.546	0.87	Residencia/Comercial
Carga Alim3	0.262	0.93	Residencia/Comercial
Total	1.332		

Se asume para la presente investigación, que el 15 % de las cargas que disponemos en nuestros hogares se podrán controlar, para ello detallamos el tipo de cargas:

1. Las cargas base: se refieren a aquellos aparatos que deben activarse inmediatamente en cualquier momento o mantenerse en modo "Stand by". Su valor económico no permite ninguna integración de forma inteligente, y no son controlables porque dependen del comportamiento del consumidor (usuario final) y la comodidad; la iluminación, la TV y la computadora son algunos ejemplos.
2. Las cargas regulares: son a correspondientes a los electrodomésticos que se operan durante largos períodos de tiempo como nevera y calentador de agua.
3. Las cargas de ráfaga: se refieren a los electrodomésticos que deben funcionar durante un período de tiempo limitado dentro de los plazos. Este último tipo puede ser flexible y se puede retrasar su inicio de operación en otro momento, como la lavadora, la secadora, lavavajillas, aire acondicionado y EV^[2].

El mes con mayor consumo durante el año en Galápagos es marzo. Por lo tanto, se utilizan las medidas de potencia activa de marzo de la planta fotovoltaica de 1500 kW instalada en la isla Santa Cruz, para crear 40 curvas PV individuales para los usuarios finales. Básicamente, mediante imágenes satélites se estimaron el área promedio de los techos de las casas residenciales de Galápagos para proyectar cual sería el recurso máximo utilizable (Generación PV). Para generar esta actividad, se trabajó en conjunto con el Ing. Diego Morales, en donde se determinó que la potencia máximo utilizable sería de 1343Wp (Wattios pico). Los perfiles de generación PV se muestran en la figura 3.5.

[2] Vehículo Eléctrico

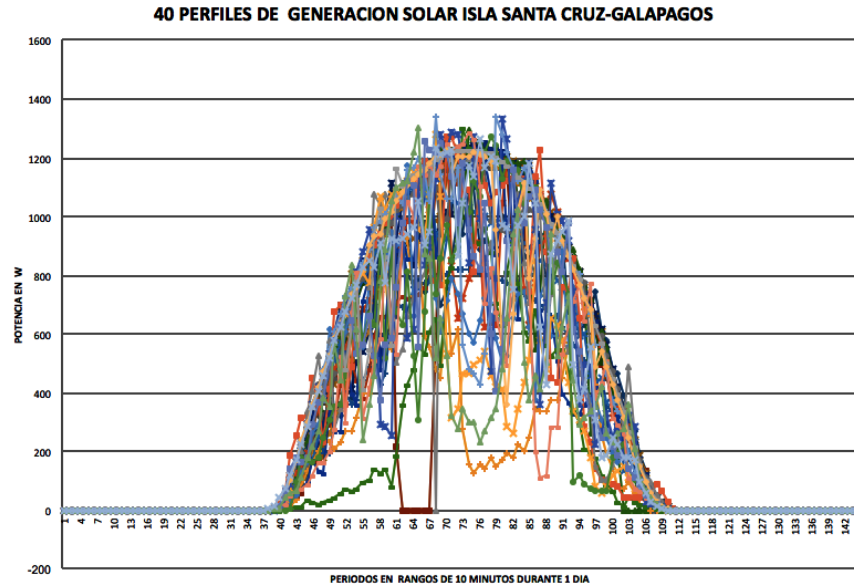


Figura 3.5: 40 Perfiles de Generación Foto-voltaico PV

3.4 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN

El problema de optimización utilizando el modelo de programación lineal entera mixta se aplicará a buscar el valor óptimo (mínimo en este caso) del tamaño de las baterías que **corresponderá a minimizar los costos generados** por implementar un sistema de almacenamiento de energía.

La función objetivo entonces corresponderá a buscar el valor de las variables de decisión^[3] que combinadas y respetando todas las restricciones impuestas satisfagan la ecuación de función objetivo.

^[3] Referirse al capítulo 2 para definición de variables de decisión

3.5 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Primero se describe cada uno de los costes que involucran tener un autoabastecimiento con baterías:

$$C_T(x) = C_o + C_{mt} + C_{en} \quad (3.1)$$

Donde C_t es el costo total para el consumidor bajo un esquema TOU of Tariff (tarifa basada en el uso del tiempo). El C_o es el costo que incluye la tanto la batería, inversor y costo de instalación; C_{mt} es el costo que incluye costo de mantenimiento tanto preventivo como correctivo; C_{en} es el coste de energía que incluye el gasto de compra de energía para satisfacer la demanda en presencia de generación solar PV a lo que llamaremos $C_{load-ppv}$, el gasto de energía para cargar las baterías C_{ch} y el ahorro de energía por considerar la descarga de la batería C_{dch} . Asumimos que el costo de la generación solar para nuestro estudio es considerado como gratis.

$$C_{en} = C_{load-ppv} + C_{ch} - C_{dch} \quad (3.2)$$

Partiendo del modelo presentado por (Carpinelli, Mottola y Proto 2016), se lo adapta para considerar la presencia de generación solar PV y niveles de precio por rangos horarios^[4].

$$C_{load-ppv} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+\beta)^{n-1}} \sum_{i=1}^{Sn} D(i) * ((E_{L-off}(n,i) - E_{ppv-off}(n,i)) * Pri_{off}(n,i)) + ((E_{L-med}(n,i) - E_{ppv-med}(n,i)) * Pri_{med}(n,i)) + ((E_{L-peak}(n,i) - E_{ppv-peak}(n,i)) * Pri_{peak}(n,i)) \quad (3.3)$$

Donde N es el número de años en el periodo de estudio, β es la tasa descuento, Sn es el número de estaciones en que se divide el año en estudio, $D(i)$ es el número de días típicos en la i th estación.

E_{L-off} , E_{L-med} , E_{L-peak} representan la energía total absorbida por la carga durante el rango bajo, medio y alto respectivamente; $E_{ppv-off}$, $E_{ppv-med}$, $E_{ppv-peak}$ representan la energía total suministrada por generación PV^[5] durante el rango bajo, medio y alto respectivamente; Pri_{off} , Pri_{med} , Pri_{peak} son los precios de la energía eléctrica en los rangos bajo, medio y alto respectivamente.

La energía solicitada por la carga, en cualquier rango horario, se puede lograr obtener a través del método del trapecio teniendo como dato conocido el perfil de carga del usuario.

[4] Referirse a la regulación del ARCONEL para vehículos eléctricos con consumo de demanda hasta 10 kW

[5] generación solar por paneles Fotovoltaicos

$$E_{L-off} \approx \frac{Tb_off - Ta_off}{ni} * \left[\frac{P_L(Tb_off) + P_L(Ta_off)}{2} + \dots \right. \\ \left. \dots \sum_{k=1}^{n-1} (P_L(Ta_off + k * \frac{Tb_off - Ta_off}{ni})) \right] \quad (3.4)$$

$$E_{L-med} \approx \frac{Tb_med - Ta_med}{ni} * \left[\frac{P_L(Tb_med) + P_L(Ta_med)}{2} + \dots \right. \\ \left. \dots \sum_{k=1}^{n-1} (P_L(Ta_med + k * \frac{Tb_med - Ta_med}{ni})) \right] \quad (3.5)$$

$$E_{L-pek} \approx \frac{Tb_pek - Ta_pek}{ni} * \left[\frac{P_L(Tb_pek) + P_L(Ta_pek)}{2} + \dots \right. \\ \left. \dots \sum_{k=1}^{n-1} (P_L(Ta_pek + k * \frac{Tb_pek - Ta_pek}{ni})) \right] \quad (3.6)$$

Donde ni es el número de subintervalos de cada periodo o rango^[6]; Tb_off y Ta_off son los límites del rango considerado bajo; Tb_med y Ta_med son los límites del rango considerado medio; Tb_peak y Ta_peak son los límites del rango considerado alto. Si consideramos usar el mismo método para calcular la energía solar PV entonces tenemos las siguientes ecuaciones **recordando que partimos de un perfil de generación dado**:

$$E_{ppv-off} \approx \frac{Tb_off - Ta_off}{ni} * \left[\frac{P_{pv}(Tb_off) + P_L(Ta_off)}{2} + \dots \right. \\ \left. \dots \sum_{k=1}^{n-1} (P_{pv}(Ta_off + k * \frac{Tb_off - Ta_off}{ni})) \right] \quad (3.7)$$

$$E_{ppv-med} \approx \frac{Tb_med - Ta_med}{ni} * \left[\frac{P_{pv}(Tb_med) + P_L(Ta_med)}{2} + \dots \right. \\ \left. \dots \sum_{k=1}^{n-1} (P_{pv}(Ta_med + k * \frac{Tb_med - Ta_med}{ni})) \right] \quad (3.8)$$

$$E_{ppv-peak} \approx \frac{Tb_peak - Ta_peak}{ni} * \left[\frac{P_{pv}(Tb_peak) + P_L(Ta_peak)}{2} + \dots \right. \\ \left. \dots \sum_{k=1}^{n-1} (P_{pv}(Ta_peak + k * \frac{Tb_peak - Ta_peak}{ni})) \right] \quad (3.9)$$

Las ecuaciones que definirán el coste de carga C_{ch} y el coste de descarga C_{dch} las tomaremos como se presenta en (Carpinelli, Mottola y Proto 2016) :

$$C_{ch} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+\beta)^{n-1}} \left(\sum_{i=1}^{Sn} D(i) * \frac{1}{\eta_{ch}} * e(n, i) * Pri_{off}(n, i) \right) \quad (3.10)$$

$$C_{dch} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+\beta)^{n-1}} \left(\sum_{i=1}^{Sn} D(i) * \eta_{dch} * e(n, i) * Pri_{peak}(n, i) \right) \quad (3.11)$$

Para este estudio se asumirá un balance diario de energía $e(n, i)$, entre la energía de carga y descarga para un día típico usando el BESS.

^[6] Comprendido entre periodo o rango bajo, medio o alto

Se reemplazan las ecuaciones 3.3 hasta la ecuación 3.11 en la ecuación 3.2:

$$C_{en} = C_o + \sum_{n=1}^N \frac{1}{(1+\beta)^{n-1}} + \left[A + e(n,i) \left(\frac{Pri_{off}(n,i)}{\eta_{ch}} - \eta_{dch} * Pri_{peak}(n,i) \right) \right]$$

donde

$$A = \sum_{i=1}^{S_n} D(i) * (((E_{L-off}(n,i) - E_{ppv-off}(n,i)) * Pri_{off}(n,i)) + \dots$$

$$\dots((E_{L-med}(n,i) - E_{ppv-med}(n,i)) * Pri_{med}(n,i)) +$$

$$\dots((E_{L-peak}(n,i) - E_{ppv-peak}(n,i)) * Pri_{peak}(n,i)))$$

(3.12)

Considerando que la generación PV reduce el consumo de energía de la red eléctrica, el mínimo costo será alcanzado entonces cuando la energía de carga y descarga sea máxima.

3.6 RESTRICCIONES PARA LA OPTIMIZACIÓN EN EL ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA BESS

En la búsqueda del estado del arte, se encontró el trabajo de (D.X. Morales, Besanger y Bel 2017), quienes analizaron por primera vez la generación PV en el archipiélago Galápagos, siendo esta nuestra base para el análisis. Dicho esto, el sistema en estudio corresponderá a:

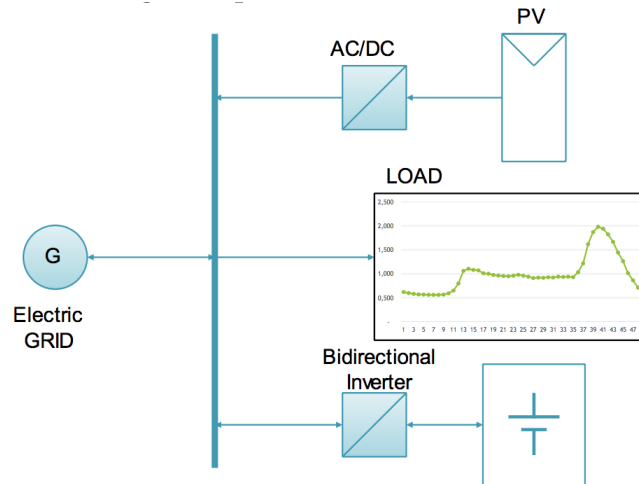


Figura 3.6: Sistema Eléctrico a estudiar Fuente:(D. X. Morales, Besanger y Pesantez 2017)

Visto de forma eléctrica la figura 3.6 puede representarse como en la figura 3.7

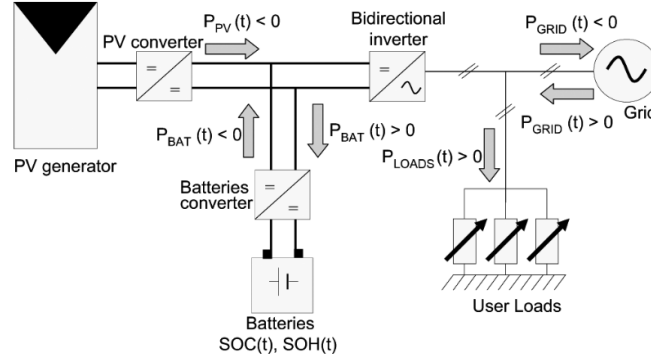


Figura 3.7: Dirección de flujos de potencia en el sistema a estudiar

De la figura 3.7 podemos obtener nuestra primera restricción:

$$P_{GRID} = P_{PV}(t) + P_{BAT}(t) + P_{LOAD}(t) \quad (3.13)$$

La siguiente restricción representa la degradación de las baterías para lo cual se utiliza la ecuación de (Riffonneau y col. 2011):

$$SOC^{min} \leq SOC(t) \leq SOC^{max} \quad (3.14)$$

Donde el SOC representa el estado de carga de la batería; este valor siempre se debe mantener en los límites que el fabricante de la batería nos recomienda para conservar su vida útil.

$$P_{BAT}^{min} \leq P_{BAT}(t) \leq P_{BAT}^{max} \quad (3.15)$$

P_{BAT} es la potencia de la batería en cualquier instante de tiempo respetando que los niveles de potencia deben restringirse a estos rangos.

$$P_{GRID}(t) \leq P_{GRID}^{max} \quad (3.16)$$

Una condición importante que acompañará como constantes de las variables de decisión dentro de la función objetivo, será la tarifa impuesta por el ARCONEL^[7] tarifa que recae en la aplicación de TOU^[8] como se resume en la tabla 3.7.

