

# UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

## *PROYECTO DE TESIS*

### **TEMA:**

*ANÁLISIS DE LOS PARÁMETROS DE COMPORTAMIENTO DE UN SISTEMA TETRAFÁSICO MEDIANTE EL MODELAMIENTO Y CONSTRUCCIÓN DEL SISTEMA DE GENERACIÓN ELECTRÓNICO Y SU APLICACIÓN A UN MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO.*

**Proyecto de Tesis previa a la  
obtención de los Títulos de Ingenieros  
Eléctrico - Electrónico**

### **DIRECTOR:**

Ing. Flavio Quizhpi.

### **AUTORES:**

Gustavo Efraín Parra Solano  
Marco Miguel Sánchez Maldonado  
Juan Pablo Pesantez Vimos

***CUENCA – ECUADOR  
2011***

*Breve reseña de los autores e información de contacto:*

***Gustavo Efraín Parra Solano***

Estudiante de la Carrera de Ingeniería Eléctrica  
Facultad de ingenierías  
Universidad Politécnica Salesiana  
*gustavoparra1104@hotmail.com*

***Marco Miguel Sánchez Maldonado***

Estudiante de la Carrera de Ingeniería Electrónica  
Facultad de ingenierías  
Universidad Politécnica Salesiana  
*marcosm2504@hotmail.com*

***Juan Pablo Pesantez Vimos***

Estudiante de la Carrera de Ingeniería Electrónica  
Facultad de Ingenierías  
Universidad Politécnica Salesiana  
*jppesan20@gmail.com*

***Ing. Flavio Quizhpi***

Ingeniero Electrónico  
Docente de la Universidad Politécnica Salesiana  
Facultad de Ingenierías  
Carrera de Ingeniería Eléctrica – Electrónica  
*fquizhpi@ups.edu.ec*

Todos los derechos reservados.

Queda prohibida, salvo la excepción prevista por la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la difusión de este texto con fines académicos e investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS

©2011 Universidad Politécnica Salesiana  
CUENCA – ECUADOR – SUDAMERICA

Ing. Flavio Quizhpi.

**CERTIFICA:**

Haber dirigido y revisado prolijamente cada uno de los capítulos del informe del proyecto, realizado por los señores Gustavo Parra, Marco Sánchez, Juan Pablo Pesantez, y por cumplir los requisitos, autorizó su presentación.

**Cuenca, diciembre del 2011**

Ing. Flavio Quizhpi  
Director

## **DECLARACIÓN DE RESPONSABILIDAD**

Los conceptos desarrollados, análisis realizados y las conclusiones del presente trabajo, son de exclusiva responsabilidad de los autores.

Cuenca, Diciembre 2011

*Gustavo Parra Solano*

*Marco Sánchez Maldonado*

*Juan Pesantez Vimos*

## RESUMEN

En el presente proyecto se encontrará el desarrollo de la investigación sobre el análisis del comportamiento de un sistema tetrafásico que comprende de un inversor y motor tetrafásico.

El inversor, plataforma de investigación, fue implementado utilizando topología bridge de 4-arms mediante Módulos IGBTM100DU ideales para aplicaciones de altas velocidades de conmutación, los cuales son controlados mediante tres técnicas de modulación: modulación de un solo ancho de pulso (on/off), modulación senoidal del ancho de pulso (SPWM) y modulación por vector espacial, implementadas en el módulo NI9401 CompacRio y programado mediante el software LabView. Se complementa con módulos de protección basados en transductores de efecto Hall.

El motor se realizó cambiando la arquitectura de los devanados a una configuración tetrafásica a partir de un motor de inducción 2HP trifásico. Complementariamente se desarrolló el estudio correspondiente al acople de los campos magnéticos, el modelo en estado estable, características par-velocidad, generación y mitigación de armónicos en dicho motor.

Además se podrá encontrar el análisis del sistema tetrafásico y sus respectivos comportamientos ante las diferentes técnicas de modulación, evidenciando características propias de dicho sistema como:

- La técnica de modulación por vector espacial es la que presenta mejor resultado en cuanto a contenido de armónicos generado en la corriente de salida, sin embargo el vector espacial es de magnitud reducida respecto al sistema trifásico lo que produjo una disminución en la tensión efectiva del sistema.
- El motor presenta una mejora en su eficiencia debido a sus reducidas pérdidas en el cobre y al aumento de un 30% en el acople de los campos magnéticos, respecto a su similar trifásico. Al contrario se encuentra en desventaja en cuanto a armónicos debido a que su estructura elimina los armónicos de cuarto orden los cuales no son tan importantes como los de tercer orden que son los de mayor incidencia en nuestro sistema.

Finalmente, se llegó a la conclusión de que el sistema tetrafásico no presenta una ventaja considerable respecto al sistema trifásico debido a que la mejora en el acople de los campos magnéticos y en las pérdidas en el cobre, se ve contrarrestado por el alto contenido armónico existente, el cual se podría mitigar si se tuviera un estator diseñado exclusivamente para la aplicación tetrafásica.

Sin embargo se destaca que las magnitudes de corriente de alimentación del motor, son reducidas por efecto de que se reparten en cuatro líneas, brindando ventajas en cuanto al dimensionamiento de los dispositivos de potencia y facilitando las características constructivas del motor.

## **DEDICATORIA**

Este trabajo lo dedico a mis padres que fueron el pilar fundamental para lograr terminar el trabajo con éxito. De la misma forma a los compañeros y docentes que me brindaron su apoyo incondicional.

### **Gustavo**

Este trabajo dedico a mis padres quienes me han brindado su apoyo incondicional, además que han sido un ejemplo de vida y gracias a todo ello he logrado cumplir con éxito todas mis metas.

### **Marco**

Este trabajo lo dedico a mi familia que fueron el impulso para alcanzar esta meta con éxito, de manera especial a mi esposa, hija y abuelita que fueron mi mayor motivación y me brindaron el apoyo constante e incondicional.

### **Juan Pablo**

## AGRADECIMIENTOS

Primeramente agradezco a Dios por haber logrado con éxito la consecución de mi tesis. Después a mis padres que fueron las personas más importantes que estuvieron conmigo brindándome todo su apoyo en los momentos de dificultad. Además a todas las personas que me brindaron su ayuda para la consecución de este proyecto y de manera especial a mi director Ing. Flavio Quizhpi, quién me brindó su apoyo y ayuda en el transcurso del presente trabajo.

### **Gustavo**

Un sincero agradecimiento a mis padres que han sido un pilar fundamental en el desarrollo de este proyecto, los cuales me brindaron un apoyo incondicional, además de sus conocimientos y su experiencia.

### **Marco**

Agradezco a la vida y a Dios por haberme brindado la fuerza necesaria para conseguir todas mis metas planteadas hasta hoy, a mi familia, mi Tía Charo, mi abuelita, mi esposa y mi hija por ser siempre un motivo para cada día brindar lo mejor de mí. Además de manera especial al Ing. Flavio Quizhpi por su apoyo y tiempo brindado en el desarrollo del presente trabajo.

### **Juan Pablo**

## ÍNDICE

Reseña de los autores e información de contacto	II
Certificado	III
Declaración de responsabilidad	IV
Resumen	V
Dedicatoria	VII
Agradecimiento	VIII
Índice	IX
Índice de Figuras	XIII
Índice de Tablas	XVIII
Términos Técnicos	XIX

## ESQUEMA DE CONTENIDOS

### CAPITULO 1

#### GENERADOR ELECTRÓNICO TETRAFÁSICO

1.1 Sistema de suministro eléctrico	1
1.1.1 Sistema monofásico	2
1.1.2 Sistema bifásico	4
1.1.3 Sistema trifásico	5
1.1.4 Sistema tetrafásico	7
1.2 Inversor	9
1.2.1 Tipos de convertidores de DC-AC	11
1.2.2 Principio de funcionamiento del inversor	14
1.3 Inversor tetrafásico	17
1.3.1 Fuente DC	17
1.3.2 Inversor topología bridge 4-arms	20
1.3.2.1 Estructura básica de un IGBT	21
1.3.2.2 Principio de funcionamiento de un IGBT	22
1.3.2.3 Módulo IGBT CM100DU y circuito de disparo	24

1.3.3	Transductor de corriente	29
1.3.4	Carga (motor tetrafásico)	31
1.4	Técnicas de modulación	32
1.4.1	Modulación de un solo ancho de pulso (on/off)	33
1.4.2	Modulación senoidal del ancho de pulso (SPWM)	37
1.4.3	Modulación por vector espacial (SVM)	40

## **CAPITULO 2**

### **MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO**

2.1	Elementos que constituyen un motor de inducción tetrafásico	47
2.1.1	El estator	47
2.1.2	Rotor	48
2.1.2.1	Rotor jaula de ardilla	48
2.1.2.2	Rotor devanado	48
2.2	Principio de funcionamiento del motor de inducción tetrafásico	49
2.2.1	Voltaje inducido en una espira en rotación	50
2.2.2	Par inducido en una espira que porta corriente	52
2.2.3	Campo magnético rotante tetrafásico	53
2.2.4	Expresión general y demostración del campo magnético rotante tetrafásico	57
2.3	Operación del motor de inducción	59
2.3.1	Deslizamiento y frecuencia eléctrica del rotor	60
2.4	Circuito equivalente del motor de inducción tetrafásico	61
2.4.1	Modelo del rotor	62
2.4.2	Circuito equivalente final	63
2.5	Voltajes, corrientes y potencias en un motor tetrafásico	63
2.5.1	Estrella	65
2.5.2	Cuadrado	66
2.5.3	Potencia real, reactiva y aparente	68
2.5.3.1	Potencia real	68

2.5.3.2	Potencia reactiva	69
2.5.3.3	Potencia aparente	69
2.6	Par y potencia en los motores de inducción tetrafásicos	70
2.6.1	Perdidas en un motor de inducción	70
2.6.2	Potencia y par de un motor de inducción tetrafásico	71
2.7	Características par velocidad en los motores de inducción	73
2.7.1	El par desde el punto de vista físico	73
2.7.2	Par inducido en el motor de inducción tetrafásico	76
2.7.3	Par máximo en un motor de inducción tetrafásico	78
2.7.4	Control de velocidad del motor de inducción	79
2.8	Armónicos en el motor de inducción tetrafásico	82
2.8.1	Campo magnético producido por un devanado concentrado	82
2.8.2	F.m.m. producida por un devanado distribuido	86
2.8.3	Factores que afectan a la f.e.m. inducida de un devanado	88
2.8.3.1	El factor de forma	88
2.8.3.2	Factor de distribución	89
2.8.3.3	Factor de paso o factor de acortamiento	90
2.8.3.4	Eliminación de armónicos	91
2.9	Determinación de parámetros del modelo del motor	95
2.9.1	Prueba en vacío	95
2.9.2	Prueba de cc (resistencia del estator)	96
2.9.3	Prueba de rotor bloqueado	97
2.10	Cálculo del motor de inducción tetrafásico	98

### **CAPITULO 3**

#### **SIMULACIÓN DEL SISTEMA TETRAFÁSICO EN MATLAB**

3.1	Simulación en matlab del motor tetrafásico	101
3.2	Simulación en matlab del sistema tetrafásico	102
3.2.1	Sistema tetrafásico implementado con técnica de modulación de un solo ancho de pulso (on/off)	102

3.2.2 Sistema tetrafásico implementado con técnica de modulación senoidal del ancho de pulso (SPWM)	104
3.2.3 Sistema tetrafásico implementado con técnica de modulación por vector especial (SVM)	107

## **CAPITULO 4**

### **PRUEBAS Y ANÁLISIS**

4.1 Pruebas de funcionamiento del motor tetrafásico	109
4.2 Pruebas del inversor tetrafásico	111
4.2.1 Pruebas con modulación de un solo ancho de pulso (on/off)	111
4.2.2 Pruebas con modulación senoidal del ancho de pulso (SPWM)	114
4.2.3 Pruebas con modulación por vector espacial (SVM)	117
4.3 Análisis de pérdidas, armónicos en el motor y ventajas-desventajas en el sistema tetrafásico	120

## **CAPITULO 5**

### **PRESUPUESTO**

5.1 Presupuesto mano de obra requerida para la implementación del sistema tetrafásico	123
5.2 Presupuesto de recursos materiales empleados en el sistema tetrafásico	123
5.3 Presupuesto total del sistema tetrafásico	124

### **ANEXO A**

A.1 Introducción al cálculo vectorial espacial del motor tetrafásico	130
A.2 Transformación a vectores espaciales	133

<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	125
---------------------------------------	-----

<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	129
---------------------	-----

## ÍNDICE DE FIGURAS

### CAPITULO 1

Fig. 1.1 Sistemas de suministro eléctrico.	1
Fig. 1.2 Señal monofásica.	3
Fig. 1.3 Representación vectorial.	4
Fig. 1.4 Señal bifásica.	4
Fig. 1.5 Señal trifásica.	5
Fig. 1.6 Conexión Estrella.	6
Fig. 1.7 Conexión Estrella y valores característicos.	6
Fig. 1.8 Conexión Triangulo.	7
Fig. 1.9 Conexión Triangulo y valores característicos.	7
Fig. 1.10 Señal tetrafásica.	8
Fig. 1.11 Vector de tensión de línea.	9
Fig. 1.12 Tensión de salida de un inversor de dos niveles.	12
Fig. 1.13 Tensión de salida de un inversor de tres niveles.	12
Fig. 1.14 Tensión de salida de un inversor modulado por ancho de pulso.	13
Fig. 1.15 Generación de los pulsos de activación para los IGBT, para un inversor modulado por ancho de pulso.	14
Fig. 1.16(a) Topología Bridge de un inversor monofásico.	15
Fig. 1.16(b) Pulsos de activación para los interruptores.	15
Fig. 1.17 Corriente y tensión de salida en la carga, control de dos estados.	16
Fig. 1.18 Tensión de salida en la carga, de tres estados.	16
Fig. 1.19 Diagrama de bloques del inversor tetrafásico.	17
Fig. 1.20 Puente rectificador trifásico VUO 110-08N07.	17
Fig. 1.21 (a) Esquema de la fuente de continua (Rectificador y filtro capacitivo).	18
Fig. 1.21(b) Tensión de salida del rectificador trifásico de onda completa .	18
Fig. 1.22(a) Puente rectificador trifásico VUO 110-08N07 implementado.	19
Fig. 1.22(b) Filtro capacitivo, paralelo de condensadores implementado.	19
Fig. 1.22(c) Tensión de continua para la alimentación del puente inversor.	20
Fig. 1.23 Inversor tetrafásico en topología bridge.	20

Fig. 1.24 Símbolo del IGBT.	21
Fig. 1.25 Estructura básica del IGBT de canal N.	22
Fig. 1.26 Circuito equivalente de un IGBT.	23
Fig. 1.27 Modulo IGBT Mitsubishi CM100DU.	24
Fig. 1.28 Configuración en medio puente del módulo IGBT CM100DU.	24
Fig. 1.29 Modulo IGBT con su circuito de disparo.	25
Fig. 1.30 Convertidor CD-CD NMA1515SC.	25
Fig. 1.31 Mitsubishi M57959L.	26
Fig. 1.32 Esquema del circuito de disparo para un IGBT.	27
Fig. 1.33 Circuito de disparo para los módulos IGBTs.	27
Fig. 1.34 Esquema de conexión entre circuito de disparo e IGBT_1.	28
Fig. 1.35 Esquema de conexión entre circuito de disparo e IGBT_2.	28
Fig. 1.36 Inversor tetrafásico implementado.	29
Fig. 1.37 Transductor de corriente.	29
Fig. 1.38 Transductor de corriente, LEM LA25-NP.	30
Fig. 1.39 Esquema de conexión implementado para transductor LA25-NP.	30
Fig. 1.40 PCB implementado con cuatro transductores LA25-NP.	31
Fig. 1.41 Motor tetrafásico.	32
Fig. 1.42 Modulo NI9401, CompacRIO.	32
Fig. 1.43 Inversor tetrafásico con carga ideal para la explicación de las técnicas de modulación.	33
Fig. 1.44(a) Pulsos de activación IGBTs de la misma rama.	34
Fig. 1.44(b) Pulsos de activación IGBTs, para ramas contiguas.	34
Fig. 1.45(a) Forma de onda del voltaje de línea a la salida del inversor, en simulink para una carga ideal.	35
Fig. 1.45(b) Forma de onda de la corriente de línea a la salida del inversor, en simulink para una carga ideal.	35
Fig. 1.46(a) FFT del $V_{AB}$ simulado con carga ideal para modulación de un solo ancho de pulso.	36
Fig. 1.46(b) FFT del $I_{AB}$ simulado con carga ideal para modulación de un solo ancho de pulso.	36

Fig. 1.47 THD de $V_{DA}$ & $I_{DA}$ simulado con carga ideal para modulación de un solo ancho de pulso.	36
Fig. 1.48(a) IGBTs encargados de la generación de $V_{AB}$ .	37
Fig. 1.48(b) Pulsos de activación para los IGBT 1, 2, 3 y 4 con la tensión $V_{AB}$ generada.	38
Fig. 1.49(a) Forma de onda de la tensión de línea de salida, en simulink para carga ideal.	38
Fig.1.49(b) Forma de onda de la corriente de línea de salida, en simulink para carga ideal.	39
Fig. 1.50(a) FFT del $V_{AB}$ simulado con modulación SPWM.	39
Fig. 1.50(b) FFT del $I_{AB}$ simulado con modulación SPWM.	40
Fig. 1.51 THD de $V_{DA}$ & $I_{DA}$ simulado con modulación SPWM.	40
Fig. 1.52 Sistema de cuatro funciones proyectado en plano de 2 dimensiones x-y.	41
Fig. 1.53 Transformación de los ejes x-y a $\alpha$ - $\beta$ .	41
Fig. 1.54 Topología Bridge, Inversor tetrafásico.	43
Fig. 1.55 Tensiones de fase deseadas, considerando vectores a $45^\circ$ .	45
Fig. 1.56 Estados de conmutación de un inversor tetrafásico representados en forma de vectores.	45
Fig. 1.57 Diagrama vectorial de los seis vectores obtenidos a partir de los estados de conmutación del inversor tetrafásico.	46

## CAPITULO 2

Fig. 2.1 Estator motor síncrono.	48
Fig. 2.2 Rotor Jaula de ardilla.	48
Fig. 2.3 Rotor devanado.	49
Fig. 2.4 Partes de un motor de inducción.	49
Fig. 2.5 campo magnético en un imán y en un conductor.	50
Fig. 2.6 Espira que gira en un campo magnético.	50
Fig. 2.7 Espira portando una corriente $i$ en dentro de un campo magnético.	52
Fig. 2.8 Estator tetrafásico.	54
Fig. 2.9 Vector de campo magnético rotante tetrafásico en $wt = 0$ y $90$ grados.	57
Fig. 2.10 Modelo de un motor de inducción tetrafásico basado en modelo de transformador.	61

Fig. 2.11 Modelo del rotor de un motor de inducción.	63
Fig. 2.12 Circuito equivalente de una fase de un motor de inducción.	63
Fig. 2.13 Devanados del motor tetrafásico.	63
Fig. 2.14 Conexión estrella, cuadrado de un motor tetrafásico.	64
Fig. 2.15 Diagrama fasorial de un sistema tetrafásico.	64
Fig. 2.16 Voltajes de un sistema tetrafásico.	64
Fig. 2.17 Vectores tetrafásicos.	65
Fig. 2.18 Voltajes de línea en un sistema tetrafásico estrella.	65
Fig. 2.19 Determinación de voltajes de línea en sistema tetrafásico.	65
Fig. 2.20 Diagrama fasorial de voltajes de fase y de línea.	66
Fig. 2.21 Corrientes tetrafásicas.	67
Fig. 2.22 Sistema tetrafásico conectado en cuadrado.	67
Fig. 2.23 Diagrama fasorial de corrientes de fase y de línea tetrafásicos.	68
Fig. 2.24 Diagrama de potencias y pérdidas de un motor de inducción.	71
Fig. 2.25(a) Campos magnéticos en un motor con carga suave.	73
Fig. 2.25(b) Campos magnéticos en un motor con una fuerte carga.	73
Fig. 2.26 Característica par-velocidad de un motor de inducción.	75
Fig. 2.27 Circuito equivalente de una fase del motor tetrafásico.	76
Fig. 2.28 Equivalente Thevenin para el cálculo de la $I_2$ .	76
Fig. 2.29 Curvas par_velocidad con control de frecuencia y voltaje.	81
Fig. 2.30 Curvas par_velocidad con control de frecuencia y voltaje.	81
Fig. 2.31 Inducción, f.m.m. de una bobina, desarrollo de series de Fourier.	85
Fig. 2.32 Inducción de un devanado distribuido.	87
Fig. 2.33 Distribución de tres bobinas por fase y composición geométrica de f.e.m.	90
Fig. 2.34 Bobina paso acortado, f.e.m. de una bobina con paso acortado.	91
Fig. 2.35 Prueba en vacío del motor tetrafásico.	96
Fig. 2.36 Esquema equivalente de la prueba a vacío.	96
Fig. 2.37 Prueba CD motor tetrafásico.	97
Fig. 2.38 Prueba de rotor bloqueado.	97
Fig. 2.39 Esquema panorámico motor tetrafásico de 4 polos.	99

### CAPITULO 3

Fig. 3.1 Curva par velocidad motor tetrafásico.	101
Fig. 3.2 Forma de onda de la tensión de línea, simulado con carga real (on/off).	102
Fig. 3.3 Forma de onda de la corriente de línea, simulado con carga real (on/off).	103
Fig. 3.4 Forma de onda de la tensión y corriente de línea de salida (on/off).	103
Fig. 3.5 FFT de la onda de tensión en la salida del inversor para carga real (on/off).	104
Fig. 3.6 FFT de la onda de corriente en la salida del inversor para carga real (on/off).	104
Fig. 3.7 Forma de onda de la tensión de línea, simulado con carga real (SPWM).	105
Fig. 3.8 Forma de onda de la corriente de línea, simulado con carga real (SPWM).	105
Fig. 3.9 Forma de onda de la tensión y corriente de línea de salida (SPWM).	106
Fig. 3.10 FFT de la onda de tensión en la salida del inversor para carga real (SPWM).	106
Fig. 3.11 FFT de la onda de corriente en la salida del inversor para carga real (SPWM).	106
Fig. 3.12 Forma de onda de la tensión de línea, simulado con carga real (SVM).	107
Fig. 3.13 Forma de onda de la corriente de línea, simulado con carga real (SVM).	107
Fig. 3.14 FFT de la onda de corriente en la salida del inversor para carga real (SVM).	108
Fig. 3.15 FFT de la onda de corriente en la salida del inversor para carga real (SVM).	108

### CAPITULO 4

Fig. 4.1 Modelo del motor tetrafásico.	110
Fig. 4.2 Tensión de línea de salida, $V_{AB}$ (on-off).	111
Fig. 4.3 Corriente de línea de salida, $I_{AB}$ (on-off).	112
Fig. 4.4 Tensión y corriente de línea en la salida del inversor (on-off).	112
Fig. 4.5 FFT de tensión de línea en la salida del inversor (on-off).	113
Fig. 4.6 FFT de corriente de línea en la salida del inversor (on-off).	113
Fig. 4.7 Pulsos de activación para los IGBT de una misma rama (SPWM).	114
Fig. 4.8 Tensión de línea de salida, $V_{AB}$ (SPWM).	115
Fig. 4.9 Corriente de línea de salida, $I_{AB}$ (SPWM).	115

Fig. 4.10 Tensión y corriente de línea en la salida del inversor (SPWM).	116
Fig. 4.11 FFT de tensión de línea en la salida del inversor (SPWM).	116
Fig. 4.12 FFT de corriente de línea en la salida del inversor (SPWM).	117
Fig. 4.13 Tensión de línea de salida, $V_{AB}$ (SVM).	118
Fig. 4.14 Corriente de línea de salida, $I_{AB}$ (SVM).	118
Fig. 4.15 Tensión y corriente de línea en la salida del inversor (SVM).	119
Fig. 4.16 FFT de tensión de línea en la salida del inversor (SVM).	119
Fig. 4.17 FFT de corriente de línea en la salida del inversor (SVM).	119
Fig. 4.18 Diagrama de potencias y pérdidas de un motor de inducción.	120
Fig. 4.19 Armónicos en el entrehierro	122

## ANEXO A

Fig. A.1 Devanados tetrafásicos	130
Fig. A.2 Modelo bifásico del motor tetrafásico	131
Fig. A.3 Corrientes tetrafásicas	132

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Valores característicos del puente rectificador trifásico VUO 110.	17
Tabla 1.2. Comparación de las características de los transistores BJT y MOSFET.	21
Tabla 1.3. Pines y función del Convertidor NMA1515SC.	26
Tabla 1.4. Características de funcionamiento para la conexión implementada del transductor LA25-NP.	31
Tabla 1.5. Secuencia de vectores a $45^\circ$ .	44
Tabla 4.1. Pruebas del motor tetrafásico a vacío, CD, rotor bloqueado.	109
Tabla 5.1. Presupuesto de mano de obra.	123
Tabla 5.2. Lista de materiales implementados	124
Tabla 5.3. Presupuesto total.	124

## TÉRMINOS TÉCNICOS

- ***Tetrafasica.***- Sistema conformado por cuatro fases.
- ***Modulación.***- Modificación de la frecuencia o amplitud de las ondas eléctricas.
- ***Armónicos.***- Señales parasitas que afectan una señal eléctrica.
- ***SVM.***- Técnica de modulación vectorial.

# CAPITULO I

## GENERADOR ELECTRÓNICO TETRAFÁSICO

### 1.1 SISTEMA DE SUMINISTRO ELÉCTRICO

Un sistema de suministro eléctrico está formado de elementos y medios útiles para la generación, transporte y distribución de la energía eléctrica, por lo que es necesario que dicho conjunto este dotado de mecanismos de control, seguridad y protección.

En la figura 1.1 se pueden observar las diferentes partes que conforman un sistema de suministro eléctrico:

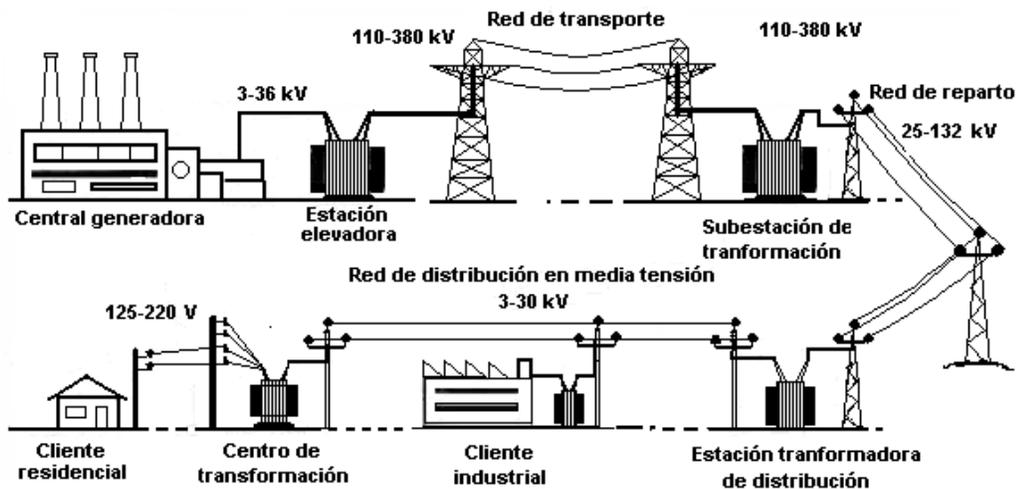


Fig. 1.1 Sistemas de suministro eléctrico. [1]

Un Sistema Eléctrico de Potencia (SEP), es el conjunto de centrales generadoras, de líneas de transmisión interconectadas entre sí y de sistemas de distribución esenciales para el consumo de energía eléctrica.

El Sistema Eléctrico de Potencia (SEP) está formado principalmente por tres partes: generación, transmisión y distribución.

- La GENERACIÓN, es donde se produce la energía eléctrica, por medio de las centrales generadoras, las que representan el centro de producción.
- LÍNEAS DE TRANSMISIÓN, son los componentes encargados de transmitir la energía eléctrica, desde los centros de generación a los centros de consumo, a través de distintas etapas de transformación de voltaje; las mismas que se interconectan con el sistema eléctrico de potencia (SEP).
- SUBESTACIONES ELÉCTRICAS, son las encargadas en interconectar líneas de transmisión de diferentes centrales generadoras, transformar los niveles de voltajes para su transmisión o consumo.
- La DISTRIBUCIÓN es el conjunto encargado de entregar la energía eléctrica a los usuarios a niveles de tensión normalizados.

### **1.1.1 SISTEMA MONOFÁSICO**

Es un sistema de producción, distribución y consumo de energía eléctrica conformado por una única fase. La distribución monofásica de la electricidad se suele usar cuando las cargas son principalmente de calefacción e iluminación, y pequeños motores eléctricos. Los motores monofásicos conectados a un suministro monofásico requieren de circuitos adicionales para generar su arranque, ya que la señal alterna no producirá un campo magnético giratorio y por lo general trabajan a potencias menores a los 10 kW. Dentro de nuestro medio, el voltaje eficaz es de 127V y la frecuencia es de 60 Hz.

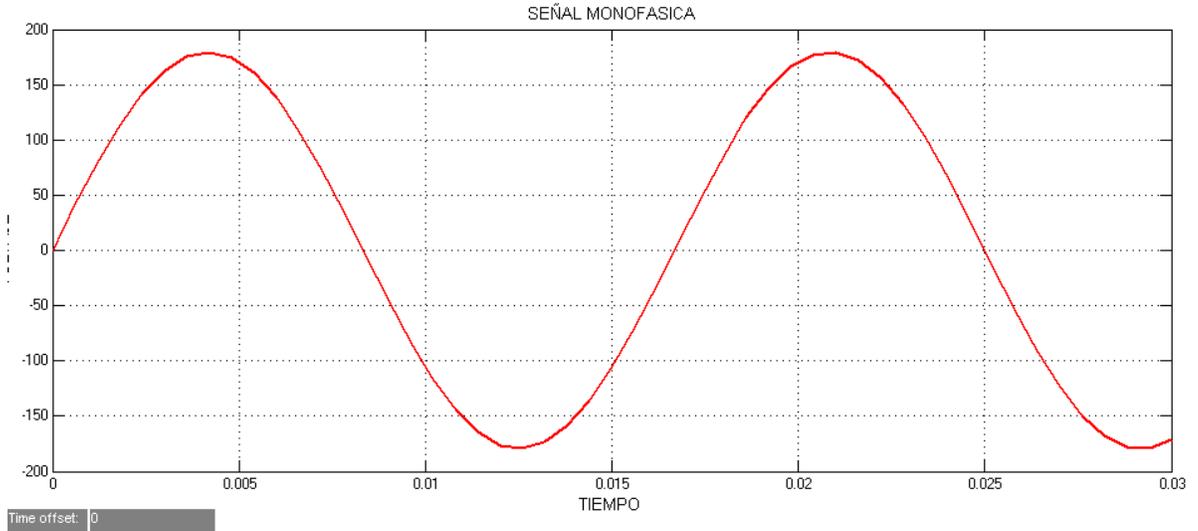


Fig. 1.2 Señal monofásica.

- Valor Medio

$$X_{AV} = \frac{1}{T} \int_0^T x(t) dt \quad (1.1)$$

$$X_{AV} = \frac{1}{T} \int_0^T V_{max} \cdot \text{sen}(wt) dt = 0 \quad (1.2)$$

- Valor Eficaz

$$X_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1.3)$$

$$V_{RMS}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T V_{max}^2 \cdot \text{sen}^2(wt) dt = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \quad (1.4)$$

### ➤ Representación Vectorial

Una función senoidal puede ser representada a través de un vector giratorio, al que se lo conoce como vector de Fresnel o fasor (figura 1.3), el cual presentara las siguientes características [2]:

- Girará con una velocidad angular  $\omega$ .
- Su módulo será el valor máximo o el eficaz, dependiendo de la representación deseada [2].

