



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

UNIDAD DE POSGRADOS

**MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y
SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA**

Proyecto de investigación y desarrollo
previo a la obtención del Grado de
Magíster en Métodos Matemáticos
y Simulación Numérica en Ingeniería.

**PROPUESTA DE UN MODELO MECÁNICO Y
ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UN EXOESQUELETO DE
SEIS GRADOS DE LIBERTAD PARA PERSONAS CON
DAÑO EN LA MÉDULA ESPINAL**

Autores:

Luis Alfredo Calle Arévalo

Juan Carlos Vidal Dávila

Dirigido por:

Marco Esteban Amaya Pinos

**PROPUESTA DE UN MODELO MECÁNICO Y
ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UN
EXOESQUELETO DE SEIS GRADOS DE
LIBERTAD PARA PERSONAS CON DAÑO EN
LA MÉDULA ESPINAL**

PROPUESTA DE UN MODELO MECÁNICO Y ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UN EXOESQUELETO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD PARA PERSONAS CON DAÑO EN LA MÉDULA ESPINAL

AUTORES:

LUIS ALFREDO CALLE ARÉVALO

Ingeniero Electrónico

Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en
Ingeniería.

Facultad de Ingenierías.

Universidad Politécnica Salesiana.

JUAN CARLOS VIDAL DÁVILA

Ingeniero Electrónico

Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en
Ingeniería.

Facultad de Ingenierías.

Universidad Politécnica Salesiana.

DIRIGIDO POR:

MARCO ESTEBAN AMAYA PINOS

Ingeniero Mecánico.

Magíster en Auditoría de Gestión de la Calidad.

Docente de la Carrera de Ingeniería Mecánica.



Cuenca-Ecuador

**LUIS ALFREDO CALLE ARÉVALO
JUAN CARLOS VIDAL DÁVILA**

“PROPUESTA DE UN MODELO MECÁNICO Y ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UN EXOESQUELETO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD PARA PERSONAS CON DAÑO EN LA MÉDULA ESPINAL”.

Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca-Ecuador, 2017.

MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA.

Formato 170x240mm

Páginas: 83

Breve reseña de los Autores e información de contacto:



LUIS ALFREDO CALLE ARÉVALO

Ingeniero Electrónico.

Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería.

lcallea@ups.edu.ec



JUAN CARLOS VIDAL DÁVILA

Ingeniero Electrónico.

Egresado de la Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería.

jcvd17@hotmail.com



MARCO ESTEBAN AMAYA PINOS

Ingeniero Mecánico.

Magíster en Auditoría de Gestión de la Calidad.

mamaya@ups.edu.ec

Todos los derechos reservados.

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la Ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación al autor.

DERECHOS RESERVADOS.

©2017 Universidad Politécnica Salesiana.

CUENCA-ECUADOR-SUDAMÉRICA.

LUIS ALFREDO CALLE ARÉVALO y JUAN CARLOS VIDAL DÁVILA.

“PROPUESTA DE UN MODELO MECÁNICO Y ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UN EXOESQUELETO DE SEIS GRADOS DE LIBERTAD PARA PERSONAS CON DAÑO EN LA MÉDULA ESPINAL”.

IMPRESO EN ECUADOR - PRINTED IN ECUADOR

ÍNDICE GENERAL.

CAPÍTULO 1	1
1.1 Introducción.....	1
1.2 Discapacidades motrices de miembros inferiores en el Ecuador.....	2
1.3 Estudio del estado del arte de exoesqueletos existentes en el mercado...3	
1.4 Estudio de cálculo de cinemática de robots.....	11
1.4.1 Introducción.....	11
1.4.2 Cinemática.....	14
1.4.3 Cinemática directa.....	15
1.4.4 Cinemática inversa	22
1.5 Método de elementos finitos	23
1.5.1 Desplazamientos 3D.....	25
1.5.2 Deformaciones 3D.....	26
1.5.3 Tensiones 3D.....	26
CAPÍTULO 2	28
2.1 Análisis biomecánico de la marcha humana	28
2.1.1 El ciclo de la marcha	28
2.1.2 Periodo de la marcha	29
2.1.3 Biomecánica de la cadera en la marcha.....	29
2.1.4 Biomecánica de la rodilla en la marcha.....	30
2.1.5 Biomecánica de tobillo en la marcha.....	31
2.1.6 Parámetros de la marcha.....	32
2.1.7 Particularidades de la marcha.....	33
2.1.8 Trayectorias de la marcha.....	33
2.2 Análisis antropométrico del cuerpo humano	36
2.2.1 Enfoque del estudio	39
2.3 Diseño de las propuestas de exoesqueleto.....	40
2.3.1 Primer diseño.....	41

2.3.2	Segundo diseño.....	42
2.3.3	Tercer diseño	43
2.4	Selección de la propuesta	45
CAPÍTULO 3.....		46
3.1	Selección del método matemático para el cálculo cinemático	46
3.2	Modelamiento cinemático directo	46
3.2.1	Algoritmo de denavit-hartenberg para la solución del problema cinemático directo	46
3.3	Modelamiento cinemático inverso.	51
CAPÍTULO 4.....		56
4.1	Verificación de esfuerzo, deformación y factor de seguridad en condiciones dinámicas y estáticas.	56
4.2	Verificación de valores de correlación en trayectorias de ciclo de la marcha.	66
4.3	Verificación del error cuadrático medio en curvas de posición, velocidad y aceleración.	70
CONCLUSIONES		76
RECOMENDACIONES		78
BIBLIOGRAFÍA		79
LINKOGRAFÍA		83

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 1.1: <i>Discapacidades en el Ecuador.</i>	2
Figura 1.2: <i>Exoesqueleto Hardiman - General Electric.</i>	4
Figura 1.3: <i>Exoesqueleto BLEEX.</i>	6
Figura 1.4: <i>Exoesqueleto Elegs.</i>	7
Figura 1.5: <i>Exoesqueleto Rewalk personal 6.0.</i>	8
Figura 1.6: <i>Exoesqueleto HAL.</i>	9
Figura 1.7: <i>Exoesqueleto modular INDEGO.</i>	10
Figura 1.8: <i>Modelo matemático de Hanavan.</i>	12
Figura 1.9: <i>Planos cuerpo humano.</i>	13
Figura 1.10: <i>Sistema locomotor cuerpo humano.</i>	14
Figura 1.11: <i>Vectores y rotaciones miembro inferior.</i>	15
Figura 1.12: <i>Parámetros Denavit – Hartenberg elemento giratorio.</i>	19
Figura 1.13: <i>Ejes de referencia – parámetros Denavit – Hartenberg.</i>	20
Figura 1.14: <i>Análisis cuaternario del robot SCARA.</i>	21
Figura 1.15: <i>Cinemática inversa Denavit – Hartenberg.</i>	23
Figura 1.16: <i>Elementos finitos triangular, cuadrático y hexaédrico - elasticidad tridimensional.</i>	25
Figura 1.17: <i>Vector de desplazamiento unitario.</i>	25
Figura 2.1: <i>Ciclo de la marcha humana.</i>	29
Figura 2.2: <i>Articulación de la cadera en la marcha humana.</i>	30
Figura 2.3: <i>Articulación de la rodilla en la marcha humana.</i>	31
Figura 2.4: <i>Articulación del tobillo en la marcha humana.</i>	32
Figura 2.5: <i>Movimiento de la cadera durante el ciclo de la marcha humana.</i>	34
Figura 2.6: <i>Movimiento de la rodilla durante el ciclo de la marcha humana.</i>	35
Figura 2.7: <i>Movimiento del tobillo durante el ciclo de la marcha humana.</i>	36
Figura 2.8: <i>Canon de las proporciones humanas.</i>	37
Figura 2.9: <i>Segmentos cuerpo humano en función de la altura.</i>	37
Figura 2.10: <i>Antropometría - miembro inferior.</i>	38
Figura 2.11: <i>Antropometría 3D.</i>	39
Figura 2.12: <i>Primer diseño exoesqueleto.</i>	42
Figura 2.13: <i>Segundo diseño exoesqueleto.</i>	43
Figura 2.14: <i>Tercer diseño exoesqueleto.</i>	44
Figura 3.1: <i>Numeración de eslabones - Denavit-Hartenberg.</i>	47
Figura 3.2: <i>Numeración de articulaciones - Denavit-Hartenberg.</i>	47

Figura 3.3: <i>Ejes - Denavit-Hartenberg.</i>	48
Figura 3.4: <i>Dimensiones de los elementos del exoesqueleto.</i>	49
Figura 3.5: <i>Cadena cinemática derecha e izquierda.</i>	51
Figura 3.6: <i>Cinemática inversa del tobillo.</i>	53
Figura 4.1: <i>Restricciones y cargas del exoesqueleto 3D.</i>	56
Figura 4.2: <i>Calidad de mallado.</i>	57
Figura 4.3: <i>Esfuerzo del elemento de la pierna.</i>	57
Figura 4.4: <i>Esfuerzo durante el ciclo de la marcha del elemento de la pierna.</i>	58
Figura 4.5: <i>Factor de seguridad del elemento de la pierna.</i>	58
Figura 4.6: <i>Esfuerzo en el soporte del pie.</i>	59
Figura 4.7: <i>Esfuerzo en el soporte del pie.</i>	59
Figura 4.8: <i>Factor de seguridad de soporte del pie.</i>	60
Figura 4.9: <i>Esfuerzo máximo del soporte de la cadera.</i>	60
Figura 4.10: <i>Esfuerzo en el soporte de la cadera.</i>	61
Figura 4.11: <i>Factor de seguridad en el soporte de la cadera.</i>	61
Figura 4.12: <i>Esfuerzo en el elemento de soporte del muslo.</i>	62
Figura 4.13: <i>Esfuerzo en el elemento de soporte de la pierna.</i>	62
Figura 4.14: <i>Esfuerzo del soporte de la cadera.</i>	63
Figura 4.15: <i>Condiciones de frontera del soporte de la cadera.</i>	63
Figura 4.16: <i>Calidad de mallado en soporte de la cadera.</i>	64
Figura 4.17: <i>Deformación del soporte de la cadera.</i>	64
Figura 4.18: <i>Esfuerzo máximo en los agujeros del eje.</i>	65
Figura 4.19: <i>Curva de análisis de convergencia en la deformación del soporte de la cadera.</i>	65
Figura 4.20: <i>Implementación de geometrías en Simulink.</i>	66
Figura 4.21: <i>Esquema de implementación del modelo cinemático directo.</i>	66
Figura 4.22: <i>Puntos de medición A y B considerados extremos finales de las cadenas cinemáticas.</i>	67
Figura 4.23: <i>Trayectorias biomecánicas de la cadera para la validar el modelo cinemático directo.</i>	67
Figura 4.24: <i>Trayectorias biomecánicas de la rodilla para la validar el modelo cinemático directo.</i>	68
Figura 4.25: <i>Trayectorias biomecánicas del tobillo para la validar el modelo cinemático directo.</i>	68
Figura 4.26: <i>Trayectorias medida en el modelo 3D durante el ciclo de la marcha.</i> ..	69
Figura 4.27: <i>Trayectorias calculada durante el ciclo de la marcha.</i>	69
Figura 4.28: <i>Esquema de implementación del modelo cinemático inverso.</i>	71
Figura 4.29: <i>Trayectoria del pie para subir un escalón.</i>	71

Figura 4.30: <i>Trayectoria del pie a utilizar en el modelo cinemático inverso.....</i>	72
Figura 4.31: <i>Trayectoria medida sobre el extremo final de la cadena cinemática. ...</i>	72
Figura 4.32: <i>Curva velocidad medida.</i>	73
Figura 4.33: <i>Curva velocidad real.</i>	73
Figura 4.34: <i>Curva aceleración medida.</i>	74
Figura 4.35: <i>Curva aceleración real.</i>	74

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 1.1: <i>Personas con paraplejia en el Ecuador - 2011</i>	3
Tabla 2.1: <i>Valorización de factores</i>	45
Tabla 3.1: <i>Parámetros calculados - Denavit-Hartenberg</i>	49

ÍNDICE DE ECUACIONES.

Ecuación 1.1: <i>Coordenada cartesiana de la articulación en x</i>	16
Ecuación 1.2: <i>Coordenada cartesiana de la articulación en y</i>	16
Ecuación 1.3: <i>Coordenada cartesiana de la articulación en z</i>	16
Ecuación 1.4: <i>Orientación de la articulación en α</i>	16
Ecuación 1.5: <i>Orientación de la articulación en β</i>	16
Ecuación 1.6: <i>Orientación de la articulación en γ</i>	16
Ecuación 1.7: <i>Matriz de transformación homogénea</i>	16
Ecuación 1.9: <i>Matriz de transformación Denavit-Hartenberg</i>	17
Ecuación 1.12: <i>Ecuación de un cuaternio</i>	20
Ecuación 1.13: <i>Ecuación de un cuaternio con orientación</i>	20
Ecuación 1.26: <i>Desplazamiento de un vector unitario</i>	25
Ecuación 1.27: <i>Vector de desplazamientos nodales</i>	25
Ecuación 1.28: <i>Vector de deformación unitario</i>	26
Ecuación 1.29: <i>Vector de Tensiones unitario</i>	26
Ecuación 1.30: <i>Tensión para un material elástico</i>	26
Ecuación 1.31: <i>Matriz elástico lineal</i>	27
Ecuación 1.34: <i>Tensión de von mises</i>	27
Ecuación 4.1: <i>Coefficiente de correlación</i>	70
Ecuación 4.5: <i>Error cuadrático medio</i>	74

NOMENCLATURA.

AFO	Ankle foot orthosis.
BLEEX	Berkeley lower extremity exoskeleton.
CONADIS	Consejo nacional para la igualdad de discapacidades.
CVC	Control voluntario cibernético.
DARPA	Agencia de Proyectos de Investigación Avanzados de Defensa.
FDA	Agencia de regulación de Alimentos y Medicamento.
FEM	Método de elementos finitos.
GDL	Grados de libertad.
HAL	Hybrid assistive limb.
INEC	Instituto Nacional de Estadísticas y Censos.
NASA	Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio
VM	Von mises
1D	Una dimensión
2D	Dos dimensiones
3D	Tres dimensiones

Dedicatoria

Ésta investigación está dedicada a mis padres, quienes han sido y serán el pilar fundamental en mi vida, ellos sembraron en mis los valores de la superación, optimismo y perseverancia.

A mi corazón que está a la distancia Génesis, quien ha sabido apoyarme con sus palabras y brindarme todo su cariño en las noches de desvelo para motivarme a terminar esta investigación y concluir esta una etapa más en el camino del saber.

A mis hermanas María Teresa y Gabriela y a mi querida tía Mayita que siempre han estado a mi lado en todo momento a pesar de las dificultades del camino para llegar a culminar con un objetivo más.

LUIS ALFREDO CALLE ARÉVALO.

Dedicatoria

Ésta investigación está dedicada especialmente a mi amada hija Amelia Sofía, quien es mi luz y fortaleza en este camino de ser padre, gracias por tu sonrisa, abrazos, besos y amor sincero cuando estaba en esos instantes de estrés para darme ánimo y culminar esta meta.

A mi esposa Jessica Paola por todo el apoyo y amor incondicional durante este periodo juntos, por ser mi compañera y extender su mano para levantarme en esos momentos de cansancio y perturbación.

Finalmente, a mis padres Teodoro y Janneth por guiar mis pasos y enseñarme que en la vida hay que luchar incansablemente para alcanzar los objetivos que Dios tiene trazados para nuestras vidas.

JUAN CARLOS VIDAL DÁVILA.

PREFACIO

En este proyecto de investigación se presenta el diseño mecánico y el análisis cinemático de un dispositivo de asistencia mecánica denominado exoesqueleto, enfocado para personas que han sufrido afección motriz o daño en su médula espinal, perdiendo la movilidad en sus miembros inferiores.

El análisis cinemático aporta funciones que permiten al dispositivo emular la biomecánica del ciclo de la marcha humana, generando una correcta ubicación espacial de las articulaciones y determinando matemáticamente los valores de posición, velocidad y aceleración en cualquier periodo, mientras dure el desplazamiento de la persona o incluso al subir una escalera.

Para el diseño mecánico se consideraron factores de ergonomía, seguridad, portabilidad y costo de manufactura; pues uno de los objetivos es que éste dispositivo sea asequible a cualquier persona que tenga limitación motriz en sus miembros inferiores o algún impedimento para caminar de manera adecuada y normal.

Para validar el diseño en su conjunto se utiliza el software de análisis matemático MATLAB/SIMULINK, mientras que, para simular el diseño mecánico y garantizar su fiabilidad, se utiliza el software de elementos finitos ANSYS.

Finalmente, con los resultados obtenidos en las simulaciones, se garantiza la funcionalidad mecánica del exoesqueleto propuesto para su futura construcción.

PRÓLOGO

En el siglo actual, cada día es más frecuente el uso de software de simulación y cálculo para resolver, analizar y evaluar diseños mecánicos que aportan al área de la biomedicina y la biónica en los seres vivos.

Hoy en día, los investigadores se han enfocado en crear prótesis y exoesqueletos para miembro inferior, estos dispositivos electromecánicos se colocan paralelamente a la persona, simulando las partes y articulaciones del cuerpo humano.

La mayoría de los diseños están dedicados a proveer movilidad, permitiendo así: soportar, alinear, prevenir y corregir deformidades en alguna de sus extremidades; en otros casos son utilizados para aumentar la fuerza y resistencia del individuo que padece algún desorden de movilidad.

Con el objetivo de aportar localmente con estas investigaciones, en el presente proyecto, se propone el modelo mecánico y análisis cinemático de un exoesqueleto de seis grados de libertad para personas con daño en la médula espinal.

Para lograr los objetivos formulados se han planteado 4 capítulos donde:

- En el capítulo 1 se estudia las discapacidades motrices de miembros inferiores en el Ecuador, el estado de arte de los exoesqueletos actuales y el cálculo cinemático directo e inverso de los mismos.
- En el capítulo 2 se analiza la biomecánica de la marcha humana, la antropometría del cuerpo humano y se selecciona la geometría de exoesqueleto adecuado priorizando los factores y necesidades de nuestro enfoque de estudio.
- En el capítulo 3 se resuelve el problema cinemático directo e inverso, obteniendo matrices de transformación homogénea que permiten relacionar todos los sistemas coordenados para obtener la ubicación espacial del extremo final, así como también las funciones de las variables articulares.
- En el capítulo 4 se realiza la simulación mecánica de diseño aplicando el pre y post procesamiento en el software de elementos finitos ANSYS, para verificar los valores de la correlación de las trayectorias del ciclo de la marcha y el error cuadrático medio de la posición, velocidad y aceleración, se realiza las simulaciones del modelo matemático en MATLAB y se valida la cinemática directa e inversa para el diseño escogido utilizando el software SIMULINK.

AGRADECIMIENTO

Agradezco infinitamente a Dios porque él ha sido el camino para culminar esta investigación y permitirme resolver las dificultades con sabiduría.

A la Universidad Politécnica Salesiana, mi segunda casa, ya que por medio de sus autoridades pude cursar este programa de maestría.

Agradezco al Ing. Marco Amaya quien aportó grandemente en el desarrollo del proyecto, demostrando así su compromiso como director para culminar esta investigación.

A mi compañero de investigación y gran amigo Juan Carlos, una persona intachable quien desde un principio con responsabilidad y total entrega abriendo un espacio en su vida familiar dedico el tiempo necesario para culminar este objetivo mutuo.

LUIS ALFREDO CALLE ARÉVALO.

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios por las bendiciones recibidas en salud y vida para seguir perseverando y alcanzando mis objetivos en este mundo terrenal.

A mis hermanos María Isabel, Teodoro y Tatiana, por siempre brindarme fuerza, ánimo y buenos augurios en cada proyecto y ser mis compañeros de vida en las buenas y las malas.

Así también, a mis demás familiares directos y familia política por sus palabras de incentivo, pero personalmente a Sandra por sus consejos y apoyo.

A mi compañero y buen amigo Luis Alfredo por confiar en mí, compartir sus conocimientos y amistad permanente durante esta maestría, demostrando ser un excelente profesional y una persona sincera, frontal y humilde.

Al Ing. Marco Amaya con quien hemos entablado una excelente amistad y ha dirigido de manera adecuada y profesional este trabajo de titulación.

JUAN CARLOS VIDAL DÁVILA.

CAPÍTULO 1

1.1 INTRODUCCIÓN.

Un exoesqueleto se puede definir como un dispositivo mecánico activo que es esencialmente antropomórfico y que se coloca ajustadamente al cuerpo humano para emular en conjunto los movimientos naturales de las articulaciones y extremidades del cuerpo en la marcha humana. (*Dollar, A. M., & Herr, H., 2008*).

Estos dispositivos electromecánicos se colocan paralelamente a la persona, simulando las partes y articulaciones del cuerpo humano, de tal manera, que su diseño permite soportar, alinear, prevenir y corregir deformidades; soportando la fuerza ejercida por el peso del torso del cuerpo sin la necesidad de que este sea soportado por las piernas. (*Hernández Díaz, A., 2015*).

El análisis biomecánico de la marcha humana es fundamental en el diseño de un exoesqueleto, debido a que mejora la resistencia, velocidad y la capacidad ambulatoria de una persona que sufre de alguna patología en las piernas; en términos médicos a estos dispositivos se los denomina ortesis activa de miembro inferior “AFO” (Ankle Foot Orthosis). (*Martínez P., 2016*).

El uso de exoesqueletos para la rehabilitación de personas con discapacidad de locomoción ha sido un reto desde el año de 1960 y se ha probado diferentes prototipos en laboratorios tecnológicos, médicos, investigativos y universidades de realce a nivel mundial. (*Esquenazi, A., 2013*).

Las estadísticas recientes en el área de la rehabilitación, reflejan que los pacientes que sufre de distrofia muscular con el uso continuo de los exoesqueletos mejoran progresivamente las tareas de caminar, correr, saltar y levantar cargas con el mínimo costo metabólico y gasto de energía. (*Quintero, H. et al, 2012*).

Es por eso que la mayoría de los prototipos actuales son ligeros y tienen marcos fabricados en aluminio, titanio y acero, con el único objetivo de mejorar el rendimiento del paciente.

Finalmente, estos exoesqueletos robóticos prometen aumentar el movimiento de las extremidades, devolviendo la autonomía de poder desplazarse de un lugar a otro a los pacientes que han sufrido lesiones de médula espinal o lesiones en el cerebro, generando un efecto psicológico positivo, aumentando el autoestima y confianza en ellos como también en sus familiares para poder realizar sus actividades cotidianas y llevar una calidad de vida más activa en la sociedad. (*Mejía, G., & Zetta, D., 2014*).

1.2 DISCAPACIDADES MOTRICES DE MIEMBROS INFERIORES EN EL ECUADOR.

En el Ecuador la institución pública del Consejo Nacional para la Igualdad de Discapacidades “CONADIS” es la encargada de realizar el seguimiento, participación y evaluación de las necesidades que demandan las personas discapacitadas y sus familiares, garantizando el respeto al derecho de igualdad y no discriminación de acuerdo a la Constitución de la República. (Conadis, 2017).

Las estadísticas realizadas por el CONADIS hasta febrero 2017 reflejan que, del total de las personas con discapacidad de locomoción, el 47% de las mismas tiene una discapacidad física y el 7% pertenecen al Azuay (14.630 personas) como se puede observar en la figura 1.1. (Conadis, 2017).

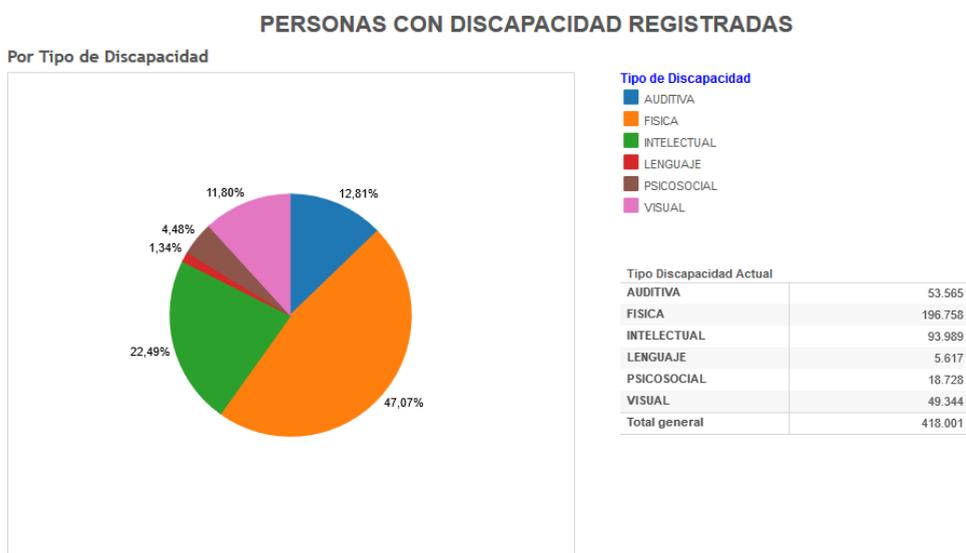


Figura 1.1: Discapacidades en el Ecuador.

Fuente: Conadis. (2017). Consejo nacional para la igualdad de discapacidades.

Según datos proporcionados por el Instituto Ecuatoriano de Estadísticas y Censos “INEC” desde el 2011 hasta el 2015 existen 427 personas que fueron hospitalizadas en casa de salud públicas con un cuadro de paraplejía a nivel nacional y que podrían beneficiar al utilizar un exoesqueleto robótico (Tabla 1.1) (Inec, 2017).

Tabla1.1 : Personas con paraplejia en el Ecuador - 2011.

	Grupos de edad											Total
	Menos de 1 año	1-4 años	5-9 años	10-14 años	15-19 años	20-24 años	25-34 años	35-44 años	45-54 años	55-64 años	65 y más años	
2015	-	4	-	3	3	7	14	13	13	12	21	90
2014	-	4	5	8	3	4	14	14	12	13	11	88
2013	-	1	5	4	5	6	19	15	19	6	21	101
2012	1	3	1	3	6	9	16	13	19	11	12	94
2011	-	1	2	1	2	3	15	5	9	3	13	54
Subtotal	1	13	13	19	19	29	78	60	72	45	78	427

Fuente: Recuperado de: Inec. (2017). Instituto Nacional de Estadísticas y Censos. “Personas hospitalizadas con paraplejia”. <http://www.normalizacion.gob.ec>.

