

EXPANSIÓN ÓPTIMA DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN MEDIANTE EL  
ALGORITMO DE PRIM



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO**

**CARRERA:  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de  
INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:  
EXPANSIÓN ÓPTIMA DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN MEDIANTE EL  
ALGORITMO DE PRIM**

**AUTOR:  
FRANCISCO PATRICIO BENAVIDES LARREINA**

**DIRECTOR:  
DIEGO FRANCISCO CARRION GALARZA**

**Quito, Mayo 2017**

Francisco Patricio Benavides Larreina

**EXPANSIÓN ÓPTIMA DEL SISTEMA DE TRANSMISIÓN MEDIANTE EL ALGORITMO DE PRIM**

Universidad Politécnica Salesiana  
Ingeniería Eléctrica

Breve reseña historia e información de contacto:



**Francisco Patricio Benavides Larreina** (Y'1984-M'08). Realizó sus estudios secundarios en el Colegio Mena Del Hierro, se graduó de Físico Matemático. Egresado de la Carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana. Su trabajo se basa en Expansión Optima Del Sistema De Transmisión Mediante El Algoritmo De Prim  
[fbenavidesl@est.ups.edu.ec](mailto:fbenavidesl@est.ups.edu.ec)

Dirigido por:



**Diego Francisco Carrión Galarza** (Y'1981-SM'12). Se graduó en Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador en 2010 y en la actualidad está trabajando para lograr su título de Doctor en Ingeniería de la Universidad Pontificia Bolivariana - Medellín Colombia. Es profesor e investigador en la Universidad Politécnica Salesiana - Quito Ecuador. En la actualidad es miembro del Grupo de Investigación Girei (Grupo de Investigación en Redes Eléctricas Inteligentes - Smart Grid Research Group).  
[dcarrion@ups.edu.ec](mailto:dcarrion@ups.edu.ec)

Todos los derechos reservados:

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS  
RESERVADOS  
©2017 Universidad  
Politécnica Salesiana  
QUITO-ECUADOR

## **DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A**

Yo, DIEGO FRANCISCO CARRIÓN GALARZA declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación *Expansión Óptima Del Sistema De Transmisión Mediante El Algoritmo De Prim* realizado por FRANCISCO PATRICIO BENAVIDES LARREINA, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito, Mayo 2017



DIEGO FRANCISCO CARRIÓN GALARZA

Cédula de identidad: 1713703062

## CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, FRANCISCO PATRICIO BENAVIDES LARREINA, con documento de identificación N° 171894815-9, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor/es del trabajo de grado/titulación intitulado: “*Expansión Óptima Del Sistema De Transmisión Mediante El Algoritmo De Prim*”, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: INGENIERO ELÉCTRICO, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Firma



.....

Nombre: Francisco Patricio Benavides Larreina

Cédula: 171894815-9

Fecha: Mayo del 2017

## ***INDICE GENERAL***

Resumen .....	6
1. Introducción.....	7
2. Árbol de Mínima Expansión.....	9
2.1 Algoritmo de Kruskal .....	10
2.2 Algoritmo de Prim .....	10
3. Aplicación del algoritmo de Prim en el Sistema de Transmisión. ....	11
3.1. Modelamiento De La Expansión Óptima De Red De Transmisión Con Prim .....	12
3.2. Aplicación del Algoritmo de Prim en la Barra IEEE 13 y en la IEEE 30 .....	13
4. Conclusiones.....	14
5. Referencias .....	14
5.1 Estado del Arte .....	17

## ***INDICE DE FIGURAS***

1	Ejemplo del esquema del algoritmo de Prim.....	7
2	Ejemplo de IEEE-13.....	13
3	Ejemplo de IEEE-30.....	13
4	MST en el modelo de 13 barras de la IEEE mediante el Algoritmo de Prim.....	13
5	MST en el modelo de 30 barras de la IEEE mediante el Algoritmo de Prim.....	13
..		

# Expansión Óptima Del Sistema De Transmisión Mediante El Algoritmo De Prim

## Resumen

Este artículo discute las metodologías que pueden ocurrir para la expansión de las líneas de transmisión después de la congestión de la red, teniendo en cuenta las restricciones de los costos. Estos están integrados a los múltiples escenarios considerando los algoritmos del sistema de los flujos de energía de generación que se pueden usar, siendo híbridos porque pueden aplicarse en los diferentes sistemas de potencia. Para la metodología la expansión mínima se aplica los teoremas de grafos, Algoritmos de Kruskal y de Prim este último es el que se utilizó, se utilizaran los sistemas de buses IEEE-13 y 30 en la metodología a aplicar. La decisión de expandir las redes de transmisión depende de la pérdida sostenida que posee el sistema eléctrico, y determina el crecimiento de la próxima generación; mediante el uso de técnicas de optimización se modelaron los sistemas antes mencionados con la resolución de las ecuaciones de potencia, la creación de árboles de mínima expansión para poder encontrar la optimización de los sistemas de potencia para la red de transmisión mediante el algoritmo de Prim.

**Palabras Clave:** Algoritmos Prim, congestión de la transmisión, flujos de potencia, métodos de optimización de la transmisión, optimización multi-objetivo, planificación de la expansión.