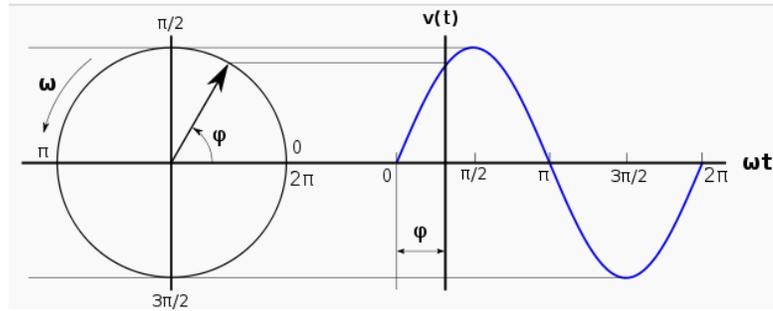


Fig. 1.3 Representación vectorial. [2]

### 1.1.2 SISTEMA BIFÁSICO

Un sistema bifásico es un sistema de producción y distribución de energía eléctrica basada en dos señales eléctricas desfasadas en su frecuencia  $90^\circ$ . En un generador bifásico, cuando las tensiones son iguales y perfectamente desfasadas  $90^\circ$  se dice que el sistema está equilibrado y es simétrico, ya que la suma vectorial de las tensiones es nula (punto *neutro*).

$$V_L = \sqrt{2} \cdot V_f \quad (1.5)$$

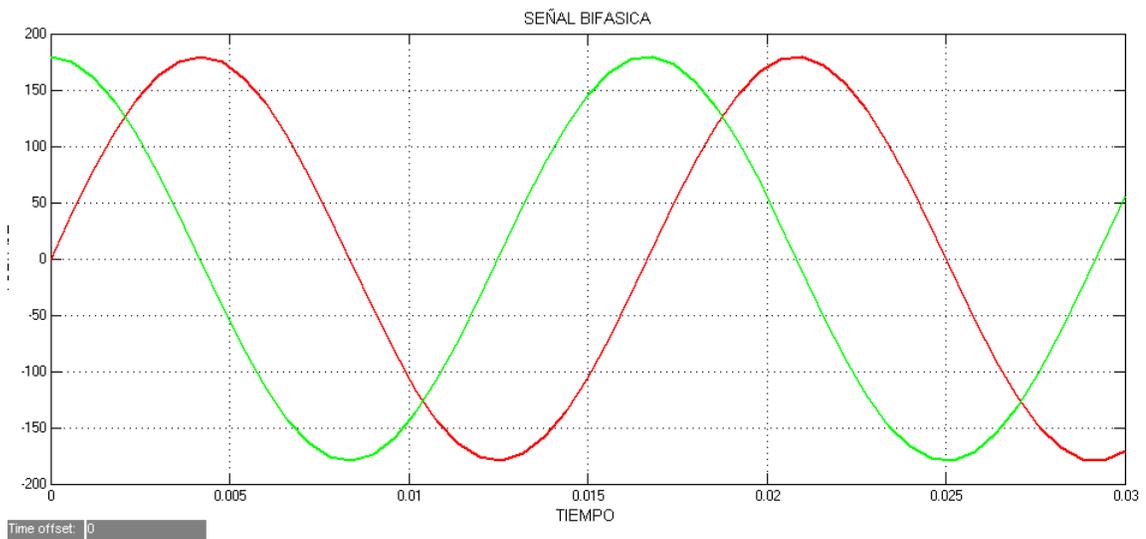


Fig. 1.4 Señal bifásica.

### 1.1.3 SISTEMA TRIFÁSICO

Un sistema trifásico es un sistema de producción, distribución y consumo de energía eléctrica, conformado en esta ocasión por tres señales alternas monofásicas de la misma amplitud y frecuencia, lo que involucra por lo tanto un mismo valor eficaz. Entre cada una de las fases existe un desplazamiento de  $120^\circ$ , y se encuentran dadas en un orden determinado.

Analíticamente se puede expresar como:

$$e_A(t) = V_{max} \text{sen}(\omega t) \quad (1.6)$$

$$e_B(t) = V_{max} \text{sen}(\omega t - 2\pi/3) \quad (1.7)$$

$$e_C(t) = V_{max} \text{sen}(\omega t + 2\pi/3) \quad (1.8)$$

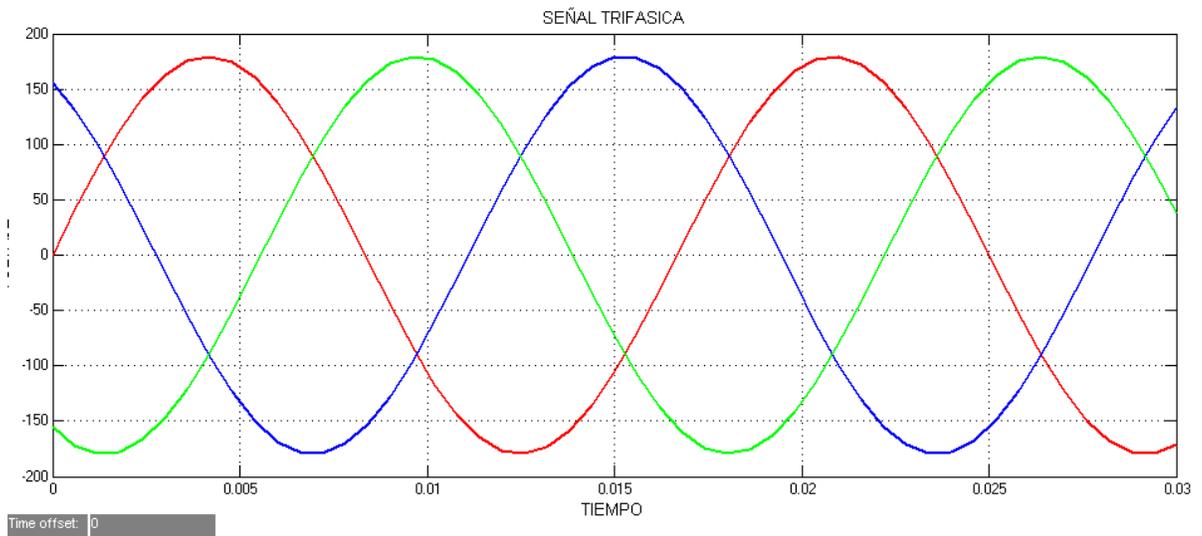


Fig. 1.5 Señal trifásica.

#### ➤ Voltajes Trifásicos Balanceados

Para que los tres voltajes de un sistema trifásico estén balanceados deberán tener amplitudes y frecuencias idénticas y estar fuera de fase entre sí exactamente  $120^\circ$ . En un sistema trifásico balanceado la suma de los voltajes es igual a cero:

$$\vec{V}_a + \vec{V}_b + \vec{V}_c = 0 \quad (1.9)$$

➤ Sistema Estrella – Triangulo  
 - Conexión Estrella

La conexión de las tres fuentes se lo realiza de la siguiente manera (figura 1.6):

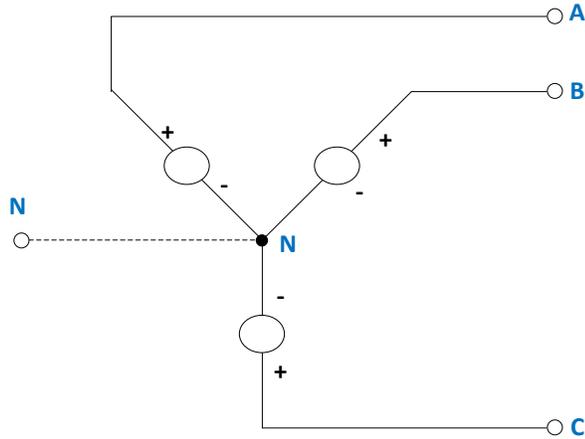


Fig. 1.6 Conexión Estrella.

Para este tipo de conexión las corrientes de línea ( $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ ) y de fase ( $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$ ) coinciden en cambio las tensiones de línea ( $V_{AB}$ ,  $V_{BC}$ ,  $V_{CA}$ ) y de fase ( $V_{AN}$ ,  $V_{BN}$ ,  $V_{CN}$ ) son distintas.

En la siguiente figura 1.7 se puede observar las diferentes magnitudes existentes en la conexión estrella.

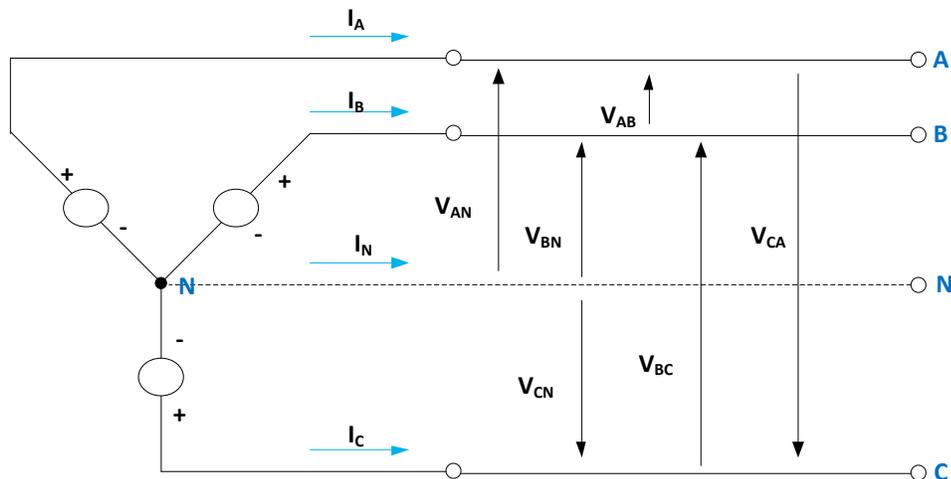


Fig. 1.7 Conexión Estrella y valores característicos.

## - Conexión Triángulo

La conexión de las tres fuentes se lo realiza de la siguiente manera (figura 1.8):

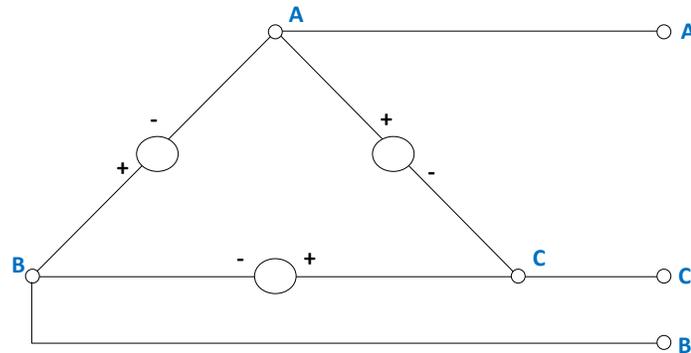


Fig. 1.8 Conexión Triángulo.

Para este tipo de conexión las tensiones de fase coinciden con las tensiones de línea.

Las corrientes de fase ( $I_{AB}$ ,  $I_{BC}$ ,  $I_{CA}$ ) son distintas de las corrientes de línea ( $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ ). En la siguiente figura 1.9 se puede observar las diferentes magnitudes existentes en la conexión triángulo.

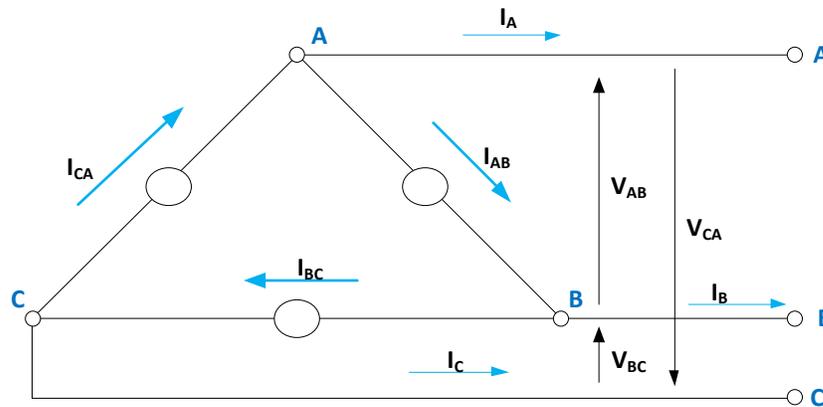


Fig. 1.9 Conexión Triángulo y valores característicos.

### 1.1.4 SISTEMA TETRAFÁSICO

Un sistema tetrafásico está conformado por cuatro señales alternas monofásicas de la misma amplitud y frecuencia, manteniendo igual valor eficaz manteniendo una diferencia entre fases de  $90^\circ$ , y se encuentran dadas en un orden determinado.

Analíticamente se puede expresar como:

$$e_A(t) = V_{max} \text{sen}(\omega t) \quad (1.10)$$

$$e_B(t) = V_{max} \text{sen}(\omega t - \pi/2) \quad (1.11)$$

$$e_C(t) = V_{max} \text{sen}(\omega t - \pi) \quad (1.12)$$

$$e_D(t) = V_{max} \text{sen}(\omega t + \pi/2) \quad (1.13)$$

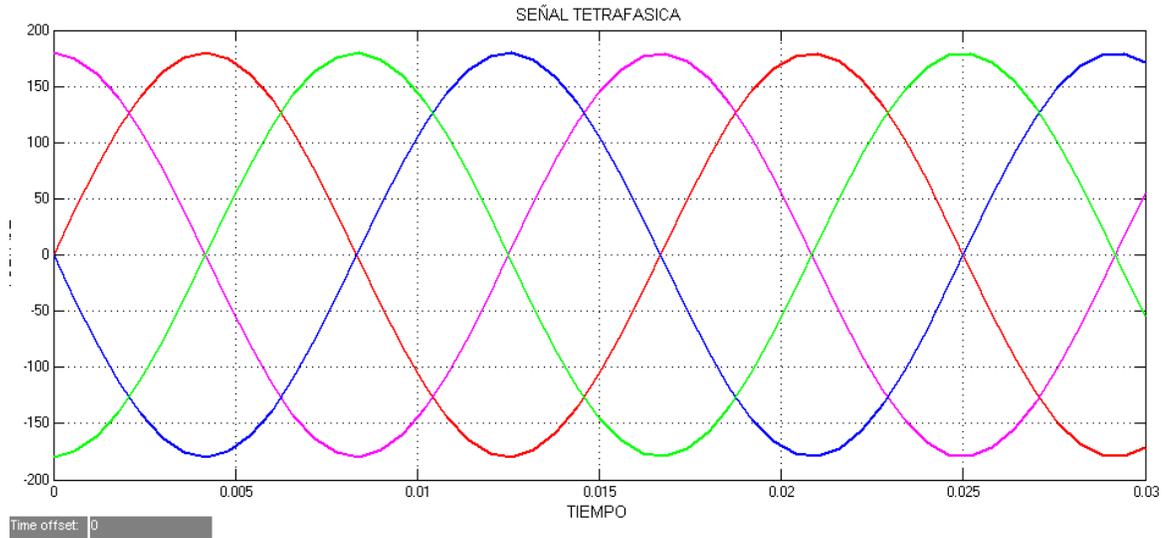


Fig. 1.10 Señal tetrafásica.

La suma de las cuatro tensiones es igual a cero ya que la amplitud de ellas es la misma y están desfasadas  $90^\circ$  entre sí.

Las tensiones de cada bobina respecto al centro o neutro constituyen las tensiones de fase del sistema, pero podemos definir también las tensiones entre los extremos de las bobinas, entre conductores, llamadas tensiones de línea, o entre líneas.

$$\overline{Vab} = \overline{Van} + (-\overline{Vbn}) \quad (1.14)$$

Es decir que si:

$$\overline{Van} = |Van| \angle 0^\circ \quad (1.15)$$

$$\overline{Vbn} = |Vbn| \angle -90^\circ \quad (1.16)$$

Entonces

$$\overline{Vab} = \sqrt{2}|Van| \angle 45^\circ \quad (1.17)$$

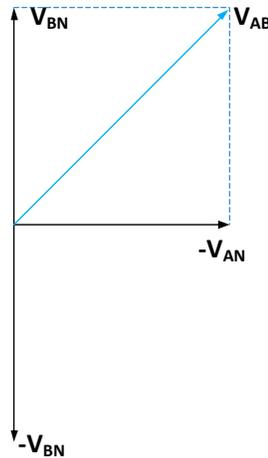


Fig. 1.11 Vector de tensión de línea.

Si descomponemos a todas, obtenemos un sistema tetrafásico, donde la suma vectorial de las cuatro tensiones de línea será nula.

## 1.2 INVERSOR

En el área industrial para realizar el control de diferentes tipos de motores se utilizaban dispositivos mecánicos o electromecánicos, los cuales presentaban inconvenientes como rigidez en el control, desgaste mecánico en los dispositivos, equipos de gran tamaño, etc.

Estos tipos de control han evolucionado gracias a la electrónica de potencia con la aparición de circuitos de conversión de potencia, los mismos que se pueden clasificar en cuatro tipos de convertidores:

- AC-AC (convertidores de frecuencia),
- AC-DC (rectificadores),
- DC-DC (convertidores)
- DC-AC (inversores).

Un inversor es un circuito electrónico que permite producir tensión alterna (AC) con voltaje y frecuencia deseada, a partir de una tensión continua (DC).

Este tipo de circuito tienen gran campo de aplicación, como el control de motores de inducción, control de motores de imán permanente, sistemas de iluminación de emergencia,

autotrónica, como también en sistemas de alimentación ininterrumpida que permitan la operación de cargas críticas tales como sistemas satelitales, sistemas de control de tráfico aéreo, nodos de internet, transacciones bancarias, etc.

Existen diferentes topologías de circuitos de potencia y de estrategias de control en el diseño de los inversores, las mismas que serán seleccionadas dependiendo del uso del mismo. Para el desarrollo del presente trabajo el inversor a desarrollar será un inversor tetrafásico con aplicación a un motor de inducción tetrafásico.

Para el control de velocidad de un motor de inducción el inversor deberá generar una tensión alterna de frecuencia y tensión variable, dependiendo de la velocidad deseada en el motor.

Cuando el voltaje de entrada (DC) del inversor no es controlable, entonces el control de voltaje de salida puede obtenerse empleando técnicas de modulación por ancho de pulso (PWM).

En las diferentes aplicaciones que se puede tener, las cargas están pensadas en ser alimentadas con tensión sinusoidal, el no hacerlo genera diferentes problemas, por ejemplo para el control de la velocidad de un motor en el variador de frecuencia el único armónico que produce par mecánico efectivo es el fundamental, el resto de los armónicos no producen par, pero generan corrientes adicionales en los bobinados con las pérdidas en el cobre y en hierro asociados. Otro inconveniente que produce una tensión con alto contenido armónico es la generación de ruido audible.

La calidad de la salida de un inversor se evalúa en términos de los siguientes parámetros: factor armónico de la  $n$ -ésima componente ( $HF_n$ ), factor de distorsión (DF) y distorsión total de armónicas THD.

- *Factor armónico de la  $n$ -ésima componente ( $HF_n$ ).*- Es una medida de la contribución armónica individual y se define como:

$$HF_n = \frac{V_n}{V_1} \quad (1.18)$$

Donde  $V_1$  es el valor rms de la componente fundamental y  $V_n$  es el valor rms de la  $n$ -ésima componente armónica.

- *Distorsión total armónica (THD)*.- Es una medida de la similitud entre la forma de onda y su componente fundamental y se define como:

$$THD = \frac{1}{V_1} \left( \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} V_n^2 \right)^{1/2} \quad (1.19)$$

- *Factor de distorsión (DF)*.- Es una medida de la eficacia en la reducción de las componentes armónicas no deseadas y se define como:

$$DF = \frac{1}{V_1} \left[ \sum_{n=2,3,\dots}^{\infty} \left( \frac{V_n}{n^2} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1.20)$$

### 1.2.1 TIPOS DE CONVERTIDORES DE DC-AC

Los circuitos inversores se pueden clasificar en dos tipos, los inversores con fuente de tensión (VSI) que se alimentan con una fuente de tensión continua y los inversores con fuente de corriente (CSI) que se alimentan con una fuente de corriente continua.

Los VSI se pueden clasificar en: Inversores de onda cuadrada, inversores con eliminación de tensión e inversores modulados por ancho de pulso (PWM).

- *Inversores de onda cuadrada*.- También conocidos como de pulso único o dos niveles. Este inversor permite controlar la frecuencia de la señal de salida. La forma de onda de la tensión de salida es cuadrada, y comprende entre dos niveles (+Vdc,-Vdc), con una única conmutación por periodo.

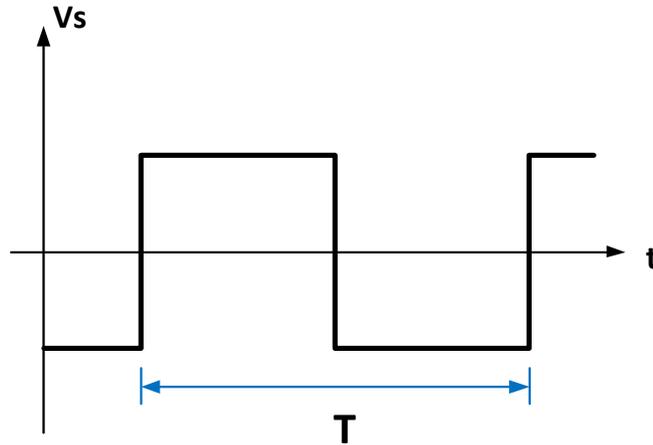


Fig. 1.12 Tensión de salida de un inversor de dos niveles.

- *Inversores con eliminación de tensión.*- También conocidos como de tres niveles, en este tipo de inversor es posible modificar la magnitud y frecuencia de la tensión de salida. Los tres niveles de la tensión de salida comprende  $+V_{dc}$ ,  $0$ ,  $-V_{dc}$ .

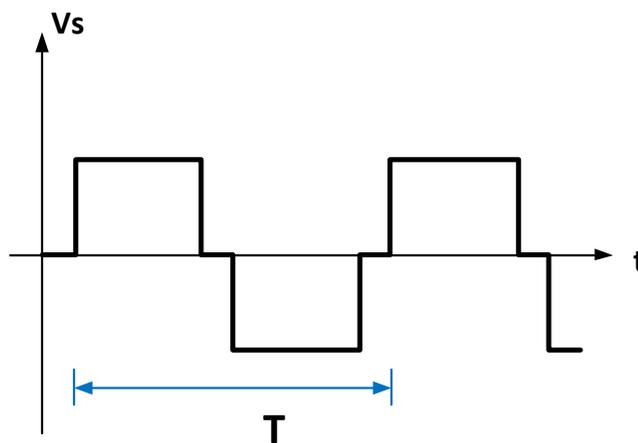


Fig. 1.13 Tensión de salida de un inversor de tres niveles.

- *Inversores modulados por ancho de pulso (PWM).*- Este tipo de inversor controla la magnitud y la frecuencia de salida, logrando que la tensión de salida conmute varias veces durante un periodo, además reduce los requerimientos para el filtrado.

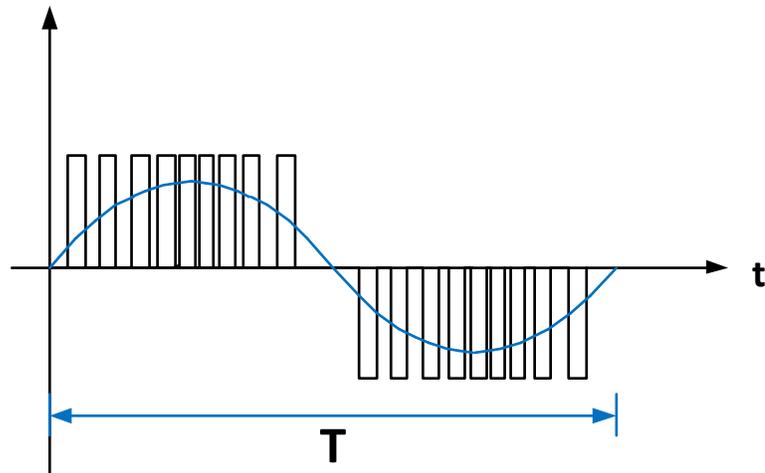


Fig. 1.14 Tensión de salida de un inversor modulado por ancho de pulso.

Este método se obtiene de la comparación de dos ondas, una moduladora y otra de referencia, de distintas frecuencias, como se observa en la figura 1.15. La señal de referencia determina la frecuencia de la onda de voltaje de salida, así como la forma de onda de la corriente en la carga, mientras que la portadora determina la frecuencia de conmutación.

La relación existente entre las amplitudes de la señal de referencia ( $A_r$ ) y portadora ( $A_c$ ), se la conoce como índice de modulación ( $M$ ), la cual permite determinar el valor del voltaje RMS de la onda de voltaje de salida.

$$M = \frac{A_r}{A_c} \quad (2.21)$$

El disponer de un rango de frecuencia elevada para la portadora (2-15KHz), reduce el contenido armónico en bajas frecuencia y aumenta para frecuencias alta, que podrán ser filtradas de manera fácil.

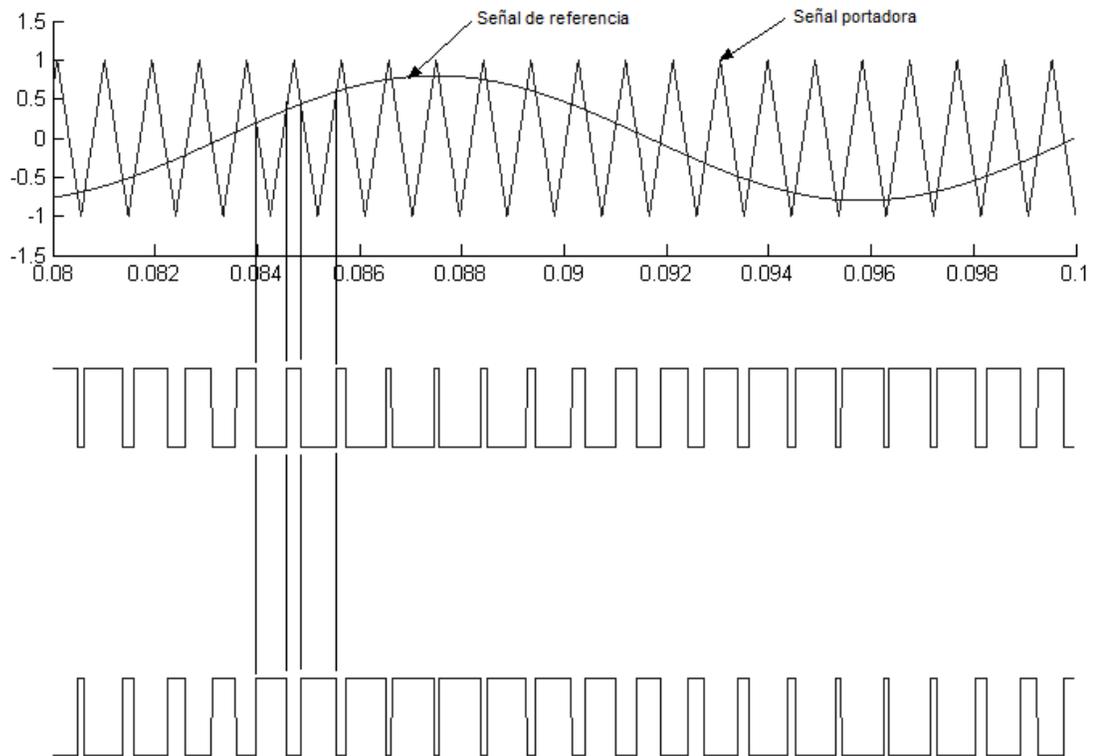


Fig. 1.15 Generación de los pulsos de activación para los IGBT, para un inversor modulado por ancho de pulso [3]

## 1.2.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL INVERSOR

Para obtener una señal de corriente alterna a partir de una señal de corriente continua es necesario disponer de un conjunto de interruptores que puedan ser activados y desactivados a una carga conectada, con el objetivo de tener una salida positiva (+Vdc) y negativa (-Vdc) alternada.

En la figura 1.16(a) se observa una configuración en puente de un inversor monofásico, donde los interruptores (IGBT) se accionan de dos en dos, como en la figura 1.16(b). Cuando los interruptores IGBT1 y IGBT2 se accionen simultáneamente el voltaje de ingreso +Vdc aparece en la carga. Cuando los interruptores IGBT2 y IGBT3 se accionen simultáneamente sobre la carga aparecerá el voltaje de ingreso invertido, es decir -Vdc.

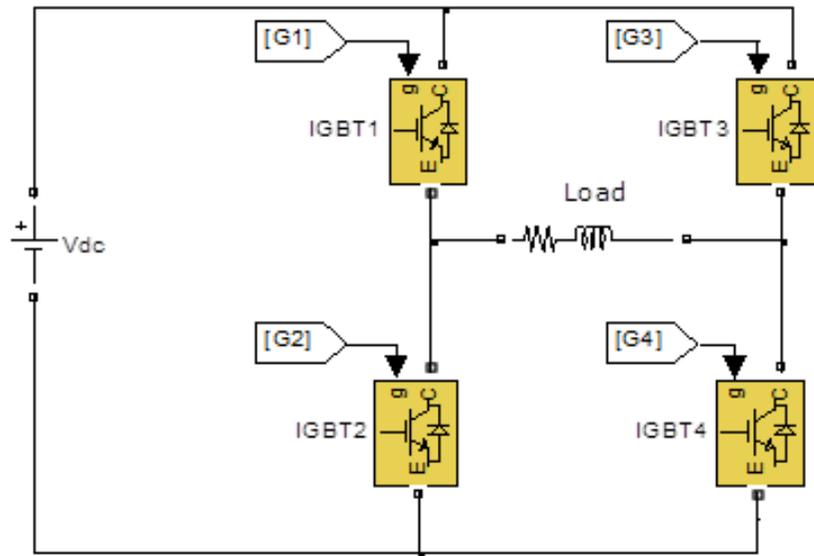


Fig. 1.16(a) Topología Bridge de un inversor monofásico.

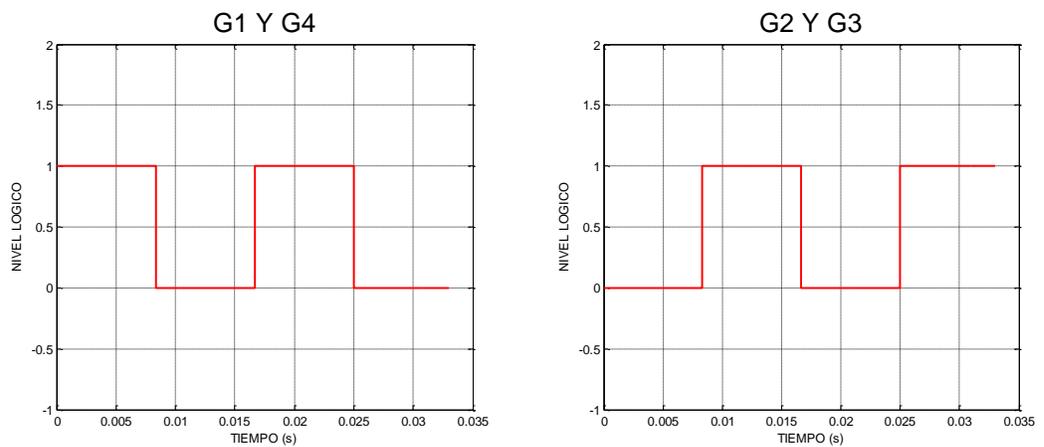


Fig. 1.16(b) Pulsos de activación para los interruptores.

En la figura 1.17 se puede observar la forma de onda de la tensión de salida sobre la carga, para un inversor en dos estados ( $+V_{dc}$ ,  $-V_{dc}$ ).

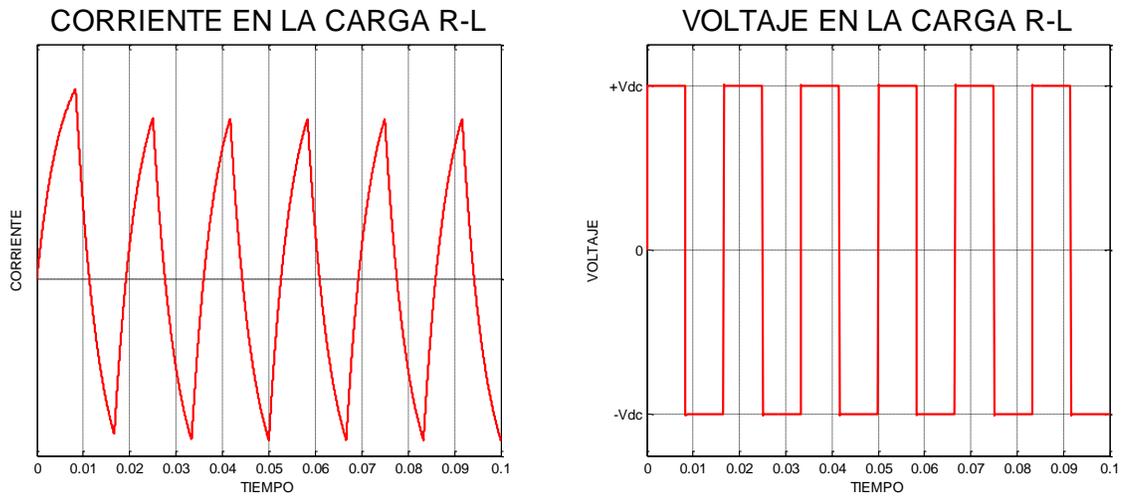


Fig. 1.17 Corriente y tensión de salida en la carga, control de dos estados.