Al utilizar un exoesqueleto robótico para un proceso de rehabilitación, se puede fomentar la inclusión de personas con discapacidad en la sociedad, ayudando así a la ejecución de tareas cotidianas que antes lo realizaban o que nunca las pudieron hacer; esto debido a su limitación física.

1.3 ESTUDIO DEL ESTADO DEL ARTE DE EXOESQUELETOS EXISTENTES EN EL MERCADO.

La locomoción humana y la marcha patológica del ser humano son la base en la que hoy en día se han enfocado los investigadores para crear prótesis y exoesqueletos para miembro inferior.

En la mayoría de los casos, los exoesqueletos son diseñados para proveer movilidad y permitir soportar, alinear, prevenir, corregir deformidades en alguna de sus extremidades o para aumentar la fuerza y resistencia del individuo que padece algún desorden de movilidad. (Yera, K et al).

Los exoesqueletos robóticos se dividen en tres grandes categorías:

- La primera es el exoesqueleto de aumento de rendimiento, que permite a la persona aumentar la fuerza, la resistencia y otras capacidades físicas de los individuos sanos. Este tipo de exoesqueleto podría utilizarse para levantar objetos, herramientas o cargas pesadas a grandes distancias. Se los puede utilizar principalmente en fábricas y almacenes, construcciones, como soporte en zonas de emergencia y en excursiones militares. (Cruz, C. et al, 2011).

- La segunda categoría abarca los exoesqueletos de asistencia para personas con discapacidades. Estos robots asistidos pueden permitir a los usuarios completar los movimientos que no pudieran realizar por sí mismos. De igual manera, este tipo de exoesqueletos están destinados para que el individuo con parálisis de miembros inferiores camine con la ayuda de muletas. (Cruz, C. et al, 2011).
- La tercera categoría es el exoesqueleto terapéutico para la rehabilitación, estos dispositivos pueden ayudar a atenuar los movimientos del usuario para lograr el ejercicio terapéutico. Pueden entrenar los músculos y el sistema nervioso de un individuo para ayudarlos a superar las limitaciones de una discapacidad. (Cruz, C. et al, 2011).

A principios de 1960 se empezó a diseñar y crear los primeros robots tomando como referencia la motricidad gruesa de los seres humanos, estos estaban enfocados primordialmente en actividades militares donde se requería mucha potencia, fuerza y torque para levantar cargas. (Zajac, F., & Gordon, M.,1989).

Para finales de 1960 General Electric en cooperación de la Universidad de Cornell, construyeron el prototipo “Hardiman” (Human Augmentation Research and development Investigation), un exoesqueleto hidráulico que pasaba 680Kg y tenía 30 grados de libertad como se observa en la Figura 1.2. (Murray, R., 1994).



Figura 1.2: Exoesqueleto Hardiman - General Electric.

Fuente: Fick, B. R., & Makinson, J. B. (1971). *Hardiman I prototype for machine augmentation of human strength and endurance.*

En los años posteriores, las pruebas evidenciaron que, al combinar la fuerza de los robots con el control inteligente del ser humano, podrían emular de mejor manera las acciones

y los movimientos finos de estas máquinas para asistir a personas con alguna discapacidad física o motriz, evolucionando así el enfoque de aplicación hacia el área de la medicina y generando los primeros prototipos de los sistemas exoesqueléticos. (*Vukobratovic, M. et al, 1974*).

En 1970 se crea el primer exoesqueleto con unión del torso completo al paciente, mejorando la estabilidad en el plano frontal y para que sea autónomo se colocaron motores de corriente directa en sus articulaciones y actuadores neumáticos para proporcionar flexión en la cadera, la rodilla y el tobillo. (*Vukobratovic, M. et al, 1974*).

Para finales de 1990, algunos exoesqueletos eran diseñados para aumentar el funcionamiento de sujetos sanos y confiado en los mecanismos elásticos pasivos, varios de estos prototipos generaron costos elevados, siendo financiados a nivel mundial por grandes instituciones de investigación como la Agencia de Proyectos de Investigación Avanzados de Defensa “DARPA” y la Administración Nacional de la Aeronáutica y del Espacio “NASA”. (*Valdivia, C. et al, 2013*).

Dentro de estos programas en el año 2000, uno de los exoesqueletos más sobresalientes fue “BLEEX” por sus siglas en inglés “Berkeley Lower Extremity Exoskeleton” (Figura 1.3). La novedad de este elemento consiste en su autonomía en cuanto a la alimentación del sistema, el cual cuenta con cuatro actuadores para flexión/esfuerzo para la rodilla y abducción/aducción para la cadera. (*Kazerooni, H., & Steger, R., 2006*).

El exoesqueleto BLEEX fue diseñado para los soldados, trabajadores de socorro, combatientes de incendios y otro personal de emergencia que tienen que transportar cargas importantes tales como alimentos, equipo de rescate, suministros de primeros auxilios, equipo de comunicaciones y armamento con un mínimo esfuerzo sobre cualquier tipo de terreno en períodos extendidos de tiempo. El principal objetivo del proyecto BLEEX es crear un exoesqueleto autoalimentado para mejorar la fuerza, resistencia, ergonomía y maniobrabilidad del ser humano. (*Berkeley, 2017*).

La cinemática y los requerimientos de actuación fueron diseñados considerando un comportamiento similar a los de un ser humano con un peso de 75 kg, con una caminata a una velocidad de 1.3m/s en base a trayectorias seleccionables pregrabadas en la unidad de control y siguiendo un patrón de la marcha humana. (*Young, A. J., & Ferris, D. P., 2017*).

BLEEX es un exoesqueleto autónomo con capacidad de llevar su propio peso además de una carga útil externa, ya que el dispositivo transfiere las fuerzas de la carga útil a la tierra, en lugar de al usuario y tiene seis grados de libertad “GDL”.



Figura 1.3: Exoesqueleto BLEEX.

Fuente: Zoss, A. B., Kazerooni, H., & Chu, A. (2006). *Biomechanical design of the Berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX)*.

Existen una amplia gama de diseños similares al BLEEX que están enfocados al aumento de la fuerza de la persona como son ExoHiker, ExoClimber, HULC y su aplicación más común es en el área militar y de socorro.

Para el año 2010 el laboratorio Berkeley Bionics dio a conocer el eLEGS, un sistema de exoesqueleto que permite que los parapléjicos y aquellos con trastornos de movilidad se paren y caminen (Figura 1.4). Estos exoesqueletos motorizados permiten a los usuarios caminar en posición vertical con poco esfuerzo físico. (Zoss, A. *et al*, 2006).

La interfaz de la computadora utiliza más de 40 sensores para monitorear el movimiento de la persona para ser emulado en una función en el exoesqueleto, la batería cuenta con seis horas de autonomía donde el paciente puede realizar las funciones de caminar en línea recta, levantarse después de haber estado sentado, estar parado por un largo periodo de tiempo y sentarse nuevamente. (Kazerooni, H., & Steger, R., 2006).



Figura 1.4: Exoesqueleto Elegs.

Fuente: Zoss, A. B., Kazerooni, H., & Chu, A. (2006). *Biomechanical design of the Berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX)*.

Además, existen exoesqueletos aprobados por la Agencia de regulación de Alimentos y Medicamento “FDA” que son utilizados por pacientes que sufren de lesión medular crónica.

En esta lista se encuentra el prototipo ReWalk que fue creado en el año 2012, es un exoesqueleto robótico portátil que proporciona movimiento impulsado desde la cadera y la rodilla para permitir que las personas con lesión de la médula espinal (SCI) se mantengan erguidas, caminen, giren, suban y bajen escaleras. ReWalk es el primer exoesqueleto que recibe la aprobación de la FDA en el año 2014 para uso personal y de rehabilitación en los Estados Unidos. (Figura 1.5) (Esquenazi, A., 2013).

Este exoesqueleto controla el movimiento usando cambios sutiles en su centro de gravedad, una inclinación hacia adelante del cuerpo superior es detectada por el sistema que inicia el primer paso y el desplazamiento repetido del cuerpo genera una secuencia de pasos que imita una marcha natural funcional de las piernas. (ReWalk, 2017).

La estabilidad y seguridad del usuario durante el proceso de andar está garantizado por el uso de elementos de seguridad como podrían ser muletas o barandales en las escaleras, permitiendo caminar sin asistencia humana distancias de 50–100m continuamente durante un periodo de tiempo de 5 a 10 minutos, con velocidades que oscilan entre los 0.03 y 0.45 m/s. (Zeilig, G. et al, 2012).



Figura 1.5: Exoesqueleto Rewalk personal 6.0.
Fuente: Rewalk Robotics. (2017).

En el año 2013 se expone al mercado la nueva versión del exoesqueleto HAL por su siglas en inglés “Hybrid Assistive Limb” desarrollado por la Universidad japonesa de Tsukuba y la empresa robótica CYBERDYNE. (Figura 1.6).

HAL se convirtió en el primer dispositivo robótico del mundo para tratamiento médico, y en el año 2015 recibe la certificación de seguridad global por la Unión Europea. (Kawamoto, H. et al, 2010).

HAL dispone de un sistema de auto aprendizaje y retroalimentación, cuando una persona trata de mover su cuerpo, las señales de los nervios son enviadas del cerebro a los músculos a través de las neuronas motoras llamadas señales bioeléctricas (BES), dichos movimientos son reconocidos por el sistema de control voluntario cibernético (CVC), controlado sus unidades de potencia y reproduciendo dicho movimiento lo más natural posible en el exoesqueleto. Posteriormente, el cerebro de la persona es retroalimentado por una señal de confirmación asistida por el movimiento ejercido por exoesqueleto, de esta manera cada paciente es capaz de controlar su propia marcha humana, ponerse de pie y sentarse con sus propias piernas únicamente soportado físicamente por el esqueleto de HAL. (Kawamoto, H. et al, 2010).

HAL está enfocado particularmente a personas con trastorno total del sistema muscular cerebral y nervioso, pesa sólo 12 Kg, autonomía de tres horas con baterías de litio, computadora de control alrededor de la cintura libremente desmontable, puede

adaptarse a las longitudes de sus piernas, anchos de cadera y tamaños de pies en amplios rangos de usuarios. (Cyberdyne, 2013).

Todas las operaciones, tales como inicio, parada, cambio de ajustes y confirmación de estados de movimiento se pueden manipular desde el controlador de mano. (Cyberdyne, 2013).

Este dispositivo japonés es el más avanzado actualmente y es reconocido para el tratamiento en medicina terapéutica tecnológica a nivel internacional por la Organización para el Desarrollo de Nuevas Tecnologías de la Energía y Tecnología Industrial. (Cyberdyne, 2013).



Figura 1.6: Exoesqueleto HAL.

Fuente: Cyberdyne. (2013).

En el año 2015 la multinacional Parker-Hannifin líder mundial en tecnologías de movimiento y control, comercializa el INDEGO para personas con lesiones de la médula espinal, permitiendo terapias intensas sobre la marca humana (Figura 1.7).

INDEGO actúa bilateralmente por motores sofisticados en las articulaciones de la rodilla y la cadera, combinado con sensores avanzados y estrategias de control, el dispositivo permite que las personas con deterioro de la marcha se pongan de pie y caminen nuevamente. (Indego Go, 2015).

Se adhiere de una forma ergonómica en las rodillas y las articulaciones de la cadera, su control y batería se encuentra alrededor de la cintura.

Este exoesqueleto pesa 12 kg es ligero, fácil de manejar, permite una rápida configuración y transporte debido a que se descompone en tres ortesis. Al ser modulable permite montar componentes de diferentes tamaños para acomodar a todos los tipos de cuerpo. (Farris, R., 2011).

Debido a que no cuenta con una mochila en la parte superior del cuerpo, se puede usar mientras se está sentado en una silla de ruedas estándar. Cuenta con una aplicación iOS con interface Bluetooth que permite controlar los parámetros del entrenamiento y auto aprendizaje de la marcha, longitud de la zancada, frecuencia de los pasos, altura de los pasos y registro de datos de la caminata para que los terapeutas puedan cuantificar fácilmente los resultados. (Farris, R., 2011).

INDEGO fue certificada por la FDA en el año 2016 para uso clínico y personal, actualmente es comercializada en los Estados Unidos y Europa, también obtuvo la marca de seguridad para la comercialización de dispositivos electrónicos en ambos países UL y CE a través de extensas pruebas para certificar los altos estándares del diseño, función y seguridad del sistema. (Indego Go, 2015).



Figura 1.7: Exoesqueleto modular INDEGO.
Fuente: Indego Go. (2015).

1.4 ESTUDIO DE CÁLCULO DE CINEMÁTICA DE ROBOTS.

1.4.1 INTRODUCCIÓN.

Los fenómenos cinemáticos y mecánicos que presentan los seres vivos están directamente relacionados con la disposición espacial y el medio de referencia donde estén ubicados. (*Valdivia, C. et al, 2013*).

Para poder representar adecuadamente la cinemática de un robot, primero se debe comprender como está relacionado y acoplado cada segmento del cuerpo humano, tal como lo expresa el modelo matemático de Hanavan.

En este modelo se representa a una persona por un conjunto de 15 sólidos geométricos, cada uno representa una parte del cuerpo y se denota su masa, centro de masa y momentos de inercia como se visualiza en la Figura 1.8 (*Hanavan Jr, 1964*).

Estos segmentos son:

- Cabeza (1).
- Torso superior (2).
- Torso inferior (3).
- Mano derecha (4).
- Mano izquierda (5).
- Brazo derecho (6).
- Brazo izquierdo (7).
- Antebrazo derecho (8).
- Antebrazo izquierdo (9).
- Parte superior pierna derecha (10).
- Parte superior pierna izquierda (11).
- Parte inferior pierna derecha (12).
- Parte inferior pierna izquierda (13).
- Pie derecho (14).
- Pie izquierdo (15).

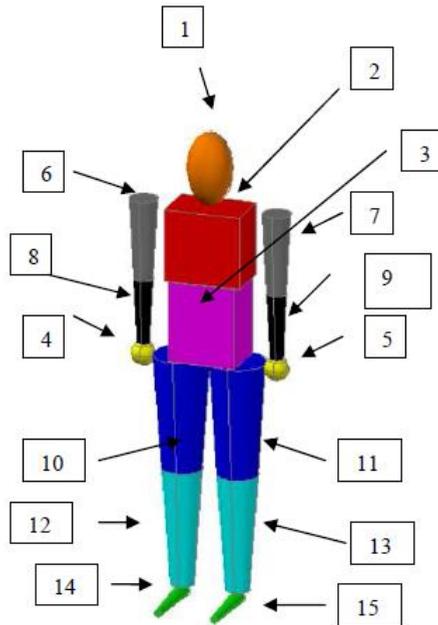


Figura 1.8: Modelo matemático de Hanavan.

Fuente: Chen, G., Chan, C. K., Guo, Z., & Yu, H. (2013). A review of lower extremity assistive robotic exoskeletons in rehabilitation therapy.

Mediante la utilización de los parámetros antes descritos, es posible construir un modelo virtual de una persona, permitiendo lograr un análisis de volúmenes de trabajo de cada articulación, así como la interacción en cada una de ellas. (Tibaduiza, M. & Grosso, J., 2009).

Cada sistema o parte del cuerpo humano cumple una función que ayuda a realizar la marcha, de igual forma las partes del sistema robótico tratarán de cumplir estas funciones para lograr realizar los movimientos en el plano sagital, coronal y transversal. (Figura 1.9) (Renart, I. et al, 1997).

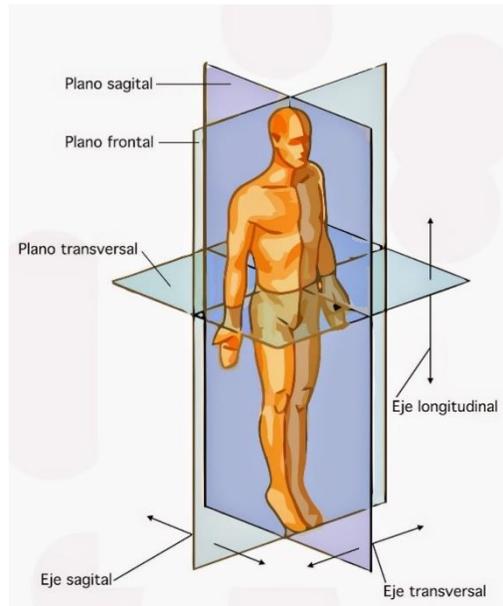


Figura 1.9: Planos cuerpo humano.

Fuente: Renart, I. P., Planell, J. A., & Gil, F. X. (1997). *Fundamentos de biomecánica y biomateriales*.

El sistema locomotor del ser humano se divide en tres subsistemas (Rodrigo, S et al, 2007):

- Subsistema efector. - Sistema esquelético constituido por segmentos articulados que dan soporte y movimiento.
- Subsistema actuador. - Sistema muscular integrado por músculos y tendones que generan las fuerzas internas para realizar el movimiento de los segmentos.
- Subsistema controlador. - Sistema nervioso que controla y coordina los demás subsistemas.

El sistema en todo su conjunto debe mantenerse estable en la etapa de reposo y durante el tiempo que se realiza los movimientos corporales, controlando cada segmento del cuerpo mientras se transfiere el peso de una extremidad a otra, además del peso anti gravitatorio del cuerpo como se muestra en la Figura 1.10.

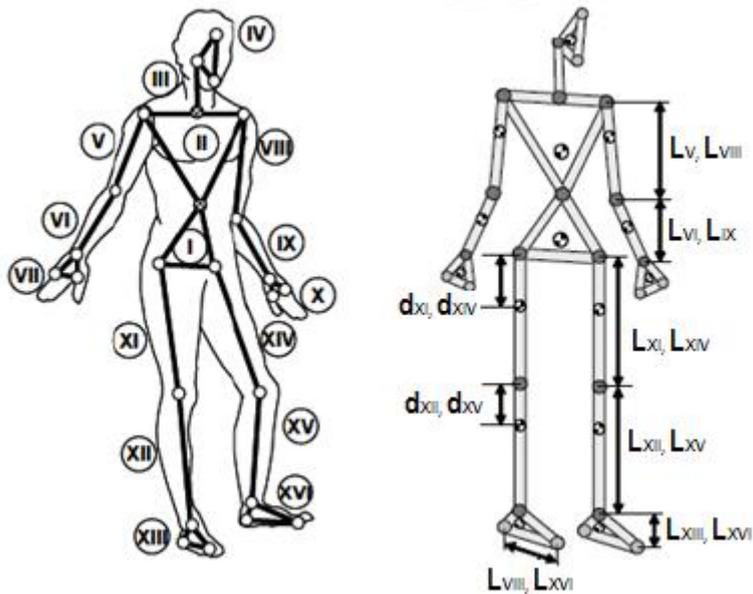


Figura 1.10: Sistema locomotor cuerpo humano, donde, “d” es la distancia entre la articulación y el centro de masa y “L” es la distancia entre las articulaciones.

Fuente: Rodrigo, S. E., Ambrósio, J. A., & Penisi, O. (2007). *Análisis dinámico inverso de modelos biomecánicos espaciales del cuerpo humano*.

Al no poder controlar los movimientos del plano frontal, el paciente se ayuda mediante el uso de algún tipo de apoyo para desplazar el centro de gravedad de todo el cuerpo dentro de la base de sustentación y así mantenerse estable. (Crowell III, H., 1995).

1.4.2 CINEMÁTICA.

La cinemática es el estudio del movimiento sin tomar en cuenta las fuerzas que lo producen, esta estudia la posición, velocidad y aceleración del sistema. (Craig, J., 2006).

Para dar solución a un modelo cinemático es necesario plantear una relación geométrica entre los elementos involucrados en el sistema, por lo tanto, se debe implantar un sistema de coordenadas principal para poder establecer las relaciones con el resto de partes que forman la cadena cinemática. (Valdivia, C. et al, 2013).

Para comprender cinemáticamente el funcionamiento del cuerpo humano, se plantea un modelo simplificado equivalente a la pierna de una persona, se puede aplicar el modelo cinemático directo con el fin de determinar la posición y orientación del extremo final del robot (efector final,) con respecto a un sistema de coordenadas que se toma como referencia (coordenadas de cada uno de las articulaciones), sin importar si éstas son prismáticas o rotacionales. (Pons, J., 2008).

También, puede ocurrir lo contrario, cuando se conoce el punto, la orientación y la posición en el espacio a la que se quiere hacer llegar el extremo final del robot (efector final), pero se desconoce las coordenadas de cada articulación, estas se requieren calcularlas para hacer llegar a la posición deseada, misma que se denomina como cinemática inversa. (Pons, J., 2008).

En otras palabras, al llevar la pierna a un conjunto simplificado de barras, donde las variables del sistema se reducen a longitudes y ángulos, se puede obtener la configuración del exoesqueleto para alcanzar una posición y orientación determinadas (Figura 1.11). Cabe aclarar que, aunque el miembro inferior y el exoesqueleto comparten las características dinámicas, estas no poseen el mismo análisis cinemático final. (Pons, J., 2008).

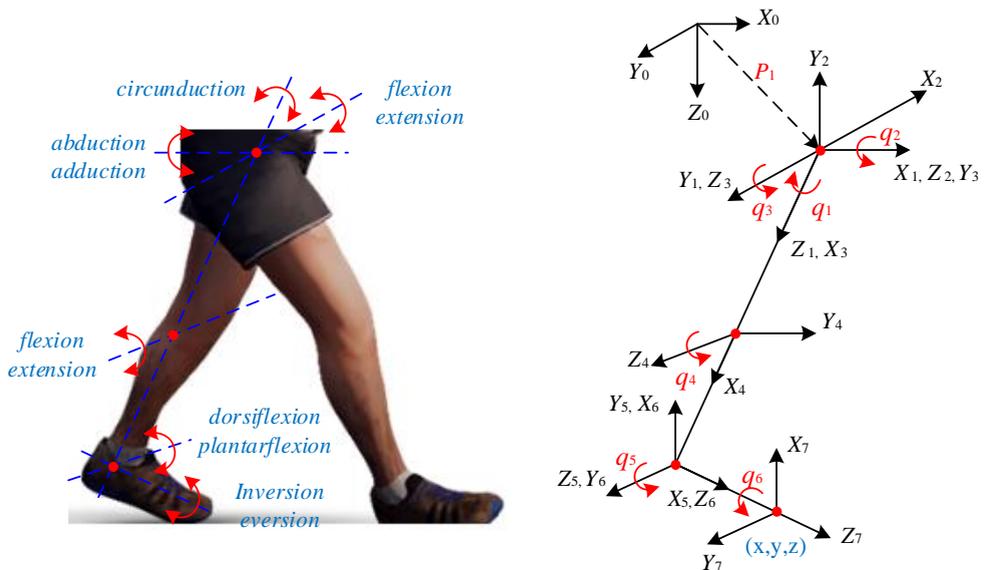


Figura 1.11: Vectores y rotaciones miembro inferior, donde, q_i es el valor del ángulo entre dos articulaciones y x_i, y_i, z_i son los ejes coordenados de cada articulación .

Fuente: Pons, J. L. (2008). *Wearable robots: biomechatronic exoskeletons*.

1.4.3 CINEMÁTICA DIRECTA.

Dado que un robot se puede interpretar como una cadena cinemática formada por objetos eslabones unidos mediante articulaciones, se puede establecer un sistema de referencia fijo situado en la base del robot y describir la localización de cada eslabón con respecto al sistema de referencia.

Existen varios métodos para resolver la cinemática directa:

- Matrices de transformación homogénea.
- Denavit – Hartenberg.
- Cuaternios.

1.4.3.1 MÉTODO MATRICES DE TRANSFORMACIÓN HOMOGÉNEA

Las transformaciones homogéneas son usadas para calcular los valores de las coordenadas de un determinado elemento del robot y se utilizan matrices cuadradas. (Guzmán C.,2010).

Para la localización espacial del extremo del robot a partir de los valores de sus coordenadas articulares, se escoge las coordenadas cartesianas y ángulos de Euler para representar la posición y orientación del extremo del robot de seis grados de libertad con las relaciones (Barrientos, A. et al, 1997):

$$x = f_x(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \quad (1.1)$$

$$y = f_y(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \quad (1.2)$$

$$z = f_z(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \quad (1.3)$$

$$\alpha = f_\alpha(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \quad (1.4)$$

$$\beta = f_\beta(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \quad (1.5)$$

$$\gamma = f_\gamma(q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6) \quad (1.6)$$

- x, y, z , son las coordenadas cartesianas del extremo final de la cadena cinemática
- α, β, γ son las orientaciones del extremo final de la cadena cinemática
- $q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6$ son los ángulos de las articulaciones.

Un robot de “n” grados de libertad está formado por “n” eslabones unidos por “n” articulaciones, de forma que cada par articulación-eslabón constituye un grado de libertad. Las transformaciones homogéneas representan las rotaciones y traslaciones relativas entre los eslabones del robot. (Paul, R., 1981).

Normalmente, la matriz de transformación homogénea representa la posición y orientación relativa entre los sistemas asociados a dos eslabones consecutivos del robot denominada matriz ${}^{i-1}A_i$, donde i es el número de la articulación. (Paul, R., 1981).

Por lo tanto, para un robot de seis grados de libertad, se tiene la posición y orientación del eslabón final y será la matriz de transformación T : (Paul, R., 1981).

$$T = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 {}^3A_4 {}^4A_5 {}^5A_6 \quad (1.7)$$

En robótica la forma de simbolizar una matriz homogénea de transformación “ T ” que relaciona la posición y orientación del extremo del robot, es con el método de Denavit – Hartenberg, que representa la geometría espacial de los elementos de una cadena cinemática con respecto a un sistema de referencia fijo (Guzmán C.,2010).

A través de las matrices de transformaciones homogéneas se adquiere las rotaciones y traslaciones que permiten relacionar el sistema de referencia del elemento “ i ” con el sistema del elemento $i-1$. (Bolton, W., 2001).

Las transformaciones en cuestión son las siguientes:

1. Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo ϑ_i .
2. Traslación a lo largo de z_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0,0, d_i).
3. Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i).
4. Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i .

Dado que el producto de matrices no es conmutativo, las transformaciones se han de realizar en el orden indicado, de este modo se tiene que:

$${}^{i-1}A_i = T(z, \vartheta_i) T(0,0, d_i) T(0,0, a_i) T(x, \alpha_i) \quad (1.8)$$

Realizando el producto entre matrices, se obtiene la matriz final:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos\vartheta_i & -\cos\varphi_i \operatorname{sen}\vartheta_i & \cos\varphi_i \operatorname{sen}\vartheta_i & a_i \cos\vartheta_i \\ \operatorname{sen}\vartheta_i & -\cos\varphi_i \cos\vartheta_i & -\operatorname{sen}\varphi_i \cos\vartheta_i & a_i \operatorname{sen}\vartheta_i \\ 0 & \operatorname{sen}\varphi_i & \cos\varphi_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.9)$$

Donde:

ϑ_i , d_i , φ_i , a_i son los parámetros Denavit-Hartenberg del eslabón i .