## Abstract

This article discusses the methodologies that can occur for the expansion of the transmission lines, after the network congestion, taking into consideration the restrictions of the costs. Being hybrids, there are multiple scenarios considering the algorithm of the flow system of generation that can be integrated. The reason for this is because they can be applied to different potency systems. For the Methodology, the minimum expansion is applied to the graph theorems, Kruskal and Prim algorithms, the latter being the one used. The IEEE-13 and 30 bus systems will be used on the methodology that will be applied. The decision to expand the transmission network will depend on the sustainable loss that possesses the electrical system, and that determines the growth of the next generation; with the use of technical optimization, the aforementioned systems were modeled with the resolution of potency equations, the creation of minimal expansion trees in order to find the optimization of the potency systems for the transmission network with the Prim algorithm as means.

**Keywords:** Prim algorithms, transmission congestion, power flows, transmission optimization methods, multiobjective optimization, expansion planning.

## 1. Introducción

La expansión de la red de transmisión óptima siempre ha sido uno de los más importantes temas a tratar en la planificación del sistema de potencia. La expansión del sistema de potencia o alimentación puede llevarse a cabo en las etapas de generación, transmisión o distribución [1].

La planificación de expansión de transmisión (TEP) consiste en determinar el plan de inversión necesaria para reforzar la red de transporte, a fin de lograr un costo mínimo y sin pérdidas en las cargas. Para encontrar un plan adecuado se observan diferentes aspectos que deben tenerse en cuenta con el fin de hacer frente a los nuevos desafíos que surgen al aumentar la demanda y la generación en los años que están por venir [2].

En este tipo de estudios de planificación, dada la configuración de la red para un año determinado junto con otros datos como red que opera límites, costos y limitaciones de inversión, se quiere determinar el plan de expansión con un mínimo costo, es decir, uno quiere determinar dónde y qué tipo de nuevo equipo debe ser instalado [3].

El TEP ha sido ampliamente investigada como parte del largo crecimiento de los sistemas de energía planificando su expansión a medida de que la demanda valla incrementándose [4].

El objetivo del TEP es que los sistemas eléctricos de la potencia, sirvan a la creciente demanda en el futuro. El TEP indica dónde y cuándo deben ser creadas nuevas líneas de transmisión siendo estas instaladas en el sistema de energía para apoyar la demanda de la red. Desde el problema TEP es un número entero mixto no lineal restringida a la programación [5].

Se ha reconocido que una de las principales dificultades, es la obtención de soluciones óptimas globales para el completo sistema de transmisión, es que debido a que la red actual es una obra que normalmente tiene problemas de expansión por el crecimiento de la demanda.

La planificación también promueve el acceso a la red para los generadores, así como a los clientes. El puente para permitir este acceso es la red de transmisión y toda la infraestructura asociada, y por lo tanto es la base para el mercado eléctrico. En el caso de la generación, la red de transmisión permite diferentes escenarios de despacho y permite la competencia entre los agentes que forman parte del mercado eléctrico [6].

En las etapas iniciales de la planificación de la expansión [7]; el algoritmo resuelve tranquilo el problema para los que se cumplieran las condiciones de convexidad y así soluciones óptimas que se pueden obtener mediante varios algoritmos existentes dependiendo de las restricciones o tipos que estas poseen, gradualmente a medida que uno se esté acercando al objetivo específico del problema se encontrara la solución de este.

Por lo tanto, en un principio se resuelve un relajado problema con las restricciones que representan Kirchhoff Voltaje Ley (KVL). y la naturaleza discreta de adiciones de circuitos, un modelo de transporte sin integral de limitaciones que se utiliza [8][9].

La solución óptima obtenida, así como otra información relevante, luego son reutilizados para el arranque del proceso de solución del segundo nivel jerárquico el modelo híbrido sin restricciones de integralidad; en el modelo híbrido de las ramas con los circuitos que existentes son tratados, donde solo las nuevas

incorporaciones son posibles y tratadas por el modelo de transporte.

En [10][11] se soluciona el TEP incluyendo el costo restricción para las transacciones bilaterales y la asociada a los clientes para el mercado spot, además de la inversión para el nuevo equipo de transmisión. De esta manera, la red se refuerza de tal manera que las limitaciones de congestión se alivian con el fin de permitir las transacciones requeridas por el mercado eléctrico [12][13].

El modelo matemático para la planificación del sistema de transporte considera la topología actual del sistema, la previsión de la generación y la demanda, ecuaciones del balance de potencia, entre otros, y se traduce en expresiones algebraicas lineales y no lineales que contienen variables reales y variables enteras [14][15]. Dada la naturaleza del modelo, se consideró como un problema de programación entera mixto no lineal (MINLP), [16][17].