Es posible realizar un control de 3 estados (+Vdc, 0,-Vdc) como se observa en la figura 1.18, donde la variación del valor del tiempo en cero permite modificar el valor efectivo de la señal de salida, así como la amplitud de cada armónica de la onda, logrando de esta manera controlar el contenido armónico.

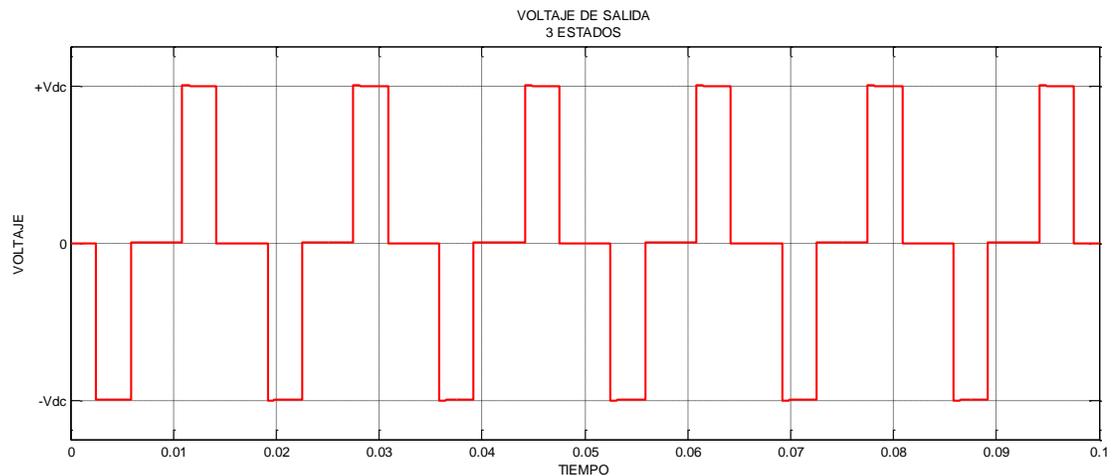


Fig. 1.18 Tensión de salida en la carga, de tres estados.

### 1.3 INVERSOR TETRAFÁSICO

En la figura 1.19 se observa el diagrama de bloques del circuito inversor a implementar.

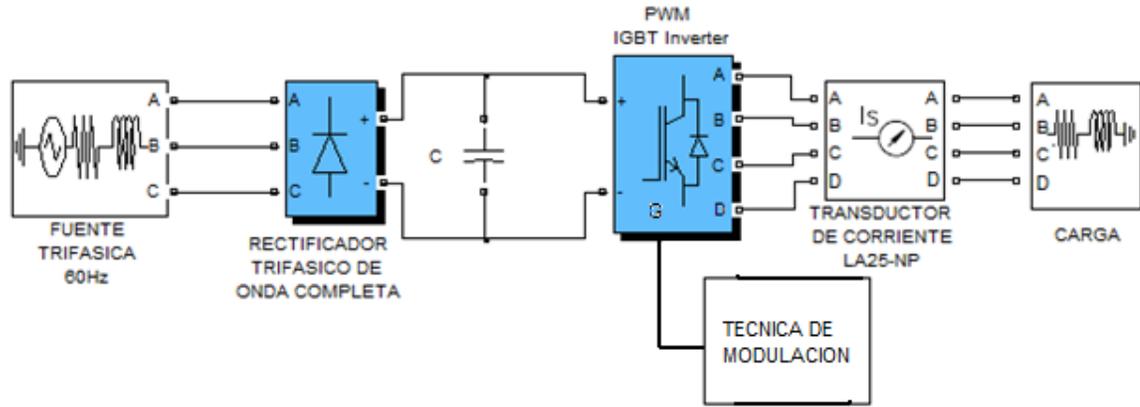


Fig. 1.19 Diagrama de bloques del inversor tetrafásico.

#### 1.3.1 FUENTE DC

El voltaje continuo de alimentación del inversor es proveniente de una rectificación trifásica de onda completa con filtro capacitivo, para lo cual se utilizó un puente rectificador trifásico VUO 110 (figura 1.20) con las características que se puede observar en la tabla 1.

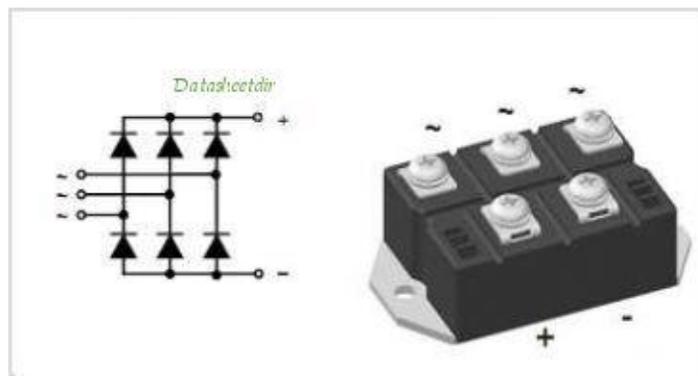


Fig. 1.20 Puente rectificador trifásico VUO 110-08N07.

$I_{dAV}$	127A
$V_{RRM}$	800V
$R_{thJC}$ por diodo	0.9 K/W
$R_{thJH}$ por diodo	1.08 K/W

Tabla 1.1. Valores característicos del puente rectificador trifásico VUO 110.

En la figura 1.21 se observa el esquema de la fuente de DC y la tensión de salida del rectificador.

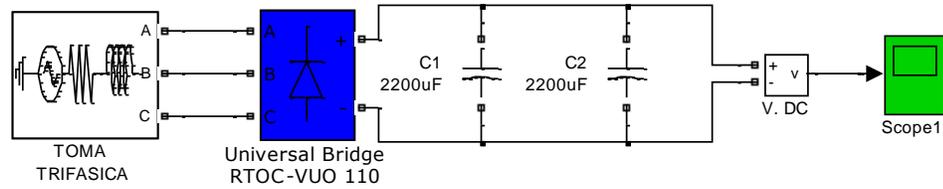


Fig. 1.21 (a) Esquema de la fuente de continua (Rectificador y filtro capacitivo).

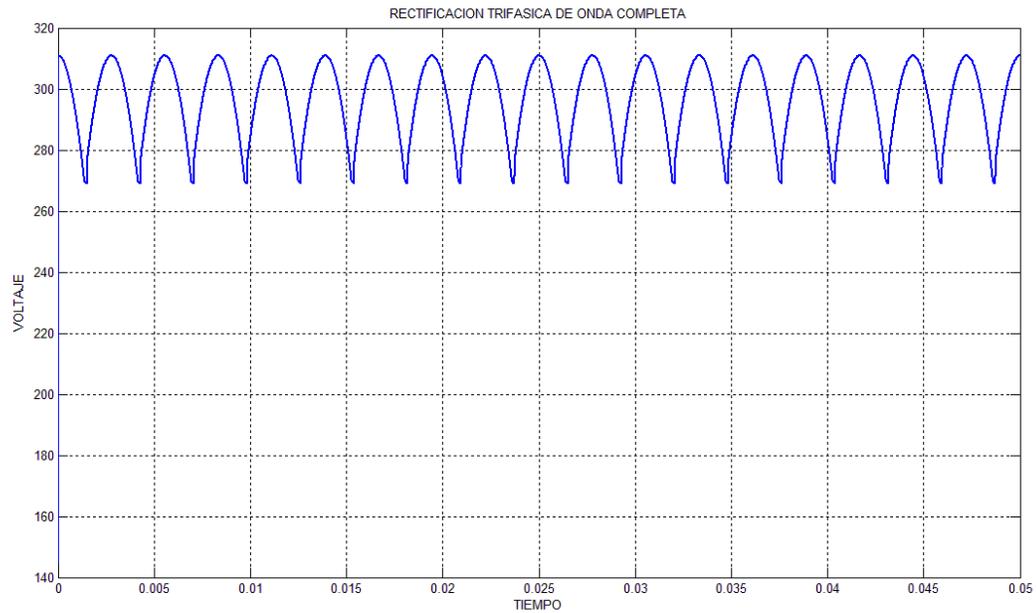


Fig. 1.21(b) Tensión de salida del rectificador trifásico de onda completa.

Con el objetivo de obtener una tensión de continua pura se utilizó un filtro capacitivo formado por dos condensadores en paralelo de  $2200 \mu\text{F}/450\text{v}$ . En la práctica se ha implementado la fuente de DC como se observa en la siguiente figura 1.22.

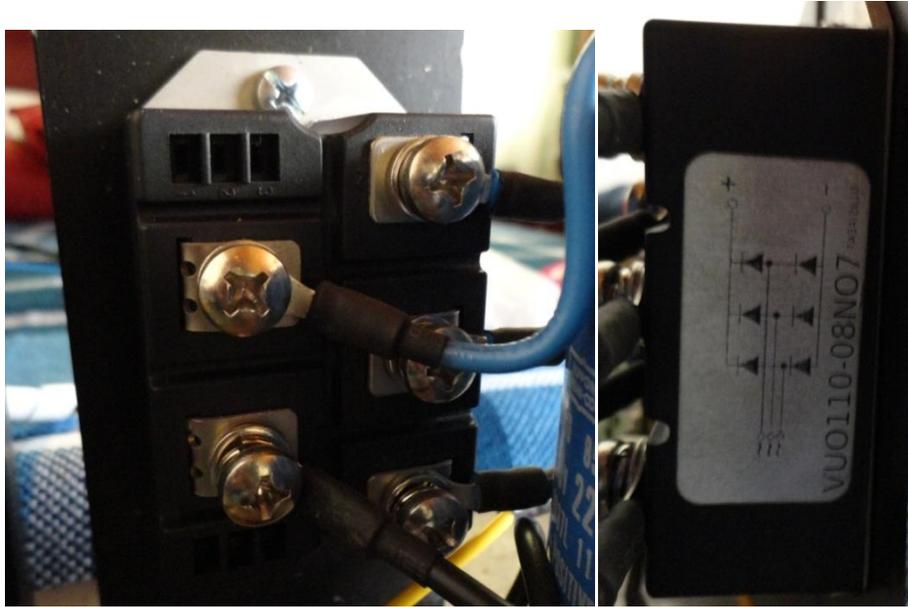


Fig. 1.22(a) Puente rectificador trifásico VUO 110-08N07 implementado.



Fig. 1.22(b) Filtro capacitivo, paralelo de condensadores implementado.

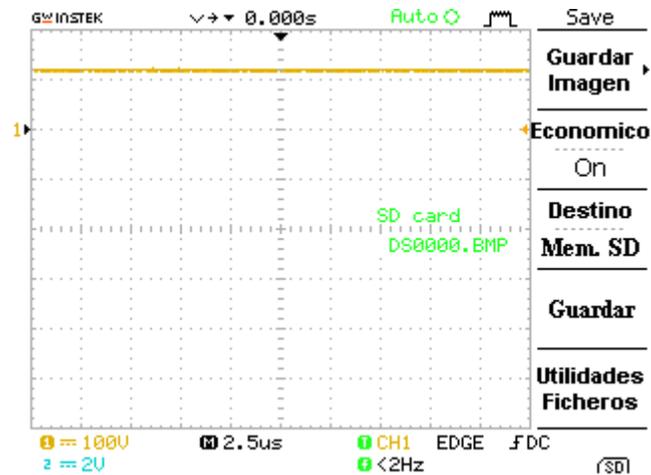


Fig. 1.22(c) Tensión de continua para la alimentación del puente inversor.

### 1.3.2. INVERSORTOPOLOGÍA BRIDGE 4-ARMS

La topología a usar en el inversor es Bridge 4-arms (como se observa en la figura 1.23), ya que es la topología más recomendable para el manejo de motores. Considerando que la carga a conectar es un motor de 2HP, es necesario utilizar transistores de potencia capaces de soportar la corriente que circula a través de ellos y la frecuencia de conmutación, por tal razón se ha decidido usar transistores IGBT's ya que son los que presentan mejor eficiencia para esta aplicación.

### INVERSOR TETRAFASICO

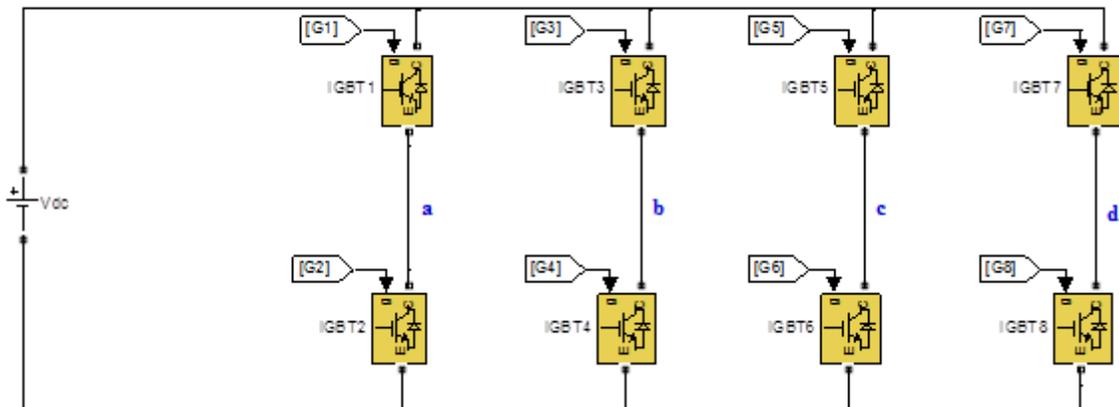


Fig. 1.23 Inversor tetrafásico en topología bridge.

### 1.3.2.1 ESTRUCTURA BÁSICA DE UN IGBT

Los transistores tradicionales como los BJT y los MOSFET tienen características que se complementan mutuamente, como se observa en la Tabla 2.

Transistores BJT	Transistores MOSFET
- Tienen pérdidas de conducción más bajas en el estado de encendido, principalmente en dispositivos con grandes tensiones de bloqueo.	- Poseen mayores pérdidas de conducción en el estado de encendido para dispositivos con grandes tensiones de bloqueo.
- Poseen tiempos de conmutación más largos, especialmente en el apagado.	- Tienen tiempos de conmutación más cortos, tanto en el encendido como en el apagado.

Tabla 1.2. Comparación de las características de los transistores BJT y MOSFET.

La combinación de las mejores características de los transistores antes mencionados, ha permitido el desarrollo del transistor bipolar de puerta aislada IGBT.

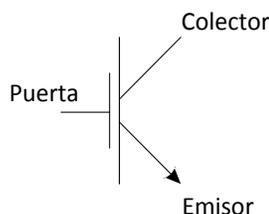


Fig. 1.24 Símbolo del IGBT.

En la figura 1.25 se puede observar la estructura básica de un IGBT de canal n, la misma que se diferencia especialmente de un MOSFET por la presencia de la capa de inyección que forma el colector del IGBT, esta capa tiene como función inyectar portadores minoritarios hacia la región de deriva (zona n-). La región central p se diferencia del resto de capas por presentar un nivel de dopado más elevado, siendo en cada una de las otras muy similares. En el emisor del IGBT se mantiene la metalización sobre la región central, como sucede en el MOSFET. En la estructura del IGBT aparece un tiristor parasito, el cual puede ser evitado su activación a través de la modificación de la región central. Existen dos tipos de IGBT: simétricos y asimétricos.

- IGBT simétricos: No poseen capa amortiguadora. La región de deriva debe ser lo suficientemente grande para que la zona de deplexión no toque la capa de inyección, y así poder bloquear tensiones inversas tan elevadas como las directas.
- IGBT asimétricos: Poseen capa amortiguadora. Dependiendo del espesor de esta capa y de la densidad de dopado, el funcionamiento del IGBT puede mejorar de manera considerable, reduciendo la caída de tensión en estado de conducción y el tiempo de apagado. Sin embargo la presencia de esta capa reduce la capacidad de bloqueo inverso del IGBT.

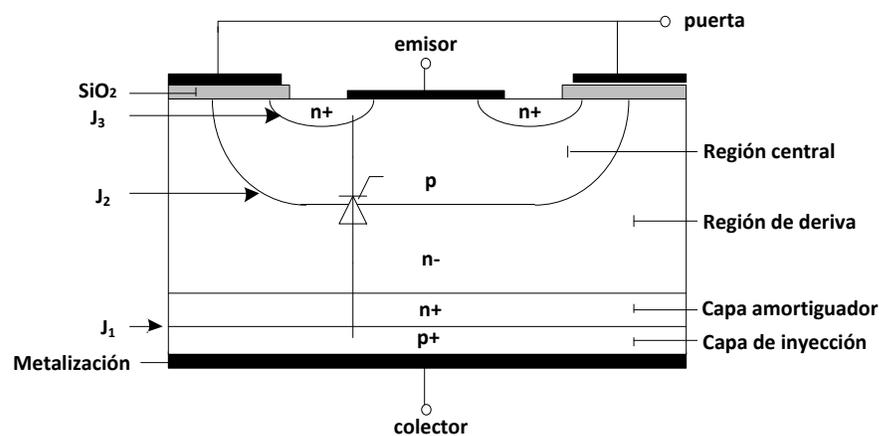


Fig. 1.25 Estructura básica del IGBT de canal N.

### 1.3.2.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DE UN IGBT

El IGBT presenta un principio de funcionamiento similar a un MOSFET, cuya región de deriva fuera modulada en conductividad, mediante la inyección de portadores minoritarios, siendo huecos para un canal n. Para conseguir esto, es necesario introducir la capa p+ (capa de inyección) entre lo que era el drenador del MOSFET y su metalización, formando la unión J1 la misma que tendrá polarización directa y se comportará como un diodo semiconductor. La inyección de los portadores ayudará en la reducción de la resistencia de la zona de deriva, y por lo tanto su caída de tensión en estado de conducción, reduciendo sus pérdidas respecto a un MOSFET. La tensión puerta-emisor ( $V_{GE}$ ) controla el estado del IGBT.

En el funcionamiento del IGBT se puede diferenciar dos estados: bloqueo y conducción.

### ➤ Estado de conducción

Cuando se aplica una tensión positiva al colector respecto al emisor y  $V_{GE}$  es mayor al voltaje de umbral  $V_{GEth}$ , se produce una redistribución de cargas en la región central formándose un canal en esta región, de modo que se une la región de deriva con la difusión de emisor, fluyendo de esta manera una corriente de electrones desde el emisor hasta la región de deriva, lo mismo que produce una inyección importante de huecos desde la capa de inyección a la región de deriva. Cuando los huecos van a la región central su carga espacial atrae a los electrones de la fuente que están en contacto con dicha región, recombinándose rápidamente los huecos en exceso.

El IGBT puede ser representado mediante un circuito equivalente, como se observa en la figura 1.26, formado por un transistor principal conducido por el MOSFET. La unión formada por la región central y la región de deriva funciona como el colector de un transistor PNP, este transistor estará formado por la zona p (región central) que actuara como emisor, la región central lo hará como base y la zona p+ como colector.

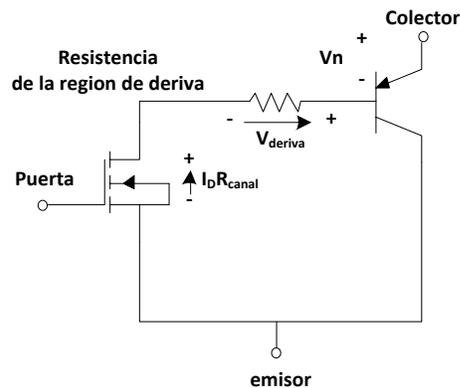


Fig.1.26 Circuito equivalente de un IGBT.

### ➤ Estado de bloqueo

El IGBT puede encontrarse en este estado en dos circunstancias:

1. Cuando se aplica una tensión negativa al colector respecto al emisor, el IGBT se encuentra bloqueado, ya que la unión J1 se encuentra en polarización inversa.
2. Cuando se aplica una tensión positiva al colector respecto al emisor, y  $V_{GE}$  es menor que la de umbral  $V_{GEth}$ , el IGBT estará bloqueado. La unión J1 se encuentra

en polarización directa, sin embargo la tensión colector-emisor aplicada caerá sobre la unión J2, fluyendo únicamente una pequeña corriente de fuga.

### 1.3.2.3 MODULO IGBT CM100DU Y CIRCUITO DE DISPARO

Para la implementación del puente inversor se utilizara módulos IGBT Mitsubishi CM100DU de 100A (como se observa en la figura 1.27), diseñados para aplicaciones de conmutación.



Fig.1.27 Modulo IGBT Mitsubishi CM100DU.

Cada módulo consta de dos IGBTs en una configuración de medio puente, donde cada transistor tiene conectado de forma inversa un diodo de corrida libre para cargas inductivas. Todos los componentes e interconexiones están aislados de la placa base de disipación de calor, que ofrece el montaje del sistema simplificado y la gestión térmica.

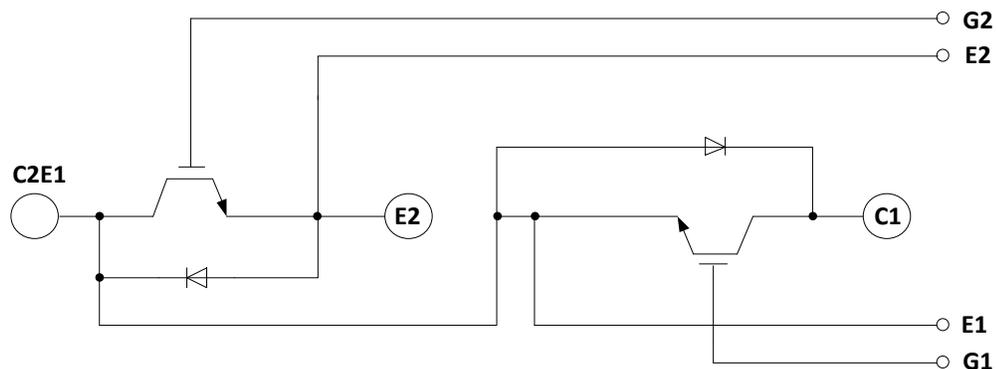


Fig.1.28 Configuración en medio puente del módulo IGBT CM100DU.

Para lograr el disparo de estos IGBTs es necesario disponer de un circuito de disparo para dichos dispositivos (figura 1.29), conformados principalmente por los circuitos integrados NMA1515SC y Mitsubishi M57959L, que son un convertidor de CD-CD y una driver para IGBT, respectivamente. Diseño tomado del grupo GSIEP de la Universidad Simón Bolívar.

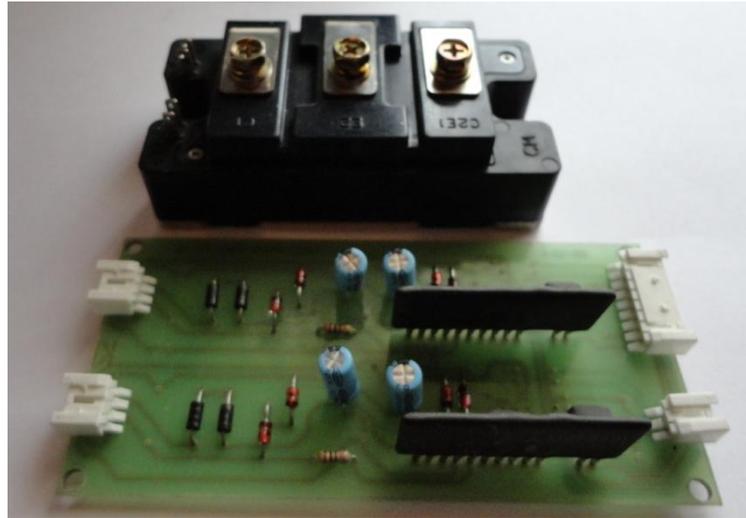


Fig.1.29 Modulo IGBT con su circuito de disparo.

#### ➤ NMA 1515SC

Es el encargado de generar la tensión de +15V y -15V, necesarias para  $V_{CC}$  y  $V_{EE}$ , para el circuito de disparo.

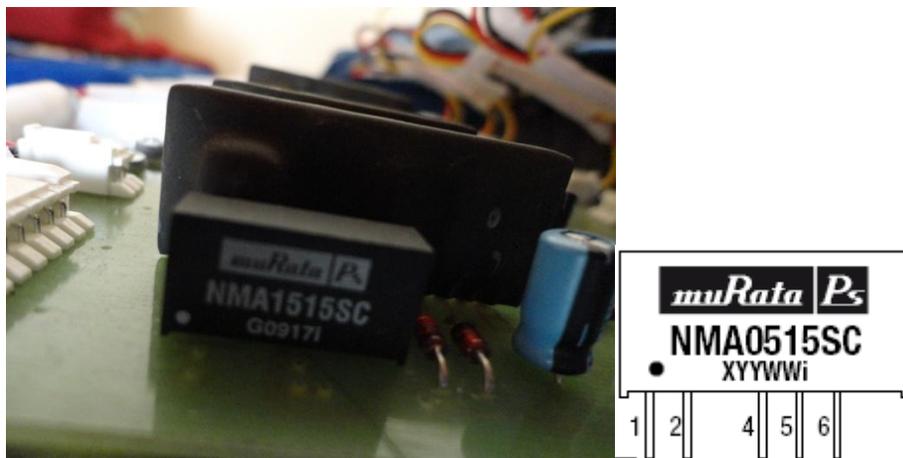


Fig.1.30 Convertidor CD-CD NMA1515SC.

PIN	FUNCIÓN
1	$+V_{in}$
2	$-V_{in}$
4	$-V_{out}$
5	0
6	$+V_{out}$

Tabla 1.3. Pines y función del Convertidor NMA1515SC.

### ➤ Mitsubishi M57959L

Es un circuito integrado híbrido diseñado para el manejo de módulos IGBT canal n, encargado de amplificar la señal de puerta. Este integrado proporciona el aislamiento eléctrico necesario entre la entrada y la salida. Posee una interface de entrada TTL, por lo que se dará pulsos de 0 (0V) o 1 (+5V) lógico suficientes para que esté integrado genere el pulso de puerta para el IGBT que será de  $\pm 15V$ . El IGBT se activará cuando al ingreso del circuito se de 0 lógico y se desactivará con 1 lógico.



Fig.1.31 Mitsubishi M57959L.

Para el correcto funcionamiento del integrado Mitsubishi M57959L (figura 1.31) se recomienda utilizar el esquema de la figura 1.32. El  $V_{in} = 0V$  o  $5V$ , proveniente del CompacRio.

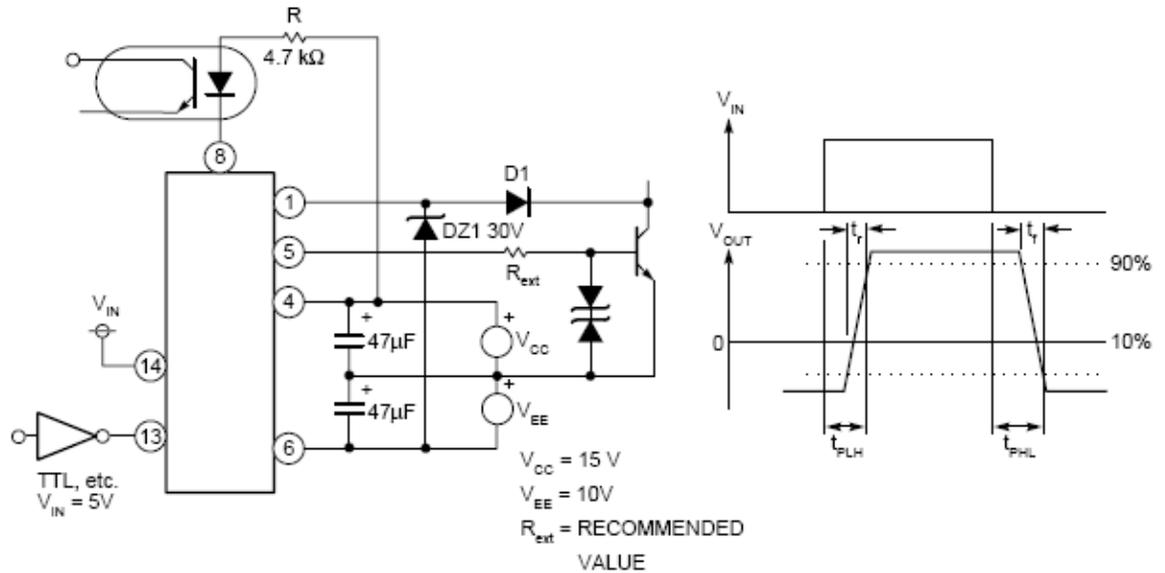


Fig.1.32 Esquema del circuito de disparo para un IGBT. [4]

El circuito de la figura 1.32 se implementó en PCB (figura. 1.33), el mismo que será el encargado de la interfaz de disparo entre el dispositivo generador de los pulsos (CompacRio) y los módulos IGBT.



Fig.1.33 Circuito de disparo para los módulos IGBTs.

Cada PCB implementa dos circuitos de disparo, uno para cada IGBT, donde el esquema de conexión entre el circuito de disparo (la figura 1.32) y el módulo IGBT CM100DU (figura 1.28) se puede observar en la figura 1.34 y 1.35.

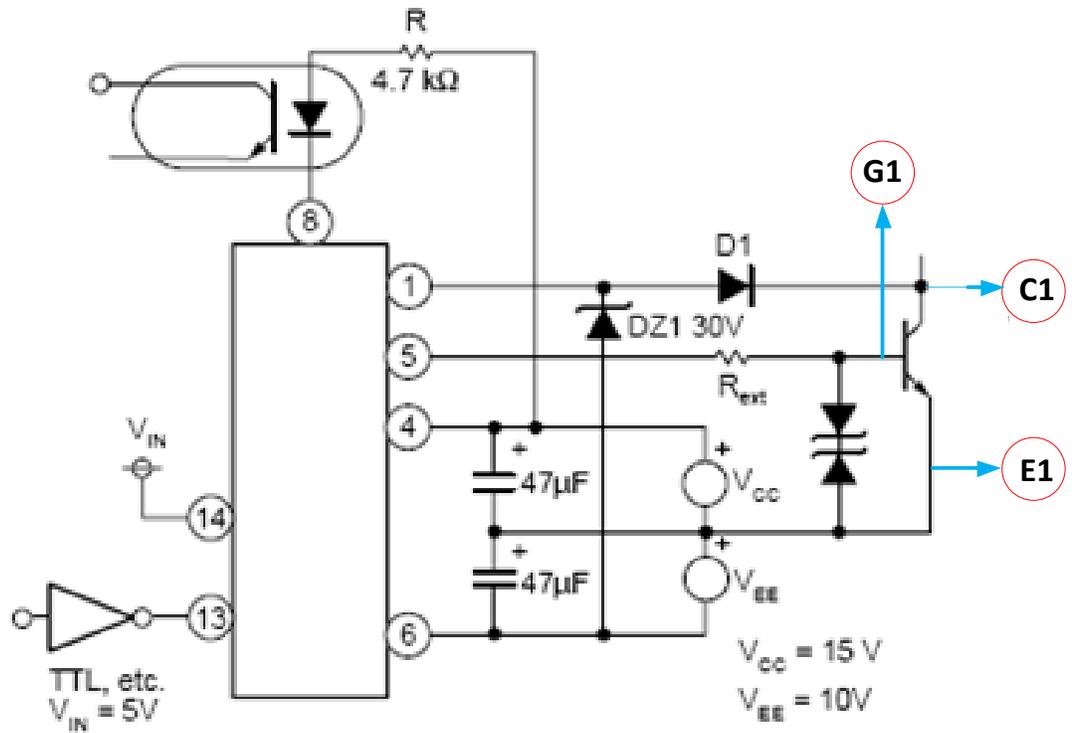


Fig.1.34. Esquema de conexión entre circuito de disparo e IGBT\_1.