De este modo, basta con identificar ϑ_i , d_i , φ_i , a_i para obtener las matrices “A” y relacionar así todos y cada uno los eslabones del robot.

Ahora, cuando las distribuciones de los sistemas de referencia son diferentes como es el caso del análisis del tobillo, se utiliza la siguiente matriz:

$${}^{i-1}A_i = T(z, \vartheta_i) T(0, d_i, 0) T(0,0, a_i) T(x, \alpha_i) \quad (1.10)$$

Las transformaciones en cuestión son las siguientes:

1. Rotación alrededor del eje z_{i-1} un ángulo ϑ_i .
2. Traslación a lo largo de y_{i-1} una distancia d_i ; vector d_i (0, d_i ,0).
3. Traslación a lo largo de x_i una distancia a_i ; vector a_i (0,0, a_i).
4. Rotación alrededor del eje x_i un ángulo α_i .

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos\vartheta_i & -\cos\varphi_i \operatorname{sen}\vartheta_i & \operatorname{sen}\varphi_i \operatorname{sen}\vartheta_i & a_i \cos\vartheta_i - d_i \operatorname{sen}\vartheta_i \\ \operatorname{sen}\vartheta_i & \cos\varphi_i \cos\vartheta_i & -\operatorname{sen}\varphi_i \cos\vartheta_i & d_i \cos\vartheta_i + a_i \operatorname{sen}\vartheta_i \\ 0 & \operatorname{sen}\varphi_i & \cos\varphi_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

1.4.3.2 MODELO DENAVIT – HARTENBERG

El método propuesto por Denavit – Hartenberg llevada al área de manipuladores robóticos considera los siguientes parámetros importantes (Figura 1.12): (*Hartenberg, R., 1955*).

1. Enumera los eslabones del sistema, comenzando por “0” para la base fija del robot, hasta “n” para el efector final.
2. Numerar cada articulación comenzando por “1” (la correspondiente al primer grado de libertad) y acabando en “n”.
3. Localizar el eje de cada articulación, si ésta es rotacional, el eje será su propio eje de giro. Si es prismática, será el eje a lo largo del cual se produce el desplazamiento.
4. Para “i” de “0” a “n-1” situar el eje z_i sobre el eje de la articulación i+1.
5. Situar el origen del sistema de la base $\{S_0\}$ en cualquier punto del eje Z_0 . Los ejes x_0 e y_0 se situarán de modo que formen un sistema dextrógiro con z_0 .
6. Para “i” de “1” a “n-1”, situar el sistema $\{S_i\}$ en la intersección del eje z_i con la línea normal común a z_{i+1} y z_i . Si ambos ejes se cortan se situará $\{S_i\}$ en el punto de corte. Si fueran paralelos $\{S_i\}$ se situará en la articulación i+1.
7. Situar x_i en la línea normal común a z_{i-1} y z_i .
8. Situar y_i de modo que forme un sistema dextrógiro con x_i y z_i .
9. Situar el sistema $\{S_n\}$ en el extremo del robot de modo que z_0 coincida con la dirección de z_{n-1} y x_0 sea normal a z_{n-1} y z_n .
10. Obtener θ_i como el ángulo que hay que girar en torno a z_{i-1} para que x_{i-1} y x_i queden paralelos.
11. Obtener d_i como la distancia, medida a lo largo de z_{i-1} , que habría que desplazar $\{S_{i-1}\}$ para que x_i y x_{i-1} queden alineados.
12. Obtener a_i como la distancia medida a lo largo de x_i que habría que desplazar el nuevo $\{S_{i-1}\}$ para que su origen coincida con $\{S_i\}$.
13. Obtener α_i como el ángulo que gira entorno a x_i , para que el nuevo $\{S_{i-1}\}$ coincide con $\{S_i\}$.
14. Obtener las matrices de transformación homogénea ${}^{i-1}A_i$.
15. Obtener la matriz de transformación que relaciona el sistema base con el extremo del robot “T”.
16. La matriz “T” define la orientación y posición del extremo referido a la base en función de las “n” coordenadas articuladas.

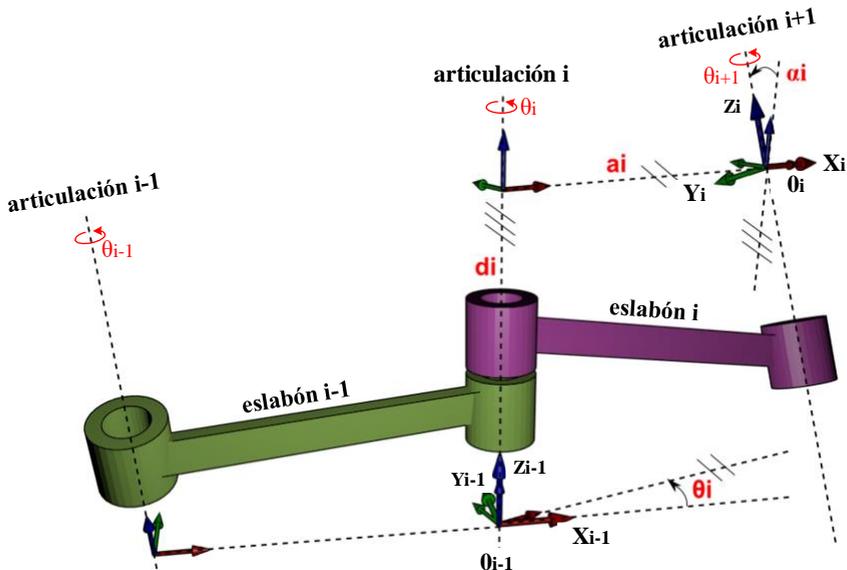


Figura 1.12: Parámetros Denavit – Hartenberg elemento giratorio.

Fuente: Hartenberg, R. S., & Denavit, J. (1955). A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices.

Los cuatro parámetros de Denavit – Hartenberg (θ_i , d_i , a_i , α_i) depende de las características de cada eslabón y las articulaciones que unen el anterior y el siguiente (Hartenberg, R., 1955).

- θ_i es el ángulo formado por los ejes x_{i-1} y x_i medido en un plano perpendicular al eje z_i , utilizando la regla de la mano derecha. Es un parámetro variable en articulaciones giratorias.
- d_i es la distancia a lo largo del eje z_{i-1} desde el origen del sistema de coordenadas i -ésimo hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i . Es un parámetro variable en articulaciones prismáticas.
- a_i es la distancia a lo largo del eje x_i que va desde la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i hasta el origen del sistema i -ésimo en el caso de articulaciones giratorias. En el caso de articulaciones prismáticas se calcula como la distancia más corta entre las ejes z_{i-1} y z_i .
- α_i es el ángulo de separación del eje z_{i-1} y el eje z_i medido en un plano perpendicular al x_i , utilizando la regla de la mano derecha.

Una vez obtenidos los parámetros, se calcula las relaciones entre los eslabones consecutivos del robot debido a que se considera las matrices “A” y para los eslabones no consecutivos se calcula mediante la matriz “T”.

En un exoesqueleto un eslabón puede ser considerado como un cuerpo rígido, el cual es descrito por dos parámetros, la longitud del eslabón y el giro de este. Estas también son

descritas por dos parámetros, el descentralismo del eslabón y el ángulo de la articulación, que es la rotación de un eslabón con respecto al próximo, alrededor del eje de la articulación (Figura 1.13). (Merchán C., 2016).

El método expresa la geometría de una articulación respecto a otra, teniendo en cuenta el eslabón que las une. (longitud).

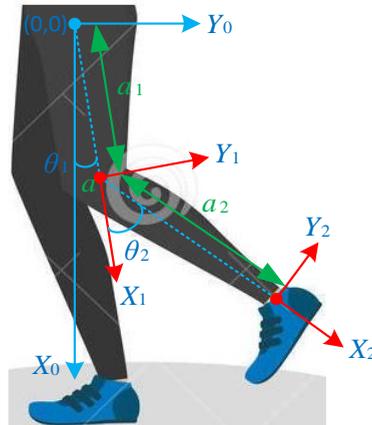


Figura 1.13: Ejes de referencia – parámetros Denavit – Hartenberg.
Fuente: Autores.

1.4.3.3 MÉTODO DE CUATERNIOS

Los cuaternios son utilizados como herramienta matemática de gran versatilidad computacional para trabajar con giros y orientaciones (Hamilton, W., 1866).

Es por eso que uno de los métodos para resolver la cinemática directa de un robot, es representar las transformaciones de rotación y desplazamiento con el uso de cuaternios. (Barrientos, A. et al, 1997).

Un cuaternario “Q” está constituido por cuatro componentes (q_0, q_1, q_2, q_3) que representan las coordenadas del cuaternio en una base $\{e, i, j, k\}$. Es frecuente denominar parte escalar del cuaternio a la componente en e : q_0 , y parte vectorial al resto de componentes. De modo que un cuaternio se puede representar como: (Barrientos, A. et al, 1997).

$$Q = q_0e + q_1i + q_2j + q_3k = [s, v] \quad (1.12)$$

Donde “s” representa la parte escalar y “v” la parte vectorial. Para utilizar cuaternios como orientación se asocia el giro de un ángulo “ θ ” sobre el vector “k” al cuaternario definido por:

$$Q = Rot(k, \theta) = \left(\cos \frac{\theta}{2}, k \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (1.13)$$

Para la representación matemática se toma como referencia un robot de tres elementos (SCARA), se obtiene las coordenadas de la posición y orientación del sistema de referencia asociado al extremo del robot $\{S_4\}$ con respecto al sistema de referencia en la base $\{S_0\}$. La relación estará en función de las longitudes de los elementos l_1, l_2, l_3 y las coordenadas articulares (q_1, q_2, q_3 y q_4). (Figura 1.14) (Barrientos, A. et al, 1997):

Para obtener la relación entre $\{S_0\}$ y $\{S_4\}$ se irá convirtiendo $\{S_0\}$ en $\{S_1\}$, $\{S_2\}$, $\{S_3\}$ y $\{S_4\}$ según la serie de transformaciones (Barrientos, A. et al, 1997):

1. Desplazamiento de $\{S_0\}$ una distancia l_1 a lo largo del eje z_0 y giro un ángulo q_1 alrededor del eje z_0 , llegando a $\{S_1\}$.
2. Desplazamiento de $\{S_1\}$ una distancia l_2 a lo largo del eje x_1 y giro un ángulo q_2 alrededor de nuevo eje z , para llegar al sistema $\{S_2\}$.
3. Desplazamiento a lo largo del eje x_2 una distancia l_3 para llegar al sistema $\{S_3\}$.
4. Desplazamiento de $\{S_3\}$ una distancia q_3 a lo largo del eje z_3 y giro en torno a z_4 de un ángulo q_4 , llegado al sistema $\{S_4\}$.

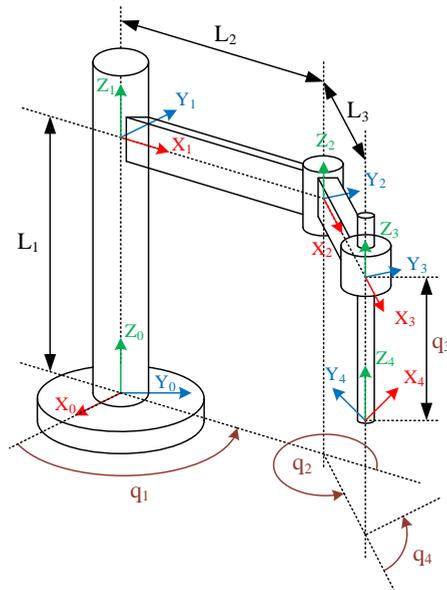


Figura 1.14: Análisis cuaternario del robot SCARA.

Fuente: Barrientos, A., Peñín, L. F., Balaguer, C., & Aracil, R. (1997). *Fundamentos de robótica*.

Abreviadamente las transformaciones quedan expresadas como:

$$S_0 \rightarrow S_1 = T(z, l_1) \quad Rot(z, q_1) \quad (1.14)$$

$$S_1 \rightarrow S_2 = T(x, l_2) \quad Rot(z, q_2) \quad (1.15)$$

$$S_2 \rightarrow S_3 = T(x, l_3) \quad Rot(z, 0) \quad (1.16)$$

$$S_3 \rightarrow S_4 = T(z, -q_3) \quad Rot(z, q_4) \quad (1.17)$$

Aplicando cuaternarios en un sistema referencial $\{S_i\}$ por su vector de posición \mathbf{a}_i y su cuaternario de rotación R_i , tendrá en el sistema de referencia $\{S_{i-1}\}$ en vector de posición \mathbf{a}_{i-1} y el cuaternario R_{i-1} siguientes:

$$(0, \mathbf{a}_{i-1}) = Q_i(0, \mathbf{a}_i) Q_i^* + (0, \mathbf{p}_i) \quad (1.18)$$

$$R_{i+1} = Q_i R_i \quad (1.19)$$

Donde:

\mathbf{p}_i y Q_i son respectivamente el desplazamiento y posterior rotacional que permiten convertir $\{S_{i-1}\}$ en $\{S_i\}$.

Luego de utilizar operaciones algebraicas de cuaternarios, se procede a calcular la posición del extremo del robot en base al sistema de su base $\{S_0\}$.

$$x = a_{0x} = l_3 \cos(q_1 + q_2) + l_2 \cos q_1 \quad (1.20)$$

$$y = a_{0y} = l_3 \sin(q_1 + q_2) + l_2 \sin q_1 \quad (1.21)$$

$$z = a_{0z} = l_1 - q_3 \quad (1.22)$$

Y está girando respecto en el eje z:

$$Rot(\mathbf{z}, q_1 + q_2 + q_4) \quad (1.23)$$

Dichas expresiones permiten conocer la localización del extremo del robot referidas al sistema base en función de las coordenadas articulares (q_1, q_2, q_3 y q_4).

1.4.4 CINEMÁTICA INVERSA.

La cinemática inversa consiste en encontrar los valores que deben tomar las variables articulares del robot para que su extremo se posicione y oriente según determinada localización espacial (*Barrientos, A. et al, 1997*).

A la hora de resolver el problema cinemático inverso es mucho más adecuado encontrar una solución cerrada, es decir, encontrar una relación matemática explícita de la forma: (*Crowell III, H., 1995*).

$$q_k = f_k(x, y, z, \alpha, \beta, \gamma) \quad (1.24)$$

$$k = 1 \dots n \text{ (GDL)} \quad (1.25)$$

Donde:

- $q_{1\dots k}$ = Variables de las articulaciones, si son de tipo revolución dichas variables son ángulos y si son de tipo prismáticas las variables son distancias.
- x, y, z = Coordenadas de la posición del extremo del robot.
- α, β, γ = Ángulos de la orientación del extremo del robot.

- n = Número de grados de libertad (GDL).

Los métodos geométricos permiten obtener normalmente los valores de las primeras variables articulares, que son las que consiguen posicionar el robot. Para ello se utilizan relaciones trigonométricas y geométricas sobre los elementos del robot. Se suele recurrir a la resolución de triángulos formados por los elementos y articulaciones del robot (Figura 1.15). (Crowell III, H., 1995).

En principio es posible tratar de obtener el modelo cinemático inverso de un robot a partir del conocimiento de su modelo directo; esto quiere decir que conocidas las relaciones y valores de la posición y orientación del extremo del robot en función de sus coordenadas articulares, obtener por manipulación de aquellas relaciones inversas. (Barrientos, A. et al, 1997).

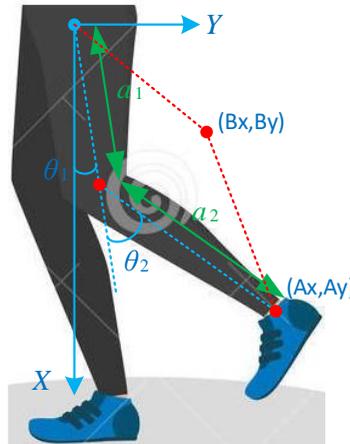


Figura 1.15: Cinemática inversa Denavit – Hartenberg.
Fuente: Autores.

Con la cinemática inversa se pueden determinar los ángulos que deben adoptar las diferentes articulaciones para que en efector final (punta del pie), llegue a una posición concreta. (Guzmán C., 2010).

Al considerar robots de seis GDL, el método de desacoplamiento cinemático permite resolver los primeros grados de libertad, dedicados al posicionamiento (p_x, p_y, p_z), independiente de los últimos grados de libertad, dedicados a la orientación (pie del robot). (Barrientos, A. et al, 1997).

1.5 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS.

El método de análisis por elementos finitos “FEM” tiene su interés en el diseño estructural, es un método numérico computacional que genera soluciones aproximadas para cualquier problema de ingeniería que involucre geometrías complejas, cargas no

distribuidas y determinación de propiedades del material; resultados que son muy difíciles de calcular con métodos matemáticos convencionales. (*Marc, M., 2005*).

El FEM se usa en el diseño y mejora de productos y aplicaciones industriales, así como en la simulación de sistemas físicos y biológicos complejos.

La base del método de elementos finitos es la descomposición de un cuerpo o estructura en un número finito de elementos discretos, con determinadas condiciones de vínculo, formas e interconectadas a través de nodos, creando un sistema de ecuaciones algebraicas que se resuelve numéricamente y proporciona el estado de esfuerzos y deformaciones (Figura 1.16). (*Beltrán, F., 1999*).

Una manera de discretizar un cuerpo o estructura es dividir en un sistema equivalente de elementos pequeños, tal que su ensamble representa el cuerpo original y la solución que se obtiene para cada unidad se combina para obtener la solución total. (*Lizarza, J., 2000*).

Los tipos de elementos utilizados generalmente en la resolución a través de FEM son (*Lizarza, J., 2000*):

- Elementos Lineales (1D)
 - Resorte.
 - Barras.
 - Vigas.
 - Caños.

- Elementos Planos (2D)
 - Membranas.
 - Placas.

- Elementos Sólidos (3D)
 - Prismas rectangulares.
 - Prismas cuadráticos (4, 8, 20, 64, 128 nodos).
 - Prismas triangulares (6, 15, 26 nodos).
 - Tetraédricos (4, 10, 20 nodos).
 - Hexaédrico (8, 24, 32 nodos).
 - Isoperimétricos (tetraédricos y hexaédricos curvos).

Se debe recalcar que resolver problemas de elasticidad tridimensional, los elementos hexaédricos son más precisos que los tetraédricos debido a que generan un mejor mallado adaptable a las piezas fundidas o forjadas. (*Lizarza, J., 2000*).

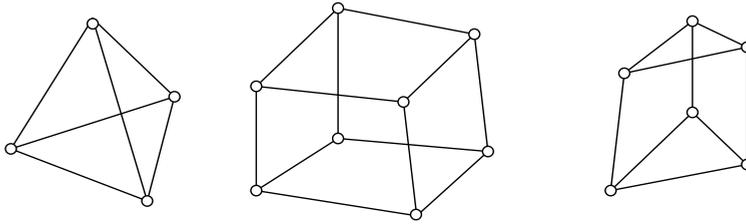


Figura 1.16: Elementos finitos triangular, cuadrático y hexaédrico - elasticidad tridimensional.

Fuente: Autores.

Los programas de cálculo que proporcionan modelados con el método de elementos finitos, permiten realizar el estudio y la optimización de una pieza para obtener la curva de fuerza y desplazamiento deseada, sin necesidad de llegar a fabricar un prototipo real. (Marc, M., 2005).

1.5.1 DESPLAZAMIENTOS 3D.

Un punto cualquiera del sólido tiene tres desplazamientos u , v , w , que son función de las coordenadas (x, y, z) del punto, y que se agrupan en un vector:

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u(x, y, z) \\ v(x, y, z) \\ w(x, y, z) \end{Bmatrix} \quad (1.26)$$

Un nodo cualquiera de un elemento tiene tres desplazamientos U_i , V_i , W_i . Todos ellos se agrupan formando el vector de desplazamientos nodales del elemento (Figura 1.17): (De Navarra, E., 1992)

$$\delta^e = \{U_1 \ V_1 \ W_1 \ U_2 \ V_2 \ W_2 \ \dots \ \dots \}^T \quad (1.27)$$

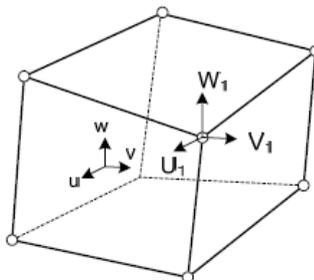


Figura 1.17: Vector de desplazamiento unitario.

Fuente: De Navarra, E. O. I. (1992). Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos.

1.5.2 DEFORMACIONES 3D.

En un punto del sólido tridimensional, el vector de deformaciones unitarias contiene seis términos, que corresponden a las tres deformaciones unitarias “ ε ” (normales), y a las tres deformaciones de cortadura “ γ ” (tangenciales). (*De Navarra, E., 1992*).

Su valor en función de las derivadas de los desplazamientos es:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \boldsymbol{d}\boldsymbol{u} \quad (1.28)$$

Se observa que las deformaciones \boldsymbol{u} pasan a las deformaciones unitarias en función de las deformaciones nodales.

1.5.3 TENSIONES 3D.

Las tensiones en un punto cualquiera del dominio están definidas por el tensor de tensiones:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \sigma_z \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} \quad (1.29)$$

El vector de tensiones unitarias contiene seis componentes de esfuerzo, que corresponden a las tres tensiones unitarias “ σ ” (normales), y a las tres tensiones de cortadura “ τ ” (tangenciales). (*De Navarra, E., 1992*).

La ecuación constitutiva del material para un material elástico lineal es:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_0) + \boldsymbol{\sigma}_0 \quad (1.30)$$

- D es la matriz elástica, que para un material elástico lineal es constante y depende de sólo dos parámetros: el módulo de elasticidad E y el módulo de Poisson ν .
- ε_0 es el vector de las deformaciones unitarias iniciales existentes en el material en el punto considerado.
- σ_0 son las tensiones iniciales presentes en el material (valor conocido).

$$D = \begin{bmatrix} \lambda + 2u & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2u & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (1.32)$$

$$u = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (1.33)$$

Cuando se realiza un análisis estructural de un sólido por el método de elementos finitos, uno de los principales factores a medir es el tensor de Von Mises o también denominado criterio de fallo elástico. Dicho tensor representa la ductilidad del material cuando es sometido a una deformación considerablemente antes de llegar a rotura y puede ser calculado a partir de las tensiones principales, dando como resultado un valor escalar. (*Goodier, J., & Hodge Jr, 2016*).

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)} \quad (1.34)$$

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}} \quad (1.35)$$

Donde:

- $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ = Tensiones principales del tensor esfuerzo en un punto de un sólido deformable.
- σ_{VM} = Tensor de Von Mises.

CAPÍTULO 2

2.1 ANÁLISIS BIOMECÁNICO DE LA MARCHA HUMANA.

La biomecánica estudia los fenómenos cinemáticos y mecánicos que presentan los seres vivos, analiza el movimiento, equilibrio, resistencia y mecanismos lesionales que pueden producirse en el cuerpo humano como consecuencia de diversas acciones físicas. (*Kassab, G., 2004*).

Mientras que la marcha humana es el traslado del cuerpo en línea recta con movimientos coordinados de la unidad de locomoción (extremidades inferiores) y la unidad pasajero (extremidades superiores y la cabeza). Este movimiento requiere la combinación del sistema neurológico y músculo esquelético para mantener la estabilidad vertical, soporta el peso y la traslación del cuerpo por ambos miembros inferiores. (*Perry, J., & Burnfield, J., 1993*).

Hay que tener presente que los segmentos del cuerpo humano se mueven rítmicamente y de forma alternada para desplazarse hacia adelante de un modo eficiente, conservando la energía y absorbiendo la fuerza de reacción del suelo (*Puig-Diví, A., 2015*).

Es por ello que para estudiar la marcha humana se analiza el comportamiento de la pierna de una persona desde el plano sagital y se describe los movimientos de flexión-extensión que pueden ejercer las articulaciones del tobillo, rodilla y cadera:

Donde:

- FLEXIÓN: Movimiento permitido por ciertas articulaciones que disminuye el ángulo entre dos huesos adyacentes.
- EXTENSIÓN: Movimiento de separación entre huesos o partes del cuerpo, en dirección posteroanterior, es lo opuesto a la flexión.

2.1.1 EL CICLO DE LA MARCHA.

Un ciclo de la marcha comprende el contacto del talón de un pie hasta realizar un nuevo contacto del talón de ese mismo pie y está compuesto por dos pasos (derecho e izquierdo).

Cada paso está definido por un intervalo de tiempo o distancia, delimitado por el choque del talón de un pie y por el choque del talón del pie contralateral. (*Perry, J., & Burnfield, J., 2010*).

2.1.2 PERIODO DE LA MARCHA.

Un periodo de la marcha humana se divide en dos fases (*Viel, E., & Plas, F., 2002*):

- Fase de apoyo: Intervalo de contacto del pie con el suelo.
- Fase de oscilación: intervalo de ausencia de contacto del pie con el suelo o balanceo.

Un periodo normal representa el 100% de marcha y cada fase tiene un porcentaje específico, de esta manera el 60 % corresponde a la fase de apoyo y el restante 40% corresponde a la fase de oscilación (Figura 2.1). (*Chambers, H., & Sutherland, D., 2002*).

Se debe tener presente que sumando los ciclos que se están produciendo de manera simultánea en ambos miembros inferiores, en algún momento, los pies se encuentran en contacto con el suelo, este nuevo periodo se lo denomina fase de doble apoyo. (*Pericé, A., 1996*).

