



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**

SEDE GUAYAQUIL

**CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**PROYECTO DE TITULACIÓN**

Previa la obtención del Título de:

**INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA**

“Análisis y Modelación Matemática de Paralelismo de Bancos Trifásicos de Transformadores con Conexión Delta-Estrella y de Diferentes Grupos Vectoriales.”

**AUTORES**

Briones Yépez Javier Alejandro

López Ortega Raúl Andrés

DIRECTOR: MSc. Gary Ampuño Avilés

GUAYAQUIL

2016

## **CERTIFICADOS DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

Nosotros, Javier Alejandro Briones Yépez y Raúl Andrés López Ortega autorizamos a la **Universidad Politécnica Salesiana** la publicación total o parcial de este trabajo de titulación y su reproducción sin fines de lucro.

Además, declaramos que los conceptos, análisis desarrollados y las conclusiones del presente trabajo son de exclusiva responsabilidad de los autores.

Guayaquil, agosto, 2016.

Firma) \_\_\_\_\_

Autor: Javier Briones Yépez

Cédula: 0930973573

Firma) \_\_\_\_\_

Autor: Raúl López Ortega

Cédula: 0930389333

**CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO  
DE TITULACIÓN A LA UPS**

Yo, **RAUL ANDRES LOPEZ ORTEGA**, con documento de identificación N° **0930389333**, manifiesto mi voluntad y cedo a la **UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA** la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del trabajo de grado titulado “**ANÁLISIS Y MODELACIÓN MATEMÁTICA DE PARALELISMO DE BANCOS TRIFÁSICOS DE TRANSFORMADORES CON CONEXIÓN DELTA-ESTRELLA Y DE DIFERENTES GRUPOS VECTORIALES**” mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de **INGENIERO ELÉCTRICO**, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la universidad facultada para ejercer plenamente los derechos antes cedidos.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscrito este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Guayaquil, agosto, 2016.

f) \_\_\_\_\_

Autor: Raúl López Ortega

Cédula: 0930389333

**CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO  
DE TITULACIÓN A LA UPS**

Yo, **JAVIER ALEJANDRO BRIONES YÉPEZ**, con documento de identificación N° **0930973573**, manifiesto mi voluntad y cedo a la **UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA** la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del trabajo de grado titulado “**ANÁLISIS Y MODELACIÓN MATEMÁTICA DE PARALELISMO DE BANCOS TRIFÁSICOS DE TRANSFORMADORES CON CONEXIÓN DELTA-ESTRELLA Y DE DIFERENTES GRUPOS VECTORIALES**” mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de **INGENIERO ELÉCTRICO**, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la universidad facultada para ejercer plenamente los derechos antes cedidos.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscrito este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Guayaquil, agosto, 2016.

f) \_\_\_\_\_

Autor: Javier Briones Yépez

Cédula: 0930973573

**CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN  
SUSCRITO POR EL TUTOR**

Yo, **GARY OMAR AMPUÑO AVILÉS**, director del proyecto de Titulación denominado **“ANÁLISIS Y MODELACIÓN MATEMÁTICA DE PARALELISMO DE BANCOS TRIFÁSICOS DE TRANSFORMADORES CON CONEXIÓN DELTA-ESTRELLA Y DE DIFERENTES GRUPOS VECTORIALES”** realizado por los estudiantes: Javier Alejandro Briones Yépez y Raúl Andrés López Ortega, certifico que ha sido orientado y revisado durante su desarrollo, por cuanto se aprueba la presentación del mismo ante las autoridades pertinentes.

Guayaquil, agosto, 2016.

f) \_\_\_\_\_

MSc. Gary Ampuño Avilés

## **DEDICATORIA**

Dedico este trabajo en primer lugar a Dios, a quien cada día le solicito fuerzas para seguir adelante en mi sendero de vida, en segundo lugar, le agradezco a mis padres quienes con tanto esfuerzo y dedicación me han dado todas las herramientas necesarias como educación y formación humana para hoy poder cumplir esta gran meta y en tercer lugar a mis tíos y primos que de diversas maneras aportaron cuanto más pudieron en mi diario vivir.

Raúl López

Quiero dedicarle este trabajo primordialmente a Dios, quién acompañó mi camino en todo este proceso y me dio las fuerzas necesarias para no desistir en ningún momento. Así mismo se los dedico a mis padres por su constante apoyo y consejos que me impartieron en todo momento desde el inicio de mi carrera universitaria hasta lograr uno de mis primeros propósitos como profesional y por último se lo quiero dedicar a mis hermanos por su preocupación y comprensión en toda esta etapa.

Javier Briones

## **AGRADECIMIENTOS**

Al término de nuestro trabajo de titulación dejamos plasmados nuestros sinceros agradecimientos a Dios en primer lugar, por habernos dado la fuerza y sabiduría para no declinar durante el proceso, luego a los docentes de la institución que con su esmero difundieron sus conocimientos en nosotros, a los ingenieros Teddy Negrete y Gary Ampuño que nos guiaron para el desarrollo correcto de este proyecto, y al resto de personas que aportaron para la culminación de nuestros objetivos.

## ÍNDICE DE CONTENIDO

CERTIFICADOS DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN.....	II
CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN A LA UPS .....	III
CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN A LA UPS .....	IV
CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN SUSCRITO POR EL TUTOR.....	V
DEDICATORIA .....	VI
AGRADECIMIENTOS .....	VII
ÍNDICE DE CONTENIDO.....	VIII
ÍNDICE DE ECUACIONES .....	XII
ÍNDICE DE FIGURAS.....	XVI
ÍNDICE DE TABLAS .....	XIX
RESUMEN.....	XX
ABSTRACT.....	XXI
INTRODUCCIÓN .....	XXII
CAPÍTULO I: EL PROBLEMA.....	1
1.1. Planteamiento del problema.....	1
1.2. Delimitación del problema.....	1
1.3. Objetivos.....	2
1.3.1. Objetivo general.....	2
1.3.2. Objetivos específicos.....	2
1.4. Justificación.....	3
1.5. Variables e indicadores.....	3
1.6. Metodología.....	3



1.7.	Descripción de la propuesta.....	4
1.7.1.	Beneficiarios del trabajo de titulación.....	4
1.7.2.	Impacto.....	4
CAPÍTULO II: MARCO TEÓRICO .....		5
2.1.	Circuito equivalente de un transformador. ....	5
2.2.	Obtención de parámetros en el modelo real de un transformador.....	7
2.3.	Aproximación de la curva de saturación por el método de arcotangente....	10
2.4.	Sistema trifásico delta estrella. ....	13
2.5.	Índice horario. ....	15
2.6.	Nomenclatura utilizada para designar el grupo de conexión de transformadores trifásicos. ....	15
2.7.	Conexión de transformadores en paralelo. ....	17
2.8.	Finalidad del paralelo de transformadores. ....	18
2.9.	Requisitos para instalación de transformadores en paralelo. ....	19
2.10.	Secuencia de fase. ....	20
2.11.	Circuito equivalente de acoplamiento de transformadores con carga. ....	21
2.12.	Circuito equivalente de acoplamiento de transformadores en vacío. ....	22
2.13.	Posibles casos de acoplamiento. ....	23
2.13.1.	Acoplamiento de transformadores de igual potencia nominal, tensión de cortocircuito y relación de transformación.....	23
2.13.2.	Acoplamiento de transformadores de igual tensión de cortocircuito, relación de transformación y distinta potencia nominal. ....	24
2.13.3.	Acoplamiento de transformadores de igual potencia nominal, relación de transformación y distinta tensión de cortocircuito. ....	24
2.13.4.	Acoplamiento de transformadores de igual relación de transformación, distinta potencia nominal y tensión de cortocircuito. ....	24
2.13.5.	Acoplamiento de transformadores de igual potencia nominal, distinta tensión de cortocircuito y relación de transformación. ....	25

2.13.6. Acoplamiento de transformadores distinta potencia nominal, tensión de cortocircuito y relación de transformación.....	25
CAPÍTULO III: MODELADO MATEMÁTICO .....	26
3.1. Conexión de transformadores monofásicos y acoples para un sistema trifásico delta-estrella. ....	26
3.2. Acople de dos transformadores monofásicos en paralelo. ....	29
3.3. Análisis a vacío – ecuaciones de corriente del secundario, corriente de recirculación.....	32
3.4. Análisis con carga – ecuaciones de corriente del secundario de cada transformador. ....	33
3.5. Paralelo a vacío transformadores TA-TB.....	35
3.6. Paralelo con carga transformadores TA-TB.....	39
3.7. Paralelo a vacío transformadores TC-TD.....	41
3.8. Paralelo con carga transformadores TC-TD.....	43
3.9. Paralelo a vacío transformadores TE-TF.....	45
3.10. Paralelo con carga transformadores TE-TF. ....	48
3.11. Grupo de conexión dYN1.....	50
3.12. Grupo de conexión dYN5.....	53
3.13. Grupo de conexión dYN7.....	56
3.14. Grupo de conexión dYN11.....	58
CAPÍTULO IV: VALIDACIÓN DEL MODELADO MATEMÁTICO.....	61
4.1. Prueba experimental. ....	61
4.2. Simulación.....	63
4.2.1. Simulink .....	64
4.2.2. GUI.....	65
4.2.3. Realización de las interfaces. ....	67
4.2.4. Análisis a vacío. ....	69
4.2.5. Análisis con carga. ....	73

4.3. Comparación de resultados. ....	75
4.3.1. Resultados a vacío.....	75
4.3.2. Resultados con carga.....	81
4.3.3. Porcentajes de error.....	87
4.4. Simulación de transformadores sin considerar las pérdidas del núcleo. ....	93
CONCLUSIONES .....	95
RECOMENDACIONES .....	96
BIBLIOGRAFÍA .....	97

## ÍNDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1. Magnitud de la admitancia de excitación referida al circuito primario....	8
Ecuación 2. Factor de potencia y ángulo de la admitancia. ....	8
Ecuación 3. Admitancia del núcleo referida al primario.....	8
Ecuación 4. Conductancia de la resistencia de pérdidas en el núcleo.....	8
Ecuación 5. Susceptancia de la inductancia de magnetización.....	9
Ecuación 6. Magnitud de la impedancia serie.....	10
Ecuación 7. Factor de potencia y ángulo de la impedancia serie.....	10
Ecuación 8. Impedancia serie referida al primario.....	10
Ecuación 9. Función arcotangente para curva de saturación del núcleo.....	11
Ecuación 10. Constantes de función arcotangente para aproximación de curva de saturación. ....	12
Ecuación 11. Flujo de dispersión en términos de la tensión. ....	13
Ecuación 12. Densidad de campo en base a la tensión, frecuencia, número de espiras y sección transversal. ....	13
Ecuación 13. Relación de transformación de un transformador trifásico Delta-Estrella.....	14
Ecuación 14. Corriente de circulación en transformadores acoplados. ....	22
Ecuación 15. Corriente de recirculación en transformadores acoplados a vacío. ....	23
Ecuación 16. Voltaje de salida del paralelo TA-TB a vacío en el secundario. ....	37
Ecuación 17. Corriente de entrada TA en el primario. ....	37
Ecuación 18. Corriente de entrada TB en el primario.....	37
Ecuación 19. Corriente magnetizante TA en el primario.....	37
Ecuación 20. Corriente magnetizante TB en el primario.....	38
Ecuación 21. Corriente de salida del transformador TA referida al primario.....	38
Ecuación 22. Corriente recirculante transformador TA en el primario. ....	38
Ecuación 23. Corriente de salida del transformador TB referida al primario.....	38
Ecuación 24. Corriente recirculante transformador TB en el primario.....	38
Ecuación 25. Corriente de entrada paralelo de transformadores TA-TB en el primario.....	38
Ecuación 26. Corriente de salida transformador TA en el secundario con carga. ....	39
Ecuación 27. Corriente de salida transformador TB en el secundario con carga. ....	40

Ecuación 28. Corriente que recibe la carga en el secundario del paralelo de transformadores TA-TB.....	40
Ecuación 29. Voltaje de salida del paralelo TA-TB con carga en el secundario. ....	40
Ecuación 30. Voltaje de salida del paralelo TC-TD a vacío en el secundario. ....	41
Ecuación 31. Corriente de entrada TC en el primario.....	41
Ecuación 32. Corriente de entrada TD en el primario. ....	42
Ecuación 33. Corriente magnetizante TC en el primario.....	42
Ecuación 34. Corriente magnetizante TD en el primario.....	42
Ecuación 35. Corriente de salida del transformador TC referida al primario.....	42
Ecuación 36. Corriente recirculante transformador TC en el primario.....	42
Ecuación 37. Corriente de salida del transformador TD referida al primario.....	42
Ecuación 38. Corriente recirculante transformador TD en el primario. ....	43
Ecuación 39. Corriente de entrada paralelo de transformadores TC-TD en el primario.....	43
Ecuación 40. Corriente de salida transformador TC en el secundario con carga. ....	44
Ecuación 41. Corriente de salida transformador TD en el secundario con carga. ....	44
Ecuación 42. Corriente que recibe la carga en el secundario del paralelo de transformadores TA-TB.....	45
Ecuación 43. Voltaje de salida del paralelo TC-TD con carga en el secundario. ....	45
Ecuación 44. Voltaje de salida del paralelo TE-TF a vacío en el secundario.....	46
Ecuación 45. Corriente de entrada TE en el primario.....	46
Ecuación 46. Corriente de entrada TF en el primario.....	46
Ecuación 47. Corriente magnetizante TE en el primario. ....	46
Ecuación 48. Corriente magnetizante TF en el primario. ....	46
Ecuación 49. Corriente de salida del transformador TE referida al primario.....	46
Ecuación 50. Corriente recirculante transformador TE en el primario.....	47
Ecuación 51. Corriente de salida del transformador TF referida al primario. ....	47
Ecuación 52. Corriente recirculante transformador TF en el primario. ....	47
Ecuación 53. Corriente de entrada paralelo de transformadores TE-TF en el primario. ....	47
Ecuación 54. Corriente de salida transformador TE en el secundario con carga.....	48
Ecuación 55. Corriente de salida transformador TE en el secundario con carga.....	49
Ecuación 56. Corriente que recibe la carga en el secundario del paralelo de transformadores TA-TB.....	49

Ecuación 57. Voltaje de salida del paralelo TE-TF con carga en el secundario.....	50
Ecuación 58. Voltaje de línea $V_{rs}$ , sistema dYN1.....	51
Ecuación 59. Voltaje de línea $V_{st}$ , sistema dYN1.....	51
Ecuación 60. Voltaje de línea $V_{tr}$ , sistema dYN1.....	51
Ecuación 61. Corriente de línea fase r, sistema dYN1.....	51
Ecuación 62. Corriente de línea fase s, sistema dYN1.....	51
Ecuación 63. Corriente de línea fase t, sistema dYN1.....	52
Ecuación 64. Voltaje de fase $V_{RN}$ , sistema dYN1.....	52
Ecuación 65. Voltaje de fase $V_{SN}$ , sistema dYN1.....	52
Ecuación 66. Voltaje de fase $V_{TN}$ , sistema dYN1.....	52
Ecuación 67. Voltaje de línea $V_{RS}$ , sistema dYN1.....	52
Ecuación 68. Voltaje de línea $V_{ST}$ , sistema dYN1.....	52
Ecuación 69. Voltaje de fase $V_{SN}$ , sistema dYN1.....	53
Ecuación 70. Voltaje de línea $V_{rs}$ , sistema dYN5.....	54
Ecuación 71. Voltaje de línea $V_{st}$ , sistema dYN5.....	54
Ecuación 72. Voltaje de línea $V_{tr}$ , sistema dYN5.....	54
Ecuación 73. Corriente de línea fase r, sistema dYN5.....	54
Ecuación 74. Corriente de línea fase s, sistema dYN5.....	54
Ecuación 75. Corriente de línea fase t, sistema dYN5.....	55
Ecuación 76. Voltaje de fase $V_{RN}$ , sistema dYN5.....	55
Ecuación 77. Voltaje de fase $V_{SN}$ , sistema dYN5.....	55
Ecuación 78. Voltaje de fase $V_{TN}$ , sistema dYN5.....	55
Ecuación 79. Voltaje de línea $V_{RS}$ , sistema dYN5.....	55
Ecuación 80. Voltaje de línea $V_{ST}$ , sistema dYN5.....	55
Ecuación 81. Voltaje de fase $V_{SN}$ , sistema dYN5.....	56
Ecuación 82. Voltaje de fase $V_{RN}$ , sistema dYN7.....	57
Ecuación 83. Voltaje de fase $V_{SN}$ , sistema dYN7.....	57
Ecuación 84. Voltaje de fase $V_{TN}$ , sistema dYN7.....	57
Ecuación 85. Voltaje de línea $V_{RS}$ , sistema dYN7.....	57
Ecuación 86. Voltaje de línea $V_{ST}$ , sistema dYN7.....	57
Ecuación 87. Voltaje de fase $V_{SN}$ , sistema dYN7.....	58
Ecuación 88. Voltaje de fase $V_{RN}$ , sistema dYN11.....	59
Ecuación 89. Voltaje de fase $V_{SN}$ , sistema dYN11.....	59
Ecuación 90. Voltaje de fase $V_{TN}$ , sistema dYN11.....	59

Ecuación 91. Voltaje de línea VRS, sistema dYN11.....	59
Ecuación 92. Voltaje de línea VST, sistema dYN11.....	59
Ecuación 93. Voltaje de fase VSN, sistema dYN11.....	60

## ÍNDICE DE FIGURAS

Ilustración 1. Modelo de un transformador real.....	5
Ilustración 2. Modelo aproximado de un transformador referido al primario. ....	6
Ilustración 3. Modelo aproximado de un transformador referido al secundario.....	6
Ilustración 4. Conexión para la prueba de circuito abierto de un transformador. ....	7
Ilustración 5. Conexión para la prueba de cortocircuito. ....	9
Ilustración 6. Secciones de la curva de magnetización. ....	11
Ilustración 7. Característica de saturación real y aproximada por arcotangente.....	12
Ilustración 8. Conexión trifásica Delta-Estrella. ....	14
Ilustración 9. Nomenclatura grupo de conexión transformadores trifásicos.....	15
Ilustración 10. Grupos de conexión transformadores trifásicos.....	16
Ilustración 11. Conexión de transformadores en paralelo.....	17
Ilustración 12. Diagrama de acoplamiento de transformadores con carga. ....	21
Ilustración 13. Diagrama de acoplamiento de transformadores a vacío. ....	22
Ilustración 14. Paralelismo de bancos trifásicos Delta-Estrella. ....	26
Ilustración 15. Paralelo de devanados primarios conectados en Delta. ....	27
Ilustración 16. Paralelo de devanados secundarios conectados en Estrella. ....	27
Ilustración 17. Sistema trifásico Delta-Estrella formado por 3 paralelos monofásicos. .....	28
Ilustración 18. Modelo real de transformador T1A. ....	29
Ilustración 19. Modelo real de transformador T1B.....	29
Ilustración 20. Modelo real de paralelo de transformadores T1A y T1B. ....	30
Ilustración 21. Paralelo de transformadores y corriente de recirculación.....	30
Ilustración 22. Acople de dos transformadores en paralelo con carga visto desde el secundario. ....	31
Ilustración 23. Paralelo de transformadores TA y TB trabajando a vacío. ....	35
Ilustración 24. Paralelo de transformadores TA y TB trabajando con carga. ....	39
Ilustración 25. Paralelo de transformadores TC y TD trabajando a vacío. ....	41
Ilustración 26. Paralelo de transformadores TC y TD trabajando con carga. ....	43
Ilustración 27. Paralelo de transformadores TE y TF trabajando a vacío.....	45
Ilustración 28. Paralelo de transformadores TE y TF trabajando con carga.....	48
Ilustración 29. Conexión Delta Estrella, índice horario dYN1.....	50



Ilustración 30. Conexión Delta Estrella, índice horario dYN5. ....	53
Ilustración 31. Conexión Delta Estrella, índice horario dYN7. ....	56
Ilustración 32. Conexión Delta Estrella, índice horario dYN11. ....	58
Ilustración 33. Analizador de redes Fluke 435 Series II. ....	61
Ilustración 34. Carga trifásica resistiva variable. ....	61
Ilustración 35. Bancos de pruebas para transformadores. ....	62
Ilustración 36. Acople de dos bancos trifásicos dYN11 a vacío, en bancos de pruebas de transformadores. ....	62
Ilustración 37. Acople de dos bancos trifásicos dYN11 con carga, en bancos de pruebas de transformadores. ....	63
Ilustración 38. Librería Simulink. ....	64
Ilustración 39. GUI (Graphical User Interface). ....	65
Ilustración 40. Interfaz gráfica de presentación. ....	67
Ilustración 41. Interfaz de ingreso de parámetros. ....	68
Ilustración 42. Bloque de función Matlab. ....	70
Ilustración 43. Bloques en Simulink. ....	71
Ilustración 44. Interfaz de respuesta de sistema a vacío. ....	72
Ilustración 45. Interfaz de ingreso de datos de carga. ....	73
Ilustración 46. Interfaz de respuesta de sistema con carga. ....	74
Ilustración 47. Cuadro diálogo de salida de interfaz. ....	74
Ilustración 48. Voltaje primario trifásico, experimental-simulación (vacío). ....	75
Ilustración 49. Corriente primaria transformador 1, experimental-simulación (vacío). ....	76
Ilustración 50. Corriente primaria transformador 2, experimental-simulación (vacío). ....	76
Ilustración 51. Corriente primaria transformador 3, experimental-simulación (vacío). ....	77
Ilustración 52. Corriente primaria transformador 4, experimental-simulación (vacío). ....	77
Ilustración 53. Corriente primaria transformador 5, experimental-simulación (vacío). ....	78
Ilustración 54. Corriente primaria transformador 6, experimental-simulación (vacío). ....	78
Ilustración 55. Corrientes primarias de fase, experimental-simulación (vacío). ....	79

Ilustración 56. Corrientes primarias de línea, experimental-simulación (vacío). .....	79
Ilustración 57. Voltajes secundarios de fase, experimental-simulación (vacío). .....	80
Ilustración 58. Voltajes secundarios de línea, simulación (vacío). .....	80
Ilustración 59. Voltajes primario trifásico, experimental-simulación (carga). .....	81
Ilustración 60. Corriente primaria transformador 1, experimental-simulación (carga). .....	81
Ilustración 61. Corriente primaria transformador 2, experimental-simulación (carga). .....	82
Ilustración 62. Corriente primaria transformador 3, experimental-simulación (carga). .....	82
Ilustración 63. Corriente primaria transformador 4, experimental-simulación (carga). .....	83
Ilustración 64. Corriente primaria transformador 5, experimental-simulación (carga). .....	83
Ilustración 65. Corriente primaria transformador 6, experimental-simulación (carga). .....	83
Ilustración 66. Corriente primaria de fase, experimental-simulación (carga). .....	84
Ilustración 67. Corrientes primarias de línea, experimental-simulación (carga). .....	84
Ilustración 68. Corrientes secundarias de carga, experimental-simulación. ....	85
Ilustración 69. Voltajes secundarios de fase, experimental-simulación (carga). .....	85
Ilustración 70. Voltajes secundarios de línea, simulación (carga). .....	86
Ilustración 71. Voltaje secundario fase VRN (experimental-simulado) vs voltaje primario línea. ....	87
Ilustración 72. Voltaje secundario línea VST (experimental-simulado) vs voltaje primario línea. ....	88
Ilustración 73. Corriente primaria de fase ITR (experimental-simulado) vs voltaje primario línea. ....	89
Ilustración 74. Voltaje secundario de fase VRN (experimental-simulado) vs carga resistiva trifásica de prueba. ....	90
Ilustración 75. Voltaje secundario de línea VST (experimental-simulado) vs carga resistiva trifásica de prueba. ....	91
Ilustración 76. Corriente primaria de línea IT (experimental-simulado) vs carga resistiva trifásica de prueba. ....	92
Ilustración 77. Modelo real transformador TA sin ramal de excitación. ....	93

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Tensiones de salida-voltajes de fase (vacío).....	87
Tabla 2. Tensiones de salida-voltajes de línea (vacío).....	88
Tabla 3. Corrientes de fase de entrada (vacío).....	88
Tabla 4. Corrientes de línea de entrada (vacío).....	89
Tabla 5. Valores de carga resistiva trifásica para pruebas. ....	90
Tabla 6. Tensiones de salida-voltajes de fase (carga).....	90
Tabla 7. Tensiones de salida-voltajes de línea (carga).....	91
Tabla 8. Corrientes de fase de entrada (carga).....	91
Tabla 9. Corrientes de línea de entrada (carga).....	92
Tabla 10. Corrientes de línea de salida (carga).....	92

## RESUMEN

El siguiente trabajo tiene como objetivo demostrar mediante un modelo matemático el comportamiento en paralelo de dos bancos trifásicos, cuyo grupo de conexión de cada uno es Delta-Estrella y de cada grupo vectorial que se pueda realizar con este tipo de conexión, los cuales son: Dyn1, Dyn5, Dyn7, Dyn11.

Dentro de las ecuaciones diferenciales que componen el modelado matemático, existen variables y constantes; las variables son los resultados a obtener de nuestro análisis; como corrientes de línea de entrada de la conexión delta, corrientes de línea de la conexión estrella considerando una carga resistiva, al igual que las corrientes de magnetización del núcleo, pero las constantes necesarias a ingresar en el modelado fue en base a pruebas experimentales realizadas en seis transformadores monofásicos de dos bancos de prueba de transformadores, ubicados en el laboratorio de transformadores de la Universidad Politécnica Salesiana.

Nuestro producto final se obtuvo mediante software, la resolución de las ecuaciones diferenciales previamente obtenidas manualmente, se muestran mediante gráficas las corrientes tanto del primario como del secundario, los voltajes de entrada y salida en función del tiempo y así poder visualizar el comportamiento del sistema, la validación de nuestro modelado se realiza con los resultados obtenidos en pruebas experimentales previamente realizadas en el laboratorio de transformadores de la universidad. Dando un porcentaje de error aceptable, con esos datos se pueden hacer futuras investigaciones.

## ABSTRACT

The following work has as objective demonstrate through a model mathematical the behavior in parallel of two banks three-phase, whose group of connection of each one is Delta and of each group vector that is can make with this type of connection, which are: Dyn1, Dyn5, Dyn7, Dyn11.

Within the differential equations that make up the mathematical modeling, there are variables and constants; the variables are those results to get of our analysis; as current of line of entry of the connection delta, current of line of the connection star whereas a load resistive, as well as currents of magnetization of the core, but them constant necessary to enter in the modeling was based on tests experimental made in six transformers single-phase of two banks of test of transformers, located in the transformers' laboratory of the Universidad Politécnica Salesiana.

Our final product was obtained by software, the resolution of the differential equations previously obtained manually, are shown through graphs both primary and secondary currents, voltages of input and output according to the time and thus be able to visualize the behavior of the system, the validation of our modeling is done with the results of experimental tests previously conducted in the transformers' laboratory of the University. Giving a percentage of error acceptable, with those data you can made future researches.

## INTRODUCCIÓN

En el presente estudio se encuentra el análisis y modelación matemática de paralelismo de bancos trifásicos de transformadores con conexión Delta-Estrella y de diferentes grupos vectoriales, haciendo uso de herramientas de simulación, como es, un software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M), a través de él, acortamos el tiempo en la resolución de las ecuaciones diferenciales y podemos obtener respuestas bastante exactas como las simulaciones gráficas, todo ello en base al planteamiento previamente ingresado.

Para el entendimiento y total percepción del tema se revisaron libros guía, trabajos anteriores, papers y fuentes web, con el fin de consolidar los conocimientos referentes al caso de estudio: paralelismo de transformadores, y así poder proceder con el respectivo modelado matemático; para su comprobación fue necesario los ensayos experimentales, para ello hicimos uso de dos bancos de prueba de transformadores ubicados en el laboratorio de transformadores de la Universidad Politécnica Salesiana.

El escenario planteado para este trabajo se basa en el uso de seis transformadores monofásicos divididos en dos grupos para formar bancos trifásicos de conexión Delta-Estrella ( $\Delta Y$ ). Para obtener los datos de entrada de las ecuaciones, se realiza en cada transformador pruebas de cortocircuito para determinar impedancias serie o pérdidas de los devanados, y circuito abierto para poder determinar la impedancia del ramal de excitación y así determinar las pérdidas del núcleo, además de la relación de transformación. Se hicieron pruebas de polaridad para proceder con la correcta conexión del sistema en paralelo  $\Delta Y$ , a través de herramientas de medición (Fluke 435 Serie II-Analizador de la energía y de la calidad eléctrica), se muestran las gráficas de corriente en función del tiempo, las mismas que deben ser comparadas con las simulaciones gráficas obtenidas por el software.

# **CAPÍTULO I**

## **EL PROBLEMA**

### **1.1. Planteamiento del problema.**

Cuando existe un aumento en la demanda y el transformador no es capaz de cubrirla con su capacidad, es viable en el caso de poseer otro transformador, conectarlo en paralelo al transformador existente, para ello se debe considerar criterios de instalación y comparación entre sus diversos parámetros, los mismos que serán detallados en el desarrollo del presente trabajo de titulación.

Dentro de las consecuencias de no cumplir con los criterios apropiados de conexión en paralelo, aparecen problemas como sobrecarga de transformadores, esto es debido al acoplamiento de transformadores de distintas relaciones de transformación o distintas impedancias de cortocircuito, también se desaprovecha potencia debido a que se suelen conectar dos transformadores de distinta capacidad y por ende ambos trabajan a diversos porcentajes de cargabilidad.

### **1.2. Delimitación del problema.**

La conexión de paralelismo de bancos trifásicos de transformadores planteadas es  $\Delta Y - \Delta Y$  haciendo uso de diferentes grupos vectoriales que cumplan con las condiciones de paralelo.

El proyecto de titulación se realizará en el laboratorio de transformadores de la Universidad Politécnica Salesiana sede Guayaquil ubicada en las calles Robles 107 y Chambers y en un lapso de 6 meses.

La carga para las diversas pruebas será de naturaleza resistiva.

Todas las pruebas se plantean en condiciones normales de acuerdo al ambiente al que está sujeto el laboratorio.

### **1.3. Objetivos.**

#### **1.3.1. Objetivo general.**

Obtener el modelo matemático de paralelismo de bancos trifásicos de transformadores con conexión  $\Delta Y$  y de diferentes grupos vectoriales en condiciones de vacío y con cargas resistivas, validando las respuestas con la elaboración de un programa en Matlab.

#### **1.3.2. Objetivos específicos.**

- Determinar las características de los transformadores realizando pruebas de:
  - Prueba de polaridad.
  - Prueba de circuito abierto.
  - Prueba de cortocircuito.
  - Prueba de grupo vectorial.
  
- Realizar las pruebas de conexiones en paralelo de bancos trifásicos de transformadores con conexión  $\Delta Y$ .
  
- Analizar el funcionamiento de los bancos de transformadores en paralelismo, así como determinar sus diferentes parámetros cuando trabaja a vacío y con carga.
  
- Realizar el planteamiento de las ecuaciones de los distintos escenarios.
  
- Modelar las ecuaciones planteadas en Matlab.
  
- Analizar los resultados obtenidos experimentalmente y los resultados en Matlab y determinar los porcentajes de error.