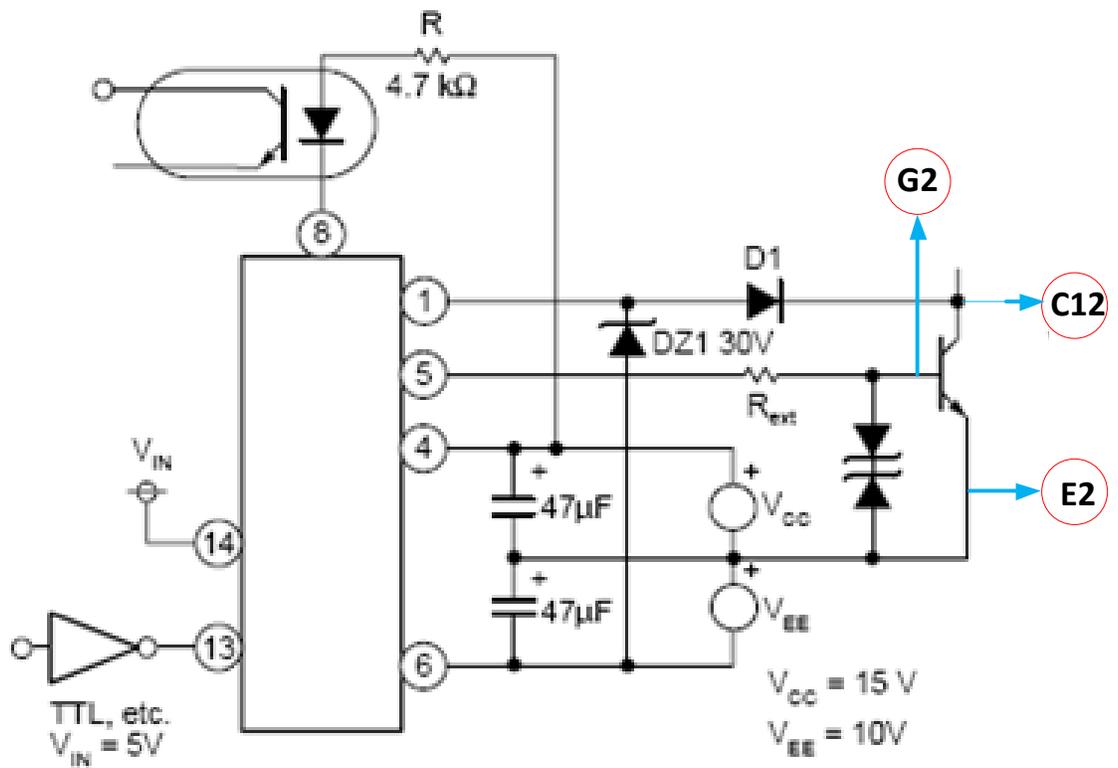


Fig.1.35. Esquema de conexión entre circuito de disparo e IGBT\_2.

El inversor de 4-arms implementado en la practica se puede observar en la figura 1.36.



Fig.1.36 Inversor tetrafasico implementado.

### 1.3.3 TRANSDUCTOR DE CORRIENTE

Cuando se desea medir corrientes altas de forma segura, en la practica puede emplearse un transformador de corriente (TC) de proposito general o un transductor de corriente, el cual reduce la magnitud de la corriente de ingreso a un circuito a un valor de corriente más manejable. [5]

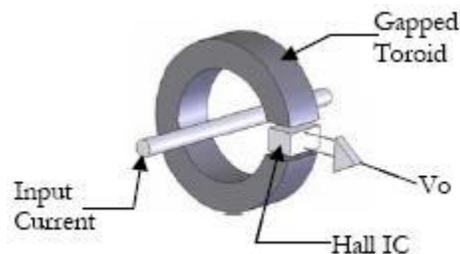


Fig.1.37 Transductor de corriente. [5]

Para esta aplicación se usaran transductores de corriente LEM LA25-NP, como se indica en la figura 1.38, un transductor de Efecto Hall de lazo cerrado el cual garantiza una elevada exactitud y linealidad ya que en el secundario existira una representacion exacta de la corriente primaria.

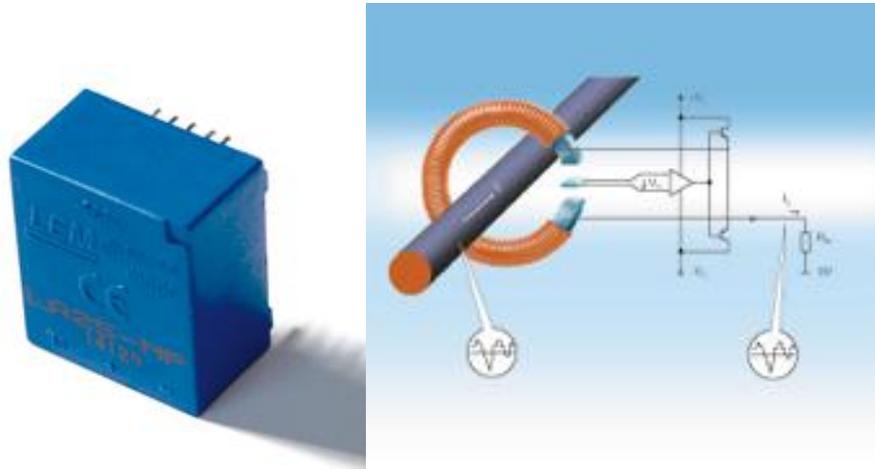


Fig.1.38 Transductor de corriente, LEM LA25-NP. [6]

Estos sensores están especialmente indicados para variadores de velocidad de corriente alterna y servomotores, cargadores de batería, Sistemas de Alimentación Ininterrumpida (UPS), convertidores estáticos para unidades de motor de corriente continua, fuentes de alimentación conmutada (SMPS), y fuentes de alimentación para aplicaciones de soldadura.

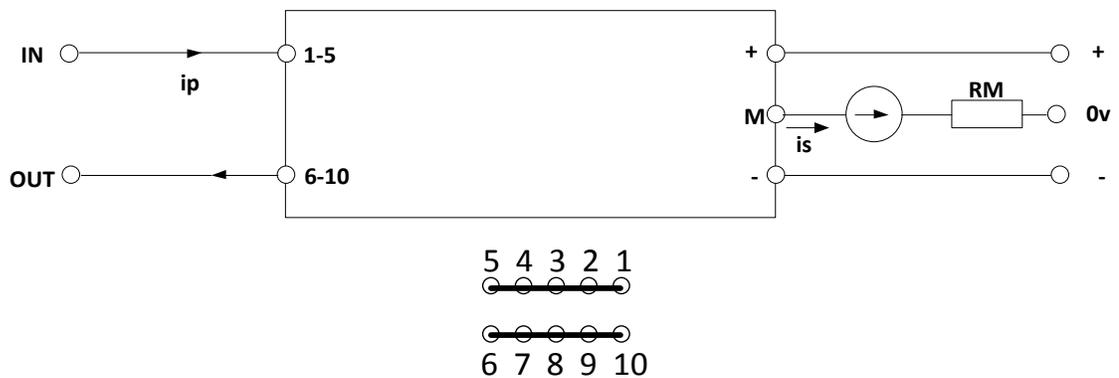


Fig.1.39 Esquema de conexión implementado para transductor LA25-NP.

Con la conexión mostrada en la figura 1.39 el transductor funciona bajo las siguientes características mostradas en la Tabla 4.

Vueltas en el primario	Corriente Primaria		Corriente Nominal Secundaria $I_{SN}$ [A]	Relación $n$ Vueltas $K_N$	Resistencia Primaria $R_p$ [m $\Omega$ ]	Inductancia de inserción primaria $L_p$ [ $\mu$ H]
	Nominal al $I_{PN}$ [A]	Máxima $I_P$ [A]				
1	25	36	25	1/1000	0.3	0.023

Tabla 1.4. Características de funcionamiento para la conexión implementada del transductor LA25-NP

En el puente tetrafásico se estará monitoreando la corriente de salida de manera constante mediante 4 transductores LA25-NP que han sido implementados en un PCB, los mismos que reportaran sobrecorrientes al módulo NI9227 del CompacRio el mismo que desactivará el sistema tetrafásico en caso de presentarse cualquier anomalía.



Fig.1.40PCB implementado con cuatro transductores LA25-NP.

### 1.3.4 CARGA (MOTOR TETRAFASICO)

La carga a conectar en el puente tetrafasico es el motor de jaula de ardilla tetrafasico, como se observa en la figura1.41,el mismo que sera tratado en el capitulo 2.



Fig.1.41 Motor tetrafásico.

## 1.4 TÉCNICAS DE MODULACIÓN

Con el fin de variar la ganancia de los inversores y reducir su contenido armónico, existen diferentes técnicas de modulación basadas en la modulación por ancho de pulso (PWM), de donde las técnicas comúnmente usadas son:

1. Modulación de un solo ancho de pulso
2. Modulación de varios anchos de pulso (MPWM)
3. Modulación senoidal del ancho de pulso (SPWM)
4. Modulación senoidal modificada del ancho de pulso (MSPWM)
5. Modulación por vector espacial (SVM)

En este proyecto se desarrollará el estudio y análisis de 3 técnicas de modulación, un solo ancho de pulso (on/off), SPWM y SVM, las mismas que serán desarrolladas en LabView e implementadas en el CompacRIO de la National Instruments, trabajando principalmente con el modulo NI 9401, el mismo que dispone de 8 canales de nivel lógico TTL input/output, y ultrahigh-speed.



Fig.1.42Modulo NI9401, CompacRIO.

Se elaboró un programa de cómputo mediante el Simulink de MATLAB, para evaluar el funcionamiento y contenido armónico del inversor tetrafásico aplicado en esta ocasión a una carga ideal (figura 1.43, parámetros ideales del motor tetrafásico), para cada técnica de modulación aplicada al puente inversor. Los pulsos de activación para los IGBTs, voltajes y corrientes de salida ideales que se obtendrán de la simulación servirán para la explicación de cada técnica de modulación.

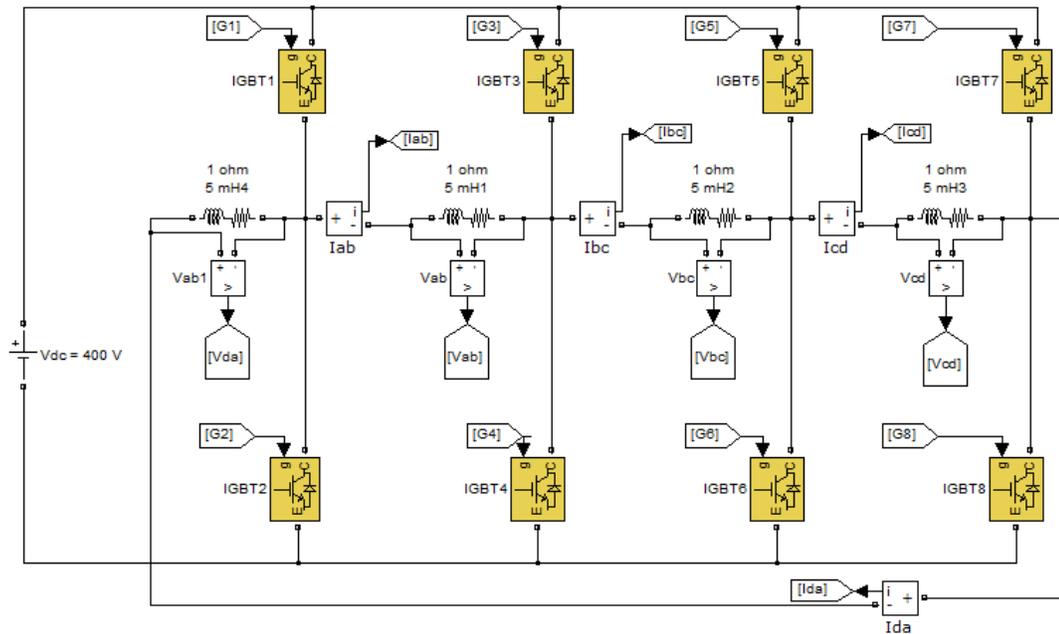


Fig.1.43 Inversor tetrafásico con carga ideal para la explicación de las técnicas de modulación.

### 1.4.1 MODULACION DE UN SOLO ANCHO DE PULSO (ON/OFF)

En esta modulación existe un solo ancho de pulso por cada medio ciclo. Es importante tener en cuenta que en un inversor de topología *bridge*, no pueden activarse al mismo tiempo dos transistores de la misma rama. Para los transistores de 2 ramas contiguas los pulsos de activación tienen un desfase de  $90^\circ$ . En la figura 1.44 se puede observar los pulsos de activación para los IGBTs.

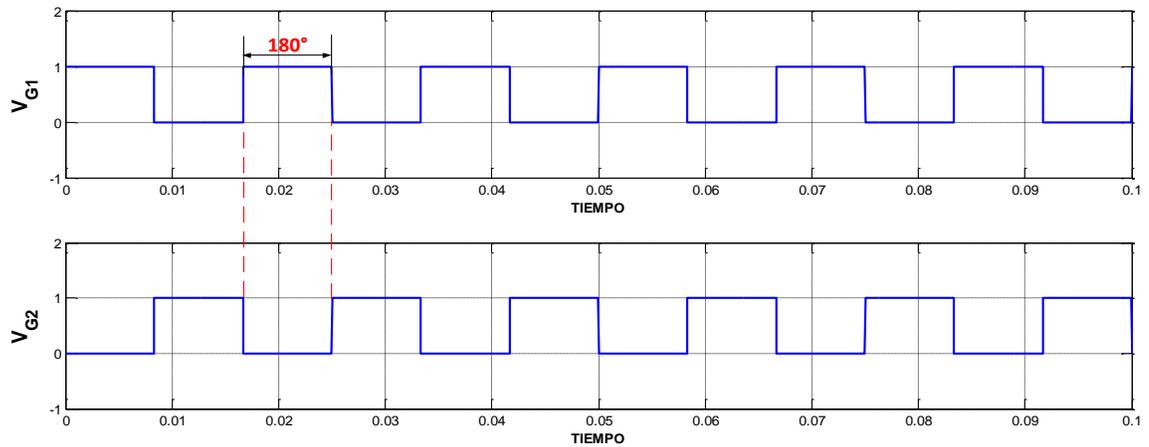


Fig.1.44(a): Pulsos de activación IGBTs de la misma rama.

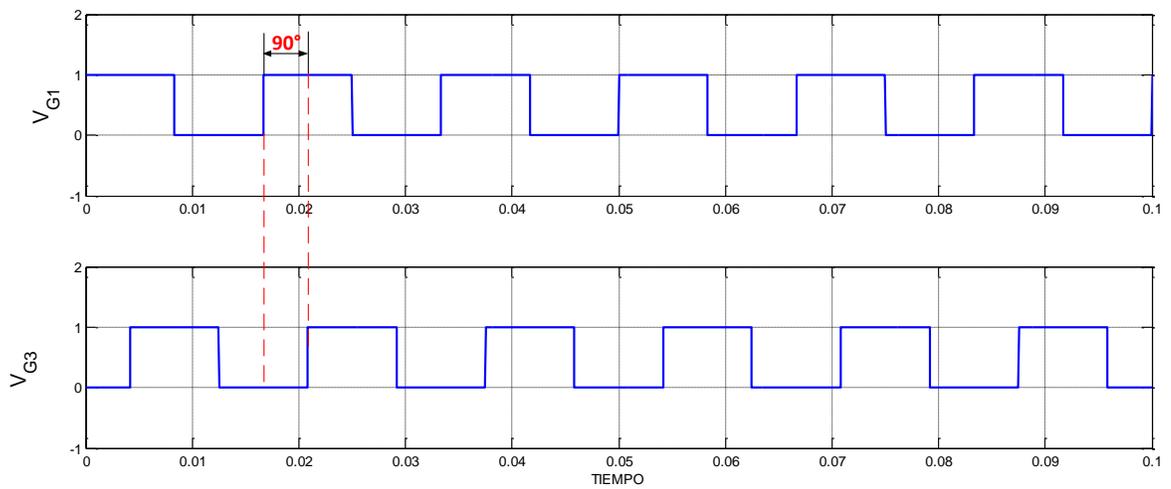


Fig.1.44(b) Pulsos de activación IGBTs, para ramas contiguas

El voltaje instantáneo de salida es:

$$V_o = V_s(g1 - g2) \quad (2.13)$$

Donde  $g1$  y  $g2$ , son los pulsos para los IGBT de una misma rama.

La forma de onda del voltaje y corriente de línea a la salida del inversor simulada con carga ideal se puede observar en la figura 1.45, donde se diferencia el desfase de  $90^\circ$ .

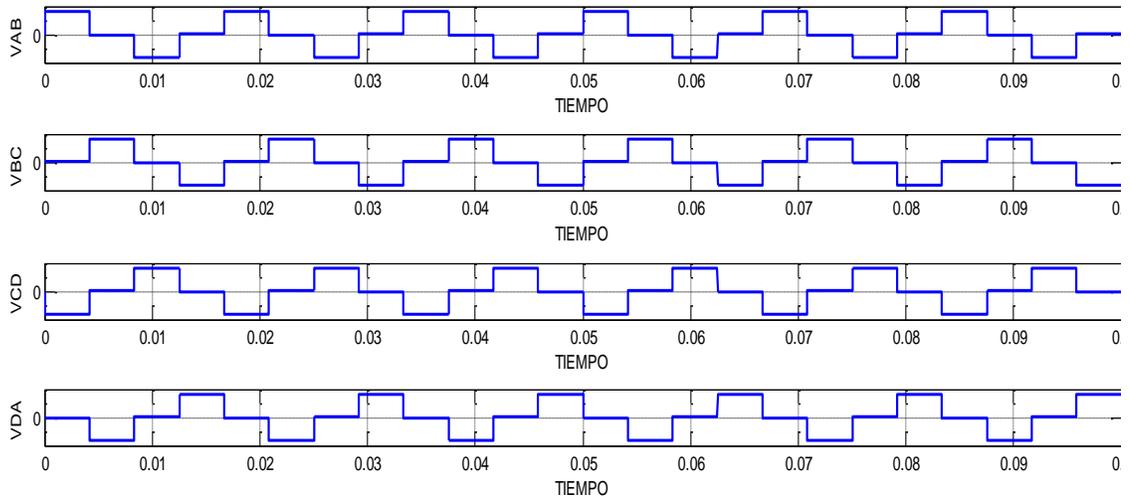


Fig.1.45(a): Forma de onda del voltaje de línea a la salida del inversor, en simulink para una carga ideal.

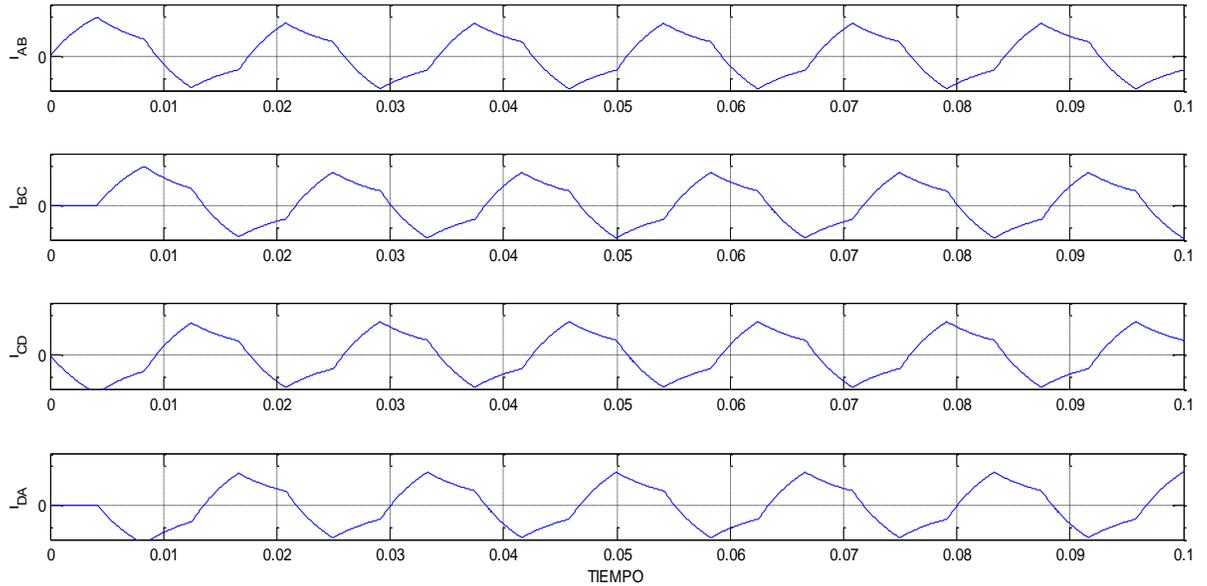


Fig.1.45(b): Forma de onda de la corriente de línea a la salida del inversor, en simulink para una carga ideal.

Con el fin de determinar el rendimiento del inversor tetrafásico con modulación de un solo ancho de pulso se ha encontrado la FFT y THD de la señal de tensión y corriente en la salida, simulado para una carga ideal.

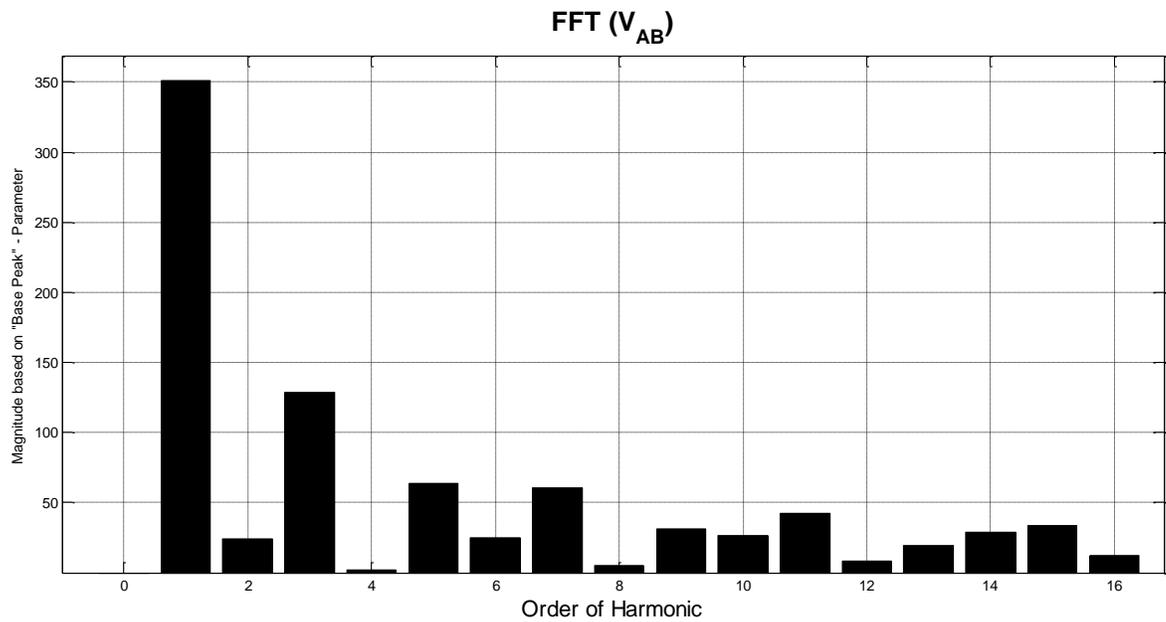


Fig.1.46(a)FFT del  $V_{AB}$  simulado con carga ideal para modulación de un solo ancho de pulso.

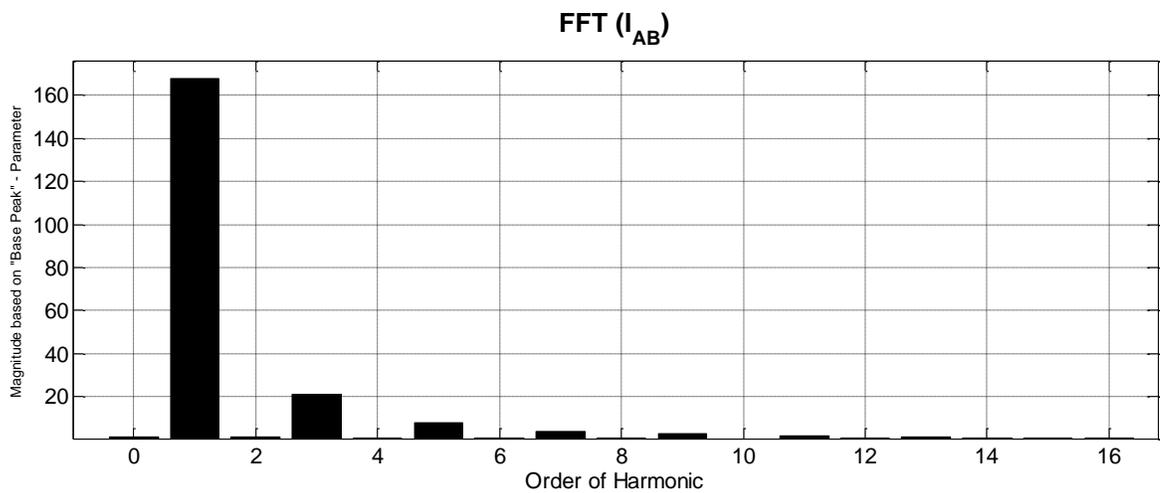


Fig.1.46(b) FFT del  $I_{AB}$  simulado con carga ideal para modulación de un solo ancho de pulso.

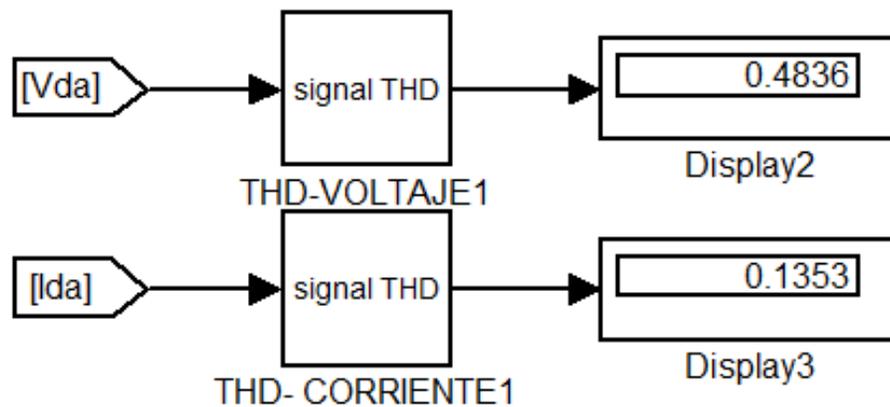


Fig.1.47 THD de  $V_{DA}$  &  $I_{DA}$  simulado con carga ideal para modulación de un solo ancho de pulso.

### 1.4.2 MODULACION SENOIDAL DEL ANCHO DE PULSO (SPWM)

En esta modulación el ancho de los pulsos son variables como resultado de la comparación de una señal de referencia sinusoidal y una señal portadora triangular, obteniendo varios pulsos para cada medio ciclo (figura 1.15).

Teniendo en cuenta la restricción de una topología bridge de que dos transistores de una misma rama no pueden encenderse al mismo tiempo, y manteniendo un desfase de 90 entre las señales seno de referencia con la señal triangular portadora de 10KHz, en la Fig.1.48 se puede observar los pulsos de activación para los IGBTs 1,4,2 y 3, que son los encargados de generar el  $V_{AB}$ .

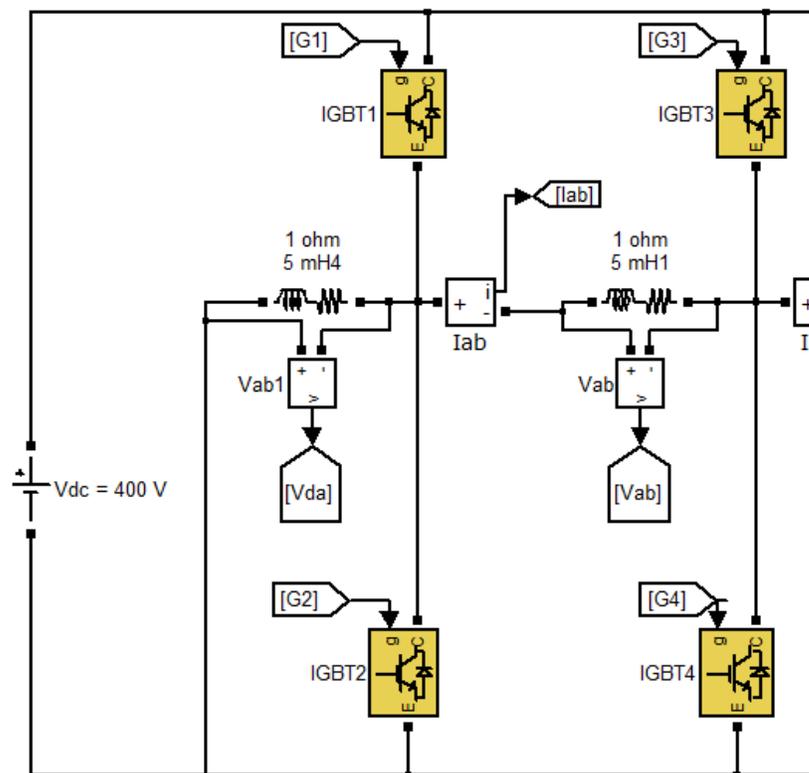


Fig.1.48(a) IGBTs encargados de la generación de  $V_{AB}$ .

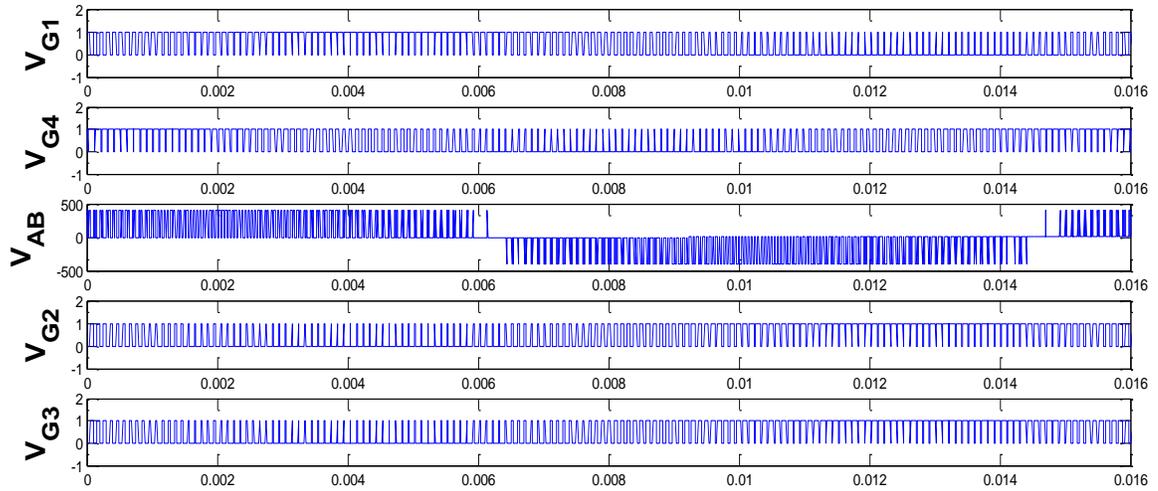


Fig.1.48(b) Pulsos de activación para los IGBT 1, 2, 3 y 4 con la tensión  $V_{AB}$  generada.

El voltaje instantáneo de salida será igual a la ecuación (2.13). La forma de onda del voltaje y corriente de salida simulado con carga ideal, se ve en la figura 1.49.