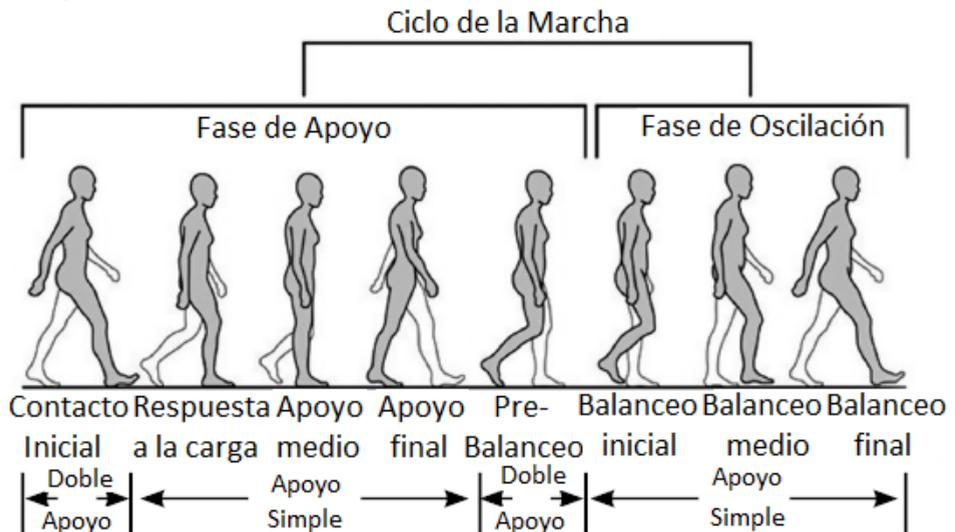


Figura 2.1: Ciclo de la marcha humana.

Fuente: Chambers, H. G., & Sutherland, D. H. (2002). *A practical guide to gait analysis. Journal of the American Academy of Orthopaedic Surgeons.*

2.1.3 BIOMECÁNICA DE LA CADERA EN LA MARCHA

La cadera es una articulación compuesta por una bola y una cavidad que permite un movimiento triaxial. (*Miralles M., & Puig C., 2000*).

Se debe recalcar que el movimiento de flexión-extensión es la de mayor amplitud y cualquier alteración en cualquiera de los planos puede causar problemas en el patrón de la marcha en la cadera y otras articulaciones. (Miralles M., & Puig C., 2000).

En la marcha humana, el comportamiento de la cadera desde el plano sagital empieza con el contacto inicial del talón con el suelo, donde la cadera tiene aproximadamente 30° de flexión, después, la articulación comienza a extenderse hasta que la planta del pie tome contacto total con la superficie, disminuyendo la flexión a 10° y posteriormente, se alinea de manera vertical con el torso del cuerpo hasta alcanzar su posición neutral de 0°. (Stengele, F. H., 2008).

En el instante que el talón se separa del suelo, la cadera alcanza un ángulo máximo de hiper extensión de 20° y mantiene dicho ángulo hasta el despegue total de los dedos. (Stengele, F. H., 2008).

Finalmente, durante la fase de oscilación la cadera parte de una posición neutra de 0° y se prepara para empezar el nuevo paso alcanzando su flexión inicial de 30°. Figura 2.2 (Stengele, F. H., 2008).

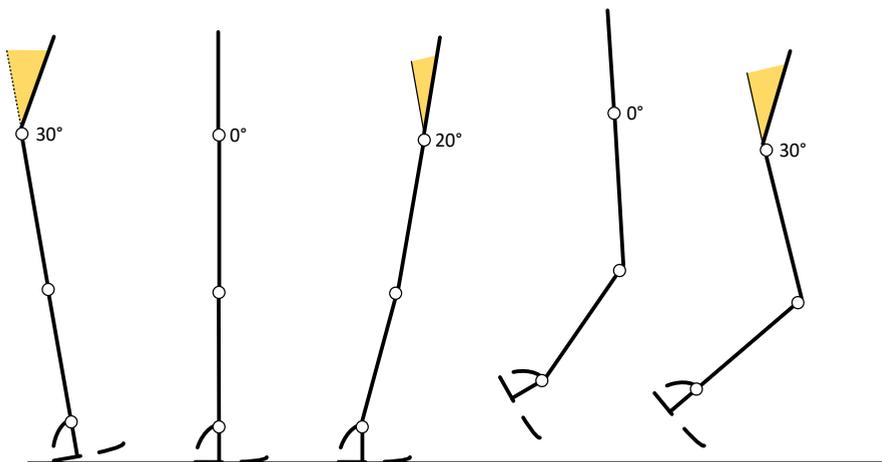


Figura 2.2: Articulación de la cadera en la marcha humana.

Fuente: Autores.

2.1.4 BIOMECÁNICA DE LA RODILLA EN LA MARCHA.

La rodilla es la articulación más grande del esqueleto humano, unen 3 huesos: el extremo inferior del fémur, el extremo superior de la tibia y la rótula.

Constituye la articulación más compleja del cuerpo, es una estructura biarticulada y soporta todo el peso del cuerpo en posición de pie. (Nordin, M., 2004).

Aunque el movimiento de la rodilla ocurre simultáneamente en tres planos, es tan grande el movimiento en un plano sagital que prácticamente representa todo el movimiento de la articulación. (Nordin, M., 2004).

Esta articulación antes del contacto con el suelo se encuentra completamente extendida, luego, al contacto inicial del talón con la superficie comienza a flexionarse hasta que la planta del pie este totalmente plana alcanzando un ángulo de 20° de flexión y posteriormente se extiende hasta posicionarse en 10° de flexión. (Stengele, F. H., 2008).

Antes de que el talón pierda contacto con el suelo, la articulación se extiende completamente a 4° y al momento de elevar el talón y los dedos de la superficie, la rodilla se mueve rápidamente a 40° de flexión plantar. (Stengele, F. H., 2008).

Finalmente, al empezar la fase de oscilación, esta articulación llega a su ángulo de flexión máxima de 65° y al prepararse para el nuevo paso, la rodilla se va extendiendo rápidamente hasta llegar a su posición neutra de 0° . Figura 2.3 (Stengele, F. H., 2008).

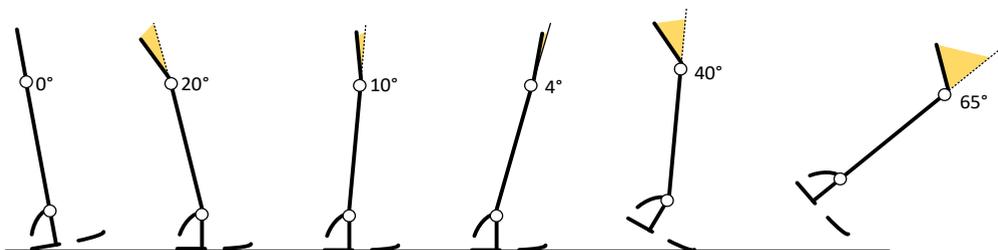


Figura 2.3: Articulación de la rodilla en la marcha humana.

Fuente: Autores.

2.1.5 BIOMECÁNICA DE TOBILLO EN LA MARCHA

La articulación del tobillo está formada por tres huesos: el peroné, la tibia y el astrágalo; esta articulación permite los movimientos de flexión-extensión del pie.

Aunque frecuente el tobillo se modela en el análisis de la marcha como una estructura rígida que permite una estabilidad adecuada para mantener el peso del cuerpo, es importante considerar que las funciones del pie varían en función del terreno donde se actúa, debido a que puede actuar como resorte durante la transferencia de peso y como palanca durante el despegue. (Nordin, M., 2004).

Al momento del contacto inicial del talón con el suelo, esta articulación está en posición neutra 0° , luego, al asentar la planta del pie se mueve 15° de flexión plantar y en lo posterior pasa rápidamente a aproximadamente 5° de dorsiflexión. (Stengele, F. H., 2008).

Cuando el talón empieza a despegar del suelo, la articulación está alrededor de los 15° de dorsiflexión y en la elevación total del talón y los dedos, el tobillo se mueve rápidamente a 25° de flexión plantar. (Stengele, F. H., 2008).

Finalmente, en la fase de oscilación, todo el pie se mueve a una posición neutra de 0° y se mantiene así hasta el empezar el siguiente paso. Figura 2.4 (Stengele, F. H., 2008).

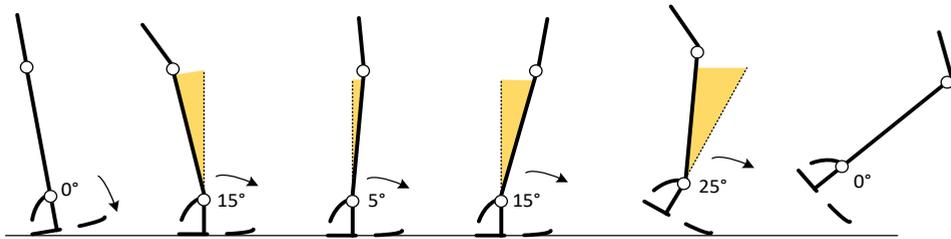


Figura 2.4: Articulación del tobillo en la marcha humana.

Fuente: Autores.

2.1.6 PARÁMETROS DE LA MARCHA.

La marcha normal de una persona puede verse afectada por alguno de los siguientes factores:

- Antropometría.
- Edad.
- Género.
- Talla.
- Cultura.
- Patologías.

Dichos factores interfieren directamente en los siguientes parámetros (Cortés, S., & Duarte, A., 2014):

- LONGITUD DEL PASO: Distancia que separa el apoyo inicial de un pie del apoyo inicial del pie contralateral, su media es de 75 cm.
- ANCHURA DEL PASO: Distancia entre los puntos medios de ambos talones y su media es de unos 10 cm (En terreno llano).
- ÁNGULO DEL PASO: Formado entre el eje longitudinal del pie y la línea de dirección de la progresión; normalmente mide 15°.
- CADENCIA: Número de pasos ejecutados en la unidad de tiempo. Generalmente se mide en pasos por minuto, en adultos oscila de 100 a 120 ppm.

- VELOCIDAD DE MARCHA: Se obtiene multiplicando la longitud del paso por su cadencia. La velocidad espontánea en adultos oscila de 4,5 a 4,8 Km/h.

Otro factor a considerar en la marcha es el centro de gravedad, cuanto mayor sea el desplazamiento de este, aumenta el gasto y esfuerzo energético de la persona. (Izquierdo, M., & Redín, M., 2008).

2.1.7 PARTICULARIDADES DE LA MARCHA.

Para una adecuada marcha humana es necesario comprender lo que ocurre en cada parte del proceso del caminar de una persona, así se evita lesiones en las articulaciones y huesos que conforman el miembro inferior, las particularidades a tener en cuenta son: (Nordin, M. et al, 2004).

1. Flexión de la rodilla: Este miembro debe tener una flexión de 10° al 20° para evitar un desplazamiento excesivo del centro de gravedad.
2. Apoyo talón: Es la amortiguación del cuerpo y debe durar un 25% del tiempo total de contacto que tiene el pie con el suelo.
3. Apoyo medio: Es el momento cuando el pie y la pierna proporcionan una plataforma estable donde recae todo el peso del cuerpo, dura aproximadamente el 50% del total del periodo de apoyo.
4. Propulsión del pie: Es la etapa final de la fase de apoyo, el dedo gordo se dorsiflexiona y en conjunto con la planta del pie actúan como palanca para elevar el arco del pie y llevar el peso del cuerpo hacia adelante.

2.1.8 TRAYECTORIAS DE LA MARCHA.

La suavidad de la marcha humana, el desplazamiento natural y la compensación del centro de gravedad en el movimiento sincronizado del cuerpo humano depende directamente de las trayectorias de las articulaciones de cadera, rodilla y tobillo del miembro inferior en el plano sagital. (Neumann, D., 2013).

Para la cadera, en el contacto inicial de la marcha esta se encuentra a 30° de flexión y se mantiene de igual forma hasta el final de la fase de amortiguación (10% el ciclo). Desde ese momento y durante la fase media y terminal de apoyo, se produce una extensión progresiva y continua de la cadera hasta alcanzar aproximadamente -10° de extensión en el 50% del ciclo. (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

Durante la fase inicial de oscilación, se produce una flexión, también progresiva y continua hasta alcanzar los 25° al final de la fase inicial de oscilación (70% el ciclo). En

la fase media de oscilación, la cadera continúa flexionándose hasta los 40° alcanzando su máxima flexión (85% el ciclo). (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

En la fase terminal de oscilación (100% el ciclo), se produce una leve extensión hasta alcanzar los 30° de flexión de la cadera para el contacto del pie con el suelo como se observa en la figura 2.5 (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

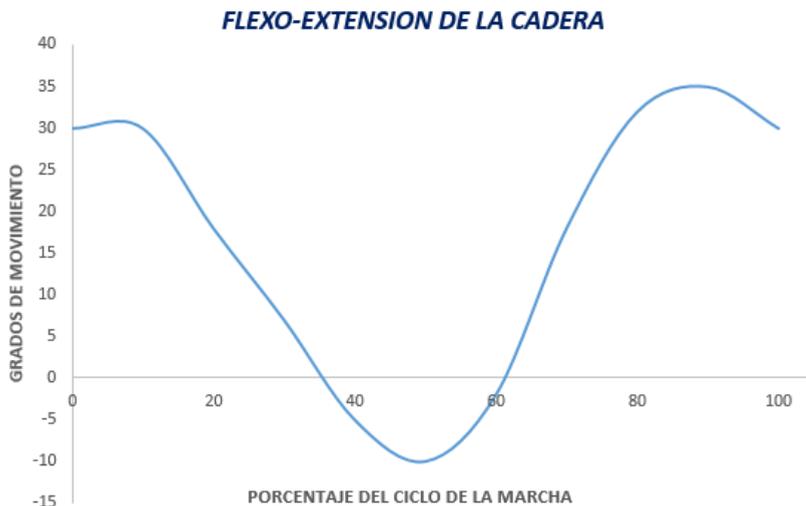


Figura 2.5: Movimiento de la cadera durante el ciclo de la marcha humana.

Fuente: Neumann, D. A. (2013). *Kinesiology of the musculoskeletal system: foundations for rehabilitation*.

Observando la flexión-extensión de la rodilla en la figura 2.6, el instante del contacto inicial del talón, la rodilla se encuentra en una postura media de 5° de flexión, pudiendo variar desde la extensión completa o 0° de flexión, hasta los 10° de flexión. (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

El primer pico de flexión de 20° se encuentra en el momento de absorción del impacto entre el contacto inicial y la fase media de apoyo (10% el ciclo). Luego se produce una extensión que alcanza el máximo en la mitad de la fase terminal de apoyo (40% el ciclo) y comienza a flexionar nuevamente alcanzando 40° al momento del despegue del pie. (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

El segundo pico de 60° se presenta en la fase inicial de oscilación (70% el ciclo) y será la máxima flexión alcanzada por la rodilla. A partir de ese momento, se produce una extensión rápida hasta 0° en el 95% del ciclo y una pequeña nueva flexión del 5° al momento que el talón hace contacto con el suelo (100% del ciclo) (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

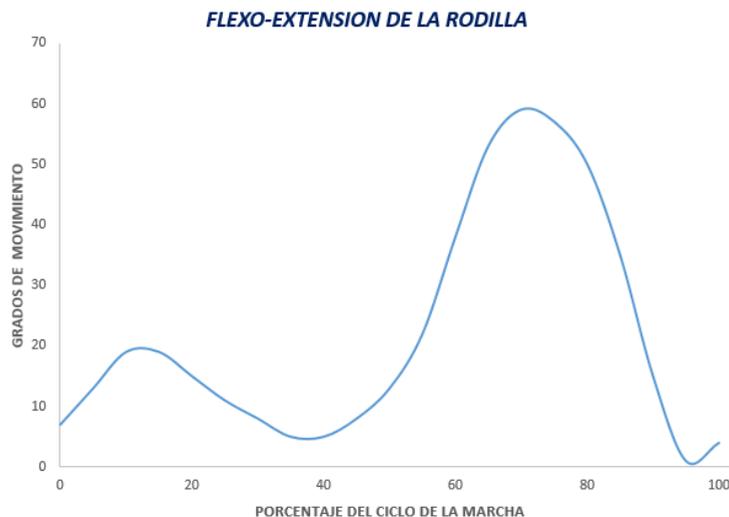


Figura 2.6: *Movimiento de la rodilla durante el ciclo de la marcha humana.*

Fuente: *Neumann, D. A. (2013). Kinesiology of the musculoskeletal system: foundations for rehabilitation.*

Mientras tanto en la figura 2.7, el tobillo desde el contacto inicial hasta la mitad de la fase de amortiguación (5% del ciclo), se produce una extensión de -5° del tobillo a consecuencia de la caída de la parte anterior del pie. (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

Luego, de manera progresiva se produce una flexión de tobillo a medida que la tibia avanza en relación al pie situado en el suelo. La máxima flexión del tobillo es de 10° , se presenta en el 45% del ciclo de la marcha y se mantiene hasta el final de la fase de apoyo. (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

Durante la fase oscilación se produce una extensión rápida del tobillo pasando de 10° de flexión a -15° de extensión (50% al 60% del ciclo). En la fase de oscilación se produce una nueva flexión de tobillo que alcanza su máximo de 5° en el 75% del ciclo y regresa a la extensión de -2° al finalizar la marcha (100% ciclo) (Perry, J., & Burnfield, J., 2010).

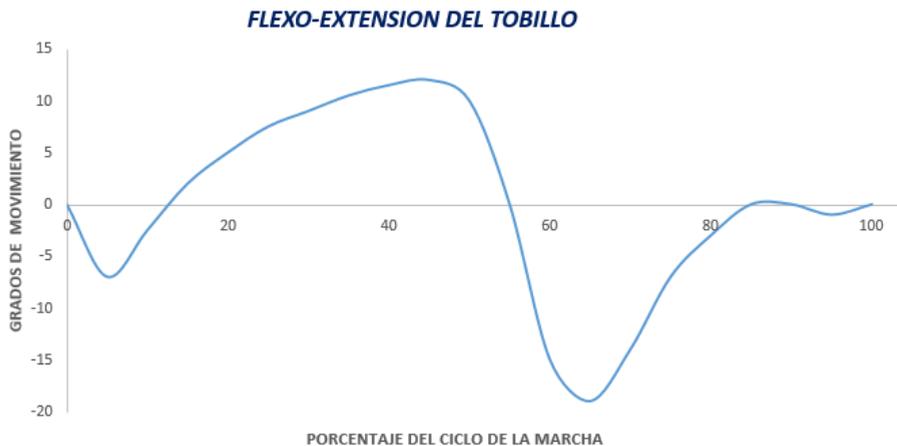


Figura 2.7: *Movimiento del tobillo durante el ciclo de la marcha humana.*

Fuente: *Neumann, D. A. (2013). Kinesiology of the musculoskeletal system: foundations for rehabilitation.*

2.2 ANÁLISIS ANTROPOMÉTRICO DEL CUERPO HUMANO.

La antropometría es la ciencia que estudia las proporciones y las medidas del cuerpo humano con el fin de establecer diferencias físicas entre individuos de diferentes grupos, culturas, edad, sexo, etc. (*Mogrovejo P., & Vásquez S., 2013*).

La palabra antropometría se deriva de la palabra griega “antropo”, que significa ser humano y la palabra griega “metron”, que significa medida. (*Pate, R. et al, 2012*).

Una de las primeras representaciones gráficas de la antropometría fue realizada por Leonardo da Vinci, con el denominado “Canon de las proporciones humanas” Figura 2.8. (*Muñoz, J. C, et al, 2013*).

Como se visualiza en la figura 2.10 para un análisis antropométrico se debe considerar las siguientes definiciones (Vaughan, C. L. et al, 1992):

- Masa corporal: Es la suma cuantitativa de todos los componentes corporales que conforman el cuerpo humano. (Peso).
- Estatura: Distancia vertical medida desde el piso al cráneo.
- Altura cadera de pie: Distancia vertical medida desde el piso al borde superior de la pelvis estando la persona en posición estándar erecta.
- Altura del muslo: Es la distancia vertical medida desde el borde del asiento.
- y la parte superior del muslo en su unión con el abdomen.
- Altura de la rodilla: Distancia vertical medida desde el piso hasta el borde superior de la rótula en unión con el músculo del fémur.
- Anchura de las caderas: Es la mayor distancia horizontal medida a nivel de la cadera.
- Perímetro rodilla media: Es el mayor perímetro medido en la región de la rodilla estando la persona de pie.
- Perímetro Pierna media: Mayor perímetro sobre la tercera parte del muslo de la pierna (pantorrilla).
- Perímetro tobillo: Menor perímetro medido en la rótula del tobillo.

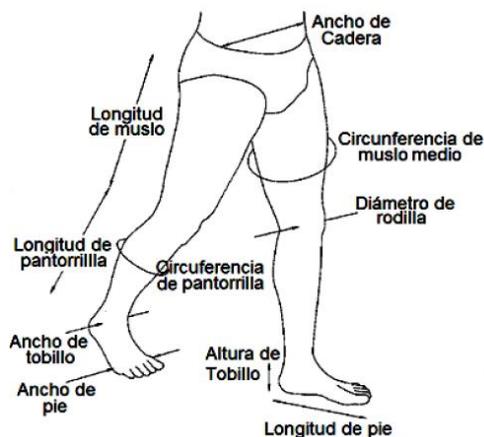


Figura 2.10: Antropometría - miembro inferior.

Fuente: Vaughan, C. L., Davis, B. L., & O'connor, J. C. (1992). *Dynamics of human gait*.

Son diversas las tecnologías existentes para la captación de las dimensiones antropométricas y la forma en que se pueden obtener los datos antropométricos. Estos últimos se pueden adquirir en diversos formatos:

- Una dimensión (1D).
- Dos dimensiones (2D).
- Tres dimensiones (3D).

Los datos 1D consisten en estaturas, longitudes y perímetros de segmentos corporales, permiten establecer el tamaño del cuerpo humano, pero no la forma.

Los datos 2D consisten en siluetas o secciones corporales, son contornos formados por curvas o puntos (x, y).

La antropometría 3D está formada por nubes de puntos con coordenadas (x, y, z) que representan la superficie del cuerpo como se observa en la figura 2.11 (Querol, M. et al, 2015).

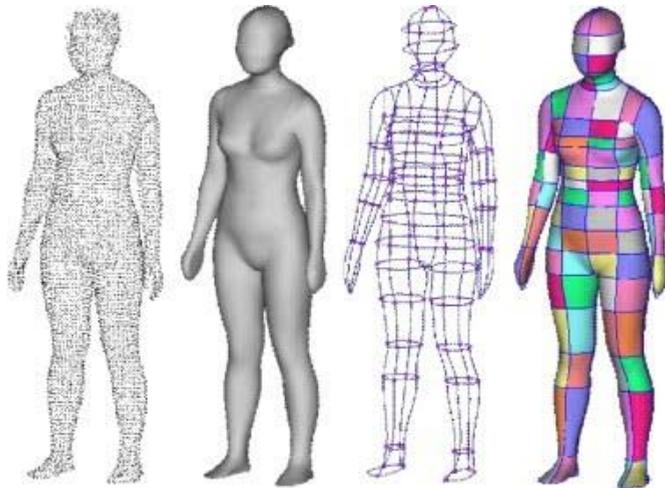


Figura 2.11: Antropometría 3D.

Fuente: Querol, M. Á. V. (2015). *Desarrollo de un sistema de captura de siluetas en Android.*

2.2.1 ENFOQUE DEL ESTUDIO.

Para el enfoque del estudio se ha considerado los diferentes factores antropométricos y biomecánicos de la marcha antes descritos y basados en datos del índice poblacional del Ecuador efectuados por el INEC en Censo Población y Vivienda del año 2010, se ha establecido que este trabajo estará enfocado particularmente hacia personas que sufren de daño total en la médula espinal, que tenga un peso corporal de 60 a 80 Kg y con una estatura máxima de 1.70 metros, indiferente de su sexo, edad y raza.

2.3 DISEÑO DE LAS PROPUESTAS DE EXOESQUELETO.

Tomando en consideración la literatura descrita anteriormente, se ha establecido considerar algunos factores primordiales que deben ser considerados para el diseño de los bocetos de los exoesqueletos, como son:

- **MATERIAL.** - Compuesto proveniente de la naturaleza que se utiliza para la fabricación de piezas o estructuras, considerando principalmente sus características mecánicas (peso, resistencia, maleabilidad, etc.) (*Wordreference, 2017*).
- **MANUFACTURA.** - Proceso de fabricación de un producto que se realiza con las manos o con ayuda de máquinas. (*Wordreference, 2017*).
- **ACTUADORES.** - Son elementos que generan movimiento al recibir las órdenes dadas por la unidad de control. (*Wordreference, 2017*).
- **RESISTENCIA.** - Es la capacidad para soportar esfuerzos y fuerzas aplicadas sin romperse, adquirir deformaciones permanentes o deteriorarse de algún modo. (*Wordreference, 2017*).
- **AUTOMATIZACIÓN.** - Sistema diseñado para usar las partes mecánicas y eléctricas de una máquina para llevar a cabo una determinada tarea, controlando su secuencia de operación. (*Wordreference, 2017*).
- **RANGO ANGULAR.** – Cantidad de grados que se desplaza un cuerpo en una trayectoria circular. (*Wordreference, 2017*).
- **FUERZA.** - Capacidad física para realizar un trabajo o un movimiento. (*Wordreference, 2017*).
- **MECÁNICA.** - Técnica de inventar, construir, arreglar o manejar máquinas. (*Wordreference, 2017*).
- **ERGONOMÍA.** - Análisis de las condiciones de un lugar de trabajo, elemento o máquina hacia las características físicas y psicológicas de la persona. (*Wordreference, 2017*).
- **PORTABILIDAD.** - Acción de trasladar un objeto de un lugar a otro. (*Wordreference, 2017*).
- **MANTENIMIENTO.** - Conservación de una cosa en buen estado o en una situación determinada para evitar su degradación. (*Wordreference, 2017*).

- **SEGURIDAD.** - Ausencia de peligro o riesgo. Sensación de total confianza que se tiene en algo o alguien. (*Wordreference, 2017*).
- **PRECIO.** - Cantidad de dinero que permite la adquisición o uso de un bien o servicio. (*Wordreference, 2017*).

Para el diseño computacional de los bocetos se utiliza como software CAD el programa AUTODESK INVENTOR PROFESIONAL, donde se realizó tres diferentes tipos de diseños de exoesqueleto que se ajustan a nuestro enfoque de estudio.

2.3.1 PRIMER DISEÑO.

Para la creación de este diseño se consideró factores como:

- Material.
- Actuadores.
- Resistencia.
- Seguridad.
- Mecánica.
- Precio.

Como se observa en la figura 2.12, este prototipo puede ser construido en aluminio, cuenta con elementos rectos de forma cuadrada y cada uno de estos tiene destajes superiores e inferiores similares a la estructura ósea del ser humano, emulando el miembro inferior de una persona.

Cada elemento está unido con su adyacente utilizando pasadores y para la automatización de las articulaciones se plantea instalar motores lineales en la parte posterior de los elementos del exoesqueleto.