[7] Agencia de Regulación y Control de la Electricidad (ARCONEL 2015)

[8] Time of Use o Tarifa en función del tiempo

Tabla 3.7: Tarifa impuesta por el ARCONEL a las Distribuidoras Eléctricas

días/horas	Demanda[\$/kW]	Energía[\$/kWh]	Comercialización[\$/cliente]
L-V 8:00-18:00	2.43	0.08	1.414
L-S 18:00-22:00	4.05	0.10	1.414
L-S 22:00-8:00	1.458	0.05	1.414
S-D 8:00-18:00	1.458	0.05	1.414

Por lo tanto al esquema tarifario al cual se refiere este estudio se presenta en la figura 3.8

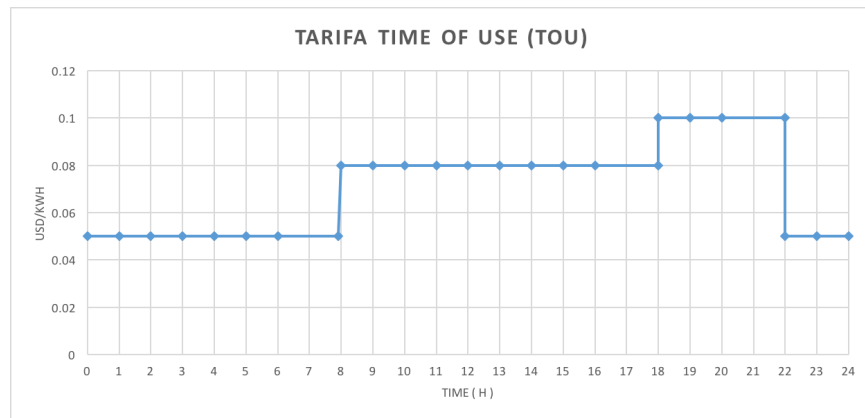


Figura 3.8: Esquema Tarifario TOU para el análisis de costos

La restricción sobre la duración de la vida de la batería:

$$Tiempo_Bateria_Vida \leq \frac{Ncycles}{365 * v} \quad (3.17)$$

En donde, para este estudio se asume v igual a 1 para lograr que la carga y descarga sea una por día como máximo.

$$e_{max} \leq size * \frac{\delta_{max}}{100} \quad (3.18)$$

Donde e_{max} es la energía máxima teórica que se puede sacar de la batería, δ es el valor de la máxima profundidad de descarga

3.7 ELEMENTOS PARA EL MODELO DE OPTIMIZACIÓN BESS

El objetivo es minimizar el costo total asociado con la compra de sistemas de almacenamiento de energía (Baterías) en los usuarios finales conectados a la red eléctrica y al mismo tiempo minimizar la pérdida de la capacidad de la batería mientras que se satisface la carga ó demanda. Para continuar con nuestro modelo, se han fijado etapas para la construcción, las cuales se detallan a continuación. Los perfiles de carga con los que se analizó la optimización fueron:

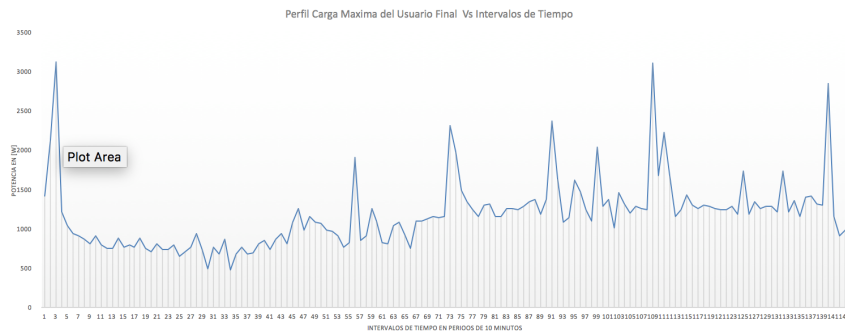


Figura 3.9: Perfil de carga máxima del usuario final vs intervalos de tiempo de 10 minutos

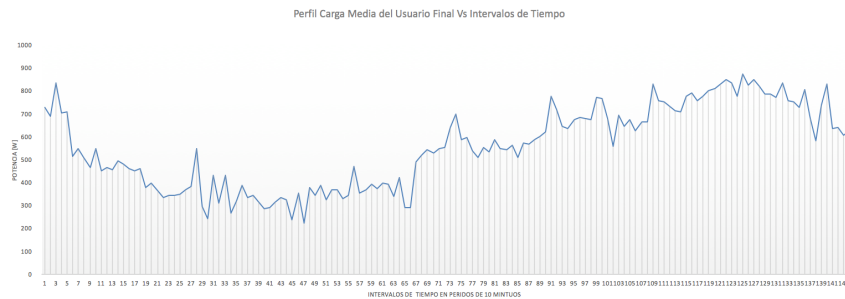


Figura 3.10: Perfil de carga medio del usuario final vs intervalos de tiempo de 10 minutos



Figura 3.11: Perfil de carga mínimo del usuario final vs intervalos de tiempo de 10 minutos

3.8 CONDICIONES DE SIMULACIÓN

Se establecerán las siguientes variables de control :

- Variables tipo reales: se dispondrán de 96 variables de salida tipo reales que muestran los resultados para la energía inyectada a la red, energía de descarga, energía almacenada, variables SOC (Estado de carga de la batería).
- Variables tipo binarias: Existirán 24 variables binarias (1 ó 0) de salida que muestran el momento en que se debe cargar la batería y el momento en el que debe descargar la batería.

En total se trabajará con 120 variables de control o de decisión, que reemplazando sus valores en la ecuación función objetivo nos dará el costo mínimo permitido luego de respetar todas las restricciones anteriormente citadas.

El archivo completo de la programación se presenta en el anexo A, donde se puede encontrar la programación del algoritmo MIPL.

A continuación se definen los siguientes escenarios de trabajo del sistema eléctrico con sus respectivos casos de estudio:

1. Escenario 1: Optimización del BESS sin horas exclusivas de carga y descarga de la Batería

- 1.1 Caso 1: Precio base^[9] \$0.05, precio medio^[10] \$0.08, precio pico ^[11] \$0.10
 - 1.2 Caso 2: Precio base \$0.05, precio medio \$0.08, precio pico \$0.33
 - 1.3 Caso 3: Tarifa plana, es decir, precio todo el día de \$0.08.
2. Escenario2: Optimización del BESS dentro de las horas exclusivas de carga y descarga
 - 2.1 Caso 1: Precio Base \$0.05, precio medio \$0.08, precio pico\$0.10
 - 2.2 Caso 2: Precio Base \$0.05, precio medio \$0.08, precio pico \$0.33
 - 2.3 Caso 3: Tarifa plana, es decir, precio todo el día de \$0.09.

3.9 ANÁLISIS DE RESULTADOS

Luego de realizar todas las simulaciones dentro de cada uno de los escenarios planteados, se presentan los resultados obtenidos de la minimización de costes de implementar baterías en los usuarios finales:

Análisis: Para empezar a discutir sobre los resultados de las variables de decisión producto de la optimización, primero se tiene que analizar y revisar si verdaderamente existe o no una solución factible para la función objetivo planteada en conjunto y respetando todas las restricciones propuestas, cabe señalar que si no existe una solución óptima, el solver o algoritmo emitirá una solución pero especificará en que lugares no se pudieron evaluar la función objetivo llamando a estos lugares en inglés *infeasibles*, en tales circunstancias el modelo matemático se debería reemplazar por uno mejor elaborado.

La figura 3.12 detalla el *Solution Report* del software GAMS, en la figura podemos evidenciar que efectivamente **el modelo matemático propuesto funciona** y se puede optimizar. Se observa que el *MODEL STATUS* (Estado del modelo) tiene la palabra *Optimal* que quiere decir que ha encontrado un valor óptimo; en otros casos se podrá encontrar algo similar a la tabla 3.8 con su respectivo significado. Ahora se pasa a discutir sobre las variables de decisión. La figura 3.13 muestra cómo el estado de carga de la Batería (SOC) se respeta, es decir se encuentra entre $40 \leq SOC \leq 99$, cabe mencionar que el estado de carga de una batería es muy importante debido a dos propósitos; el primero es conservar la vida útil de la batería y el segundo se refiere a la cantidad de energía que nos queda en el dispositivo. Las palabras *Lower* y *Upper* son los límites inferior y superior respectivamente, *level* es el **punto óptimo** de la variable.

[9] Horario aplicado a precio base: 0am -8am + 22pm-0am

[10] Horario aplicado a precio medio: 8am -18pm

[11] Horario aplicado a precio pico: 18pm -22pm

Tabla 3.8: Significado del *MODEL STATUS* de GAMS

Valor	Mensaje	Descripción
1	OPTIMAL	La solución es óptima, es decir es óptimo global
2	LOCALLY OPTIMAL	Una solución óptima local encontrada para un modelo NLP (Problema No Lineal)
3	UNBOUNDED	El problema no está acotado correctamente. (Límites)
4	INFEASIBLE	El problema no es factible, revisar el modelo matemático
5	LOCALLY INFEASIBLE	No se encontró un punto factible para el problema NLP, dado las condiciones iniciales, pero no significa que todo el problema sea no factible.
6	INTERMEDIATE INFEASIBLE	La solución actual es no factible, debido a que el solver paró a causa de los límites o los datos de ingreso
7	FEASIBLE SOLUTION	Una solución factible al problema se encontró pero sin variables discretas.
8	INTEGER SOLUTION	Una solución factible se encontró para variables discretas
9	INTERMEDIATE NON-INTEGERS	Se encontró una solución incompleta para variables discretas
10	INTEGER INFEASIBLE	Se probó que verdaderamente no existe una solución factible para variables discretas.
11	LIC PROBLEM - NO SOLUTION	El solver no puede encontrar una licencia apropiada necesita especificar un subsolver.
12	SOLVED	Indica que el modelo se resolvió pero el solver fue cambiado a CNS; la solución podría ser no única
13	ERROR NO SOLUTION	Un error ocurrió y no se retornó una solución
14	SOLVED UNIQUE	Indica que la solución retornada es única usada para modelos CNS.
15	SOLVED SINGULAR	Indica que el modelo CNS ha sido resuelto pero el Jacobiano es singular en la solución.

Tabla 3.9: Significado del SOLVER STATUS de GAMS

Valor	Mensaje	Descripción
1	NORMAL COMPLETION	El solver terminó de manera normal, y no hubo interrupciones de ninguna índole(límites,datas,nodos)
2	ITERATION INTERRUPT	El solver fue interrumpido debido a que se sobrepasó el límite de iteraciones base.
3	RESOURCE INTERRUPT	El solver fue interrumpido debido a que tomó demasiado tiempo su resolución.
4	TERMINATED BY SOLVER	El solver encontró alguna dificultad y estuvo inhabilitado para continuar.
5	EVALUATION INTERRUPT	Muchas evaluaciones de términos no lineales tienen valores indefinidos.
6	CAPABILITY PROBLEMS	El solver no soporta la capacidad requerida por el modelo.
7	LICENSING PROBLEMS	El solver no puede encontrar una licencia apropiada, necesita un específico subsolver.
8	USER INTERRUPT	El usuario a enviado un mensaje para interrumpir el solver manualmente.
9	ERROR SETUP FAILURE	El solver encontró un error fatal durante la configuración del tiempo.

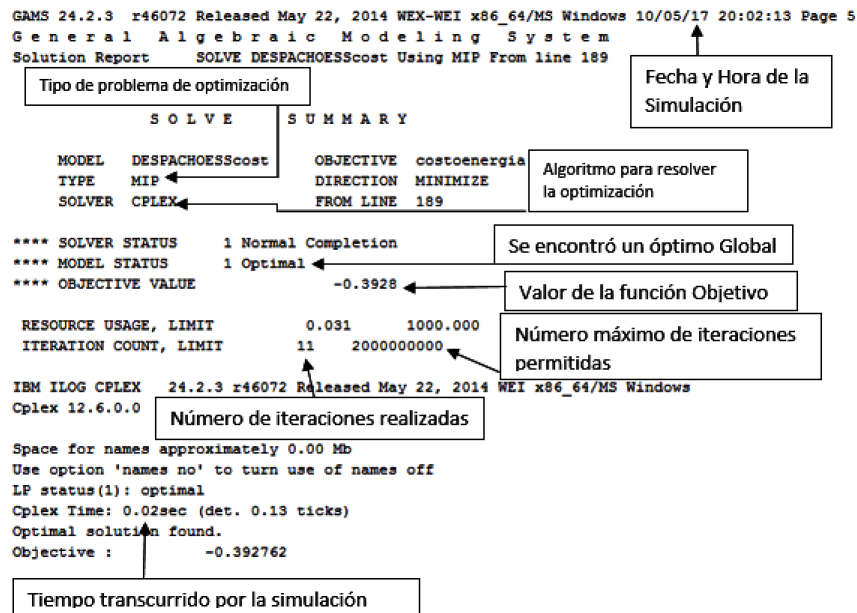


Figura 3.12: Resumen del solver del caso 1.1

---- VAR SOC estado de carga				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	40.000	42.850	99.000	.
t2	40.000	45.700	99.000	.
t3	40.000	48.550	99.000	.
t4	40.000	51.400	99.000	.
t5	40.000	54.250	99.000	.
t6	40.000	57.100	99.000	.
t7	40.000	59.950	99.000	.
t8	40.000	59.950	99.000	.
t9	40.000	59.950	99.000	.
t10	40.000	56.617	99.000	.
t11	40.000	53.817	99.000	.
t12	40.000	53.817	99.000	.
t13	40.000	53.817	99.000	.
t14	40.000	53.817	99.000	.
t15	40.000	53.817	99.000	.
t16	40.000	53.817	99.000	.
t17	40.000	56.667	99.000	.
t18	40.000	53.333	99.000	.
t19	40.000	50.000	99.000	.
t20	40.000	46.667	99.000	.
t21	40.000	43.333	99.000	.
t22	40.000	40.000	99.000	0.027
t23	40.000	40.000	99.000	.
t24	40.000	40.000	40.000	0.045

Figura 3.13: Resultado de la variable de decisión SOC para 24 Horas t1-t24

La siguiente variable decisión es la Potencia de carga de la batería, nuestros límites son $0 \leq Pc \leq 3kW$, partiendo de estos límites se muestra el valor óptimo:

```

---- VAR Pc  Potencia de carga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	.	3.000	3.000	-0.018
t2	.	3.000	3.000	-0.018
t3	.	3.000	3.000	-0.018
t4	.	3.000	3.000	-0.018
t5	.	3.000	3.000	-0.018
t6	.	3.000	3.000	-0.018
t7	.	3.000	3.000	-0.018
t8	.	.	3.000	0.012
t9	.	.	3.000	0.012
t10	.	.	3.000	0.012
t11	.	.	3.000	0.012
t12	.	.	3.000	0.012
t13	.	.	3.000	0.012
t14	.	.	3.000	0.012
t15	.	.	3.000	0.012
t16	.	.	3.000	0.012
t17	.	3.000	3.000	-0.068
t18	.	.	3.000	0.032
t19	.	.	3.000	0.032
t20	.	.	3.000	0.032
t21	.	.	3.000	0.032
t22	.	.	3.000	0.032
t23	.	.	3.000	6.939E-18
t24	.	0.421	3.000	.

Figura 3.14: Resultado de la variable Potencia de Carga **Pc** para 24 Horas t1-t24

Se presenta la variable Potencia de descarga encerrada en los límites $0 \leq Pd \leq 3kW$, de igual forma se presentan los valores de la optimización.


```

---- VAR Pd  Potencia de descarga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	.	.	3.000	0.030
t2	.	.	3.000	0.030
t3	.	.	3.000	0.030
t4	.	.	3.000	0.030
t5	.	.	3.000	0.030
t6	.	.	3.000	0.030
t7	.	.	3.000	0.030
t8	.	3.000	3.000	EPS
t9	.	.	3.000	EPS
t10	.	.	3.000	EPS
t11	.	.	3.000	EPS
t12	.	.	3.000	EPS
t13	.	.	3.000	EPS
t14	.	.	3.000	EPS
t15	.	.	3.000	EPS
t16	.	2.880	3.000	.
t17	.	.	3.000	0.080
t18	.	3.000	3.000	-0.020
t19	.	3.000	3.000	-0.020
t20	.	3.000	3.000	-0.020
t21	.	3.000	3.000	-0.020
t22	.	3.000	3.000	-0.020
t23	.	.	3.000	0.008
t24	.	.	3.000	0.008

Figura 3.15: Resultado de la variable Potencia Descarga **Pd** para 24 Horas t1-t24

La siguiente variable es la potencia de la Batería los límites son $-3kW \leq Pd \leq 3kW$, se muestran los resultados a continuación:

	Potencia de Bateria			
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	-5.000	3.000	5.000	.
t2	-5.000	3.000	5.000	.
t3	-5.000	3.000	5.000	.
t4	-5.000	3.000	5.000	.
t5	-5.000	3.000	5.000	.
t6	-5.000	3.000	5.000	.
t7	-5.000	3.000	5.000	.
t8	-5.000	.	5.000	.
t9	-5.000	.	5.000	.
t10	-5.000	-3.000	5.000	.
t11	-5.000	-2.520	5.000	.
t12	-5.000	.	5.000	.
t13	-5.000	.	5.000	.
t14	-5.000	.	5.000	.
t15	-5.000	.	5.000	.
t16	-5.000	.	5.000	.
t17	-5.000	3.000	5.000	.
t18	-5.000	-3.000	5.000	.
t19	-5.000	-3.000	5.000	.
t20	-5.000	-3.000	5.000	.
t21	-5.000	-3.000	5.000	.
t22	-5.000	-3.000	5.000	.
t23	-5.000	.	5.000	.
t24	-5.000	.	5.000	.