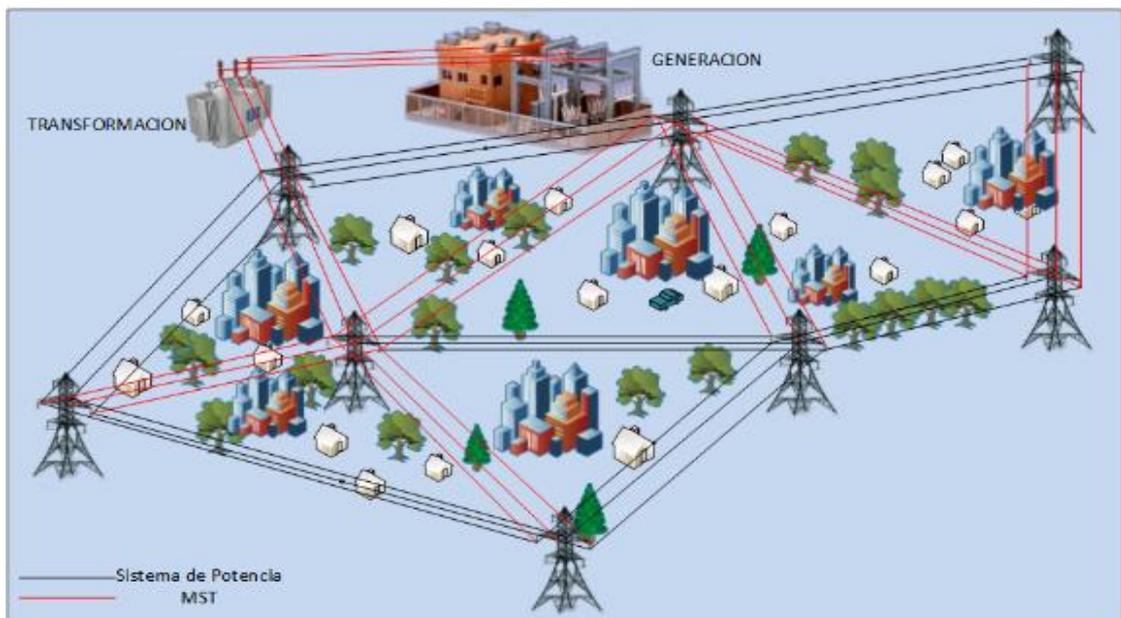
En vista de la modelización matemática, el TEP es un caso de programación

entero mixto no lineal, la óptima problematización clásica del TEP, por lo general contienen como objetivo, la función y limitaciones. La flexibilidad del problema TEP se cambia teniendo en cuenta las diferentes funciones y limitaciones objetivas.

El MST (árbol de expansión de costo mínimo) es adecuado para las incógnitas en los problemas la redundancia que se pueden encontrar en la expansión, o el flujo a lo largo de los aristas en los grafos son breves. Las incógnitas aparecen cuando todos los vértices de los grafos deben enlazarse entre sí sin formar un ciclo [18][19].

El empleo de las aplicaciones son diversas y útiles para varios problemas entre ellos son las redes de tanto como de comunicación electricidad, telefonías y redes de transportes, redes de líneas de gas y agua, etc. Donde los nodos representan puntos de consumo eléctrico, teléfonos, aeropuertos, computadoras y los arcos podrían ser cables de transmisión, cable de fibra óptica, rutas aéreas, gas, etc. [20].

También se la denomina como árbol generador mínimo, es una red enlazada y



**Figura 1.** Ejemplo Del Esquema Del Algoritmo De Prim

equilibrada que se refiere a utilizar los vértices de los grafos para llegar a todos los puntos de esta, de manera tal que se minimiza la distancia total [21] [22].

El algoritmo de Kruskal es un algoritmo de revestimiento mínimo unido considerado, o sea que va unir todos los puntos formando un grafo, tomando las aristas que poseen. El árbol de expansión (spanning tree) de un grafo que posee todos sus vértices o nodos [23].

Este algoritmo se usa normalmente para ahorrar recursos, sus aplicaciones más comunes en la implementación de cables de red, servidores, de postes de luz, etc. [24] [25].

## **2. Árbol de Mínima Expansión**

La teoría de grafos describe la utilización de las propiedades que posee una red empleando gráficos que son esquemas simbólicos del sistema y conexiones dentro de la red. La teoría de grafos presenta vértices, aristas o nodos que en el caso vendrán siendo subestaciones, líneas de transmisión, transformadores, etc. [26] [27]

Si un sistema de potencia se lo representa como un conjunto de buses conectados entre sí por líneas de transmisión seguidas, los buses de los sistemas se convierten en los vértices y las líneas de transmisión se convierten en bordes [28] [29].

El análisis de la teoría de grafos de un flujo de red es capaz de determinar los flujos máximos que se pueden llevar entre dos nodos dentro de un gráfico dirigido o no dirigido. Para estos algoritmos de flujo de res se aplican a una representación gráfica de una topología de sistema de potencia para determinar la cantidad mínima o el camino mínimo que se puede obtener reduciendo el número de ramas para

garantizar una desconexión de cualquier parte del sistema seleccionado.

Los métodos a emplear en estos análisis de conexión manejan algoritmos de los flujos máximos [30][31].

Los arboles de expansión forma el núcleo de un numeroso conjunto de problemas en la teoría de grafos, posee una amplia gama de aplicaciones en diversos campos de la ciencia y tecnología que van desde la computación y las redes de comunicación, redes eléctricas conexión de cableado etc. [32].

Un árbol de expansión de un grafo conectado no dirigido  $G = (V, E)$ , se define como un árbol  $T$  que consta de todos los vértices del gráfico  $G$ . Si el gráfico  $G$  se desconecta, cada componente conectado tendrá un árbol de expansión  $T$ , La colección de la cual forma el bosque que abarca del gráfico  $G$ . Un gráfico puede tener muchos árboles que se extienden [33][34].