#### **1.4. Justificación.**

La justificación de llevar a cabo este trabajo es en beneficio de los estudiantes que se encuentran cursando la materia de Máquinas Eléctricas, esto, con el objetivo de comprender el modelo real de un transformador, el sistema de interconexión en paralelo y las condiciones que deben cumplirse para ello. Además, verán un nuevo uso de los módulos de transformadores presentes en el laboratorio de la institución e interactuar con la poderosa herramienta matemática MATLAB®.

#### **1.5. Variables e indicadores.**

VARIABLES MEDIDAS: Parámetros internos de cada transformador, tensión de entrada, corriente de entrada y carga.

VARIABLES CONTROLADAS: Tensión y corriente de salida.

#### **1.6. Metodología.**

Método Experimental: Todas las pruebas son generadas en laboratorio de transformadores de la Universidad Politécnica Salesiana.

Método Bibliográfico: Se revisó información en bases de datos de artículos y textos de carácter científico.

Validación teórico-práctico: Se realizará la comparación de las respuestas obtenidas por software de simulación MATLAB®, con respecto a los resultados obtenidos en pruebas experimentales previamente realizadas en el laboratorio de transformadores de la universidad.

## **1.7. Descripción de la propuesta.**

### **1.7.1. Beneficiarios del trabajo de titulación.**

Los principales beneficiarios del presente trabajo de titulación, son los estudiantes que se encuentran cursando la materia de máquinas eléctricas.

### **1.7.2. Impacto.**

Con el presente trabajo se puede dar paso una serie de investigaciones de diversos sistemas de conexión de bancos trifásicos acoplados en paralelo e interactuar con cargas de distinta naturaleza.

## CAPÍTULO II MARCO TEÓRICO

### 2.1. Circuito equivalente de un transformador.

El análisis de un transformador real puede realizarse mediante un circuito equivalente que modela los diversos efectos inmersos en esta máquina.

Según refiere Chapman:

Puede modelarse la corriente de magnetización  $i_m$  con una reactancia  $X_m$  puesto que la corriente atrasa al voltaje 90 grados. La corriente de pérdida  $i_{h+e}$  debida a los efectos de histéresis y corrientes parásitas puede modelarse con una resistencia  $R_c$  debido a que ella se encuentra en fase con el voltaje aplicado” (Chapman, 2000).

Con esto se simulan las pérdidas existentes en el núcleo del transformador, las que dependen del tipo de material ferromagnético con las que fueron construidas las chapas del mismo.

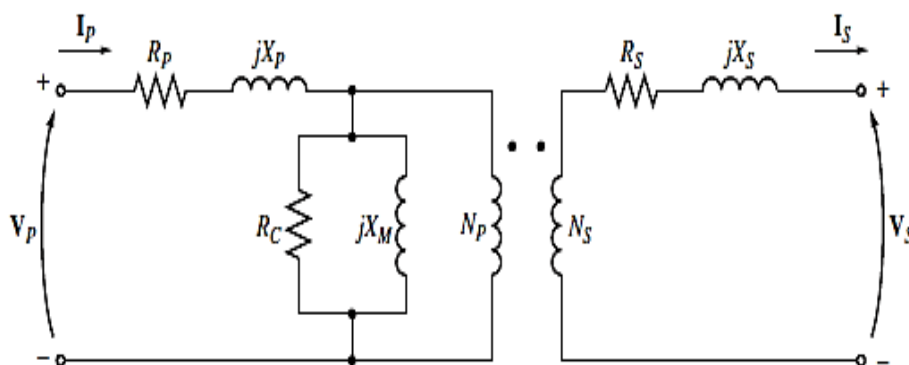


Ilustración 1. Modelo de un transformador real.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

El modelo de un transformador real visto anteriormente se ha modificado para poder simplificar sus cálculos, esto no causa severos problemas, se ha movido el ramal de excitación hacia la entrada del circuito, debido a que ocasiona una corriente pequeña comparada con la corriente de carga, y una caída de tensión despreciable en  $R_p$  y  $X_p$ , se han dejado las impedancias de los devanados primarios y secundarios en serie, tal como se muestra a continuación:

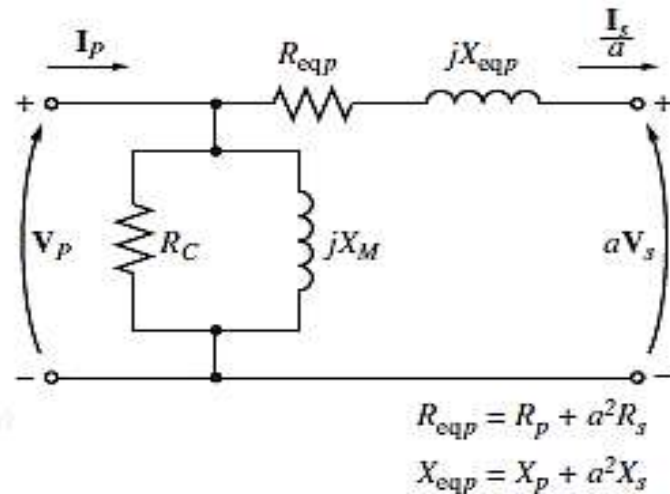


Ilustración 2. Modelo aproximado de un transformador referido al primario.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

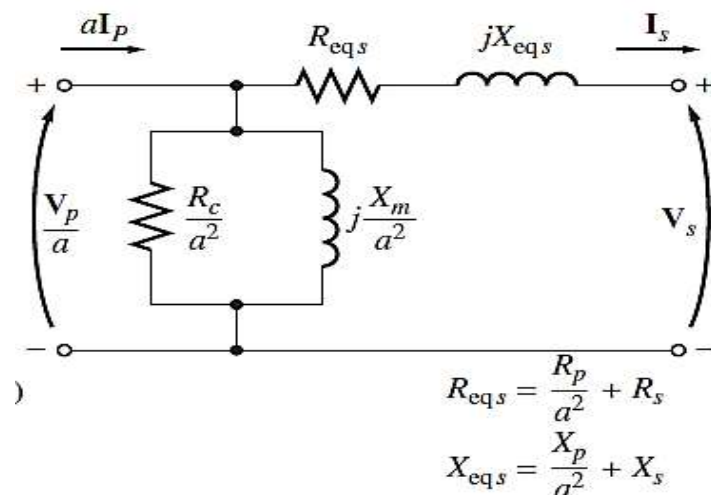


Ilustración 3. Modelo aproximado de un transformador referido al secundario.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

## 2.2. Obtención de parámetros en el modelo real de un transformador.

La obtención de los parámetros que conforman el modelo real de un transformador se puede determinar mediante dos ensayos: la prueba de circuito abierto y la prueba de cortocircuito.

Según describe Chapman:

En la prueba de circuito abierto, se deja abierto el secundario del transformador y al devanado primario se le conecta el voltaje nominal, en estas condiciones toda la corriente de entrada debe fluir por el ramal de excitación, se mide el voltaje, corriente y potencia de entrada al transformador, con ello es posible determinar el factor de potencia, la magnitud y el ángulo de la impedancia de excitación (Chapman, 2000).

Con esta prueba se determinan los valores de la resistencia debido a las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas en el núcleo, y el valor de la inductancia necesaria que simula la corriente magnetizante.

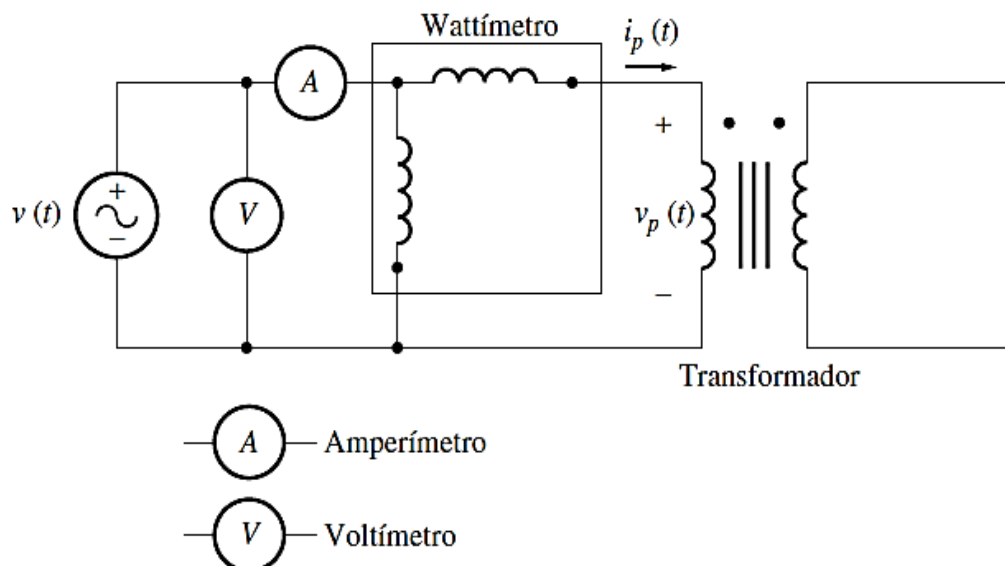


Ilustración 4. Conexión para la prueba de circuito abierto de un transformador.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

La magnitud de la admitancia de excitación referida al circuito primario se debe a los valores de voltaje y corriente de la prueba de circuito abierto.

$$|YE| = \frac{I_{oc}}{V_{oc}}$$

Ecuación 1. Magnitud de la admitancia de excitación referida al circuito primario.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

$$FP = \cos\theta = \frac{P_{oc}}{V_{oc}I_{oc}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{P_{oc}}{V_{oc}I_{oc}}$$

Ecuación 2. Factor de potencia y ángulo de la admitancia.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

$$YE = \frac{I_{oc}}{V_{oc}} \angle -\theta$$

$$YE = GC - jBM$$

Ecuación 3. Admitancia del núcleo referida al primario.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

A partir de esto podemos determinar las componentes del ramal de excitación RC y Xm de la siguiente manera:

$$GC = \frac{1}{RC}$$

Ecuación 4. Conductancia de la resistencia de pérdidas en el núcleo.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

$$BM = \frac{1}{Xm}$$

Ecuación 5. Susceptancia de la inductancia de magnetización.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

Como detalla Chapman:

Para la prueba de cortocircuito los terminales del secundario del transformador se cortocircuitan y los del primario se conectan a una fuente de tensión variable, de tal manera poder obtener la circulación de corriente nominal por los devanados primarios y secundarios, debido a que el voltaje de entrada es pequeño, se desprecia la corriente que fluye por el ramal de excitación y toda la caída de voltaje se da en los elementos del circuito serie, nuevamente se mide el voltaje, la corriente y la potencia de entrada (Chapman, 2000).

Con esta prueba se determinan las pérdidas de los devanados, definidas por las impedancias serie de los arrollamientos tanto del primario y del secundario del transformador, esto provoca una caída de tensión en los bornes de salida de la máquina cuando trabaja con carga.

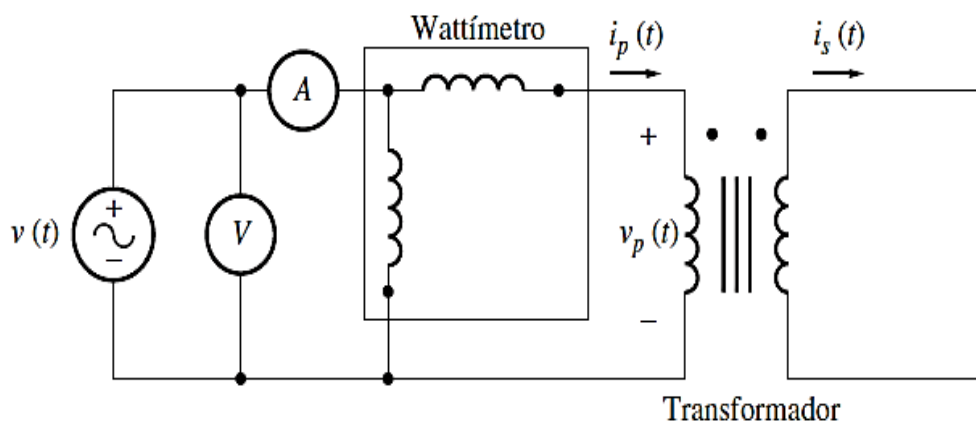


Ilustración 5. Conexión para la prueba de cortocircuito.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

$$|ZSE| = \frac{V_{SC}}{I_{SC}}$$

Ecuación 6. Magnitud de la impedancia serie.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

$$FP = \cos\theta = \frac{P_{SC}}{V_{SC}I_{SC}}$$

$$\theta = \cos^{-1} \frac{P_{SC}}{V_{SC}I_{SC}}$$

Ecuación 7. Factor de potencia y ángulo de la impedancia serie.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

$$ZSE = \frac{V_{SC}}{I_{SC}} \angle \theta$$

$$ZSE = Req + jXeq$$

$$ZSE = (RP + a^2RS) + j(XP + a^2XS)$$

Ecuación 8. Impedancia serie referida al primario.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

### 2.3. Aproximación de la curva de saturación por el método de arcotangente.

Según refiere Rojas:

La saturación es una característica que presentan los materiales ferromagnéticos, el cual es usado como núcleo en los transformadores. Como se muestra en la siguiente figura, una curva de saturación presenta una gráfica de densidad de campo magnético  $B$  frente a intensidad de campo  $H$ , pero la metodología busca una relación entre  $V \rightarrow B$  y entre  $I \rightarrow H$ . La curva de saturación está compuesta por tres etapas: la región lineal (por debajo de



1.5T), punto de inflexión o rodilla (desde 1.5T a 1.8 T) y región de saturación (por encima de 1.8T) (Rojas, 2004).

Mediante este método es posible modelar la corriente magnetizante que produce la inductancia presente en el núcleo del transformador, la misma que no es de forma senoidal debido a la no linealidad del material ferromagnético y del efecto de histéresis.

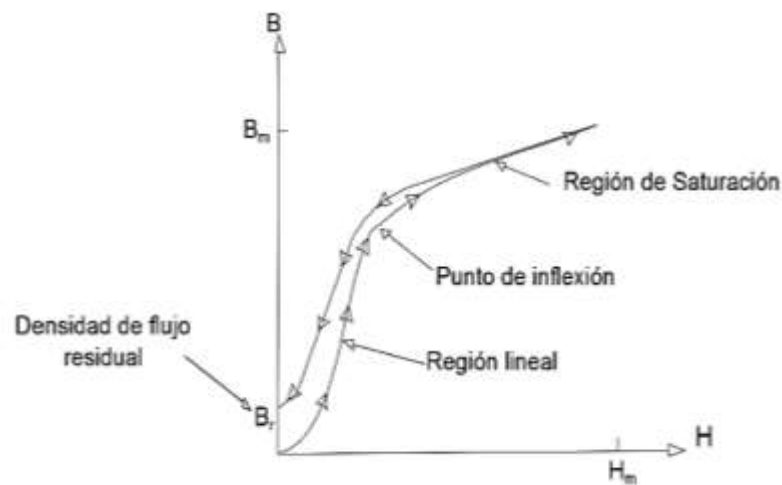


Ilustración 6. Secciones de la curva de magnetización.

Fuente: Pérez-Rojas, 2000

El método de arcotangente fue propuesto por Carlos Pérez Rojas, es de fácil uso, se necesitan pocos parámetros para obtener la curva. Como se muestra en la ilustración se grafica  $\lambda - i$  donde se puede aproximar la característica de saturación o magnetización de un material usando la función arcotangente:

$$\lambda m(im) = \lambda n \tan^{-1}(m im) + \Delta \lambda im$$

Ecuación 9. Función arcotangente para curva de saturación del núcleo.

Fuente: Pérez-Rojas, 2000

Las constantes  $\lambda n$ ,  $m$  y  $\Delta\lambda$  se calculan de la siguiente forma:

$$\lambda n = \lambda x \frac{2}{\pi} \quad m = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1) \pi}{(i_2 - i_1) 2 \lambda_s} \quad \Delta\lambda = \frac{[\lambda_s - \lambda n \tan^{-1}(m i_s)]}{i_s}$$

Ecuación 10. Constantes de función arcotangente para aproximación de curva de saturación.

Fuente: Pérez-Rojas, 2000

Donde  $\lambda x$  es el valor de  $\lambda$  en la intersección de las pendientes,  $\lambda n$  es el valor de  $\lambda x$  normalizado al máximo valor de la función arcotangente, el cual es  $\frac{2}{\pi}$ . El dato de  $\lambda_s$  es el valor saturado de  $\lambda$  en la característica de magnetización,  $m$  es la pendiente inicial normalizada al máximo valor de la de la función arcotangente  $\frac{2}{\pi}$  y al valor de saturación  $\lambda_s$ . Por último  $i_s$  es el valor de corriente correspondiente a  $\lambda_s$ ,  $\Delta\lambda$  es el incremento lineal  $\lambda m$ ,  $\lambda m$  es el flujo de acoplamiento magnético e  $i m$  es la corriente de magnetización.

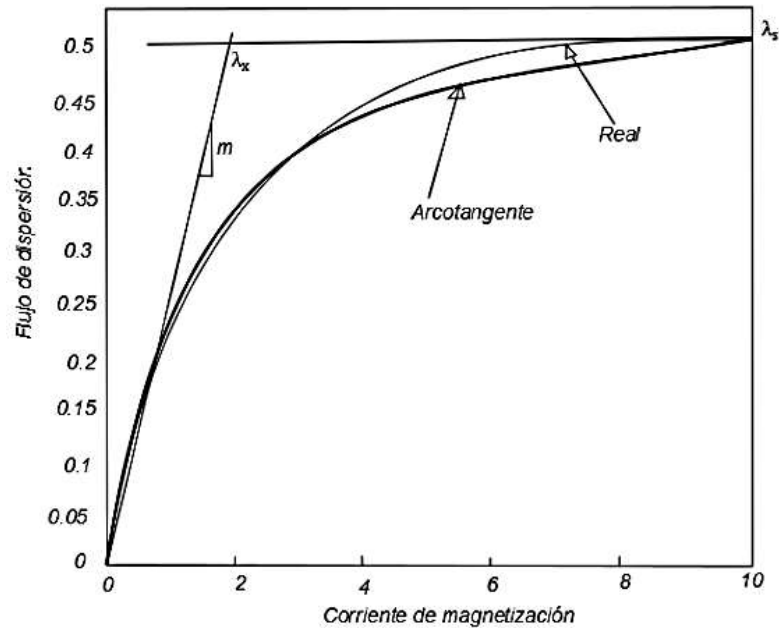


Ilustración 7. Característica de saturación real y aproximada por arcotangente.

Fuente: Pérez-Rojas, 2000

Para determinar los diversos valores de  $\lambda$  para poder graficar la curva real, usamos la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{E}{4.44 * F}$$

Ecuación 11. Flujo de dispersión en términos de la tensión.

Fuente: Jorge Navarro, Metodología para la aproximación de la característica de saturación en transformadores de potencia del sistema eléctrico nacional, 2014.

Donde  $E$  es la tensión a la que somete la bobina,  $F$  es la frecuencia fundamental de la red. Para determinar la cantidad densidad de flujo magnético y estimar en que región de la curva de saturación nos encontramos usamos la siguiente fórmula, donde  $N$  representa el número de espiras del devanado sometido a tensión y  $A$  es la sección transversal del núcleo:

$$B = \frac{E}{4.44 * F * N * A}$$

Ecuación 12. Densidad de campo en base a la tensión, frecuencia, número de espiras y sección transversal.

Fuente: Jorge Navarro, Metodología para la aproximación de la característica de saturación en transformadores de potencia del sistema eléctrico nacional, 2014.

#### **2.4. Sistema trifásico delta estrella.**

En esta conexión  $\Delta - Y$  el voltaje primario de línea es igual al voltaje primario de fase es decir  $V_{LP} = V_{\phi P}$ ; los voltajes secundarios están relacionados por  $V_{LS} = \sqrt{3}V_{\phi S}$ . La relación de voltaje línea a línea está relacionada por:

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{V_{\phi P}}{\sqrt{3}V_{\phi S}}$$

$$\frac{V_{LP}}{V_{LS}} = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

Ecuación 13. Relación de transformación de un transformador trifásico Delta-Estrella.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

Donde  $a$  representa la relación de transformación  $\frac{V_{\phi P}}{V_{\phi S}}$ , esta conexión ocasiona que el voltaje secundario atrase al voltaje primario  $30^\circ$ .

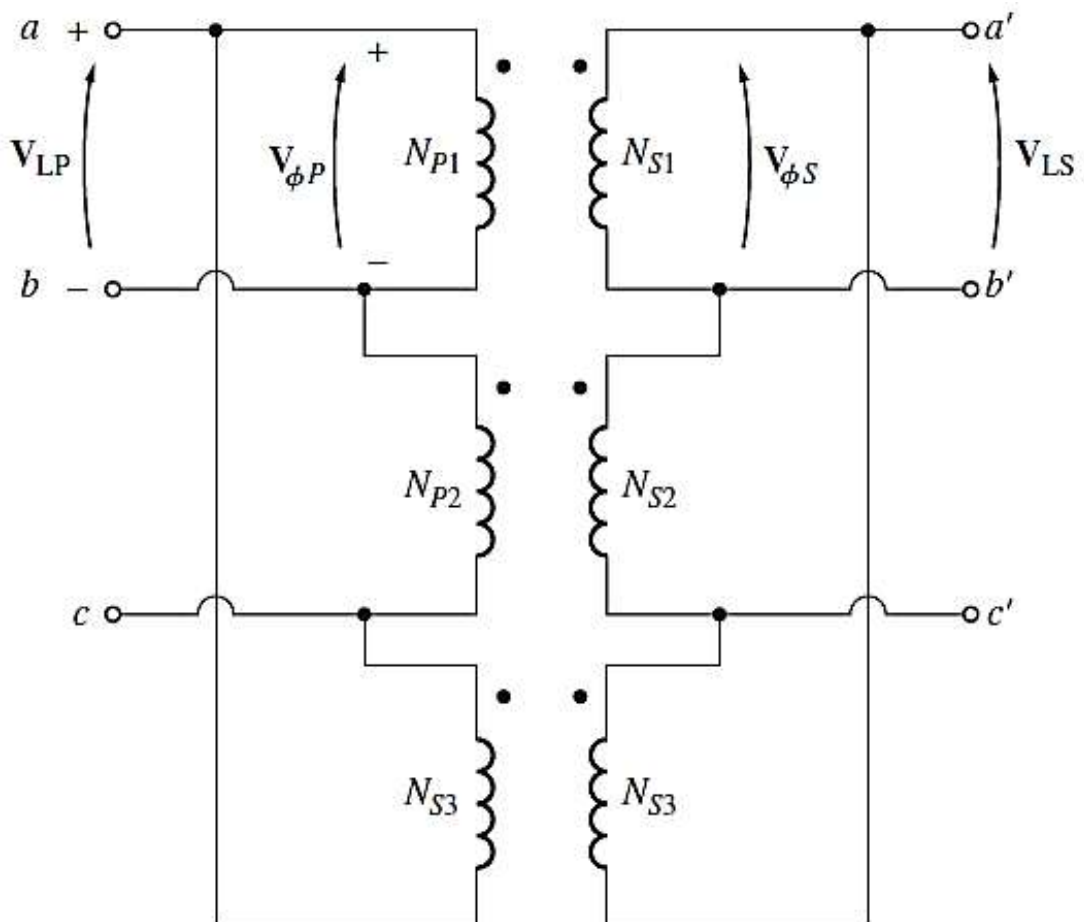


Ilustración 8. Conexión trifásica Delta-Estrella.

Fuente: Stephen Chapman, Máquinas eléctricas, 3era edición.

## 2.5. Índice horario.

“Indica la diferencia de ángulo entre el voltaje de línea del primario y el voltaje de línea del secundario” (Harper, 1987). Se expresa según las agujas del reloj y el espacio entre horas representa 30° de desfase, por referencia la tensión primaria se ubica en el 12 y la secundaria en el múltiplo de 30. De esta forma un transformador con índice horario 1, supondrá que el ángulo de la tensión de línea del secundario está adelantado 30 grados con respecto al ángulo de línea del primario.

## 2.6. Nomenclatura utilizada para designar el grupo de conexión de transformadores trifásicos.

Está compuesta por dos letras y un número de uno o dos dígitos de la siguiente manera:

1. La primera letra representa la conexión del arrollamiento de alta tensión y se escribe en mayúscula.
2. La segunda letra representa el bobinado de baja tensión y se escribe en minúscula.
3. El término numérico representa el desfaseamiento en ángulo de bobinado primario con respecto al secundario.



Ilustración 9. Nomenclatura grupo de conexión transformadores trifásicos.

Fuente: Los autores.

Las letras indican la configuración de los bobinados como sigue:

- D o d: Conexión en triángulo.
- Y o y: Conexión en estrella.
- Z o z: Conexión en Zigzag.
- N: Indica que un sistema neutro está conectado al lado de alta tensión.
- n: Indica que un sistema neutro está conectado al lado de baja tensión.

Índice de conexión	Diagramas vectoriales y esquemas de conexión					
0						
1						
2						
4						
5						
6						
7						
8						
10						
11						

Ilustración 10. Grupos de conexión transformadores trifásicos.

Fuente: Severino Argüello García, Transformadores

## 2.7. Conexión de transformadores en paralelo.

Lemozy afirma que:

Conectar en paralelo dos o más elementos eléctricos o de cualquier otra naturaleza física, significa acoplar todas sus entradas en un mismo punto en común al igual que sus salidas como se puede ver en la ilustración 11, se analiza el circuito en paralelo visto desde la ingeniería eléctrica, se entiende que ambos componentes se someten al mismo potencial, indiferentemente por cada uno de ellos circule distinto nivel corriente, esto se debe a sus características de potencia eléctrica.(Lemozy, 2010).

De la misma forma, conectar dos transformadores en paralelo significa interconectar los bornes del bobinado primario del primer transformador con los bornes semejantes del bobinado primario del segundo transformador siendo sometidos a la misma red, de igual forma se acoplan sus bornes secundarios y ambos alimentan a la misma carga.

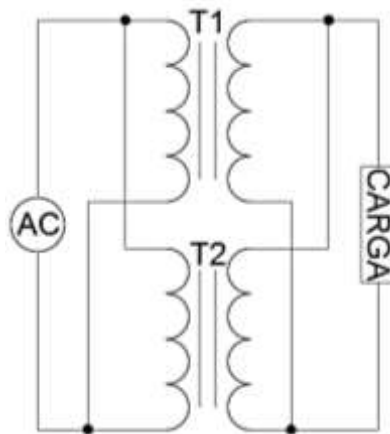


Ilustración 11. Conexión de transformadores en paralelo.

Fuente: Los autores.

Pero existen objetivos por el cual se conectan los transformadores en paralelo, además de conocer las condiciones que deben cumplirse para que el acoplamiento se lleve a cabo.

## **2.8. Finalidad del paralelo de transformadores.**

Según refiere González Vergara:

Cuando existe un incremento de carga, una de las opciones es el reemplazo de nuestra unidad de transformación por una de mayor tamaño, pero cuando no contamos con los recursos necesarios, existe la opción de instalar transformadores en paralelo que puede ser de cierta forma beneficioso supliendo los inconvenientes de incremento de carga, sobrecarga, confiabilidad, mantenimiento y fluctuación de carga (González Vergara, 2009).

Las conexiones en paralelo de transformadores se realizan cuando el incremento de carga y la demanda de un predio aumenta, siendo esta alimentada a través de un determinado transformador, el cual no puede entregarle más potencia de su capacidad nominal, es decir, supera la capacidad existente. Otro caso para la conexión en paralelo es cuando ocurre una sobrecarga en el transformador, esto significa que se acorta su vida útil, debido a problemas de sobrecalentamiento y continuas pérdidas de aislamiento, por ello se procede a instalar en paralelo varios transformadores con el fin de que todos en conjunto sean capaces de soportar la carga máxima del sistema.

Existe otro motivo, aunque no tan común, es el hecho de que nuestro sistema contenga una fiabilidad y continuidad bien eficiente de operación, ciertas instalaciones como hospitales y servicios de distribución de energía no pueden permitirse la falla de un transformador y por ello poseen conexiones acopladas para poder garantizar que el suministro de energía siempre exista ante la falla de uno de los equipos principales de transformación.



Otra aplicación es por facilidad de mantenimiento ya que podemos desacoplar un transformador y proceder con su respectivo mantenimiento mientras que el otro sigue supliendo de energía o bien a todo el complejo o solo a las áreas más importantes del sistema, tal cual sucede en las grandes industrias donde es prohibido detener el proceso productivo ya que aquello implica pérdida de grandes cantidades de dinero.

Cuando la demanda de energía se reduce considerablemente, es más factible trabajar con un solo transformador que pueda suplir esa cantidad de potencia que trabajar a baja carga con un transformador cuya capacidad instalada está muy por encima de la demanda ya que ello implicaría un mayor consumo de energía debido a las pérdidas presentes, resulta más económico añadir una unidad de menor potencia a la ya existente que reemplazar todo el sistema por uno de mayor tamaño. Cuando la carga es muy fluctuante, resulta más provechoso tener transformadores en paralelo, el sistema se vuelve más dúctil debido que posee la ventaja de agregar un transformador en paralelo cuando sea necesario. Siendo el caso contrario que si la demanda tiene poca variación es más eficiente trabajar con una de mayor potencia que varios transformadores de menor potencia acoplados.

Es por ello que el uso de transformadores en paralelo es algo que debe ser estudiado con mucha medida para determinar qué es lo más conveniente, económico y seguro según las necesidades de nuestra demanda, actividad o necesidad.

## **2.9. Requisitos para instalación de transformadores en paralelo.**

Se deben seguir requisitos para poder realizar la conexión de transformadores en paralelo, siendo éstos considerados de dos formas: requisito necesario y requisito apropiado. Cuando no se tienen las condiciones necesarias estaríamos llevando a nuestro sistema a una situación de cortocircuito, al no contar los transformadores con las respectivas protecciones, provocaríamos un severo daño a los equipos a acoplar, es decir que si no se cumplen estas condiciones no se puede realizar el paralelo.

En cambio, al no cumplir con las condiciones apropiadas nuestro sistema sí puede trabajar, pero no se considerará óptimo, porque tendrá sus limitantes comparado con una correcta instalación.

Existen dos requisitos necesarios; la primera es igual índice horario, debido que entre dos transformadores que cumplen este requisito basta conectar los terminales homólogos. El segundo requisito es igual secuencia de fases, pese a que tenemos transformadores con distinto grupo de conexión obviamente no tendremos en fase nuestros terminales de salida, pero basta con cambiar en el primario o en el secundario las conexiones de dos terminales. Existen dos requisitos apropiados, la primera es la misma relación de transformación, la segunda es igual tensión de cortocircuito, la misma que esta expresada en % o en sistema por unidad.

Los transformadores no deberían operar en paralelo cuando:

- El reparto de carga es tal que uno de ellos está sobrecargado.
- La corriente de recirculación es mayor al 10% de la corriente nominal de éste.
- La suma de la corriente de recirculación y de la corriente destinada a alimentar la carga, sea mayor que la corriente nominal del transformador.

Se dan seis casos de acoplamiento tomando en cuenta las características de los transformadores que afectan a la calidad del acoplamiento, la cuales son: Tensión de cortocircuito, relación de transformación y potencia nominal.