Figura 3.16: Resultado de la variable Potencia Batería para 24 Horas t1-t24

La siguiente variable es la potencia de la Red Eléctrica, los límites son $-10kW \leq Pd \leq 10kW$. Se colocó el signo negativo en el límite inferior, en señal de que la potencia no se consume, sino se entrega a la red eléctrica.

```

---- VAR Pred  Potencia Red

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t1      -10.000      3.833      10.000      .
t2      -10.000      3.804      10.000      .
t3      -10.000      3.748      10.000      .
t4      -10.000      3.713      10.000      .
t5      -10.000      3.699      10.000      .
t6      -10.000      3.711      10.000      .
t7      -10.000      3.104      10.000      .
t8      -10.000     -3.164      10.000      .
t9      -10.000     -0.618      10.000      .
t10     -10.000     -1.331      10.000      .
t11     -10.000     -1.360      10.000      .
t12     -10.000     -0.972      10.000      .
t13     -10.000     -1.399      10.000      .
t14     -10.000     -1.079      10.000      .
t15     -10.000     -0.446      10.000      .
t16     -10.000     -2.990      10.000      .
t17     -10.000     10.000      10.000      EPS
t18     -10.000     -1.447      10.000      .
t19     -10.000     -1.716      10.000      .
t20     -10.000     -1.314      10.000      .
t21     -10.000     -1.654      10.000      .
t22     -10.000     -1.706      10.000      .
t23     -10.000      1.362      10.000      .
t24     -10.000      2.061      10.000      .

**** REPORT SUMMARY :           0      NONOPT
                                0      INFEASIBLE
                                0      UNBOUNDED

```

Figura 3.17: Resultado de la variable Potencia Red Eléctrica para 24 Horas t1-t24

La figura 3.17 se aprovecha para mostrar un último resultado de la lectura de la optimi-

zación llamado *Report Summary*, como se puede ver no se encontraron problemas de convergencia del algoritmo (**NONOPT=0**), no se encontraron lugares o puntos infactibles para optimizar (**INFEASIBLE=0**) y finalmente no se encontraron lugares que no estén debidamente delimitados (**UNBOUNDED=0**). Para finalizar el escenario 1 caso 1.1 se resumen en la figura 3.18

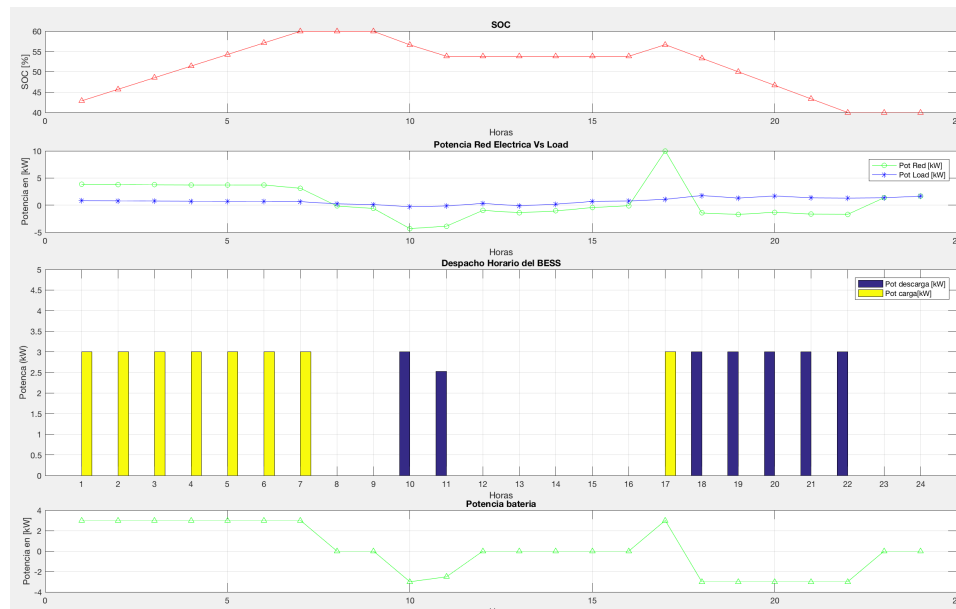


Figura 3.18: Variables de decisión SOC, Pc, Pd, Pbat, Pred del escenario 1, caso 1.1

A continuación se presentan los resultados del escenario 1 para los casos 1.2 y 1.3. El caso 1.2 hace referencia a subir el precio pico en el horario de punta, es decir, se pasa de un precio del [kWh] de \$0.10 a \$0.33; con esto se incentiva a gestionar el consumo energético en cada usuario final, caso contrario pagará una planilla de luz eléctrica sumamente alta.

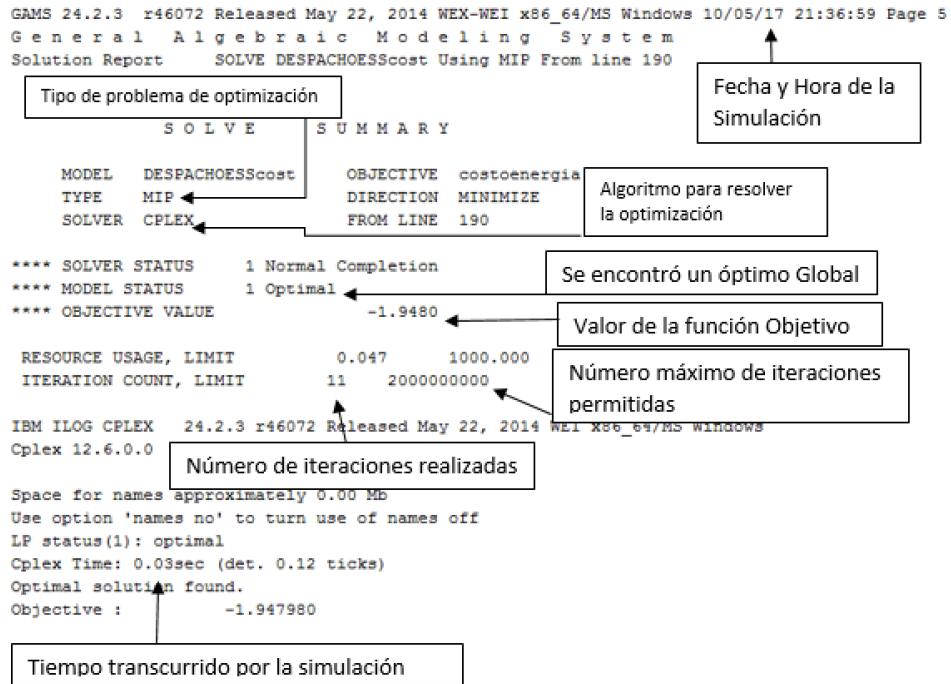


Figura 3.19: Situación del *Solve Report* del escenario 1, caso 1.2

Se recuerda que estamos trabajando con la siguiente convención de signos; el signo positivo en el resultado de la función objetivo indica gasto, mientras que el signo negativo indica ahorro o ganancia, además se está trabajando en dólares americanos.

```

---- VAR SOC estado de carga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	40.000	42.850	99.000	.
t2	40.000	45.700	99.000	.
t3	40.000	48.550	99.000	.
t4	40.000	51.400	99.000	.
t5	40.000	54.250	99.000	.
t6	40.000	57.100	99.000	.
t7	40.000	59.950	99.000	.
t8	40.000	59.950	99.000	.
t9	40.000	59.950	99.000	.
t10	40.000	56.617	99.000	.
t11	40.000	53.817	99.000	.
t12	40.000	53.817	99.000	.
t13	40.000	53.817	99.000	.
t14	40.000	53.817	99.000	.
t15	40.000	53.817	99.000	.
t16	40.000	53.817	99.000	.
t17	40.000	56.667	99.000	.
t18	40.000	53.333	99.000	.
t19	40.000	50.000	99.000	.
t20	40.000	46.667	99.000	.
t21	40.000	43.333	99.000	.
t22	40.000	40.000	99.000	0.027
t23	40.000	40.000	99.000	.
t24	40.000	40.000	40.000	0.045

Figura 3.20: Resultado Variable SOC para el escenario 1, caso 1.2

```

---- VAR Pd  Potencia de descarga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	.	.	3.000	0.030
t2	.	.	3.000	0.030
t3	.	.	3.000	0.030
t4	.	.	3.000	0.030
t5	.	.	3.000	0.030
t6	.	.	3.000	0.030
t7	.	.	3.000	0.030
t8	.	.	3.000	EPS
t9	.	.	3.000	EPS
t10	.	3.000	3.000	EPS
t11	.	2.520	3.000	.
t12	.	.	3.000	EPS
t13	.	.	3.000	EPS
t14	.	.	3.000	EPS
t15	.	.	3.000	EPS
t16	.	.	3.000	EPS
t17	.	.	3.000	0.080
t18	.	3.000	3.000	-0.250
t19	.	3.000	3.000	-0.250
t20	.	3.000	3.000	-0.250
t21	.	3.000	3.000	-0.250
t22	.	3.000	3.000	-0.250
t23	.	.	3.000	EPS
t24	.	.	3.000	.

Figura 3.21: Resultado Variable Potencia descarga para el escenario 1, caso 1.2

```

---- VAR Pc  Potencia de carga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	.	3.000	3.000	-0.018
t2	.	3.000	3.000	-0.018
t3	.	3.000	3.000	-0.018
t4	.	3.000	3.000	-0.018
t5	.	3.000	3.000	-0.018
t6	.	3.000	3.000	-0.018
t7	.	3.000	3.000	-0.018
t8	.	.	3.000	0.012
t9	.	.	3.000	0.012
t10	.	.	3.000	0.012
t11	.	.	3.000	0.012
t12	.	.	3.000	0.012
t13	.	.	3.000	0.012
t14	.	.	3.000	0.012
t15	.	.	3.000	0.012
t16	.	.	3.000	0.012
t17	.	3.000	3.000	-0.068
t18	.	.	3.000	0.262
t19	.	.	3.000	0.262
t20	.	.	3.000	0.262
t21	.	.	3.000	0.262
t22	.	.	3.000	0.262
t23	.	.	3.000	0.007
t24	.	.	3.000	0.007

Figura 3.22: Resultado Variable Potencia carga para el escenario 1, caso 1.2


```

---- VAR Pred   Potencia Red

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t1      -10.000      3.833      10.000      .
t2      -10.000      3.804      10.000      .
t3      -10.000      3.748      10.000      .
t4      -10.000      3.713      10.000      .
t5      -10.000      3.699      10.000      .
t6      -10.000      3.711      10.000      .
t7      -10.000      3.104      10.000      .
t8      -10.000     -0.164      10.000      .
t9      -10.000     -0.618      10.000      .
t10     -10.000     -4.331      10.000      .
t11     -10.000     -3.880      10.000      .
t12     -10.000     -0.972      10.000      .
t13     -10.000     -1.399      10.000      .
t14     -10.000     -1.079      10.000      .
t15     -10.000     -0.446      10.000      .
t16     -10.000     -0.110      10.000      .
t17     -10.000     10.000      10.000      EPS
t18     -10.000     -1.447      10.000      .
t19     -10.000     -1.716      10.000      .
t20     -10.000     -1.314      10.000      .
t21     -10.000     -1.654      10.000      .
t22     -10.000     -1.706      10.000      .
t23     -10.000      1.362      10.000      .
t24     -10.000      1.640      10.000      .

```

```

**** REPORT SUMMARY :           0      NONOPT
                               0      INFEASIBLE
                               0      UNBOUNDED

```

Figura 3.23: Resultado Variable Potencia Red Eléctrica para el escenario 1, caso 1.2

Finalmente se resumen todas las variables de decisión del escenario 1, caso 1.2 en la figura 3.24.

Como análisis se rescata que el precio que obtiene nuestra función objetivo, que es de conseguir el menor costo de la energía respetando todas las restricciones sin lugares infactibles de optimizar subió. La causa se atribuye a que, al subir el precio de 0.1 a 0.33 en la hora pico, la variable Pred (Potencia de la red eléctrica) pasa por esos precios en los intervalos de tiempo y eleva costo de energía de descarga traduciéndose en un incremento en el ahorro.

Otro punto importante que nos da la figura 3.24 a conocer es que el *despacho horario de la carga y descarga se mantiene* respecto al caso 1.1.

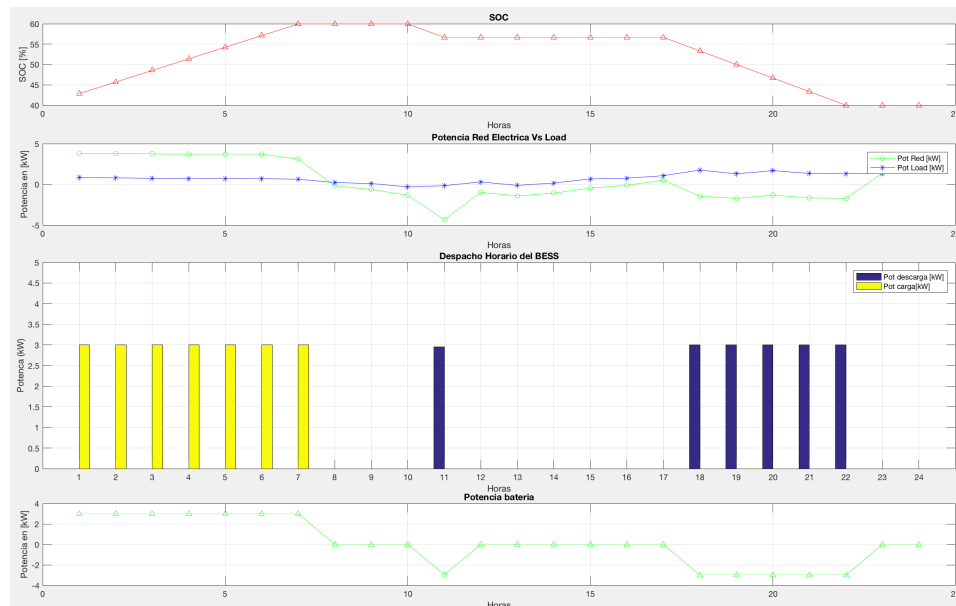


Figura 3.24: Variables de decisión SOC, Pc, Pd, Pbat, Pred del escenario 1, caso 1.2

Finalmente se cierra el escenario 1 con el caso 1.3; aquí se muestra en cambio una tarifa plana de \$0.09[kWh] para todos los intervalos de tiempo durante todo el día, esta tarifa es aproximada a la tarifa plana que se maneja en la región sierra del Ecuador; se comparte entonces los resultados:

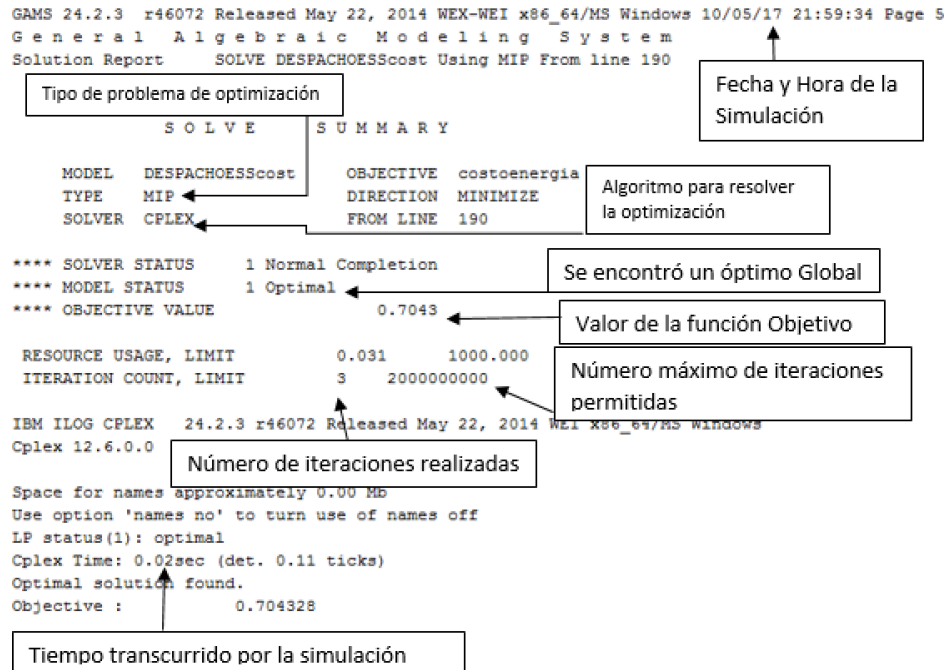


Figura 3.25: Resultado del *Solve* del escenario 1, caso 1.3

Transcurrida la simulación, se puede observar en la figura 3.25, que el valor de la función objetivo ha pasado de un valor negativo (que indicaba ahorro) hacia un valor positivo (que indica gasto o egreso). Estos resultados, se deben principalmente a que se trabajó con una tarifa plana de \$0.09 kWh, que no diferencia valores de costo por uso de energía eléctrica durante el día (24 horas). En consecuencia, durante este escenario no se puede colocar baterías de almacenamiento, debido que no cumple con la función de un ahorro en las planillas de electricidad y en su defecto eleva sus costos mensuales.

A continuación se observa el valor de las variables de decisión para este caso 1.3 escenario 1:

```

---- VAR SOC estado de carga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	40.000	40.000	99.000	.
t2	40.000	40.000	99.000	0.014
t3	40.000	40.000	99.000	.
t4	40.000	40.000	99.000	.
t5	40.000	40.000	99.000	.
t6	40.000	40.000	99.000	.
t7	40.000	40.000	99.000	.
t8	40.000	40.000	99.000	.
t9	40.000	40.000	99.000	.
t10	40.000	40.000	99.000	.
t11	40.000	40.000	99.000	.
t12	40.000	40.000	99.000	.
t13	40.000	40.000	99.000	.
t14	40.000	40.000	99.000	.
t15	40.000	40.000	99.000	.
t16	40.000	40.000	99.000	.
t17	40.000	40.000	99.000	.
t18	40.000	40.000	99.000	.
t19	40.000	40.000	99.000	.
t20	40.000	40.000	99.000	.
t21	40.000	40.000	99.000	.
t22	40.000	40.000	99.000	.
t23	40.000	40.000	99.000	.
t24	40.000	40.000	40.000	0.081

Figura 3.26: Resultado de la variable *SOC* del escenario 1, caso 1.3

```

---- VAR Pd  Potencia de descarga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	.	.	3.000	0.015
t2	.	.	3.000	0.015
t3	.	.	3.000	EPS
t4	.	.	3.000	EPS
t5	.	.	3.000	EPS
t6	.	.	3.000	EPS
t7	.	.	3.000	EPS
t8	.	.	3.000	EPS
t9	.	.	3.000	EPS
t10	.	.	3.000	EPS
t11	.	.	3.000	EPS
t12	.	.	3.000	EPS
t13	.	.	3.000	EPS
t14	.	.	3.000	EPS
t15	.	.	3.000	EPS
t16	.	.	3.000	EPS
t17	.	.	3.000	EPS
t18	.	.	3.000	EPS
t19	.	.	3.000	EPS
t20	.	.	3.000	EPS
t21	.	.	3.000	EPS
t22	.	.	3.000	EPS
t23	.	.	3.000	EPS
t24	.	.	3.000	.

Figura 3.27: Resultado de la variable Pd del escenario 1, caso 1.3

```

---- VAR Pc  Potencia de carga

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t1      .          .          3.000      .
t2      .          .          3.000  1.388E-17
t3      .          .          3.000      0.013
t4      .          .          3.000      0.013
t5      .          .          3.000      0.013
t6      .          .          3.000      0.013
t7      .          .          3.000      0.013
t8      .          .          3.000      0.013
t9      .          .          3.000      0.013
t10     .          .          3.000      0.013
t11     .          .          3.000      0.013
t12     .          .          3.000      0.013
t13     .          .          3.000      0.013
t14     .          .          3.000      0.013
t15     .          .          3.000      0.013
t16     .          .          3.000      0.013
t17     .          .          3.000      0.013
t18     .          .          3.000      0.013
t19     .          .          3.000      0.013
t20     .          .          3.000      0.013
t21     .          .          3.000      0.013
t22     .          .          3.000      0.013
t23     .          .          3.000      0.013
t24     .          .          3.000      0.013

```

Figura 3.28: Resultado de la variable P_c del escenario 1, caso 1.3

---- VAR PBAT Potencia de Bateria				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	-5.000	.	5.000	.
t2	-5.000	.	5.000	.
t3	-5.000	.	5.000	.
t4	-5.000	.	5.000	.
t5	-5.000	.	5.000	.
t6	-5.000	.	5.000	.
t7	-5.000	.	5.000	.
t8	-5.000	.	5.000	.
t9	-5.000	.	5.000	.
t10	-5.000	.	5.000	.
t11	-5.000	.	5.000	.
t12	-5.000	.	5.000	.
t13	-5.000	.	5.000	.
t14	-5.000	.	5.000	.
t15	-5.000	.	5.000	.
t16	-5.000	.	5.000	.
t17	-5.000	.	5.000	.
t18	-5.000	.	5.000	.
t19	-5.000	.	5.000	.
t20	-5.000	.	5.000	.
t21	-5.000	.	5.000	.
t22	-5.000	.	5.000	.
t23	-5.000	.	5.000	.
t24	-5.000	.	5.000	.

Figura 3.29: Resultado de la variable *Pbat* del escenario 1, caso 1.3

```

---- VAR Pred   Potencia Red

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t1    -10.000      0.833      10.000      .
t2    -10.000      0.804      10.000      .
t3    -10.000      0.748      10.000      .
t4    -10.000      0.713      10.000      .
t5    -10.000      0.699      10.000      .
t6    -10.000      0.711      10.000      .
t7    -10.000      0.104      10.000      .
t8    -10.000     -0.164      10.000      .
t9    -10.000     -0.618      10.000      .
t10   -10.000     -1.331      10.000      .
t11   -10.000     -1.360      10.000      .
t12   -10.000     -0.972      10.000      .
t13   -10.000     -1.399      10.000      .
t14   -10.000     -1.079      10.000      .
t15   -10.000     -0.446      10.000      .
t16   -10.000     -0.110      10.000      .
t17   -10.000      0.526      10.000      .
t18   -10.000      1.553      10.000      .
t19   -10.000      1.284      10.000      .
t20   -10.000      1.686      10.000      .
t21   -10.000      1.346      10.000      .
t22   -10.000      1.294      10.000      .
t23   -10.000      1.362      10.000      .
t24   -10.000      1.640      10.000      .

**** REPORT SUMMARY :           0      NONOPT
                                0      INFEASIBLE
                                0      UNBOUNDED

```

Figura 3.30: Resultado de la variable *Pred* del escenario 1, caso 1.3

Finalmente se resumen todas las variables del caso 1.3 escenario 1 de forma gráfica en la figura 3.31; como se ve la potencia de carga, potencia de descarga y potencia de batería están en el valor de cero y solo tiene valor óptimo la variable Potencia de red, todo esto ha provocado que el costo de la energía pase a ser solo un gasto y no un ahorro al usuario.

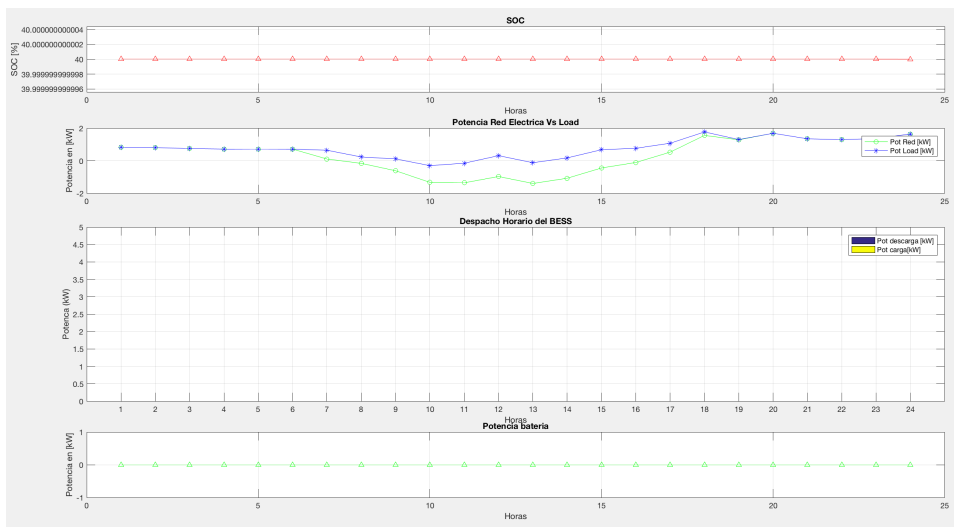


Figura 3.31: Variables de decisión SOC , P_c , P_d , P_{bat} , P_{red} del escenario 1 caso 1.3

Ahora se analiza el escenario 2, el cual tiene la particularidad de incluir restricciones en la Potencia de carga y Potencia de descarga hacia un horario específico durante el día, más todas las restricciones que se estudiaron para el escenario 1. Los casos base se mantienen. Se muestra entonces el caso 1.1 del escenario 2:

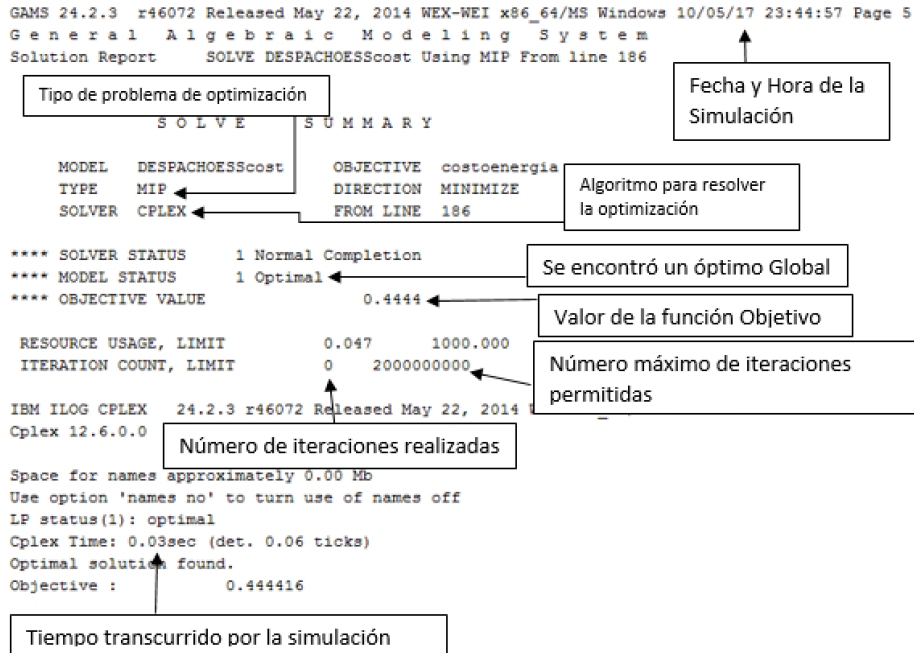


Figura 3.32: Resumen del *Solve Report* escenario 2, caso 1.1

Como se observa en la figura 3.32, ahora tenemos en la función objetivo un signo positivo, señal de que no existe un ahorro en el escenario 2, caso 1.1. A continuación los resultados de las variables de decisión del caso 1.1:

```

---- VAR SOC estado de carga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	40.000	40.000	99.000	.
t2	40.000	40.000	99.000	.
t3	40.000	40.000	99.000	.
t4	40.000	40.000	99.000	.
t5	40.000	40.000	99.000	.
t6	40.000	40.000	99.000	.
t7	40.000	40.000	99.000	.
t8	40.000	42.850	99.000	.
t9	40.000	45.700	99.000	.
t10	40.000	48.550	99.000	.
t11	40.000	51.400	99.000	.
t12	40.000	53.817	99.000	.
t13	40.000	53.817	99.000	.
t14	40.000	53.817	99.000	.
t15	40.000	56.667	99.000	.
t16	40.000	56.667	99.000	.
t17	40.000	56.667	99.000	.
t18	40.000	53.333	99.000	.
t19	40.000	50.000	99.000	.
t20	40.000	46.667	99.000	.
t21	40.000	43.333	99.000	.
t22	40.000	40.000	99.000	0.039
t23	40.000	40.000	99.000	0.045
t24	40.000	40.000	40.000	EPS

Figura 3.33: Resultado de la variable *SOC* escenario 2, caso 1.1

```

---- VAR Pd  Potencia de descarga

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t18      .          3.000      3.000      -0.006
t19      .          3.000      3.000      -0.006
t20      .          3.000      3.000      -0.006
t21      .          3.000      3.000      -0.006
t22      .          3.000      3.000      -0.006
t23      .          .          3.000      .

---- VAR Pc  Potencia de carga

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t8       .          3.000      3.000  1.388E-17
t9       .          3.000      3.000  1.388E-17
t10      .          3.000      3.000  1.388E-17
t11      .          3.000      3.000  1.388E-17
t12      .          2.544      3.000      .
t13      .          .          3.000  1.388E-17
t14      .          .          3.000  1.388E-17
t15      .          3.000      3.000  1.388E-17
t16      .          .          3.000  1.388E-17
t17      .          .          3.000  1.388E-17

```

Figura 3.34: Resultados de las variables *Potencia de descarga*, *Potencia de carga* escenario 2, caso1.1

---- VAR PBAT Potencia de Bateria				
	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	-5.000	.	5.000	.
t2	-5.000	.	5.000	.
t3	-5.000	.	5.000	.
t4	-5.000	.	5.000	.
t5	-5.000	.	5.000	.
t6	-5.000	.	5.000	.
t7	-5.000	.	5.000	.
t8	-5.000	3.000	5.000	.
t9	-5.000	3.000	5.000	.
t10	-5.000	3.000	5.000	.
t11	-5.000	3.000	5.000	.
t12	-5.000	2.544	5.000	.
t13	-5.000	.	5.000	.
t14	-5.000	.	5.000	.
t15	-5.000	3.000	5.000	.
t16	-5.000	.	5.000	.
t17	-5.000	.	5.000	.
t18	-5.000	-3.000	5.000	.
t19	-5.000	-3.000	5.000	.
t20	-5.000	-3.000	5.000	.
t21	-5.000	-3.000	5.000	.
t22	-5.000	-3.000	5.000	.
t23	-5.000	.	5.000	.
t24	-5.000	.	5.000	.

Figura 3.35: Resultado de la variable *Potencia batería* escenario 2, caso 1.1

```

---- VAR Pred  Potencia Red

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t1      -10.000      0.833      10.000      .
t2      -10.000      0.804      10.000      .
t3      -10.000      0.748      10.000      .
t4      -10.000      0.713      10.000      .
t5      -10.000      0.699      10.000      .
t6      -10.000      0.711      10.000      .
t7      -10.000      0.104      10.000      .
t8      -10.000      2.836      10.000      .
t9      -10.000      2.382      10.000      .
t10     -10.000      1.669      10.000      .
t11     -10.000      1.640      10.000      .
t12     -10.000      1.572      10.000      .
t13     -10.000     -1.399      10.000      .
t14     -10.000     -1.079      10.000      .
t15     -10.000      2.554      10.000      .
t16     -10.000     -0.110      10.000      .
t17     -10.000      0.526      10.000      .
t18     -10.000     -1.447      10.000      .
t19     -10.000     -1.716      10.000      .
t20     -10.000     -1.314      10.000      .
t21     -10.000     -1.654      10.000      .
t22     -10.000     -1.706      10.000      .
t23     -10.000      1.362      10.000      .
t24     -10.000      1.640      10.000      .