La parte ergonómica cuenta con un apoyo rígido plano a la altura de la cintura del paciente, donde se puede colocar una correa con velcro para la sujeción correspondiente y tiene apoyos tipo “C” donde se puede asegurar cada parte del miembro inferior de la persona.

Finalmente, tiene dos plataformas planas en la parte inferior del exoesqueleto, donde se coloca cada uno de los pies del paciente y así se tiene un movimiento paralelo al momento de caminar.

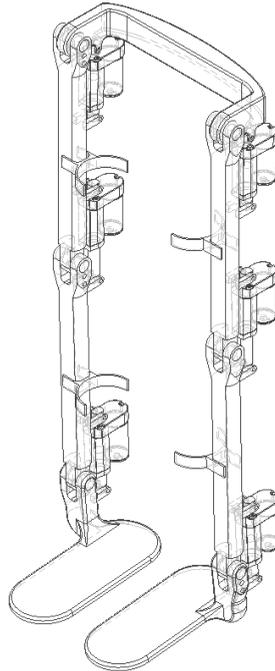


Figura 2.12: *Primer diseño exoesqueleto.*
Fuente: *Autores.*

2.3.2 SEGUNDO DISEÑO.

Para el diseño del exoesqueleto de la figura 2.13, se consideró factores como:

- Material.
- Automatización.
- Resistencia.
- Seguridad.
- Ergonomía.
- Rango angular.
- Mecánica.
- Precio.

Este boceto tiene similares características en diseño y material que el primer modelo, con la diferencia de que en sus articulaciones se plantea instalar servos motores en la parte lateral del exoesqueleto para su automatización.

En la parte ergonómica cuenta con un apoyo rígido plano a la altura de cintura con la particularidad de un soporte en forma de “C” en la parte central, de esta manera, la persona puede sentarse distribuyendo todo el peso del paciente hacia el centro de gravedad del exoesqueleto. También, dispone de un espaldar rígido que mantiene a la persona erguida durante la marcha.

Para la seguridad del paciente tiene abrazaderas en sus elementos tipo “C” a la altura de los hombros, donde se puede colocar correas con velcro para sujetar a la persona y tiene apoyos tipo “C” donde se puede asegurar cada parte del miembro inferior de la persona.

Finalmente, tiene dos plataformas planas en la parte inferior del exoesqueleto, donde se coloca cada pie del individuo y así mantener un movimiento paralelo al caminar.

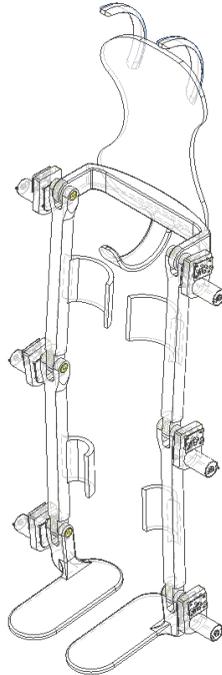


Figura 2.13: Segundo diseño exoesqueleto.
Fuente: Autores.

2.3.3 TERCER DISEÑO.

En la figura 2.14 se expone el diseño de exoesqueleto considerando factores como:

- Material.
- Actuadores.
- Automatización.
- Resistencia.
- Seguridad.
- Ergonomía.
- Rango angular.
- Portabilidad.
- Mecánica.
- Precio.

Este diseño al igual puede ser construido de aluminio, sus elementos son rígidos, planos, delgados con curvaturas superiores e inferiores y con formas tipo bicóncavas para ser más livianos.

Los elementos están unidos con el siguiente por medio de la caja reductora de los motores cilíndricos que se pretende colocar en la parte lateral de cada articulación y de esta manera, mejorar el rango angular (giro) al momento de automatizar el exoesqueleto.

A nivel de seguridad, cada sección tiene apoyos tipo “C” donde se puede reposar cada parte del miembro inferior de la persona.

En la parte ergonómica cuenta con un espaldar ovalado que sostiene desde la parte baja de la cintura hasta la parte media de la espalda, brindando confort y manteniendo a la persona erguida durante la marcha, además se puede utilizar correas con velcro para la sujeción del paciente a nivel de la cintura.

Finalmente, las plataformas planas en la parte inferior del exoesqueleto tienen un soporte en la parte posterior donde se apoya el talón de cada pie del paciente y por seguridad se ubicó dos abrazaderas en cada plataforma donde se puede colocar correas con velcro para fijar el pie de la persona al momento de caminar.

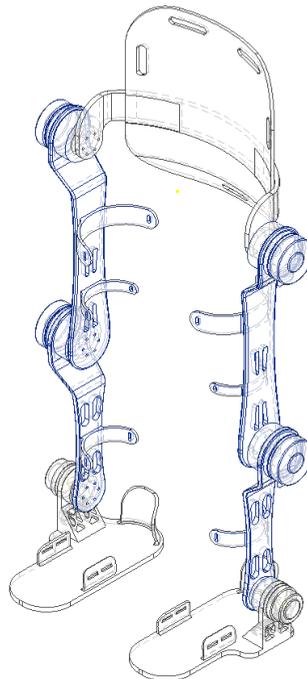


Figura 2.14: Tercer diseño exoesqueleto.

Fuente: Autores.

2.4 SELECCIÓN DE LA PROPUESTA.

Considerando las particularidades de cada diseño, se priorizará los factores que serán determinantes para escoger el exoesqueleto adecuado y que brinde mejores prestaciones para cubrir las necesidades de las personas que han sufrido daño en la médula espinal.

En la tabla 2.1 se detalla cada factor y su calificación para cada uno de los diseños.

Tabla 2.1: Valorización de factores.

TABLA VALORACIÓN EXOESQUELETOS														
	MATERIAL	MANUFACTURA	ACTUADORES	RESISTENCIA	AUTOMATIZACIÓN	RANGO ANGULAR	FUERZA	MECÁNICA	ERGONOMÍA	PORTABILIDAD	MANTENIMIENTO	SEGURIDAD	PRECIO	TOTAL
DISEÑO 1	3	1	1	3	1	1	2	2	1	2	3	1	3	20
DISEÑO 2	3	2	1	3	2	1	2	2	2	1	2	2	3	21
DISEÑO 3	3	3	3	2	2	3	2	3	3	3	1	3	2	28

VALORACIÓN

1: *Bajo Impacto*

2: *Medio Impacto*

3: *Alto Impacto*

Fuente: *Autores.*

En base a los resultados obtenidos en la tabla 2.1, se ha determinado que el diseño a analizar y perfeccionar en los próximos capítulos es el diseño tres (figura 2.14), por poseer mejores atributos y beneficios hacia el enfoque del estudio planteado.

CAPÍTULO 3

3.1 SELECCIÓN DEL MÉTODO MATEMÁTICO PARA EL CÁLCULO CINEMÁTICO.

El método matemático que se ha seleccionado para calcular la cinemática directa e inversa del exoesqueleto elegido en el capítulo 2, es el algoritmo de Denavit-Hartenberg descrito en el capítulo 1.

Este método aplica matrices homogéneas para calcular todos los parámetros de rotación y traslación, relacionando todos los sistemas desde el origen hasta el extremo de las cadenas cinemáticas.

Para el cálculo de la orientación del extremo inferior del exoesqueleto, se usa un método geométrico porque el desacoplo cinemático no es posible, debido a que el exoesqueleto posee solamente una articulación en cada cadena cinemática y no cumple las condiciones de una muñeca de Euler para aplicar el método antes mencionado.

3.2 MODELAMIENTO CINEMÁTICO DIRECTO.

Una de las limitantes para resolver un problema cinemático directo es encontrar la localización espacial del extremo de un robot o de una cadena cinemática. Para este estudio la solución del problema vendrá dado de las siguientes funciones:

$$x_{derecha} = f_x(q1, q2, q3) \quad (3.1)$$

$$y_{derecha} = f_y(q1, q2, q3) \quad (3.2)$$

$$z_{derecha} = f_z(q1, q2, q3) \quad (3.3)$$

$$x_{izquierda} = f_x(q4, q5, q6) \quad (3.4)$$

$$y_{izquierda} = f_y(q4, q5, q6) \quad (3.5)$$

$$z_{izquierda} = f_z(q4, q5, q6) \quad (3.6)$$

3.2.1 ALGORITMO DE DENAVIT-HARTENBERG PARA LA SOLUCIÓN DEL PROBLEMA CINEMÁTICO DIRECTO.

Este algoritmo consiste en obtener matrices de transformación homogénea compuesta de sucesiones de rotaciones y traslaciones, para obtener dichas matrices es necesario realizar varios pasos, tal y como se detalló en el capítulo 1.

Para establecer una notación que sirva para identificar las relaciones entre los sistemas coordenados primeramente se enumera los eslabones a partir del eslabón fijo, el cual

se marca como “0” y a partir del primer eslabón móvil se inicia con “1” hasta el eslabón “n”, como se detalla en la figura 3.1.

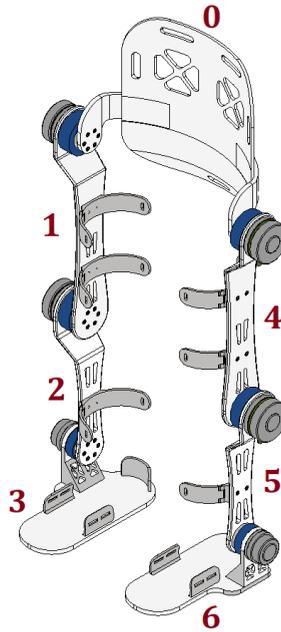


Figura 3.1: Numeración de eslabones - Denavit-Hartenberg.
Fuente: Autores.

Luego, se enumera las articulaciones (que coinciden con los grados de libertad) empezando por “1” hasta el grado de libertad “n” y se establece las variables articulares como se observa en la figura 3.2.

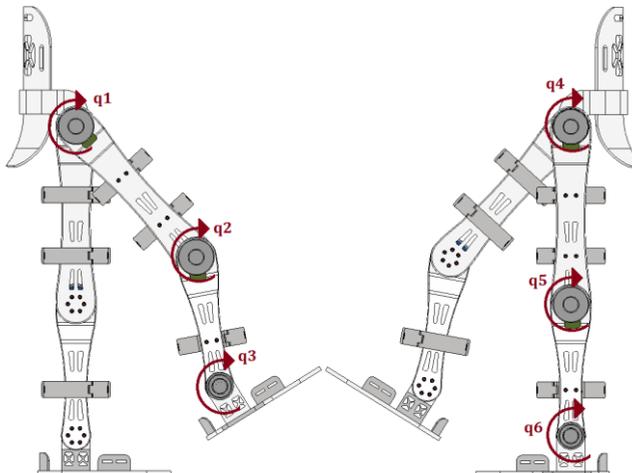


Figura 3.2: Numeración de articulaciones - Denavit-Hartenberg.
Fuente: Autores.

Se establecen los ejes según la notación del algoritmo Denavit-Hartenberg la figura 3.3 muestra los sistemas “ S_i ” colocados en la parte fija y en los diferentes grados de libertad. Los sistemas S_3 y S_6 se han colocado en el extremo de cada elemento de sujeción para los pies del paciente debido a que se pretende conocer la ubicación espacial hasta el origen de dichos sistemas.

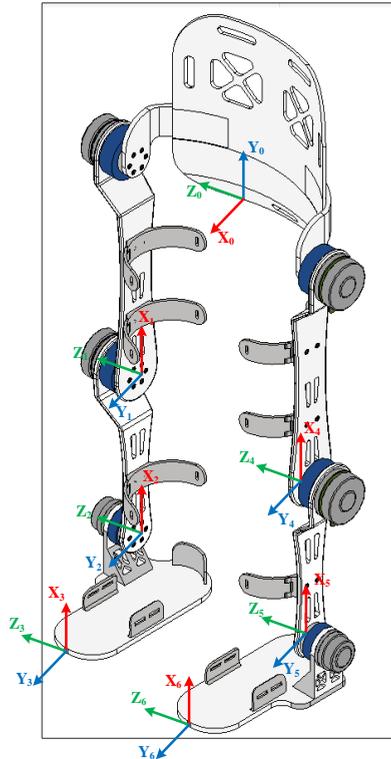


Figura 3.3: Ejes - Denavit-Hartenberg.
Fuente: Autores.

Para establecer los parámetros de Denavit-Hartenberg es necesario obtener las dimensiones entre los orígenes de los sistemas coordenados como se detalla en la figura 3.4, las dimensiones se toman a lo largo de los ejes coordenados z_{i-1} y x_i para las articulaciones 1, 2, 4 y 5, por lo que se usa la matriz 1.9 para establecer la relación entre sistemas.

Para las articulaciones 3 y 6 se considera las distancias con respecto a y_{i-1} y x_i debido a que la localización y orientación de los sistemas S_3 y S_6 no permite que se igualen los orígenes de dichos sistemas con los S_2 y S_5 respectivamente, por lo tanto se usa para establecer la relación entre sistemas la matriz 1.11.

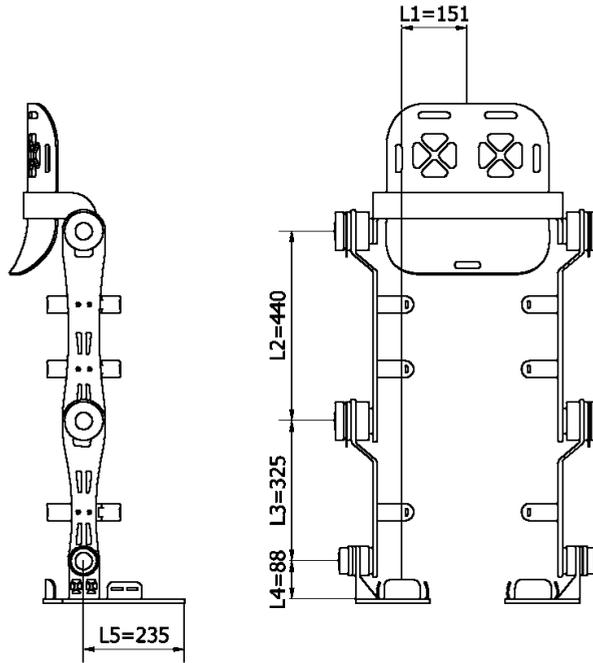


Figura 3.4: Dimensiones de los elementos del exoesqueleto.

Fuente: Autores.

El sistema del exoesqueleto está compuesto por dos cadenas cinemáticas que corresponden a cada una de las extremidades del paciente, para lo cual los parámetros Denavit-Hartenberg de los sistemas coordenados S_1 y S_4 son medidos con respecto al sistema S_0 (origen). Los valores son obtenidos a partir de la orientación y ubicación de los sistemas coordenados detallados en las Figuras 3.3 y 3.4 respectivamente. Las rotaciones sobre los ejes coordenados de todos los sistemas S_i , en sentido horario, son tomadas como positivas.

Tabla 3.1: Parámetros calculados - Denavit-Hartenberg.

Articulación	θ_i	d_i	a_i	α_i
1	$-(q_1 + \frac{\pi}{2})$	L_1	L_2	0
2	$-q_2$	0	L_3	0
3	$-q_3$	L_5	L_4	0
4	$-(q_4 + \frac{\pi}{2})$	$-L_1$	L_2	0
5	$-q_5$	0	L_3	0
6	$-q_6$	L_5	L_4	0

Fuente: Autores.

De la tabla 3.1 se obtiene diferentes matrices homogéneas que describen la relación entre los sistemas coordinados.

Para la primera cadena cinemática se obtiene las siguientes relaciones:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\pi}{2} + q1) & \sin(\frac{\pi}{2} + q1) & 0 & L2 * \cos(\frac{\pi}{2} + q1) \\ -\sin(\frac{\pi}{2} + q1) & \cos(\frac{\pi}{2} + q1) & 0 & -L2 * \sin(\frac{\pi}{2} + q1) \\ 0 & 0 & 1 & L1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} \cos(q2) & \sin(q2) & 0 & L3 * \cos(q2) \\ -\sin(q2) & \cos(q2) & 0 & -L3 * \sin(q2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

$${}^2A_3 = \begin{bmatrix} \cos(q3) & \sin(q3) & 0 & L4 * \cos(q3) + L5 * \sin(q3) \\ -\sin(q3) & \cos(q3) & 0 & L5 * \cos(q3) - L4 * \sin(q3) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Para la segunda cadena cinemática se obtiene las siguientes relaciones:

$${}^0A_4 = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\pi}{2} + q4) & \sin(\frac{\pi}{2} + q4) & 0 & L2 * \cos(\frac{\pi}{2} + q4) \\ -\sin(\frac{\pi}{2} + q4) & \cos(\frac{\pi}{2} + q4) & 0 & -L2 * \sin(\frac{\pi}{2} + q4) \\ 0 & 0 & 1 & -L1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$${}^4A_5 = \begin{bmatrix} \cos(q5) & \sin(q5) & 0 & L3 * \cos(q5) \\ -\sin(q5) & \cos(q5) & 0 & -L3 * \sin(q5) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$${}^5A_6 = \begin{bmatrix} \cos(q6) & \sin(q6) & 0 & L4 * \cos(q6) + L5 * \sin(q6) \\ -\sin(q6) & \cos(q6) & 0 & L5 * \cos(q6) - L4 * \sin(q6) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

De esta manera usando la ecuación 1.7 se obtiene la relación del extremo de las cadenas cinemáticas con respecto al sistema S_0 .

$$T_{derecha} = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 \quad (3.13)$$

$$T_{izquierda} = {}^0A_4 {}^4A_5 {}^5A_6 \quad (3.14)$$

Finalmente, para obtener la posición final de cada extremidad se multiplica cada relación por un vector con la posición del origen del último sistema coordinado.

$$\begin{bmatrix} x_{derecha} \\ y_{derecha} \\ z_{derecha} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{bmatrix} x_{izquierda} \\ y_{izquierda} \\ z_{izquierda} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^0A_4 {}^4A_5 {}^5A_6 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

3.3 MODELAMIENTO CINEMÁTICO INVERSO.

El problema cinemático inverso se basa en encontrar los valores de las variables articulares para que el extremo de la cadena cinemática se ubique en la posición y orientación deseada.

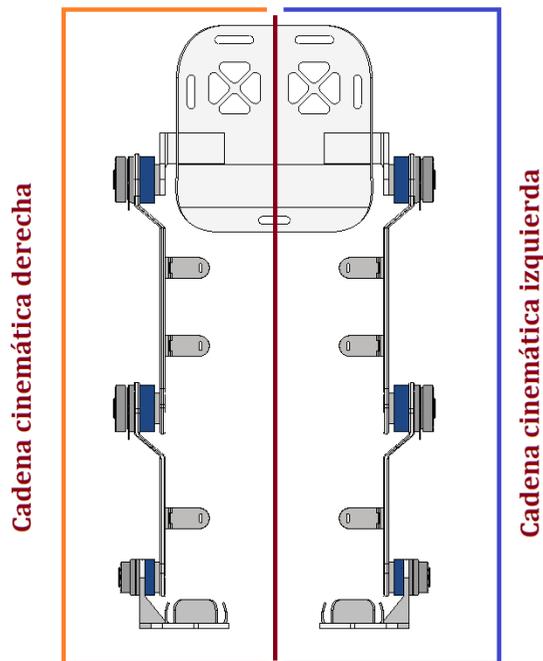


Figura 3.5: Cadena cinemática derecha e izquierda.
Fuente: Autores.

La resolución del problema cinemático inverso debe ser dividido para cada extremidad como se detalla en la figura 3.5, las dos cadenas cinemáticas son simétricas y se encuentran en la misma dirección de los ejes “ X_0 ” y “ Y_0 ”, por lo tanto, las funciones de

las variables articulares serán las mismas para ambas cadenas cinemáticas, de esta manera se encuentra la siguiente igualdad:

$$q_1(x_D, y_D, a_D) = q_4(x_I, y_I, a_I) \quad (3.17)$$

$$q_2(x_D, y_D, a_D) = q_5(x_I, y_I, a_I) \quad (3.18)$$

$$q_3(x_D, y_D, a_D) = q_6(x_I, y_I, a_I) \quad (3.19)$$

Dada esta situación solamente se procede a la resolución del problema cinemático derecho y mediante las ecuaciones 3.17, 3.18 y 3.19; se resolverá el problema cinemático izquierdo.

Para encontrar las funciones explícitas:

$$q_k = f_k(x, y, a) \\ k = 1, 2, 3$$

Se parte de la ecuación 3.15 que se encontró mediante la resolución del problema cinemático directo que relaciona al extremo de la cadena cinemática con el origen, de esta relación se debe despejar las variables articulares (q_1 , q_2 y q_3), referidas a los grados de libertad.

$$[x \ y \ z \ 1]^T = {}^0A_1 {}^1A_2 {}^2A_3 [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad (3.20)$$

Aplicando la inversa a la matriz homogénea 0A_1 y colocamos en la izquierda de la ecuación de tal manera que obtenemos:

$$({}^0A_1)^{-1} [x \ y \ z \ 1]^T = {}^1A_2 {}^2A_3 [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad (3.21)$$

Resolviendo las operaciones matriciales y reemplazando los valores de: L1, L2, L3, L4 y L5, se obtiene la siguiente igualdad:

$$\begin{bmatrix} -y * \cos(q_1) - x * \sin(q_1) - 440 \\ x * \cos(q_1) - y * \sin(q_1) \\ z - 151 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 325 * \cos(q_2) + \sqrt{62969} * \cos\left(q_2 + q_3 - \operatorname{atan}\left(\frac{235}{88}\right)\right) \\ 62969^{\frac{1}{2}} * \cos(q_2 + q_3 + \operatorname{atan}\left(\frac{88}{235}\right)) - 325 * \sin(q_2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

De la relación anterior se obtiene tres ecuaciones:

$$z - 151 = 0 \quad (3.23)$$

$$x * \cos(q_1) - y * \sin(q_1) = \sqrt{62969} * \cos\left(q_2 + q_3 + \operatorname{atan}\left(\frac{88}{235}\right)\right) - 325 * \sin(q_2) \quad (3.24)$$

$$-y * \cos(q1) - x * \sin(q1) - 440 = 325 * \cos(q2) + \sqrt{62969} * \cos\left(q2 + q3 - \operatorname{atan}\left(\frac{235}{88}\right)\right) \quad (3.25)$$

Como se observa en las expresiones 3.34 y 3.35 contienen tres variables articulares $q1$, $q2$, $q3$ por lo cual no es un sistema que puede resolverse explícitamente, debido a que por falta de una ecuación las soluciones quedarían como funciones de una variable articular, esto indica que en la cadena cinemática una de las variables es independiente y debe ser calculada de otra manera.

Teniendo en cuenta el análisis biomecánico, el tobillo puede cambiar su orientación, independientemente del ciclo de la marcha, durante diferentes actividades como: correr, caminar, subir escaleras o saltar, por ello se deduce que la articulación del tobillo es la variable articular independiente y que debe ser calculada en función de la orientación “ α ” deseada.

Teniendo en cuenta que la orientación y posición de una cadena cinemática son independientes, en este análisis es necesario calcular la posición del sistema S_2 en función de la posición del extremo de la cadena cinemática y la orientación deseada con respecto al sistema S_0 . Para el cálculo de la posición del sistema S_2 se usa un método geométrico, como se detalla en la figura 3.6.

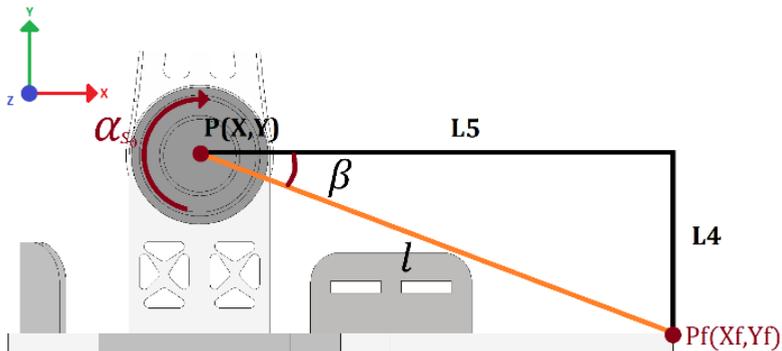


Figura 3.6: Cinemática inversa del tobillo.
Fuente: Autores.

La figura 3.6 se encuentra generalizada para ambas cadenas cinemáticas por lo cual las variables y funciones para la cadena cinemática de derecha se identifica con subíndice “D” y para la izquierda con el subíndice “I”.

Primeramente, se calcula en ángulo β :

$$\beta = \tan\left(\frac{L4}{L5}\right) \quad (3.26)$$

Aplicando Pitágoras se obtiene la dimensión de l :

$$l = \sqrt{L4^2 + L5^2} \quad (3.27)$$

Se establecen las ecuaciones de posición del sistema S_2 :

$$X_D = Xf_D - l * \cos(\alpha_D + \beta) \quad (3.28)$$

$$Y_D = Yf_D - l * \sin(\alpha_D + \beta) \quad (3.29)$$

En donde Xf_D y Yf_D es la posición deseada y α_D es la orientación requerida para la cadena cinemática derecha.

Por simetría para el sistema S_5 se encuentran las siguientes expresiones:

$$X_I = Xf_I - l * \cos(\alpha_I + \beta) \quad (3.30)$$

$$Y_I = Yf_I - l * \sin(\alpha_I + \beta) \quad (3.31)$$

En donde Xf_I y Yf_I es la posición deseada y α_I es la orientación requerida para la cadena cinemática izquierda.

Una vez determinada la posición de las articulaciones de cada tobillo, se procede a encontrar el valor de las variables articulares mediante el uso de la ecuación 3.20, omitiendo la matriz homogénea 2A_3 que contiene a la variable articular q_3 .

$$[x \ y \ z \ 1]^T = {}^0A_1 {}^1A_2 [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad (3.32)$$

Aplicando la inversa a la matriz 0A_1 y se la coloca a la izquierda de la relación como se detalla a continuación:

$$({}^0A_1)^{-1} [X \ Y \ Z \ 1]^T = {}^1A_2 [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T \quad (3.33)$$

Resolviendo las operaciones matriciales y reemplazando los valores de: L1, L2, L3, L4 y L5, se obtiene la siguiente igualdad:

$$\begin{bmatrix} -Y * \cos(q1) - X * \sin(q1) - 440 \\ X * \cos(q1) - Y * \sin(q1) \\ Z - 151 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 325 * \cos(q2) \\ -325 * \sin(q2) \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

De esta relación obtenemos tres ecuaciones:

$$Z - 151 = 0 \quad (3.35)$$

$$-Y * \cos(q1) - X * \sin(q1) - 440 = 325 * \cos(q2) \quad (3.36)$$

$$X * \cos(q1) - Y * \sin(q1) = -325 * \sin(q2) \quad (3.37)$$

De la ecuación 3.35 se resuelve que:

$$Z = 151 \quad (3.38)$$

Lo cual indica que la posición en el eje **Z** es una constante, puesto que en ningún grado de libertad existe movimiento en dicha dirección.