## **2.10. Secuencia de fase.**

“Refiere al orden de rotación de los vectores, es la sucesión en el tiempo de los máximos de los parámetros eléctricos tensión e intensidad en las tres fases del sistema, correspondiéndole un sentido de rotación del diagrama vectorial” (González Vergara, 2009).

## 2.11. Circuito equivalente de acoplamiento de transformadores con carga.

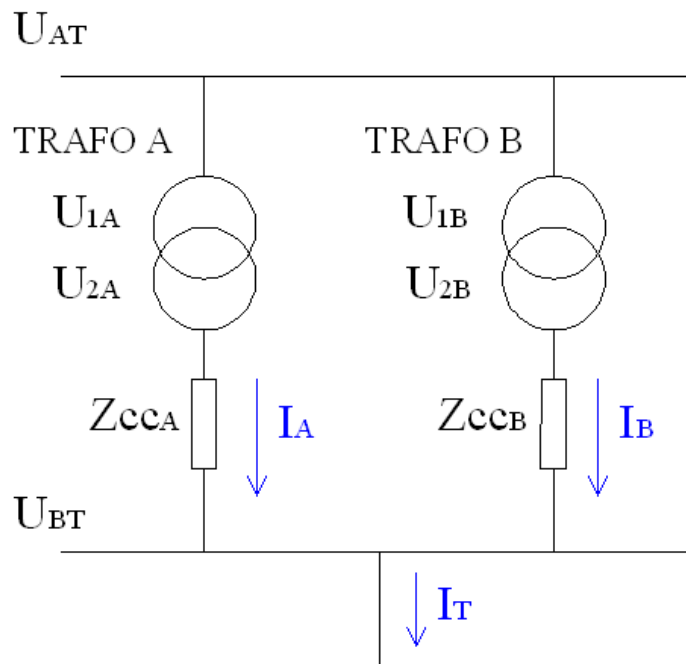


Ilustración 12. Diagrama de acoplamiento de transformadores con carga.

Fuente: Alejandro González Vergara, Estudio de la acoplabilidad de transformadores de potencia, 2009.

Donde:

$U_{AT}$ : tensión compuesta aplicada a la barra de mayor tensión.

$U_{BT}$ : tensión compuesta en la barra de menor tensión.

$U_{1A}$  y  $U_{1B}$ : tensión en el primario de los transformadores.

$U_{2A}$  y  $U_{2B}$ : tensión en el secundario de los transformadores.

$I_T$ : intensidad demandada por la carga.

$I_{A-B}$ : intensidad en el arrollamiento secundario de los transformadores.

$Z_{cc A-B}$ : impedancias de cortocircuito de los transformadores.

La corriente que circula por cada transformador, queda en función de la corriente total demandada por la carga y de las impedancias de cortocircuito de los

transformadores, para conocer la corriente que circula por cada transformador se resuelve el circuito mediante un divisor de intensidad.

$$I_A = \frac{Z_{ccB}}{Z_{ccA} + Z_{ccB}} I_T \qquad I_B = \frac{Z_{ccA}}{Z_{ccA} + Z_{ccB}} I_T$$

Ecuación 14. Corriente de circulación en transformadores acoplados.

Fuente: Alejandro González Vergara, Estudio de la acoplabilidad de transformadores de potencia, 2009.

### 2.12. Circuito equivalente de acoplamiento de transformadores en vacío.

“Al acoplar transformadores de distinta relación de transformación, existe una diferencia de potencial que provoca que circule una corriente de recirculación, la cual sale del transformador cuya relación de transformación es menor y llega al que posea mayor relación” (González Vergara, 2009).

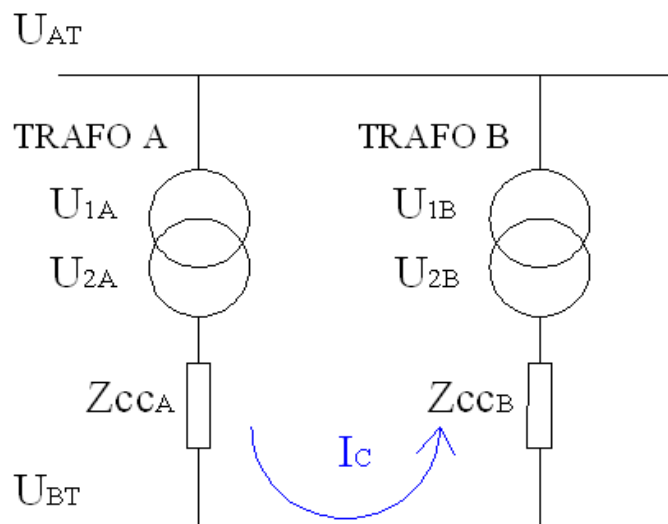


Ilustración 13. Diagrama de acoplamiento de transformadores a vacío.

Fuente: Alejandro González Vergara, Estudio de la acoplabilidad de transformadores de potencia, 2009.

Donde:

UAT: tensión compuesta aplicada a la barra de mayor tensión.

UBT: tensión compuesta en la barra de menor tensión.

U1A y U1B: tensión en el primario de los transformadores.

U2A y U2B: tensión en el secundario de los transformadores.

IC: intensidad de recirculación.

Zcc A-B: impedancias de cortocircuito de los transformadores.

La corriente de recirculación es obtenida por la siguiente fórmula:

$$IC = \frac{\frac{UAT}{\sqrt{3} rtA} - \frac{UAT}{\sqrt{3} rtB}}{ZccA + ZccB}$$

Ecuación 15. Corriente de recirculación en transformadores acoplados a vacío.

Fuente: Alejandro González Vergara, Estudio de la acoplabilidad de transformadores de potencia, 2009.

Donde  $rt = \frac{U1n}{U20}$ , siendo  $U1n$  la tensión aplicada al primario del transformador y  $U20$  la tensión en el secundario a vacío. Como vemos en la ecuación anterior la corriente de recirculación aparecerá cuando haya diferencia de relaciones de transformación entre los transformadores y los parámetros de impedancia de cortocircuito solo determinarán el incremento o decremento de dicho valor.

## **2.13. Posibles casos de acoplamiento.**

### **2.13.1. Acoplamiento de transformadores de igual potencia nominal, tensión de cortocircuito y relación de transformación.**

“Es el caso ideal, los parámetros que definen a ambos transformadores son iguales, y como ambos son de igual potencia, la carga se reparte por igual entre todas las máquinas”(González Vergara, 2009).

### **2.13.2. Acoplamiento de transformadores de igual tensión de cortocircuito, relación de transformación y distinta potencia nominal.**

“La corriente nominal es diferente en el par de transformadores, al ser el grado de carga el mismo para ambos, el valor de la corriente de carga será proporcional al valor de la corriente nominal de cada uno” (González Vergara, 2009).

### **2.13.3. Acoplamiento de transformadores de igual potencia nominal, relación de transformación y distinta tensión de cortocircuito.**

Al tener distintas tensiones de cortocircuito ya no se puede cumplir con las condiciones apropiadas, provoca que un transformador asuma más carga que otro, a consecuencia de ello se tendrá un desaprovechamiento de la potencia del transformador que menos carga asume, ya que la cantidad de corriente que circule por cada uno de los transformadores dependerá únicamente de las impedancias de cortocircuito y de la corriente que demande la carga. “El transformador que menos carga asume es aquel que posea mayor impedancia de cortocircuito o tensión de cortocircuito, mientras que el transformador que mayor carga asuma será aquel que posea menor impedancias o tensión de cortocircuito” (González Vergara, 2009). Aquella magnitud de corriente se obtiene con las ecuaciones vistas en el apartado 2.11.

### **2.13.4. Acoplamiento de transformadores de igual relación de transformación, distinta potencia nominal y tensión de cortocircuito.**

Aunque los transformadores posean distinta potencia nominal y tensión de cortocircuito. “El reparto de la carga será el mismo que si tuvieran igual potencia, es decir el reparto de la carga es desigual, el porcentaje de potencia desaprovechada en uno de ellos es independiente de la potencia de los transformadores” (González Vergara, 2009).

### **2.13.5. Acoplamiento de transformadores de igual potencia nominal, distinta tensión de cortocircuito y relación de transformación.**

Según cita González Vergara:

Al poseer distinta tensión de cortocircuito se produce un reparto desigual de carga, y al tener diferente relación de transformación se produce una corriente de recirculación la cual es de carácter reactivo, la consecuencia de esta corriente de recirculación es que del transformador que sale este efecto a parte de la corriente que suministra a la carga puede tender a sobrecargarse o trabajar a niveles de corriente próximos a los nominales, mientras que el transformador que recibe esta corriente de recirculación se descargue. Por tanto, la corriente de recirculación contribuye al valor de la potencia no aprovechada (González Vergara, 2009).

Esto contribuye de forma negativa cuando la corriente recirculante sale del transformador que más carga asume, y el transformador que menos carga asume se descargue y por tanto la capacidad de potencia desaprovechada en éste sea mayor; de manera positiva cuando el transformador que más carga asume recibe la corriente la recirculación lo que provoca que tarde más en llegar a su potencia nominal, por consiguiente el transformador que menos carga asume sí puede asumir más carga lo que compensa la capacidad desaprovechada de potencia del mismo.

### **2.13.6. Acoplamiento de transformadores distinta potencia nominal, tensión de cortocircuito y relación de transformación.**

Al ser la potencia distinta, el porcentaje de carga guarda relación con la potencia nominal de cada transformador. Al ser de distinta tensión de cortocircuito provocará un reparto desigual de carga, produciendo que el transformador de menor impedancia de cortocircuito asuma más carga que otro. Por último, al ser de distinta relación de transformación provocará una recirculación de corriente cuyo peso es pequeño respecto a la corriente que circula por los transformadores.

### CAPÍTULO III

#### MODELADO MATEMÁTICO

#### 3.1. Conexión de transformadores monofásicos y acoples para un sistema trifásico delta-estrella.

El modelado compete la conexión en paralelo de dos bancos trifásicos previamente conectados en Delta-Estrella. Como se aprecia en la ilustración 14, se tienen acoplados tanto los primarios como los secundarios de ambos bancos trifásicos en paralelo.

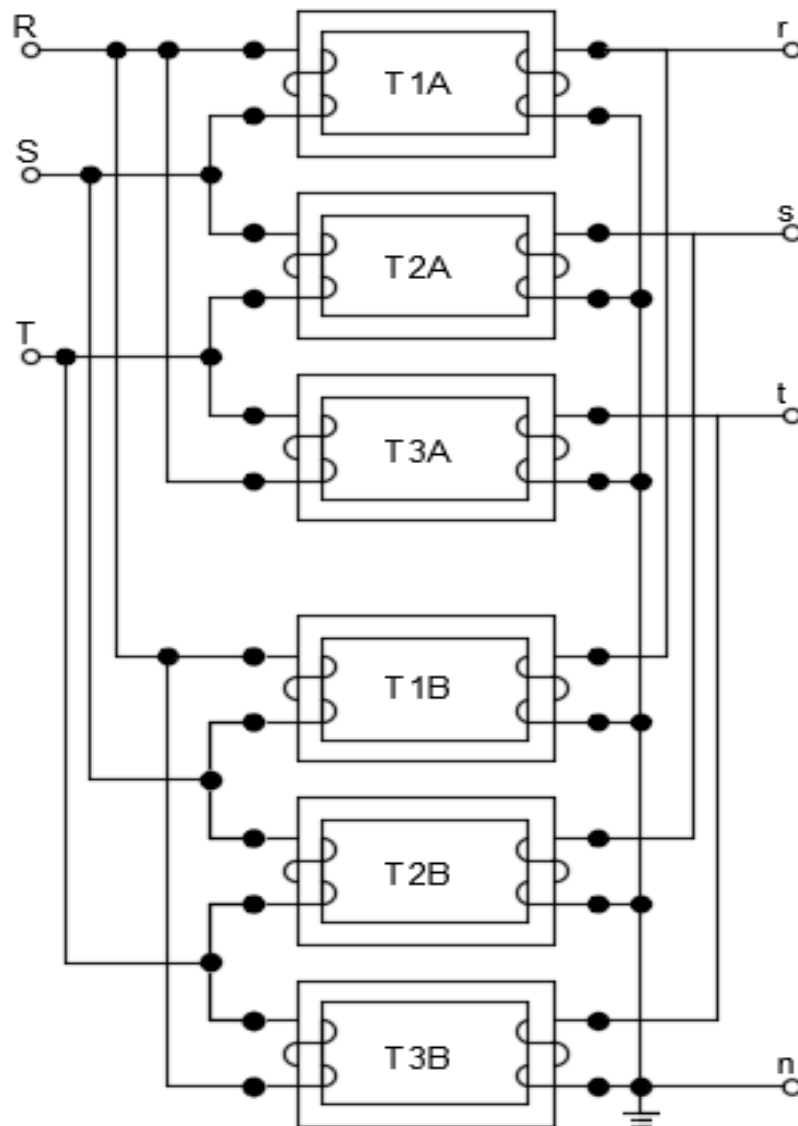


Ilustración 14. Paralelismo de bancos trifásicos Delta-Estrella.

Fuente: Los autores.



La conexión anterior también puede ser vista como tres paralelos de transformadores monofásicos realizando un banco trifásico, esto es debido que el devanado primario del transformador T1A está en paralelo con el devanado primario del T1B al igual que los devanados de salida de estos transformadores, el siguiente paralelo es el conformado por T2A con T2B y el último paralelo está definido por el acople de T3A con T3B. En las imágenes siguientes podemos visualizar de mejor manera como ellos se acoplan de forma paralela tanto los devanados de entrada del sistema delta como los devanados de salida del sistema estrella.

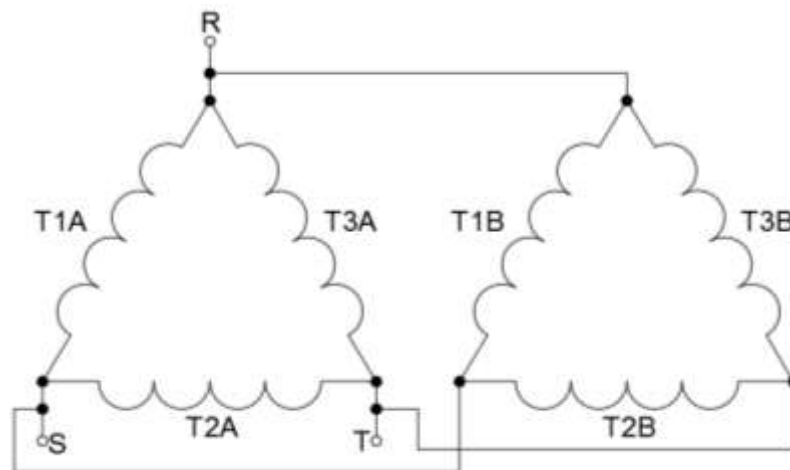


Ilustración 15. Paralelo de devanados primarios conectados en Delta.

Fuente: Los autores.

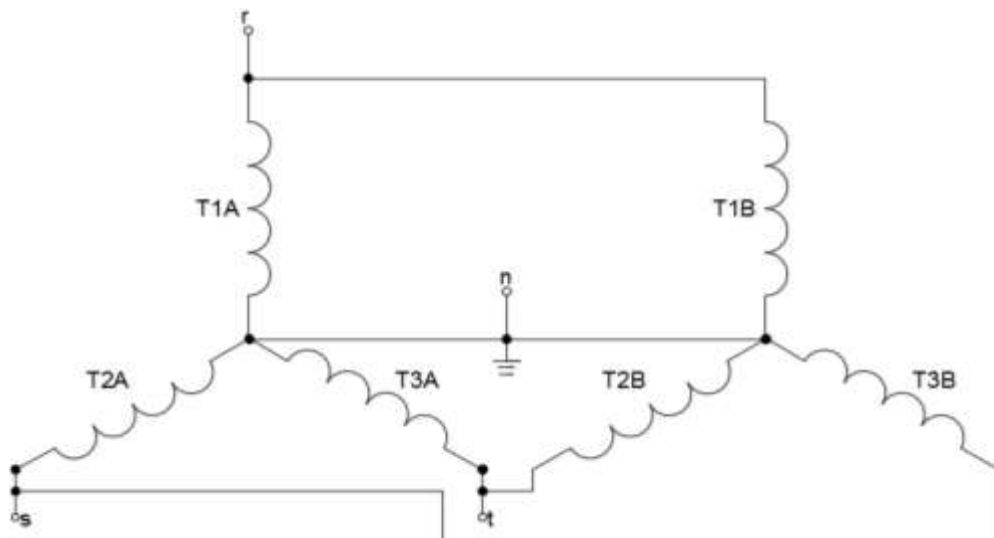


Ilustración 16. Paralelo de devanados secundarios conectados en Estrella.

Fuente: Los autores.

Para efectos de simplificación de cálculos realizamos el modelado viendo el sistema tal como sigue:

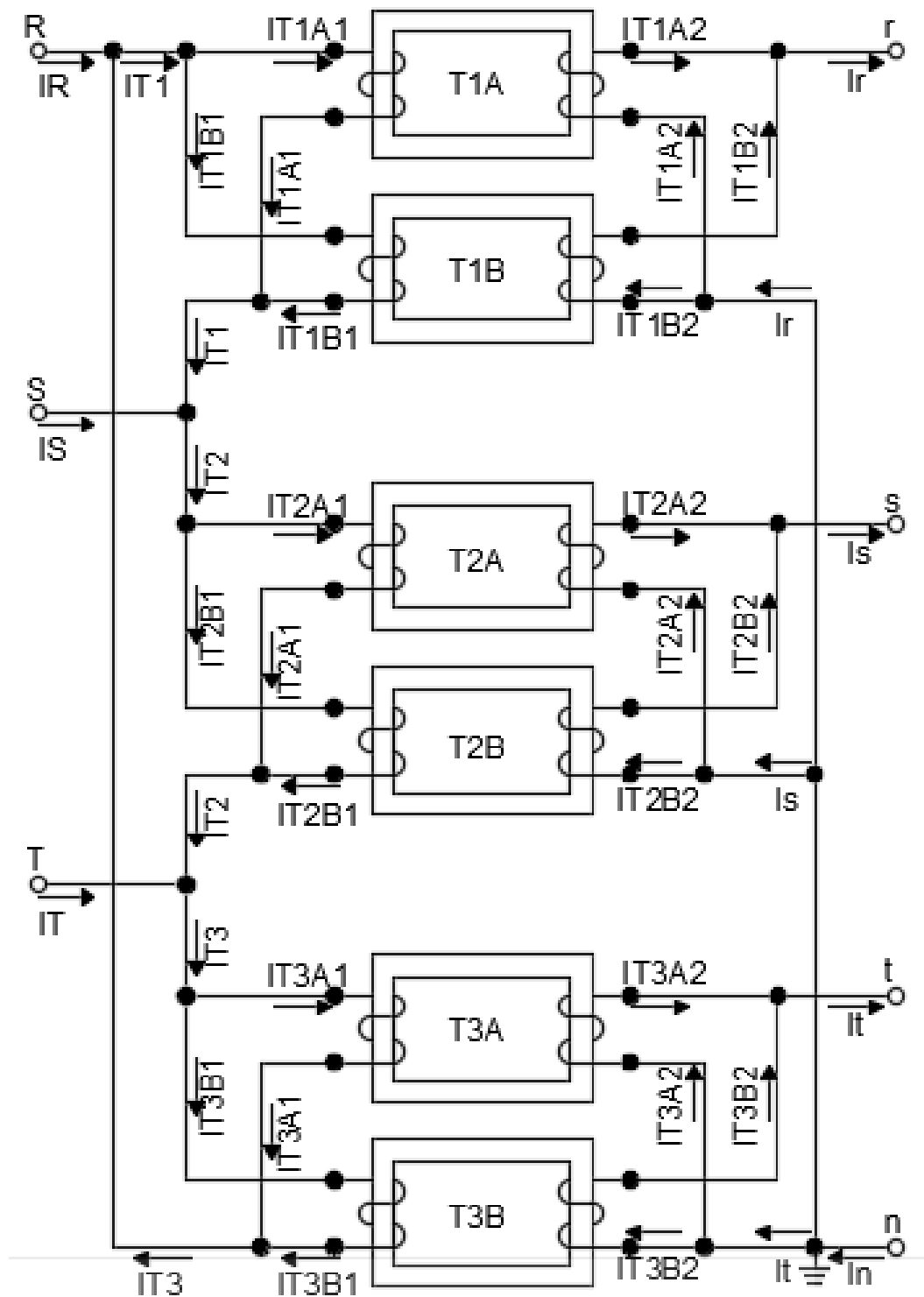


Ilustración 17. Sistema trifásico Delta-Estrella formado por 3 paralelos monofásicos.

Fuente: Los autores.

### 3.2. Acople de dos transformadores monofásicos en paralelo.

Entonces, empezamos mostrando el modelo real que define cada paralelo del sistema trifásico. Partimos del modelo real del transformador monofásico, definimos entonces los parámetros del transformador T1A.

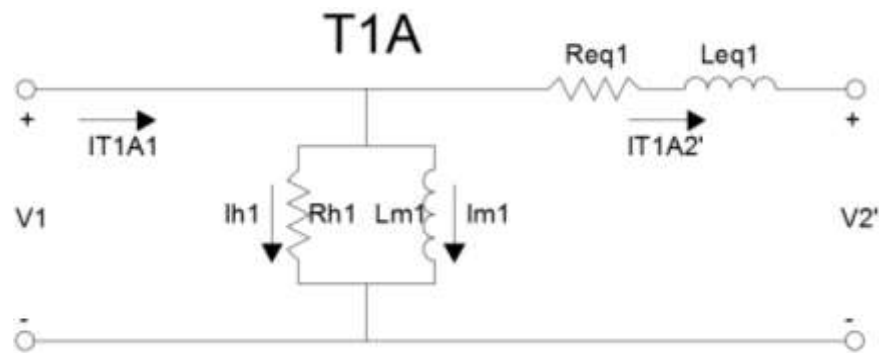


Ilustración 18. Modelo real de transformador T1A.

Fuente: Los autores.

De igual forma definimos los parámetros del transformador T1B, como sigue:

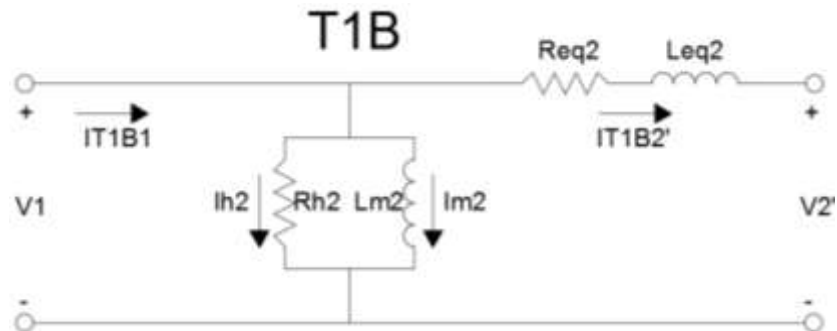


Ilustración 19. Modelo real de transformador T1B.

Fuente: Los autores.

Sabemos que los transformadores T1A y T1B se encuentran acoplados en paralelo dentro del banco trifásico, aquel diagrama eléctrico se muestra en ilustración como sigue, podemos ver como se colocan en paralelo tanto los ramales de excitación como los ramales de impedancia serie de ambos transformadores.

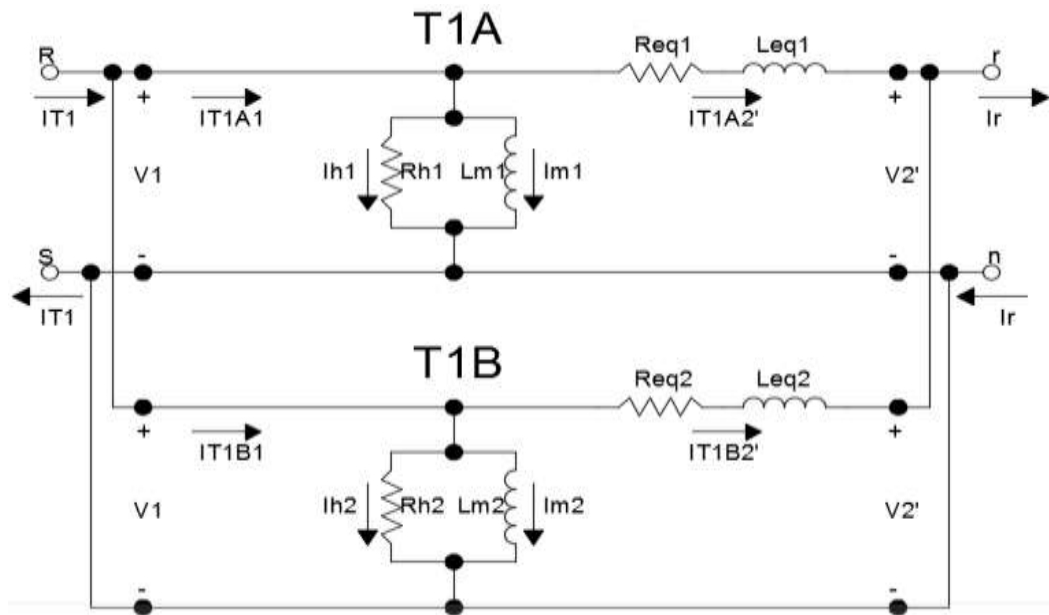


Ilustración 20. Modelo real de paralelo de transformadores T1A y T1B.

Fuente: Los autores.

Luego de determinar nuestro circuito en paralelo, muchas veces suele existir una corriente recirculante (IRC), debido a que ambos transformadores poseen distinta relación de transformación, ésta corriente se produce estando incluso el acoplamiento en vacío y circula a través de las  $Z_{cc}$  de cada transformador. Aquel transformador que presente menor relación de transformación es el que aporta esta corriente de recirculación.

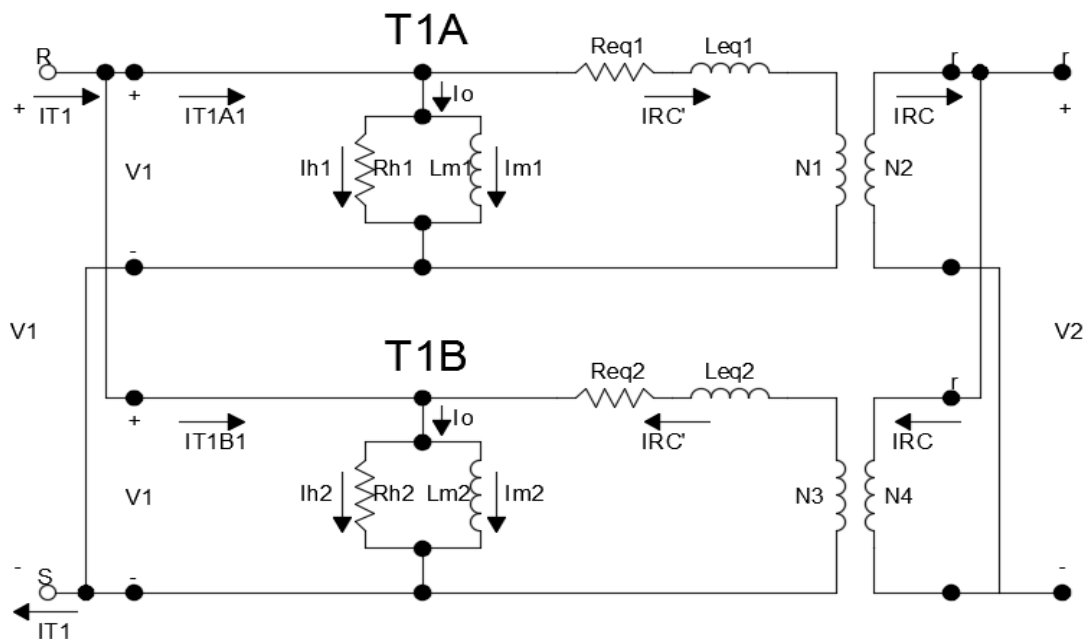


Ilustración 21. Paralelo de transformadores y corriente de recirculación.

Fuente: Los autores.

Si  $\frac{N1}{N2} \neq \frac{N3}{N4}$ , analizamos los transformadores vistos del lado del secundario para así poder hallar el voltaje de salida y la corriente de recirculación.

$$\text{Si: } \frac{N1}{N2} = rta \rightarrow \text{relación de transformación del transformador A} \quad (1)$$

$$\frac{N3}{N4} = rtb \rightarrow \text{Relación de transformación del transformador B} \quad (2)$$

$$\frac{V1}{rta} = V1a \rightarrow \text{Voltaje del secundario del transformador A} \quad (3)$$

$$\frac{V1}{rtb} = V1b \rightarrow \text{Voltaje del secundario del transformador B} \quad (4)$$

$$\frac{Req1}{(rta)^2} = RA \rightarrow \text{Resistencia serie vista del secundario del transformador A} \quad (5)$$

$$\frac{Leq1}{(rta)^2} = LA \rightarrow \text{Inductancia serie vista del secundario del transformador A} \quad (6)$$

$$\frac{Req2}{(rtb)^2} = RB \rightarrow \text{Resistencia serie vista del secundario del transformador B} \quad (7)$$

$$\frac{Leq1}{(rtb)^2} = LB \rightarrow \text{Inductancia serie vista del secundario del transformador B} \quad (8)$$

Entonces analizaremos nuestros ramales series con el siguiente circuito:

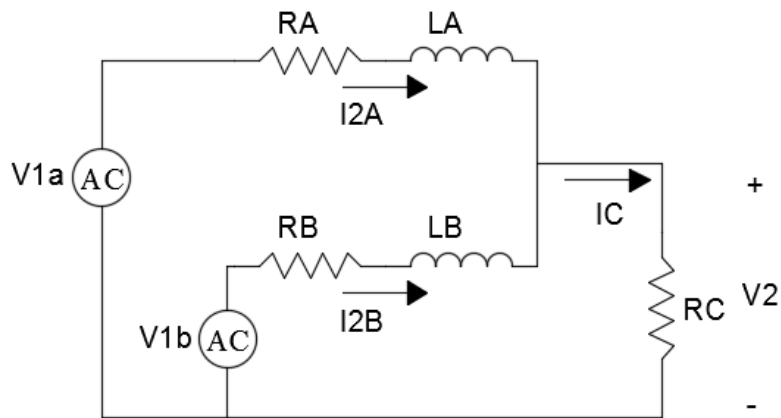


Ilustración 22. Acople de dos transformadores en paralelo con carga visto desde el secundario.

Fuente: Los autores.

Donde:  $RC \rightarrow$  Carga resistiva.

$IC \rightarrow$  Corriente de carga.

$I2A \rightarrow$  Corriente secundaria transformador A.

$I2B \rightarrow$  Corriente secundaria transformador B.