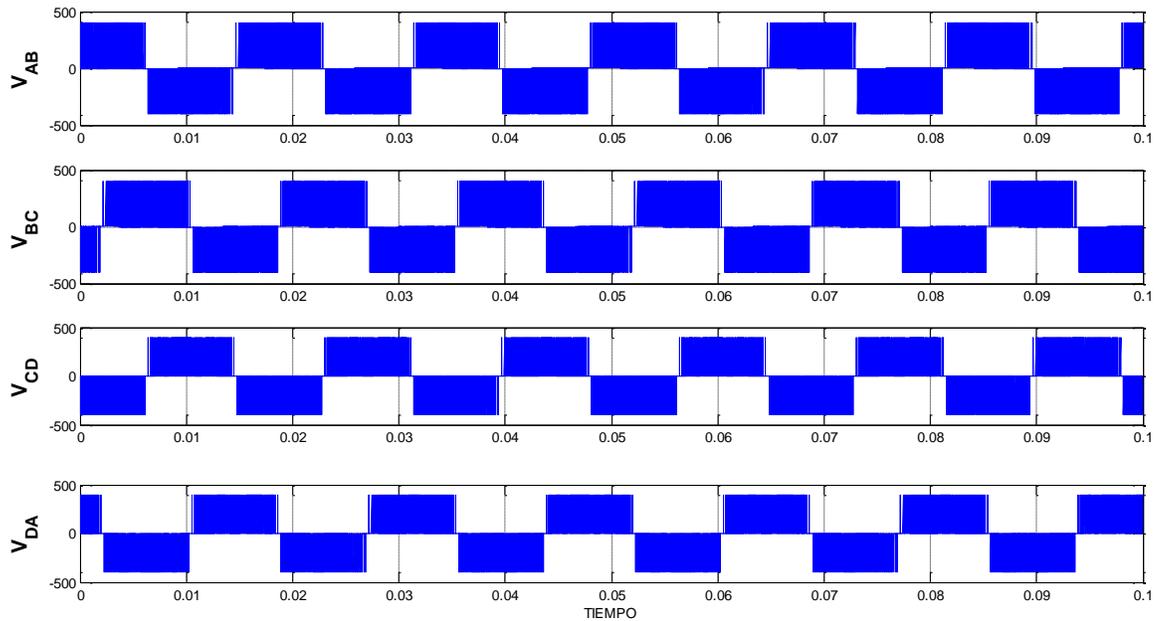


Fig.1.49(a) Forma de onda de tensión de línea de salida, en simulink para carga ideal.

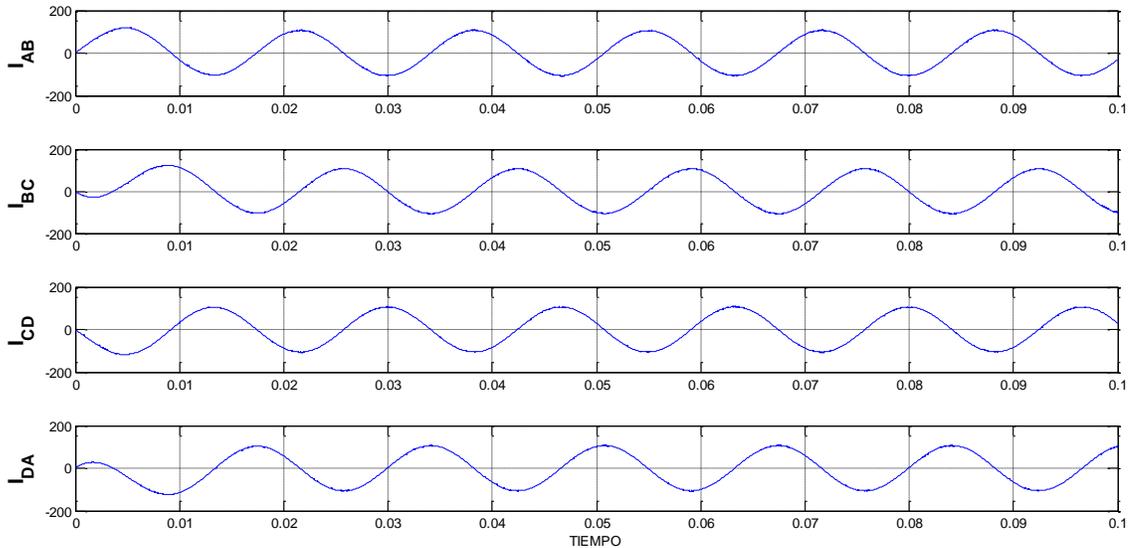


Fig.1.49(b) Forma de onda de la corriente de línea de salida, en simulink para carga ideal.

Con el fin de determinar el orden de las armónicas, se ha calculado la FFT de la señal de voltaje y corriente en la salida. En la figura 1.50 se puede observar la FFT de las señales simuladas, donde se aprecia que el orden de los armónicos en la tensión aumenta debido a la cantidad de pulsos generados en cada medio ciclo, mientras que el orden de armónicos para la corriente disminuye considerablemente, resultando mejor que la modulación de un solo acho de pulso.

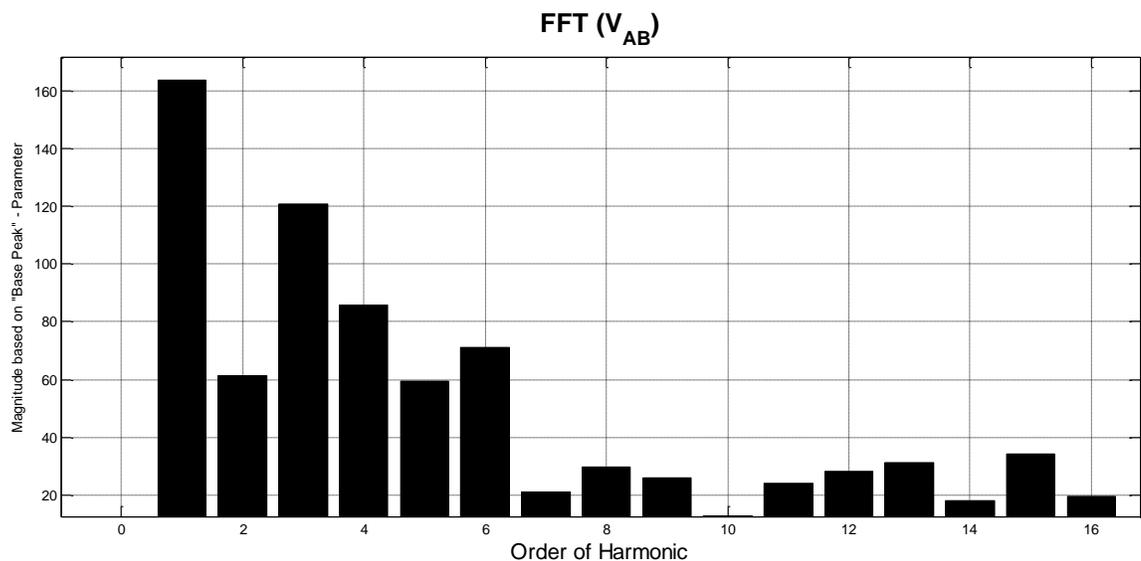


Fig.1.50(a) FFT del  $V_{AB}$  simulado con modulación SPWM.

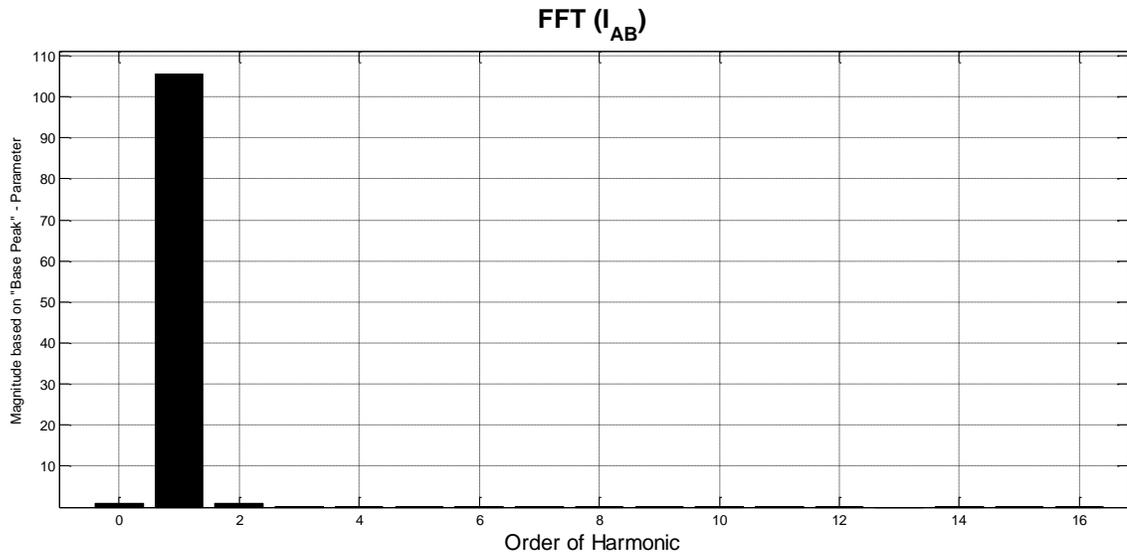


Fig. 1.50(b) FFT del  $I_{AB}$  simulado con modulación SPWM.

Calculando el THD simulado para esta modulación, se observa en la figura 1.51 que este disminuye de manera considerable para la corriente y aumenta para el voltaje.

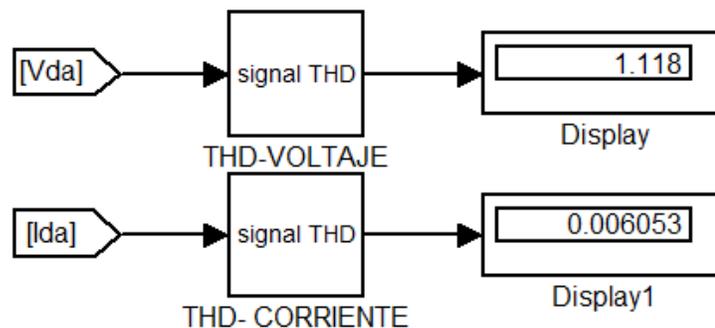


Fig.1.51 THD de  $V_{DA}$  &  $I_{DA}$  simulado con modulación SPWM.

### 1.4.3 MODULACION POR VECTOR ESPACIAL (SVM)

En esta modulación el inversor es tratado como una unidad, por lo que utiliza un vector que es capaz de representar las cuatro fases del sistema tetrafásico, donde este vector se genera a partir de los tiempos de trabajo de los estados de conmutación.

Entonces es necesario realizar primeramente la representación vectorial de las magnitudes tetrafásicas, por lo que se partirá de un sistema conformado con cuatro funciones arbitrarias (a-b-c-d) muy similares a los voltajes de fase de un sistema tetrafásico ( $V_a$ - $V_b$ - $V_c$ - $V_d$ ) que cumplan con la ecuación (2.14) puede ser representado en un espacio bidimensional, es decir pasar de un plano a-b-c-d a un plano de dos dimensiones x-y.

$$u_a(t) + u_b(t) + u_c(t) + u_d(t) = 0 \quad (2.14)$$

Para conseguir esto es necesario que uno de los ejes del espacio conformado por las funciones arbitrarias se proyecte sobre uno de los ejes del plano de dos dimensiones y que exista  $90^\circ$  entre cada eje proyectado. (figura 1.52)

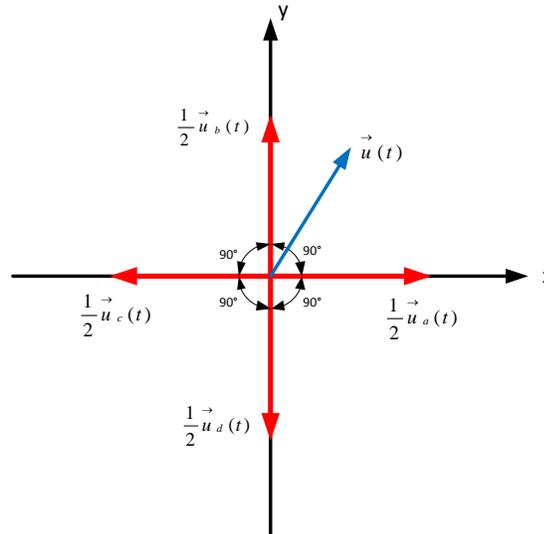


Fig.1.52 Sistema de cuatro funciones proyectado en plano de 2 dimensiones x-y.

Para transformar de los ejes x-y a los ejes  $\alpha$ - $\beta$  es necesario girar a una velocidad angular  $\omega$ , esto se observa en la figura 1.53.

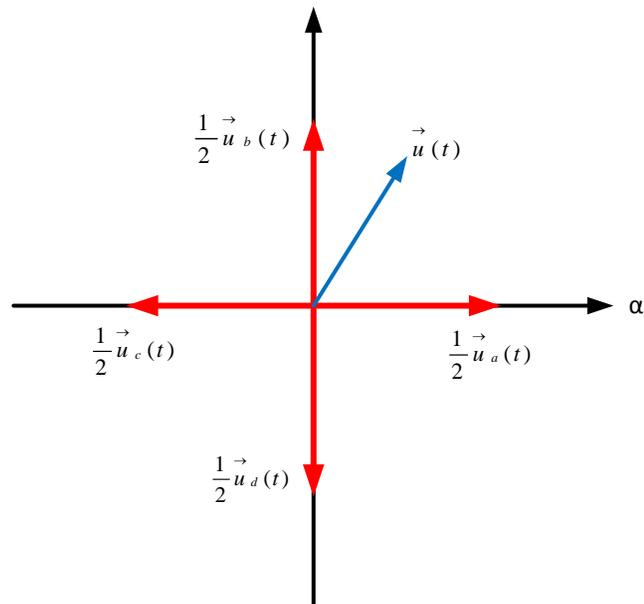


Fig.1.53 Transformación de los ejes x-y a  $\alpha$ - $\beta$ .

El vector  $\vec{u}(t)$  se obtiene de la suma de los cuatro vectores desfasados entre sí, expresado en la siguiente notación compleja (Transformación de Park, ecuación 2.15):

$$\vec{V} = V_o(t)e^{j0} + V_b(t)e^{j\pi/2} + V_c(t)e^{j\pi} + V_d(t)e^{j3\pi/2} \quad (2.15)$$

Si los voltajes tetrafásicos tienen un valor pico  $V_m$ , entonces estos pueden ser representados como sigue:

$$V_a = V_m \cos(\omega t) \quad (2.16)$$

$$V_b = V_m \cos(\omega t - \pi/2) \quad (2.17)$$

$$V_c = V_m \cos(\omega t - \pi) \quad (2.18)$$

$$V_d = V_m \cos(\omega t - 3\pi/2) \quad (2.19)$$

Resolviendo por Euler sabemos:

$$\cos(\theta) = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2} \quad (2.20)$$

Entonces cada voltaje tetrafásico puede ser expresado como sigue:

$$V_a = V_m \left( \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \right) \quad (2.21)$$

$$V_b = V_m \left( \frac{e^{j(\omega t - \pi/2)} + e^{-j(\omega t - \pi/2)}}{2} \right) \quad (2.22)$$

$$V_c = V_m \left( \frac{e^{j(\omega t - \pi)} + e^{-j(\omega t - \pi)}}{2} \right) \quad (2.23)$$

$$V_d = V_m \left( \frac{e^{j(\omega t - 3\pi/2)} + e^{-j(\omega t - 3\pi/2)}}{2} \right) \quad (2.24)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.21), (2.22), (2.23), y (2.24) en la ecuación (2.15) resulta:

$$= V_m \left[ \left( \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \right) \cdot e^{j0} + \left( \frac{e^{j(\omega t - \pi/2)} + e^{-j(\omega t - \pi/2)}}{2} \right) \cdot e^{j\pi/2} \right. \\ \left. + \left( \frac{e^{j(\omega t - \pi)} + e^{-j(\omega t - \pi)}}{2} \right) \cdot e^{j\pi} + \left( \frac{e^{j(\omega t - 3\pi/2)} + e^{-j(\omega t - 3\pi/2)}}{2} \right) \cdot e^{j3\pi/2} \right]$$

$$= Vm \left[ \left( \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2} \right) + \left( \frac{e^{j\omega t} + e^{-j(\omega t - \pi)}}{2} \right) + \left( \frac{e^{j\omega t} + e^{-j(\omega t - 2\pi)}}{2} \right) + \left( \frac{e^{j\omega t} + e^{-j(\omega t - 3\pi)}}{2} \right) \right]$$

$$= Vm \left[ \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} + e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} \cdot e^{j\pi} + e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} \cdot e^{j2\pi} + e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} \cdot e^{j3\pi}}{2} \right]$$

$$\vec{V} = Vm \left[ \frac{4e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} + e^{-j\omega t}(e^{j\pi} + e^{j2\pi} + e^{j3\pi})}{2} \right]$$

$$\vec{V} = Vm \left[ \frac{4e^{j\omega t} + e^{-j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2} \right]$$

$$\vec{V} = \sqrt{\frac{1}{2}} Vm [e^{j\omega t}] \quad (2.25) \rightarrow \text{VECTOR ESPACIAL TETRAFÁSICO}$$

La constante  $k = \sqrt{1/2}$  es para un sistema tetrafásico y su obtención se la puede revisar en el Anexo A.

Ahora es posible desarrollar la técnica de modulación de vectores espaciales, o también conocida como SVM, a partir de la topología bridge de la figura 1.54. Cada IGBT será considerado como un interruptor, donde los IGBT\_1 (S1), IGBT\_3 (S3), IGBT\_5 (S5) y IGBT\_7 (S7) serán los interruptores principales. Entonces se tendría 16 posibles combinaciones ( $2^4 = 16$ ), y los niveles lógicos a considerar será cuando está abierto igual a cero y cuando se encuentre cerrado será un uno.

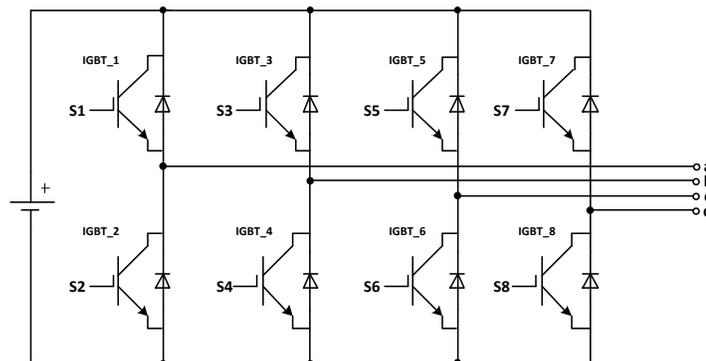


Fig.1.54 Topología Bridge, Inversor tetrafásico.

Cada combinación posible puede ser representada a través del siguiente vector general:

$$\vec{V}_x = (S_1 S_2 S_3 S_4) \quad (2.26)$$

De donde x representa cada vector generado de las diferentes combinaciones.

Se tendrá dos vectores llamados nulos, que se formaran cuando todos los interruptores principales sean 0 o 1.

Sin embargo los 14 vectores restantes deberían cubrir un espacio de  $360^\circ$  en espacios iguales, lo cual no es posible con esta cantidad de vectores ya que se obtendría espacios de  $25.71^\circ$ , lo cual no permitirá generar las señalestetrafasicas desfasadas  $90^\circ$ , ya que con tres y cuatro vectores se obtendría  $77.14^\circ$  y  $102.85^\circ$ , respectivamente.

Entonces como no es aplicable la misma base teórica del sistema trifásico ( $\#vectores = 2^n, n = interruptores\ principales$ ) es necesario considerar para la generación de los vectores que la separación de los mismos debe sumar  $90^\circ$ , lo que genera dos posibles soluciones:

1. Los vectores se encuentren separados  $45^\circ$ .
2. Los vectores se encuentren separados  $30^\circ$ .

Partiendo de una tensión de salida de fase deseada (figura 1.55) considerando vectores a  $45^\circ$  se ha obtenido la secuencia de los vectores respectiva (Tabla):

S <sub>1</sub>	S <sub>3</sub>	S <sub>5</sub>	S <sub>7</sub>
1	0	0	1
1	1	0	0
1	1	0	0
0	1	1	0
0	1	1	0
0	0	1	1
0	0	1	1
1	0	0	1

Tabla1.5. Secuencia de vectores a  $45^\circ$ .

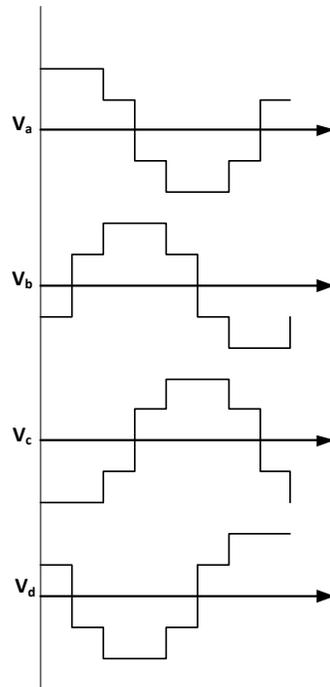


Fig.1.55 Tensiones de fase deseadas, considerando vectores a 45°.

De la Tabla se puede diferenciar que existen cuatro vectores principales  $\vec{V}_1 = 1001$ ,  $\vec{V}_2 = 1100$ ,  $\vec{V}_3 = 0110$ ,  $\vec{V}_4 = 0011$ .

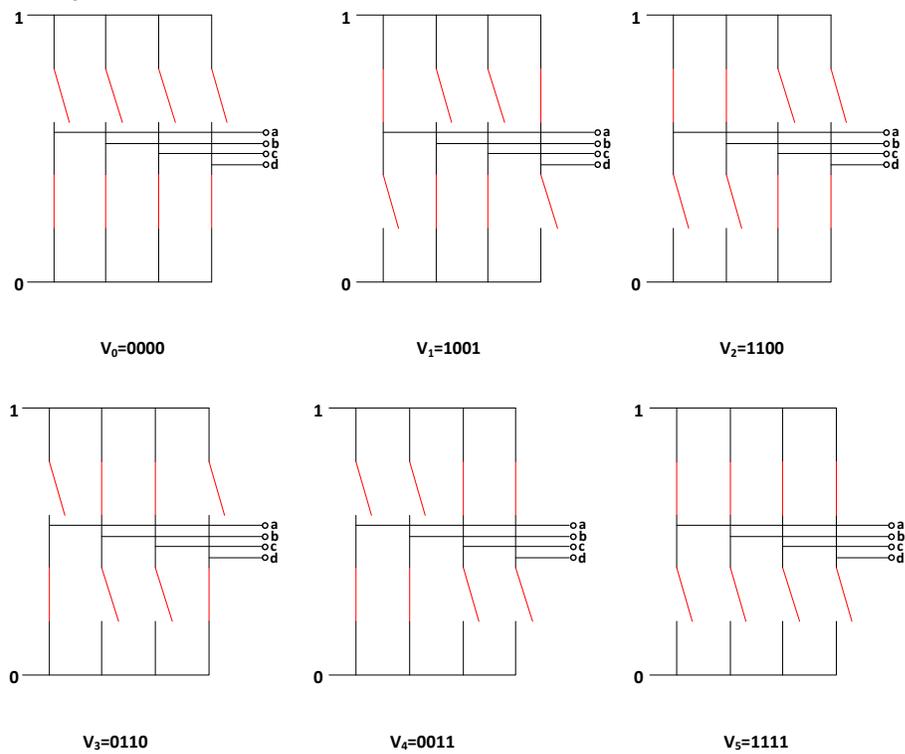


Fig.1.56 Estados de conmutación de un inversor tetrafásico representados en forma de vectores.

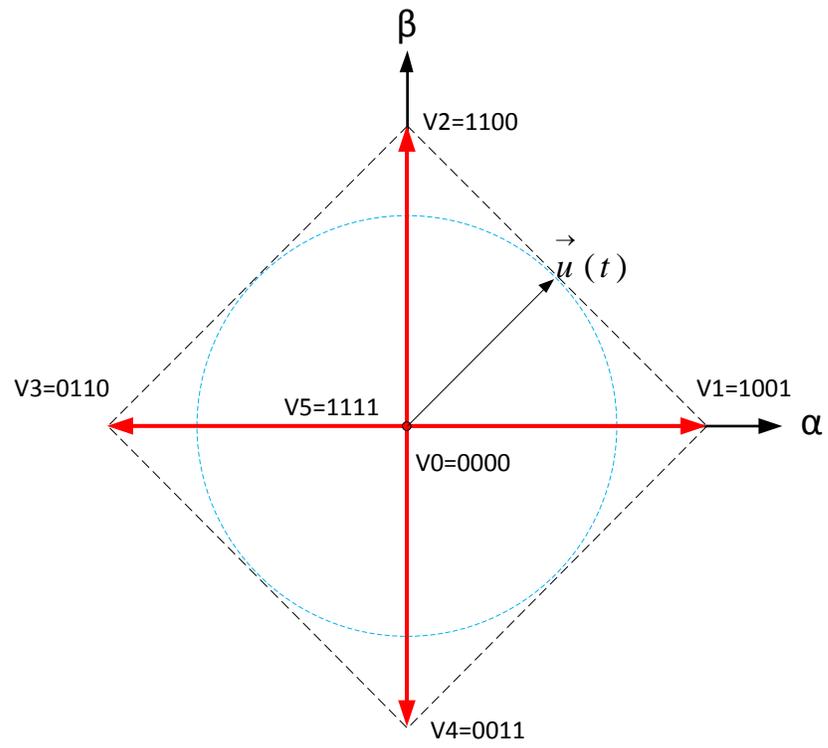


Fig.1.57 Diagrama vectorial de los seis vectores obtenidos a partir de los estados de conmutación del inversor tetrafásico.

## **CAPITULO II**

### **MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO**

Recibe este nombre porque al igual que el transformador, opera bajo el principio de inducción electromagnética. El voltaje del rotor (que a su vez produce corriente y el campo magnético del rotor) es inducido en el devanado del rotor sin que existan conexiones físicas por medio de conductores. Debido a que estos motores no llegan a trabajar nunca a su velocidad sincrónica, también se conocen como motores Asincrónicos

#### **2.1 ELEMENTOS QUE CONSTITUYEN UN MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO:**

El motor de inducción tetrafásico, está constituido fundamentalmente por dos partes: el estator y el rotor.

##### **2.1.1 EL ESTATOR**

El estator está formado por una carcasa en la que está fijada una corona de láminas de acero de calidad especial provista de ranuras, con el objeto de que el bobinado del estator pueda alojarse en dichas ranuras.

Las bobinas forman un conjunto de devanados que contiene tantos circuitos como fases de la red que lo alimenta. Estas pueden considerarse en forma análoga al

transformador.



Fig. 2.1 Estator motor asíncrono. [7]

## 2.1.2 ROTOR

EL ROTOR de un motor de inducción puede ser de dos tipos.

### 2.1.2.1 ROTOR JAULA DE ARDILLA

En donde el bobinado está constituido por barras que se vacían sobre este, las barras son de aluminio y al fundirse en el rotor, debido a la forma que se les da quedan unidas entre sí en cortocircuito en la forma de una jaula de ardilla, por unos aros metálicos. Tienen un par de arranque pequeño, y la corriente en el momento del arranque es muy superior a la corriente nominal.

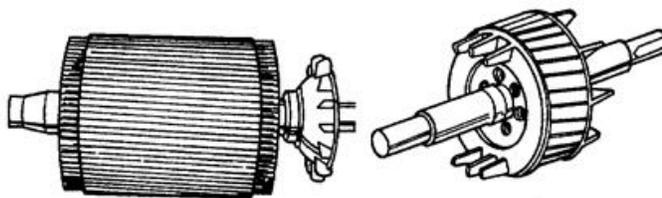


Fig 2.2 Rotor Jaula de ardilla.[7]

### 2.1.2.2 ROTOR DEVANADO

Están devanados en ranuras. Está formado por paquetes de láminas troqueladas, montadas sobre el eje. Las bobinas se devanan sobre las ranuras y su arreglo depende del número de polos (el mismo que el estator) y de fases. Los terminales del devanado del rotor se conectan a anillos colectores aislados que están montados en el

eje. Las escobillas de carbón que están montadas en estos anillos hacen que los terminales del rotor estén disponibles en la parte externa del motor, como se muestra en la figura 1.3 Pueden alcanzar un par de arranque de 2.5 veces el par nominal. La corriente de arranque no es mucho mayor que la corriente nominal

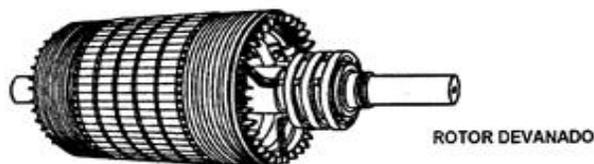


Fig. 2.3 Rotor devanado. [7]

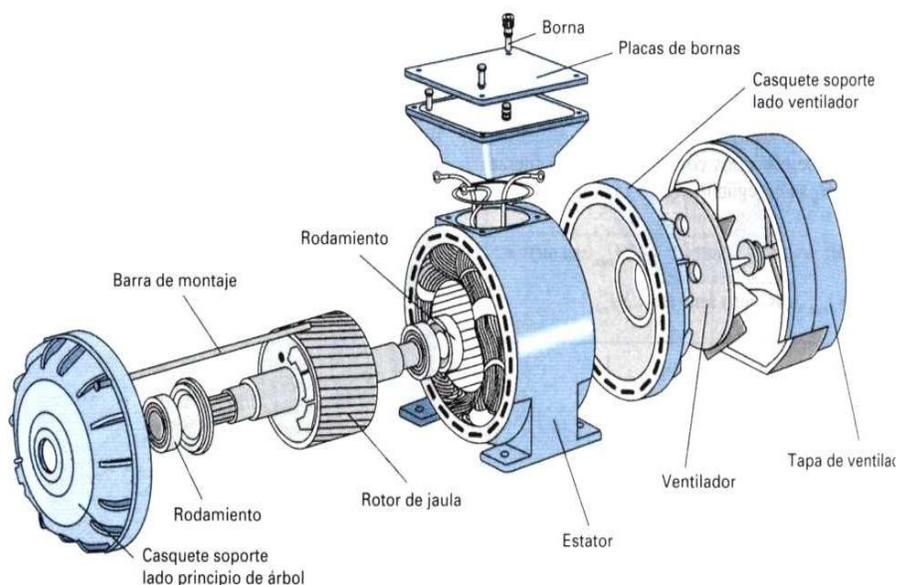


Fig. 2.4 Partes de un motor de inducción. [7]

## 2.2 PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO.

El principio está basado en la producción de un *CAMPO MAGNÉTICO GIRATORIO*. La producción de un campo magnético en un imán y en un conductor se puede apreciar en la figura 1.5, esto servirá para entender cómo se producen los campos en los conductores de los devanados del estator.

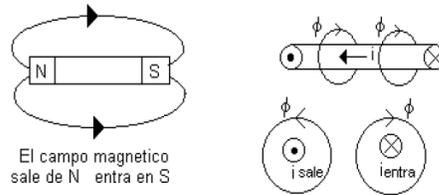


Fig. 2.5 Campo magnético en un imán y en un conductor. [8]

Se comenzara entendiendo la producción de campo magnético en una espira rotativa sencilla debido a que los factores que influyen en la tensión, corrientes y campos magnéticos, son los mismos que afectarían en las maquinas reales.