De las ecuaciones 3.36 y 3.37 mediante el uso del comando “solve” de **Matlab** se despeja las variables articulares q_1, q_2 y mediante las ecuaciones 3.17 y 3.18 se obtiene las variables articulares q_4 y q_5 :

$$q_1 = q_4 = -2 * \operatorname{atan} \left(\frac{880 * x \pm \sqrt{-x^4 - 2 * x^2 * y^2 + 598450 * x^2 - y^4 + 598450 * y^2 - 7739600625}}{x^2 + y^2 - 880 * y + 87975} \right) \quad (3.39)$$

$$q_2 = q_5 = \pm 2 * \operatorname{atan} \left(\frac{\sqrt{-(x^2 + y^2 - 13225)} * (x^2 + y^2 - 585225)}{x^2 + y^2 - 13225} \right) \quad (3.40)$$

Para el cálculo de q_3 , se relaciona con el valor de la orientación debido a que la combinación de las tres variables articulares de la cadena cinemática proporcionan la orientación global del extremo final.

De la figura 3.2 se puede obtener la orientación global para las cadenas cinemáticas izquierda y derecha:

$$\alpha_{Derecha} = q_1 + q_2 + q_3 \quad (3.41)$$

$$\alpha_{Izquierda} = q_4 + q_5 + q_6 \quad (3.42)$$

Despejando q_3 y q_6 de las ecuaciones 3.41 y 3.42 respectivamente, se obtiene:

$$q_3 = \alpha_{Derecha} - q_1 - q_2 \quad (3.43)$$

$$q_6 = \alpha_{Izquierda} - q_4 - q_5 \quad (3.44)$$

CAPÍTULO 4

4.1 VERIFICACIÓN DE ESFUERZO, DEFORMACIÓN Y FACTOR DE SEGURIDAD EN CONDICIONES DINÁMICAS Y ESTÁTICAS.

Para el análisis estático y dinámico es necesario colocar las condiciones de frontera que se extraen del análisis biomecánico, en la figura 4.1 se encuentra las restricciones colocadas en el modelo 3D, dado que el exoesqueleto es un sistema completamente móvil y no posee una parte fija, las cargas generadas por el peso del paciente se consideran como fuerzas remotas que actúan sobre el soporte del pie solamente durante el ciclo de la marcha, donde el pie está en contacto con el suelo, es decir que las fuerzas remotas actuarán como reacciones.

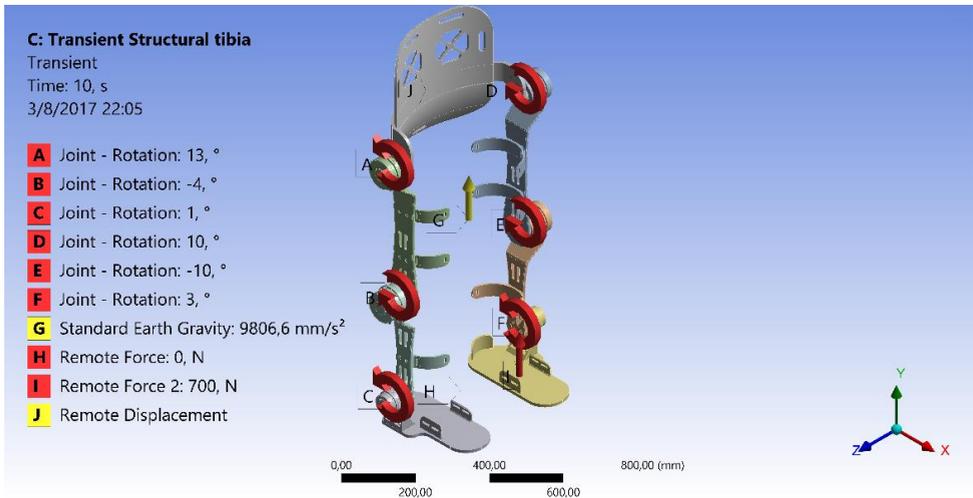


Figura 4.1: Restricciones y cargas del exoesqueleto 3D.

Fuente: Autores.

La calidad de mallado tiene un valor mayor a 0.8 como se muestra en la figura 4.2, para garantizar la convergencia del sistema.

Details of "Mesh"	
<input type="checkbox"/> Max Tet Size	Default (68,5860 mm)
<input type="checkbox"/> Growth Rate	Default (1,20)
Automatic Mesh Based Defeaturing	On
<input type="checkbox"/> Defeature Size	Default (0,171460 mm)
Minimum Edge Length	0,191940 mm
Quality	
<input type="checkbox"/> Check Mesh Quality	Yes, Errors
Error Limits	Standard Mechanical
<input type="checkbox"/> Target Quality	Default (0.050000)
Smoothing	Medium
Mesh Metric	Element Quality
<input type="checkbox"/> Min	4,2798e-002
<input type="checkbox"/> Max	1,
<input type="checkbox"/> Average	0,80606
<input type="checkbox"/> Standard Deviation	0,14244

Figura 4.2: Calidad de mallado.

Fuente: Autores.

El esfuerzo máximo obtenido aplicando el criterio de fallo elástico de Von Mises es de 416.51 MPa, indicado en la figura 4.3. En comparación con los valores del material aluminio que tiene una resistencia última de 280 MPa se puede concluir la geometría propuesta deberá ser modificada para que el máximo esfuerzo este por debajo del máximo admitido por el material.

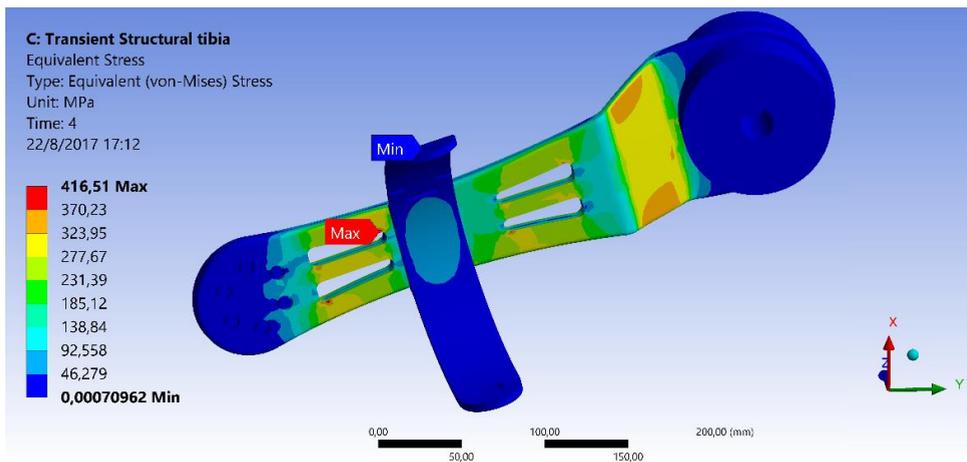


Figura 4.3: Esfuerzo del elemento de la pierna.

Fuente: Autores.

En la figura 4.4 se observa todo el comportamiento del esfuerzo durante el ciclo de la marcha en el elemento que sujeta la pierna del paciente.

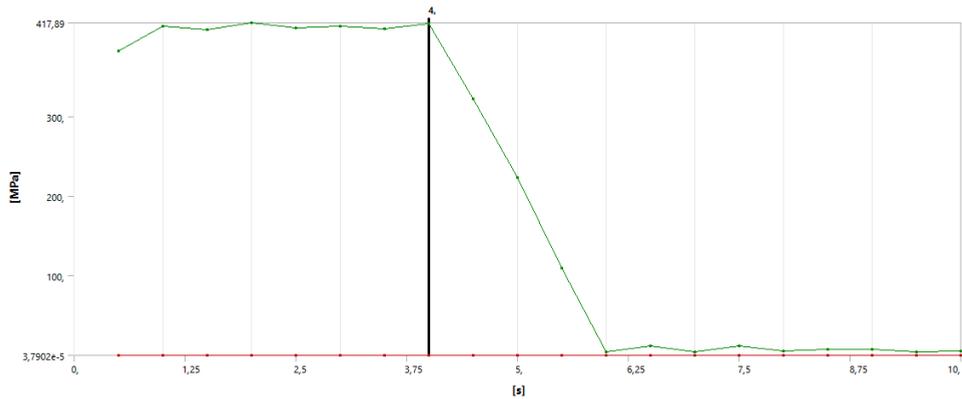


Figura 4.4: Esfuerzo durante el ciclo de la marcha del elemento de la pierna.

Fuente: Autores.

El factor de seguridad que se aprecia, en la figura 4.5, es menor que “1” en zonas importantes, siendo un indicativo que se debe mejorar en la geometría.

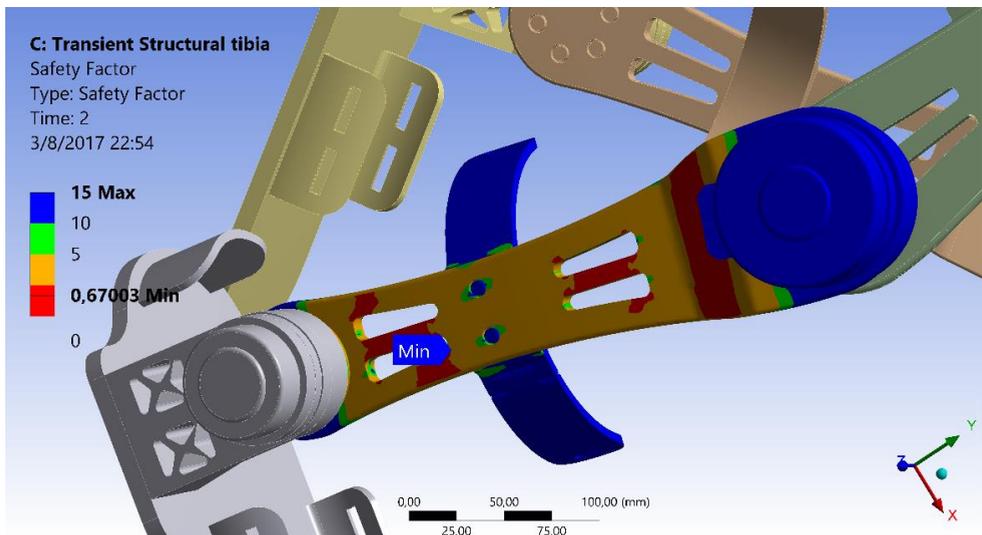


Figura 4.5: Factor de seguridad del elemento de la pierna.

Fuente: Autores.

El esfuerzo máximo obtenido aplicando el criterio de fallo elástico de Von Mises es de 266.16MPa, indicado en la figura 4.6. En comparación con los valores del material de aluminio que tiene una resistencia última de 280 MPa, se puede concluir que la geometría propuesta deberá ser modificada para que el máximo esfuerzo este por debajo del máximo admitido por el material.

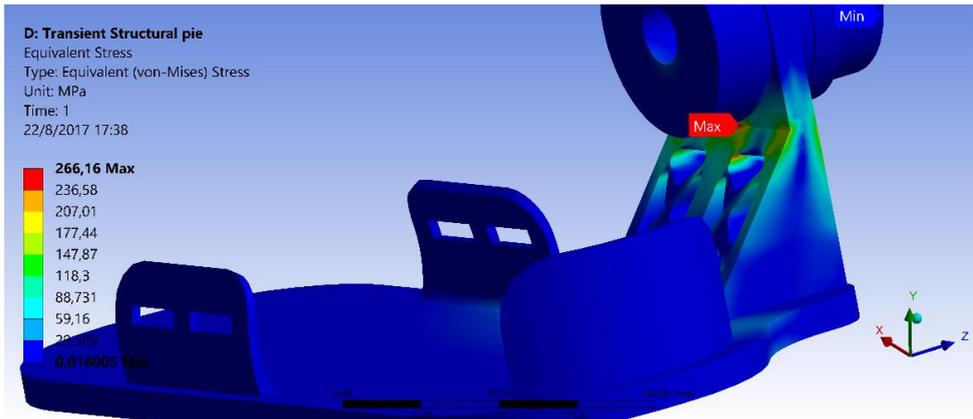


Figura 4.6: Esfuerzo en el soporte del pie.
Fuente: Autores.

La curva que describe el esfuerzo generado en la geometría del soporte del pie durante la caminata humana se muestra en la figura 4.7.

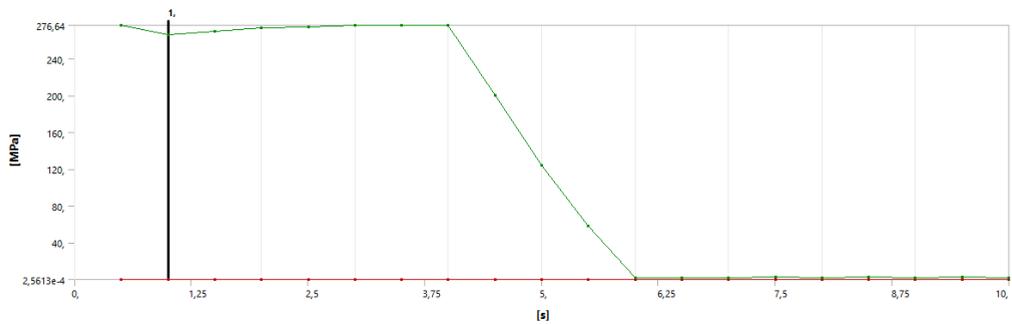


Figura 4.7: Esfuerzo en el soporte del pie.
Fuente: Autores.

En la figura 4.8 se aprecia el factor de seguridad del soporte para el pie del paciente, con un valor de 5.

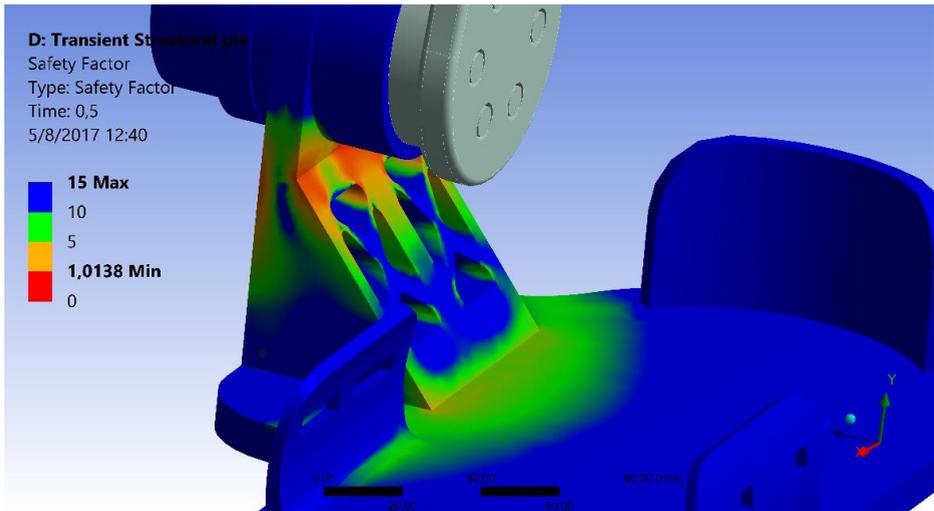


Figura 4.8: Factor de seguridad de soporte del pie.
Fuente: Autores.

El esfuerzo máximo obtenido aplicando el criterio de fallo elástico de Von Mises es de 306.95MPa, indicado en la figura 4.9. En comparación con los valores del material de aluminio que tiene una resistencia última de 280 MPa, se puede concluir que la geometría propuesta deberá ser modificada para que el máximo esfuerzo este por debajo del máximo admitido por el material.

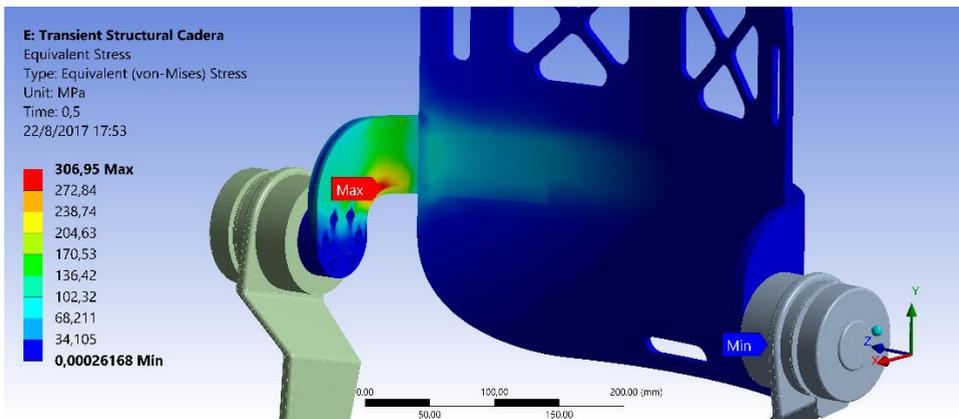


Figura 4.9: Esfuerzo máximo del soporte de la cadera.
Fuente: Autores.

La curva que denota el comportamiento del esfuerzo generado en el soporte de cadera durante la caminata se observa en la figura 4.10.

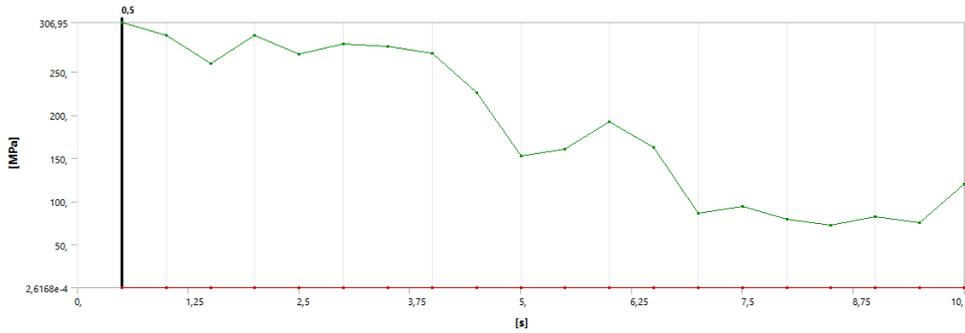


Figura 4.10: Esfuerzo en el soporte de la cadera.
Fuente: Autores.

El factor de seguridad es menor a “1” con un valor de 0.91, figura 4.11.

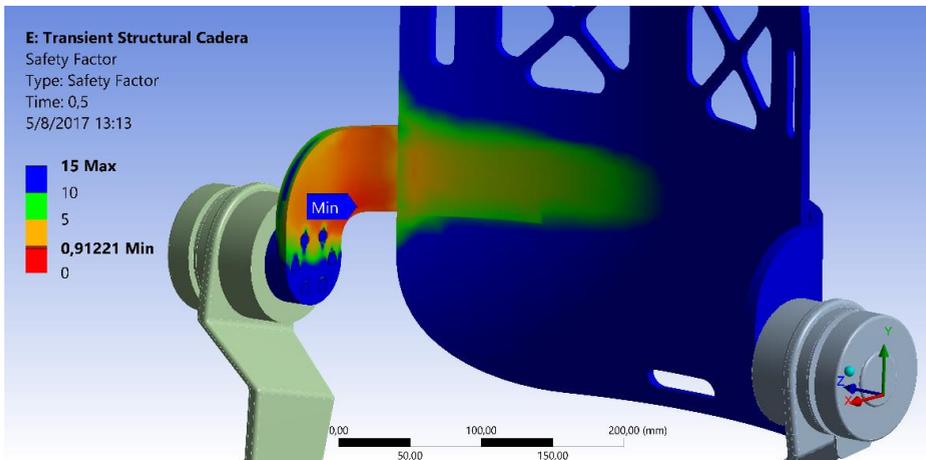


Figura 4.11: Factor de seguridad en el soporte de la cadera.
Fuente: Autores.

El soporte para el muslo del paciente presenta una deformación relativamente grande, por lo que, el software de elementos finitos no entrega una solución en donde se pueda apreciar el esfuerzo o factor de seguridad, por tal motivo, se procede a modificar las geometrías para lograr un factor de seguridad adecuado y garantizar una correcta funcionalidad mecánica.

En las figuras 4.12, 4.13 y 4.14; se incrementó el radio en las zonas donde el esfuerzo sobrepasaba el máximo admitido por el material, así como también, se eliminó las nervaduras en donde se generaba un esfuerzo inadecuado.

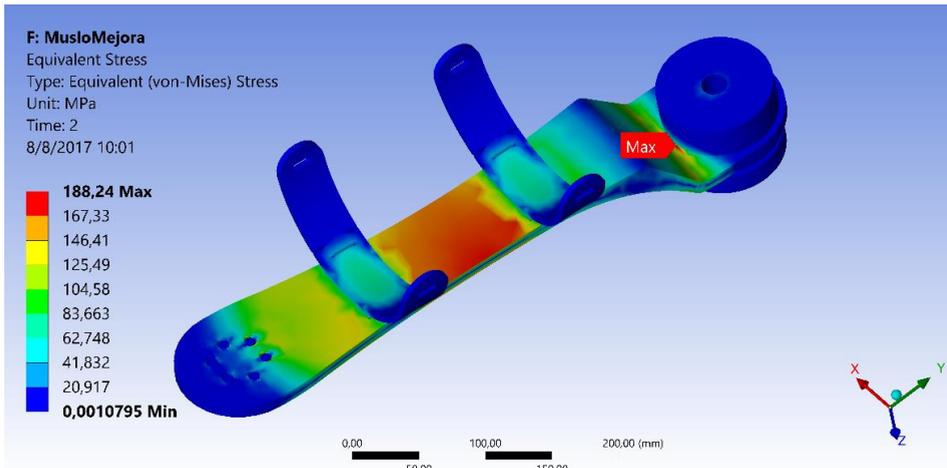


Figura 4.12: Esfuerzo en el elemento de soporte del muslo.
Fuente: Autores.

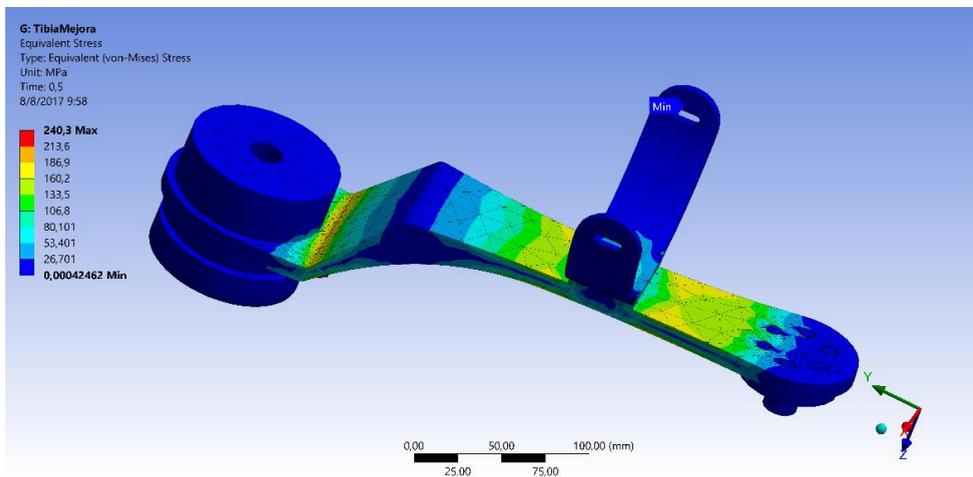


Figura 4.13: Esfuerzo en el elemento de soporte de la pierna.
Fuente: Autores.

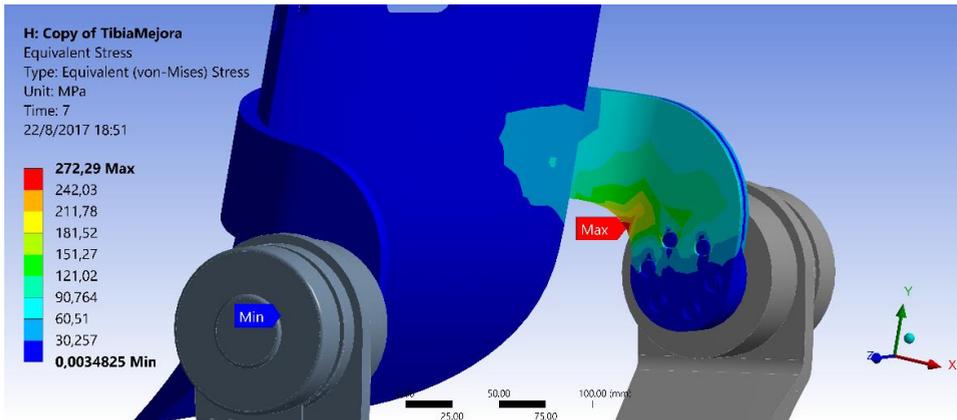


Figura 4.14: Esfuerzo del soporte de la cadera.
Fuente: Autores.

En las figuras 4.12, 4.13 y 4.14 se visualiza que el valor del esfuerzo que se genera durante el ciclo de la marcha, con el cual se observa que los valores máximos no sobrepasan el máximo admitido por el material de aluminio que es 280 MPa, siendo la cadera la que mayor esfuerzo soporta durante el ciclo de la marcha, por esta razón se realiza un análisis estático estructural para verificar los valores de esfuerzo y deformación máximos mediante un análisis de convergencia.

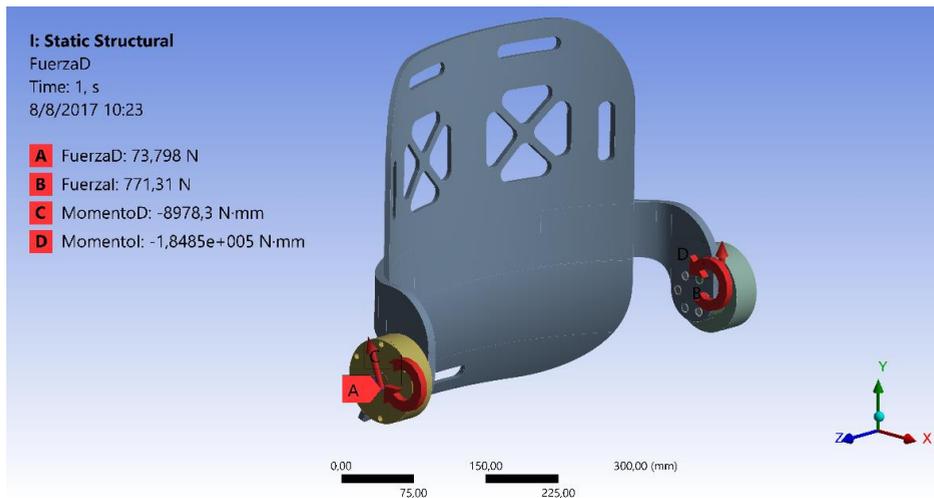


Figura 4.15: Condiciones de frontera del soporte de la cadera.
Fuente: Autores.