Aunque existen variedad de algoritmos que puedes resolver y calcular el árbol de expansión dado gráficamente. Los algoritmos más comunes para la resolución son Kruskal y Prim, que estos pueden calcular con éxito el árbol de expansión mínimo de un grafo dado [35] [36].

Los arboles de expansión de un grafo conexo es un sub-grafo que posee todos los puntos del grafo y no tiene fases. El árbol de expansión mínima de una red pesada no dirigida es el grafo de expansión cuyo peso no es mayor al de ningún otro grafo de expansión. (La suma de los pesos de todas sus aristas) [37].

La incógnita de encontrar el MST de un red pesada no dirigida parcialmente tiene una gran cantidad de usos importantes y se conocen varios algoritmos para encontrar, pero la eficacia de las herramientas varía ampliamente y los

científicos aun buscan mejores métodos [34][28][22].

## 2.1 Algoritmo de Kruskal

Kruskal también construye el MST una arco a la vez, con la disparidad que este encuentre una arco que conecte dos MST que van alza dentro de un bosque de MST gradual, formado de los puntos del grafo original [36][21].

La idea básica de los algoritmos de Kruskal es comenzar con un bosque de  $n = V$  árboles o componentes conexas, y luego fusionarlos hasta que se forme una única componente conexas.

Para este algoritmo de Kruskal comienza con un subgrafo que contiene solo los vértices del grafo original, sin aristas, es decir, cada vértice constituye sus propias componentes conexas distintas [31][23].

Agregando las aristas ambos componentes se fusionan en una sola, el desarrollo termina cuando el subgrafo constituye una única componente conexas [38] [5][6].

El algoritmo empieza a ser creado por un grupo de árboles degradado conformados por un solo punto, que son los puntos del grafo, y empiezan a acoplarlos los arboles de dos en dos empleando los arcos menos costosos posible, hasta que solo quede uno que será la solución de grafo [27] [23].

Para manejar las operaciones con componentes conexas se manejan las estructuras de datos UnionFind con las heurísticas de compresión de caminos, esto permite que dado un vértice  $u$ , lo determine eficientemente.

Cuál es la componente conexas a la que pertenece ( $find(u)$ ), y dados dos vértices  $u$  y  $v$  fusionar sus componentes ( $unión(u,v)$ ). El costo amortizado de las operaciones  $find$  es  $O(\log^*n)$  lo cual es casi constante, y el costo de operación unión es contante [39][40][33].

La inicialización de UnionFind toma tiempo  $O(n)$ , con  $n = |V|$ . La ordenación de las aristas del grafo toma tiempo  $O(m \log m)$ , con  $m = |E|$ .

Se realizan a lo más  $m$  iteraciones del ciclo while, y cada iteración tiene costo constante [41] [27] [16].

Luego, el tiempo de CPU de este algoritmo está dominado por el costo de ordenar las aristas según su peso, siendo la complejidad temporal del algoritmo de Kruskal de  $O(m \log m)$  [40][39].

---

### Algoritmo de Kruskal

---

Kruskal ( $G(V,E)$ )

**Paso 1:** UnionFind  $C \leftarrow \{\{v\} | v \in V\}$

**Paso 2:**  $ACM \leftarrow \emptyset$

**Paso 3:** Ordenar las aristas de  $E$  en orden creciente de peso

**Paso 4:** while  $|C| > 1$  do

**Paso 5:** Sea  $e = \{v,w\}$  la siguiente arista en orden creciente de peso

**Paso 6:** if  $C.find(v) \neq C.find(w)$  then

**Paso 7:**  $ACM \leftarrow ACM \cup \{e\}$

**Paso 8:**  $C.union(v, w)$

**Paso 9:** Retornamos a paso 2 hasta su convergencia

---

Al igual que el algoritmo de Prim, el algoritmo de Kruskal es costoso en extensión de código, pero sencilla en legibilidad y facilidad de escritura.

## 2.2 Algoritmo de Prim

El Algoritmo de Prim es la teoría de grafos, que encuentran un árbol de expansión mínimo para un grafo ponderado conectado [29].

El algoritmo de Prim es el MST más asequible ya que los otros algoritmos implementan más líneas de programación, para ejecutar y el mejor opción de grafos pesado. El algoritmo puede ubicar el MST de cualquier grafo pesado [29].

Se aplica un pseudocódigo del algoritmo de Prim para la construcción de un árbol de expansión mínimo [26].

<b>Algoritmo de Prim</b>	
<b>Paso 1:</b>	Entrada donde tenemos $G=(V,E)$
<b>Paso 2:</b>	Conjunto de vértices del árbol al iniciar $V_t \leftarrow \{v_0\}$
<b>Paso 3:</b>	Salida del conjunto de aristas del árbol de mínima expansión $E_t \leftarrow \emptyset$
<b>Paso 4:</b>	For $i \leftarrow 1$ a $ V -1$ do encontrar el peso mínimo del borde $e^* = (v^*, u^*)$ .
<b>Paso 5:</b>	$V_t \leftarrow V_t \cup \{u^*\}$ entre los bordes $(v, u)$ tal que $v$ esta en $V_t$ y $u$ es en $V - V_t$
<b>Paso 6:</b>	$E_t \leftarrow E_t \cup \{v^*\}$
<b>Paso 7:</b>	Retornamos al paso 3 hasta su convergencia

El algoritmo de Prim hace necesario proporcionar a cada vértice, no en el árbol actual la información sobre el borde más corto conectado que conecta el vértice a un vértice de árbol [42].