```

```

**** REPORT SUMMARY :          0      NONOPT
                              0      INFEASIBLE
                              0      UNBOUNDED

```

Figura 3.36: Resultado de la variable *Potencia red eléctrica* escenario 2, caso 1.1

Se finaliza el escenario 2, caso 1.1 mostrando los resultados de forma gráfica de todas las variables de decisión en la figura 3.37, se evidenció que al tener horas específicas para cargar y descargar la batería no se alcanza a tener un ahorro en el costo de la energía, por lo tanto, no es factible tener un sistema BESS para este caso base debido que representa egresos para el usuario final:

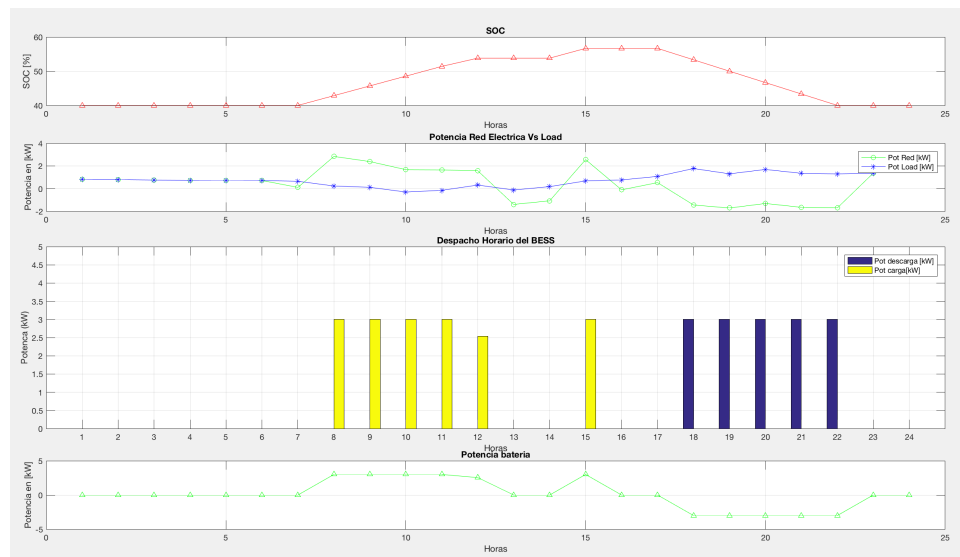


Figura 3.37: Resumen de todas las variables SOC , P_d , P_c , P_{bat} , P_{red} escenario 2, caso 1.1

Se presenta ahora el caso 1.2 del escenario 2, en este caso nuevamente se pasa de tener \$0.1 [kWh] a \$0.33 [kWh] para las horas pico. Ahora se ve como nuevamente regresamos a signo negativo en la función objetivo, esto se interpreta entonces que hemos pasado a tener ya un ahorro al usar sistema BESS en nuestras viviendas

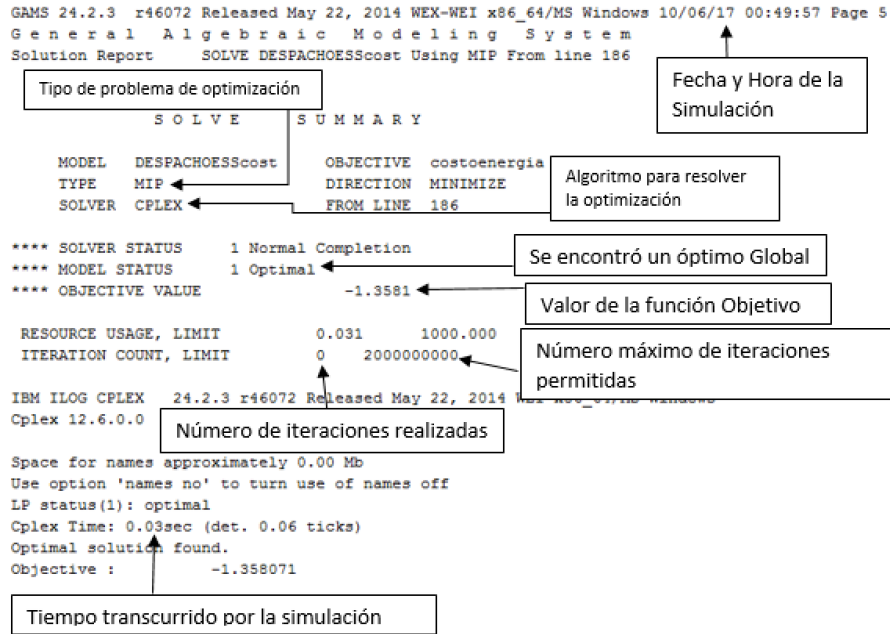


Figura 3.38: Resumen del *Solve Report* para el caso 1.2 del escenario 2

Se continúa con los resultados de las variables de decisión para el caso 1.2 del escenario 2:


```

---- VAR SOC estado de carga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	40.000	40.000	99.000	.
t2	40.000	40.000	99.000	.
t3	40.000	40.000	99.000	.
t4	40.000	40.000	99.000	.
t5	40.000	40.000	99.000	.
t6	40.000	40.000	99.000	.
t7	40.000	40.000	99.000	.
t8	40.000	42.850	99.000	.
t9	40.000	45.700	99.000	.
t10	40.000	48.550	99.000	.
t11	40.000	51.400	99.000	.
t12	40.000	53.817	99.000	.
t13	40.000	53.817	99.000	.
t14	40.000	53.817	99.000	.
t15	40.000	56.667	99.000	.
t16	40.000	56.667	99.000	.
t17	40.000	56.667	99.000	.
t18	40.000	53.333	99.000	.
t19	40.000	50.000	99.000	.
t20	40.000	46.667	99.000	.
t21	40.000	43.333	99.000	.
t22	40.000	40.000	99.000	0.039
t23	40.000	40.000	99.000	0.045
t24	40.000	40.000	40.000	EPS

Figura 3.39: Resumen de la variable SOC del escenario 2, caso 1.2

```

---- VAR Pd  Potencia de descarga

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t18      .          3.000      3.000      -0.236
t19      .          3.000      3.000      -0.236
t20      .          3.000      3.000      -0.236
t21      .          3.000      3.000      -0.236
t22      .          3.000      3.000      -0.236
t23      .          .          3.000      .

---- VAR Pc  Potencia de carga

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t8       .          3.000      3.000  1.388E-17
t9       .          3.000      3.000  1.388E-17
t10      .          3.000      3.000  1.388E-17
t11      .          3.000      3.000  1.388E-17
t12      .          2.544      3.000      .
t13      .          .          3.000  1.388E-17
t14      .          .          3.000  1.388E-17
t15      .          3.000      3.000  1.388E-17
t16      .          .          3.000  1.388E-17
t17      .          .          3.000  1.388E-17

```

Figura 3.40: Resumen de las variables *Potencia carga* y *Potencia de descarga* con horario específico para carga y descarga del escenario 2, caso 1.2

```

---- VAR PBAT  Potencia de Bateria

      LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t1      -5.000      .      5.000      .
t2      -5.000      .      5.000      .
t3      -5.000      .      5.000      .
t4      -5.000      .      5.000      .
t5      -5.000      .      5.000      .
t6      -5.000      .      5.000      .
t7      -5.000      .      5.000      .
t8      -5.000      3.000      5.000      .
t9      -5.000      3.000      5.000      .
t10     -5.000      3.000      5.000      .
t11     -5.000      3.000      5.000      .
t12     -5.000      2.544      5.000      .
t13     -5.000      .      5.000      .
t14     -5.000      .      5.000      .
t15     -5.000      3.000      5.000      .
t16     -5.000      .      5.000      .
t17     -5.000      .      5.000      .
t18     -5.000     -3.000      5.000      .
t19     -5.000     -3.000      5.000      .
t20     -5.000     -3.000      5.000      .
t21     -5.000     -3.000      5.000      .
t22     -5.000     -3.000      5.000      .
t23     -5.000      .      5.000      .
t24     -5.000      .      5.000      .

```

Figura 3.41: Resumen de la variable *Potencia batería* del escenario 2, caso 1.2

```

---- VAR Pred  Potencia Red

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t1      -10.000      0.833      10.000      .
t2      -10.000      0.804      10.000      .
t3      -10.000      0.748      10.000      .
t4      -10.000      0.713      10.000      .
t5      -10.000      0.699      10.000      .
t6      -10.000      0.711      10.000      .
t7      -10.000      0.104      10.000      .
t8      -10.000      2.836      10.000      .
t9      -10.000      2.382      10.000      .
t10     -10.000      1.669      10.000      .
t11     -10.000      1.640      10.000      .
t12     -10.000      1.572      10.000      .
t13     -10.000     -1.399      10.000      .
t14     -10.000     -1.079      10.000      .
t15     -10.000      2.554      10.000      .
t16     -10.000     -0.110      10.000      .
t17     -10.000      0.526      10.000      .
t18     -10.000     -1.447      10.000      .
t19     -10.000     -1.716      10.000      .
t20     -10.000     -1.314      10.000      .
t21     -10.000     -1.654      10.000      .
t22     -10.000     -1.706      10.000      .
t23     -10.000      1.362      10.000      .
t24     -10.000      1.640      10.000      .

```

```

**** REPORT SUMMARY :          0      NONOPT
                              0      INFEASIBLE
                              0      UNBOUNDED

```

Figura 3.42: Resumen de la variable *Potencia red eléctrica* del escenario 2, caso 1.2

Nuevamente se resumen las variables del escenario 2, caso 1.2 de forma gráfica en la figura 3.43, como vemos las variables de decisión cambiaron notablemente respecto al caso 1.1 de este mismo escenario, lo que evidencia una correcta elección si colocamos sistemas de baterías BESS en viviendas.

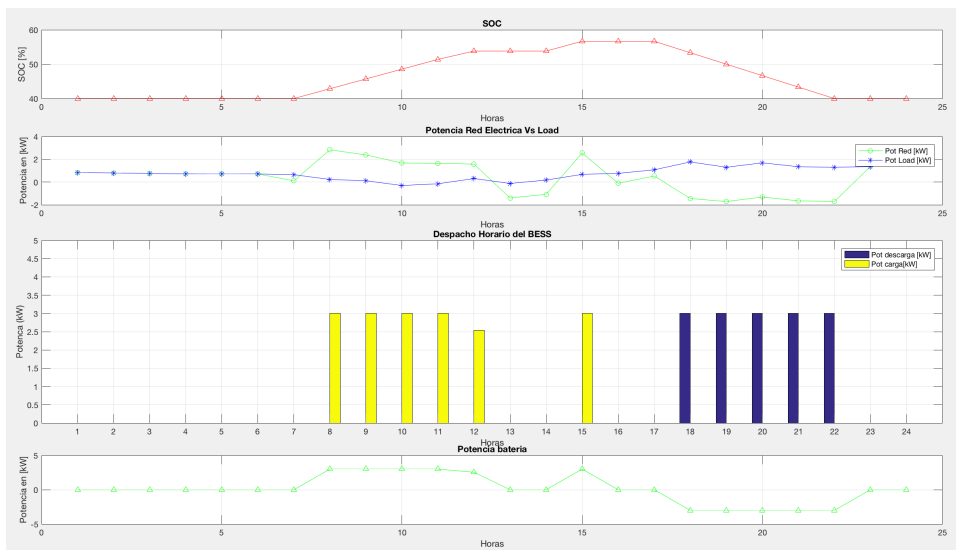


Figura 3.43: Resumen de todas las variables SOC , P_c , P_d , P_{bat} , P_{red} del caso 1.2 del escenario 2

Se finaliza el trabajo de optimización presentando los resultados del caso 1.3 del escenario 2; se da un precio de tarifa plana para todas las 24 horas del día a \$0.09 y se mantiene las restricciones de las horas para carga y descarga:

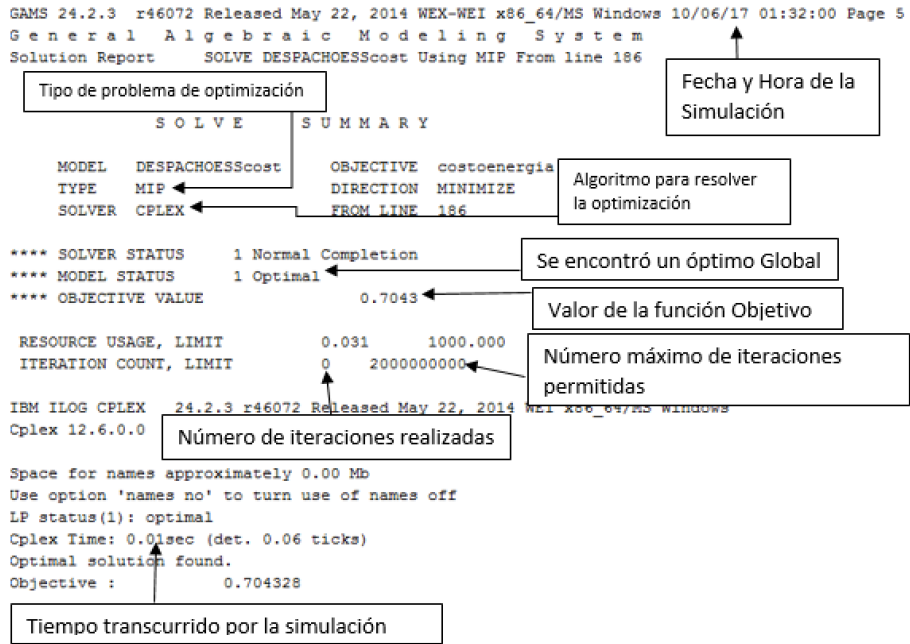


Figura 3.44: Resumen del *Solve Report* para el caso 1.3 del escenario 2

Finalmente el caso 1.3 del escenario 2 muestra un cambio de signo hacia positivo, señal de que ya no existe el ahorro por la puesta del sistema de baterías BESS en los domicilios, este valor alcanza los \$0.70 más costoso que el caso 1.1 del escenario 2 que llego a \$0.44, por tal razón, este caso base es el más crítico dentro de las horas señaladas para carga y descarga. Se comparte el resto de las variables de decisión del caso 1.3:

```

---- VAR SOC estado de carga

```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	40.000	40.000	99.000	.
t2	40.000	40.000	99.000	.
t3	40.000	40.000	99.000	.
t4	40.000	40.000	99.000	.
t5	40.000	40.000	99.000	.
t6	40.000	40.000	99.000	.
t7	40.000	40.000	99.000	.
t8	40.000	40.000	99.000	.
t9	40.000	40.000	99.000	.
t10	40.000	40.000	99.000	.
t11	40.000	40.000	99.000	.
t12	40.000	40.000	99.000	.
t13	40.000	40.000	99.000	.
t14	40.000	40.000	99.000	.
t15	40.000	40.000	99.000	.
t16	40.000	40.000	99.000	.
t17	40.000	40.000	99.000	.
t18	40.000	40.000	99.000	.
t19	40.000	40.000	99.000	.
t20	40.000	40.000	99.000	.
t21	40.000	40.000	99.000	.
t22	40.000	40.000	99.000	0.014
t23	40.000	40.000	99.000	0.081
t24	40.000	40.000	40.000	EPS

Figura 3.45: Resumen de la variable SOC del escenario 2, caso 1.3