$V2 \rightarrow$  Voltaje de salida del paralelo (tensión que recibe la carga).

$$V1a = V2 + RA I2A + LA \frac{dI2A}{dt} \quad (9)$$

$$\frac{dI2A}{dt} = \frac{V1a - V2 - RA I2A}{LA} \quad (10)$$

$$V1b = V2 + RB I2B + LB \frac{dI2B}{dt} \quad (11)$$

$$\frac{dI2B}{dt} = \frac{V1b - V2 - RB I2B}{LB} \quad (12)$$

$$\text{si, } I2A + I2B = IC \quad (13)$$

$$\text{entonces, } \frac{dIC}{dt} = \frac{dI2A}{dt} + \frac{dI2B}{dt} \quad (14)$$

$$\frac{dIC}{dt} = \frac{V1a}{LA} - \frac{V2}{LA} - \frac{RA I2A}{LA} + \frac{V1b}{LB} - \frac{V2}{LB} - \frac{RB I2B}{LB} \quad (15)$$

$$\frac{dIC}{dt} - \frac{V1a}{LA} + \frac{RA I2A}{LA} - \frac{V1b}{LB} + \frac{RB I2B}{LB} = -\frac{V2}{LA} - \frac{V2}{LB} \quad (16)$$

$$-\frac{dIC}{dt} + \frac{V1a}{LA} + \frac{V1b}{LB} - \frac{RA}{LA} I2A - \frac{RB}{LB} I2B = V2 \left( \frac{1}{LA} + \frac{1}{LB} \right) \quad (17)$$

$$V2 = \frac{V1a LB + V1b LA - RA LB I2A - RB LA I2B - LA LB \frac{dIC}{dt}}{LA + LB} \quad (18)$$

### 3.3. Análisis a vacío – ecuaciones de corriente del secundario, corriente de recirculación.

Ahora procederemos hacer el análisis a vacío, entonces podemos decir que  $RC=0$  por lo que no existirá una corriente de carga  $IC=0$ , por ende, el término  $LA LB \frac{dIC}{dt}$  del ítem 18 será igual a 0, y tendremos a la ecuación de  $V2$  como sigue:

$$V2 = \frac{V1a LB + V1b LA - RA LB I2A - RB LA I2B}{LA + LB} \quad (19)$$

El ítem 19 define la magnitud del voltaje secundario V2 cuando realizamos el paralelo a vacío. Para hallar nuestras ecuaciones que definen I2A e I2B que serían nuestras corrientes recirculantes, partimos de los ítems 10 y 12 respectivamente.

$$\frac{dI_{2A}}{dt} = \frac{V_{1a} - R_A I_{2A} - \frac{V_{1a} L_B + V_{1b} L_A - R_A L_B I_{2A} - R_B L_A I_{2B}}{L_A + L_B}}{L_A} \quad (20)$$

$$\frac{dI_{2A}}{dt} = \frac{V_{1a} - V_{1b} - R_A I_{2A} + R_B I_{2B}}{L_A + L_B} \quad (21)$$

$$\frac{dI_{2B}}{dt} = \frac{V_{1b} - R_B I_{2B} - \frac{V_{1a} L_B + V_{1b} L_B - R_A L_B I_{2A} - R_B L_A I_{2B}}{L_A + L_B}}{L_A} \quad (22)$$

$$\frac{dI_{2B}}{dt} = \frac{V_{1b} - V_{1a} + R_A I_{2A} - R_B I_{2B}}{L_A + L_B} \quad (23)$$

Los ítems 21 y 23 definen las corrientes de los secundarios de los transformadores T1A y T1B respectivamente, trabajando a vacío.

### 3.4. Análisis con carga – ecuaciones de corriente del secundario de cada transformador.

De acuerdo a la ilustración anterior podemos decir que:

$$V_2 = I_C R_C \quad (24)$$

$$I_C = \frac{V_2}{R_C} \quad (25)$$

$$\frac{dI_C}{dt} = \frac{1}{R_C} \frac{dV_2}{dt} \quad (26)$$

Al sustituir en nuestro ítem 18, tenemos:

$$V_2 = \frac{V_{1a} L_B + V_{1b} L_A - R_A L_B I_{2A} - R_B L_A I_{2B} - \frac{L_A L_B dV_2}{R_C dt}}{L_A + L_B} \quad (27)$$

$$V2 LA + V2 LB + \frac{LA LB}{RC} \frac{dV2}{dt} = V1a LB + V1b LA - RA LB I2A - RB LA I2B \quad (28)$$

$$\frac{dV2}{dt} = \frac{RC (V1a LB + V1b LA - RA LB I2A - RB LA I2B - V2 LA - V2 LB)}{LA LB} \quad (29)$$

El ítem 29 sería nuestro voltaje de secundario con carga. Para hallar las ecuaciones I2A e I2B (corrientes secundarias de cada transformador), partimos de las ecuaciones 10 y 12 respectivamente.

$$V2 = \frac{V1a LB RC + V1b LA RC - RA LB RC I2A - RB LA RC I2B - LA LB \frac{dV2}{dt}}{RC (LA + LB)} \quad (30)$$

$$\frac{dI2A}{dt} = \frac{V1a - RA I2A - \frac{V1a LB RC + V1b LA RC - RA LB RC I2A - RB LA RC I2B - LA LB \frac{dV2}{dt}}{RC (LA + LB)}}{LA} \quad (31)$$

$$\frac{dI2A}{dt} = \frac{V1a RC - V1b RC - RA RC I2A + RB RC I2B + LB \frac{dV2}{dt}}{RC (LA + LB)} \quad (32)$$

$$\frac{dI2B}{dt} = \frac{V1b - RB I2B - \frac{V1a LB RC + V1b LA RC - RA LB RC I2A - RB LA RC I2B - LA LB \frac{dV2}{dt}}{RC (LA + LB)}}{LB} \quad (33)$$

$$\frac{dI2B}{dt} = \frac{V1b RC - V1a RC - RB RC I2B + RA RC I2A + LA \frac{dV2}{dt}}{RC (LA + LB)} \quad (34)$$

Los ítems 32 y 34 definen las corrientes de los secundarios de los transformadores T1A y T1B respectivamente, trabajando con carga.



### 3.5. Paralelo a vacío transformadores TA-TB.

Para efectos de simplificación de términos llamaremos a los transformadores T1A, T1B, T2A, T2B, T3A, T3B como TA, TB, TC, TD, TE, TF respectivamente, siendo así los paralelos formados por los siguientes conjuntos TA-TB, TC-TD y TE-TF.

Hemos obtenido las ecuaciones de  $V_2$ ,  $I_{2A}$  e  $I_{2B}$  a vacío y con carga, ahora procederemos a analizar cada acoplamiento de transformadores para hallar las corrientes del primario a vacío y con carga.

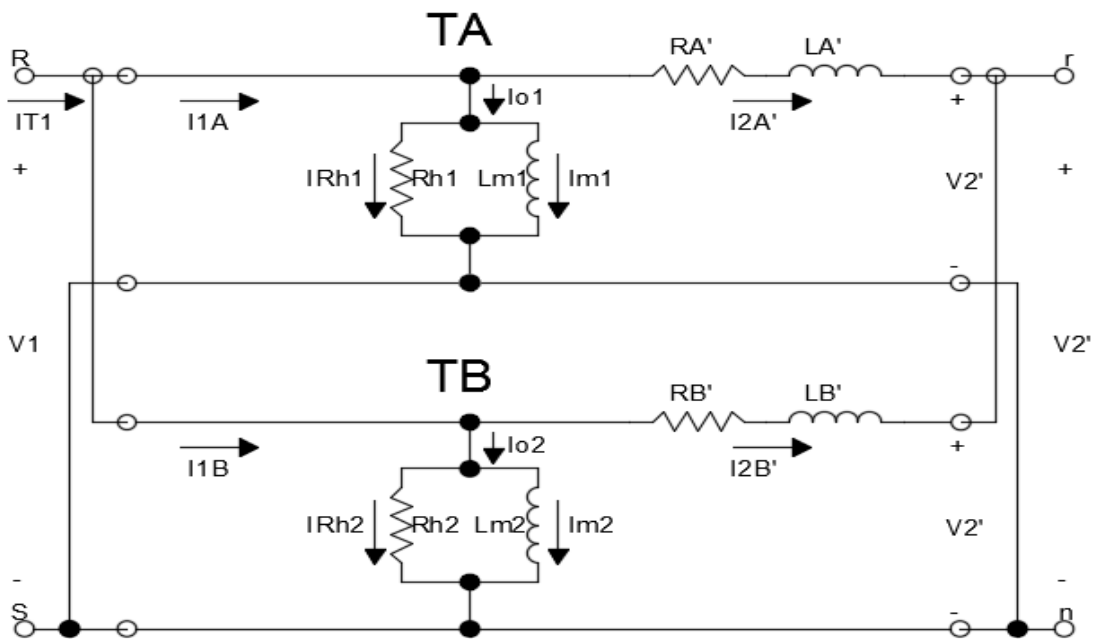


Ilustración 23. Paralelo de transformadores TA y TB trabajando a vacío.

Fuente: Los autores.

$$I_{2A'} = \frac{I_{2A}}{r_{ta}} \quad (35)$$

$$I_{2B'} = \frac{I_{2B}}{r_{tb}} \quad (36)$$

$$I_{T1} = I_{1A} + I_{1B} \quad (37)$$

$$I_{1A} = I_{01} + I_{2A'} \quad (38)$$

$$I_{1A} = I_{m1} + I_{RH1} + I_{2A'} \quad (39)$$

$$I_{1A} = I_{m1} + \frac{V_1}{R_{H1}} + I_{2A'} \quad (40)$$

$$V1 = RH1(I1A - Im1 - I2A') \quad (41)$$

$$V1 = Lm1 \frac{dIm1}{dt} \quad (42)$$

$$Lm1 \frac{dIm1}{dt} = RH1(I1A - Im1 - I2A') \quad (43)$$

$$\frac{dIm1}{dt} = \frac{RH1}{Lm1} (I1A - Im1 - I2A') \quad (44)$$

Para que el modelado matemático se aproxime más, se añade la saturación del núcleo (método de la arcotangente), definida por la ecuación 45  $\lambda m(im) = \lambda n \tan^{-1}(m im) + \Delta \lambda im$ . Sabemos que  $\lambda n$ ,  $m$  y  $\Delta \lambda$  son constantes obtenidas de una curva de saturación conocida, mas podemos despreciar el último término debido que no tiene un efecto significativo, es decir  $\Delta \lambda = 0$ .

$$\lambda m(im) = \lambda n \tan^{-1}(m im) \quad (46)$$

En general  $\lambda = i L$  por ende, derivando  $\lambda$  respecto a la corriente  $i$  obtenemos el valor de la inductancia.

$$Lm1 = \frac{d\lambda m1}{d Im1} = \frac{\lambda n1 m1}{1+m1^2 Im1^2} \quad (47)$$

Sustituyendo el ítem 47 en el 44 obtenemos la corriente magnetizante en el transformador TA:

$$\frac{dIm1}{dt} = \frac{RH1}{\lambda n1 m1} (1 + m1^2 Im1^2)(I1A - Im1 - I2A') \quad (48)$$

Realizamos el mismo análisis para el transformador TB, hasta obtener su ecuación de corriente magnetizante:

$$I_{1B} = I_{m2} + I_{RH2} + I_{2B'} \quad (49)$$

$$I_{1B} = I_{m2} + \frac{V_1}{R_{H2}} + I_{2B'} \quad (50)$$

$$\frac{dI_{m2}}{dt} = \frac{R_{H2}}{\lambda n_2 m_2} (1 + m_2^2 I_{m2}^2) (I_{1B} - I_{m2} - I_{2B'}) \quad (51)$$

De esta forma, las ecuaciones que definen el comportamiento a vacío de nuestro primer bloque paralelo a vacío son:

$$V_2 = \frac{V_{1a} L_B + V_{1b} L_A - R_A L_B I_{2A} - R_B L_A I_{2B}}{L_A + L_B} \quad (19)$$

Ecuación 16. Voltaje de salida del paralelo TA-TB a vacío en el secundario.

Fuente: Los autores.

$$I_{1A} = I_{m1} + \frac{V_1}{R_{H1}} + I_{2A'} \quad (40)$$

Ecuación 17. Corriente de entrada TA en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{1B} = I_{m2} + \frac{V_1}{R_{H2}} + I_{2B'} \quad (50)$$

Ecuación 18. Corriente de entrada TB en el primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dI_{m1}}{dt} = \frac{R_{H1}}{\lambda n_1 m_1} (1 + m_1^2 I_{m1}^2) (I_{1A} - I_{m1} - I_{2A'}) \quad (48)$$

Ecuación 19. Corriente magnetizante TA en el primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dIm_2}{dt} = \frac{RH_2}{\lambda n_2 m_2} (1 + m_2^2 Im_2^2)(I_{1B} - Im_2 - I_{2B'}) \quad (51)$$

Ecuación 20. Corriente magnetizante TB en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{2A'} = \frac{I_{2A}}{r_{ta}} \quad (35)$$

Ecuación 21. Corriente de salida del transformador TA referida al primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dI_{2A'}}{dt} = \frac{V_{1a} - V_{1b} - R_A I_{2A} + R_B I_{2B}}{(L_A + L_B) r_{ta}} \quad (52)$$

Ecuación 22. Corriente recirculante transformador TA en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{2B'} = \frac{I_{2B}}{r_{tb}} \quad (36)$$

Ecuación 23. Corriente de salida del transformador TB referida al primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dI_{2B'}}{dt} = \frac{V_{1b} - V_{1a} + R_A I_{2A} - R_B I_{2B}}{(L_A + L_B) r_{tb}} \quad (53)$$

Ecuación 24. Corriente recirculante transformador TB en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{T1} = I_{1A} + I_{1B} \quad (37)$$

Ecuación 25. Corriente de entrada paralelo de transformadores TA-TB en el primario.

Fuente: Los autores.

### 3.6. Paralelo con carga transformadores TA-TB.

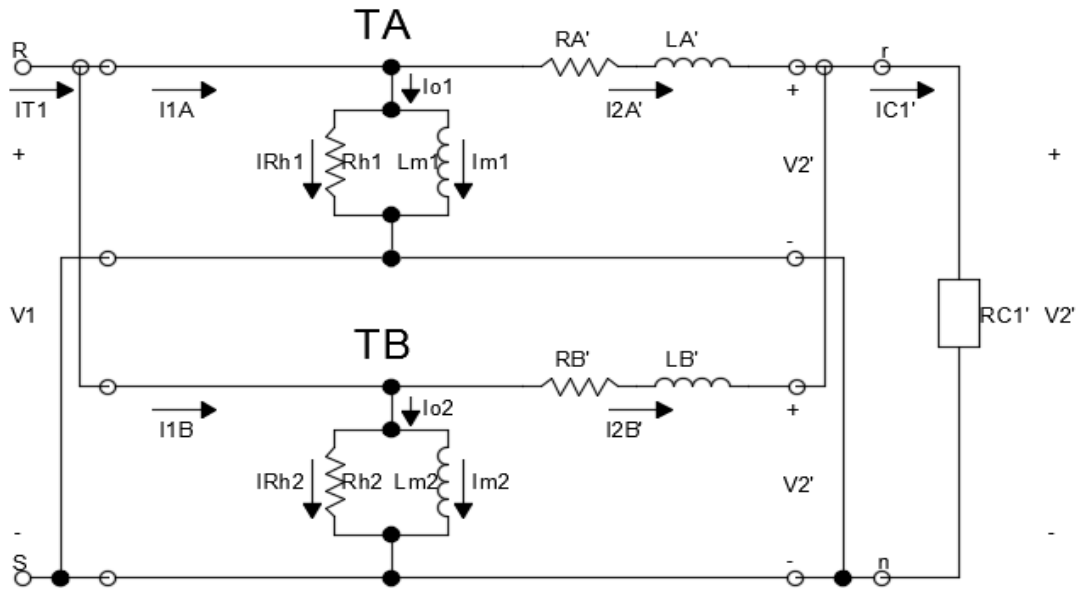


Ilustración 24. Paralelo de transformadores TA y TB trabajando con carga.

Fuente: Los autores.

Se parte definiendo las nuevas corrientes  $I_{2A}'$  e  $I_{2B}'$  las mismas que no serán iguales a las ecuaciones 22 y 24 debido que éstas definen las corrientes recirculantes cuando los acoplamientos de transformadores trabajan a vacío, éstas nuevas ecuaciones definirán las corrientes de salida de cada transformador al operar con carga.

$$\frac{dI_{2A}}{dt} = \frac{V_{1a} RC_1 - V_{1b} RC_1 - R_A RC_1 I_{2A} + R_B RC_1 I_{2B} + L_B \frac{dV_2}{dt}}{RC_1 (L_A + L_B)} \quad (32)$$

Ecuación 26. Corriente de salida transformador TA en el secundario con carga.

Fuente: Los autores.

La ecuación 21,  $I_{2A}' = \frac{I_{2A}}{r_{ta}}$ , define la corriente de salida del transformador TA referida al primario, mas su término  $I_{2A}$  será la integral de la ecuación 26; éste nuevo término  $I_{2A}'$  se usará para determinar las demás corrientes existentes en el transformador T1A al trabajar bajo carga, estas son:

- Ecuación 19 ( $\frac{dIm1}{dt}$ , corriente magnetizante TA en el primario)
- Ecuación 17 ( $I1A$ , corriente de entrada TA en el primario).

$$\frac{dI2B}{dt} = \frac{V1b RC1 - V1a RC1 - RB RC1 I2B + RA RC1 I2A + LA \frac{dV2}{dt}}{RC1 (LA + LB)} \quad (34)$$

Ecuación 27. Corriente de salida transformador TB en el secundario con carga.

Fuente: Los autores.

La ecuación 23,  $I2B' = \frac{I2B}{rtb}$ , define la corriente de salida del transformador TB referida al primario, mas su término  $I2B$  será la integral de la ecuación 27; éste nuevo término  $I2B'$  se empleará para determinar las demás corrientes existentes en el transformador T1B al trabajar bajo carga, estas son:

- Ecuación 20 ( $\frac{dIm2}{dt}$ , corriente magnetizante TB en el primario)
- Ecuación 18 ( $I1B$ , corriente de entrada TB en el primario).

Los nuevos términos definidos por las ecuaciones 17 y 18 son los que se usarán en la ecuación 25 ( $IT1$ , Corriente de entrada paralelo de transformadores TA-TB en el primario). La corriente que se entrega a la carga será definida por la sumatoria de las integrales de las ecuaciones 26 y 27 tal como sigue:

$$IC1 = I2A + I2B$$

Ecuación 28. Corriente que recibe la carga en el secundario del paralelo de transformadores TA-TB.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dV2}{dt} = \frac{RC (V1a LB + V1b LA - RA LB I2A - RB LA I2B - V2 LA - V2 LB)}{LA LB} \quad (29)$$

Ecuación 29. Voltaje de salida del paralelo TA-TB con carga en el secundario.

Fuente: Los autores.

### 3.7. Paralelo a vacío transformadores TC-TD.

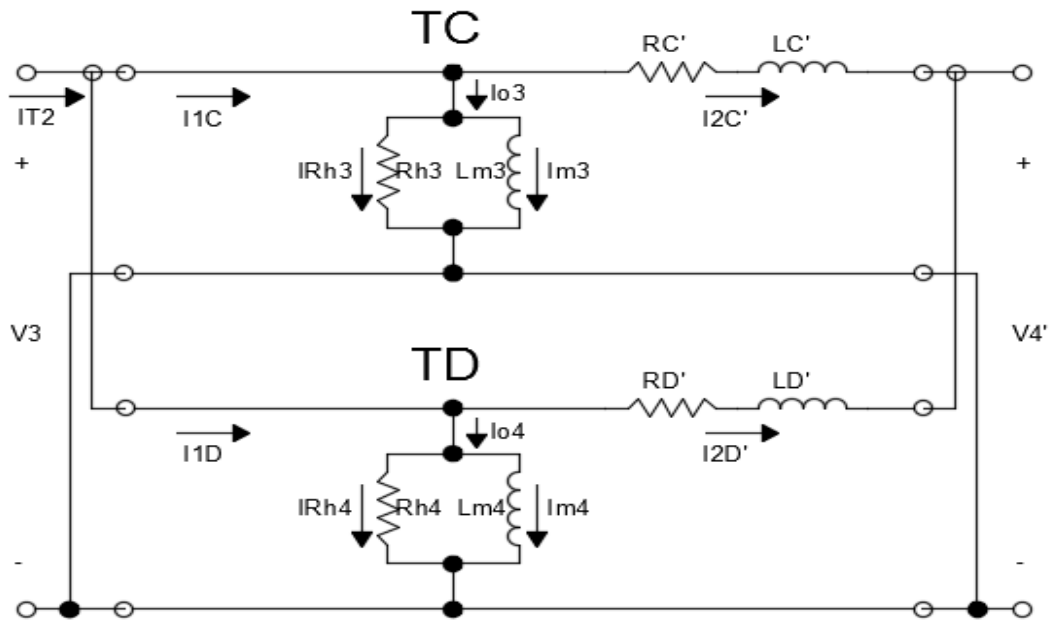


Ilustración 25. Paralelo de transformadores TC y TD trabajando a vacío.

Fuente: Los autores.

De esta forma las ecuaciones que definen el comportamiento a vacío de nuestro segundo bloque paralelo a vacío son:

$$V_4 = \frac{V_{3a} LD + V_{3b} LC - RC LD I_{2C} - RD LC I_{2D}}{LC + LD}$$

Ecuación 30. Voltaje de salida del paralelo TC-TD a vacío en el secundario.

Fuente: Los autores.

$$I_{1C} = I_{m3} + \frac{V_3}{R_{H3}} + I_{2C}'$$

Ecuación 31. Corriente de entrada TC en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I1D = Im4 + \frac{V3}{RH4} + I2D'$$

Ecuación 32. Corriente de entrada TD en el primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dIm3}{dt} = \frac{RH3}{\lambda n3 m3} (1 + m3^2 Im3^2) (I1C - Im3 - I2C')$$

Ecuación 33. Corriente magnetizante TC en el primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dIm4}{dt} = \frac{RH4}{\lambda n4 m4} (1 + m4^2 Im4^2) (I1D - Im4 - I2D')$$

Ecuación 34. Corriente magnetizante TD en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I2C' = \frac{I2C}{rtc}$$

Ecuación 35. Corriente de salida del transformador TC referida al primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dI2C'}{dt} = \frac{V3a - V3b - RC I2C + RD I2D}{(LC + LD) rtc}$$

Ecuación 36. Corriente recirculante transformador TC en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I2D' = \frac{I2D}{rtd}$$

Ecuación 37. Corriente de salida del transformador TD referida al primario.

Fuente: Los autores.



$$\frac{dI_{2D'}}{dt} = \frac{V_{3b} - V_{3a} + R_C I_{2C} - R_D I_{2D}}{(L_C + L_D) rtd}$$

Ecuación 38. Corriente recirculante transformador TD en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{T2} = I_{1C} + I_{1D}$$

Ecuación 39. Corriente de entrada paralelo de transformadores TC-TD en el primario.

Fuente: Los autores.

### 3.8. Paralelo con carga transformadores TC-TD.

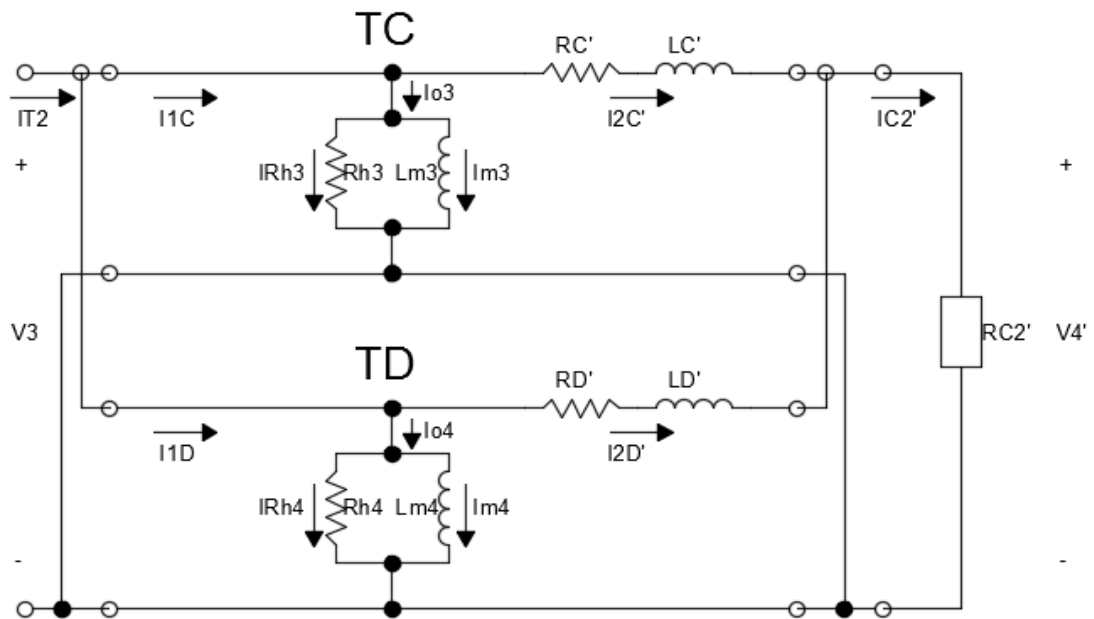


Ilustración 26. Paralelo de transformadores TC y TD trabajando con carga.

Fuente: Los autores.

Debemos partir definiendo las nuevas corrientes  $I_{2C'}$  e  $I_{2D'}$  las mismas que no serán iguales a las ecuaciones 36 y 38 debido que éstas definen las corrientes recirculantes cuando los acoplamientos de transformadores trabajan a vacío, éstas nuevas ecuaciones definirán las corrientes de salida de cada transformador al operar con carga.

$$\frac{dI2C}{dt} = \frac{V3a RC2 - V3b RC2 - RC RC2 I2C + RD RC2 I2D + LD \frac{dV4}{dt}}{RC2 (LC + LD)}$$

Ecuación 40. Corriente de salida transformador TC en el secundario con carga.

Fuente: Los autores.

La ecuación 35,  $I2C' = \frac{I2C}{rtc}$ , define la corriente de salida del transformador TC referida al primario, mas su término I2C será la integral de la ecuación 40; éste nuevo término I2C' se usará para determinar las demás corrientes existentes en el transformador TC al trabajar bajo carga, estas son:

- Ecuación 33 ( $\frac{dIm3}{dt}$ , corriente magnetizante TC en el primario)
- Ecuación 31 (I1C, corriente de entrada TC en el primario).

$$\frac{dI2D}{dt} = \frac{V3b RC2 - V3a RC2 - RD RC2 I2D + RC RC2 I2C + LC \frac{dV4}{dt}}{RC2 (LC + LD)}$$

Ecuación 41. Corriente de salida transformador TD en el secundario con carga.

Fuente: Los autores.

La ecuación 37,  $I2D' = \frac{I2D}{rtd}$ , define la corriente de salida del transformador TD referida al primario, mas su término I2D será la integral de la ecuación 41; éste nuevo término I2D' se usará para determinar las demás corrientes existentes en el transformador TD al trabajar bajo carga, estas son:

- Ecuación 34 ( $\frac{dIm4}{dt}$ , corriente magnetizante TD en el primario)
- Ecuación 32 (I1D, corriente de entrada TD en el primario).

Los nuevos términos definidos por las ecuaciones 31 y 32 son los que se emplearán en la ecuación 39 (IT2, Corriente de entrada paralelo de transformadores TC-TD en el primario). La corriente que entregamos a la carga será definida por la sumatoria de las integrales de las ecuaciones 40 y 41 tal como sigue:

$$I_{C2} = I_{2C} + I_{2D}$$

Ecuación 42. Corriente que recibe la carga en el secundario del paralelo de transformadores TA-TB.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dV_4}{dt} = \frac{RC_2 (V_{3a} LD + V_{3b} LC - RC LD I_{2C} - RD LC I_{2D} - V_4 LC - V_4 LD)}{LC LD}$$

Ecuación 43. Voltaje de salida del paralelo TC-TD con carga en el secundario.

Fuente: Los autores.

### 3.9. Paralelo a vacío transformadores TE-TF.

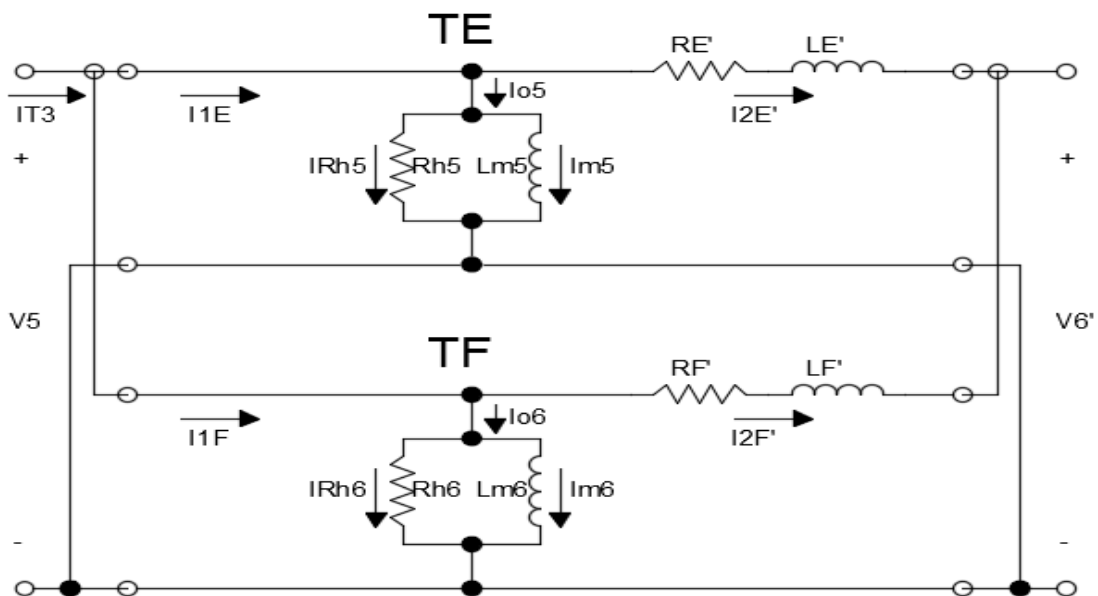


Ilustración 27. Paralelo de transformadores TE y TF trabajando a vacío.

Fuente: Los autores.

De esta forma las ecuaciones que definen el comportamiento a vacío de nuestro segundo bloque paralelo a vacío son:

$$V_6 = \frac{V_5 a_{LF} + V_5 b_{LE-RE} \frac{L_F}{L_E+L_F} I_{2E-RF} L_E I_{2F}}{L_E+L_F}$$

Ecuación 44. Voltaje de salida del paralelo TE-TF a vacío en el secundario.

Fuente: Los autores.

$$I_{1E} = I_{m5} + \frac{V_5}{R_{H5}} + I_{2E}'$$

Ecuación 45. Corriente de entrada TE en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{1F} = I_{m6} + \frac{V_6}{R_{H6}} + I_{2F}'$$

Ecuación 46. Corriente de entrada TF en el primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dI_{m5}}{dt} = \frac{R_{H5}}{\lambda n_5 m_5} (1 + m_5^2 I_{m5}^2) (I_{1E} - I_{m5} - I_{2E}')$$

Ecuación 47. Corriente magnetizante TE en el primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dI_{m6}}{dt} = \frac{R_{H6}}{\lambda n_6 m_6} (1 + m_6^2 I_{m6}^2) (I_{1F} - I_{m6} - I_{2F}')$$

Ecuación 48. Corriente magnetizante TF en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{2E}' = \frac{I_{2CE}}{r_{te}}$$

Ecuación 49. Corriente de salida del transformador TE referida al primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dI_{2E'}}{dt} = \frac{V_{5a} - V_{5b} - R_E I_{2E} + R_F I_{2F}}{(L_E + L_F) r_{te}}$$

Ecuación 50. Corriente recirculante transformador TE en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{2F'} = \frac{I_{2F}}{r_{tf}}$$

Ecuación 51. Corriente de salida del transformador TF referida al primario.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dI_{2F'}}{dt} = \frac{V_{5b} - V_{5a} + R_E I_{2E} - R_F I_{2F}}{(L_E + L_F) r_{tf}}$$

Ecuación 52. Corriente recirculante transformador TF en el primario.