Los datos se provee adjuntando etiquetas a los vértices [33].

El nombre del vértice del árbol más cercano y la longitud (el peso) del borde correspondiente [27].

Los vértices que no están adyacentes a ninguno de los vértices del árbol se los puede identificar como infinito  $\infty$  indicando las distancias, a los vértices del árbol y una etiqueta nula para el nombre del vértice del árbol más cercano.

Con estas identificaciones se podrá encontrar el siguiente vértice que se agrega al árbol, se convierte en una tarea simple de encontrar un vértice con la etiqueta de distancia más pequeña.

El algoritmo de Prim puede incrementar continuamente el tamaño de los árboles que se desea verificar, iniciando por un punto inicial al que se le van añadiendo alternativamente vértices cuya longitud a los precedentes es mínima [38].

Por consiguiente cada paso, los puntos a considerar son aquellas que recaen en los vértices que ya pertenecen al árbol [31].

La estrategia para la selección, la mejor opción de conmutación se explica adicionalmente mediante el sistema con 5 vértices y 10 aristas [32].

El algoritmo de Prim construye un árbol de expansión mínimo a través de una secuencia de expansión sub árboles.

El sub arboles inicial en una secuencia de este tipo, consta de un solo vértice seleccionado arbitrariamente a partir del conjunto de vértices del grafo.

En las iteraciones el árbol actual se expande en la forma codiciosa con solo conectar.

### 3. Aplicación del algoritmo de Prim en el Sistema de Transmisión.

Con el objetivo de minimizar las rutas posibles en un sistema de transmisión utilizando el algoritmo de Prim, se lo resolverá de tal manera que el SEP cualquiera que sea, se desarrolla con diferentes modelos matemáticos para los flujos óptimos de potencia. Para el modelamiento en general se utilizó el método de Newton Raphson para facilitar el flujo de potencia de acuerdo a las condiciones iniciales y a los datos que se desea obtener del mismo.

Para lo cual responden las siguientes ecuaciones  $S_B$  potencia aparente  $V_B$  y  $I_B$  son voltaje y corriente base (1), Si potencia aparenten en  $i$ ,  $P_i$  potencia activa

en  $i, j$  potencia reactiva (2) y  $Y_B$  matriz de admitancias (3), donde las ecuaciones  $G_{ij}$  y  $B_{ij}$  conductancia entre barras y susceptancia entre barras (4) y (5) son las potencias activas y reactivas en cada barra

$$S_B = V_B \cdot I_B^* \quad (1)$$

$$S_i = P_i + jQ_i \quad (2)$$

$$I_B = Y_B \cdot V_B \quad (3)$$

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij}) \cdot v_j \quad (4)$$

$$Q_i = V_i \sum_{j=1}^n (G_{ij} \sen \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \cdot v_j \quad (5)$$

Donde los elementos fuera de la diagonal de las cuatro submatrices del Jacobiano están dados por las ecuaciones donde  $\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i}$  es la derivada de potencia sobre derivada angular entre las barras (6), donde  $\frac{\partial Q_i}{\partial V_i}$  es la derivada de potencia sobre derivada de voltaje (7), (8) y (9)

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = -Q_i - B_{ii} * V_i^2 \quad (6)$$

$$V_i \frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = Q_i - B_{ii} * V_i^2 \quad (7)$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = P_i - G_{ii} * V_i^2 \quad (8)$$

$$V_i \frac{\partial P_i}{\partial V_i} = P_i + G_{ii} * V_i^2 \quad (9)$$

### 3.1. Modelamiento De La Expansión Óptima De Red De Transmisión Con Prim

Asumiendo que las líneas de transmisión son vértices que interconectan uno u otro nodo o barras de un SEP, es factible generar un grafo para determinar la menor ruta posible para un TEP.

En este caso se entiende que existe un flujo de potencia circulando por la red desde un nodo origen  $i$ -ésimo hasta un final  $j$ -ésimo, existentes al conjunto E de

los nodos, con un peso que para el trabajo será la distancia a recorrer  $d_{ij}$ .

Con estas premisas, es posible obtener la función objetivo y sus respectivos conjuntos de restricciones.

$$\text{f.o} \quad \min \sum_{(i,j) \in E} d_{i,j} x_{f_{i,j}} \quad (10)$$

$$\text{s.a} \quad \sum_{e_{i,j} \in E} f_{i,j} = N - 1 \quad (11)$$

$$\sum_{e_{i,j} \in E} f_{i,j} \geq 1; \forall B \subset V, i \in B, j \in B \quad (12)$$

Donde (10) es la función objetivo, esta va a permitir minimizar la distancia total que debe recorrerse de  $i$  hacia  $j$  según el peso (distancia), para poder alimentar todas las cargas del sistema de potencia.

En este caso  $f_{i,j}$  vale 1 si el enlace de transmisión existe y pertenece al árbol A, mientras que tiene un valor de 0 en caso contrario.