### 2.2.1 VOLTAJE INDUCIDO EN UNA ESPIRA EN ROTACIÓN

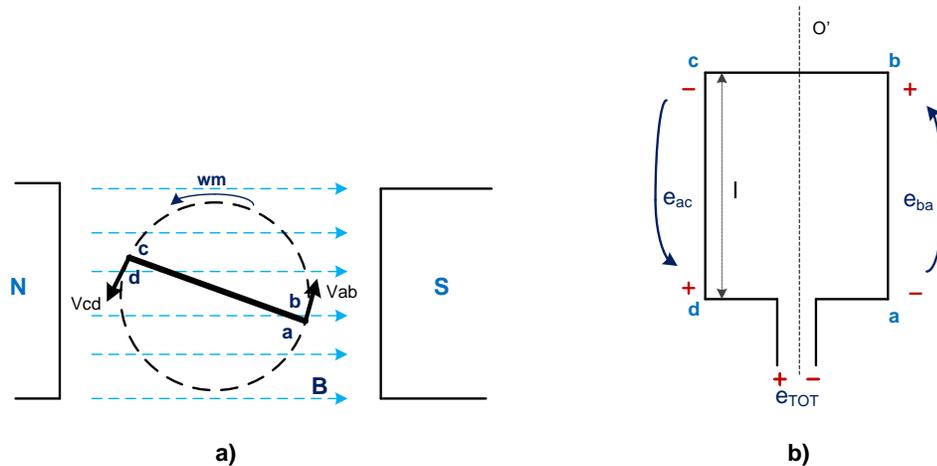


Fig.2.6 Espira que gira en un campo magnético. [8]

Para calcular el voltaje en la espira, se comenzara analizando lado por lado de la espira y teniendo en cuenta que el voltaje inducido está dado por:

$$e_{ind} = (v \times B) \cdot l \quad (2.1)$$

1. Segmento ab. Aquí la velocidad del alambre es tangencial a la trayectoria de rotación y B apunta hacia la derecha por lo que  $v \times B$  apunta hacia la página.

$$e_{ab} = (v \times B) \cdot l$$

$$e_{ab} = vBl \cdot \text{sen}(\theta_{ab}) \text{ hacia la pagina} \quad (2.2)$$

2. Segmento cb. Se observa que en este segmento la longitud  $l$  es perpendicular a  $vxB$  por lo tanto el voltaje inducido en este segmento será cero.

$$e_{cb} = 0 \quad (2.3)$$

3. Segmento cd. Analizando de la misma forma que el segmento ab el voltaje inducido sería:

$$e_{ab} = (vxB).l$$

$$e_{cd} = vBl. \text{sen}(\theta_{cd}) \text{ hacia fuera de la pagina} \quad (2.4)$$

4. Segmento da. Al igual que el segmento cb la longitud  $l$  es perpendicular a  $vxB$  por lo tanto el voltaje inducido en este segmento será cero.

$$e_{da} = 0 \quad (2.5)$$

El voltaje inducido en la espira sería la suma de los voltajes de cada segmento:

$$e_{ind} = e_{ab} + e_{cb} + e_{dc} + e_{ad}$$

$$e_{ind} = vBl. \text{sen}(\theta_{ab}) + vBl. \text{sen}(\theta_{cd})$$

Teniendo en cuenta que  $\theta_{ab} = 180 - \theta_{cd}$  y aplicando la identidad trigonométrica  $\text{sen}(\theta) = \text{sen}(180 - \theta)$  el voltaje inducido es:

$$e_{ind} = 2vBl. \text{sen}(\theta) \quad (2.6)$$

## 2.2.2 PAR INDUCIDO EN UNA ESPIRA QUE PORTA CORRIENTE

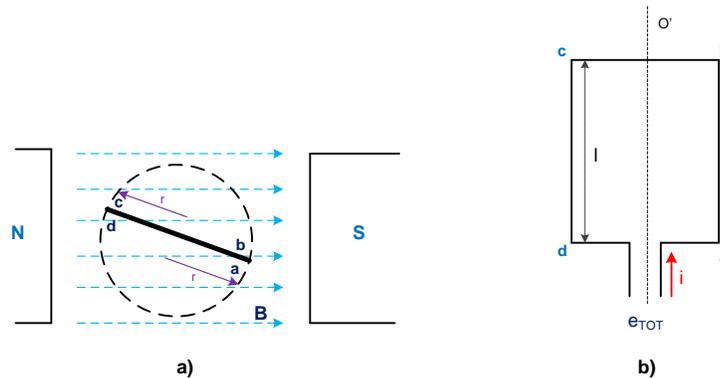


Fig. 2.7 Espira portando una corriente  $i$  en dentro de un campo magnético. [8]

En las sección 2.2.1 se demostró la presencia de una tensión inducida, la cual tendrá como efecto la aparición de una corriente que circula por la espira y por lo tanto la aparición de una fuerza en el cable de la espira.  $F = i \cdot (l \times B)$  y como este se encuentra en un eje fijo, esta fuerza se traducirá en un par.

$$\tau = rF \sin(\theta) \quad (2.7)$$

1. Segmento ab. Aquí la dirección de la corriente es hacia la página, mientras que el campo  $B$  apunta hacia la derecha fig 1.7 por lo que la cantidad  $l \times B$  apunta hacia abajo y la fuerza en el cable es:

$$F = i \cdot (l \times B)$$

$$F = ilB \text{ hacia abajo}$$

$$\tau_{ab} = rF \sin(\theta)$$

$$\tau_{ab} = rilB \sin(\theta_{ab}) \text{ en sentido de las manecillas del reloj} \quad (2.8)$$

2. Segmento cb. La dirección de la corriente sigue el plano de la página mientras que el campo magnético  $B$  apunta hacia la derecha, la cantidad  $l \times B$  apunta hacia la pagina por lo que la fuerza apunta hacia la pagina.

$$F = i \cdot (l \times B)$$

$$F = ilB \text{ hacia la pagina}$$

$$\tau_{bc} = 0 \quad (2.9)$$

3. Segmento cd. Analizando de la misma forma que el segmento ab el par inducido sería:

$$F = i \cdot (lxB)$$

$$F = ilB \text{ hacia arriba}$$

$$\tau_{ab} = rF\text{sen}(\theta)$$

$$\tau_{ab} = rilB\text{sen}(\theta cd) \text{ en sentido de las manecillas del reloj} \quad (2.10)$$

4. Segmento da. Analizando de la misma forma que el segmento cb el par inducido sería:

$$F = i \cdot (lxB)$$

$$F = ilB \text{ hacia fuera de la pagina}$$

$$\tau_{da} = 0 \quad (2.11)$$

El par inducido es la suma de los pares de cada segmento

$$\tau_{ind} = \tau_{ab} + \tau_{cb} + \tau_{dc} + \tau_{ad}$$

$$\tau_{ind} = rilB\text{sen}(\theta ab) + rilB\text{sen}(\theta cd)$$

Teniendo en cuenta que  $\theta ab = \theta cd$  el par inducido sería:

$$\tau_{ind} = 2 rilB\text{sen}(\theta) \quad (2.12)$$

### 2.2.3 CAMPO MAGNÉTICO ROTANTE TETRAFÁSICO

En la sección 1.2.2 se demostró que existe la presencia de dos campos magnéticos uno creado por el estator y otro creado por el rotor y por la presencia de estos se induce un par en el rotor que trata de alinear a los dos campos haciendo así que el rotor gire hasta su acople. Si entonces hacemos que el campo magnético del estator gire, el rotor trataría de seguirlo al mismo para alinearse.

El principio se basa en que si un grupo de corriente tetrafásicas de igual magnitud y desfasadas 90 grados, fluye en un devanado tetrafásico entonces se producirá un campo magnético giratorio de magnitud constante. Un devanado tetrafásico consiste en cuatro devanados iguales distribuidos y separados 90 grados eléctricos en la superficie del estator.

Para el caso más sencillo el devanado tiene cuatro grupos de bobinas que produce un polo magnético norte y uno sur.

Para comprender el funcionamiento se aplicara un grupo de corrientes tetrafásicas al estator de la figura 2.8

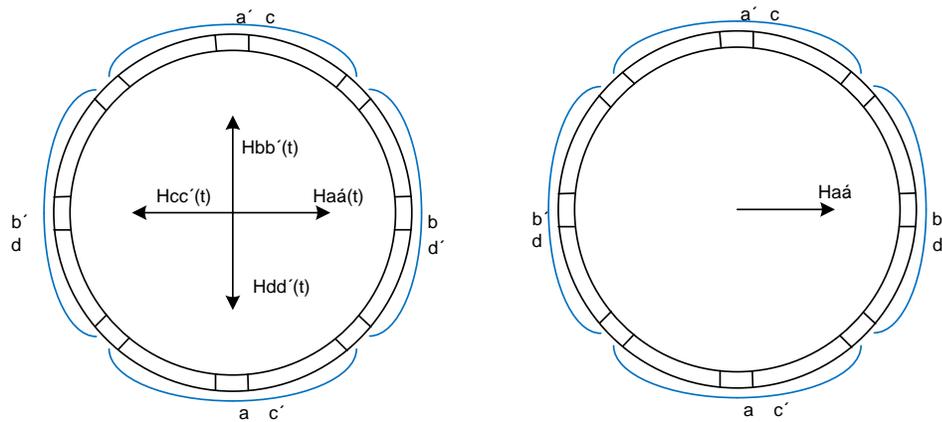


Fig. 2.8 Estator tetrafásico.

Asumimos entonces que por este estator circularan las siguientes corrientes tetrafásicas:

$$i_{aa'}(t) = I_m \text{sen}(wt) \quad (2.13)$$

$$i_{bb'}(t) = I_m \text{sen}(wt - 90) \quad (2.14)$$

$$i_{cc'}(t) = I_m \text{sen}(wt - 180) \quad (2.15)$$

$$i_{dd'}(t) = I_m \text{sen}(wt - 270) \quad (2.16)$$

La corriente  $i_{aa'}$  fluye por la bobina entrando por  $a$  y saliendo por  $a'$  produciendo así una intensidad de campo magnético

$$H_{aa'}(t) = H_m \text{sen}(wt) \angle 0 \quad A. \text{ vueltas}/m \quad (2.17)$$

Donde 0 grados es la dirección espacial del vector de  $H_{aa'}(t)$  la cual se encuentra mediante la regla de la mano derecha, si doblamos los dedos en sentido del flujo de corriente, H apunta hacia la dirección mostrada en la figura 2.8.

Nótese que la magnitud de este vector cambia sinusoidalmente mientras que la dirección siempre se mantiene constante. De manera similar los vectores de intensidad de campo magnético restantes quedarían:

$$H_{bb'}(t) = H_m \text{sen}(wt - 90) \angle 90 \quad A. \text{vueltas}/m$$

$$H_{cc'}(t) = H_m \text{sen}(wt - 180) \angle 180 \quad A. \text{vueltas}/m$$

$$H_{dd'}(t) = H_m \text{sen}(wt - 270) \angle 270 \quad A. \text{vueltas}/m$$

Las densidades de flujo que resultan de las intensidades de campo magnético se obtienen teniendo en cuenta que  $B = \mu H$  y quedarían:

$$B_{aa'}(t) = B_m \text{sen}(wt) \angle 0 \quad \text{Teslas} \quad (2.17)$$

$$B_{bb'}(t) = B_m \text{sen}(wt - 90) \angle 90 \quad \text{Teslas} \quad (2.18)$$

$$B_{cc'}(t) = B_m \text{sen}(wt - 180) \angle 180 \quad \text{Teslas} \quad (2.19)$$

$$B_{dd'}(t) = B_m \text{sen}(wt - 270) \angle 270 \quad \text{Teslas} \quad (2.20)$$

Ahora las corrientes con sus respectivas densidades de campo magnético se pueden determinar para cualquier instante de tiempo, por ejemplo para el instante  $wt = 0$  el campo magnético en la bobina aa' será:

$$B_{aa'}(t) = B_m \text{sen}(wt) \angle 0 = 0$$

$$B_{bb'}(t) = B_m \text{sen}(-90) \angle 90$$

$$B_{cc'}(t) = B_m \text{sen}(-180) \angle 180$$

$$B_{dd'}(t) = B_m \text{sen}(-270) \angle 270$$

El campo magnético neto resultante neto se obtiene sumando las 4 densidades de campo magnético:

$$\begin{aligned}
B_{neto} &= B_{aa'} + B_{bb'} + B_{cc'} + B_{dd'} \\
B_{neto} &= 0 + B_m(-1)\angle 90 + B_m(0)\angle 180 + B_m(1)\angle 270 \\
B_{neto} &= 0 + B_m\angle -90 + 0 + B_m\angle 270 \\
\mathbf{B_{neto}} &= \mathbf{2B_m\angle 270} \quad (2.21)
\end{aligned}$$

De la misma manera podemos analizar en el instante donde  $wt = 90$  en este momento las densidades de flujo de campo magnético quedarían:

$$\begin{aligned}
B_{aa'}(t) &= B_m \text{sen}(90) \\
B_{bb'}(t) &= B_m \text{sen}(90 - 90)\angle 90 \\
B_{cc'}(t) &= B_m \text{sen}(90 - 180)\angle 180 \\
B_{dd'}(t) &= B_m \text{sen}(90 - 270)\angle 270
\end{aligned}$$

El campo magnético neto resultante neto se obtiene sumando las 4 densidades de campo magnético:

$$\begin{aligned}
B_{neto} &= B_{aa'} + B_{bb'} + B_{cc'} + B_{dd'} \\
B_{neto} &= B_m(1) + B_m(0)\angle 90 + B_m(-1)\angle 180 + B_m(0)\angle 270 \\
B_{neto} &= B_m + 0 + B_m\angle 0 + 0 \\
\mathbf{B_{neto}} &= \mathbf{2B_m\angle 0} \quad (2.22)
\end{aligned}$$

De la misma manera podemos analizar en el instante donde  $wt = 45$  en este momento las densidades de flujo de campo magnético quedarían:

$$\begin{aligned}
B_{aa'}(t) &= B_m \text{sen}(45) \\
B_{bb'}(t) &= B_m \text{sen}(45 - 90)\angle 90 \\
B_{cc'}(t) &= B_m \text{sen}(45 - 180)\angle 180 \\
B_{dd'}(t) &= B_m \text{sen}(45 - 270)\angle 270
\end{aligned}$$

El campo magnético neto resultante neto se obtiene sumando las 4 densidades de campo magnético:

$$B_{neto} = B_{aa'} + B_{bb'} + B_{cc'} + B_{dd'}$$

$$B_{neto} = B_m \frac{\sqrt{2}}{2} + B_m \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \angle -90 + B_m \frac{\sqrt{2}}{2} + B_m \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \angle -90$$

$$B_{neto} = B_m \sqrt{2} + B_m \sqrt{2} \angle -90$$

$$B_{neto} = 2B_m \angle -45$$

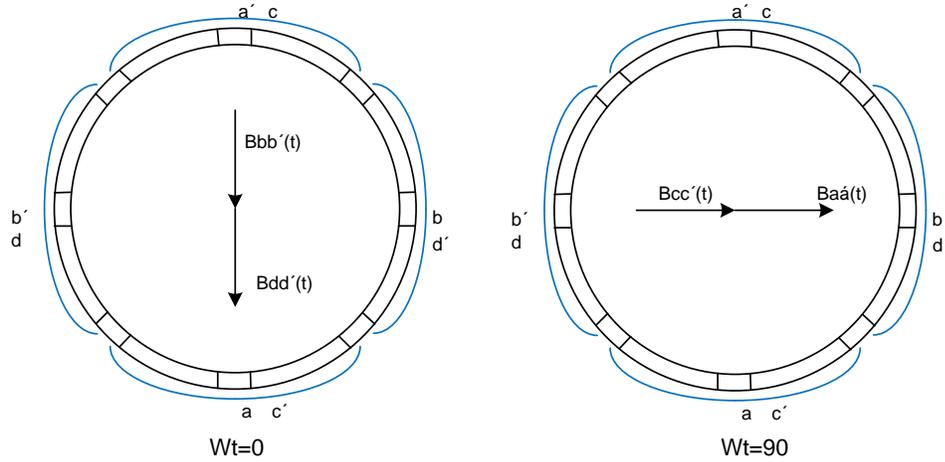


Fig.2.9 vector de campo magnético rotante tetrafásico en  $wt = 0$  y  $90$  grados.

Como se puede observar en los resultados de las ecuaciones 2.21 y 2.22 la magnitud de la densidad de campo magnético se mantiene constante en el valor de  $2B_m$  y lo que va cambiando es la dirección de el campo magnético, formándose así un campo magnético rotante en sentido contrario a las manecillas del reloj con magnitud constante de  $2B_m$  que a comparación con el campo magnético resultante de un sistema trifásico es de  $1.5B_m$  evidenciando una mejora en la eficiencia en lo que respecta a campo magnético rotante.

#### 2.2.4 EXPRESIÓN GENERAL Y DEMOSTRACIÓN DEL CAMPO MAGNÉTICO ROTANTE TETRAFÁSICO

En la sección anterior se obtuvo que la magnitud del campo magnético rotante es siempre  $2B_m$ . A continuación se demostrará esta afirmación.

$$B_{neto} = B_{aa'} + B_{bb'} + B_{cc'} + B_{dd'}$$

$$B_{neto} = B_m \text{sen}(wt) \angle 0 + B_m \text{sen}(wt - 90) \angle 90 + B_m \text{sen}(wt - 180) \angle 180 \\ + B_m \text{sen}(wt - 270) \angle 270$$

Cada término de la expresión anterior se puede expresar en las componentes respectivas  $x$  y  $y$ .

$$B_{neto} = B_m \text{sen}(wt)x - B_m \text{cos}(wt)y + B_m \text{sen}(wt)x - B_m \text{cos}(wt)y$$

Sumando las componentes  $x$  y se obtiene:

$$B_{neto}(t) = 2B_m \text{sen}(wt)x - 2B_m \text{cos}(wt)y \quad (2.23)$$

La expresión anterior es la expresión final de la densidad de flujo magnético tetrafásico, que a continuación va a ser demostrada. En  $wt = 0$  la expresión 2.23 quedaría:

$$B_{neto}(t) = 2B_m \text{sen}(0)x - 2B_m \text{cos}(0)y$$

$$B_{neto}(t) = 2B_m(0)x - 2B_m(1)y$$

$$B_{neto}(t) = -2B_m y$$

$$B_{neto} = 2B_m \angle 270$$

En  $wt = 90$  la expresión 1.23 quedaría:

$$B_{neto}(t) = 2B_m \text{sen}(90)x - 2B_m \text{cos}(90)y$$

$$B_{neto}(t) = 2B_m(1)x - 2B_m(0)y$$

$$B_{neto}(t) = 2B_m x$$

$$B_{neto} = 2B_m \angle 0$$

Como se puede observar quedan los mismos valores de las expresiones 2.21 y 2.22 respectivamente, quedando demostrado la expresión general del campo magnético rotante tetrafásico 2.23

### 2.3 OPERACIÓN DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

La operación del motor de inducción, se origina al aplicar una alimentación de tensión tetrafásica en los terminales del estator y así por sus devanados circulará un sistema tetrafásico de corrientes, las cuales producen un campo magnético giratorio  $B_s$ , la velocidad de rotación de este campo está dada por:

$$n_s = \frac{120f_e}{NP} \quad (2.24)$$

Donde:

$n_s$  = Velocidad sincrónica del campo magnético del estator, expresada en revoluciones por minuto rpm.

$f_e$  = Frecuencia eléctrica aplicada en Hz.

Debido a que el campo magnético rotante da un giro completo cuando se da un ciclo de la onda de la corriente, la velocidad del campo rotante es directamente proporcional a la frecuencia de la red, pero esto sería en un estator de 2 polos ya que depende también inversamente proporcional del número polar en el estator para que el campo rotante gire una vuelta completa. La fórmula 2.24 es entonces general para motores de  $n$  polos.

Este campo magnético  $B_s$ , alcanzará las barras del rotor donde induce un voltaje dado por:

$$e_{ind} = (v \times B_s) \cdot l \quad (2.25)$$

Donde:

$e_{ind}$  = Voltaje inducido en las barras del rotor.

$v$  = Velocidad relativa de las barras del rotor con respecto al campo  $B_s$ .

$B_s$  = Densidad de flujo del campo magnético giratorio del estator.

$l$  = Longitud de las barras del rotor.

Este voltaje está dado por el movimiento relativo entre las barras del rotor y el campo magnético rotante, lo que tiene como resultado una generación de corriente en el rotor el cual produce un campo magnético en el rotor  $B_r$  el cual tratara de alinearse con el campo magnético del estator produciendo así un par inducido que está dado por:

$$\tau_{ind} = k B_r \times B_s \quad (2.26)$$

Sin embargo hay un límite ya que si el motor girase a velocidad síncrona no habría voltaje inducido y por lo tanto tampoco par inducido, por lo que el motor gira a una velocidad cercana a la síncrona pero no puede llegar a ella y a esta diferencia de velocidades se le conoce como deslizamiento.

### 2.3.1 DESLIZAMIENTO Y FRECUENCIA ELÉCTRICA DEL ROTOR

Como se describió en la sección anterior el rotor gira a una velocidad cercana a la síncrona pero no igual, y para definir ese movimiento relativo de la velocidad real del rotor y de la velocidad síncrona se ocupa el término deslizamiento el cual se calcula de la siguiente manera:

$$s = \frac{n_{sinc} - n_r}{n_{sinc}} * 100\% \quad (2.27)$$

Se puede observar que si el motor gira a velocidad síncrona  $s = 0$  y si el rotor está parado totalmente  $s = 1$ , entonces podemos decir:

$$n_r = (1 - s)n_{sinc} \quad (2.28)$$

$$w_r = (1 - s)w_{sinc} \quad (2.29)$$

Al ser un motor de inducción este funciona por la inducción de tensiones en el rotor, pero este se encuentra en movimiento, por lo que la frecuencia inducida en el mismo está en función del deslizamiento, de tal manera que podemos decir que:

$$f_r = s f_e \quad (2.30)$$

Y reemplazando 2.27 y 2.24 en 2.30 tendríamos:

$$f_r = \frac{P}{120} (n_{sinc} - n_r) \quad (2.31)$$

## 2.4 CIRCUITO EQUIVALENTE DEL MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO

Como se ha venido mencionando el motor síncrono es básicamente un transformador rotórico, ya que el estator del mismo se comportaría como el devanado primario, y el rotor se comportaría como un devanado secundario que tiene la propiedad de moverse y en el caso de los rotores de jaula de ardilla está en cortocircuito, por lo que podemos adoptar el modelo de un transformador, para partir como base y llegar a nuestro modelo de motor tetrafásico.

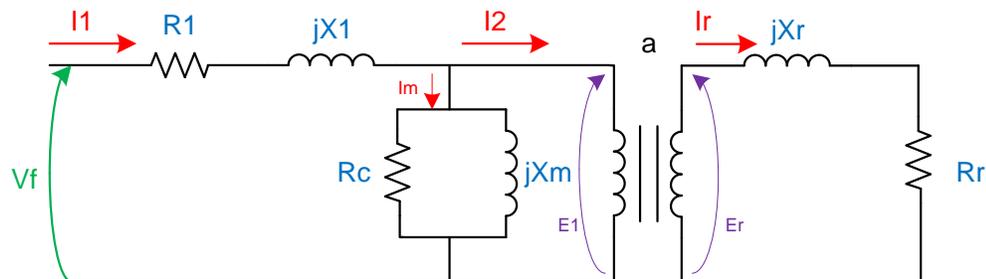


Fig 2.10 modelo de un motor de inducción tetrafásico basado en modelo de transformador.

Para un motor tetrafásico al igual que un motor trifásico el modelo de la figura 2.10 puede ser aplicado para cada fase del motor, y en cada una de las mismas podemos encontrar:

$R_1$ : Resistencia del cobre del estator

$X_1$ : Reactancia de dispersión del estator

$X_m$ : Al tener un núcleo de hierro también se tiene una reactancia de magnetización la cual es de mayor magnitud que la de un transformador, ya que el motor tiene entrehierro con una mayor reluctancia, lo que hace que la curva de magnetización sea un poco más pronunciada que la de un trafo.

Además el voltaje en interior del estator  $E_1$  se acopla con el voltaje secundario del rotor  $E_2$  por medio de un transformador ideal, con una relación de transformación  $a$ , la cual es difícil de predecir.

$R_r$  y  $X_r$ : son las reactancias del rotor, ya que por el cual al estar en cortocircuito circula una corriente que depende de estas impedancias, y a la vez de la frecuencia inducida en el rotor.

### 2.4.1 MODELO DEL ROTOR

Teniendo en cuenta que mientras mayor sea el movimiento relativo entre los campos magnéticos, mayor será el voltaje, corriente y frecuencia en el rotor, por lo que podemos decir que los parámetros del rotor dependen del deslizamiento, por lo que el voltaje inducido en el rotor  $E_r$  dejándolo en función del voltaje máximo de rotor bloqueado  $E_{r0}$  sería:

$$E_r = sE_{r0} \quad (2.32)$$

De la misma manera la frecuencia sería.

$$f_r = sf_{r0} \quad (2.33)$$

La resistencia  $R_r$  es constante mientras que la reactancia depende de la frecuencia, teniendo en cuenta que  $X_r = 2\pi sf_r L_r$ , reemplazando la ecuación 2.33 la reactancia quedaría:

$$\begin{aligned} X_r &= 2\pi sf_e L_r \\ X_r &= sX_{r0} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Donde  $X_{r0}$  es la reactancia de rotor bloqueado

Ahora si queremos calcular la corriente que circula por el rotor tendríamos:

$$\begin{aligned} I_r &= \frac{E_r}{R_r + jX_r} \\ I_r &= \frac{sE_{r0}}{R_r + jsX_r} \\ I_r &= \frac{E_{r0}}{R_r/s + jX_{r0}} \end{aligned} \quad (2.35)$$

Observando la ecuación 2.35 podemos notar que tenemos un voltaje constante con una impedancia variable

$$Z_r = R_r/s + jX_{r0} \quad (2.36)$$

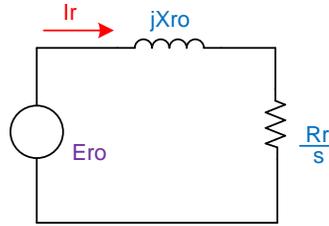


Fig. 2.11 Modelo del rotor de un motor de inducción.

## 2.4.2 CIRCUITO EQUIVALENTE FINAL

Para obtener un modelo más funcional, es necesario referir los valores del rotor a la parte del estator, manteniendo el efecto de la velocidad en la impedancia del rotor, esto se puede hacer al igual que en un transformador, teniendo en cuenta que la relación de vueltas de un motor es  $a$  entonces:

$$E_1 = aE_{r0} \quad (2.37)$$

$$I_2 = \frac{I_r}{a} \quad (2.38)$$

$$Z_2 = a^2 \left( \frac{R_r}{s} + jX_{r0} \right) \quad (2.39)$$

$$R_2 = a^2 R_r \quad (2.40)$$

$$X_2 = a^2 X_{r0} \quad (2.41)$$

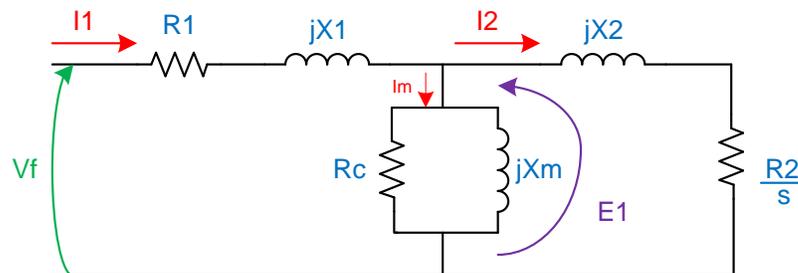


Fig 2.12 Circuito equivalente de una fase de un motor de inducción.

## 2.5 VOLTAJES, CORRIENTES Y POTENCIAS EN UN MOTOR TETRAFÁSICO

Un motor tetrafásico está formado por cuatro devanados

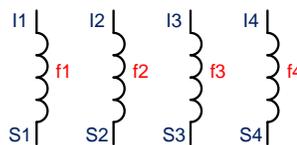


Fig. 2.13 Devanados motor tetrafásico.

Estos devanados pueden estar conectados básicamente de dos formas que las llamaremos, estrella y cuadrado.

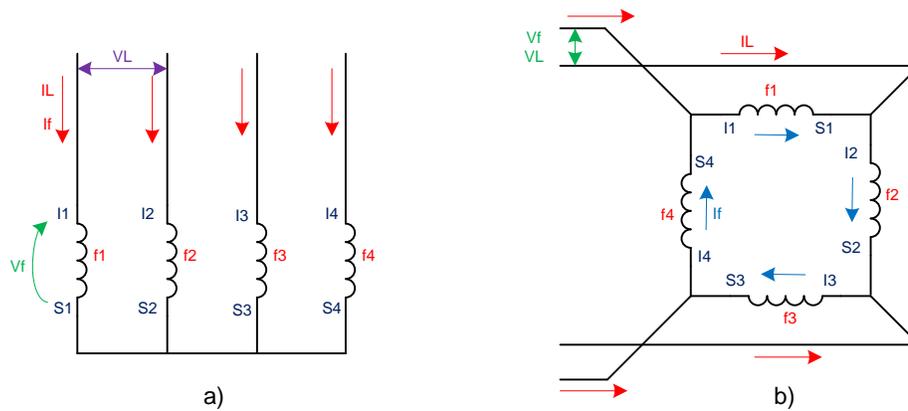


Fig. 2.14 Conexión estrella, cuadrado de un motor tetrafásico.

Fasorialmente un sistema tetrafásico está formado por cuatro fases desfasadas 90 grados una de otra como se observa en la fig. 2.15

$$e_{f1} = E_{f1} \text{sen}(wt)$$

$$e_{f2} = E_{f2} \text{sen}(wt - 90)$$

$$e_{f3} = E_{f3} \text{sen}(wt - 180)$$

$$e_{f4} = E_{f4} \text{sen}(wt - 270)$$

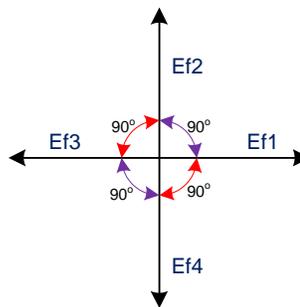


Fig. 2.15 Diagrama fasorial de un sistema tetrafásico.

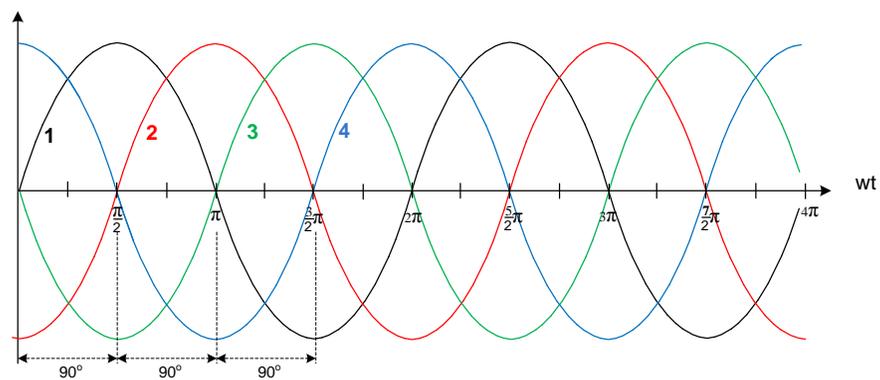


Fig. 2.16 Voltajes de un sistema tetrafásico.

Si al diagrama fasorial de la figura 2.15 le reordenamos nos quedaría lo que se observa en la figura 2.17 en donde se puede comprobar conjuntamente en cualquier instante de la figura 2.16 que la sumatoria de las tensiones en un sistema tetrafásico es igual a cero.

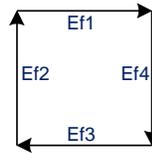


Fig. 2.17 Vectores tetrafásicos.

**2.5.1 ESTRELLA.-** En estrella como se puede observar en la figura 2.14 a) la corriente de líneas es igual a la corriente de fases en todas sus cuatro fases y que además el voltaje de líneas es mayor al voltaje de fase en una relación que se demostrará a continuación:

Un voltaje línea se le denomina a la línea que va en la dirección izquierda de una fase a otra como se ve en el diagrama de la figura 2.18, en donde aplicamos la ley de Kirchhoff y en la malla indicada en la figura tenemos:

$$\begin{aligned} E_{12} - E_{f2} + E_{f1} &= 0 \\ E_{21} &= E_{f2} + \overline{E_{f1}} \quad (2.42) \end{aligned}$$

Redibujamos el diagrama fasorial para poder sumarlos como muestra la figura 2.19

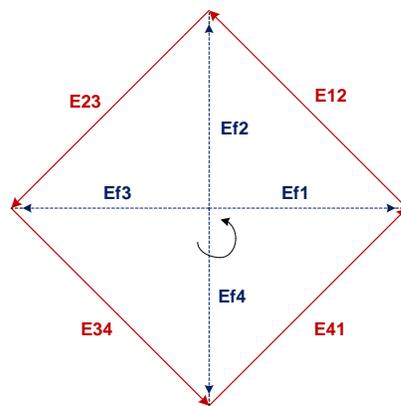


Fig. 2.18 Voltajes de línea en un sistema tetrafásico estrella.

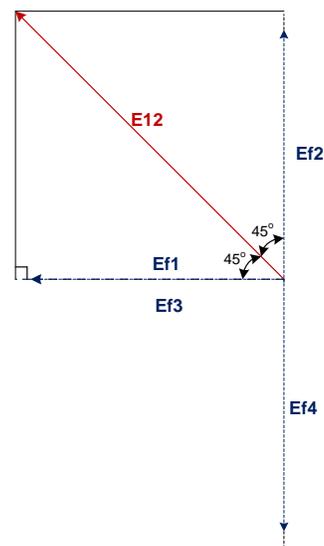


Fig. 2.19 Determinación de voltajes de línea en sistema tetrafásico.