Fuente: Los autores.

$$I_{T3} = I_{1E} + I_{1F}$$

Ecuación 53. Corriente de entrada paralelo de transformadores TE-TF en el primario.

Fuente: Los autores.

### 3.10. Paralelo con carga transformadores TE-TF.

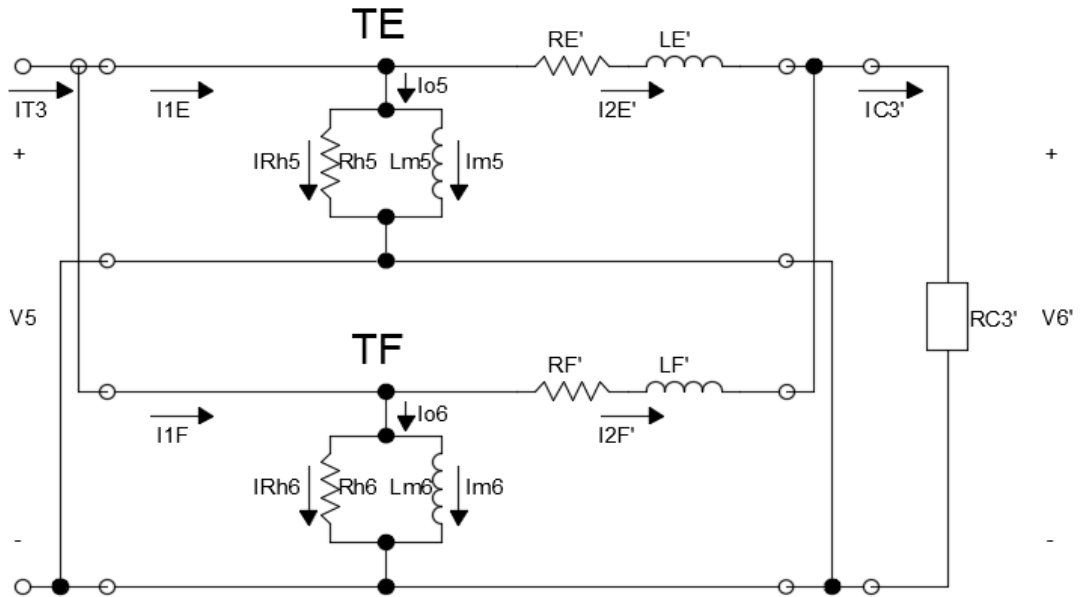


Ilustración 28. Paralelo de transformadores TE y TF trabajando con carga.

Fuente: Los autores.

Debemos partir definiendo las nuevas corrientes  $I_{2E}'$  e  $I_{2F}'$  las mismas que no serán iguales a las ecuaciones 50 y 52, debido a que éstas definen las corrientes recirculantes cuando los acoplamientos de transformadores trabajan a vacío, éstas nuevas ecuaciones definirán las corrientes de salida de cada transformador al operar con carga.

$$\frac{dI_{2E}}{dt} = \frac{V_{5a} RC_3 - V_{5b} RC_3 - R_E RC_3 I_{2E} + R_F RC_3 I_{2F} + L_F \frac{dV_6}{dt}}{RC_3 (L_E + L_F)}$$

Ecuación 54. Corriente de salida transformador TE en el secundario con carga.

Fuente: Los autores.

La ecuación 49,  $I_{2E}' = \frac{I_{2E}}{r_{te}}$ , define la corriente de salida del transformador TE referida al primario, mas su término  $I_{2E}$  será la integral de la ecuación 54; éste nuevo

término  $I2E'$  se usará para determinar las demás corrientes existentes en el transformador TE al trabajar bajo carga, estas son:

- Ecuación 47 ( $\frac{dIm5}{dt}$ , corriente magnetizante TE en el primario)
- Ecuación 45 ( $I1E$ , corriente de entrada TE en el primario).

$$\frac{dI2F}{dt} = \frac{V5b RC3 - V5a RC3 - RF RCF I2F + RE RC3 I2E + LE \frac{dV6}{dt}}{RC3 (LE + LF)}$$

Ecuación 55. Corriente de salida transformador TE en el secundario con carga.

Fuente: Los autores.

La ecuación 51,  $I2F' = \frac{I2F}{rtf}$ , define la corriente de salida del transformador TF referida al primario, mas su término  $I2F$  será la integral de la ecuación 55; éste nuevo término  $I2F'$  se usará para determinar las demás corrientes existentes en el transformador TF al trabajar bajo carga, estas son:

- Ecuación 48 ( $\frac{dIm6}{dt}$ , corriente magnetizante TF en el primario)
- Ecuación 46 ( $I1F$ , corriente de entrada TF en el primario).

Los nuevos términos definidos por las ecuaciones 45 y 46 son los que emplearemos en la ecuación 53 ( $IT3$ , Corriente de entrada paralelo de transformadores TC-TD en el primario). La corriente que entregamos a la carga será definida por la sumatoria de las integrales de las ecuaciones 54 y 55 tal como sigue:

$$IC3 = I2E + I2F$$

Ecuación 56. Corriente que recibe la carga en el secundario del paralelo de transformadores TA-TB.

Fuente: Los autores.

$$\frac{dV_6}{dt} = \frac{RC_3 (V_{5a} L_F + V_{5b} L_E - R_E L_F I_{2E} - R_F L_E I_{2F} - V_6 L_E - V_6 L_F)}{L_E L_F}$$

Ecuación 57. Voltaje de salida del paralelo TE-TF con carga en el secundario.

Fuente: Los autores.

### 3.11. Grupo de conexión dYN1.

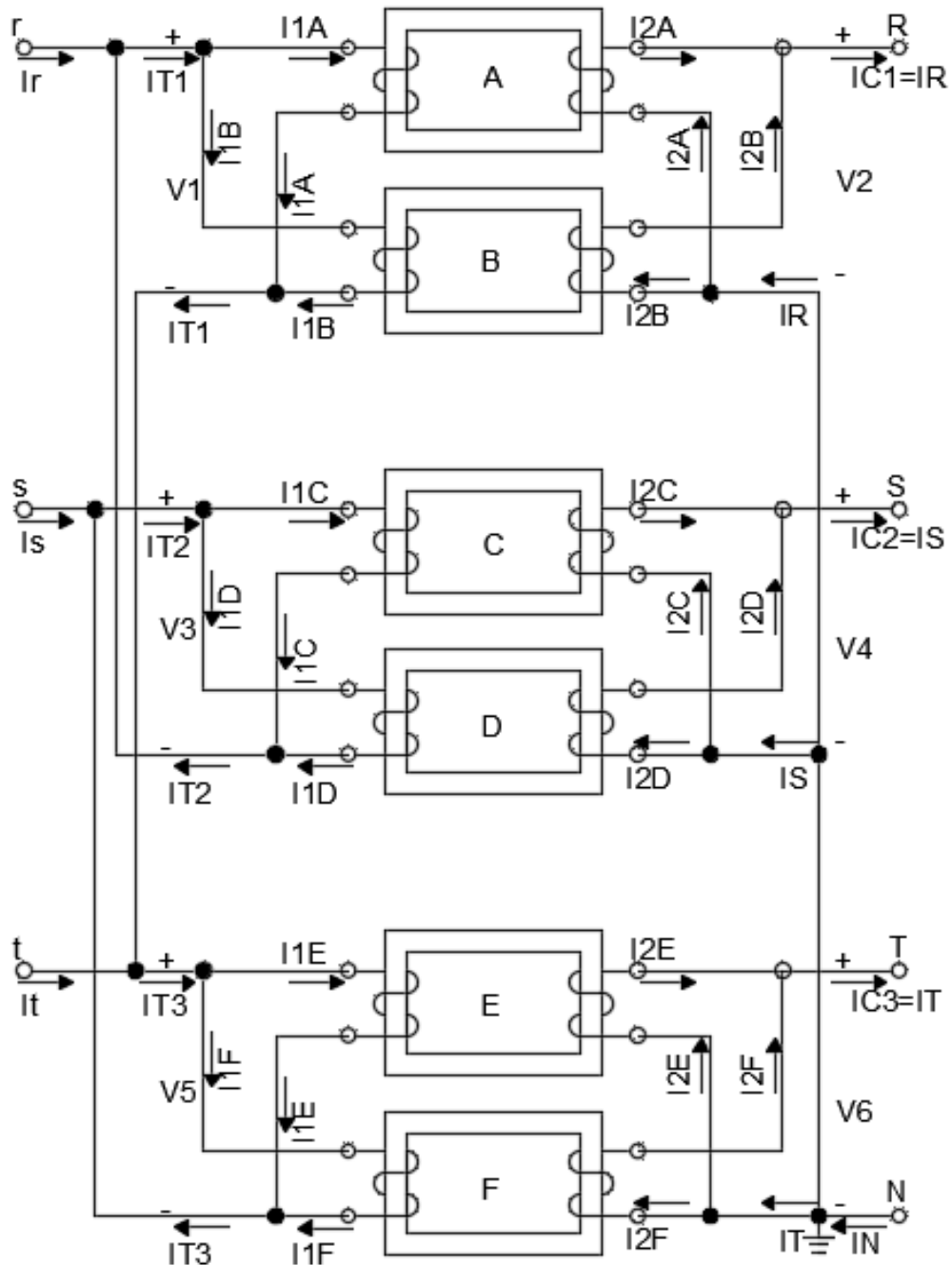


Ilustración 29. Conexión Delta Estrella, índice horario dYN1.

Fuente: Los autores.



La ilustración 29 muestra la conexión dYN1, llamada así porque nuestro primario (lado de la fuente) es de baja tensión conectado en delta y nuestro secundario es de alta tensión conectado en estrella aterrizado. Las ecuaciones internas de cada paralelo ya fueron definidas en los subcapítulos 3.5 al 3.10. Ahora definiremos las ecuaciones externas de cada bloque paralelo como voltajes y corrientes de línea del primario y los voltajes de línea y de fase del secundario del sistema en general.

$$V_{rs} = -V3$$

Ecuación 58. Voltaje de línea  $V_{rs}$ , sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$V_{st} = -V5$$

Ecuación 59. Voltaje de línea  $V_{st}$ , sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$V_{tr} = -V1$$

Ecuación 60. Voltaje de línea  $V_{tr}$ , sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$I_r = IT1 - IT2$$

Ecuación 61. Corriente de línea fase r, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$I_s = IT2 - IT3$$

Ecuación 62. Corriente de línea fase s, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$I_t = IT3 - IT1$$

Ecuación 63. Corriente de línea fase t, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$VRN = V2$$

Ecuación 64. Voltaje de fase VRN, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$VSN = V4$$

Ecuación 65. Voltaje de fase VSN, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$VTN = V6$$

Ecuación 66. Voltaje de fase VTN, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$VRS = V2 - V4$$

Ecuación 67. Voltaje de línea VRS, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$VST = V4 - V6$$

Ecuación 68. Voltaje de línea VST, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

$$V_{TR} = V_6 - V_2$$

Ecuación 69. Voltaje de fase VSN, sistema dYN1.

Fuente: Los autores.

### 3.12. Grupo de conexión dYN5.

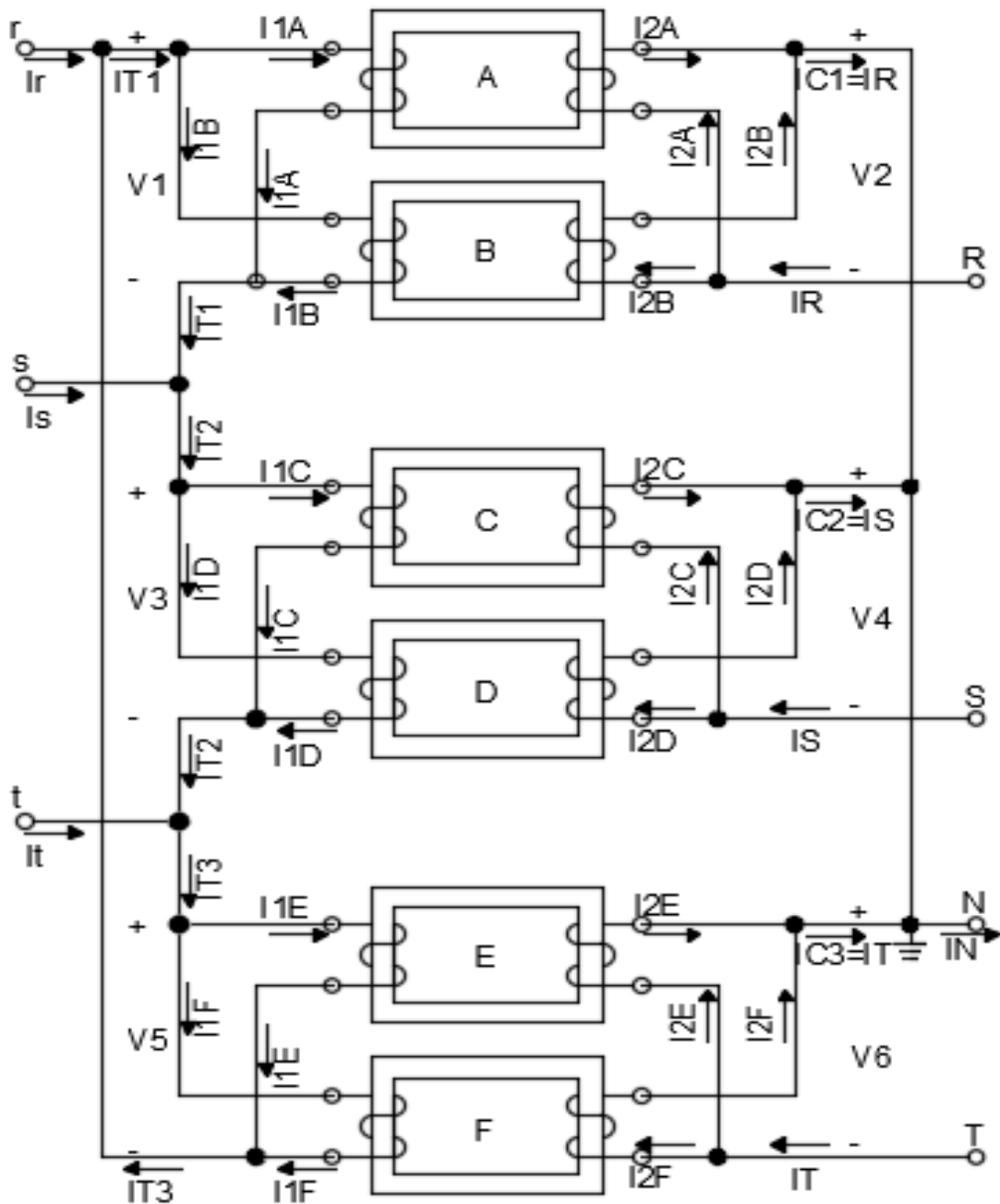


Ilustración 30. Conexión Delta Estrella, índice horario dYN5.

Fuente: Los autores.

La ilustración 30 muestra la conexión dYN5, llamada así porque nuestro primario (lado de la fuente) es de baja tensión conectado en delta y nuestro secundario es de alta tensión conectado en estrella aterrizado. Las ecuaciones internas de cada paralelo ya fueron definidas en los subcapítulos 3.5 al 3.10. Ahora definiremos las ecuaciones externas de cada bloque paralelo como voltajes y corrientes de línea del primario, y los voltajes de línea y de fase del secundario del sistema en general.

$$V_{rs} = V1$$

Ecuación 70. Voltaje de línea  $V_{rs}$ , sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$V_{st} = V3$$

Ecuación 71. Voltaje de línea  $V_{st}$ , sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$V_{tr} = V5$$

Ecuación 72. Voltaje de línea  $V_{tr}$ , sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$I_r = IT1 - IT3$$

Ecuación 73. Corriente de línea fase r, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$I_s = IT2 - IT1$$

Ecuación 74. Corriente de línea fase s, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$I_t = IT3 - IT2$$

Ecuación 75. Corriente de línea fase t, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$VRN = -V2$$

Ecuación 76. Voltaje de fase VRN, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$VSN = -V4$$

Ecuación 77. Voltaje de fase VSN, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$VTN = -V6$$

Ecuación 78. Voltaje de fase VTN, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$VRS = -V2 + V4$$

Ecuación 79. Voltaje de línea VRS, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$VST = -V4 + V6$$

Ecuación 80. Voltaje de línea VST, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

$$VTR = -V6 + V2$$

Ecuación 81. Voltaje de fase VSN, sistema dYN5.

Fuente: Los autores.

### 3.13. Grupo de conexión dYN7.

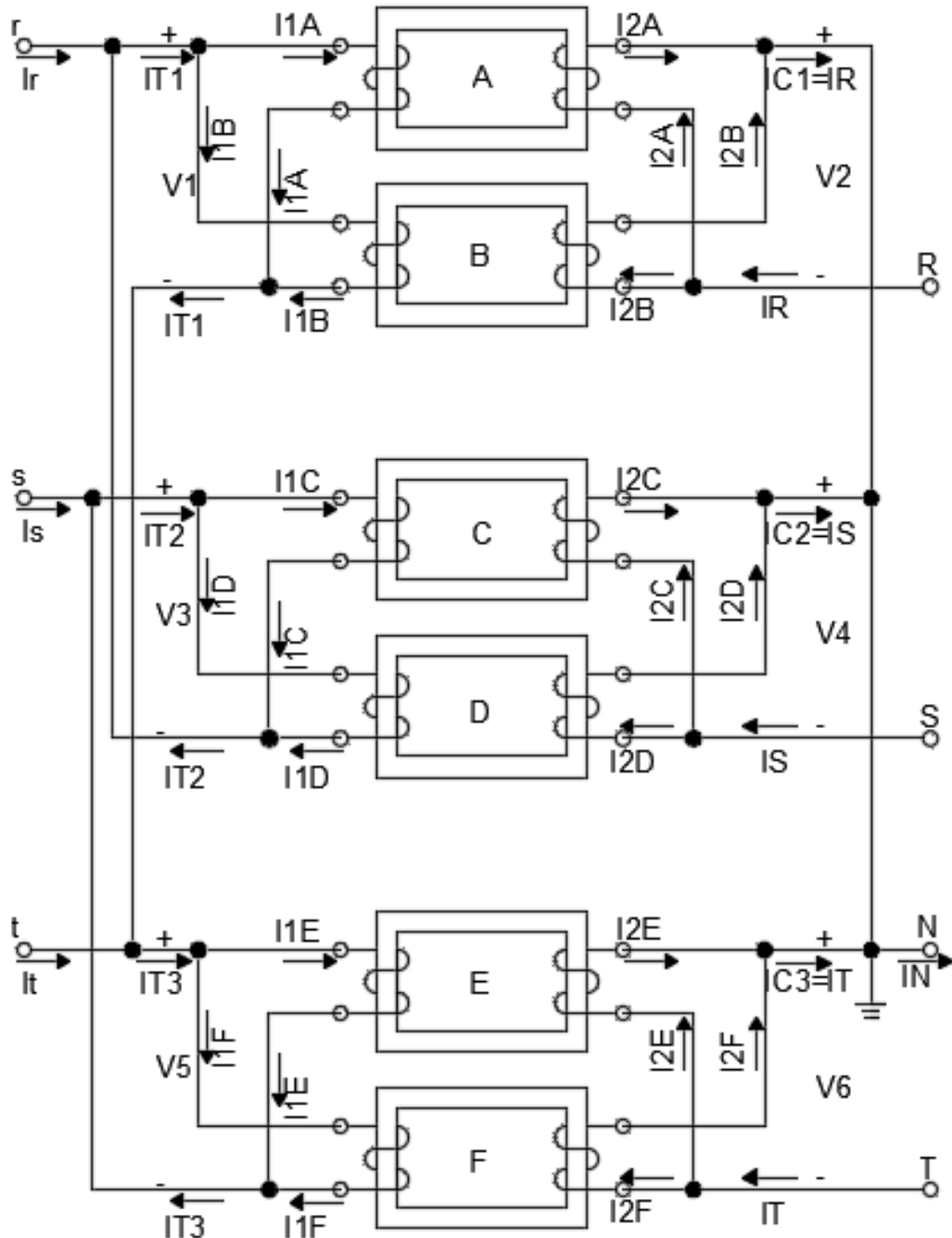


Ilustración 31. Conexión Delta Estrella, índice horario dYN7.

Fuente: Los autores.

La ilustración 31 muestra la conexión dYN7, llamada así porque nuestro primario (lado de la fuente) es de baja tensión conectado en delta y nuestro secundario es de alta tensión conectado en estrella aterrizado. Las ecuaciones internas de cada paralelo ya fueron definidas en los subcapítulos 3.5 al 3.10. Las ecuaciones que definen el primario del sistema son las mismas del grupo dYN1 que van desde la ecuación 58 hasta la ecuación 63. Ahora definiremos las ecuaciones externas de cada bloque paralelo como voltajes de línea y de fase del secundario del sistema en general.

$$VRN = -V2$$

Ecuación 82. Voltaje de fase VRN, sistema dYN7.

Fuente: Los autores.

$$VSN = -V4$$

Ecuación 83. Voltaje de fase VSN, sistema dYN7.

Fuente: Los autores.

$$VTN = -V6$$

Ecuación 84. Voltaje de fase VTN, sistema dYN7.

Fuente: Los autores.

$$VRS = -V2 + V4$$

Ecuación 85. Voltaje de línea VRS, sistema dYN7.

Fuente: Los autores.

$$VST = -V4 + V6$$

Ecuación 86. Voltaje de línea VST, sistema dYN7.

Fuente: Los autores.

$$V_{TR} = -V_6 + V_2$$

Ecuación 87. Voltaje de fase VSN, sistema dYN7.

Fuente: Los autores.

### 3.14. Grupo de conexión dYN11.

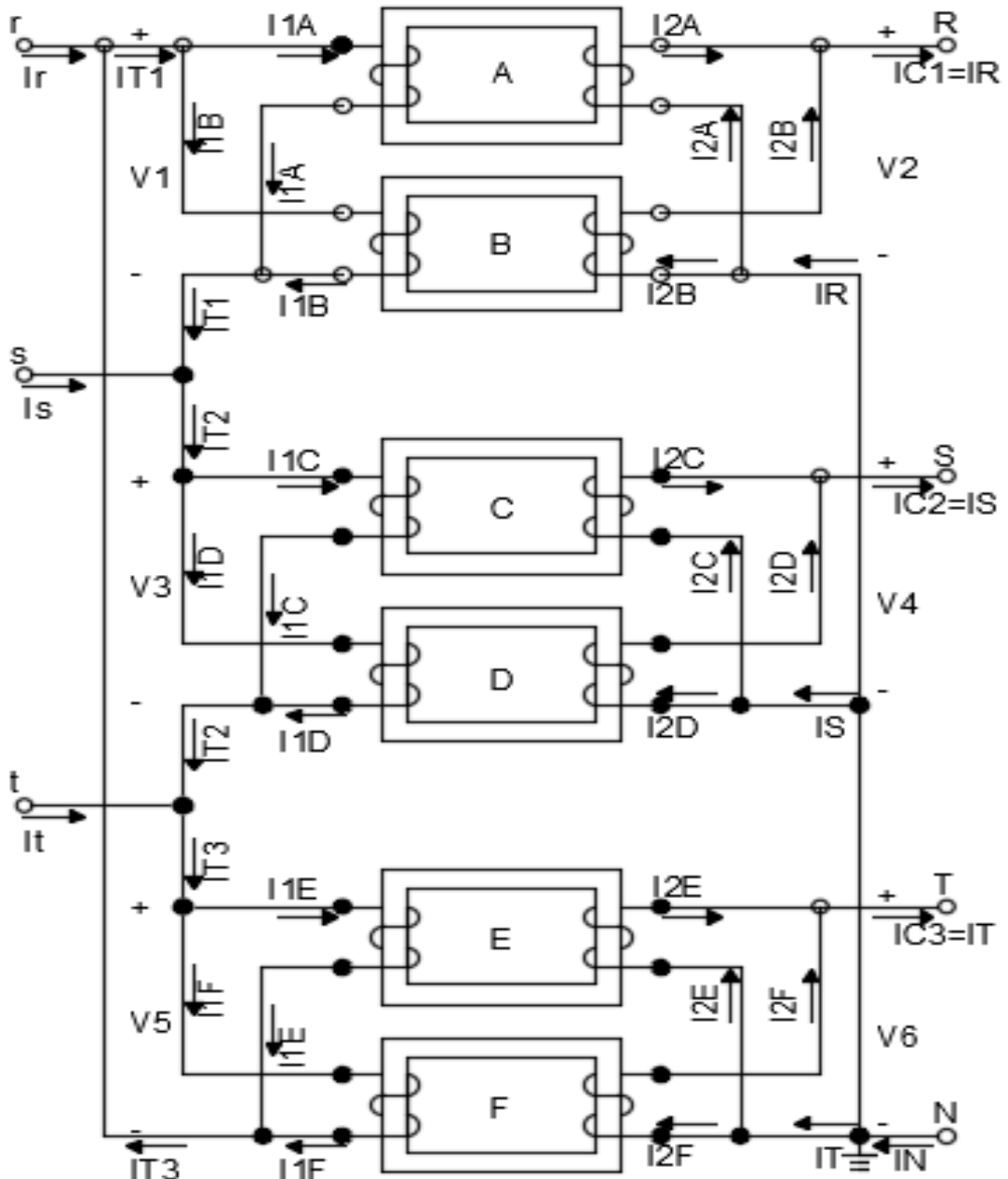


Ilustración 32. Conexión Delta Estrella, índice horario dYN11.

Fuente: Los autores.



La ilustración 32 muestra la conexión dYN11, llamada así porque nuestro primario (lado de la fuente) es de baja tensión conectado en delta y nuestro secundario es de alta tensión conectado en estrella aterrizado. Las ecuaciones internas de cada paralelo ya fueron definidas en los subcapítulos 3.5 al 3.10. Las ecuaciones que definen el primario del sistema son las mismas del grupo dYN5 que van desde la ecuación 70 hasta la ecuación 75. Ahora definiremos las ecuaciones externas de cada bloque paralelo como voltajes de línea y de fase del secundario del sistema en general.

$$VRN = V2$$

Ecuación 88. Voltaje de fase VRN, sistema dYN11.

Fuente: Los autores.

$$VSN = V4$$

Ecuación 89. Voltaje de fase VSN, sistema dYN11.

Fuente: Los autores.

$$VTN = V6$$

Ecuación 90. Voltaje de fase VTN, sistema dYN11.

Fuente: Los autores.

$$VRS = V2 - V4$$

Ecuación 91. Voltaje de línea VRS, sistema dYN11.

Fuente: Los autores.

$$VST = V4 - V6$$

Ecuación 92. Voltaje de línea VST, sistema dYN11.

Fuente: Los autores.

$$VTR = V6 - V2$$

Ecuación 93. Voltaje de fase VSN, sistema dYN11.

Fuente: Los autores.

## CAPÍTULO IV

### VALIDACIÓN DEL MODELADO MATEMÁTICO

#### 4.1. Prueba experimental.

Se realizaron las pruebas experimentales en el laboratorio de transformadores de la Universidad Politécnica Salesiana, empleando 2 módulos de prueba con seis transformadores monofásicos cada uno de 500VA 120V/240V. El equipo de medida que usamos para realizar todas las pruebas es el Fluke 435 SERIES II POWER QUALITY AND ENERGY ANALYZER.



Ilustración 33. Analizador de redes Fluke 435 Series II.

Fuente: Universidad Politécnica Salesiana.

La carga empleada es un banco trifásico resistivo variable 0-100 $\Omega$ , 2.5A máximo.



Ilustración 34. Carga trifásica resistiva variable.

Fuente: Universidad Politécnica Salesiana.

Se emplean 2 módulos de prueba para transformadores, cada transformador monofásico es de 500VA 120/240V.



Ilustración 35. Bancos de pruebas para transformadores.

Fuente: Universidad Politécnica Salesiana.

Luego de obtener los parámetros eléctricos de cada uno de los transformadores mediante pruebas de cortocircuito y circuito abierto se procede a realizar la conexión dYN11 a vacío y con carga, conectando al analizador en los diferentes puntos del sistema para obtener las señales de onda y magnitudes requeridas.

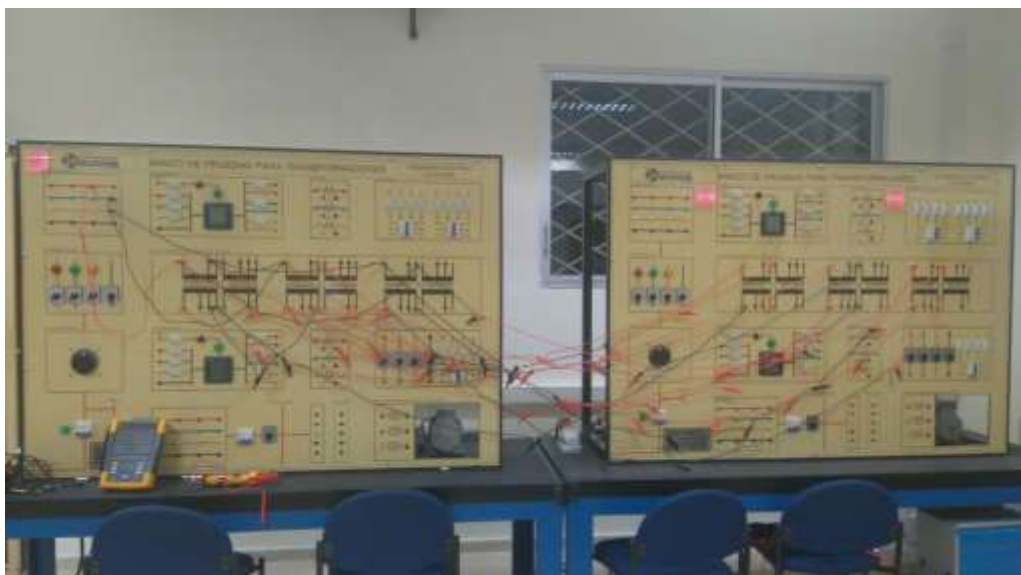


Ilustración 36. Acople de dos bancos trifásicos dYN11 a vacío, en bancos de pruebas de transformadores.

Fuente: Los autores.



Ilustración 37. Acople de dos bancos trifásicos dYN11 con carga, en bancos de pruebas de transformadores.

Fuente: Los autores.

Una vez obtenido los datos que necesitamos para nuestro modelado, procedemos a ingresarlos en nuestro software para así generar las curvas teóricas y compararlas con los resultados experimentales obtenidos previamente.