B es un subconjunto cualquiera de nodos (barras) correspondiente, la resolución es llevada a cabo mediante la técnica de Prim dependiendo de la cantidad de barras que tiene el sistema en estudio.

La restricción (11) implica que del total de nodos que pertenecen al escenario representado por N, la cantidad de enlaces V que se requieren para interconectar todas las barras, será al menos N-1.

La ecuación (12) por otro lado explica que para poder llevar a cabo la optimización propuesta debe existir más de 1 enlace factible de tal forma de poder escoger el que tenga un peso minoritario, en este caso recorrer la menor distancia posible.

Posteriormente se realiza la optimización de datos, los elementos a ser tomados para esto son las distancias costos de los nodos que pertenecen a los escenarios propuestos para el estudio.

### 3.2. Aplicación del Algoritmo de Prim en la Barra IEEE 13 y en la IEEE 30

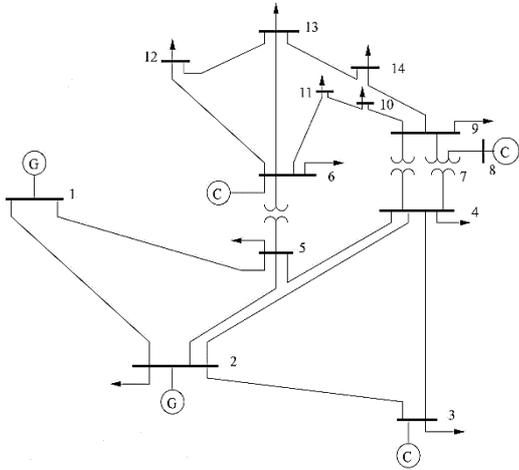


Figura 2. Ejemplo De IEEE-13.

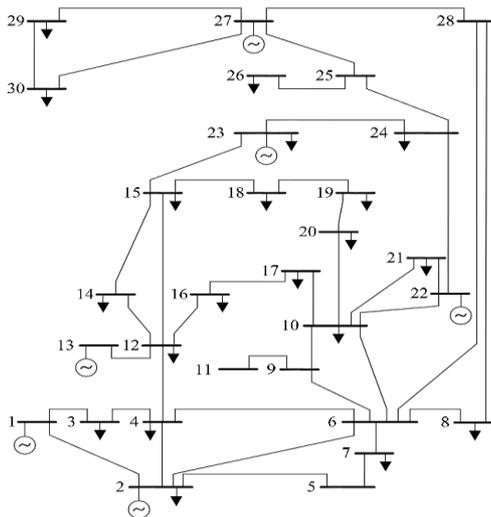


Figura 3. Ejemplo De IEEE-30.

Considerando la figura 2 y 3 respectivamente se realizó la aplicación del Algoritmo de Prim utilizando los datos de las ramas de conexión como los vértices de las gráficas se resuelven la optimización de la ruta más corta y de los costos y se resuelve el flujo de potencia que se genera en los SEP a tratar.

Posterior a la obtención de los datos del flujo óptimo de potencia, se genera el algoritmo de Prim previo cálculo de costos de cada líneas del SEP, los datos a

escoger del flujo óptimo de potencia es desde cada barra, las distancias dadas de cada línea por lo que se genera tablas de todas los datos obtenidos por lo cual los nodos o puntos de cada barra con su respectivas distancia y sus posibles conexiones, luego el algoritmo es generado y llamado donde este ejecuta la soluciones de la optimización indicando las ruta y minimizando sus distancias.

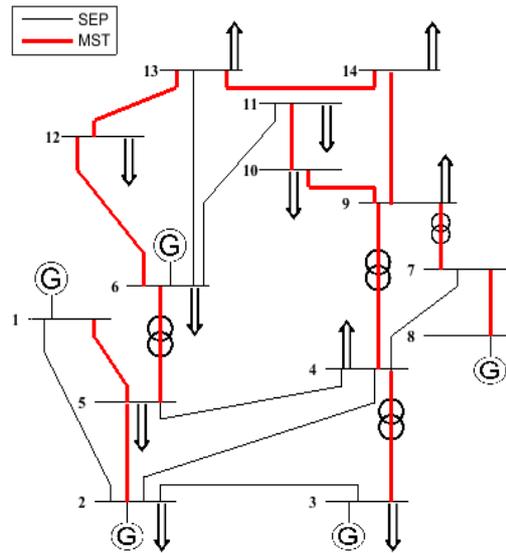


Figura 4. MST En El Modelo De 13 Barras De La IEEE Mediante El Algoritmo de Prim

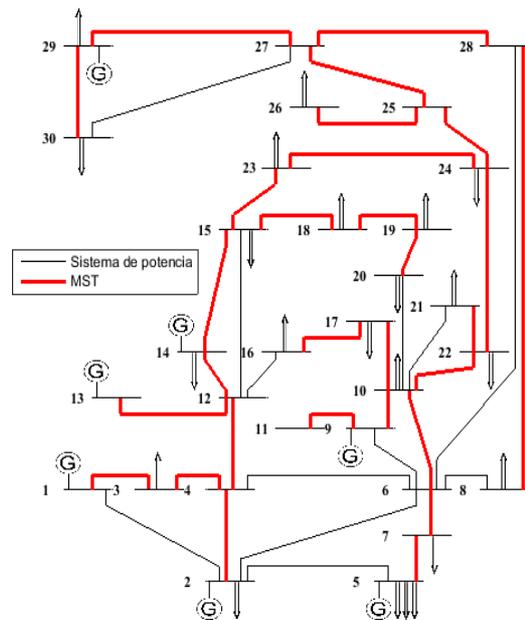


Figura 5. MST En El Modelo De 30 Barras De La IEEE Mediante El Algoritmo De Prim.