Al formarse un triángulo rectángulo tenemos:

$$E_{12} = \sqrt{E_{f1}^2 + E_{f2}^2}$$

$$E_{21} = \sqrt{2E_f^2}$$

$$E_{12} = \sqrt{2} E_f \quad (2.43)$$

Entonces para la notación sinodal los voltajes de línea quedarían:

$$E_{12} = \sqrt{2} E_f \text{ sen}(wt + 135)$$

$$E_{23} = \sqrt{2} E_f \text{ sen}(wt + 225)$$

$$E_{34} = \sqrt{2} E_f \text{ sen}(wt + 315)$$

$$E_{41} = \sqrt{2} E_f \text{ sen}(wt + 45)$$

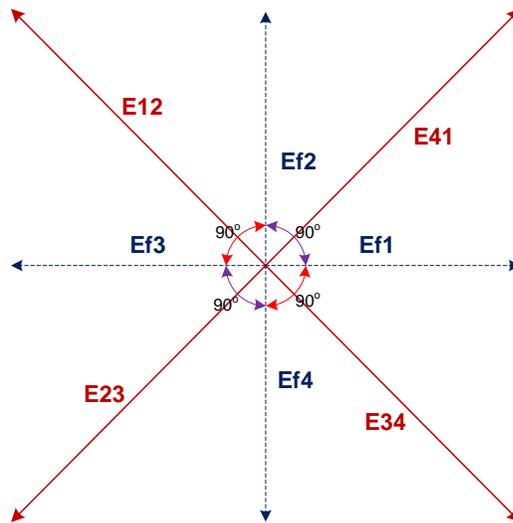


Fig. 2.20 Diagrama fasorial de voltajes de fase y de línea.

**2.5.2 CUADRADO.-** En cuadrado como se puede observar en la figura 2.14(b) el voltaje de línea es igual al voltaje de fase en todas sus cuatro fases y que además la corriente de línea es mayor a la corriente de fase en la relación ya antes demostrada:

Las corrientes en un sistema tetrafásico son:

$$i_{f1} = I_{f1} \text{sen}(wt)$$

$$i_{f2} = I_{f2} \text{sen}(wt - 90)$$

$$i_{f3} = I_{f3} \text{sen}(wt - 180)$$

$$i_{f4} = I_{f4} \text{sen}(wt - 270)$$

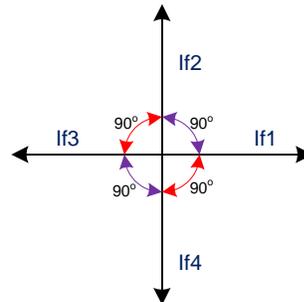


Fig. 2.21 Corrientes tetrafásicas

Para poder determinar la relación entre las corrientes de fase y de línea en un sistema tetrafásico conectada en cuadrado, nos referimos a la figura 2.22(a) y aplicamos la ley de corrientes de Kirchhoff al nodo a en donde tenemos:

$$IL_1 + I_{f1} - I_{f2} = 0$$

$$IL_1 = \overline{I_{f1}} + I_{f2} \quad (2.44)$$

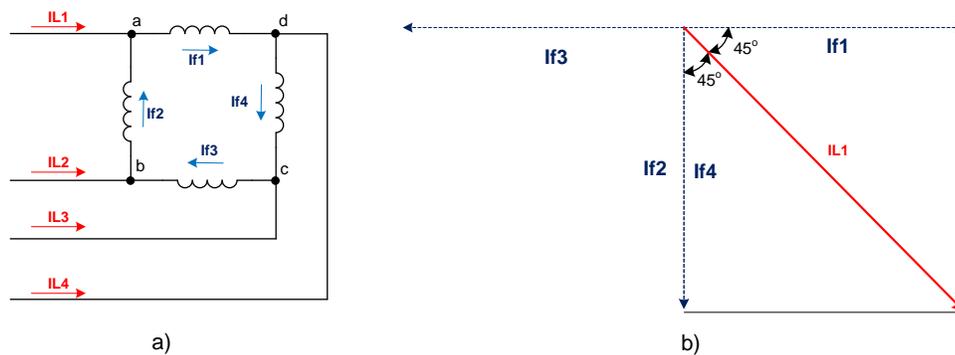


Fig. 2.22 Sistema tetrafásico conectado en cuadrado.

Redibujamos nuestro diagrama fasorial según la ecuación 2.44 y nos queda como muestra la figura 2.22(b), entonces:

$$IL_1 = \sqrt{I_{f1}^2 + I_{f2}^2}$$

$$IL_1 = \sqrt{2I_f^2}$$

$$IL_1 = \sqrt{2} I_f \quad (2.45)$$

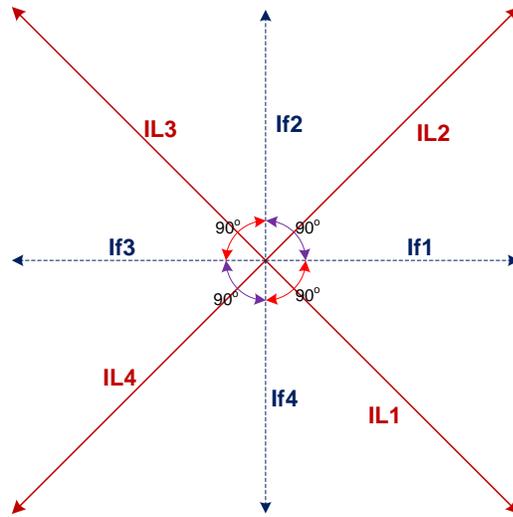


Fig. 2.23 Diagrama fasorial de corrientes de fase y de línea tetrafásicos.

Las corrientes de fase y de línea se puede observar en la gráfica 2.23, donde notamos que las corrientes de línea son:

$$IL_1 = \sqrt{2} I_f \text{sen}(wt - 45)$$

$$IL_2 = \sqrt{2} I_f \text{sen}(wt + 45)$$

$$IL_3 = \sqrt{2} I_f \text{sen}(wt + 135)$$

$$IL_4 = \sqrt{2} I_f \text{sen}(wt + 225)$$

### 2.5.3 POTENCIA REAL, REACTIVA Y APARENTE

En un motor tetrafásico encontramos también los tres tipos de potencia: real, reactiva y aparente.

#### 2.5.3.1 POTENCIA REAL

La potencia real para un sistema de una sola fase se calcula de la siguiente manera:

$$P_\phi = V_\phi I_\phi \cos \theta_\phi = I_\phi^2 R_\phi = \frac{V_R^2}{R_\phi} \quad (2.46)$$

Ahora si es que hablamos de un sistema tetrafásico balanceado podemos decir que la potencia real de aquel sistema es:

$$P_T = 4P_\phi \quad (2.47)$$

Debido a que  $V_\phi = \frac{V_L}{\sqrt{2}}$  y que  $I_\phi = I_L$ , entonces podemos decir que:

$$P_T = 4 \frac{V_L}{\sqrt{2}} I_L \cos_{I_\phi}^{V_\phi} \quad \text{Y en tal caso } \frac{4}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

Entonces

$$P_T = 2\sqrt{2} V_L I_L \cos_{I_\phi}^{V_\phi} \quad (2.48)$$

### **2.5.3.2 POTENCIA REACTIVA**

La potencia reactiva en cada una de las fases es:

$$Q_\phi = V_\phi I_\phi \text{sen}_{I_\phi}^{V_\phi} = I_\phi^2 X_\phi = \frac{V_\phi^2}{X_\phi} \quad (2.49)$$

Ahora si es que hablamos de un sistema tetrafásico balanceado podemos decir que la potencia reactiva de aquel sistema es:

$$Q_T = 4Q_\phi \quad (2.50)$$

Procediendo igual que antes tenemos:

$$Q_T = 2\sqrt{2} V_L I_L \text{sen}_{I_\phi}^{V_\phi} \quad (2.51)$$

### **2.5.3.3 POTENCIA APARENTE**

La potencia reactiva en cada una de las fases es:

$$S_{\phi} = V_{\phi} I_{\phi} \quad (2.52)$$

Ahora si es que hablamos de un sistema tetrafásico balanceado podemos decir que la potencia aparente de aquel sistema es:

$$S_T = 4S_{\phi} \quad (2.53)$$

Procediendo igual que antes tenemos:

$$Q_T = 2\sqrt{2} V_L I_L \quad (2.54)$$

## 2.6 PAR Y POTENCIA EN LOS MOTORES DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICOS.

### 2.6.1 PERDIDAS EN UN MOTOR DE INDUCCIÓN

Para hacer más fácil el análisis de pérdidas, se compara al motor de inducción con un transformados en el cual su devanado secundario está en corto circuito y su salida de potencia es en forma mecánica.

La potencia de entrada de un motor de inducción  $P_{in}$  se presenta en forma de voltajes y corrientes tetrafásicas (2.46), las primeras pérdidas son las que se pierden en el cobre del estator  $P_{PCE}$ , luego se pierde otra cantidad en el nucleo del estator por histéresis y corrientes parasitas  $P_{nucl}$ , la potencia restante es la potencia en el entrehierro  $P_{EH}$  y una vez que se transfiere al rotor una parte se elimina en el cobre del rotor y el resto se convierte en potencia mecánica  $P_{conv}$  y por último se restan las pérdidas por fricción, rozamiento con el aire y las misceláneas por lo que nos quedaría ya la potencia de salida del motor  $P_{sal}$ .

Hay que tener en cuenta que las pérdidas en el núcleo se componen de las pérdidas del estator más del rotor, aunque de este último son mínimas, además las pérdidas en el núcleo del rotor dependen de la velocidad de giro, si esta está cercana a la velocidad síncrona, los campos relativos en el rotor son muy lentos siendo así las pérdidas muy pequeñas, estas

pérdidas conjuntas del núcleo del rotor y estator se representan con la resistencia  $R_c$  en la figura 2.12.

Mientras mayor sea la velocidad del motor, mayor serán las perdidas por fricción, aire y misceláneas, mientras que son menores las perdidas en el núcleo, mientras que si menor es la velocidad las perdidas en el núcleo aumentan, y las perdidas por fricción, aire y misceláneas aumentan, por lo que estas pérdidas al ser complementarias se pueden agrupar y denominarlas perdidas rotacionales.

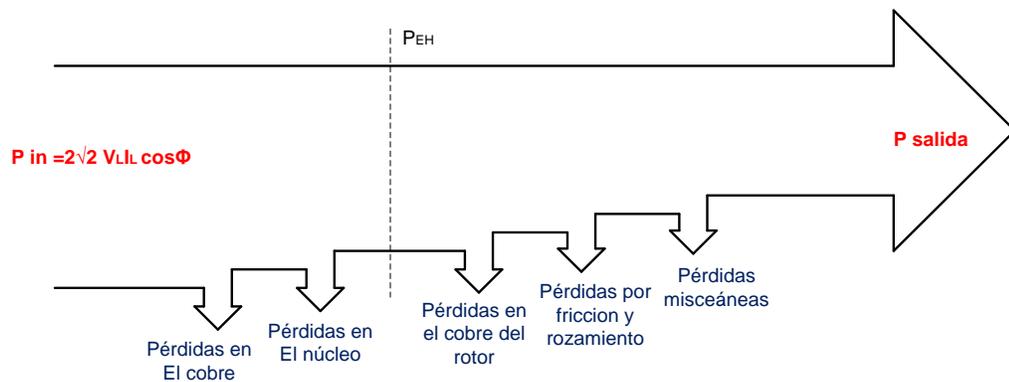


Fig. 2.24 Diagrama de potencias y pérdidas de un motor de inducción.

## 2.6.2 POTENCIA Y PAR DE UN MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO

Para obtener las relaciones de potencia y torque nos basamos en la figura 2.12.

Para saber la corriente que circula en una de las fases del motor calculamos con:

$$I_1 = \frac{V_\phi}{Z_{eq}} \quad (2.55)$$

$$Z_{eq} = R_1 + jX_1 + \frac{1}{\frac{1}{R_c} + \frac{1}{jX_m} + \frac{1}{jX_2 + \frac{R_2}{s}}} \quad (2.56)$$

Por lo que se puede encontrar las perdidas en el cobre del estator y en el núcleo del estator de la siguiente manera:

$$P_{PCE} = 4I^2 R_1 \quad (2.57)$$

$$P_{núcleo} = 4E^2 G_c \quad (2.58)$$

Y la potencia en el entrehierro sería de

$$P_{EH} = P_{in} - P_{PCE} - P_{núcleo} \quad (2.59)$$

Si observamos la figura 2.12 el único elemento en donde se puede consumir la potencia del entrehierro es en el resistor  $\frac{R_2}{s}$  por lo que la potencia en esta zona se puede calcular también

$$P_{EH} = 4I_2^2 \frac{R_2}{s} \quad (2.60)$$

Y las pérdidas en el cobre del rotor está dado por

$$P_{PCR} = 4I_R^2 R_2 \quad (2.61)$$

Entonces una vez que se restan las pérdidas en el cobre del rotor tenemos ya la potencia que se convierte en potencia mecánica.

$$\begin{aligned} P_{conv} &= P_{EH} - P_{PCR} \\ P_{conv} &= 4I_2^2 \frac{R_2}{s} - 4I_R^2 R_2 \\ P_{conv} &= 4I_2^2 R_2 \left( \frac{1-s}{s} \right) \quad (2.62) \end{aligned}$$

Si notamos las pérdidas en el cobre del rotor son iguales a la potencia en el entrehierro multiplicada por el deslizamiento.

$$\begin{aligned} P_{PCR} &= sP_{EH} \quad (2.63) \\ P_{conv} &= (1-s)P_{EH} \quad (2.64) \end{aligned}$$

Y se observa en 2.64 que mientras mayor sea el deslizamiento menor será la potencia convertida, y la potencia restante se quedara en el entrehierro.

Por último conociendo las pérdidas por fricción, por rozamiento con el aire y misceláneas la potencia de salida se puede calcular de la siguiente manera

$$P_{sal} = P_{conv} - P_{FyR} - P_{misc} \quad (2.65)$$

Conociendo entonces la potencia que se va a convertir en potencia mecánica  $P_{conv}$  tendríamos ya el par que la maquina en si generaría, pero a este par tendríamos que restar los pares opuestos que generan las pérdidas por fricción, por rozamiento con el aire y misceláneas.

$$\tau_{ind} = \frac{P_{conv}}{\omega_m} \quad (2.66)$$

Teniendo en cuenta que  $\omega_m = (1 - s)\omega_{sinc}$  y reemplazando  $P_{conv}$  por la ecuación 2.64 tenemos:

$$\tau_{ind} = \frac{(1 - s)P_{EH}}{(1 - s)\omega_{sinc}}$$

$$\tau_{ind} = \frac{P_{EH}}{\omega_{sinc}} \quad (2.67)$$

Esta última ecuación es muy útil ya que el torque inducido depende únicamente de la potencia en el entrehierro, ya que la velocidad  $\omega_{sinc}$  es constante.

## 2.7 CARACTERÍSTICAS PAR VELOCIDAD EN LOS MOTORES DE INDUCCIÓN

En esta sección analizaremos que es lo que pasa con las relaciones entre el par, la velocidad, y la potencia del motor, para así poder entender por ejemplo como cambia el par del motor según cómo cambia la carga, o cuanto par puede suministrar el motor en el arranque, o que pasa con la velocidad del motor conforme incrementa la carga en su eje.

### 2.7.1 EL PAR DESDE EL PUNTO DE VISTA FÍSICO

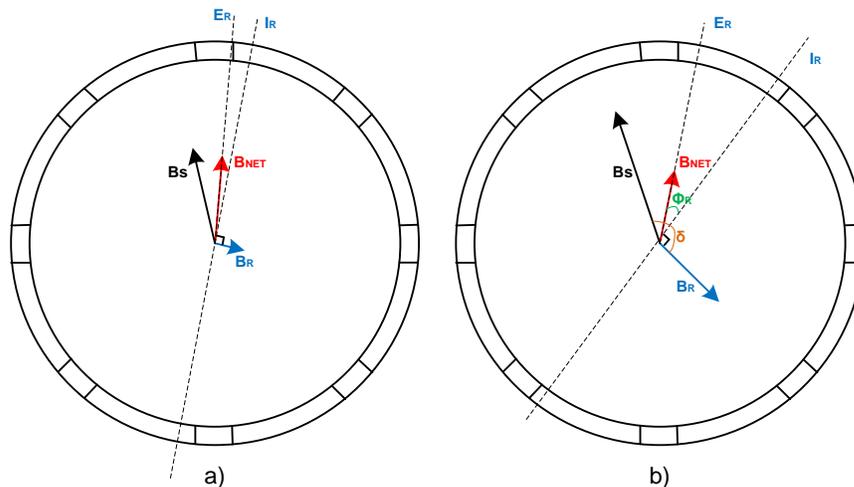


Fig. 2.25 (a) Campos magnéticos en un motor con carga suave. (b) campos magnéticos en un motor con una fuerte carga.

En la figura 2.25(a) el motor está operando a vacío, por lo tanto muy cerca de la velocidad síncrona, el campo magnético  $B_{NET}$  es generado por la corriente  $I_m$  que es directamente proporcional a  $E_1$  de la figura 2.12, entonces si este voltaje es constante lo será también  $B_{NET}$ , aunque en una maquina real no sucede esto debido a la caída de tensión que se produce en las impedancias  $R_1$  y  $jX_1$  y como estas son relativamente pequeñas se puede asumir que  $E_1$ ,  $I_m$  y  $B_{NET}$  son constantes ante cambios de carga.

En la figura 2.25(a) con el motor en vacío, el deslizamiento es muy pequeño, por lo que la frecuencia del rotor también es pequeña, puesto que el movimiento relativo es mínimo, también el voltaje inducido en el rotor lo que lleva a una,  $I_R$  pequeña. Debido a que la frecuencia es pequeña, la reactancia es casi igual a cero lo que lleva a que  $I_R$  este casi en fase con  $E_R$ , entonces la corriente del rotor produce un pequeño campo magnético  $B_R$  con un ángulo un poco mayor a 90.

Se puede notar que la corriente del estator debe ser grande porque es la que debe alimentar mayormente al campo  $B_{NET}$ , lo que explica el porqué la corriente en vacío es grande en motores a inducción.

El par inducido está dado por:

$$\tau_{ind} = k B_R \times B_{NET} \quad (2.68)$$

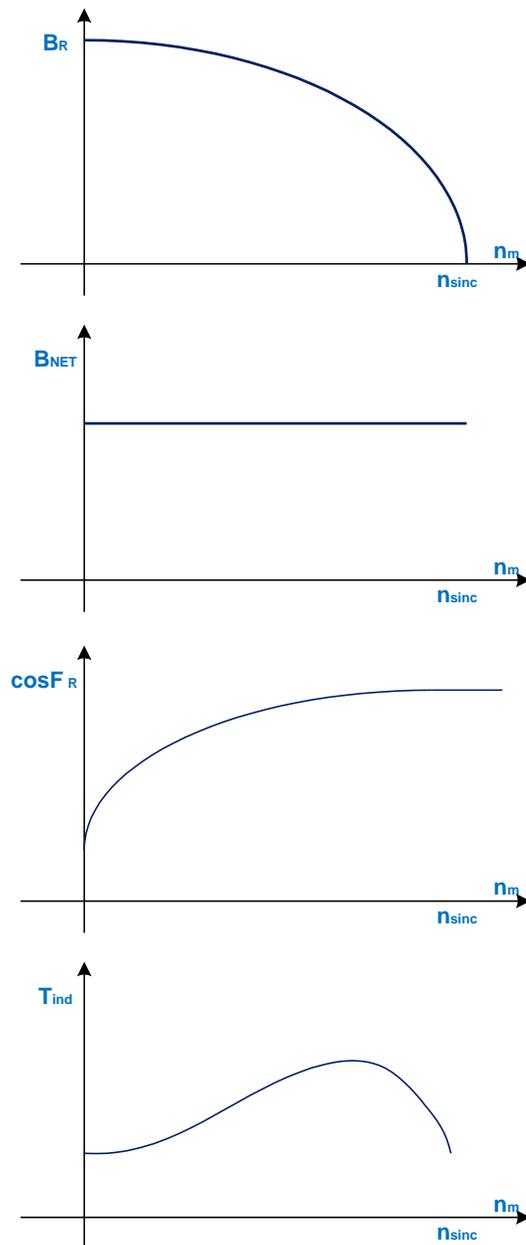
Y la magnitud es

$$\tau_{ind} = k B_R B_{NET} \text{ sen} \delta \quad (2.67)$$

Ahora observemos la figura 2.25(b) aquí tenemos a un motor con una fuerte carga, debida a esta un mayor deslizamiento, lo que produce la velocidad del motor, la cual produce un mayor movimiento relativo en los campos magnético, por lo que se induce un voltaje en el rotor más fuerte, que a su vez aumenta la corriente en el rotor y por consiguiente aumenta el campo magnético del rotor  $B_R$ .

Sin embargo el ángulo de  $B_R$  también cambia puesto que la frecuencia en el rotor aumenta, aumenta también la reactancia del rotor lo que lleva a que la corriente este más retrasada que el voltaje y  $B_R$  se desplaza con la corriente.

Podemos notar en la figura 2.25(b) que mientras el aumento de  $B_R$  tiende a aumentar el par, el aumento de  $\delta$  tiende a disminuir el par, pero como el primer efecto es mayor que el segundo, el efecto total, es el aumento de par ante el aumento de carga.



Ahora analizaremos la ecuación 2.67:

$B_R$ .- Este término está en función de la corriente del rotor y esta está en función del deslizamiento, es decir de la velocidad y teniendo en cuenta que la corriente que circula en el rotor está dada por la ecuación 2.35, tendríamos un comportamiento parecido al de la figura 2.26(a)

$B_{NET}$ .- este campo es proporcional a la tensión  $E_1$  y por lo tanto es aproximadamente constante, y se muestra en la figura 2.26(b)

$\cos\phi_R$ .- Este ángulo entre el campo magnético del rotor y el campo neto, se puede expresar por  $\delta = \theta_R + 90$  y como  $\theta_R = \tan^{-1} \frac{X_R}{R_R} = \tan^{-1} \frac{S X_{R0}}{R_R}$  por lo que el comportamiento de esta expresión en función con la velocidad es la que muestra la figura 2.26(c).

Si sumamos las tres graficas obtenemos la curva característica par-velocidad de un motor de inducción, como se observa el par máximo puede alcanzar un 200 a 250 % del par nominal y en el arranque un 150%.

Fig. 2.26 Característica par-velocidad de un motor de inducción.

## 2.7.2 PAR INDUCIDO EN EL MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO

Como ya se observó en secciones anteriores el par inducido está dado por la ecuación 2.67, como se observa esta ecuación, al ser  $\omega_{sinc}$  constante el torque depende únicamente de la potencia en el entrehierro y esta potencia está dada por la ecuación 2.60, por lo que lo único que nos tocaría calcular es la corriente que circula por el rotor. Para ello nos basamos en el circuito equivalente del motor.

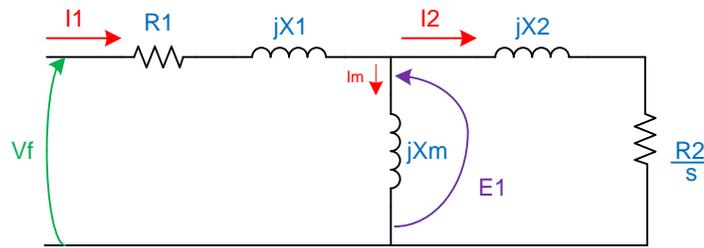


Fig. 2.27 circuito equivalente de una fase del motor tetrafásico.

Para determinar la corriente  $I_2$  se va a utilizar el teorema del equivalente Thevenin para llegar al circuito que muestra la figura 2.28 y de allí calcular la corriente  $I_2$ .

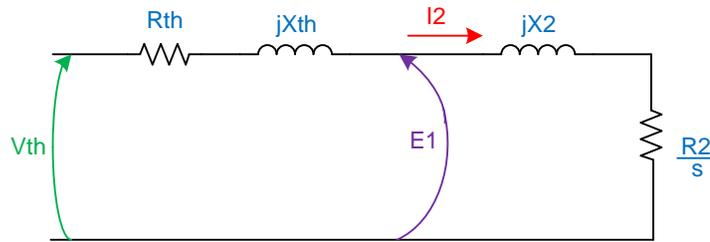


Fig. 2.28 Equivalente Thevenin para el cálculo de la  $I_2$ .

Entonces el voltaje Thevenin sería:

$$\begin{aligned}
 V_{th} &= V_{\phi} \frac{Z_m}{Z_m + Z_1} \\
 V_{th} &= V_{\phi} \frac{jX_m}{R_1 + jX_1 + jX_m} \\
 V_{th} &= V_{\phi} \frac{X_m}{\sqrt{R_1^2 + (X_1 + X_m)^2}} \quad (2.68)
 \end{aligned}$$

Debido a que  $X_m \gg X_1 \gg R_1$  se puede simplificar la ecuación anterior para tener

$$V_{th} = V_{\phi} \frac{X_m}{X_1 + X_m} \quad (2.69)$$

Y la impedancia Thevenin seria

$$Z_{th} = \frac{Z_1 Z_m}{Z_1 + Z_m}$$

$$Z_{th} = R_{th} + jX_{th} = \frac{jX_m(R_1 + jX_1)}{R_1 + j(R_1 + jX_m)} \quad (2.70)$$

Debido a que  $X_m \gg X_1$  y  $X_m \gg R_1$  el equivalente Thevenin quedaría

$$R_{th} = R_1 \left( \frac{X_m}{X_1 + X_m} \right)^2 \quad (2.71)$$

$$X_{th} = X_1 \quad (2.72)$$

Entonces refiriéndonos al grafico 2.28 la corriente  $I_2$  nos quedaría

$$I_2 = \frac{V_{th}}{R_{th} + \frac{R_2}{s} + jX_{th} + jX_2} \quad (2.73)$$

Con magnitud

$$I_2 = \frac{V_{th}}{\sqrt{\left( R_{th} + \frac{R_2}{s} \right)^2 + (X_{th} + jX_2)^2}} \quad (2.73)$$

Y como la potencia en el entrehierro está dada por

$$P_{EH} = 4I_2^2 \frac{R_2}{s}$$

$$P_{EH} = \frac{4 \frac{R_2}{s}}{\left( R_{th} + \frac{R_2}{s} \right)^2 + (X_{th} + jX_2)^2} \quad (2.74)$$

Por último, el par inducido está dado por

$$\tau_{ind} = \frac{P_{EH}}{\omega_{sinc}}$$

$$\tau_{ind} = \frac{4V_{th}^2 R_2/s}{\omega_{sinc} \left[ \left( R_{th} + R_2/s \right)^2 + (X_{th} + jX_2)^2 \right]} \quad (2.74)$$

### 2.7.3 PAR MÁXIMO EN UN MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO

Puesto que el par depende de la potencia en el entrehierro, y esta potencia es la que consume el resistor  $R_2/s$  entonces el par máximo será cuando este resistor consuma la máxima potencia y esta podemos obtener a partir de la figura 2.28 y de el teorema de máxima transferencia de potencia que se da cuando la magnitud de la impedancia de consumo  $R_2/s$  es igual a la magnitud de la impedancia de la fuente y esta es igual a:  $Z_{fuente} = R_{TH} + jX_{TH} + jX_2$ , entonces la máxima transferencia se dará cuando

$$R_2/s = \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \quad (2.75)$$

Y el deslizamiento donde ocurre la máxima transferencia es en

$$S_{max} = \frac{R_2}{\sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2}} \quad (2.76)$$

Si observamos la ecuación anterior, el deslizamiento depende de la resistencia del rotor  $R_2$ , por lo que se podría usar este criterio para trasladar el torque máximo hacia el arranque del motor.

Una vez que se tiene en qué valor de deslizamiento se obtiene el torque máximo solamente reemplazamos la ecuación 2.76 en la ecuación 2.74 y nos queda que el torque máximo.

$$\tau_{max} = \frac{4V_{th}^2}{2\omega_{sinc} \left[ R_{TH} + \sqrt{R_{TH}^2 + (X_{TH} + X_2)^2} \right]} \quad (2.77)$$

Nótese que el par máximo depende del cuadrado del voltaje aplicado y de la impedancia de la parte física y constructiva del motor.

#### 2.7.4 CONTROL DE VELOCIDAD DEL MOTOR DE INDUCCIÓN

A un motor de inducción se le puede controlar la velocidad de varias maneras, la primera es usando la característica que se observa en la ecuación 2.73, de que el torque inducido es muy sensible al cambio de el voltaje de alimentación, entonces al variar el voltaje, la carga adherida al eje del motor hará que el motor se frene y así girara a una velocidad diferente, controlada por el voltaje de entrada. Este método es válido y funciona, pero es algo anticuado e impreciso.

Hoy en día con el avance de la electrónica con los controladores de estado sólido el control de velocidad se hace directamente en la frecuencia que como indica la ecuación 2.24 la velocidad del motor es directamente proporcional a la frecuencia aplicada, ya que esto haría que el campo magnético rotante gire a diferente velocidad, por lo que la velocidad de sincronismo cambiaría.

La presente sección detallara este método más moderno de control de velocidad de un motor de inducción.

Cuando variamos la frecuencia y el motor opera a velocidades menores a la velocidad base del motor, es necesario reducir el voltaje aplicado al estator para obtener una operación adecuada y este voltaje se debe disminuir linealmente con la frecuencia de ingreso, debido a que si no se hace este proceso el núcleo del estator se saturara y fluirán cocientes magnetización muy grandes, la explicación a la anterior afirmación podemos respaldarla atendiendo a que el flujo en el núcleo de un motor de inducción se puede calcular mediante la ley de Faraday.

$$v(t) = -N_{esp} \frac{d\phi}{dt} \quad (2.78)$$

Si  $v(t) = V_m \text{sen}(wt)$  entonces el flujo seria

$$\phi(t) = \frac{1}{N_{esp}} \int v(t) dt \quad (2.79)$$

$$\phi(t) = \frac{1}{N_{esp}} \int V_m \text{sen}(wt) dt$$

$$\phi(t) = -\frac{V_m}{\omega N_{esp}} \cos(\omega t) \quad (2.80)$$

Como se observa en la ecuación anterior la frecuencia eléctrica se encuentra en el denominador, y la relación con el flujo es inversamente proporcional y lineal, es decir que si la velocidad (la frecuencia) decrecimiento en 20% el flujo de la maquina incrementa en un 20% y aumentara la corriente de magnetización en un mismo porcentaje, pero en la zona de saturación del núcleo del motor un incremento del 20% del flujo, significa un incremento mayor en la corriente de magnetización, normalmente los motores vienen diseñados para trabajar en un punto cercano a la saturación, un incremento en el flujo por un decremento de frecuencia hará que circulen altas corrientes de magnetización.

Entonces para evitar el problema antes descrito, se debería disminuir el voltaje aplicado en la misma proporción con que se disminuye la frecuencia, estas dos acciones se contrarrestan, haciendo que el flujo se mantenga constante y no se vea comprometido un aumento en la corriente de magnetización. Al mantener un mismo flujo el par inducido es también alto, pero la potencia nominal del motor disminuye debido a que está dada por.

$$P = 4V_{\phi} I_{\phi} \cos\phi$$

En la figura 2.29 se muestra una serie de curvas par velocidad de un motor con control de frecuencia y voltaje, en donde se observa que la maquina disminuye sus capacidades de torque cuando se disminuye la frecuencia y voltaje.