#### **4.2. Simulación.**

Los sistemas de ecuaciones del modelo matemático de este proyecto se han realizado haciendo uso de la herramienta MATLAB®. Este software de ayuda al cálculo está formado por un lenguaje de programación propio. Entre sus aplicaciones se hallan: el cálculo matemático de matrices, manipulación y figuración de datos y funciones, el desarrollo de algoritmos, la realización de interfaces de usuario (GUI's), un entorno de programación visual (Simulink) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware, a continuación, se describe un resumen del desarrollo del software.

## 4.2.1. Simulink

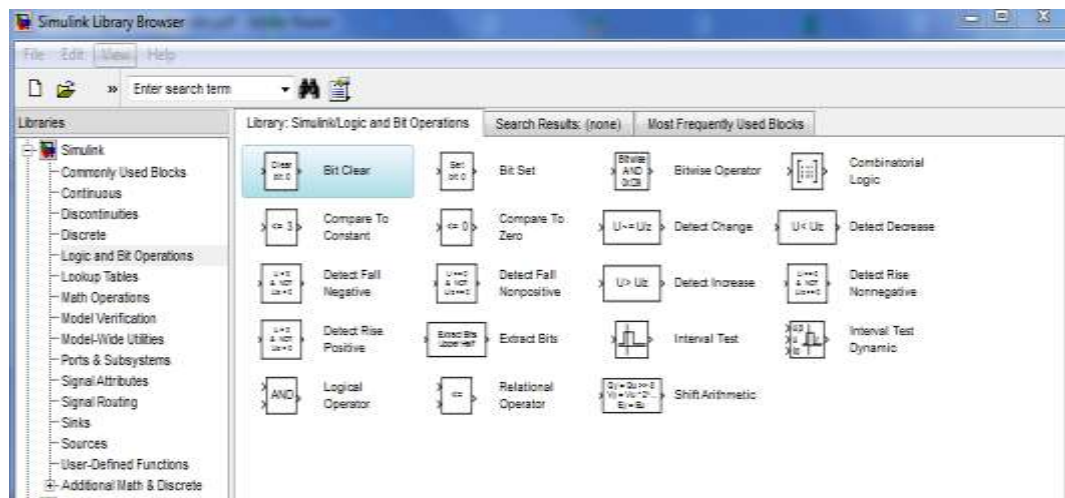


Ilustración 38. Librería Simulink.

Fuente: Los autores.

Simulink es un entorno de programación visual, que funciona sobre el entorno de programación Matlab. Es una herramienta de simulación de modelos o sistemas, con cierto grado de abstracción de los fenómenos físicos involucrados en los mismos. Se hace hincapié en el análisis de sucesos, a través de la realización de sistemas. Se puede crear, modelar y hacer el mantenimiento de un diagrama de bloques del sistema detallado, utilizando un amplio conjunto de bloques predefinidos.

Simulink cuenta con herramientas para el modelaje jerárquico, la gestión de datos y la personalización de subsistemas, por lo que resulta fácil crear representaciones concisas y precisas independientemente de la complejidad del sistema con el que se trabaja.

El software de Simulink incluye una amplia biblioteca de funciones que se usan habitualmente en el modelaje de un sistema. Estas incluyen:

- Bloques dinámicos continuos y discretos, como el de integración y el de retardo de la unidad.
- Bloques de algoritmos, como el de suma, el de producto y el de tabla de búsqueda.
- Bloques estructurales, como MUX, interruptor y selector de bus.

- Pueden personalizarse los bloques integrados o crear nuevos bloques directamente en Simulink e introducirlos en las bibliotecas propias.
- Definición y control de señales y parámetros.

Simulink permite definir y controlar los atributos de las señales y parámetros asociados con el modelo. Las señales son cantidades que varían según el tiempo, representadas por los bloques de conexión de líneas. Los parámetros son coeficientes que ayudan a definir la dinámica y el comportamiento del sistema. Después de crear el modelo con Simulink, puede simularse su comportamiento dinámico y comprobar los resultados en tiempo real. El software de Simulink ofrece varias funciones y herramientas para garantizar la velocidad y la precisión de la simulación, como solucionadores de paso fijo y de paso variable, un depurador gráfico. Puede visualizarse el sistema observando las señales con las pantallas y vistas que ofrece el software de Simulink. También pueden diseñarse pantallas personalizadas con las herramientas de visualización y desarrollo de GUI de Matlab.

#### 4.2.2. GUI

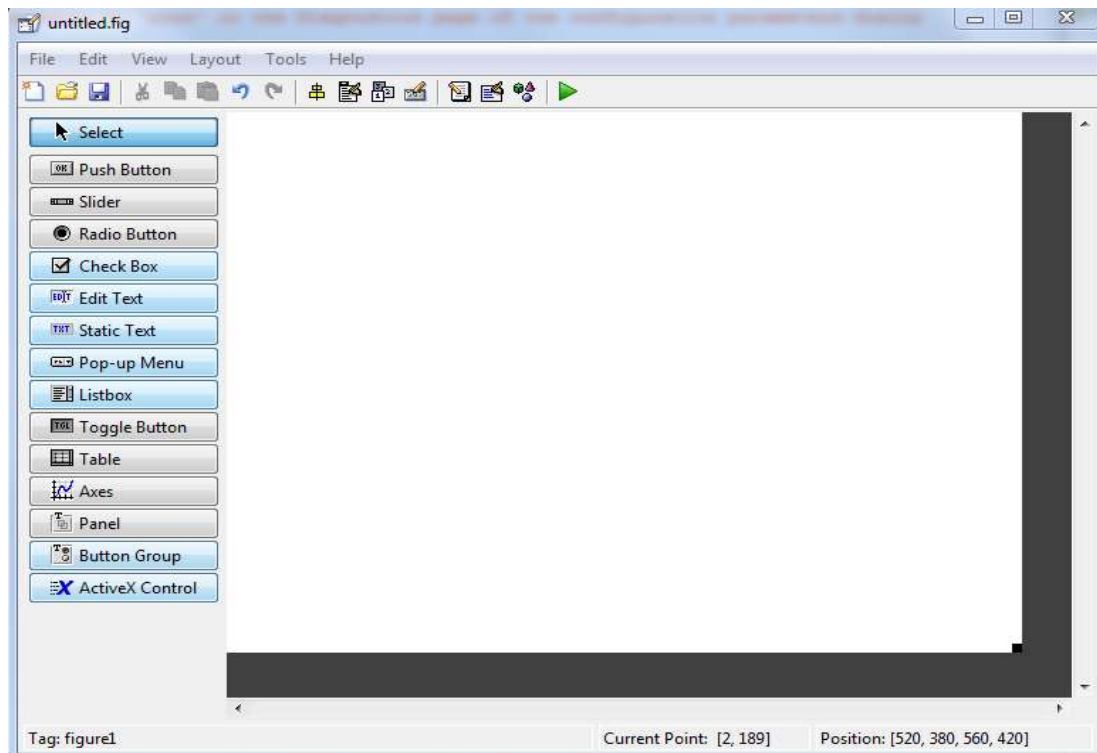


Ilustración 39. GUI (Graphical User Interface).

Fuente: Los autores.

GUI (Graphical User Interface), es un entorno de trabajo para la programación visual que proporciona Matlab para elaborar y ejecutar programas que necesiten ingreso continuo de datos. Es una herramienta de trabajo que se extiende en el soporte de Matlab, planificada para crear interfaces gráficas para el fácil y rápido uso del operador, dando respaldo al diseño y presentación de los elementos de control de la interfaz, disminuyendo el esfuerzo al nivel de seleccionar, y personalizar propiedades. Una vez que los elementos están colocados de una manera visual aceptada en el GUI del archivo (\*.fig), se editan las funciones de llamada (Call back) de cada uno de los elementos en el archivo GUI (\*.m). Escribiendo el código de Matlab en él, se ejecuta cuando el elemento sea utilizado.

En el diseño de una GUI es muy importante el editor de propiedades (property editor). Sus componentes se encuentran disponibles en cualquier momento que se esté trabajando con los controles de Matlab. El editor de propiedades se puede concebir como una herramienta de trazado y asistente de codificación (revisión de nombres y valores de propiedades). Cuando se fusionan el panel de control, el editor de menú y la herramienta de alineación, da como resultado el control de los gráficos en Matlab.

El concepto básico de la operación del software con una GUI es cuando se relaciona con un elemento de control. El programa registra el valor de esa acción elegida y realiza los comandos prescritos en el código. Los menús de interfaz con el usuario, los botones, los menús desplegados, los controladores deslizantes y el texto editable, son elementos que controlan las operaciones del software. Al realizarse la ejecución de las instrucciones, el control vuelve al GUI para que puedan realizarse la siguiente acción requerida por el usuario. Este ciclo se repite hasta que se cierra la GUI.

Todos los valores de las propiedades de los elementos (color, valor, posición, string...) y los valores de las variables transitorias del programa se almacenan en una estructura, los cuales son accedidos mediante un único y mismo identificador para todos.



### 4.2.3. Realización de las interfaces.

El programa que realiza la simulación del modelo matemático, cuenta con una serie de interfaces las cuales ejecutaran los diferentes sistemas de bloques en Simulink según los parámetros de ingreso y el tipo de análisis que se requiera realizar.

#### 4.2.3.1. Presentación.

Nuestra primera interfaz que aparecerá al momento de ejecutar el programa será la de presentación, la cual contendrá los datos informativos, además poseerá tres “Push Button” en los dos primeros se escogerá el tipo de análisis a realizar y el último para salir de la interfaz.



Ilustración 40. Interfaz gráfica de presentación.

Fuente: Los autores

#### 4.2.3.2. Parámetros.

Al presionar el botón del primer análisis, aparecerá una nueva interfaz donde se puede escoger el tipo de conexión que se analizará (Dyn1-Dyn5-Dyn7-Dyn11) y el tipo de análisis, puede ser a vacío o con carga, todas éstas selecciones se harán usando “Radio Button” los cuales estarán sobre “Button Group” para que solo pueda ser escogido uno a la vez , la interfaz contará con varios “Edit Text “para el ingreso del voltaje del sistema así como de los parámetros de los distintos transformadores que conforman nuestras conexiones. Entre los valores a ingresar serán la potencia nominal, voltaje del primario y secundario, así como los valores obtenidos de las pruebas de circuito abierto y cortocircuito, además del valor de landa y m de la curva de saturación de cada transformador.

Variable a Ingresar	Banco 1				Banco 2	
	TA	TC	TE	TB	TD	TF
Potencia(va):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
V1 nominal(v):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
V2 nominal(v):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Pca(w):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Vca(v):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Ica(amp):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Pcc(w):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Vcc(v):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Icc(amp):	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
Landa:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
m:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Ilustración 41. Interfaz de ingreso de parámetros.

Fuente: Los autores.

Luego de haber ingresado todos los parámetros tenemos un “PushButton” con el nombre de simular donde al ser presionado realizará dos acciones importantes:

- 1- Guardará todos los datos ingresados los que serán grabados en variables globales para poder ser utilizadas en otras interfaces, estas variables se las declaran de la siguiente manera:

```
global vrs  
vrs=(get(handles.vrs,'String'));
```

En la primera línea se declara el nombre que tendrá nuestra variable global; y en la segunda que dato guardara esa variable, para ella usamos el comando “get” que es para la obtención del mismo, el identificador “handles” y la propiedad a capturar que en nuestro caso es el valor escrito y su propiedad será “String”.

- 2- Según las opciones escogidas de tipo de conexión y análisis abrirá la nueva interfaz que contenga este proceso. Para ello se hará uso de la sentencia “if” además de usar una condición “==” donde se comparará la variable escogida con un valor establecido en una variable y abrirá la nueva pantalla y cerrará la anterior con el comando “close”.

```
if tipo==0 && conexión==0  
    Dyn1vacio  
    close Parámetros  
end
```

#### 4.2.4. Análisis a vacío.

En el caso de haber escogido el análisis en vacío, al abrir la interfaz cargará inmediatamente los valores de los parámetros ingresados anteriormente en nuestro modelo de Simulink, el cual tendrá los bloques y conexiones del sistema a analizar. Para el registro de los datos dentro del Simulink lo primero que debemos hacer es cargar el programa con el siguiente comando:

```
load_system('nombre');
```

Los parámetros se ingresarán primero declarando la variable global que anteriormente guardó el dato y luego escogiendo el bloque de Simulink y la variable donde se tendrá que almacenar ese dato.

```
global vrs
```

```
set_param('nombre/Vrs','Amplitude',vrs);
```

Entonces se cargan internamente a Simulink los distintos datos ingresados, se almacenarán en los 6 bloques de “Matlab Function” que representan cada transformador y que se encuentran embebidos en Simulink y donde se hallan internamente operaciones para a partir de esos valores obtener datos, como la relación de transformación, corrientes nominales, resistencia e inductancias de las distintas pruebas que serán utilizadas en las ecuaciones que describen nuestro sistema.

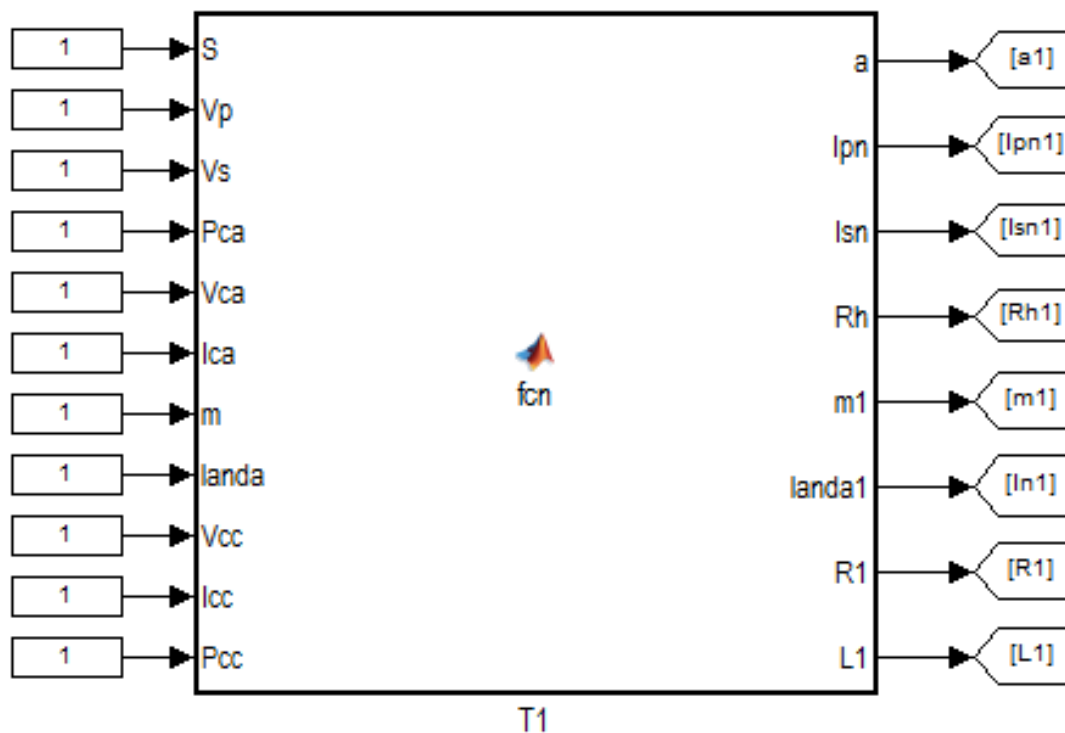


Ilustración 42. Bloque de función Matlab.

Fuente: Los autores.

Los parámetros resultantes de cada función serán enviados por medios de bloques “Goto” y recibidos en los que contienen las ecuaciones por medio de bloques “From”, tal como se ve a continuación:

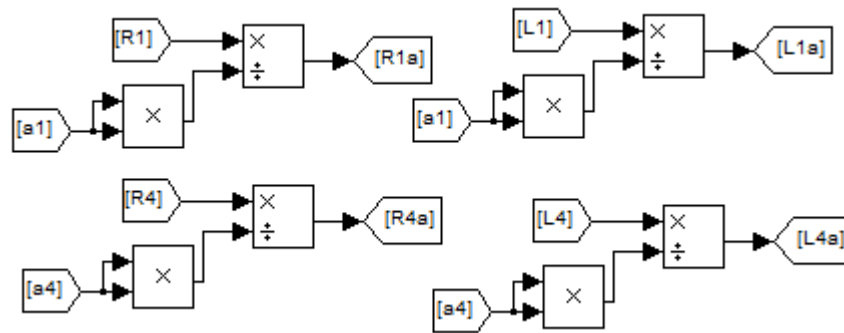


Ilustración 43. Bloques en Simulink.

Fuente: Los autores.

Para que nuestro programa en Simulink se ejecute es necesario que escribamos la siguiente sentencia en el archivo .m de nuestra guide.

```
set_param(gcs,'SimulationCommand','Start');
```

La que hará que nuestro programa compile, se ejecute y guarde el resultado en los distintos vectores para que puedan ser graficados en nuestra interfaz, que estará formada por dos “Pop-up Menu”, se desplegarán las opciones a graficar en los “axis”, en el primer menú se mostrarán los voltajes que se desean visualizar y en el segundo menú se mostraran las corrientes.

Para la codificación de este menú se usará la sentencia “switch” que nos permitirá realizar acciones en las distintas opciones del menú. A continuación, mostramos como codificamos uno de los casos

```
seleccion =get (handles. seleccionador, 'Value');
switch seleccion
case 1
```

```
it1=evalin('base','it1');  
plot(it1.time, it1.signals.values);
```

En la primera línea se hace la captura del valor que toma cada selección en el menú con ayuda de la sentencia “get” y del parámetro “Value”, la segunda línea tiene la sentencia de selección “switch”, en la tercera línea es el caso en el cual se realizará una acción y las dos últimas líneas indican la acción de graficar a partir de los datos obtenidos desde Simulink.

Esta interfaz además contará con dos “axis” adicionales que mostrarán los vectores y desfases que tendrán los voltajes de entrada como los de salida con los que se podrá visualizar que se cumple la conexión el desfase de cada Dyn, para poder graficar vectores usamos el comando “compass”.

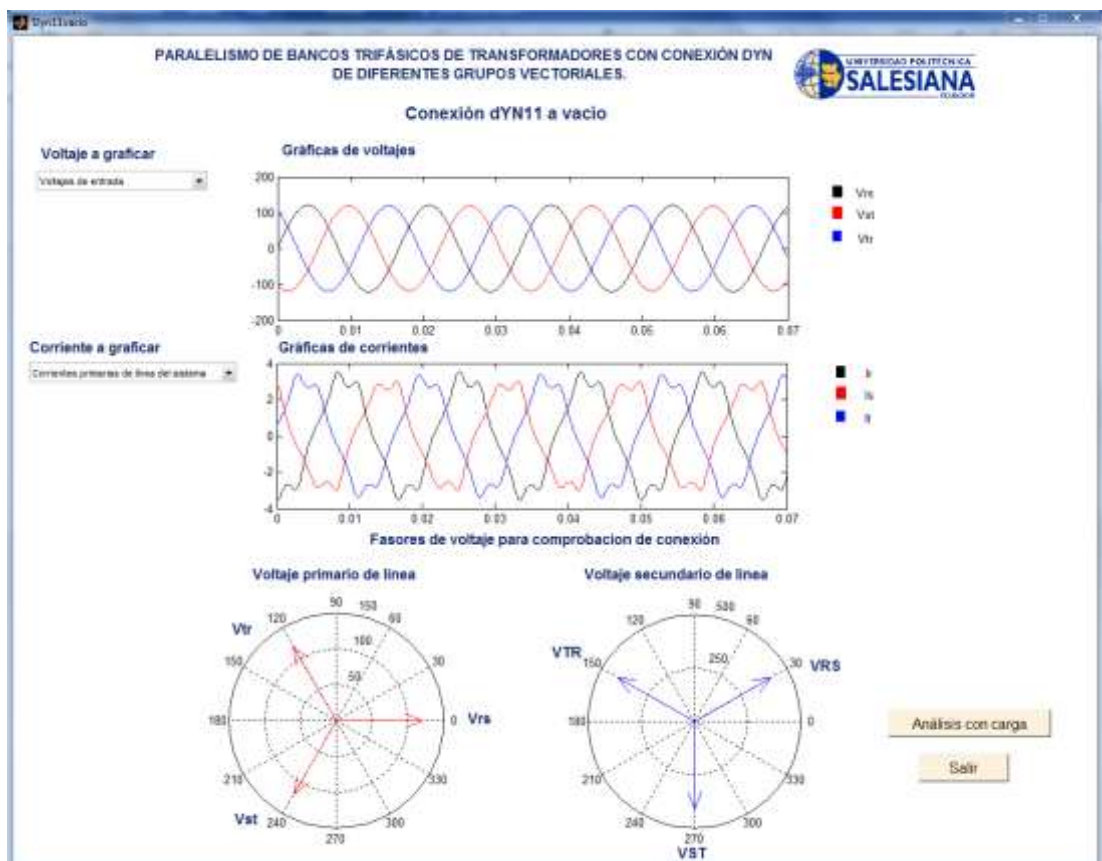


Ilustración 44. Interfaz de respuesta de sistema a vacío.

Fuente: Los autores

Luego de visualizar las gráficas en vacío de señales senoidales y fasoriales, podemos realizar el análisis con carga, para ello aplastamos el “PushButton” que se encuentra en la parte inferior derecha y nos aparecerá tres nuevos “Edit Text” para agregar los datos de la carga.

R1=  Ohmios  
R2=  Ohmios  
R3=  Ohmios

Ir al análisis

Análisis con carga

Salir

Ilustración 45. Interfaz de ingreso de datos de carga.

Fuente: Los autores.

Se ingresan los datos y luego presionamos “Ir al análisis” con lo cual se nos abrirá la nueva interfaz.

#### 4.2.5. Análisis con carga.

En esta interfaz realizaremos el análisis con carga, así mismo se cargarán las variables globales en el nuevo modelo de Simulink que contenga el análisis con carga y se procederá internamente a ejecutarlo. Se guardarán los resultados en los diferentes vectores para posteriormente realizar las múltiples gráficas. Así mismo se contará con dos menús para seleccionar las gráficas a visualizar por medio de 2 “axis” y se mostrarán los fasores del voltaje de entrada y salida.

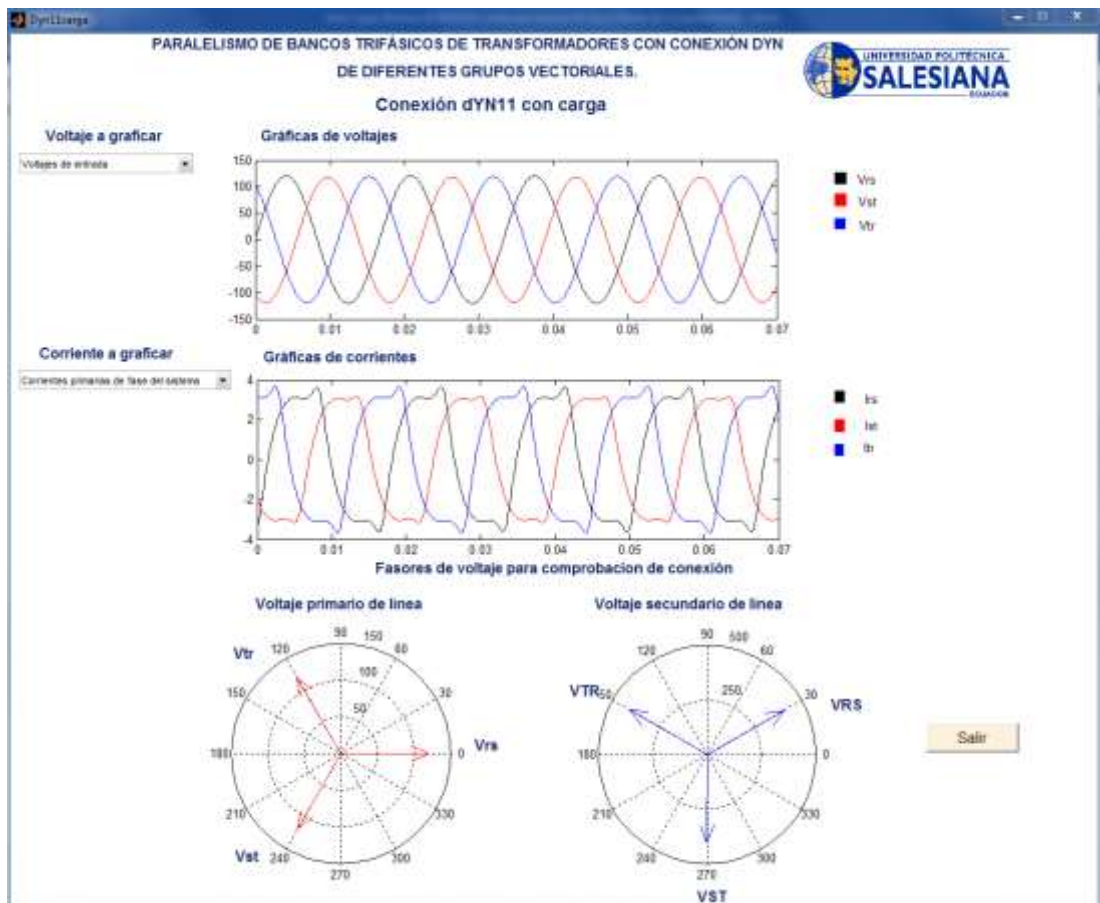


Ilustración 46. Interfaz de respuesta de sistema con carga.

Fuente: Los autores.

Luego de revisar las gráficas requeridas, presionamos el botón salir el cual nos pedirá una confirmación de salida y al presionar “sí”, se saldrá de la interfaz por completo y se borrarán los datos anteriormente ingresados.

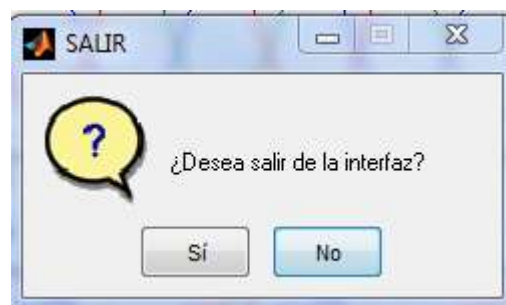


Ilustración 47. Cuadro diálogo de salida de interfaz.

Fuente: Los autores.



Para realizar el análisis con los distintos sistemas de conexiones, se debe volver a ejecutar la interfaz e ingresar los parámetros; cada conexión y análisis a vacío y carga, cuenta con un modelo en Simulink distinto.

### 4.3. Comparación de resultados.

A continuación, se realizan las comparaciones de las formas de onda y magnitudes de las pruebas experimentales y simuladas en software correspondientes al sistema dYN11.

#### 4.3.1. Resultados a vacío.

La primera prueba se realizará conectando los transformadores a vacío para poder ver su comportamiento y realizar el respectivo análisis. Se hacen las mediciones de los que consideramos los parámetros más importantes, como son los voltajes de entrada y salida, las corrientes del primario de cada transformador, y las corrientes primarias de fase y línea de todo el sistema.

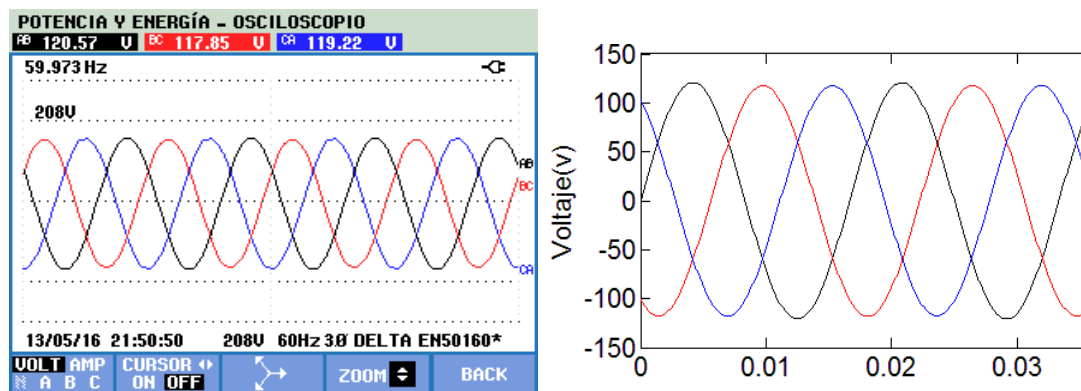


Ilustración 48. Voltaje primario trifásico, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

Se puede notar la forma de onda y las amplitudes de nuestro sistema de voltaje trifásico de entrada, en el cual nos daremos cuenta que las amplitudes no son las mismas, esto se debe a la naturaleza de la fuente utilizada.

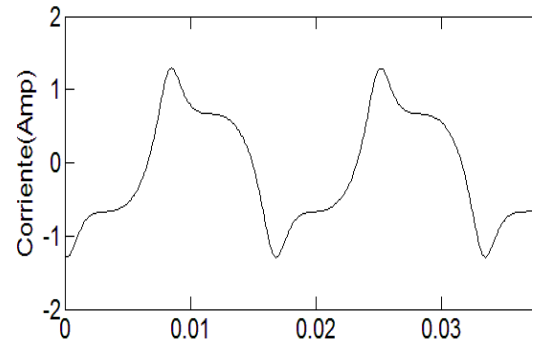
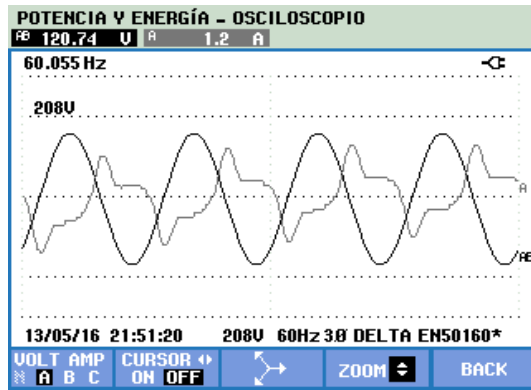


Ilustración 49. Corriente primaria transformador 1, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

En ésta gráfica de corriente se puede apreciar que la forma de onda no tiene similitud con la que generalmente es la onda de vacío de un transformador, esto se debe a que la relación de transformación de este transformador es distinta al otro con el cual está conectado en paralelo, lo que provoca que exista la circulación de una corriente de recirculación la cual se suma a la corriente de vacío original de dicho transformador.

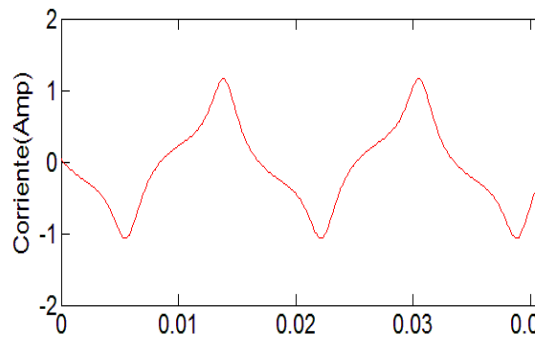
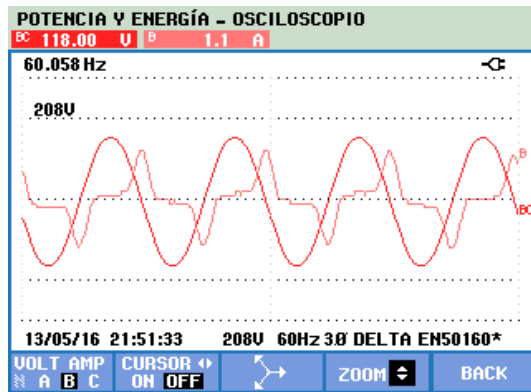


Ilustración 50. Corriente primaria transformador 2, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

Aquí apreciamos la gráfica del transformador 2, que está en paralelo con el transformador 5 y está recibiendo el voltaje  $V_{st}$  por lo que se ve un desfase diferente al del transformador uno, además podemos notar que no existe una corriente de recirculación en el mismo, por lo tanto, podemos deducir que ambas relaciones son iguales.