## 4. Conclusiones

Algoritmo de Prim permite optimizar los sistemas de transmisión minimizando rutas o enlaces que posee la red, se desarrolla una rigurosa modelación matemática de los sistemas de transmisión para las distancias y costos, al utilizar el algoritmo de Prim nos permitió la creación del árbol de mínima expansión que en la transmisión resulta muy eficiente, por lo que el algoritmo nos ayudó a encontrar la solución más óptima para la cantidad de nodos que exista en la red.

La metodología explicada genera topologías en el sistema de potencia indicando el mínimo camino para optimizar el flujo de potencia y así abastecer las cargas que se tiene en el SEP, el algoritmo también presenta la reducción de costos de líneas y también se lo puede generar en el costo de operación y mantenimiento el costo de perdidas, en la resolución del flujo de potencia en combinación con el algoritmo entran en juego todos los nodos no conectados a la red donde puede permitir el estudio de nuevas líneas de transmisión y también generar solución al algoritmo a tratar.

Los flujos lineales en este caso los obtenidos en el algoritmo de Prim han demostrado ser una guía eficaz en el desarrollo de redes de transmisión preliminares; el método tiene la flexibilidad para estudiar casos o SEP en los que la red se puede mejorar con la estructura ya creada, y que se le puede dar diversos usos para las redes actuales o por crear.

## 5. Referencias

### Artículos de revistas:

- [1] J. a. Aguado, S. De La Torre, J. Contreras, a. J. Conejo, and a. Martínez, "Market-driven dynamic transmission expansion planning," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 82, no. 1, pp. 88–94, 2012.

- [2] C. a. Correa Florez, R. a. Bolaños Ocampo, and A. H. Escobar Zuluaga, "Multi-objective transmission expansion planning considering multiple generation scenarios," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 62, pp. 398–409, 2014.
- [3] A. A. Foroud, A. A. Abdoos, R. Keypour, and M. Amirahmadi, "A multi-objective framework for dynamic Transmission Expansion Planning in competitive electricity market," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 32, no. 8, pp. 861–872, 2010.
- [4] P. S. Georgilakis, "Market-based transmission expansion planning by improved differential evolution," *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 32, no. 5, pp. 450–456, 2010.
- [5] H. Gunnaasankaraan, A. Viswanath, K. Mahata, and L. Goel, "Transmission planning by minimizing curtailment of market transactions," *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 101, pp. 1–8, 2013.
- [6] P. Murugan, "Modified particle swarm optimisation with a novel initialisation for finding optimal solution to the transmission expansion planning problem," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 6, no. July, pp. 1132–1142, 2012.
- [7] R. Romero and S. Haffner, "Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning," *IEE Proc. - Gener. Transm. Distrib.*, vol. 149, no. 3, p. 27–36(9), 2002.
- [8] R. a. Gallego, a. Monticelli, and R. Romero, "Comparative studies on nonconvex optimization methods for transmission network expansion planning," *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 13, no. 3, pp. 822–828, 1998.
- [9] S. Haffner, a. Monticelli, A. V Garcia, J. R. S. Mantovani, and R. Romero, "Branch and bound algorithm for transmission system