En la figura 4.15 se colocan las condiciones de frontera, las cuales fueron medidas en la simulación dinámica. La calidad de mallado es de 0.81 con lo cual se garantiza la fiabilidad de los resultados como se observa en la figura 4.16.

Quality	
Check Mesh Qua...	Yes, Errors
Error Limits	Standard Mechanical
<input type="checkbox"/> Target Quality	Default (0.050000)
Smoothing	Medium
Mesh Metric	Element Quality
<input type="checkbox"/> Min	5,1229e-002
<input type="checkbox"/> Max	0,99996
<input type="checkbox"/> Average	0,8138
<input type="checkbox"/> Standard Devi...	0,11262

Figura 4.16: Calidad de mallado en soporte de la cadera.
Fuente: Autores.

La deformación en el soporte de la cadera tiene un valor máximo de 0.195mm, como se aprecia en la figura 4.17.

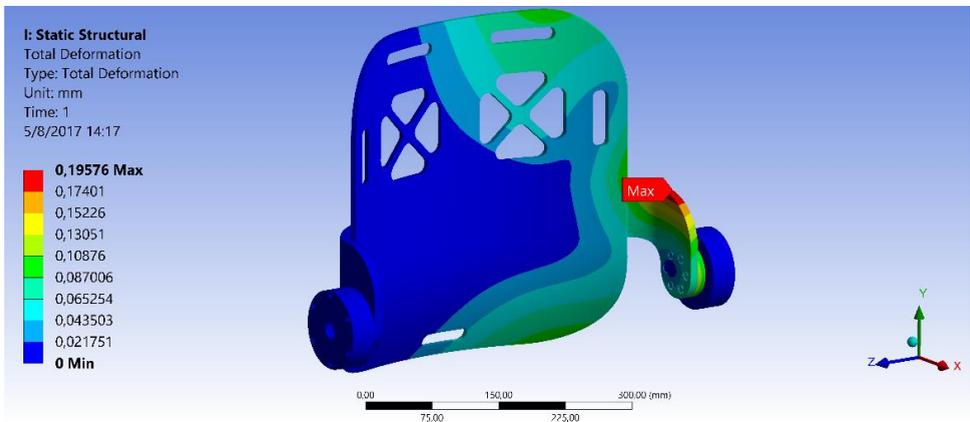


Figura 4.17: Deformación del soporte de la cadera.
Fuente: Autores.

El máximo esfuerzo generado se presenta en los agujeros de los pernos que sujetan al eje con un valor de 218.13 MPa como se aprecia en la figura 4.18.

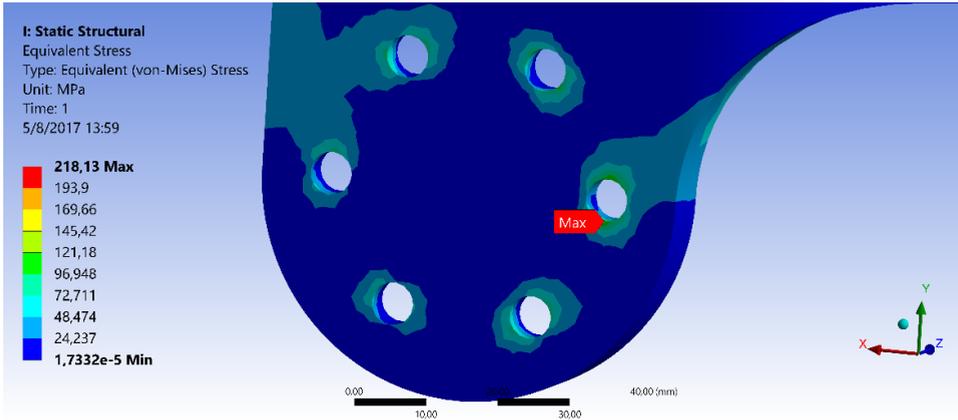
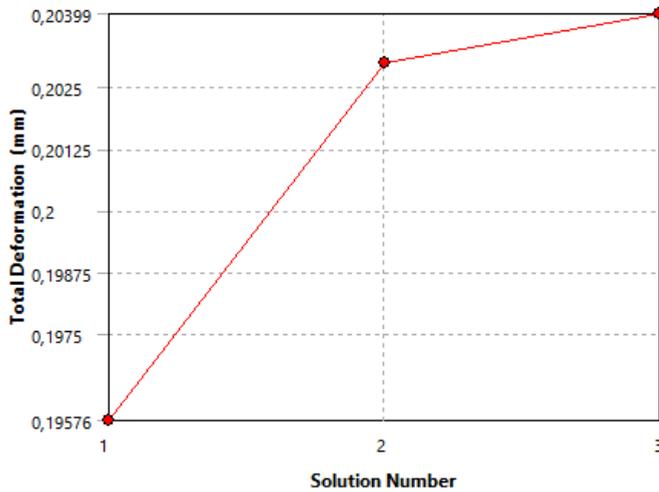


Figura 4.18: Esfuerzo máximo en los agujeros del eje.
Fuente: Autores.

Un análisis por convergencia es necesario para obtener un valor confiable, en la figura 4.19 se observa el cambio del valor de deformación con una variación menor al 5% con un valor de 0.48%.



	Total Deformation (mm)	Change (%)	Nodes	Elements
1	0,19576		127394	78821
2	0,20301	3,634	369678	248764
3	0,20399	0,48471	774881	536823

Figura 4.19: Curva de análisis de convergencia en la deformación del soporte de la cadera.
Fuente: Autores.

4.2 VERIFICACIÓN DE VALORES DE CORRELACIÓN EN TRAYECTORIAS DE CICLO DE LA MARCHA.

Para la verificación del modelo cinemático se implementan las geometrías del diseño en Simulink mediante “Simscape Multibody” como se indica en la figura 4.20; con lo cual, se puede medir la posición real del elemento y compararlo con los valores de posición del extremo del robot calculada mediante el modelo cinemático.

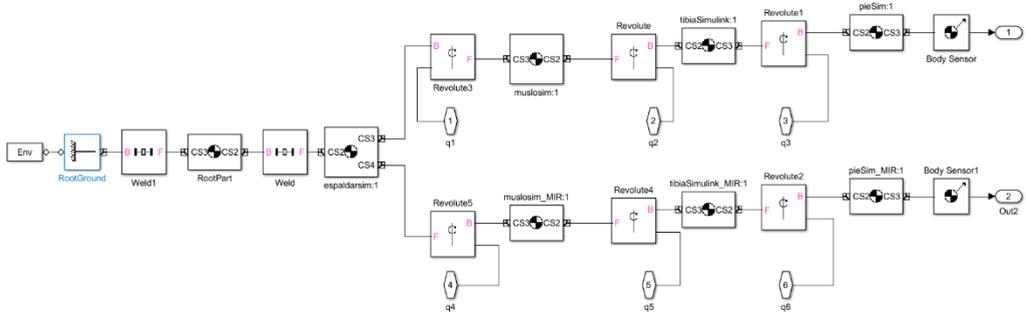


Figura 4.20: Implementación de geometrías en Simulink.

Fuente: Autores.

En la figura 4.21 se observa la implementación completa del modelo 3D que ha sido embebido en un subsistema, las funciones del ciclo de la marcha se obtienen a partir de un vector desde el “workspace” de Matlab, luego se genera la trayectoria en función del tiempo y se evalúa el valor de la trayectoria en el modelo cinemático directo y se compara con el valor medido sobre el modelo 3D.

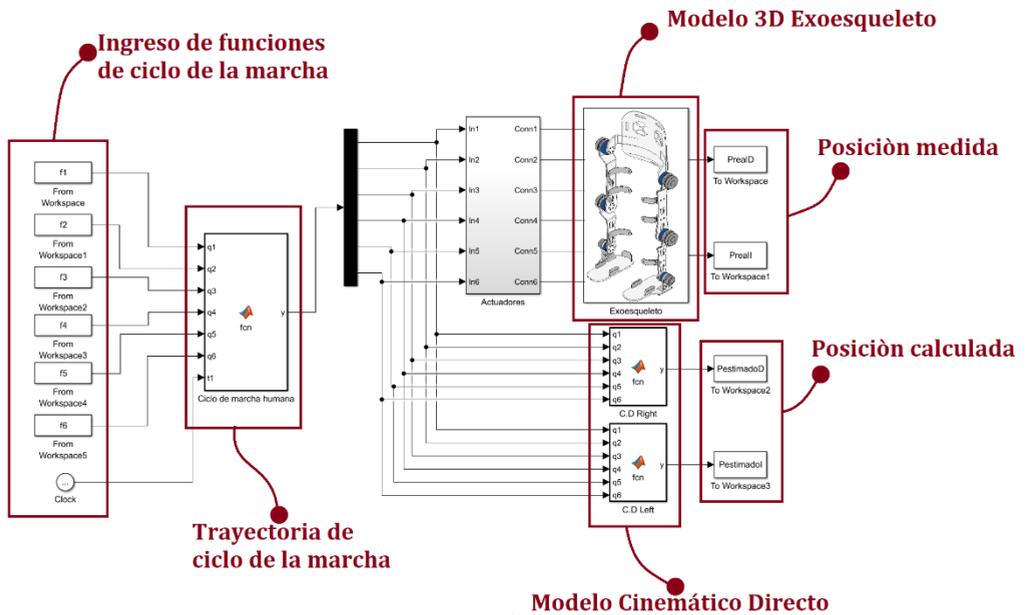


Figura 4.21: Esquema de implementación del modelo cinemático directo.

Fuente: Autores.

El punto de medición se lo realiza en el extremo final de las cadenas cinemáticas de tal manera que los puntos se ubican en la posición del último sistema coordinado; como se indica en la figura 4.22.

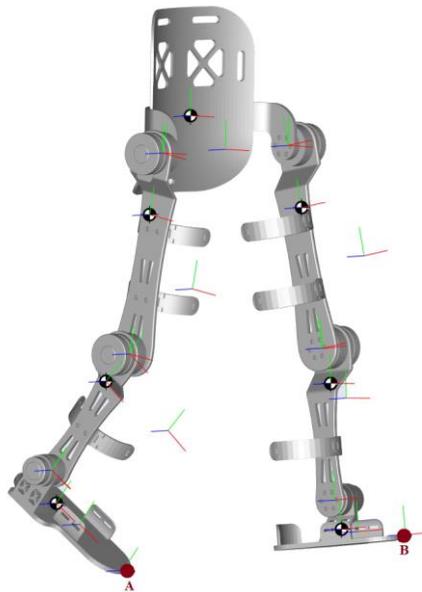


Figura 4.22: Puntos de medición A y B considerados extremos finales de las cadenas cinemáticas.

Fuente: Autores.

Las trayectorias de la marcha que se usarán para la validación del modelo cinemático directo se observan en las figuras 4.23, 4.24 y 4.25; las cuales pertenecen a la posición de cada variable articular de cada cadena cinemática.

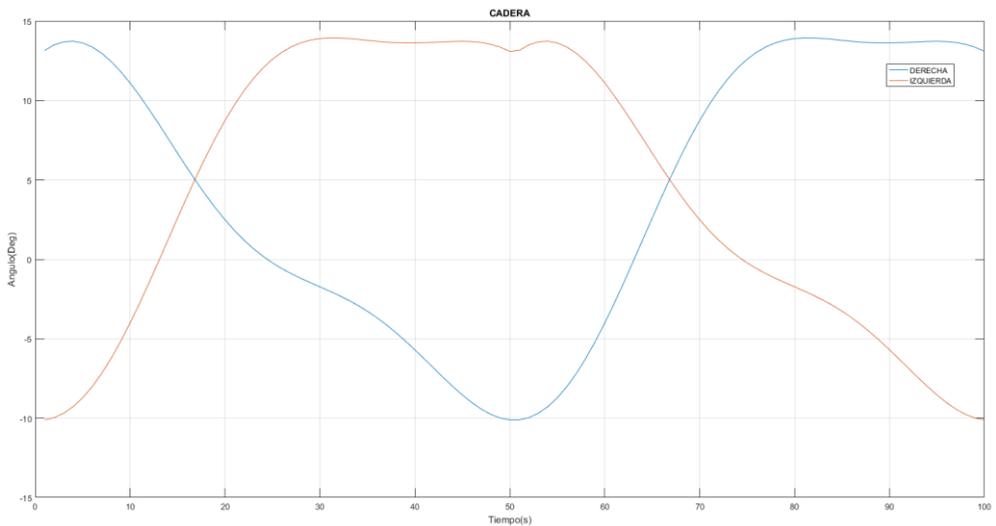


Figura 4.23: Trayectorias biomecánicas de la cadera para la validar el modelo cinemático directo.

Fuente: Autores.

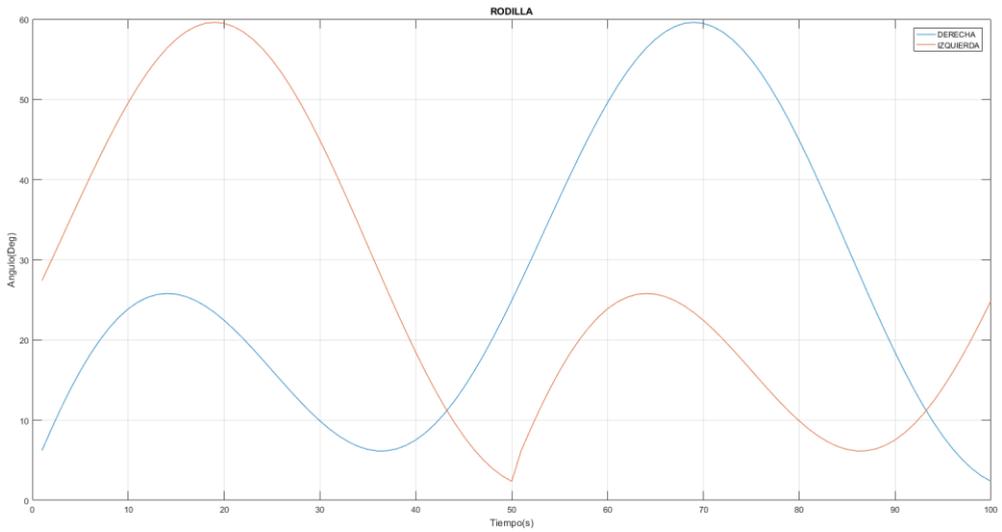


Figura 4.24: Trayectorias biomecánicas de la rodilla para la validar el modelo cinemático directo.
Fuente: Autores.

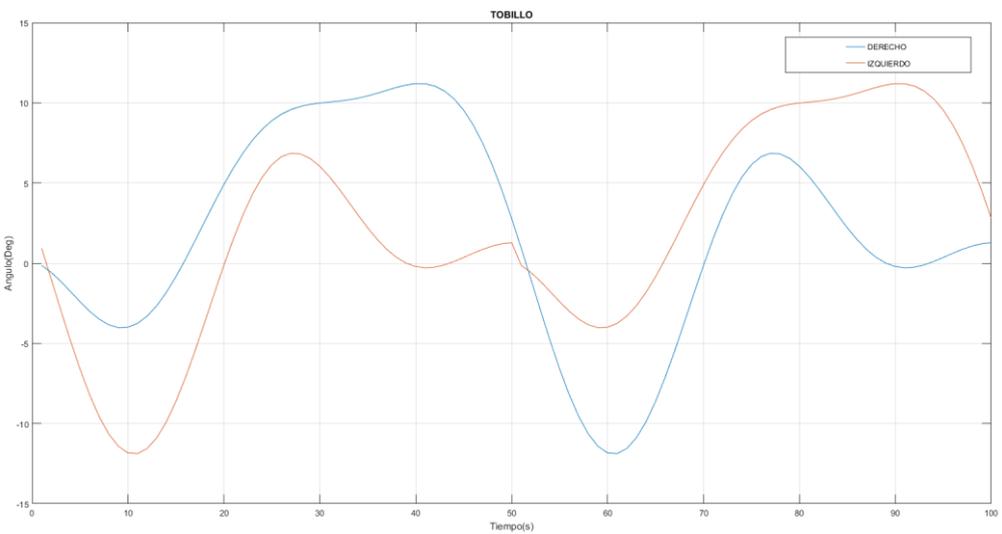


Figura 4.25: Trayectorias biomecánicas del tobillo para la validar el modelo cinemático directo.
Fuente: Autores.

Las trayectorias resultantes medidas y calculadas durante el ciclo de la marcha se observan en las figuras 4.26 y 4.27.

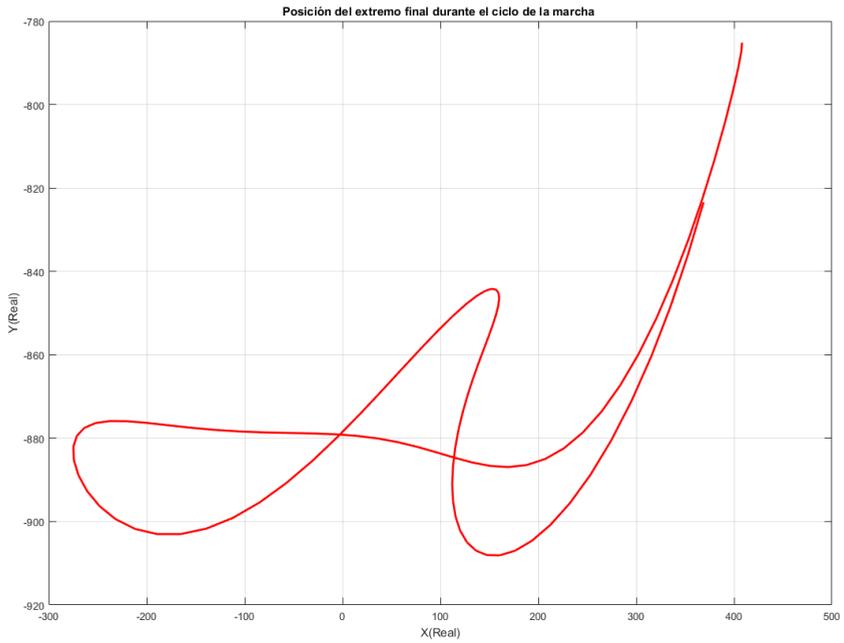


Figura 4.26: Trayectorias medida en el modelo 3D durante el ciclo de la marcha.
Fuente: Autores.

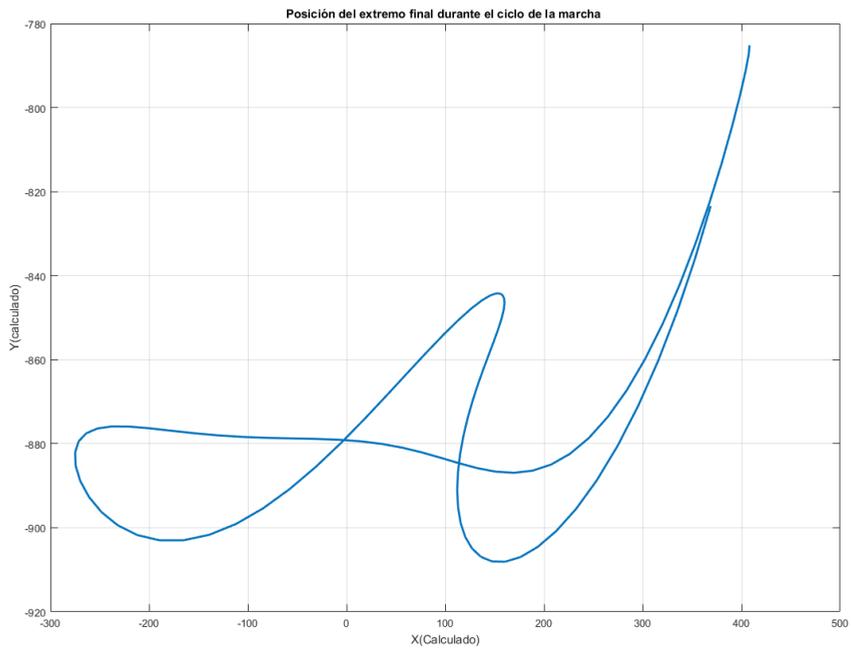


Figura 4.27: Trayectorias calculada durante el ciclo de la marcha.
Fuente: Autores.

Para verificar que el valor de la curva medida es proporcional a la calculada, es decir que tengan el mismo comportamiento de proporcionalidad se utiliza el coeficiente de correlación:

$$\rho_{xy} = \frac{Cov_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} \quad (4.1)$$

Donde:

Cov_{xy} es la covarianza entre el valor de “x” e “y”.

σ_x es la desviación típica de “x”.

σ_y es la desviación típica de “y”.

Usando la función “corr2(X, Y)” de Matlab se obtiene el coeficiente de correlación entre la curva medida y la calculada:

$$\rho_{xy} = 1 \quad (4.2)$$

El valor de “1” positivo del coeficiente de correlación muestra una alta proporcionalidad directa entre las curvas, lo cual indica que cuando la curva medida aumenta, la calculada también lo hace en proporción constante, esto quiere decir que las curvas son exactamente iguales.

4.3 VERIFICACIÓN DEL ERROR CUADRÁTICO MEDIO EN CURVAS DE POSICIÓN, VELOCIDAD Y ACELERACIÓN.

Para verificar las curvas de posición se implementa el modelo cinemático inverso en Matlab y Simulink, de tal manera que se pueda medir la posición sobre el modelo 3D como se indica en la figura 4.28.

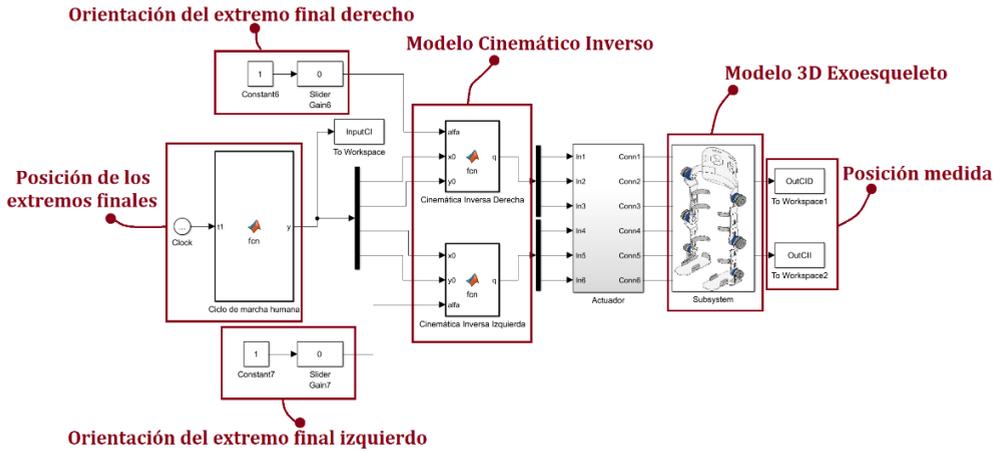


Figura 4.28: Esquema de implementación del modelo cinemático inverso.
Fuente: Autores.

Los valores de la posición real serán adquiridos de una curva que se asemeje a la trayectoria que debe mantener la punta del pie para ubicar al pie del paciente sobre un escalón, como se detalla en la figura 4.29.

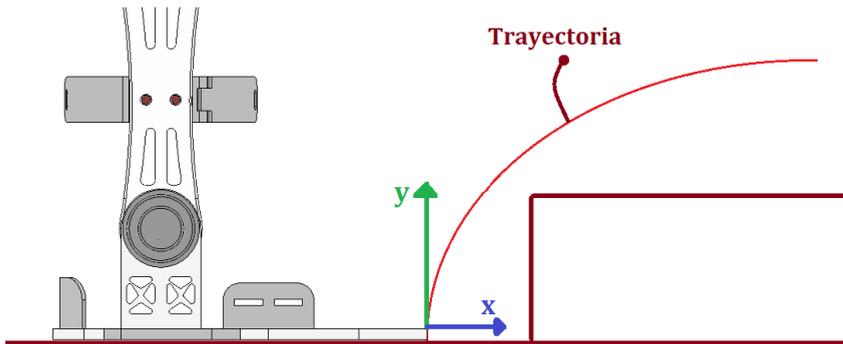


Figura 4.29: Trayectoria del pie para subir un escalón.
Fuente: Autores.

La función que generará la trayectoria es:

$$y = 7 * \sqrt{10 * x} - 840 \quad (4.3)$$

En un dominio:

$$0 \leq x \leq 425 \quad (4.4)$$

La figura 4.30 muestra la trayectoria requerida, la cual mediante el modelo cinemático inverso se usará para calcular las trayectorias articulares necesarias para que el extremo de la cadena cinemática siga esta trayectoria.

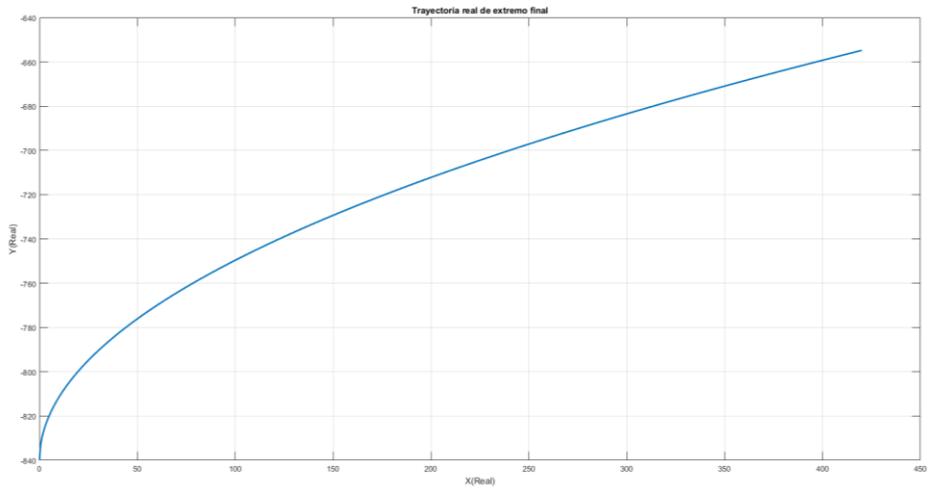


Figura 4.30: *Trayectoria del pie a utilizar en el modelo cinemático inverso.*
Fuente: Autores.