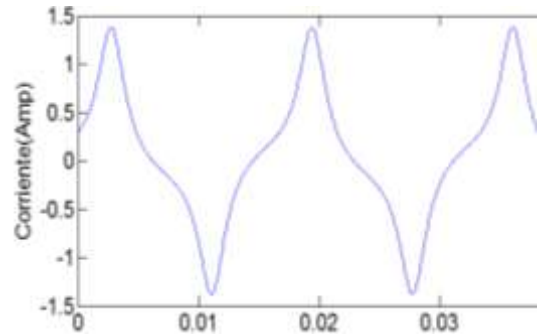
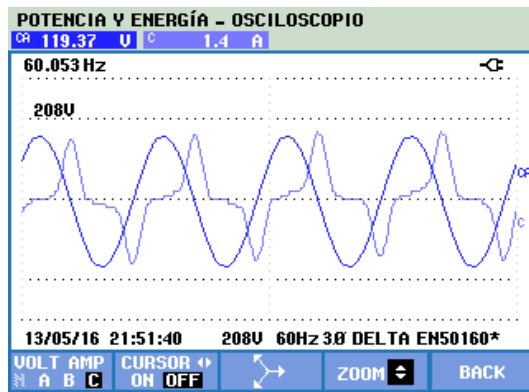


Ilustración 51. Corriente primaria transformador 3, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

En la gráfica del transformador 3 podemos notar un desfase diferente al de los transformadores anteriores, esto se debe a que recibe un voltaje que está desfasado 120 grados respecto al primero y 240 respecto al segundo, además se carece la presencia de una corriente de recirculación que sea notoria en la forma de onda de corriente.

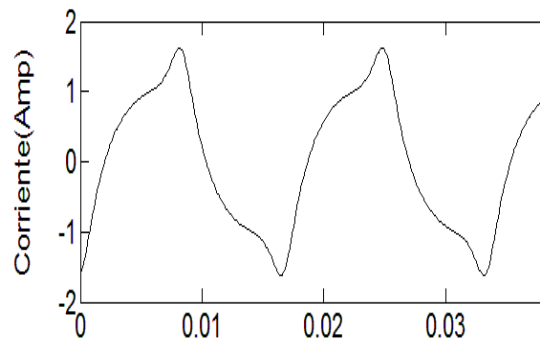
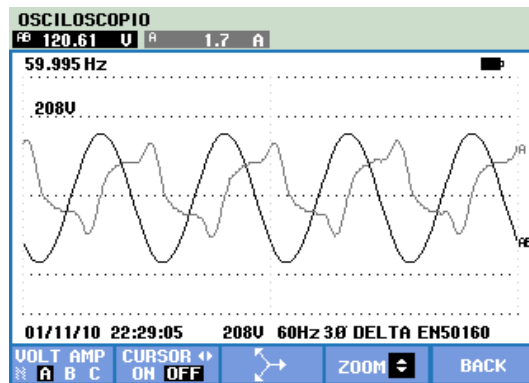


Ilustración 52. Corriente primaria transformador 4, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

En la forma de onda del transformador 4, notamos que existe la presencia de una corriente de recirculación tal como en el transformador 1, pero podemos notar que se da en sentido opuesto, esto se debe a que siempre un transformador entrega y otro recibe esta corriente.

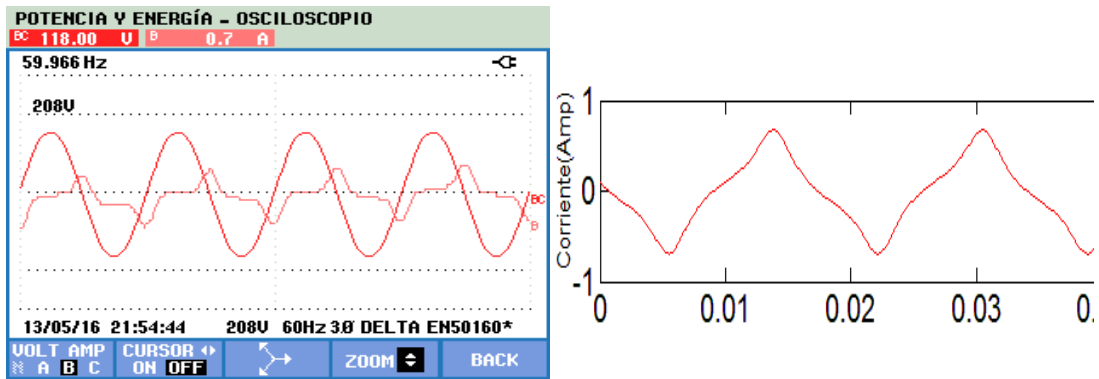


Ilustración 53. Corriente primaria transformador 5, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.5

En esta ilustración del transformador 5 vemos que es el que posee menor corriente de vacío respecto a los demás, es decir sus pérdidas son pocas comparadas con los otros. Al igual que el transformador 2 recibe el voltaje  $V_{st}$  y no posee una corriente de recirculación.

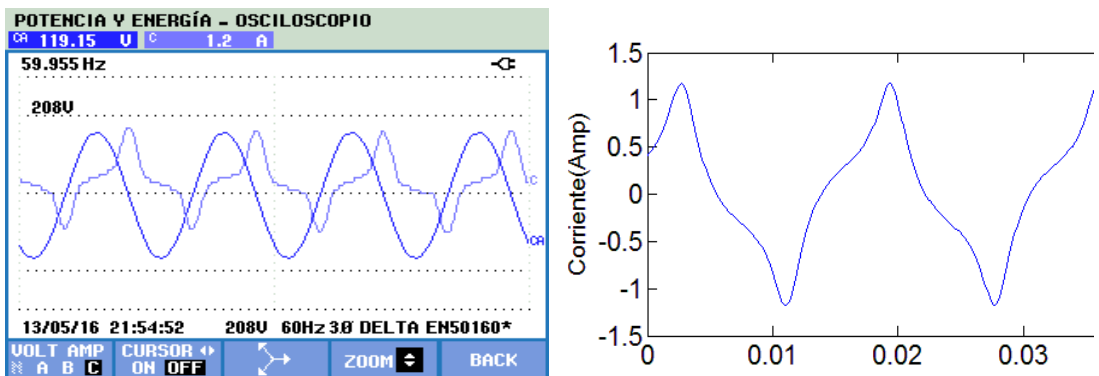


Ilustración 54. Corriente primaria transformador 6, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

En la gráfica del transformador 6 se puede visualizar que no existe una corriente de recirculación notoria, además recibe el voltaje  $V_{tr}$  similar que el transformador 3 y por eso se puede notar un desfase similar a éste, pero diferente a los demás, pero posee una corriente de vacío menor al otro transformador con el cual está en paralelo.

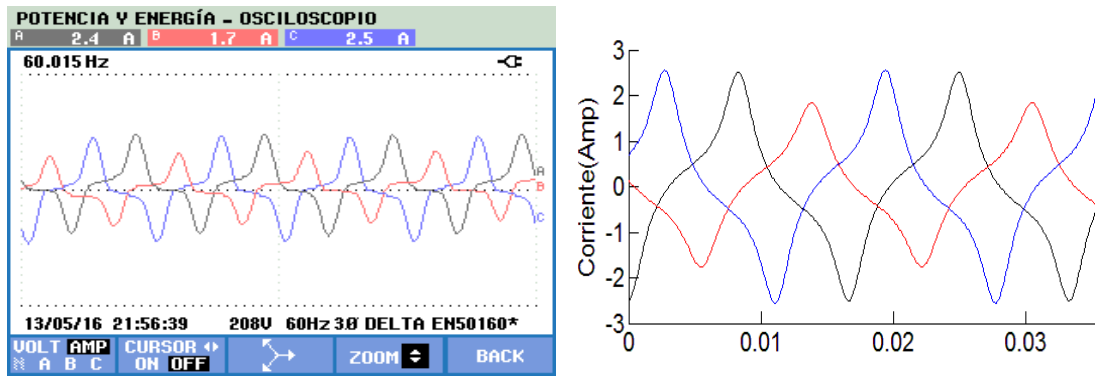


Ilustración 55. Corrientes primarias de fase, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

Estas gráficas representan las corrientes de fase de nuestra conexión delta, como podemos visualizar en ellas varían la amplitud de una fase respecto a otra, esto se debe a que las corrientes de los ramales de excitación de los transformadores no son las mismas. Por otro lado, podemos notar que la forma de onda en fase A no se ve afectada por la distinta relación de transformación del transformador 1 y 4; como se explicó anteriormente ambas corrientes de recirculación tienen sentido contrario por lo que al momento de sumarse se anulan.

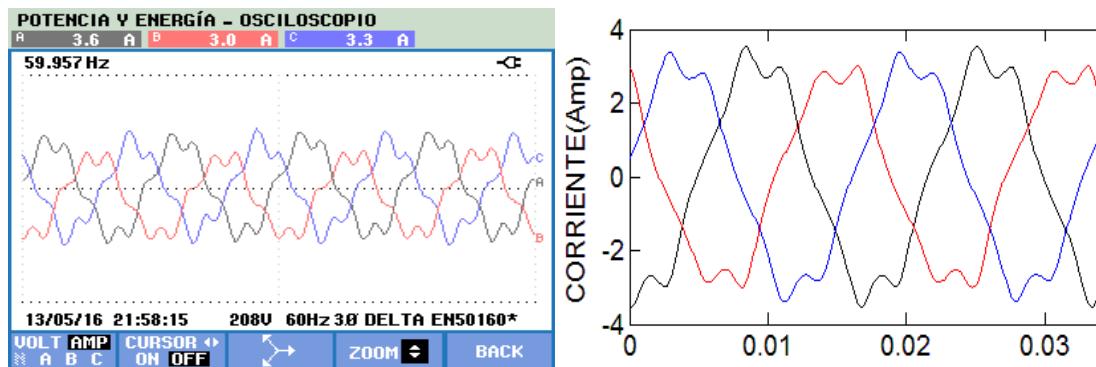


Ilustración 56. Corrientes primarias de línea, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

Aquí se representan las corrientes de línea de nuestra conexión en delta, pero en éstas no solo varían las amplitudes sino también las formas en cada fase, eso se debe a que cada corriente la componen dos corrientes de fase diferentes, las mismas que como se explicó anteriormente tienen distintas amplitudes. Podemos notar que nuestra simulación se acerca mucho a nuestra prueba experimental.

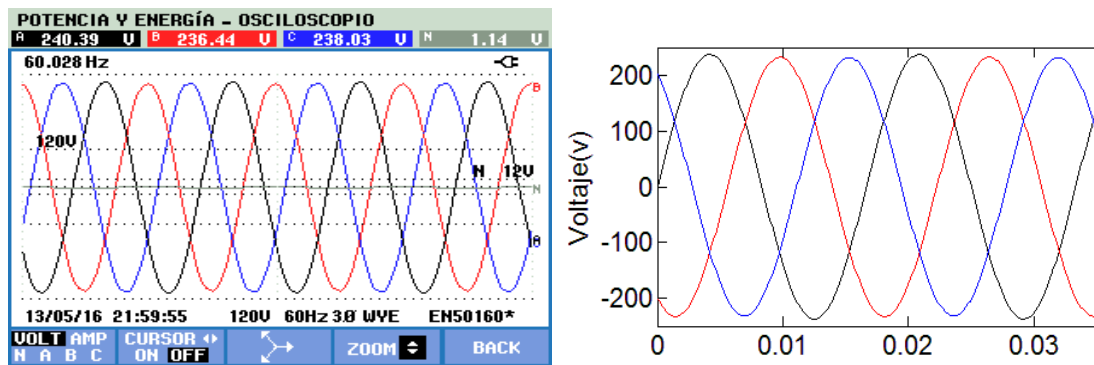


Ilustración 57. Voltajes secundarios de fase, experimental-simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

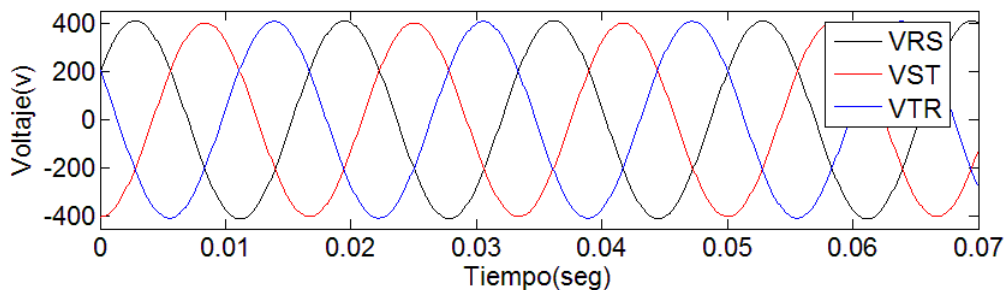


Ilustración 58. Voltajes secundarios de línea, simulación (vacío).

Fuente: Los autores.

Finalmente mostramos los voltajes del secundario del transformador, tanto de fase y de línea podemos notar que la amplitud no son las mismas en las distintas fases del sistema, debido a que la entrada no está balanceada y además los transformadores no poseen la misma relación de transformación como el caso del transformador 1 y 4.

Podemos visualizar que la señal de onda del voltaje de línea de salida, mantiene un desfase de 330 grados en sentido horario respecto a la onda de tensión de línea de entrada por lo que se comprueba que es la conexión dYN11.

En estos análisis a vacío introduciendo una tensión de entrada primaria de línea de igual magnitud que en lo experimental, obtenemos una respuesta bastante aceptable de nuestro modelado tanto de magnitud como formas de ondas de voltaje y corriente, medidas por el analizador, el cual asciende a un porcentaje de error promedio máximo de 3.73%.

### 4.3.2. Resultados con carga.

Para una carga trifásica balanceada de  $180\Omega$ , escogimos ésta carga, debido a que nuestra corriente del secundario será alrededor de 1.3 Amp, que es una corriente que no provocaría una sobrecarga en algún transformador, obtuvimos las siguientes respuestas de voltajes y corrientes tanto experimentales y simuladas.

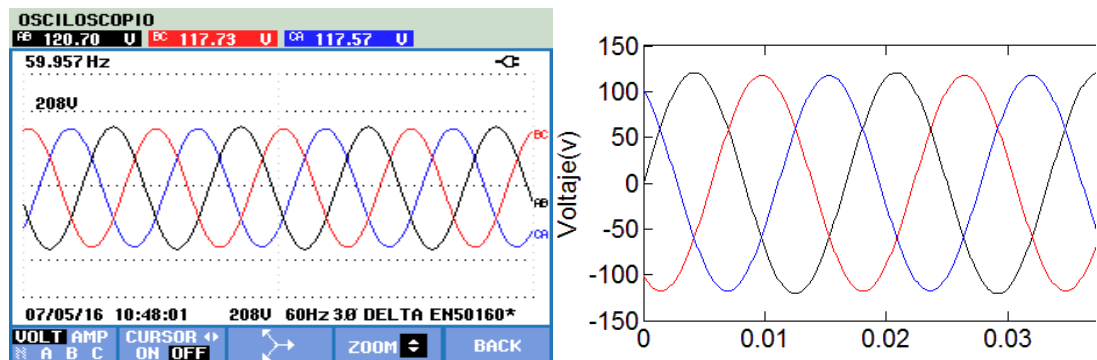


Ilustración 59. Voltajes primario trifásico, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

Podemos notar la forma de onda y las amplitudes de nuestro sistema de voltaje trifásico de entrada, en el cual nos daremos cuenta que las amplitudes no son las mismas, esto se debe a la naturaleza de la fuente utilizada. Sin embargo, nuestro sistema debe estar desfasado 120 grados, todos estos valores son contemplados para ser ingresados al simulador

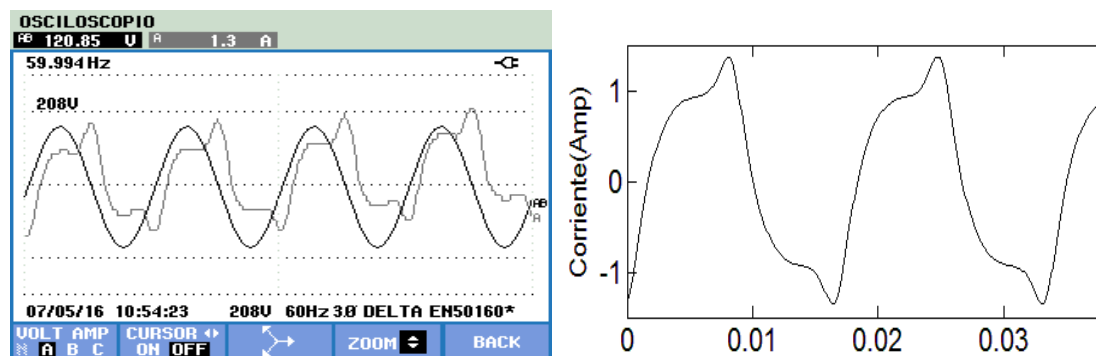


Ilustración 60. Corriente primaria transformador 1, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

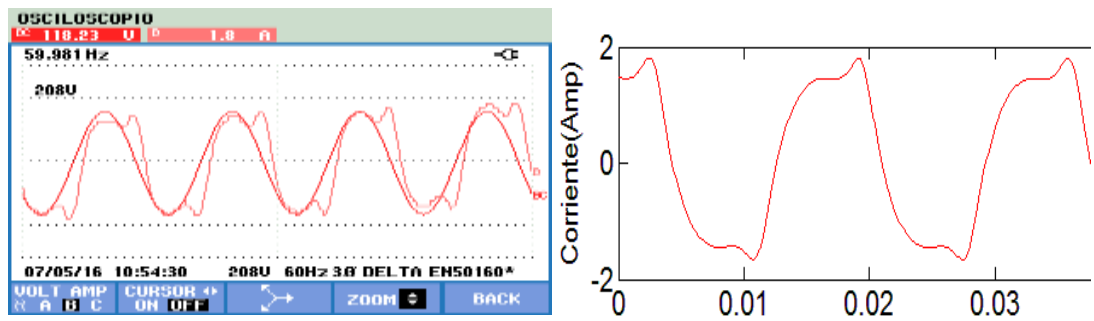


Ilustración 61. Corriente primaria transformador 2, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

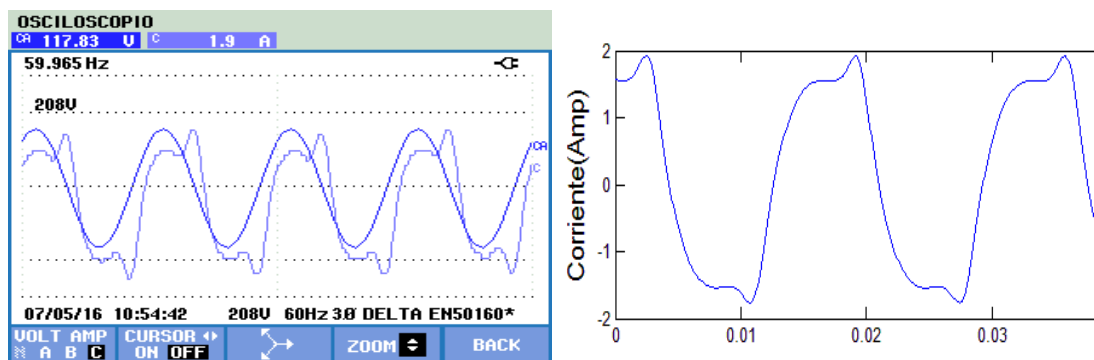


Ilustración 62. Corriente primaria transformador 3, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

Analizando el primer banco de transformadores, se ven sus formas de ondas diferente a las de vacío debido a la existencia de una corriente en el secundario del transformador, ésta será repartida según sea las características de las impedancias series que conforman cada paralelo. Por eso notaremos que unos transformadores consumirán más corriente que otros aparte de que su ramal de excitación sea distinto.

En éstas comparaciones con carga, obtuvimos respuestas satisfactorias del simulador, en la amplitud y forma de la corriente primarias del banco uno. En el transformador tres se consume mayor cantidad de corriente y sería el más propenso a sobrecargarse en un posible aumento de carga.



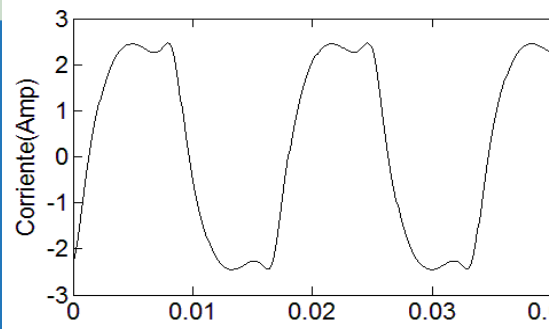
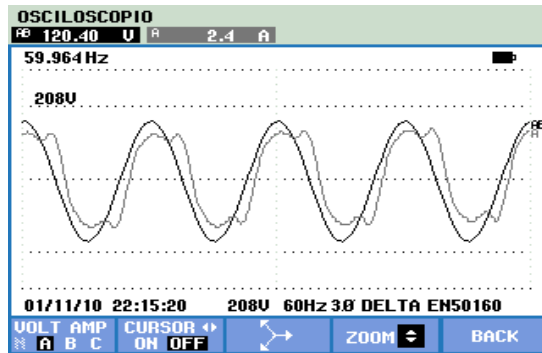


Ilustración 63. Corriente primaria transformador 4, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

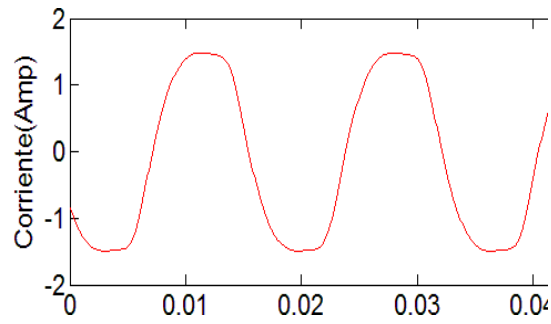
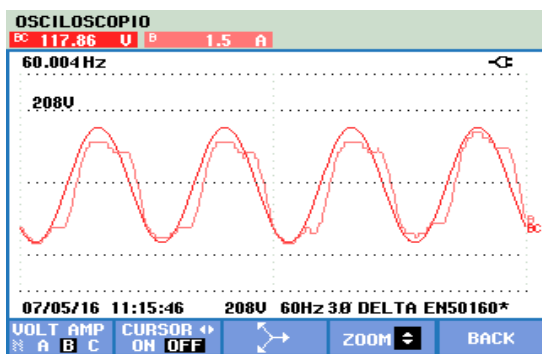


Ilustración 64. Corriente primaria transformador 5, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

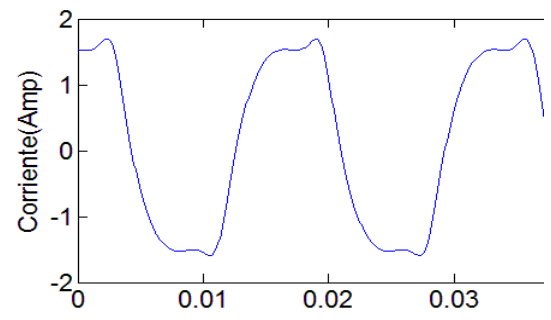
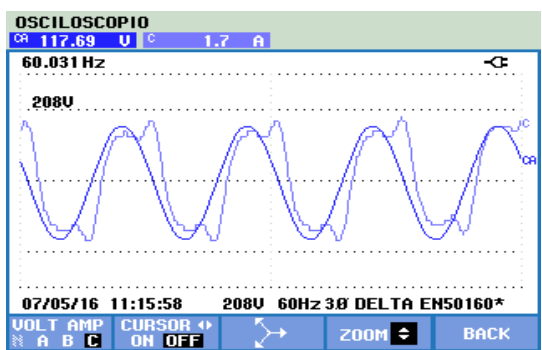


Ilustración 65. Corriente primaria transformador 6, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

En este apartado se analizará el banco número dos, en el cual se nota que el transformador 4 es el que mayor corriente aporta de todos, esto se debe a que ese transformador aparte de estar entregando la corriente de la carga, también está entregando la corriente de recirculación provocada por la distinta relación de

transformación de relación con el transformador uno con el cual se encuentra en paralelo. Los transformadores 5 y 6 están entregando solo la corriente respectiva a la carga, además de su corriente del ramal de excitación, pero al no ser de las mismas características constructivas, por eso no son similares las gráficas de las mismas. En estas comparaciones con carga, obtuvimos respuestas satisfactorias del simulador tanto en la amplitud y forma de la corriente primarias del banco dos.

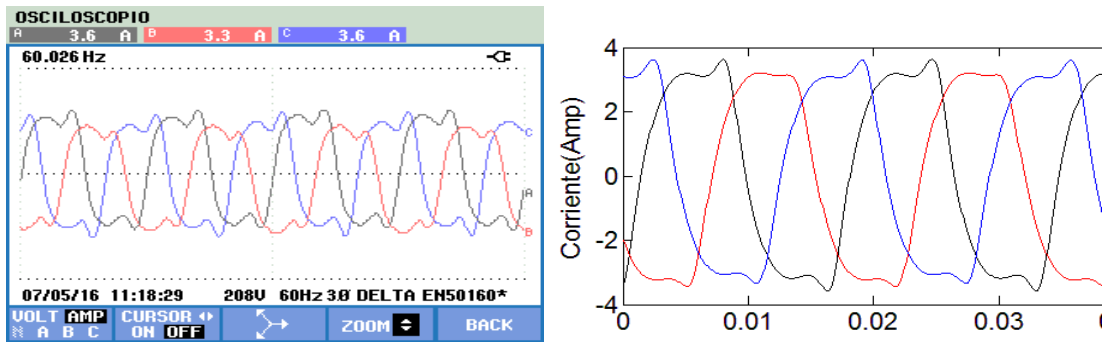


Ilustración 66. Corriente primaria de fase, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

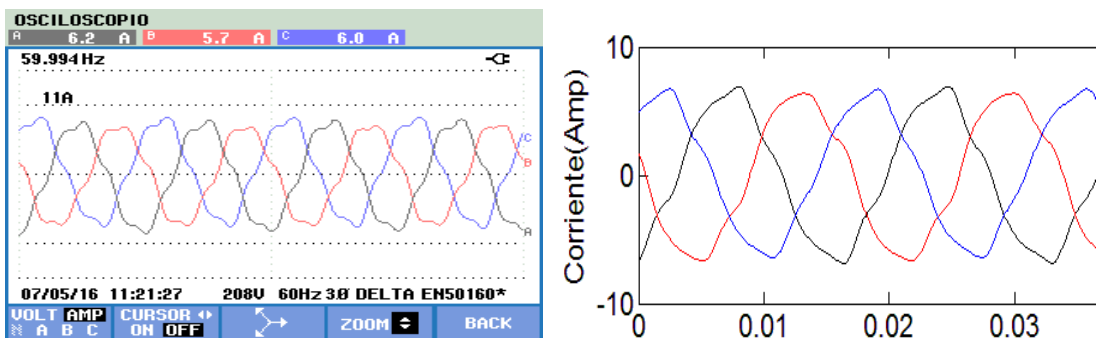


Ilustración 67. Corrientes primarias de línea, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

En las ilustraciones 66 y 67 se aprecian las corrientes de fase y de línea de nuestro sistema delta, poseen distintas amplitudes en las diferentes fases a pesar de que la carga sea balanceada, esto se debe a que los transformadores no poseen las mismas características constructivas.

Podemos notar que nuestros resultados de la simulación son muy parecidos a los de la prueba experimental, la mayor corriente se producirá en la fase A que alimenta nuestro sistema, mientras que nuestra fase B será un valor menor esto se debe a que el ramal de excitación del transformador cinco es menor en relación a los demás transformadores y nuestra fase C tendrá un valor de corriente, debido a las características del transformador tres y seis.

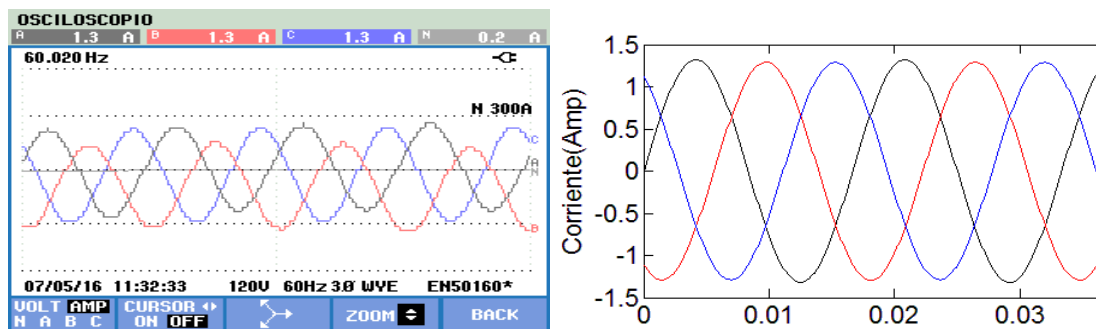


Ilustración 68. Corrientes secundarias de carga, experimental-simulación.

Fuente: Los autores.

En esta gráfica apreciamos la corriente que pasa por la carga, se podría decir que es casi balanceada; sin embargo, no lo es en su totalidad, debido a que los voltajes de salida en los secundarios no son balanceados, causada por la entrada y las distintas relaciones de transformación de cada transformador. Su amplitud es de 1.3 Amp., valores muy parecidos al que obtuvimos en el simulador para ese valor de carga.

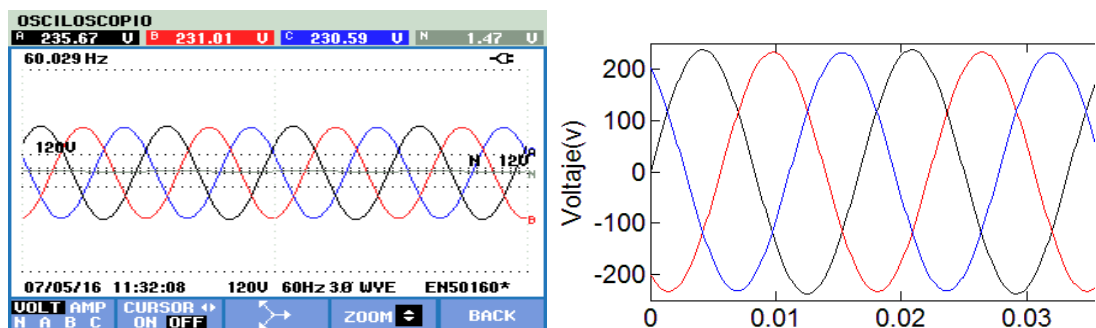


Ilustración 69. Voltajes secundarios de fase, experimental-simulación (carga).

Fuente: Los autores.