```
---- VAR PBAT  Potencia de Bateria
```

	LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
t1	-5.000	.	5.000	.
t2	-5.000	.	5.000	.
t3	-5.000	.	5.000	.
t4	-5.000	.	5.000	.
t5	-5.000	.	5.000	.
t6	-5.000	.	5.000	.
t7	-5.000	.	5.000	.
t8	-5.000	.	5.000	.
t9	-5.000	.	5.000	.
t10	-5.000	.	5.000	.
t11	-5.000	.	5.000	.
t12	-5.000	.	5.000	.
t13	-5.000	.	5.000	.
t14	-5.000	.	5.000	.
t15	-5.000	.	5.000	.
t16	-5.000	.	5.000	.
t17	-5.000	.	5.000	.
t18	-5.000	.	5.000	.
t19	-5.000	.	5.000	.
t20	-5.000	.	5.000	.
t21	-5.000	.	5.000	.
t22	-5.000	.	5.000	.
t23	-5.000	.	5.000	.
t24	-5.000	.	5.000	.

Figura 3.46: Resultado de la variable *Potencia de batería* del escenario 2, caso 1.3


```

---- VAR Pred  Potencia Red

          LOWER      LEVEL      UPPER      MARGINAL

t1      -10.000      0.833      10.000      .
t2      -10.000      0.804      10.000      .
t3      -10.000      0.748      10.000      .
t4      -10.000      0.713      10.000      .
t5      -10.000      0.699      10.000      .
t6      -10.000      0.711      10.000      .
t7      -10.000      0.104      10.000      .
t8      -10.000     -0.164      10.000      .
t9      -10.000     -0.618      10.000      .
t10     -10.000     -1.331      10.000      .
t11     -10.000     -1.360      10.000      .
t12     -10.000     -0.972      10.000      .
t13     -10.000     -1.399      10.000      .
t14     -10.000     -1.079      10.000      .
t15     -10.000     -0.446      10.000      .
t16     -10.000     -0.110      10.000      .
t17     -10.000      0.526      10.000      .
t18     -10.000      1.553      10.000      .
t19     -10.000      1.284      10.000      .
t20     -10.000      1.686      10.000      .
t21     -10.000      1.346      10.000      .
t22     -10.000      1.294      10.000      .
t23     -10.000      1.362      10.000      .
t24     -10.000      1.640      10.000      .

```