La trayectoria medida al extremo final de la cadena cinemática se visualiza en la figura 4.31.

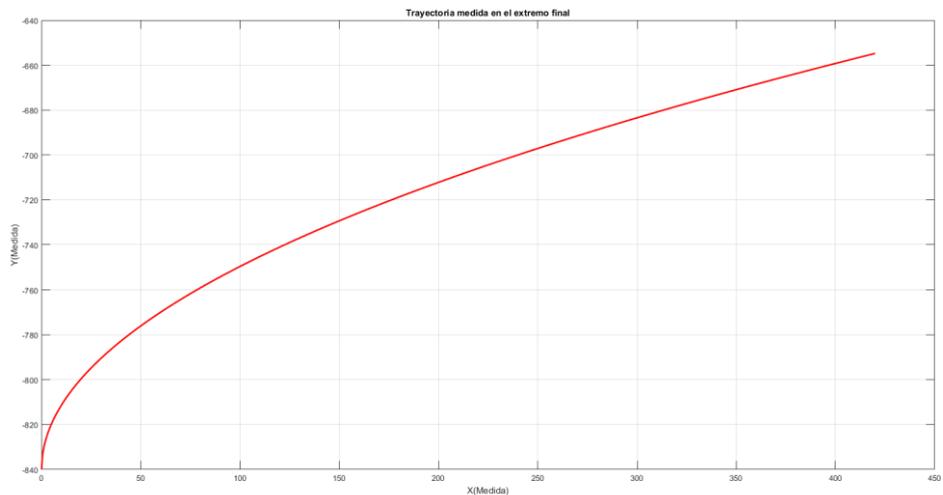


Figura 4.31: *Trayectoria medida sobre el extremo final de la cadena cinemática.*
Fuente: Autores.

De la misma manera se obtiene las curvas reales y medidas de la velocidad. Figura 4.32 y 4.33.

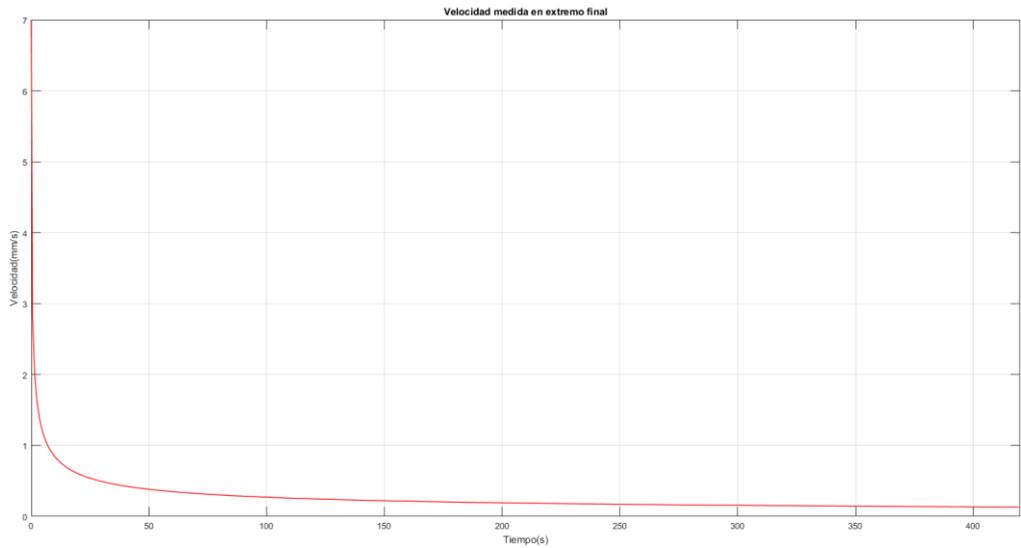


Figura 4.32: Curva velocidad medida.
Fuente: Autores.

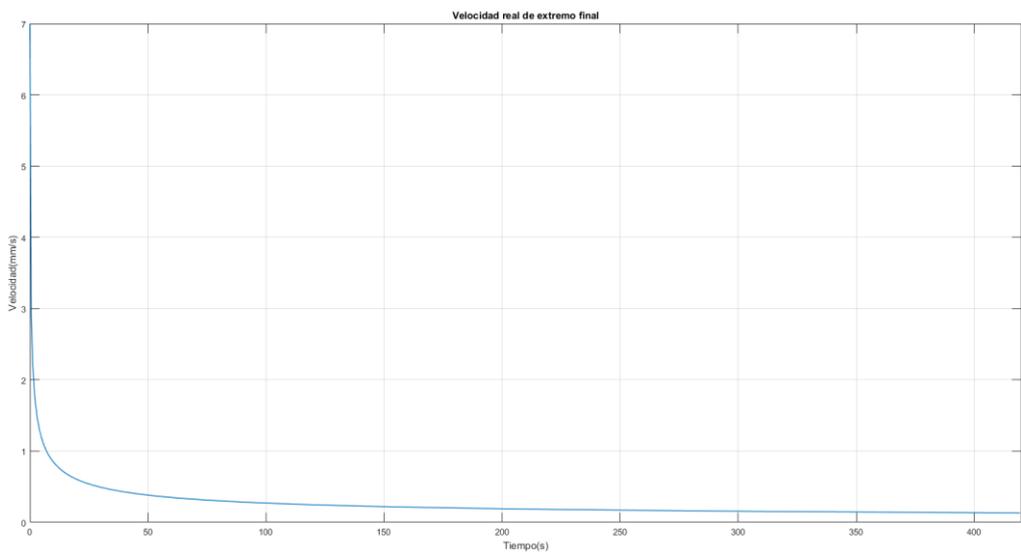


Figura 4.33: Curva velocidad real.
Fuente: Autores.

También, se adquiere las curvas reales y medidas de la aceleración. Figura 4.34 y 4.35.

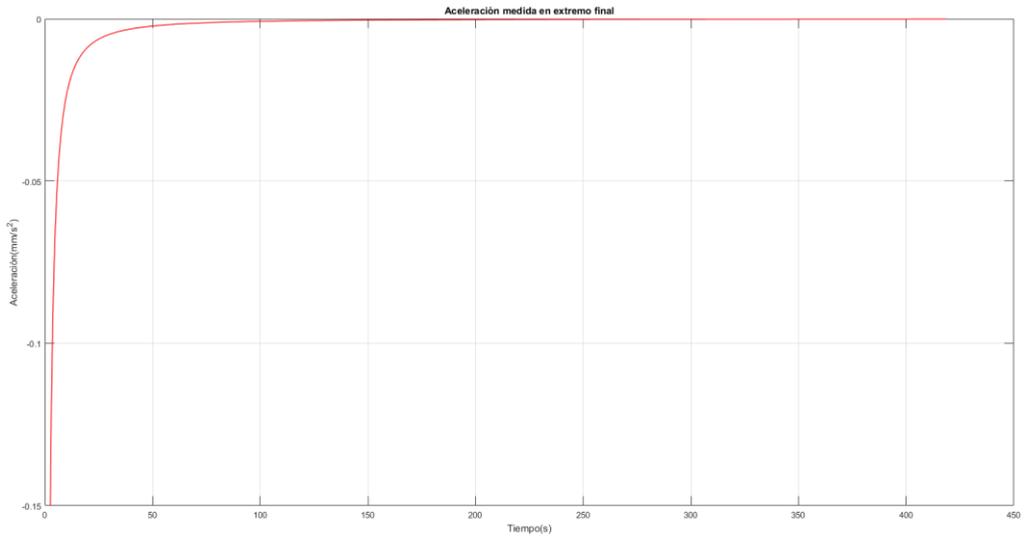


Figura 4.34: Curva aceleración medida.
Fuente: Autores.

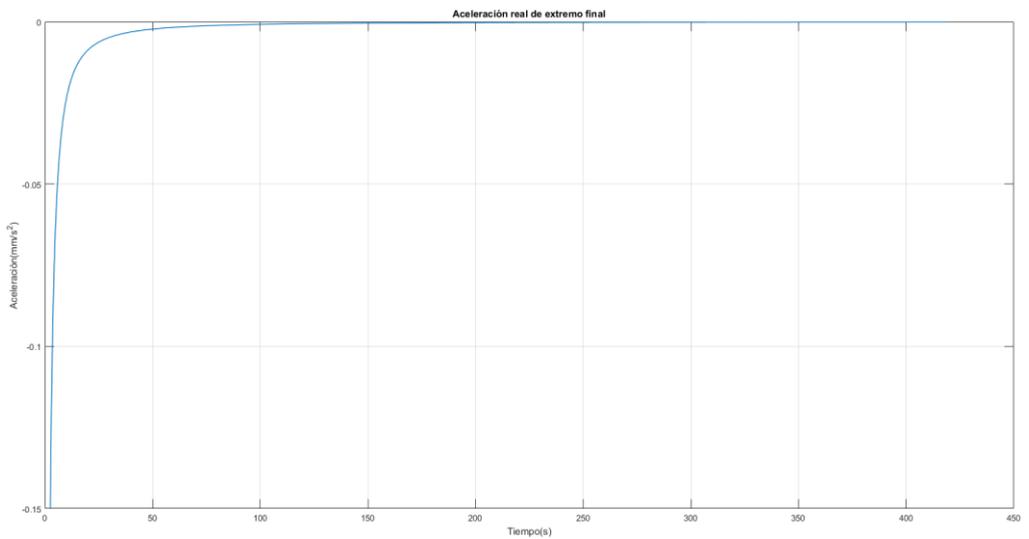


Figura 4.35: Curva aceleración real.
Fuente: Autores.

Para verificar el error cuadrático medio entre las curvas de posición, velocidad y aceleración requeridas y los valores medidos, se usa la siguiente expresión:

$$ecm = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\hat{y} - y)^2 \quad (4.5)$$

Donde:

\hat{y} es el vector que contiene el valor medido.

y es el valor requerido.

n es el número de muestras que contiene el vector.

Aplicando la ecuación 4.5 se obtiene los siguientes valores de error cuadrático medio en las curvas de posición, velocidad y aceleración:

$$ecm_{pos} = 2.3168 * 10^{-19} \approx 0 \quad (4.6)$$

$$ecm_{vel} = 0 \quad (4.7)$$

$$ecm_{acel} = 0 \quad (4.8)$$

CONCLUSIONES.

Para el diseño mecánico, modelamiento cinemático, análisis estático y dinámico por elementos finitos, fue necesario el análisis biomecánico del cuerpo humano, debido a que dicho análisis contiene todas las consideraciones estructurales y trayectorias del ciclo de la marcha humana.

De la validación del modelo mecánico se puede concluir lo siguiente:

- En el análisis dinámico, mediante el software de elementos finitos se muestra que el elemento de soporte de la cadera soporta el mayor esfuerzo durante la marcha humana con un valor de 306.95 MPa.
- En el primer análisis se puede visualizar un esfuerzo máximo mayor al admisible en el material de aluminio de 280 MPa.
- Eliminando las nervaduras propuestas e incrementando los radios de la geometría inicial se obtuvo un factor de seguridad mayor que “1”.
- El software de elementos finitos no permite obtener datos de deformación en el análisis dinámico debido a que se obtiene un desplazamiento de los elementos, por lo cual, se debe realizar un estudio estático estructural.
- Mediante el análisis estático estructural en el software de elementos finitos, la máxima deformación hallada en el elemento de soporte de la cadera es de 0.19mm.
- Los valores obtenidos de deformación como de esfuerzo en el análisis estático estructural pueden ser tomados como reales dado que el análisis de convergencia a la deformación entrega un valor de 0.48%.

De la validación del modelo cinemático se concluye lo siguiente:

- Para la resolución del problema cinemático directo fue necesario dividir al sistema en dos cadenas cinemáticas, debido a que los grados de libertad mostraban independencia.
- A pesar de tener seis grados de libertad cada extremidad inferior del paciente se debe tratar con matrices homogéneas diferentes y, por lo tanto, los puntos de medición se realizaron sobre dos extremos finales.
- El análisis de correlación de los valores de posición medidos en los extremos finales presenta un valor de “1”, demostrando así que las trayectorias medidas y calculadas son directamente proporcionales.

- En el problema cinemático inverso se encontró que la articulación del tobillo es independiente al ciclo de la marcha humana, ya que, según el análisis biomecánico, este adquiere la orientación necesaria para permitir la estabilidad del cuerpo humano.
- Las ecuaciones 3.34 y 3.35 demuestran que la articulación del tobillo es independiente, dado que se obtiene una solución implícita y fue necesario excluir una variable articular.
- El error cuadrático medio entre las curvas reales y medidas de posición, velocidad y aceleración es de “0”; lo cual demuestra la validez de las ecuaciones obtenidas en la resolución del problema cinemático inverso.

RECOMENDACIONES.

- La ergonomía es un factor importante en el desarrollo de un dispositivo de asistencia, debido a que si un paciente posee daño en la médula espinal no podrá dar una señal indicativa de que el mecanismo está causando daño a dicho paciente.
- Para diseñar un dispositivo de asistencia para el ser humano, se debe considerar el estudio biomecánico y antropométrico de la parte a asistir o reemplazar, para determinar si el sistema debe ser mecánico en su totalidad o electrónicamente asistido.
- Es fundamental realizar el análisis biomecánico debido a que provee de la información necesaria para dimensionar los actuadores y estimar el valor de torque o fuerza necesaria para poner en funcionamiento el sistema de asistencia.
- El análisis dinámico es muy importante debido a que se consideran las fuerzas y torques generados por la inercia de los cuerpos en movimiento, estos datos serán útiles como condiciones de frontera para establecer las deformaciones de un cuerpo en un análisis estático estructural.
- Como trabajo futuro se recomienda fabricar físicamente el diseño mecánico propuesto a escala real, para en lo posterior, automatizar y controlar el dispositivo teniendo como referencia las curvas y simulaciones obtenidas en los capítulos anteriores. Finalmente, una vez probado el óptimo funcionamiento del exoesqueleto, gestionar los recursos con instituciones públicas o privadas para masificar la construcción localmente y promocionarlo a nivel nacional.

BIBLIOGRAFÍA.

- Barrientos, A., Peñín, L. F., Balaguer, C., & Aracil, R. (1997). Fundamentos de robótica (Vol. 256). McGraw-Hill.
- Beltrán, F. (1999). Teoría general del método de los elementos finitos. Departamento de mecánica estructural y construcciones industriales. Madrid.
- Bolton, W. (2001). Mecatrónica Sistemas de Control Electrónico en Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Alfaomega, 2da. Edición, México.
- Chambers, H. G., & Sutherland, D. H. (2002). A practical guide to gait analysis. Journal of the American Academy of Orthopaedic Surgeons, 10(3), 222-231.
- Chen, G., Chan, C. K., Guo, Z., & Yu, H. (2013). A review of lower extremity assistive robotic exoskeletons in rehabilitation therapy. Critical Reviews™ in Biomedical Engineering, 41(4-5).
- Cortés Ramírez, S., & Duarte Mondragón, A. (2014). Ortesis activa para la rehabilitación de lesión medular de miembro inferior.
- Craig, J. J. (2006). Robótica (3a edición).
- Crowell III, H. P. (1995). Human Engineering Design Guidelines for a Powered, Full Body Exoskeleton (No. ARL-TN-60). ARMY RESEARCH LAB ABERDEEN PROVING GROUND MD.
- Cruz, C. G., Bregains, F., & Braidot, A. (2011). ANÁLISIS CINEMÁTICO DEL SALTO EN PACIENTES SIN PATOLOGÍAS EN EXTREMIDADES INFERIORES-Jump kinematics analysis in patients without lower limb pathologies. Revista Ingeniería Biomédica, 2(3), 33-39.
- De Navarra, E. O. I. (1992). Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos: análisis elástico lineal.
- Dollar, A. M., & Herr, H. (2008). Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art. IEEE Transactions on robotics, 24(1), 144-158.
- Drillis, R., Contini, R., & Bluestein, M. (1966). Body segment parameters. Research Division, NY: New York University, School of Engineering and Science.

- Esquenazi, A. (2013). New bipedal locomotion options for individuals with thoracic level motor complete spinal cord injury. *J. Spinal Res. Found*, 8(1), 26-28.
- Farris, R. J., Quintero, H. A., & Goldfarb, M. (2011). Preliminary evaluation of a powered lower limb orthosis to aid walking in paraplegic individuals. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 19(6), 652-659.
- Fick, B. R., & Makinson, J. B. (1971). Hardiman I prototype for machine augmentation of human strength and endurance. GENERAL ELECTRIC CO SCHENECTADY NY SPECIALTY MATERIALS HANDLING PRODUCTS OPERATION.
- Goodier, J. N., & Hodge Jr, P. G. (2016). *Elasticity and Plasticity: The Mathematical Theory of Elasticity and The Mathematical Theory of Plasticity*. Courier Dover Publications.
- Guzmán Valdivia, C. H. (2010). Construcción de un robot bípedo basado en caminado dinámico. Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico.
- Hanavan Jr, E. P. (1964). A mathematical model of the human body (No. AFIT-GA-PHYS-64-3). AIR FORCE AEROSPACE MEDICAL RESEARCH LAB WRIGHT-PATTERSON AFB OH.
- Hamilton, W. R. (1866). *Elements of quaternions*. Longmans, Green, & Company.
- Izquierdo, M., & Redín, M. I. (2008). *Biomecánica y bases neuromusculares de la actividad física y el deporte*. Ed. Médica Panamericana.
- Kassab, G. S. (2004). YC" Bert" Fung: the father of modern biomechanics. *Mech. Chem. Biosyst*, 1, 5-22.
- Hartenberg, R. S., & Denavit, J. (1955). A kinematic notation for lower pair mechanisms based on matrices. *Journal of applied mechanics*, 77(2), 215-221.
- Hernández Díaz, A. (2015). Configuración de un banco de pruebas para la evaluación del funcionamiento de un exoesqueleto de miembros inferiores.
- Kawamoto, H., Taal, S., Niniss, H., Hayashi, T., Kamibayashi, K., Eguchi, K., & Sankai, Y. (2010, August). Voluntary motion support control of Robot Suit HAL triggered by bioelectrical signal for hemiplegia. In *Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC), 2010 Annual International Conference of the IEEE* (pp. 462-466). IEEE.

- Kazerooni, H., & Steger, R. (2006). The Berkeley lower extremity exoskeleton. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 128(1), 14-25.
- Lizarza, J. T. C. (2000). *Método de los elementos finitos para análisis estructural*. Escuela Superior de Ingenieros Industriales, Universidad de Navarra.
- Marc, M. S. C. (2005). *Nonlinear finite element analysis of elastomers*. Technical paper.
- Martínez Paredes, J. (2016). *Diseño de un exoesqueleto para miembro inferior*.
- Merchán Cruz, E. A. (2016). *Metodología para generación de trayectorias de manipuladores robóticos, su cinemática y dinámica*.
- Mejía, G., & Zetta, D. (2014). *Diseño y simulación de un robot cuadrúpedo en la herramienta solid edge para implementarlo en máquinas de acompañamiento a personas discapacitadas*.
- Miralles Marrero, R., & Puig Cunillera, M. (2000). *Biomecánica Clínica del Aparato Locomotor*, 1 a edición.
- Mogrovejo Loyola, P., & Vásquez Guillermo, S. (2013). *Antropometría, silueta y tallaje de la mujer: Estudio en Cuenca* (Bachelor's thesis, Universidad del Azuay).
- Muñoz, J. C., Castro, H., Holtz, W., Muñoz, P. D., Vinagre, A., & Cassibba, R. (2013, July). *Aplicación De Conceptos Y Procedimientos De La Biomecánica Para El Análisis De Obras De Arte: "El Hombre De Vitruvio" Según Leonardo Da Vinci*. In *Anales Afa* (Vol. 23, No. 1).
- Murray, R. M., Li, Z., Sastry, S. S., & Sastry, S. S. (1994). *A mathematical introduction to robotic manipulation*. CRC press.
- Neumann, D. A. (2013). *Kinesiology of the musculoskeletal system: foundations for rehabilitation*. Elsevier Health Sciences.
- Nordin, M., Frankel, V. H., & Forssén, K. (2004). *Biomecánica básica del sistema músculo esquelético*. McGraw-Hill. Interamericana.
- Paul, R. P. (1981). *Robot manipulators: mathematics, programming, and control: the computer control of robot manipulators*. Richard Paul.
- Pate, R., Oria, M., & Pillsbury, L. (2012). *Fitness Measures for a National Youth Survey*.

- Pericé, A. V. (1996). Significado de la postura y de la marcha humana:(teología, antropología, patología). Editorial Complutense.
- Perry, J., & Burnfield, J. M. (2010). Gait analysis: normal and pathological function. (2ª edición). Thorofare, NJ: SLACK Inc.
- Puig-Diví, A. (2015). Biomecánica y patomecánica de la marcha humana. AFEDI.
- Pons, J. L. (2008). Wearable robots: biomechatronic exoskeletons. John Wiley & Sons.
- Querol, M. Á. V. (2015). Desarrollo de un sistema de captura de siluetas en Android (Doctoral dissertation).
- Quintero, H. A., Farris, R. J., & Goldfarb, M. (2012). A method for the autonomous control of lower limb exoskeletons for persons with paraplegia. *Journal of medical devices*, 6(4), 041003.
- Renart, I. P., Planell, J. A., & Gil, F. X. (1997). Fundamentos de biomecánica y biomateriales. Ergon.
- Rodrigo, S. E., Ambrósio, J. A., & Penisi, O. (2007). Análisis dinámico inverso de modelos biomecánicos espaciales del cuerpo humano. In *Proceedings of the 8º Congreso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica*, Cusco, Perú.
- Stengele, F. H. (2008). Diseño y construcción de prototipo neumático de prótesis de pierna humana.
- Tibaduiza, D., & Grosso, J. M. (2009). Diseño de un exoesqueleto mecatrónico de brazo basado en screws y robots paralelos. In *2do Congreso Internacional de Ingeniería Mecatrónica*.
- Valdivia, C. H. G., Ortega, A. B., Salazar, M. A. O., & Rivera, H. R. A. (2013). Modelado y simulación de un robot terapéutico para la rehabilitación de miembros inferiores. *Revista Ingeniería Biomédica*, 7(14), 42-50.
- Vaughan, C. L., Davis, B. L., & O'connor, J. C. (1992). *Dynamics of human gait* (Vol. 2). Champaign, Illinois: Human Kinetics Publishers.
- Viel, E., & Plas, F. (2002). Movimientos del esqueleto: del inicio de la marcha a la velocidad de crucero. In *La marcha humana, la carrera y el salto: biomecánica, exploraciones, normas y alteraciones* (pp. 1-26). Masson.

- Vukobratovic, M., Hristic, D., & Stojiljkovic, Z. (1974). Development of active anthropomorphic exoskeletons. *Medical and Biological Engineering*, 12(1), 66-80.
- Yera, K. R. M., Ruiz, M. A. D., Perrusquia, N. L., & San Miguel, C. R. T. Diseño mecánico de un exoesqueleto para rehabilitación de miembro inferior.
- Young, A. J., & Ferris, D. P. (2017). State of the Art and Future Directions for Lower Limb Robotic Exoskeletons. *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, 25(2), 171-182.
- Zajac, F. E., & Gordon, M. E. (1989). Determining muscle's force and action in multi-articular movement. *Exercise and sport sciences reviews*, 17(1), 187-230.
- Zeilig, G., Weingarden, H., Zwecker, M., Dudkiewicz, I., Bloch, A., & Esquenazi, A. (2012). Safety and tolerance of the ReWalk™ exoskeleton suit for ambulation by people with complete spinal cord injury: A pilot study. *The journal of spinal cord medicine*, 35(2), 96-101.
- Zoss, A. B., Kazerooni, H., & Chu, A. (2006). Biomechanical design of the Berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX). *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, 11(2), 128-138.

LINKOGRAFÍA.

- Berkeley Robotics. (2017). Berkeley Robotics & Human Engineering Laboratory. <http://bleex.me.berkeley.edu/research/exoskeleton/bleex/>.
- Conadis. (2017). Consejo nacional para la igualdad de discapacidades. <http://www.consejodiscapacidades.gob.ec>.
- Cyberdyne. (2013). <https://www.cyberdyne.jp/english/>.
- Indego Go. (2015). www.indego.com.
- Inec. (2017). Instituto Nacional de Estadísticas y Censos. “Personas hospitalizadas con paraplejia”. <http://www.normalizacion.gob.ec>.
- Rewalk Robotics. (2017). <http://rewalk.com>.
- Wordreference. (2017). <http://www.wordreference.com/definicion/>.

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
UNIDAD DE POSGRADOS

**MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y
SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA**

Autores:

**Luis Alfredo Calle Arévalo
Juan Carlos Vidal Dávila**

Dirigido por:

Marco Esteban Amaya Pinos

**PROPUESTA DE UN MODELO MECÁNICO Y
ANÁLISIS CINEMÁTICO DE UN EXOESQUELETO DE
SEIS GRADOS DE LIBERTAD PARA PERSONAS CON
DAÑO EN LA MÉDULA ESPINAL**

En este proyecto de investigación se presenta el diseño mecánico y el análisis cinemático de un dispositivo de asistencia mecánica denominado exoesqueleto, enfocado para personas que han sufrido afección motriz o daño en su médula espinal, perdiendo la movilidad en sus miembros inferiores.

El análisis cinemático aporta funciones que permiten al dispositivo emular la biomecánica del ciclo de la marcha humana, generando una correcta ubicación espacial de las articulaciones y determinando matemáticamente los valores de posición, velocidad y aceleración en cualquier periodo, mientras dure el desplazamiento de la persona o incluso al subir una escalera.

Para el diseño mecánico se consideraron factores de ergonomía, seguridad, portabilidad y costo de manufactura; pues uno de los objetivos es que éste dispositivo sea asequible a cualquier persona que tenga limitación motriz en sus miembros inferiores o algún impedimento para caminar de manera adecuada y normal.

Para validar el diseño en su conjunto se utiliza el software de análisis matemático MATLAB/SIMULINK, mientras que, para simular el diseño mecánico y garantizar su fiabilidad, se utiliza el software de elementos finitos ANSYS.

Finalmente, con los resultados obtenidos en las simulaciones, se garantiza la funcionalidad mecánica del exoesqueleto propuesto para su futura construcción.