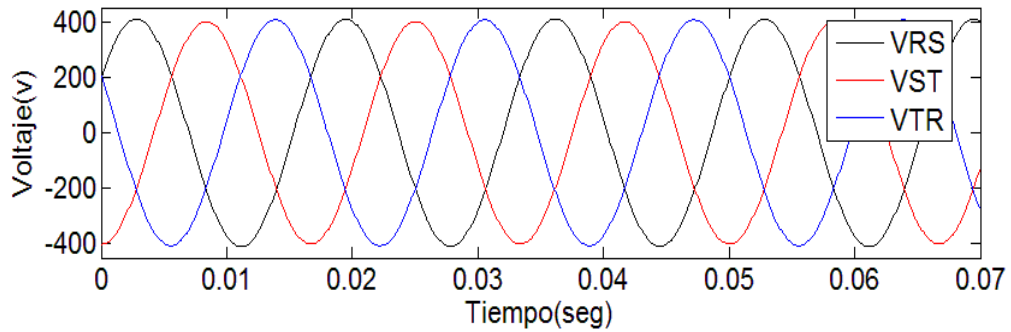


Ilustración 70. Voltajes secundarios de línea, simulación (carga).

Fuente: Los autores.

Finalmente mostramos los voltajes del secundario del transformador, tanto de fase y de línea podemos notar que la amplitud no son las mismas en las distintas fases del sistema, debido a que como vimos la entrada no estaba balanceada y también es ocasionado porque los transformadores no poseen la misma relación, además debemos considerar que la carga también condiciona el valor de salida del voltaje, y que incide en la corriente que va a pasar por las impedancias series de cada transformador, lo que hará que posea una mayor o menor caída de potencial según sea su valor.

Podemos visualizar que la señal de onda del voltaje de línea de salida mantiene un desfase de 330 grados en sentido horario respecto a la onda de tensión de línea de entrada, por lo que se comprueba que es la conexión dYN11.

En este análisis con carga podemos deducir que introduciendo una tensión de entrada primaria de línea de igual magnitud que en lo experimental, obtenemos una respuesta bastante aceptable de nuestro modelado tanto de magnitud como formas de ondas de voltaje y corriente medidas por el analizador, el cual asciende a un porcentaje de error promedio máximo de 2.55%.

### 4.3.3. Porcentajes de error.

Se realizaron varias prácticas experimentales del sistema dYN11 a vacío y con carga en conjunto con sus simulaciones en software para determinar nuestro porcentaje de error, las cuales presentamos a continuación

#### 4.3.3.1. Resultados a vacío.

Se realizaron las pruebas con el sistema dYN11 en función de varios voltajes de entrada, desde 80 a 130 voltios con pasos escalonados de 10 voltios.

Voltaje de prueba (v)	Tensiones de salida-voltajes de fase (vacío)						Porcentaje de error		
	Experimentales			Modelado			VRN(%)	VSN(%)	VTN(%)
	VRN (v)	VSN(v)	VTN(v)	VRN (v)	VSN (v)	VTN(v)			
80	160.59	160.65	156.11	160.2	158.34	157.97	0.2434	1.4589	1.1774
90	179.7	177.9	178.6	179.48	178.03	177.86	0.1226	0.0730	0.4161
100	199.8	197.5	197.3	200.9	198.12	198.19	0.5475	0.3129	0.4491
110	218.2	218.1	215.2	220.09	218.15	219.3	0.8587	0.0229	1.8696
120	239.6	238.5	236	239.53	237.08	237.29	0.0292	0.5990	0.5436
130	262.15	255.8	259.45	259.98	256.43	256.72	0.8347	0.2457	1.0634
<b>PROMEDIO</b>							<b>0.4394</b>	<b>0.4521</b>	<b>0.9199</b>

Tabla 1. Tensiones de salida-voltajes de fase (vacío).

Fuente: Los autores.

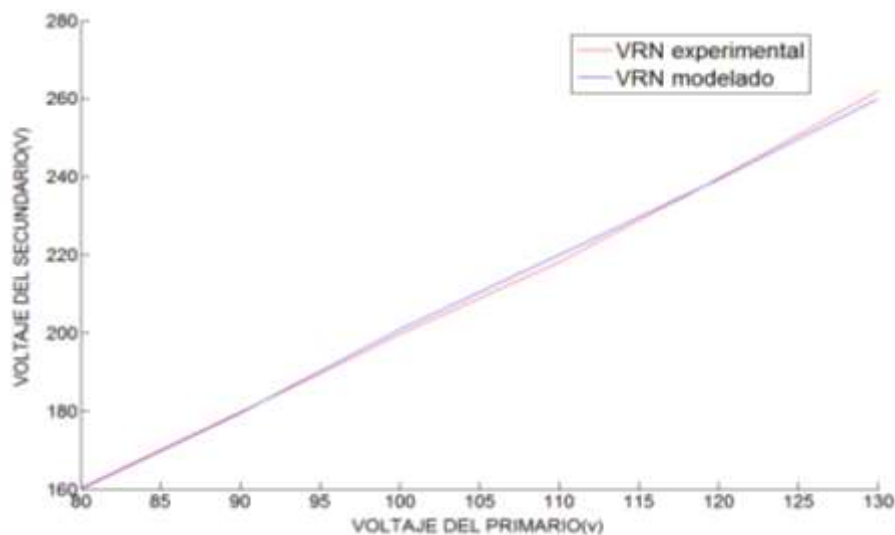


Ilustración 71. Voltaje secundario fase VRN (experimental-simulado) vs voltaje primario línea.

Fuente: Los autores.

Voltaje de prueba (v)	Tensiones de salida-voltajes de línea (vacío)						Porcentaje de error		
	Experimentales			Modelado			VRS(%)	VST(%)	VTR(%)
	VRS (v)	VST (v)	VTR (v)	VRS (v)	VST (v)	VTR(v)			
80	278.2	274.3	274.2	275.8	273.9	275.5	0.8702	0.1460	0.4719
90	309.7	308.7	310.3	309.6	308.2	309.5	0.0323	0.1622	0.2585
100	344.1	341.9	343.9	345.5	343.2	345.6	0.4052	0.3788	0.4919
110	377.9	375.3	375.4	379.5	378.8	380.5	0.4216	0.9240	1.3403
120	414.04	410.9	412.7	412.7	410.8	412.9	0.3247	0.0243	0.0484
130	448.57	446.2	451.7	447.2	444.4	447.5	0.3064	0.4050	0.9385
<b>PROMEDIO</b>							<b>0.3934</b>	<b>0.3401</b>	<b>0.5916</b>

Tabla 2. Tensiones de salida-voltajes de línea (vacío).

Fuente: Los autores.

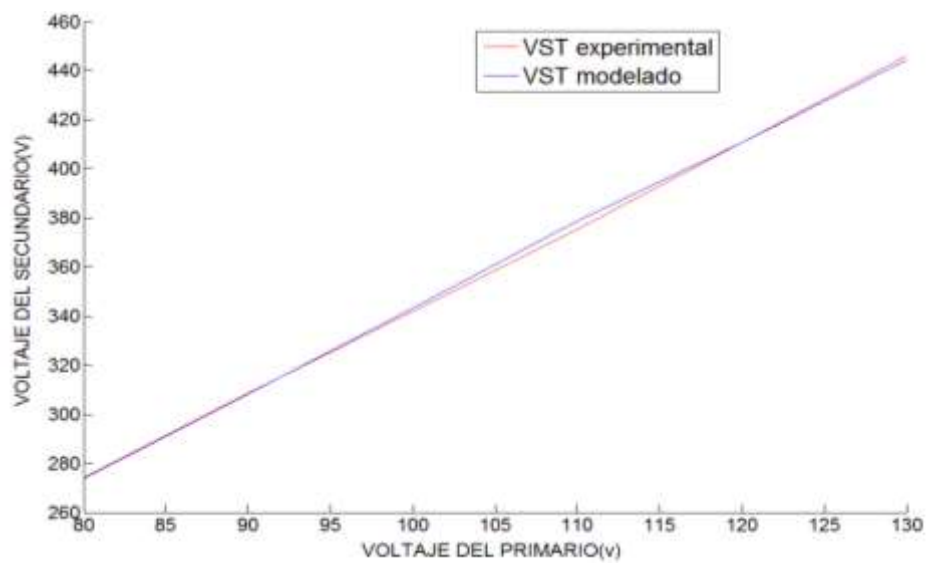


Ilustración 72. Voltaje secundario línea VST (experimental-simulado) vs voltaje primario línea.

Fuente: Los autores.

Voltaje de prueba (v)	Corrientes de fase de entrada (vacío)						Porcentaje de error		
	Experimentales			Modelado			Irs (%)	Ist (%)	Itr (%)
	Irs (Amp)	Ist (Amp)	Itr (Amp)	Irs (Amp)	Ist (Amp)	Itr (Amp)			
80	0.5	0.4	0.5	0.47	0.42	0.48	6.3830	4.7619	4.1667
90	0.6	0.5	0.6	0.57	0.53	0.57	5.2632	5.6604	5.2632
100	1	0.7	0.9	0.97	0.72	0.86	3.0928	2.7778	4.6512
110	1.4	1.2	1.5	1.36	1.23	1.45	2.9412	2.4390	3.4483
120	2.3	1.8	2.4	2.35	1.85	2.34	2.1277	2.7027	2.5641
130	3.7	2.9	4	3.62	2.95	3.91	2.2099	1.6949	2.3018
<b>PROMEDIO</b>							<b>3.6696</b>	<b>3.3395</b>	<b>3.7325</b>

Tabla 3. Corrientes de fase de entrada (vacío).

Fuente: Los autores.

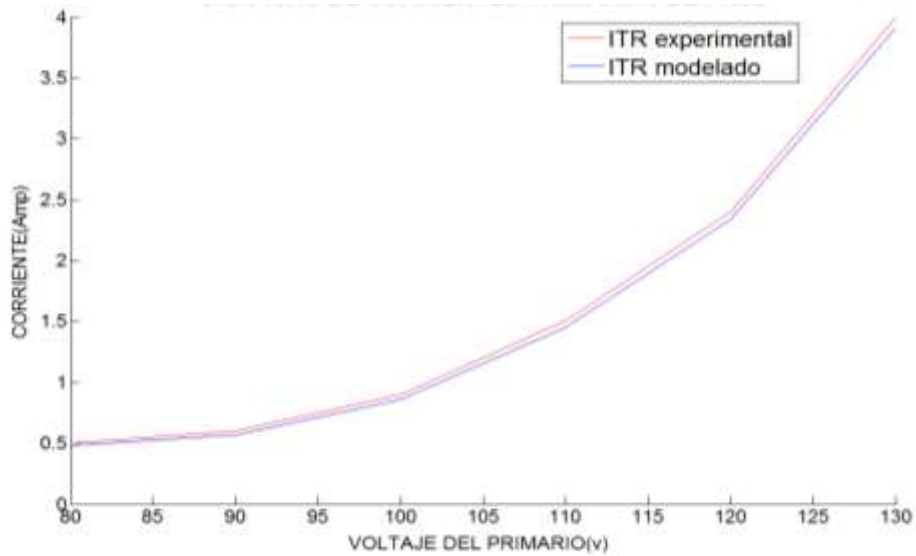


Ilustración 73. Corriente primaria de fase ITR (experimental-simulado) vs voltaje primario línea.

Fuente: Los autores.

Voltaje de prueba (v)	Corrientes de línea de entrada (vacío)						Porcentaje de error			
	Experimentales			Modelado			Ir (%)	Is (%)	It (%)	
	Ir (Amp)	Is (Amp)	It(Amp)	Ir (Amp)	Is (Amp)	It(Amp)				
80	0.9	0.8	0.8	0.88	0.83	0.77	2.2727	3.6145	3.8961	
90	1	1.1	1.1	0.96	1.14	1.06	4.1667	3.5088	3.7736	
100	1.4	1.3	1.3	1.37	1.33	1.27	2.1898	2.2556	2.3622	
110	2.2	2	2.1	2.26	2.04	2.05	2.6549	1.9608	2.4390	
120	3.5	3.1	3.3	3.44	3.15	3.25	1.7442	1.5873	1.5385	
130	5.7	5.1	5.5	5.6	5.17	5.44	1.7857	1.3540	1.1029	
<b>PROMEDIO</b>								<b>2.4690</b>	<b>2.3802</b>	<b>2.5187</b>

Tabla 4. Corrientes de línea de entrada (vacío).

Fuente: Los autores.

#### 4.3.3.2. Resultados con carga.

Se realizaron las pruebas con el sistema dYN11 con carga para lo cual mantuvimos nuestro nivel de entrada y variamos la carga resistiva trifásica desde 180Ω hasta 130Ω.

Valores de prueba con carga			
Prueba	R1	R2	R3
1	180.2	181.1	181.4
2	169.5	175.1	170.5
3	160.6	157.2	161.9
4	150.5	156.2	150.2
5	140.3	141.9	140.6
6	130.5	131.4	130.3

Tabla 5. Valores de carga resistiva trifásica para pruebas.

Fuente: Los autores.

Prueba	Tensiones de salida-voltajes de fase (carga)						Porcentaje de error		
	Experimentales			Modelado			VRN(%)	VSN(%)	VTN(%)
	VRN (v)	VSN(v)	VTN(v)	VRN (v)	VSN (v)	VTN(v)			
1	238.9	232.39	234.13	237.32	235.8	235.3	0.6658	1.4461	0.4972
2	237.9	230.2	233.2	237.5	234.3	234.1	0.1684	1.7499	0.3845
3	237.5	229.38	231.5	237.14	233.1	233.1	0.1518	1.5959	0.6864
4	237.3	228.68	230.4	236.5	233.3	233	0.3383	1.9803	1.1159
5	235.7	227.9	229.1	236.8	232.58	232.3	0.4645	2.0122	1.3775
6	235.2	227.1	228.3	236.1	231.4	231.7	0.3812	1.8583	1.4674
<b>PROMEDIO</b>							<b>0.3617</b>	<b>1.7738</b>	<b>0.9215</b>

Tabla 6. Tensiones de salida-voltajes de fase (carga).

Fuente: Los autores.

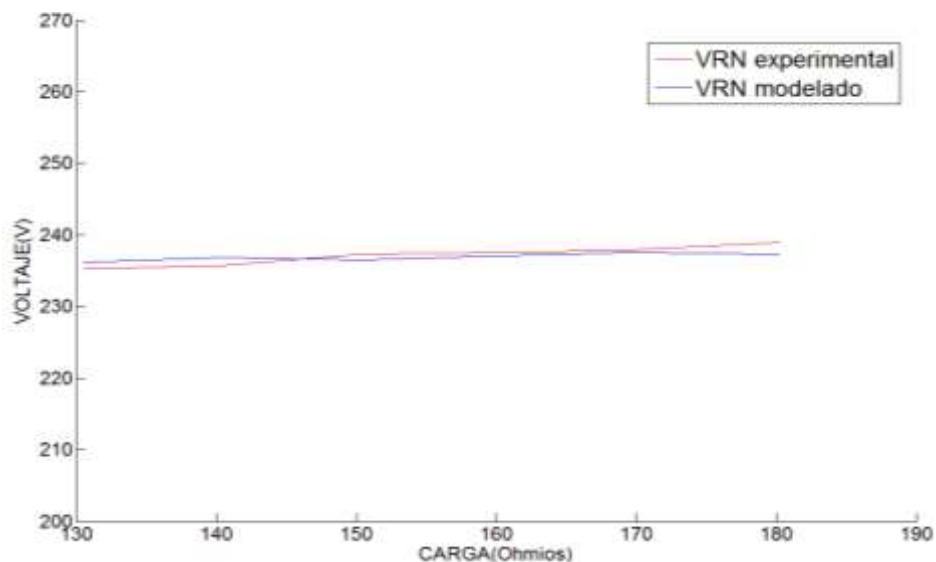


Ilustración 74. Voltaje secundario de fase VRN (experimental-simulado) vs carga resistiva trifásica de prueba.

Fuente: Los autores.



Prueba	Tensiones de salida-voltajes de línea (carga)						Porcentaje de error		
	Experimentales			Modelado			VRS(%)	VST(%)	VTR(%)
	VRS (v)	VST (v)	VTR (v)	VRS (v)	VST (v)	VTR(v)			
1	408.2	404.02	409.6	409.7	407.9	409.3	0.3661	0.9512	0.0733
2	405.4	401.3	407.9	408.6	405.64	408.4	0.7832	1.0699	0.1224
3	404.3	399.5	406.17	407.2	403.74	407.2	0.7122	1.0502	0.2529
4	403.6	397.57	405.06	406.86	403.82	406.6	0.8013	1.5477	0.3788
5	401.5	395.8	402.54	406.5	402.5	406.2	1.2300	1.6646	0.9010
6	400.38	394.39	401.4	404.8	401.05	405.04	1.0919	1.6606	0.8987
<b>PROMEDIO</b>							<b>0.8308</b>	<b>1.3240</b>	<b>0.4379</b>

Tabla 7. Tensiones de salida-voltajes de línea (carga).

Fuente: Los autores.

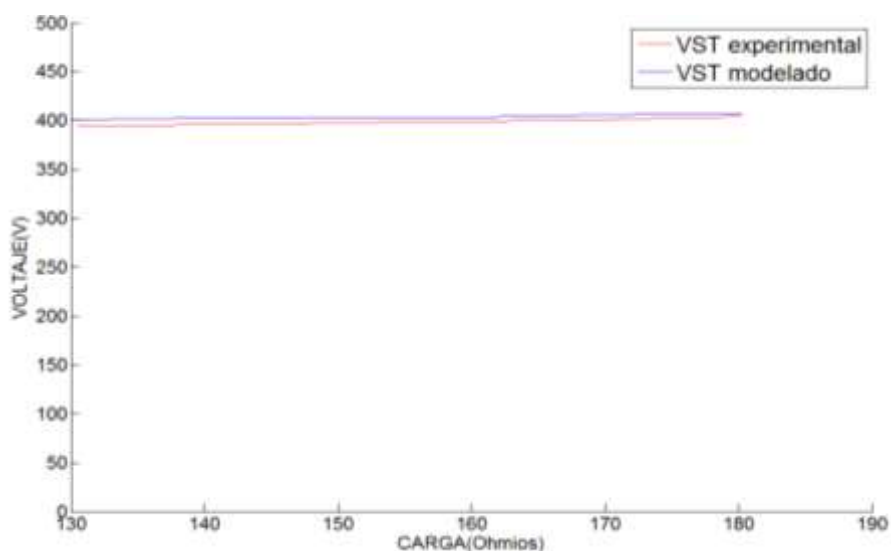


Ilustración 75. Voltaje secundario de línea VST (experimental-simulado) vs carga resistiva trifásica de prueba.

Fuente: Los autores.

Prueba	Corrientes de fase de entrada (carga)						Porcentaje de error		
	Experimentales			Modelado			Irs (%)	Ist (%)	Itr (%)
	Irs (Amp)	Ist (Amp)	Itr (Amp)	Irs (Amp)	Ist (Amp)	Itr (Amp)			
1	3.7	3.3	3.8	3.8	3.37	3.87	2.6316	2.0772	1.8088
2	3.8	3.4	3.8	3.91	3.49	3.94	2.8133	2.5788	3.5533
3	4	3.6	3.9	4.1	3.65	4.02	2.4390	1.3699	2.9851
4	4.1	3.8	4	4.2	3.89	4.12	2.3810	2.3136	2.9126
5	4.3	3.9	4.2	4.41	3.98	4.31	2.4943	2.0101	2.5522
6	4.6	4.3	4.5	4.72	4.37	4.57	2.5424	1.6018	1.5317
<b>PROMEDIO</b>							<b>2.5503</b>	<b>1.9919</b>	<b>2.5573</b>

Tabla 8. Corrientes de fase de entrada (carga).

Fuente: Los autores.

Prueba	Corrientes de línea de entrada (carga)						Porcentaje de error		
	Experimentales			Modelado			Ir (%)	Is (%)	It (%)
	Ir (Amp)	Is (Amp)	It(Amp)	Ir (Amp)	Is (Amp)	It(Amp)			
1	6.3	5.9	6.2	6.42	6.01	6.3	1.8692	1.8303	1.5873
2	6.5	5.9	6.4	6.61	6.12	6.52	1.6641	3.5948	1.8405
3	6.8	6.3	6.5	6.94	6.38	6.61	2.0173	1.2539	1.6641
4	6.9	6.5	6.8	7.09	6.63	6.94	2.6798	1.9608	2.0173
5	7.3	6.9	7.2	7.41	7.07	7.33	1.4845	2.4045	1.7735
6	7.9	7.5	7.7	8.02	7.58	7.85	1.4963	1.0554	1.9108
<b>PROMEDIO</b>							<b>1.8685</b>	<b>2.0166</b>	<b>1.7989</b>

Tabla 9. Corrientes de línea de entrada (carga).

Fuente: Los autores.

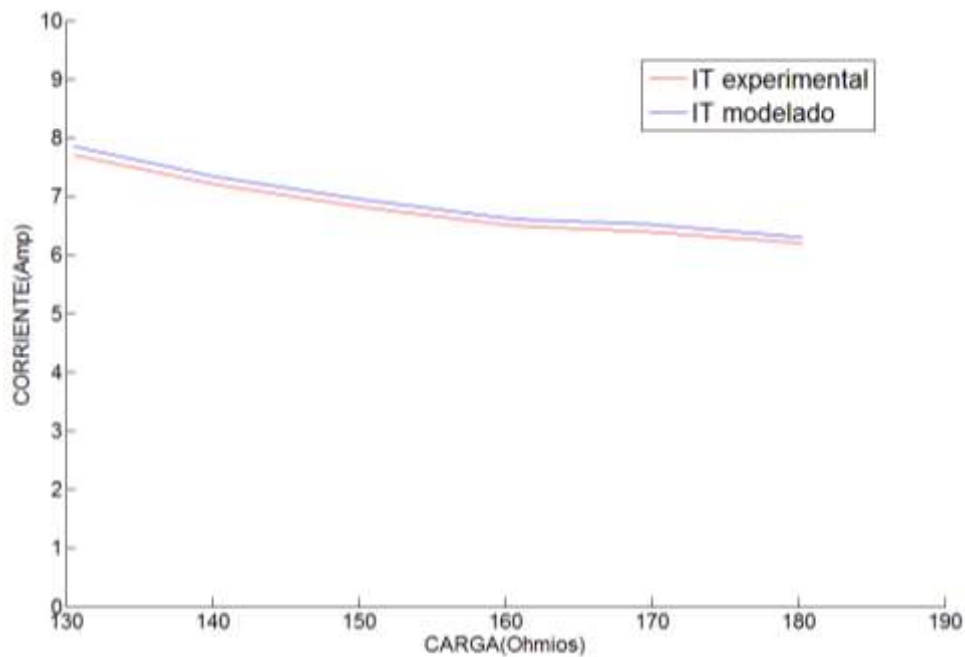


Ilustración 76. Corriente primaria de línea IT (experimental-simulado) vs carga resistiva trifásica de prueba.

Fuente: Los autores.

Prueba	Corrientes de línea de salida (carga)						Porcentaje de error		
	Experimentales			Modelado			IR (%)	IS (%)	IT (%)
	IR (Amp)	IS (Amp)	IT (Amp)	IR (Amp)	IS (Amp)	IT (Amp)			
1	1.3	1.3	1.3	1.317	1.302	1.297	1.2908	0.1536	0.2313
2	1.4	1.3	1.4	1.401	1.338	1.373	0.0714	2.8401	1.9665
3	1.5	1.5	1.4	1.476	1.483	1.44	1.6260	1.1463	2.7778
4	1.6	1.5	1.6	1.571	1.494	1.55	1.8460	0.4016	3.2258
5	1.7	1.7	1.7	1.688	1.639	1.65	0.7109	3.7218	3.0303
6	1.8	1.8	1.8	1.809	1.77	1.78	0.4975	1.6949	1.1236
<b>PROMEDIO</b>							<b>1.0071</b>	<b>1.6597</b>	<b>2.0592</b>

Tabla 10. Corrientes de línea de salida (carga).

Fuente: Los autores.

#### 4.4. Simulación de transformadores sin considerar las pérdidas del núcleo.

Para transformadores de gran potencia se suelen despreciar las pérdidas existentes en el núcleo, debido a que las corrientes que circulan por el ramal de excitación están por el orden del 2% de su corriente máxima nominal. Por ende, varían ciertas ecuaciones explicadas anteriormente, debido a que se eliminan los parámetros de corrientes magnetizantes inmersas en ellas.

En el modelado matemático del TA se anula la ecuación 19 “Corriente magnetizante TA en el primario”, entonces la ecuación 17 “Corriente de entrada TA en el primario” quedaría como:

$$I_{1A} = I_{2A}'$$

Es decir que la corriente de entrada del transformador TA es igual a la corriente que circula por la impedancia serie y la carga. Entonces la ilustración 23 en donde figura el modelo real del transformador TA quitándole el ramal de excitación quedaría representada por la ilustración 78:



Ilustración 77. Modelo real transformador TA sin ramal de excitación.

Fuente: Los autores.

De igual forma anulamos el resto de ecuaciones que definen la corriente magnetizante de cada uno de los transformadores, tales como la ecuación 20 (transformador TB), ecuación 33 (transformador TC), ecuación 34 (transformador TD), ecuación 45 (transformador TE) y ecuación 48 (transformador TF). Al anular estas ecuaciones tendremos la corriente de entrada sin el término de la corriente magnetizante de cada transformador respectivamente como sigue:

$$\text{Corriente de entrada TB en el primario: } I_{1B} = I_{2B}'$$

$$\text{Corriente de entrada TC en el primario: } I_{1C} = I_{2C}'$$

$$\text{Corriente de entrada TD en el primario: } I_{1D} = I_{2D}'$$

$$\text{Corriente de entrada TE en el primario: } I_{1E} = I_{2E}'$$

$$\text{Corriente de entrada TF en el primario: } I_{1F} = I_{2F}'$$

## CONCLUSIONES

El presente trabajo tuvo como objetivo mostrar mediante simulación matemática el comportamiento de dos bancos trifásicos conectados en paralelo, comparando los valores y formas de onda tanto a vacío como con carga que arrojaba el equipo de medición de cada sistema frente a lo obtenido en el software.

Las respuestas obtenidas al simular el sistema en vacío fueron satisfactorias, se obtuvo un porcentaje de error promedio máximo de 3.73% respecto a las respuestas experimentales. Debemos recalcar que los transformadores monofásicos utilizados para realizar las pruebas son de construcción artesanal, y no tenemos datos precisos de sus parámetros eléctricos, solo los que obtuvimos por investigación de la bibliografía perteneciente a estas máquinas.

Para el análisis trabajando con carga se emplea un banco trifásico resistivo en estrella a  $180\Omega$  de 2.5A máximo por cada resistor, el mismo se conectaría a nuestro sistema estrella secundaria de 416V. A este valor de carga y manteniendo el mismo nivel de tensión tenemos una corriente de carga igual a 1.33A, nivel aceptable de prueba considerando que cada resistor soporta máximo 2.5A y que cada paralelo de transformadores de 500VA puede entregar máximo en su lado secundario un nivel de corriente de 4.16A. El porcentaje de error promedio máximo obtenido en la simulación con carga con respecto a las respuestas de las pruebas experimentales es del 2.55%.

Como resultado tenemos un software y un banco con las conexiones en paralelo de sistemas trifásicos Delta-Estrella, donde se pueden visualizar los resultados mediante gráficas de respuesta en el tiempo, y así también, los resultados al alternar los datos de cada parámetro eléctrico del sistema de entrada o de cada uno de los transformadores, el alcance del software no es solo para máquinas de pequeña potencia sino que podemos simular comportamientos de transformadores de gran potencia despreciando su ramal de excitación ya explicado con anterioridad.

## RECOMENDACIONES

Los datos a ingresar para la parametrización del software deben ser lo más precisos posibles, es decir se deben ejecutar cuidadosamente las pruebas de cortocircuito y circuito abierto para obtener los valores de impedancias series y ramales de excitación, al igual que las pruebas de saturación del núcleo para obtener los valores de  $\lambda$  y  $m$ .

Este trabajo solo hace uso de cargas resistivas puras, por ende, al simular una carga de naturaleza distinta no se obtendrán los resultados deseados con respecto a las pruebas experimentales en cuanto a magnitudes, formas de ondas y desfases entre ondas.

Para realizar las mediciones experimentales se debe tener cuidado al instalar los instrumentos de medida como transformadores de corriente, debido a que al colocarlos de forma invertida, tendremos  $180^\circ$  de desfase con respecto al ángulo original, de igual forma debemos parametrizar el analizador de red en el sistema al cual someteremos a medición.

Usar el MATLAB® para resolución de sistemas matemáticos complejos para ahorrar tiempo y tener datos más precisos de la tarea que se requiera ejecutar.

## BIBLIOGRAFÍA

- Araci, J., & Gomez-Estern, F. (2006). *Introducción a Matlab y Simulink*. Obtenido de ESCUELA UNIVERSITARIA POLITÉCNICA DE SEVILLA : [http://www.esi2.us.es/~fabio/apuntes\\_matlab.pdf](http://www.esi2.us.es/~fabio/apuntes_matlab.pdf)
- Arellano, M. A. (2013). *MATLAB y Simulink para Ingeniería*. PERU: Universidad de Ciencias y Humanidades UCH.
- Chapman, S. J. (2000). *Máquinas eléctricas*. Santa Fe: Mc. Graw Hill.
- Guerrero, D. O. (25 de Mayo de 2008). *Manual de interfaz gráfica de usuario en matlab*. Obtenido de Repositorio de ESPOL: [https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/10740/11/MATLAB\\_GUIDE.pdf](https://www.dspace.espol.edu.ec/bitstream/123456789/10740/11/MATLAB_GUIDE.pdf)
- Harper, E. (1987). *El ABC de las máquinas eléctricas, I. transformadores*. Mexico: Limusa.
- Kostenko, M. P., & Piotrovski, L. M. (1975). *Máquinas eléctricas I*. Moscu: MIR.
- Lemozy, I. N. (2010). *Paralelo de transformadores*. Buenos Aires.
- Leon, M. S. (2004). *Modelado y detección de fallas analíticas incipientes en transformadores utilizando redundancia analítica*. San Nicolas de los Garza: Universidad Autonoma de Nuevo Leon.
- Mathworks. (2016). *Learn with MATLAB and Simulink Tutorials*. Obtenido de Mathworks: <http://www.mathworks.com/support/learn-with-matlab-tutorials.html>
- Mathworks. (2016). *MATLAB GUI*. Obtenido de Mathworks: <http://www.mathworks.com/discovery/matlab-gui.html?requestedDomain=www.mathworks.com>
- PAIDA, J. P. (2015). *Modelo matematico de un transformador real monofasico de dos devanados*. Guayaquil: Universidad Politecnica Salesiana.

- Rodríguez, J. D. (2014). *Metodología para la aproximación de la característica de saturación en transformadores de potencia del Sistema Eléctrico Nacional*. Costa Rica: Universidad de Costa Rica.
- Rojas, C. P. (2004). *Modelos avanzados de elementos del sistema eléctrico de potencia en coordenadas de fase para estudios de estabilidad dinámica*. Monterrey: Universidad Autónoma de Nuevo León.
- Vergara, A. G. (2009). *Estudio de la acoplabilidad de transformadores de potencia*. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.