```

**** REPORT SUMMARY :           0      NONOPT
                                0      INFEASIBLE
                                0      UNBOUNDED

```

Figura 3.47: Resultado de la variable Potencia de red eléctrica del escenario 2, caso 1.3

Se agrupa en la figura 3.48 el resumen del caso 1.3 del escenario 2; se observa como para este caso que representa la tarifa de la región sierra, no es factible colocar sistemas de almacenamiento BESS debido que inclusive es más costoso que el caso 1.1 escenario 2, se debe también tener presente que como el despacho horario de las baterías está en cero no existe ningún tipo de carga o descarga.

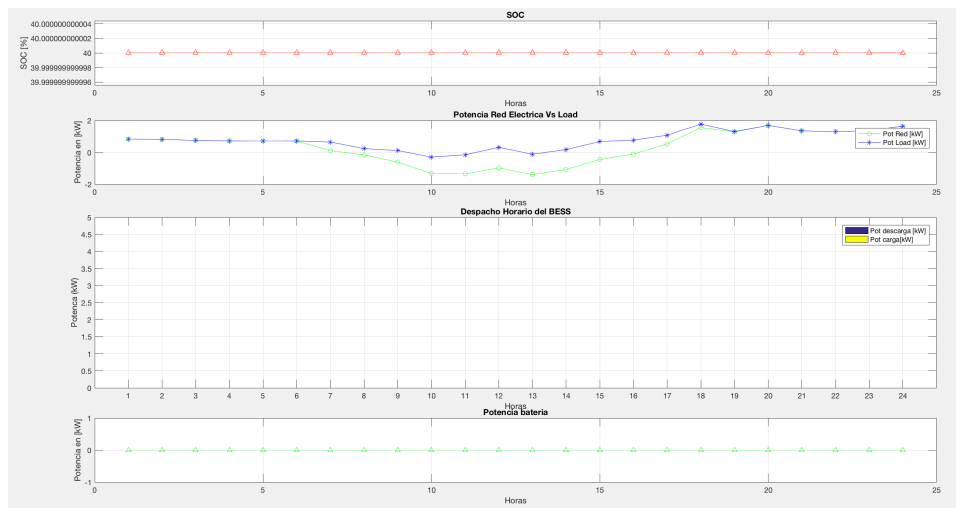


Figura 3.48: Resumen de las variables SOC , P_d , P_c , P_{bat} , P_{red} del escenario 2, caso 1.3

La figura 3.49 presenta los principales resultados de los costes del sistema de almacenamiento de energía BESS en usuarios finales de las isla Santa Cruz-Galápagos para cada uno de los casos base dentro de los escenarios 1 y 2.

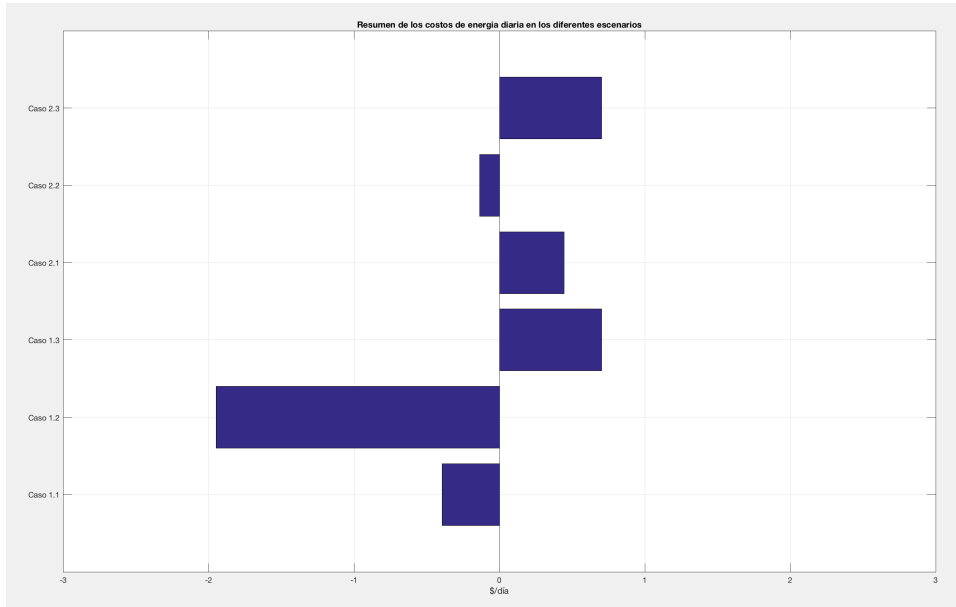


Figura 3.49: Resumen de los costos de energía diaria optimizado para una batería de 5kW en los 2 escenarios con sus respectivos casos

3.10 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD O POST-OPTIMALIDAD

En la sección anterior se trabajó con una potencia de batería de 5kW y una energía de 14kWh, con una función objetivo que fue la de minimizar el costo de la energía diaria respetando todas las restricciones técnicas de la batería y red eléctrica. Ahora se calcula el costo de la energía para diferentes capacidades de baterías y se muestra el resumen en la tabla 3.10:

Tabla 3.10: Análisis de sensibilidad versus capacidades de baterías conservando los casos base y restricciones técnicas

Potencia [kW]	caso1.1	caso1.2	caso1.3	caso2.1	caso2.2	caso2.3
1	\$0.40	\$1.36	\$0.70	\$0.52	\$1.48	\$0.70
3	\$0.13	\$-0.29	\$0.70	\$0.48	\$0.06	\$0.70
5	\$-0.15	\$-1.95	\$0.70	\$0.44	\$-1.36	\$0.70
10	\$-0.83	\$-6.08	\$0.70	\$0.35	\$-4.90	\$0.70
15	\$-1.50	\$-10.20	\$0.70	\$0.25	\$-8.45	\$0.70
20	\$-1.66	\$-12.23	\$0.70	\$0.20	\$-10.37	\$0.70
25	\$-1.66	\$-12.23	\$0.70	\$0.20	\$-10.37	\$0.70
30	\$-1.66	\$-12.23	\$0.70	\$0.20	\$-10.37	\$0.70
35	\$-1.66	\$-12.23	\$0.70	\$0.20	\$-10.37	\$0.70
40	\$-1.66	\$-12.23	\$0.70	\$0.20	\$-10.37	\$0.70

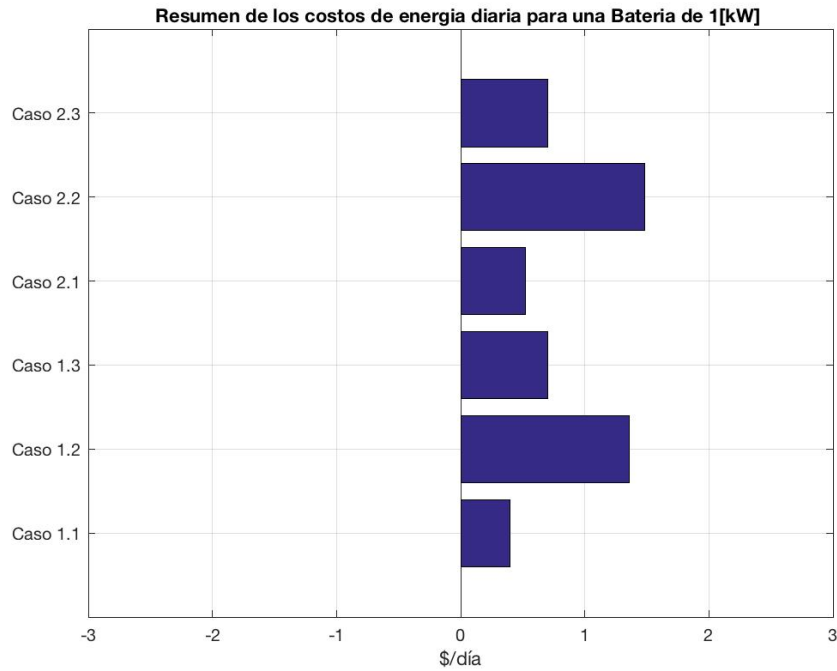


Figura 3.50: Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 1 kW

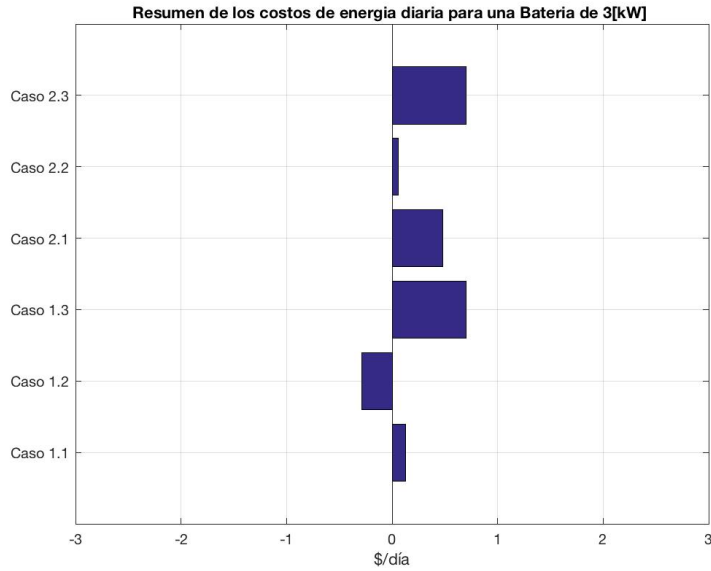


Figura 3.51: Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 3 kW

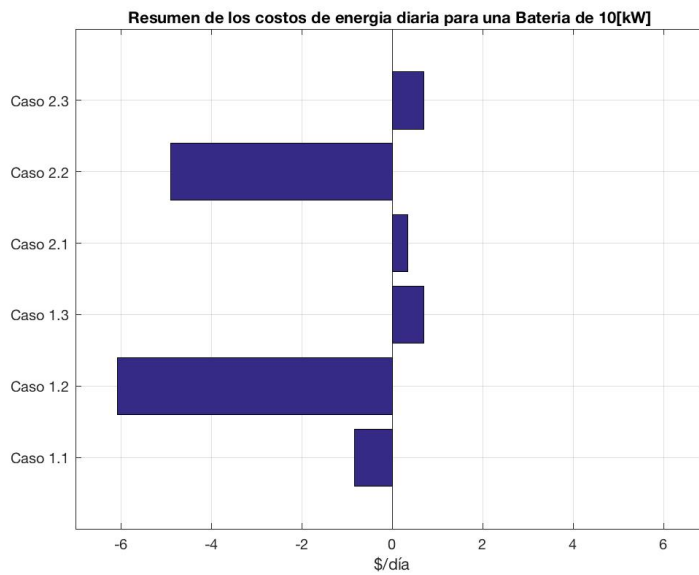


Figura 3.52: Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 10 kW

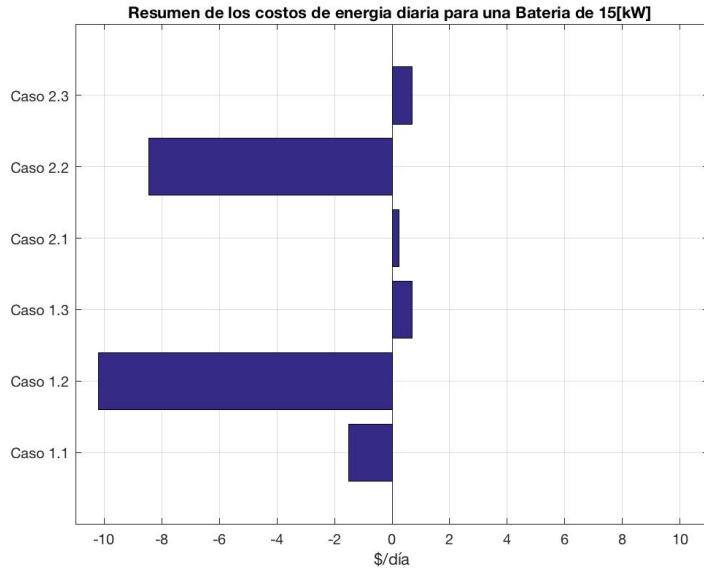


Figura 3.53: Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 15 kW

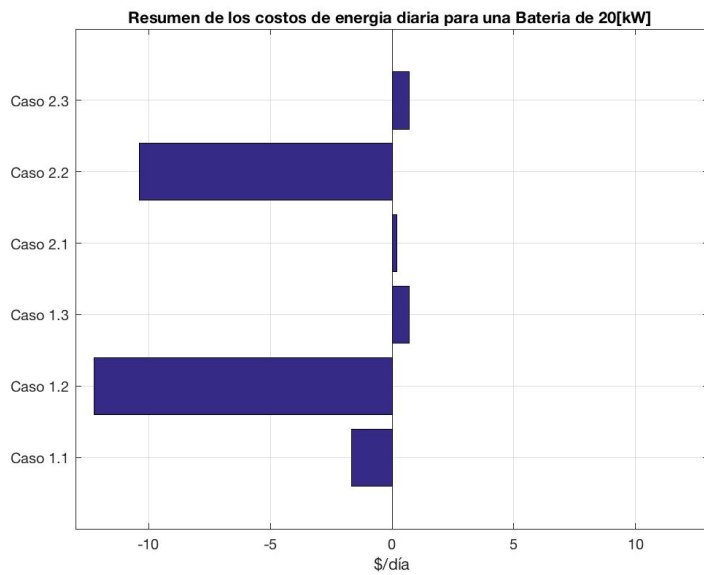


Figura 3.54: Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 20 kW

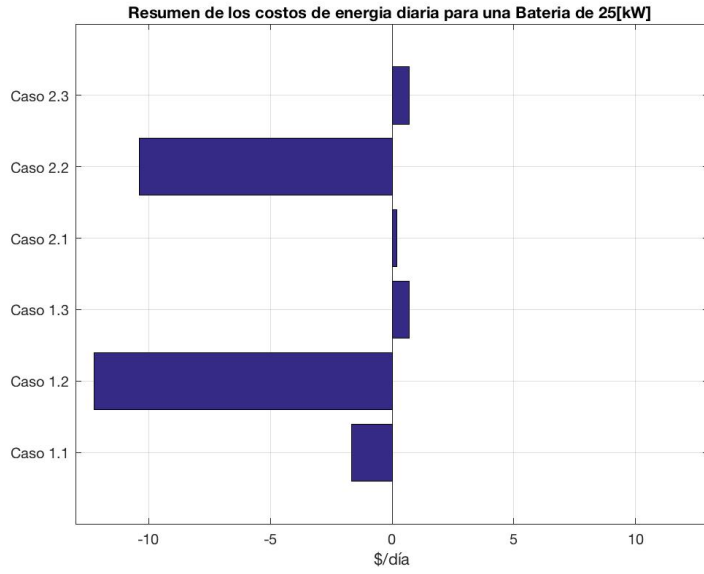


Figura 3.55: Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 25 kW

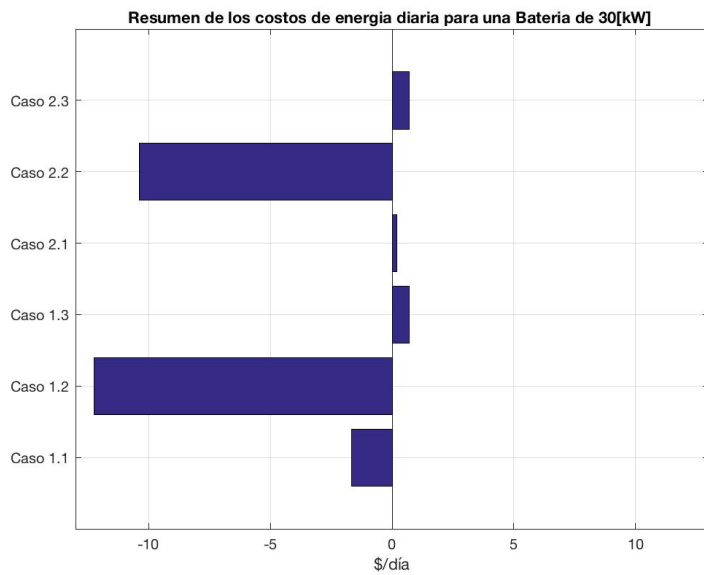


Figura 3.56: Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 30 kW

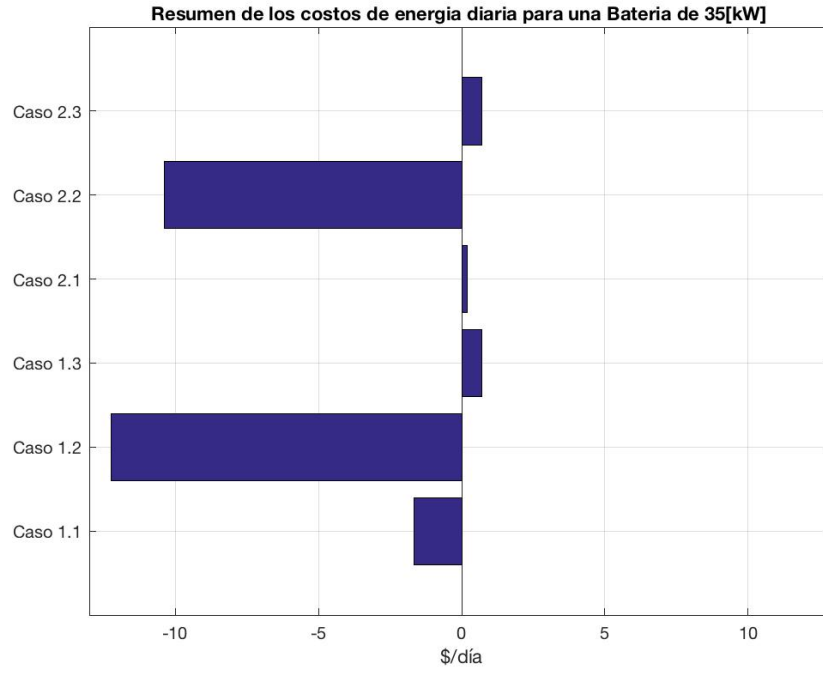
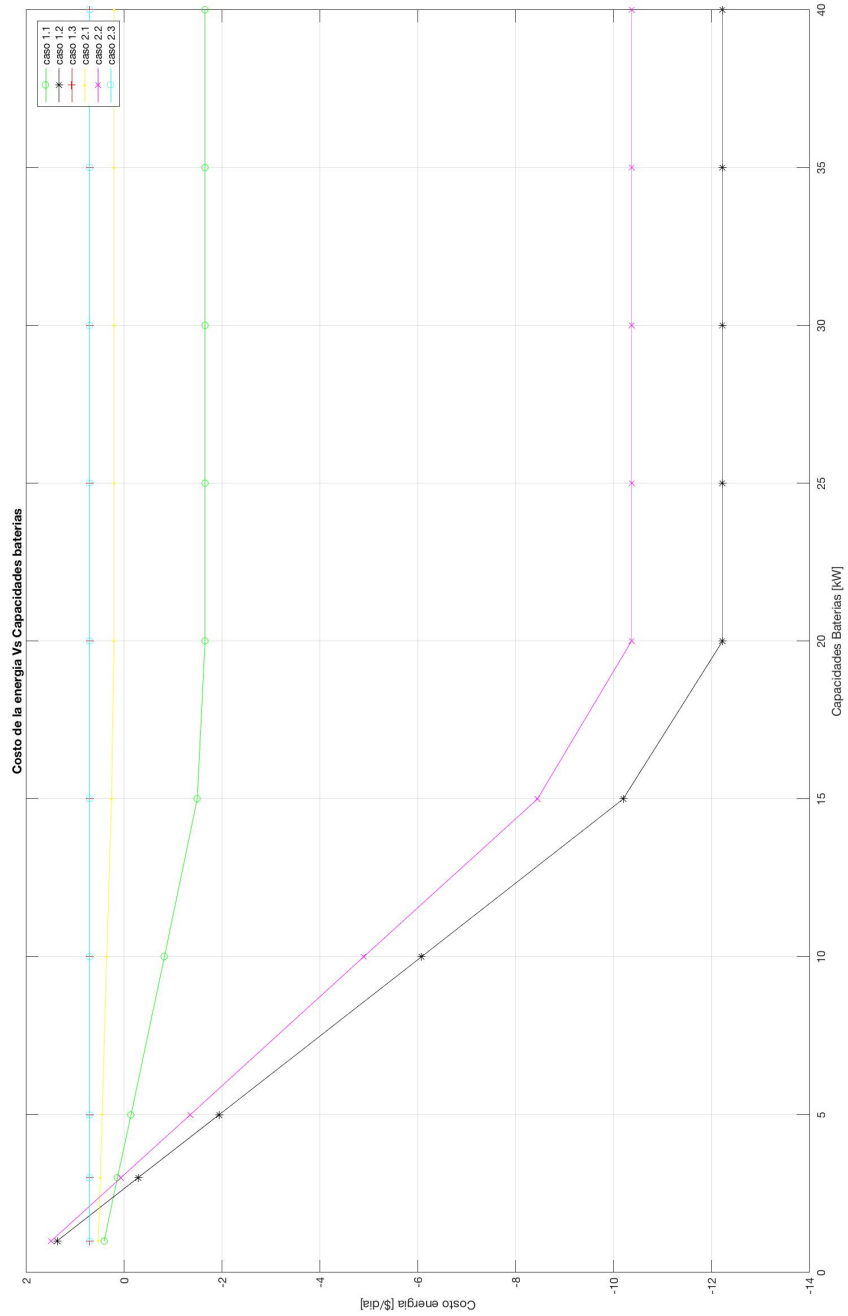


Figura 3.57: Resumen de los costos de energía diaria para una batería de 35 kW

Figura 3.58: Análisis de sensibilidad versus capacidades de baterías



Finalmente se deduce que el caso 1.2 dentro del escenario 1 que fue de carga y descarga sin horario a un precio pico de \$0.33 es el mejor para la isla Santa Cruz-Galápagos.

CAPÍTULO 4

CONCLUSIONES

4.1 CONCLUSIONES

La comprensión de cómo la Empresa Eléctrica factura por la energía consumida, es el primer paso a dar para determinar si la economía de colocar baterías de almacenamiento de energías (BESS) tiene sentido; si pagamos la misma tarifa por *kWh* independientemente de la hora del día o del uso mensual total, y la empresa eléctrica nos ofrece una medición neta estándar, el único valor adicional o beneficio económico que se obtendrá si se agrega una batería al sistema eléctrico de la vivienda será tan solo la disponibilidad de energía de respaldo en caso de apagones.

La instalación de un sistema de almacenamiento de energía BESS en usuarios finales en las islas Santa Cruz perteneciente a Galápagos, comenzará a tener más sentido si se consideran escenarios como TOU Tariff (Tarifa basada en el tiempo de uso de la Energía) en donde se pagará más por el [kWh] de electricidad que usa durante las horas de mayor demanda de electricidad que en horas de menor demanda.

Dos escenarios se plantearon y se consideraron 3 casos base para cada uno de ellos. De los resultados obtenidos del escenario 1 caso 1.1 se conoció que a medida que subamos la capacidad de la batería por encima 5 kW se tendrá una misma ganancia de \$0.15 diarios luego de descontar el costo de cargar la batería más el costo de energía de la carga. Del caso 1.2 se sabe que a partir de una batería de 3kW y 8.4kWh ya existe una ganancia de \$0.29 diarios. Del caso 1.3 se conoce que no importa que capacidad de la batería coloquemos en el sistema de almacenamiento de energía, siempre se obtiene un valor igual a -\$0.70 dólares diarios. Para el caso 2.1 se trabajó con un horario específico para cargar y descargar la batería, por lo tanto se conoció que el mínimo costo a pagar por la energía diaria se dará cuando se coloca una batería de 20kW con una capacidad de energía de 60kWh a un costo de -\$0.19 dólares, y si colocamos baterías por encima de esta capacidad no variara el precio de la energía. Del caso 2.2 se tiene que el valor la batería debe estar por encima o igual de 5kW y 14kWh para empezar a tener una ganancia

de \$1.36 diarios. Finalmente del caso 2.3 que es el de tarifa plana a \$0.09 el kWh , se llega a tener los mismos resultados que del caso 1.3, es decir que el colocar o invertir en diferentes tamaños de baterías no tiene sentido debido que siempre estaremos pagando por la energía -\$0.70 dolares diarios, recordando que el signo (-) significa gasto.

Se optó por el uso del algoritmo de optimización MIPL(Programación Lineal Entera Mixta) por el grado de no linealidad que presenta la modelación en estudio; el haber optado por este algoritmo facilita en gran medida el cómputo de las variables de decisión o control del modelo matemático. Respecto al tiempo se registró un promedio de simulación de alrededor de 31 ms para los 2 escenarios en resolver 5 conjuntos de restricciones descompuestas en: 24 variables de decisión para la descarga de la batería, 24 variables de decisión carga de la batería, 24 variables de decisión respecto a la potencia a consumir de la red eléctrica, 24 variables de decisión respecto al SOC (Estado de carga de las Baterías), 24 variables de decisión respecto a la potencia de la batería; en resumen se resolvieron 120 variables dentro de sus límites sea por el fabricante de baterías y de la red eléctrica.

El software GAMS y la gran mayoría de paquetes informáticos pueden garantizar para la programación no lineal un óptimo **local**, mientras que para la programación lineal independiente si es del tipo entera o mixta, se garantiza que si el solver encuentra un óptimo, este sea un **global**. Para nuestro caso el de Baterías de almacenamiento de energía se encontró un óptimo global, ya que se trabajo en un modelo lineal y no se tuvo lugares infactibles en su resolución

Finalmente se concluye que el caso 1.2 dentro del escenario 1, que fue de carga y descarga sin horario a un precio pico de \$0.33 es el mejor económicamente para la isla Santa Cruz-Galápagos.

4.2 RECOMENDACIONES

En la etapa de desarrollo del modelo matemático de optimización, se recomienda comenzar con una versión muy sencilla y avanzar de manera evolutiva hacia paradigmas más elaborados que reflejen mejor la complejidad del problema.

Se recomienda el uso ampliamente del software GAMS para la optimización de cualquier tipo de modelamiento matemático sin ser necesariamente del tema eléctrico; debido a que la gran ventaja frente al software Matlab, es que el programa GAMS no necesita de codificación del modelo matemático al modelo de entrada de datos, dicho de otra manera, lo que se tiene en papel se pasa directamente a GAMS y se trabaja solo en la optimización del problema mientras que Matlab necesita primero codificar el modelo matemático y luego empezar a programar la optimización.

GAMS posee una extensa librería de ejemplos de optimización llamada GAMS MODEL LIBRARY, en donde se pueden ordenar por aplicación de tipos problemas y por el tipo de algoritmo de optimización, de donde si el lector está relacionado con la área eléctrica, puede utilizar como guía varios problemas de optimización tipo eléctrico y familiarizarse, debido a que el común de la programación de otros lenguajes es bastante diferente al que utiliza GAMS.

Cuando se encuentre en un problema de optimización un resultado Localmente Infeasible, esto significa que no hay solución factible cerca del punto donde el solver (algoritmo) se detuvo. Se recomienda analizar la solución devuelta para obtener pistas sobre las razones que ocasionan esta situación. Se recuerda que no tiene sentido continuar un análisis de optimización cuando exista en el *Report Summary* valores no factibles o valores fuera de rango.

ANEXO A

SCRIPT DE LA PROGRAMACIÓN EN GAMS 24.2.3

```

1 set t hours /t1*t24/ ;
- set g red electrica /p1/;
-
- table gendata(g,*)  características de la Red Electrica
5      a          b          c          d          e          f          Pmin
-      Pmax      RUO      RDO
- *p1      0.12      14.80      89          1.2          -5          3          -1.3410
-      1.34310      40          40
- p1      0.17      16.57      83          2.3          -4.24      6.09      -10
-      10.000      30          30
- *p3      0.15      15.55      100          1.1          -2.15      5.69      30          190
-      30          30
- *p4      0.19      16.21      70          1.1          -3.99      6.2          20          260
-      50          50;
10 *p1 generacion red
- $ontext
- *Diferentes tipos de perfiles de carga
- Table data(t,*)
-      lambda      load      wind
15 t1      32.71      510      44.1
- t2      34.72      530      48.5
- t3      32.71      516      65.7
- t4      32.74      510      144.9
- t5      32.96      515      202.3
20 t6      34.93      544      317.3
- t7      44.9      646      364.4
- t8      52          686      317.3
- t9      53.03      741      271
- t10     47.26      734      306.9
25 t11     44.07      748      424.1
- t12     38.63      760      398
- t13     39.91      754      487.6
- t14     39.45      700      521.9
- t15     41.14      686      541.3

```



```

30 t16      39.23   720   560
- t17      52.12   714  486.8
- t18      40.85   761  372.6
- t19      41.2    727  367.4
- t20      41.15   714  314.3
35 t21      45.76   618  316.6
- t22      45.59   584  311.4
- t23      45.56   578  405.4
- t24      34.72   544  470.4;
- $offtext
40 TABLE data(t,*) datos de DEMANDA
-      load      R
-      *      [KW]      [KW]
- t1      0.83310      0
- t2      0.80369      0
45 t3      0.74815      0
- t4      0.71278      0
- t5      0.69915      0
- t6      0.71059      0
- t7      0.64325      0
50 t8      0.22879      0
- t9      0.11013      0
- t10     -0.30373      0
- t11     -0.15409      0
- t12     0.30952      0
55 t13     -0.1236      0
- t14     0.17203      0
- t15     0.67545      0
- t16     0.76287      0
- t17     1.07308      0
60 t18     1.76759      0
- t19     1.30029      0
- t20     1.68580      0
- t21     1.34602      0
- t22     1.29375      0
65 t23     1.36236      0
- t24     1.64006      0;
- PARAMETERS
- Price(t)      precio de la energia [kWh]
- /
70 t1      0.05
- t2      0.05
- t3      0.05
- t4      0.05
- t5      0.05
75 t6      0.05
- t7      0.05
- t8      0.08
- t9      0.08
- t10     0.08

```