- expansion planning using a transportation model,” *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, vol. 147, pp. 149–156, 2000.
- [10] L. Bahiense, G. C. Oliveira, M. Pereira, and S. Granville, “A mixed integer disjunctive model for transmission network expansion,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 16, no. 3, pp. 560–565, 2001.
- [11] S. Binato, M. V. F. Pereira, and S. Granville, “A new Benders decomposition approach to solve power transmission network design problems,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 16, no. 2, pp. 235–240, 2001.
- [12] H. K. Youssef and R. Hackam, “New transmission planning model,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 4, no. 1, pp. 9–18, 1989.
- [13] Y. Dusonchet and a El-Abiad, “Transmission planning using discrete dynamic optimizing,” *Power Appar. Syst. IEEE*, 1973.
- [14] Y. M. Park and M. Ieee, “Optimal Long Term Transmission Expansin Planning Based On Maxium Principle,” vol. 3, no. 4, pp. 1494–1501, 1988.
- [15] R. Villasana, L. Garver, and S. J. Salon, “Transmission Network Planning Using Linear Programming,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-104, no. 2, pp. 349–356, 1985.
- [16] M. J. Rider, L. a. Gallego, R. Romero, and a. V. Garcia, “Heuristic Algorithm to Solve the Short Term Transmission Network Expansion Planning,” *2007 IEEE Power Eng. Soc. Gen. Meet.*, pp. 1–7, 2007.
- [17] R. Mahanty and P. Gupta, “Application of RBF neural network to fault classification and location in transmission lines,” *IEE Proceedings-Generation, Transm. ....*, pp. 201–212, 2004.
- [18] L. L. Garver, “Transmission Network Estimation Using Linear Programming,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-89, no. 7, 1970.
- [19] V. H. Hinojosa, N. Galleguillos, and B. Nuques, “A simulated rebounding algorithm applied to the multi-stage security-constrained transmission expansion planning in power systems,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 47, pp. 168–180, 2013.
- [20] H. J. Greenberg, “Greedy Algorithms for Minimum Spanning Tree Proof of Optimality,” *Proc. Am. Math. Soc.*, pp. 2–4, 1998.
- [21] C. H. B. Shun-Lin SU, “A Space-Efficient Short-Finding Algorithm,” *IEEE Trans. Comput. Des. Integr. CIRCUITS Syst.*, vol. 13, no. 8, pp. 1065–1068, 1994.
- [22] M. Barbehenn, “A note on the complexity of Dijkstra’s algorithm for graphs with weighted vertices,” *IEEE Trans. Comput.*, vol. 47, no. 2, p. 263, 1998.
- [23] H. Mori and S. Tsuzuki, “A fast method for topological observability analysis using a minimum spanning tree technique,” *Power Syst. IEEE Trans.*, vol. 6, no. 2, pp. 491–500, 1991.
- [24] E. Coto, “Algoritmos Básicos de Grafos Algoritmos Básicos de Grafos,” 2003.
- [25] R. . Barr, R. . Helgaon, and J. . Kennington, “Minimal spanning trees: An empirical investigation of parallel algorithms,” *Parallel Comput.*, vol. 12, pp. 45–52, 1989.
- [26] R. Romero, a. Monticelli, A. V Garcia, and S. Haffner, “Test systems and mathematical models for transmission network expansion planning,” *IEE Proc. Gener. Transm. Distrib.*, vol. 149, pp. 27–36, 2002.
- [27] R. Hemmati, R. A. Hooshmand, and A. Khodabakhshian, “Comprehensive review of generation and transmission expansion planning,” *IET Gener.*

- Transm. Distrib.*, vol. 7, pp. 955–964, 2013.
- [28] Escobar, Gallego, and R. Romero, “Multistage and coordinate planning of the expansion of transmission systems,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. vol, no. 2, p. 19no2pp735-744, 2004.
- [29] D. Kruskal, “Árboles abarcadores mínimos: algoritmo de Prim y algoritmo Grafo de carreteras entre ciudades.”
- [30] R. Mahanty and P. Gupta, “Application of RBF neural network to fault classification and location in transmission lines,” *IEE Proceedings-Generation, Transm. ...*, vol. 152, no. 6, pp. 201–212, 2004.
- [31] S. P. Torres and C. a. Castro, “Parallel particle swarm optimization applied to the static Transmission Expansion Planning problem,” *2012 Sixth IEEE/PES Transm. Distrib. Lat. Am. Conf. Expo.*, pp. 1–6, 2012.
- [32] I. J. Silva, M. J. Rider, R. Romero, and C. a. Murari, “Genetic algorithm of Chu and Beasley for static and multistage transmission expansion planning,” *2006 IEEE Power Eng. Soc. Gen. Meet.*, vol. 0, no. 2, pp. 1–7, 2006.
- [33] A. Cárcamo-Gallardo, L. G. Santander, and J. E. Pezoa, “Reconfiguración de redes eléctricas de media tensión basada en el algoritmo de PRIM / Reconfiguration of medium voltage networks based on PRIM’s algorithm,” *Ingeniare. Rev. Chil. Ing.*, vol. 15, pp. 83–91, 2007.
- [34] T. D. Sudhakar and K. N. Srinivas, “Power system reconfiguration based on Prim’s algorithm,” *2011 1st Int. Conf. Electr. Energy Syst. ICEES 2011*, no. i, pp. 12–20, 2011.
- [35] J. Bermúdez, “Diseño de algoritmos,” in *Universidad del País Vasco*, 2008.
- [36] H. Zhang, V. Vittal, G. T. Heydt, and J. Quintero, “A mixed-integer linear programming approach for multi-stage security-constrained transmission expansion planning,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 27, no. 2, pp. 1125–1133, 2012.
- [37] S. M. Mart, “Revisión del Esquema de Programación de los Algoritmos Voraces,” 2009.
- [38] J. M. Arroyo and F. J. Fernandez, “Application of a genetic algorithm to n-K power system security assessment,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 49, pp. 114–121, 2013.
- [39] Y. Gonzalo, “Optimización De La Expansión De Los Sistemas De Transmisión Usando Gams,” Universidad Politécnica Salesiana, 2016.
- [40] R. Paredes, “Aplicación de Ordenamiento en Línea : Construcción Eficiente del Arbol Cobertor Mínimo,” pp. 1–10.
- [41] E. Inga, D. Carrion, A. Aguila, E. García, R. Hincapie, and J. W. González, “Minimal Deployment and Routing Geographic of PMUs on Electrical Power System based on MST Algorithm,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 14, no. 5, pp. 2264–2270, 2016.
- [42] P. K. Jana, “An efficient minimum spanning tree based clustering algorithm,” *Methods Model. Comput. Sci.*, pp. 1–5, 2009.