```

80 t11      0.08
- t12      0.08
- t13      0.08
- t14      0.08
- t15      0.08
85 t16      0.08
- t17      0.08
- t18      0.1
- t19      0.1
- t20      0.1
90 t21      0.1
- t22      0.1
- t23      0.05
- t24      0.05
- /;
95 PARAMETERS
- PV(T)
- /
- t1        0
- t2        0
100 t3        0
- t4        0
- t5        0
- t6        0
- t7        0.539
105 t8        0.3924
- t9        0.72845
- t10       1.0268
- t11       1.205433333
- t12       1.281216667
110 t13       1.275
- t14       1.250566667
- t15       1.121716667
- t16       0.87301333333
- t17       0.5472166667
115 t18       0.2141333333
- t19       0.01621666667
- t20       0
- t21       0
- t22       0
120 t23       0
- t24       0 /;
- VARIABLES
- costoenergia      costo de la energia diaria
- p(g,t)            potencia generada por la red Electrica
125 SOC(t)          estado de carga
- Pd(t)            Potencia de descarga
- Pc(t)            Potencia de carga
- PBAT(t)          Potencia de Bateria
- Pred(t)          Potencia Red

```

```

130 ;
- p.up(g,t)=gendata(g,'Pmax');
- p.lo(g,t)=gendata(g,'Pmin');
- SCALAR
- PbatMAX/3/
135 SOC0 /40/
- SOCMAX/99/
- eta_c /0.95/
- eta_d/0.90/
- ;
140 SOC.up(t)=SOCMAX;
- SOC.lo(t)=(40/SOCMAX)*SOCMAX;
- SOC.fx('t24')=SOC0;
- Pc.up(t)=PbatMAX;
- Pc.lo(t)=0;
145 Pd.up(t)=PbatMAX;
- Pd.lo(t)=0;
- Pred.up(t)=10;
- Pred.lo(t)=-10;
- PBAT.lo(t)=-5;
150 PBAT.up(t)=5;
- *potbat=3kw
- EQUATIONS
- *gensconst3(g,t)
- *gensconst4(g,t)
155 COSTO
- restriccion1(t)
- restriccion2(t)
- balance(t)
- ;
160 *COSTO.. costoenergia=e=sum((t,g),data(t,'load')*Price(
t)+Pc(t)*Price(t)-Pd(t)*Price(t));
- *COSTO.. costoenergia=e=sum((t,g),+Pc(t)*Price(t)-Pd(t)
*Price(t));
- COSTO.. costoenergia=e=sum((t,g),Pred(t)*Price(t));
- *gensconst3(g,t).. p(g,t+1)-p(g,t)=1=gendata(g,'RUO');
- *gensconst4(g,t).. p(g,t-1)-p(g,t)=1=gendata(g,'RDO');
165 restriccion1(t).. PBAT(t)=Pc(t)-Pd(t);
- restriccion2(t).. SOC(t)=e=SOC0$(ord(t)=1)+SOC(t-1)$(ord(t)>1)+
Pc(t)*eta_c-Pd(t)/eta_d;
- *balance(t).. sum(g,p(g,t))+Pd(t)=g=data(t,'load')+Pc(t);
- balance(t).. Pred(t)+PV(t)+Pd(t)=data(t,'load')+Pc(t);
- *balance(t).. sum(g,+PV(T)+p(g,t))+Pd(t)=g=data(t,'load')+Pc
(t);
170 Model DESPACHOESScost /all/;
- Solve DESPACHOESScost using mip minimizing costoenergia;

```


ANEXO B

HOJA TÉCNICA DE LA BATERÍA DE 5KW DE LA MARCA TESLA

POWERWALL

Tesla Powerwall 2 is a fully-integrated AC battery system for residential or light commercial use. Its rechargeable lithium-ion battery pack provides energy storage for solar self-consumption, load shifting, backup, and off-grid use.

Powerwall's electrical interface provides a simple connection to any home or building. Its revolutionary compact design achieves market-leading energy density and is easy to install, enabling owners to quickly realise the benefits of reliable, clean power.



PERFORMANCE SPECIFICATIONS

AC Voltage (Nominal)	208 V, 220 V, 230 V, 100/200 V, 120/240 V
Feed-In Type	Single Phase
Grid Frequency	50 Hz
Total Energy ¹	14 kWh
Usable Energy ¹	13.5 kWh
Real Power, max continuous ²	5 kW (charge and discharge)
Apparent Power, max continuous ²	5 kVA (charge and discharge)
Imbalance for Single-Phase Loads	100%
Power Factor Output Range	+/- 1.0 adjustable
Depth of Discharge	100%
Internal Battery DC Voltage	50 V
Round Trip Efficiency ^{1,3}	> 90%
Warranty	10 years

¹Values provided for 25°C, 3.3 kW charge/discharge power.

²Values region-dependent.

³AC to battery to AC, at beginning of life.

COMPLIANCE INFORMATION

Safety	UL 1642, UL 1741, UL 1973, UL 9540, UN 38.3, IEC 62109-1, IEC 62619, CSA C22.2.107.1
--------	--

MECHANICAL SPECIFICATIONS

Dimensions	1150 mm x 755 mm x 155 mm
Weight	125 kg
Mounting options	Floor or wall mount

ENVIRONMENTAL SPECIFICATIONS

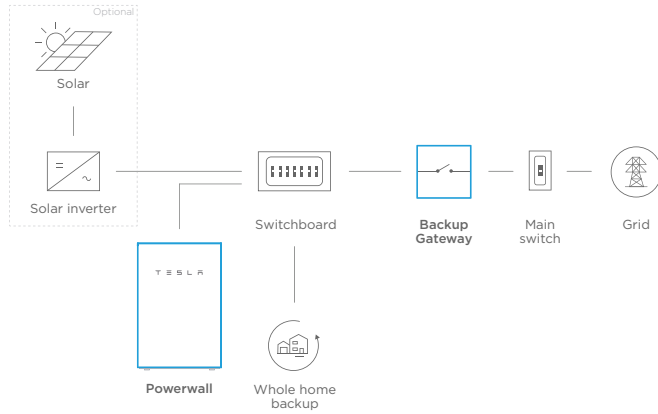
Operating Temperature	-20°C to 50°C
Operating Humidity (RH)	Up to 100%, condensing
Maximum Altitude	3000 m
Environment	Indoor and outdoor rated
Ingress Rating	IP67 (Battery & Power Electronics) IP56 (Wiring Compartment)
Noise Level @ 1m	< 40 dBA at 30°C

BACKUP GATEWAY SPECIFICATIONS

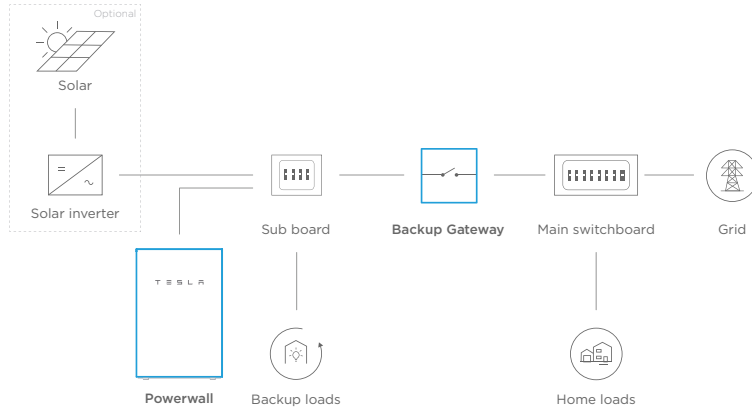
Dimensions	691 mm x 378 mm x 129 mm
Weight	16.4 kg
Disconnect Current	200 A
Ingress Rating	IP44
User Interface	Tesla App

TYPICAL SYSTEM LAYOUTS

WHOLE HOME BACKUP



PARTIAL HOME BACKUP



BIBLIOGRAFÍA

- Adika, Christopher O y Lingfeng Wang (2014). «Non-cooperative decentralized charging of homogeneous households' batteries in a smart grid». En: *IEEE Transactions on Smart Grid* 5.4, págs. 1855-1863.
- ARCONEL (2015). "Esquema Tarifario para la introducción de los Vehículos Eléctricos en el Ecuador". Inf. téc. Agencia de Regulación y control de Electricidad, pág. 10.
- Brivio, C., S. Mandelli y M. Merlo (2016). «Assessing the reflectivity of residential grid tariffs for a user reaction through photovoltaics and battery storage». En: *Sustainable Energy, Grids and Networks* 1.1, págs. 152-165. ISSN: 978-1-5386-3917-7. DOI: 10.1109/EEEIC.2017.7977470.
- Carpinelli, Guido, Fabio Mottola y Daniela Proto (2016). «Probabilistic sizing of battery energy storage when time-of-use pricing is applied». En: *Electric Power Systems Research* 141, págs. 73-83. ISSN: 0378-7796. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2016.07.013>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779616302681>.
- Castillo, E. y col. (2002). *Formulación y Resolución de Modelos de Programación Matemática en Ingeniería y Ciencia*. 1th. Universidad de Castilla.
- Elsayed, A. T., C. R. Lashway y O. A. Mohammed (2016). «Advanced Battery Management and Diagnostic System for Smart Grid Infrastructure,» en: *CSEE Journal of Power and Energy Systems* 7.3, págs. 897-905. ISSN: 1949-3053. DOI: 10.1109/TSG.2015.2418677.
- Frederick, Hiller y Lieberinan Gerald (2010). «Introducción a la investigación de operaciones». En: *México: Editorial Mc Graw Hill*.
- Galceran Feixas, Marc (2016). «Optimización de la operación de plantas fotovoltaicas híbridas aisladas». B.S. thesis. Universidad Politécnica de Cataluña.
- General Algebraic Modeling System (GAMS) (2017). <https://www.gams.com> , 20 de Septiembre de 2017.
- Jargstorf, J., C. De Jonghe y R. Belmans (2015). «Assessing the reflectivity of residential grid tariffs for a user reaction through photovoltaics and battery storage». En: *Sustainable Energy, Grids and Networks* 1.1, págs. 85-98. ISSN: 978-1-5090-4237-1. DOI: 10.1109/PTC.2017.7981255.

- Jilin, C., X. Qingshan e Y. Jilei (2016). «Optimal configuration of battery energy storage system considering comprehensive benefits in power systems». En: *IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference 7.3*, págs. 2650-2653. ISSN: 978-1-5090-1210-7. DOI: 10.1109/IPEMC.2016.7512716.
- Landeta, J.M.I. (2012). *Investigacion De Operaciones*. Editorial Trillas Sa De Cv. ISBN: 9786071711526. URL: https://books.google.com.ec/books?id=%5C_w1QPgAACAAJ.
- Layedra Talla, Jonathan Paúl (2015). «Optimización de perdidas de potencia activa en el Sistema Híbrido de las Islas Santa Cruz y Baltra, utilizando un algoritmo de enjambre de partículas (PSO)». B.S. thesis. Quito: EPN, 2015.
- Lujano-Rojas, J. y col. (2016). «Optimal configuration of battery energy storage system considering comprehensive benefits in power systems». En: *IEEE Transactions on Smart Grid* 1.1, págs. 1-1. ISSN: 978-1-5090-4237-1. DOI: 10.1109/PTC.2017.7981255.
- Maron, D (2016). *Métodos Numéricos en Optimización*. Inf. téc. Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca, Ecuador, pág. 105.
- Mita, H. (2016). «Simulation of Small Scale micro Grid during 24 Hours by Phasor Method in Simulink». En: *MathWorks* 1.1.
- Mohamed, O. y col. (2016). «Optimal Power Flow Management for Grid Connected PV Systems With Batteries». En: *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE) 2.3*, págs. 309-320. ISSN: 978-1-5090-0737-0. DOI: 10.1109/ECCE.2016.7854896.
- Morales, D. X., Y. Besanger y P Pesantez (2017). «Battery Energy Storage System Application for Decreasing the Relative Load in Distribution Transformers». En: *IEEE Transactions on Sustainable Energy* 13.52, págs. 123-456.
- Morales, D.X., Y. Besanger y Alvarez Bel (2017). «Assessment of the impact of intelligent DSM methods in the Galapagos Islands toward a Smart Grid». En: *Electric Power Systems Research* 146, págs. 308-320. ISSN: 0378-7796. DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.epsr.2017.02.003>. URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0378779617300603>.
- Morales, DX y col. (2016). «Impact assessment of new services in the Galapagos low voltage network». En: *Transmission & Distribution Conference and Exposition- Latin America (PES T&D-LA), 2016 IEEE PES*. IEEE, págs. 1-6.
- Riffonneau, Y. y col. (2011). «Optimal Power Flow Management for Grid Connected PV Systems With Batteries». En: *IEEE Transactions on Sustainable Energy* 2.3, págs. 309-320. ISSN: 1949-3029. DOI: 10.1109/TSST.2011.2114901.
- Rosenthal, R. (2014). *GAMS A Users Guide*. 2th. GAMS Development Corporation.
- Ru, Y., J. Kleissl y S. Martinez (2013). «Storage Size Determination for Grid-Connected Photovoltaic Systems». En: *CSEE Journal of Power and Energy Systems* 4.3, págs. 68-81. ISSN: 1949-3029. DOI: 10.1109/TSST.2012.2199339.

-
- Xiaokang, X. y col. (2016). «Application and modeling of battery energy storage in power systems». En: *CSEE Journal of Power and Energy Systems* 2.3, págs. 82-90. ISSN: 2096-0042. DOI: 10.17775/CSEEJPES.2016.00039.
- Yunusov, T. y col. (2016). «The impact of location and type on the performance of low-voltage network connected battery energy storage systems». En: *Applied Energy* 1.1, págs. 202-6213.

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
UNIDAD DE POSGRADOS**

**MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y
SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA**

Autor:
Adrian Rodrigo Criollo Rios

Director
Ing. Jose Manuel Aller, PhD

**DETERMINACIÓN DEL TAMAÑO ÓPTIMO DE LOS
SISTEMAS DE ALMACENAMIENTO DE ENERGÍA
BESS EN SISTEMAS FOTOVOLTAICOS
CONECTADOS A LA RED ELÉCTRICA, MEDIANTE
PROGRAMACIÓN LINEAL ENTERA MIXTA**

Este proyecto de investigación y desarrollo, presenta la optimización de sistemas de almacenamiento de energía BESS (Battery Energy Storage System) en sistemas fotovoltaicos conectados a la red eléctrica, mediante algoritmos de programación lineal entera mixta.

En el desarrollo de este trabajo, primero se realizó la creación de una base de datos tanto de perfiles de carga como de generación, la misma que reunirá toda la información real posible actualizada debido que se contará con la ayuda del Ministerio de Electricidad y Energía Renovable y dentro de este del programa “Sistema Integrado para la Gestión de la Distribución Eléctrica” SIGDE; los datos obtenidos servirán para plantear el modelo matemático de optimización conjuntamente con sus restricciones respectivas. El modelo de optimización será resuelto a través de algoritmos de programación lineal mixta y finalmente el algoritmo de optimización desarrollado será probado para el sistema eléctrico de la isla Santa Cruz, provincia de Galápagos, donde se lleva a cabo la integración de la red eléctrica con energías renovables como la generación PV. Este trabajo supone conocimientos previos de la cátedra de métodos numéricos en optimización, del uso del software MATLAB y GAMS.