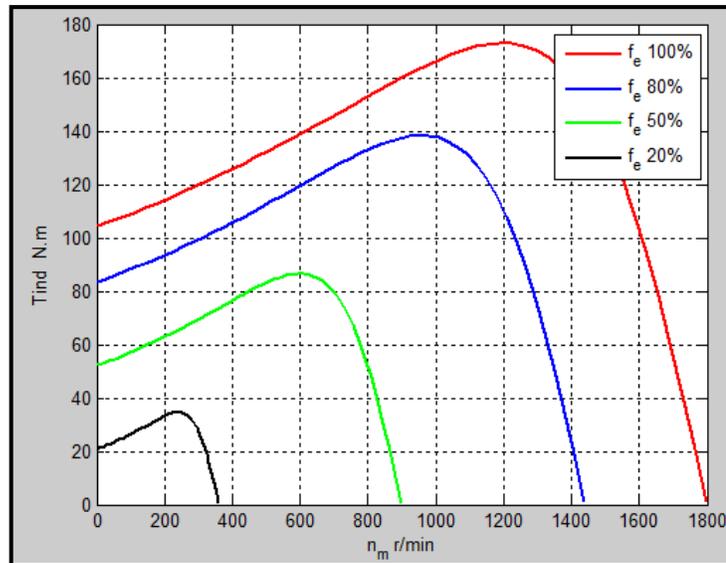


Fig. 2.29 Curvas par\_velocidad con control de frecuencia y voltaje.

Para frecuencias más altas que la frecuencia base de un motor de inducción el voltaje aplicado se mantiene constante ya que no se podría aumentar por razones de protección del aislamiento, entonces como el numerador se mantiene constante el denominador (frecuencia) aumenta, por lo que el flujo disminuiría, por lo que el par máximo también disminuiría, lo que se puede observar en la figura 2.30.

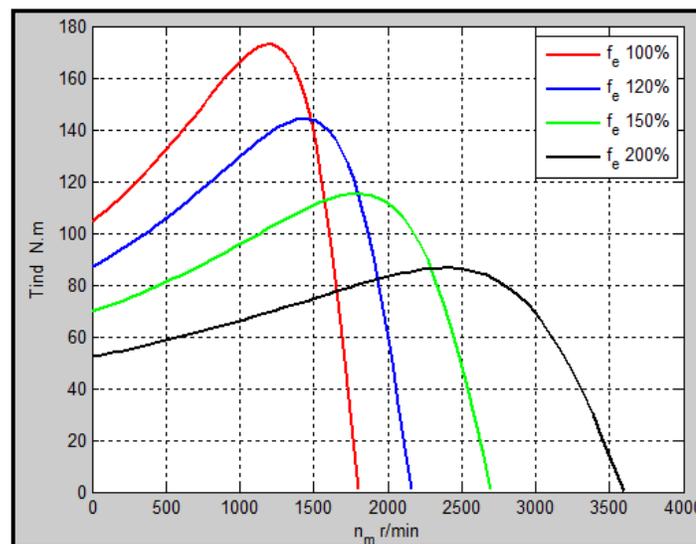


Fig. 2.30 Curvas par\_velocidad con control de frecuencia y voltaje.

## 2.8 ARMÓNICOS EN EL MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFÁSICO

El campo magnético en el entrehierro es el resultado de la suma de los campos del inductor y del inducido que interactúan en esa región, si bien el inductor está alimentado por un conjunto de corrientes tetrafásicas sinodales el flujo distribuido en el entrehierro debería ser de la misma forma, pero distintos motivos este flujo no es sinodal, acarreado consigo el problema de los armónicos en los motores de inducción.

### 2.8.1 CAMPO MAGNÉTICO PRODUCIDO POR UN DEVANADO CONCENTRADO

Para poder determinar la inducción en cada punto del entrehierro será necesario aplicar la ley de ampere en forma integral al circuito de la figura 2.31(a).

$$\oint_{\gamma} H \cdot dl = Ni \quad (2.81)$$

Se considera la permeabilidad del estator y del rotor infinito, entonces toda la f.m.m. aplicada a la bobina se requiere únicamente para crear el campo en el entrehierro, el recinto de integración  $\gamma$  como dice la ley de ampere puede ser cualquiera, pero si tomamos en cuenta que cualquier maquina eléctrica rotativa tiene simetría circular con un numero par de polos, y por ello sea cual sea el devanado, el campo magnético en el entrehierro para un ángulo  $\theta$  tiene siempre la misma magnitud que en el ángulo  $\theta + 180^\circ$  (magneticos), pero en sentido opuesto y se cumple que:

$$H(\theta) = -H(\theta + \pi) \quad (2.82)$$

Entonces así se simplificara el problema entonces en la figura 2.31 a) se ha elegido un recinto de integración que resultará:

$$\int_e^f H \cdot dl + \int_g^h H \cdot dl = Ni \quad (2.83)$$

Y teniendo en cuenta 2.82

$$H \cdot g + H \cdot g = Ni$$

$$H = \frac{Ni}{2g} \quad (2.84)$$

Donde  $g$  representa el espesor del entrehierro. El valor de la inducción esta dado por

$$B = \mu_0 H = \frac{\mu_0 Ni}{2g} \quad (2.85)$$

En la figura 2.21( b) se observa la distribución  $B$  en el entrehierro, es una onda periódica rectangular, cuya amplitud está dada por 2.85 e invierte su signo en el punto donde se encuentran sus conductores, es decir es positiva en aquellas zonas donde el campo se dirige del rotor al estator, y es negativa cuando el campo se dirige del estator al rotor.

Para un mejor análisis es mejor representar la f.m.m. de la  $B$  debido a que la f.m.m. es independiente del espesor del entrehierro, es lineal por lo que se puede aplicar superposición. La f.m.m. esta dada por

$$\mathcal{F}(\theta) = \int H \cdot dl \quad (2.86)$$

Al igual que el campo magnético se cumple la relación 2.82 y se tiene que

$$\mathcal{F}(\theta) = -\mathcal{F}(\theta + \pi) \quad (2.87)$$

Resolviendo la ley de ampere como en la ecuación 2.83 nos queda que

$$\mathcal{F}(\theta) = -\mathcal{F}(\theta + \pi) = Ni \quad (2.88)$$

Y de acuerdo con 2.87 tenemos

$$2\mathcal{F}(\theta) = Ni \rightarrow \mathcal{F}(\theta) = \frac{Ni}{2} \quad (2.89)$$

En la figura 2.31 c) se observa esta onda que es rectangular y periódica por lo que se puede descomponer usando la serie de Fourier quedaría de la siguiente manera

$$\mathcal{F}(\theta) = \mathcal{F}_1 \cos\theta + \mathcal{F}_3 \cos 3\theta + \dots + \mathcal{F}_h \cosh\theta + \dots \quad (2.90)$$

Donde los valores de  $\mathcal{F}_h$  vienen definidos por:

$$\mathcal{F}_h = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \mathcal{F}(\theta) \cos h\theta \, d\theta \quad (2.91)$$

Y teniendo en cuenta  $\mathcal{F}(\theta)$  descrito en la ecuación 2.89 tenemos

$$\mathcal{F}_h = \frac{4}{\pi} \frac{1}{h} \frac{Ni}{2} \operatorname{sen} \frac{h\pi}{2} \quad (2.92)$$

Que al llevar a 2.90 nos queda

$$\mathcal{F}(\theta) = \frac{4}{\pi} \frac{Ni}{2} \left[ \cos \theta - \frac{1}{3} \cos 3\theta + \frac{1}{5} \cos 5\theta + \dots \right] \quad (2.93)$$

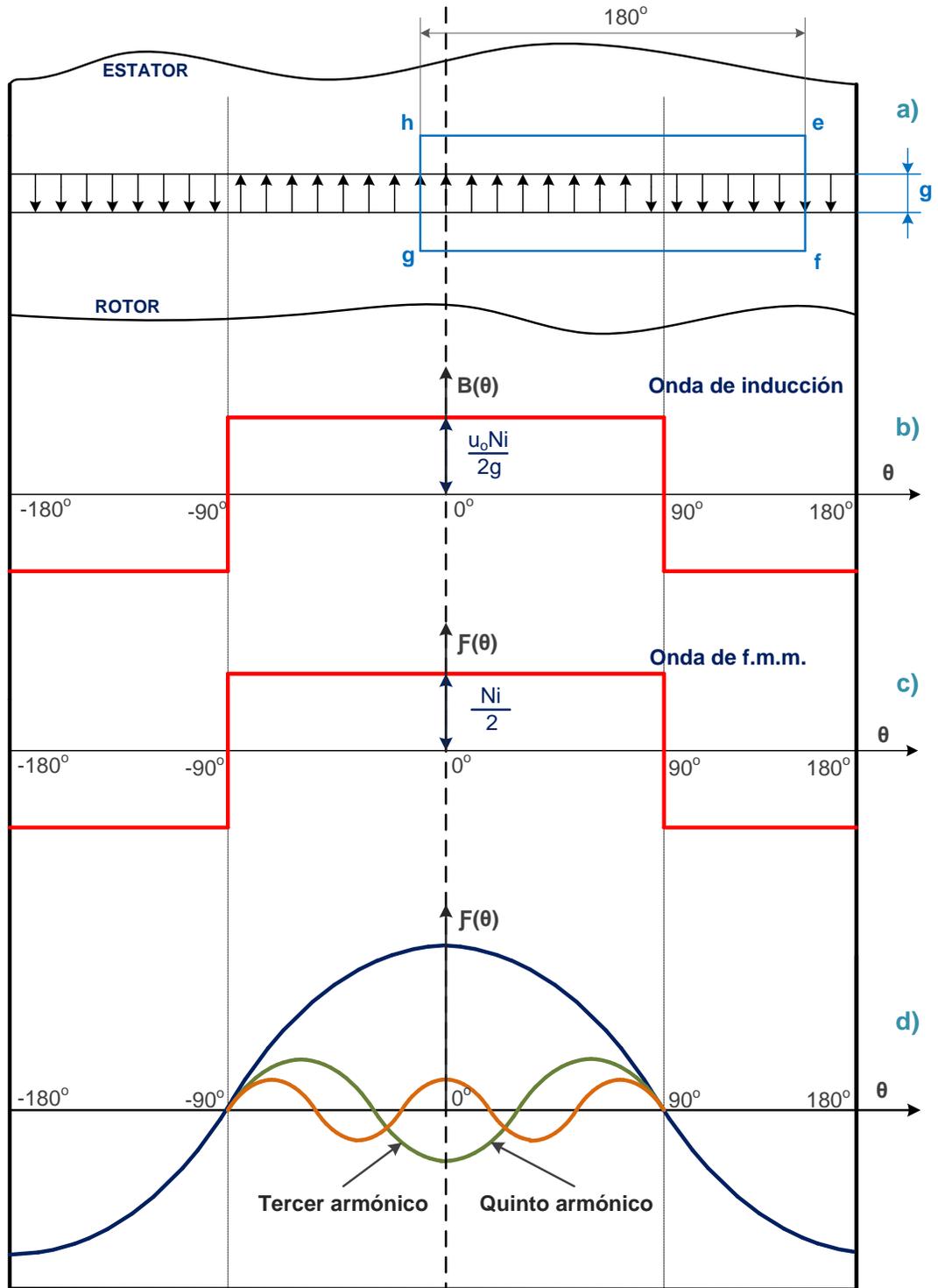


Fig. 2.31 Inducción, f.m.m. de una bobina, desarrollo de series de Fourier

Entonces la f.m.m. se compone de la suma de una onda fundamental sinusoidal

$$\mathcal{F}(\theta) = \frac{4 Ni}{\pi 2} \cos \theta \quad (2.94)$$

Mas los armónicos impares que en la figura 2.31 d) se pueden observar los más significativos.

Si no se consideran los armónicos, se considera que la f.m.m. esta sinusoidalmente distribuida, lo que producirá una inducción en el entrehierro de la misma forma y de acuerdo con 2.84 y 2.89 se tiene que:

$$H(\theta) = \frac{\mathcal{F}(\theta)}{g}; \quad B(\theta) = \mu_0 H(\theta) \quad (2.95)$$

Es decir

$$B(\theta) = \mu_0 \frac{\mathcal{F}(\theta)}{g} = \frac{4}{\pi} \mu_0 \frac{Ni}{2g} \cos \theta \quad (2.96)$$

## 2.8.2 F.M.M. PRODUCIDA POR UN DEVANADO DISTRIBUIDO

En la práctica colocar los devanados de los motores en forma concentrada es imposible, es por tal motivo, por aprovechar toda la superficie del estator y el de mejorar la forma de onda en entrehierro que los devanados en el estator se colocan de forma distribuida.

En la figura 2.32 a) se observa la distribución de un devanado de una fase en seis ranuras cada una desplazadas con un ángulo  $\alpha$ , estas alojan a tres bobinas conectadas en serie y cada una de ellas generan una f.m.m. como se muestran en la figura 2.32 d), e), f) y de acuerdo al principio de superposición estas se suman para formar la f.m.m. en el entrehierro que se muestra en la figura 2.32 c) que como se observa es una forma mucho más sinodal que la que forma un devanado concentrado, lo que significa que los armónicos disminuirán.

Si se aplica Fourier a la figura 2.32 c) da como resultado una onda fundamental de f.m.m. y se puede considerar como aproximación de la onda escalonada real siendo

$$\mathcal{F}(\theta) = \frac{4}{\pi} k_d 3 F_m \cos \theta = \frac{4}{\pi} k_d 3 \frac{Ni}{2} \cos \theta \quad (2.98)$$

Siendo  $k_d$  el factor de distribución del devanado

Si se alimenta al devanado con una corriente alterna  $i = i_m \cos \omega t$  el factor de la f.m.m. será de forma

$$\mathcal{F}(\theta, t) = F_m \cos \omega t \cos \theta; \quad F_m = \frac{4}{\pi} k_d \frac{3Ni}{2} \quad (2.99)$$

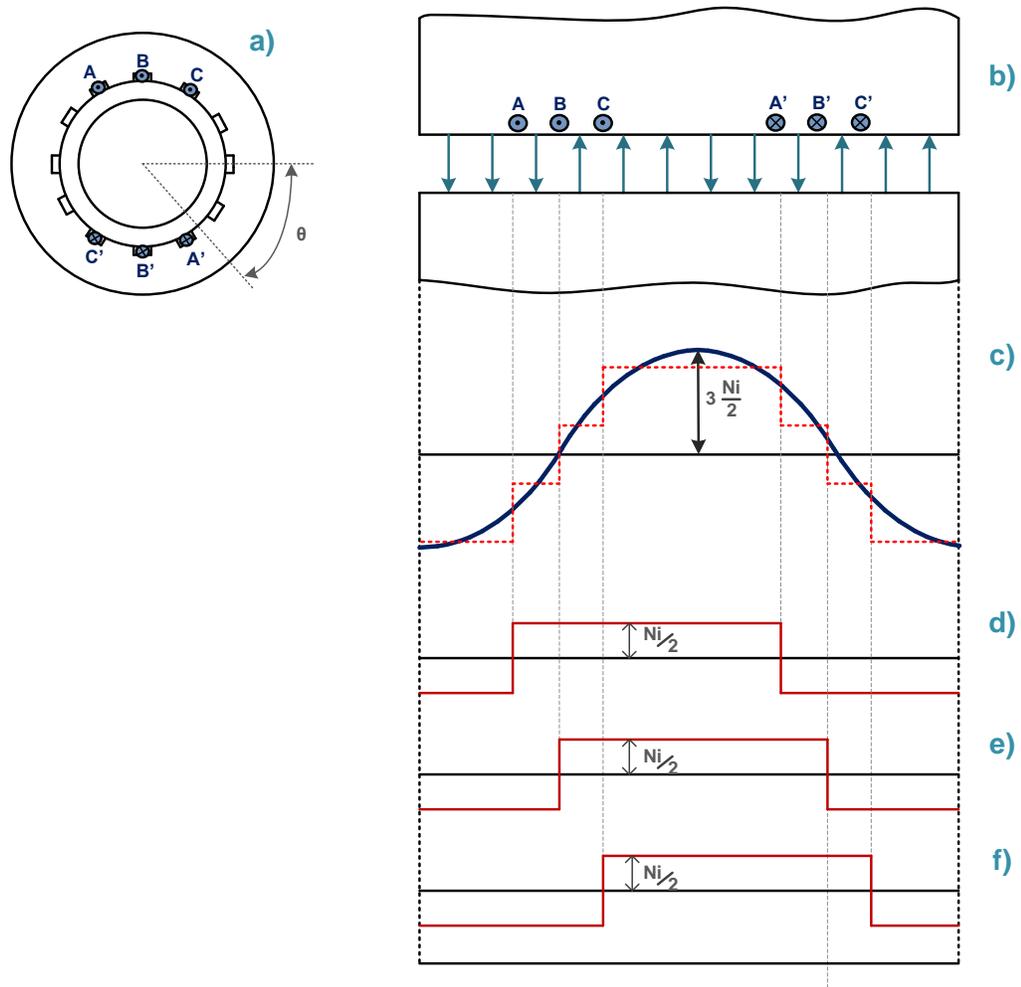


Fig. 2.32 Inducción de un devanado distribuido.

### 2.8.3 FACTORES QUE AFECTAN A LA F.E.M. INDUCIDA DE UN DEVANADO

Una maquina real tiene varias diferencias con los modelos idealizados para el estudio, algunas de las más significativas diferencias se muestran a continuación.

- El flujo del inductor no siempre se reparte de forma sinusoidal en el entrehierro
- El devanado no se encuentra concentrado, sino distribuido en ranuras a lo largo de la periferia del estator.
- Los devanados no siempre se encuentran con un paso diametral, sino presentan acortamiento, con objeto de mejorar la f.e.m. inducida

#### 2.8.3.1 EL FACTOR DE FORMA

Teniendo en cuenta que la fórmula para calcular la f.e.m. inducida está dada por

$$E = 4.44 N f \varphi \quad (2.100)$$

Y si ahora calculamos la f.e.m. Con el supuesto que el flujo sea constante y de valor máximo  $\varphi_m$  entonces la f.e.m. Estaría expresada por:

$$E_m = N \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = N \frac{\varphi_m - (-\varphi_m)}{T/2} = 4Nf\varphi_m \quad (2.101)$$

Se observa que 2.101 desprecia la forma del flujo, entonces se debería colocar un factor donde esté presente este efecto, entonces para poder calcular el valor eficaz de 2.101 se debería multiplicar por un coeficiente que si tiene en cuenta la forma de la onda y este factor de forma se define como

$$k_f = \frac{\text{valor eficaz}}{\text{valor medio}} \quad (2.102)$$

Entonces 2.101 tomando en cuenta el factor de forma, la f.e.m. eficaz quedaría

$$E = 4k_f N f \varphi_m \quad (2.103)$$

Suponiendo que el flujo se reparta en forma sinusoidal por el entrehierro se dará que:

$$k_f = \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} B_{max}}{\frac{2}{\pi} B_{max}} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1.11 \quad (2.104)$$

Lo que evidencia que si el flujo se repartiera de forma sinusoidal la ecuación 2.103 quedara como la clásica ecuación de la inducción conocida 2.100.

Entonces deberíamos encontrar el valor eficaz de onda real de la distribución del flujo en el entrehierro (escalonada, depende de la distribución del devanado en las ranura), para de allí calcular el factor de distribución.

### 2.8.3.2 FACTOR DE DISTRIBUCIÓN

Como se observó en la sección 2.8.2 los devanados se encuentran distribuidos en ranuras de un estator, entonces el número de ranura, los ángulos de separación entre cada ranura, van a afectar al final a el valor de la f.e.m. inducida, por lo que estos un efectos se tomaran en cuenta en un valor llamado factor de distribución.

Si se denomina:

$q \rightarrow$  numero de ranuras por polo por fase.

$m \rightarrow$  numero de fases

$2p \rightarrow$  numero de polos

$k \rightarrow$  numero de ranuras del estator de la maquina

$$k = qm2p \quad (2.105)$$

El ángulo geométrico entre dos ranura consecutivas será

$$\gamma = \frac{360}{k} \quad (2.106)$$

Que corresponde al ángulo eléctrico  $p\gamma$ . Suponga que se quiere calcular la f.e.m. producida por tres bobinas de una misma fase de la figura 2.23(a) donde cada bobina tiene N espiras. Los módulos de la f.e.m. de las bobinas serán iguales pero desfasadas un ángulo.

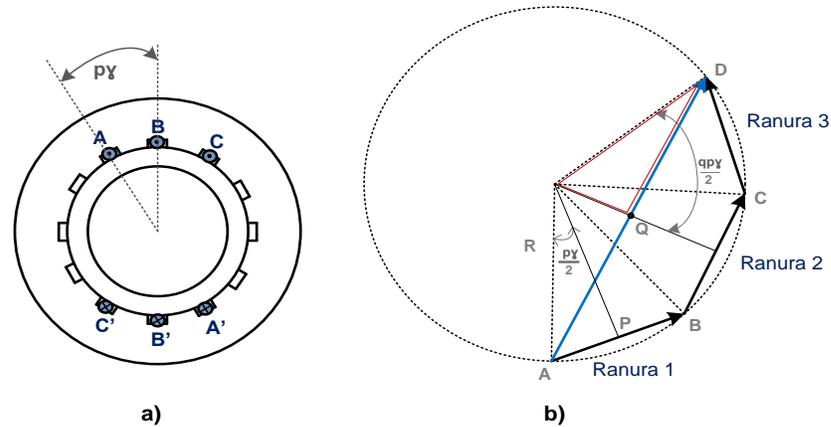


Fig. 2.33 Distribución de tres bobinas por fase y composición geométrica de f.e.m.

Observando la figura 2.33(b) todos los vectores que representan las f.e.m.s. se encuentran situados sobre una circunferencia de radio  $R$ . la f.e.m. resultante  $E_f$  está representado por el vector  $AD$  y su magnitud es:

$$E_d = \overline{AD} = 2\overline{QD} = 2R \operatorname{sen} \frac{qp\gamma}{2} \quad (2.107)$$

Si se considera que el devanado fuese concentrado la f.e.m. sería:

$$E_c = qE_{bobina} = q\overline{AB} = q2\overline{AP} = 2R \operatorname{sen} \frac{p\gamma}{2} \quad (2.108)$$

Entonces el factor de distribución dado por el cociente de f.e.m. geométrica y la teórica, se conoce con el símbolo  $k_d$  y resulta:

$$k_d = \frac{E_d}{E_c} = \frac{\operatorname{sen} \frac{qp\gamma}{2}}{q \cdot \operatorname{sen} \frac{p\gamma}{2}} \quad (2.109)$$

### 2.8.3.3 FACTOR DE PASO O FACTOR DE ACORTAMIENTO

En la mayoría de devanados existentes se usa el llamado paso acortado en vez de un paso diametral debido a que el primero puede eliminar armónicos, si observamos la figura 2.34 a) veremos que un devanado paso diametral sería el que va de  $A$  a  $B$ , es decir cuando el polo norte está en  $A$  necesariamente el polo sur está en  $B$ , mientras que si acortamos el paso de la bobina, esta iría de  $A$  a  $C$  y como se observa tiene un ángulo de recortamiento  $\alpha$ .

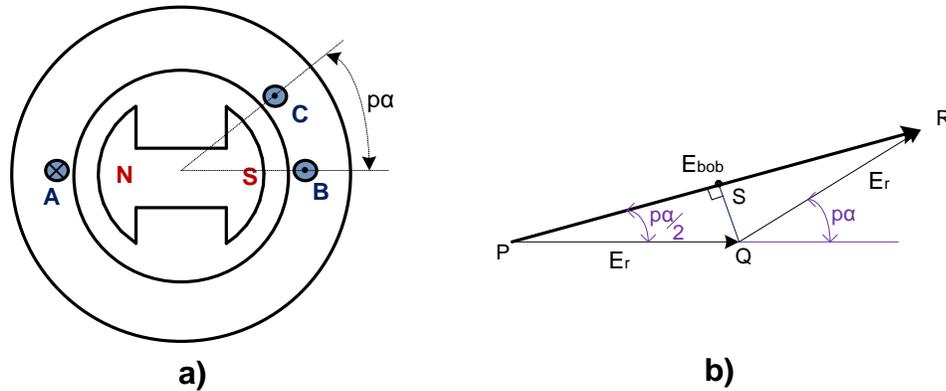


Fig. 2.34 Bobina paso acortado, f.e.m. de una bobina con paso acortado.

Si denominamos  $E_r$  a la f.e.m. de cada rama de la bobina entonces la suma vectorial  $E_{bob}$  sería la f.e.m. total de la bobina y está dada por:

$$E_{bob} = \overline{PR} = 2\overline{PS} = 2E_r \cos \frac{p\alpha}{2} \quad (2.110)$$

Si la bobina fuese de paso diametral se sumarían aritméticamente y la f.e.m.  $E_t$  sería.

$$E_t = 2E_r \quad (2.111)$$

El factor de acortamiento se define por  $k_a$  y este es:

$$k_a = \frac{E_{bob}}{E_t} = \cos \frac{p\alpha}{2} \quad (2.112)$$

Las expresiones 2.112 y 2.109 se pueden usar para calcular las f.e.m.s. producidas por los armónicos, de tal forma que se  $h$  es el orden del armónico los coeficientes  $k_a$  y  $k_d$  vienen expresados por:

$$k_a = \cos \frac{hp\alpha}{2}; \quad k_d = \frac{\text{sen} \frac{hqp\gamma}{2}}{q \cdot \text{sen} \frac{hpy}{2}} \quad (2.113)$$

### 2.8.3.4 ELIMINACIÓN DE ARMÓNICOS

Como se ha observado en las secciones anteriores, los armónicos se dan por diversos motivos y se presentan en la f.m.m. que directamente se reflejan en la f.e.m. El objetivo está

en eliminar los armónicos, aunque esta es tarea imposible lo que se tratara será de minimizarlos.

Dado que la magnitud de los armónicos en un motor de inducción es inversamente proporcional al grado de los mismos, se tomara más énfasis en eliminar los armónicos de grados inferiores.

Si tomamos en cuenta un motor tetrafásico de inducción las tensiones de la fundamental y armónicos en este están dadas por:

#### *Fundamental*

$$ea_1 = E_{1m} \cos \omega t$$

$$eb_1 = E_{1m} \cos(\omega t - 90^\circ)$$

$$ec_1 = E_{1m} \cos(\omega t - 180^\circ)$$

$$ed_1 = E_{1m} \cos(\omega t - 270^\circ)$$

#### *Segundo armónico*

$$ea_2 = E_{2m} \cos \omega t$$

$$eb_2 = E_{2m} \cos(\omega t - 180^\circ)$$

$$ec_2 = E_{2m} \cos(\omega t - 360^\circ) = E_{2m} \cos(\omega t)$$

$$ed_2 = E_{2m} \cos(\omega t - 540^\circ) = E_{2m} \cos(\omega t - 180^\circ)$$

#### *Tercer armónico*

$$ea_3 = E_{3m} \cos \omega t$$

$$eb_3 = E_{3m} \cos(\omega t - 270^\circ) = E_{3m} \cos(\omega t + 90^\circ)$$

$$ec_3 = E_{3m} \cos(\omega t - 540^\circ) = E_{3m} \cos(\omega t + 180^\circ)$$

$$ed_3 = E_{3m} \cos(\omega t - 810^\circ) = E_{3m} \cos(\omega t + 270^\circ)$$

#### *Cuarto armónico*

$$ea_4 = E_{4m} \cos \omega t$$

$$eb_4 = E_{4m} \cos(\omega t - 360^\circ) = E_{4m} \cos \omega t$$

$$ec_4 = E_{4m} \cos(\omega t - 720^\circ) = E_{4m} \cos \omega t$$

$$ed_4 = E_{4m} \cos(\omega t - 1080^\circ) = E_{4m} \cos \omega t$$

Si los devanados se conectan en estrella y teniendo en cuenta los fasores del cuarto armónico, los voltajes de línea según 3.42 es:

$$E_{ab4} = e_{b4} - e_{a4} = 0 \quad (2.114)$$

Y lo mismo se cumple en el resto de voltajes de línea puesto que los voltajes de fase son iguales en magnitud, y ángulo. Lo que nos indica que los armónicos de cuarto orden no aparecen en los bornes de la máquina.

Ahora se conecta a la máquina tetrafásica en cuadrado, entonces veremos circular corrientes de cuarto armónico por el cuadrado de valor:

$$I_4 = \frac{4E_4}{4Z_4} \quad (2.115)$$

Entonces los voltajes que aparecen en los terminales extremos serán:

$$E_{ab4} = e_{b4} - Z_4 I_{b4} = 0 \quad (2.116)$$

Entonces la máquina de tetrafásica independientemente que si se conecta en estrella o en cuadrado, esta elimina los armónicos de cuarto orden y sus múltiplos.

Aunque esto no es tan provechoso ya que como se revisó en la sección 2.8.1 por la simetría de la forma de onda de la f.m.m. en el entrehierro no aparecen armónicos pares.

Entonces los armónicos que aparecería en la máquina tetrafásica serían:

$$h = 3,5,7,9,11,13,15, \dots etc$$

Ahora para mitigar estos armónicos, es necesario recurrir a lo antes explicado en la sección 2.8.2 y 2.8.3, y en resumen a las ecuaciones 2.113 como por ejemplo si se desea eliminar el tercer armónico vamos a reducir el paso polar  $1/3$  del paso diametral, para un estator de dos polos entonces:

$$p\alpha = \frac{1}{3} 180 = 60^\circ$$

Entonces de acuerdo a la ecuación 2.113 el coeficiente de acortamiento para el tercer armónico es

$$k_{a3} = \cos \frac{hp\alpha}{2} = \cos \frac{3 \cdot 60}{2} = \cos 90 = 0 \quad (2.117)$$

O para eliminar el quinto armónico sería

$$p\alpha = \frac{1}{5} 180 = 36^\circ$$

$$k_{a3} = \cos \frac{hp\alpha}{2} = \cos \frac{5 \cdot 36}{2} = \cos 90 = 0 \quad (2.118)$$

Como la idea es eliminar los dos armónicos, se puede elegir un ángulo entre los 2 como por ejemplo 45 grados, para este caso

$$k_{a3} = \cos \frac{3 \cdot 45}{2} = 0.3826; \quad k_{a5} = \cos \frac{5 \cdot 45}{2} = -0.3826; \quad (2.119)$$

Para el séptimo armónico  $k_{a3} = \cos \frac{7 \cdot 45}{2} = 0.707$ , como se observa no se logra una total reducción pero si una considerable mitigación.

Ahora el factor de distribución también es importante para nuestro caso con un estator tetrafásico, con 2 ranuras polo-fase, devanado 1 capa, el ángulo eléctrico entre ranuras es:

$$p\gamma = \frac{\text{paso polar}}{\text{ranuras} \cdot \text{polo}} = \frac{180}{2 \cdot 4} = 22.5^\circ \quad (2.120)$$

Entonces para el 3, 5 armónico tenemos:

$$k_{a3} = \frac{\text{sen} \frac{3 \cdot 22,5}{2}}{2 \cdot \text{sen} \frac{3 \cdot 22,5}{2}} = 0.317; \quad k_{a5} = \frac{\text{sen} \frac{5 \cdot 22,5}{2}}{2 \cdot \text{sen} \frac{5 \cdot 22,5}{2}} = -0.212$$

$$k_{a7} = \frac{\text{sen} \frac{7 \cdot 22,5}{2}}{2 \cdot \text{sen} \frac{7 \cdot 22,5}{2}} = -0.1801 \quad (2.121)$$

Entonces si ocupamos las dos mitigaciones tenemos:

$$k_{a3}k_{d3} = 0.3826 \cdot 0.317 = 0.1212$$

$$k_{a5}k_{d5} = -0.3826 \cdot -0.212 = 0.081$$

$$k_{a7}k_{d7} = 0.707 \cdot -0.1801 = 0.1273 \quad (2.122)$$

Entonces si se lograría una disminución razonable de armónicos, y para la fundamental los coeficientes afectarían de la siguiente manera:

$$k_a = \cos \frac{45}{2} = 0.923 ; \quad k_d = \frac{\text{sen} \frac{2 \cdot 22,5}{2}}{2 \cdot \text{sen} \frac{2 \cdot 22,5}{2}} = 0.904 \quad (2.123)$$

$$k_a k_d = 0.923 \cdot 0.904 = 0.835 \quad (2.124)$$

El resultado de 2.124 que sería lo que afecta a la fundamental está en el orden del 16%, mientras que su similar trifásico es de 8%.

## 2.9 DETERMINACIÓN DE PARÁMETROS DEL MODELO DEL MOTOR

Para poder determinar los valores de los elementos que en el modelo anterior se determinaron, se tiene que realizar las diferentes pruebas al motor las cuales brindaran información que al depurarla converge en los parámetros del modelo del motor, y estas son:

### 2.9.1 PRUEBA EN VACÍO

Esta prueba mide las pérdidas rotacionales del motor, las únicas cargas son las de fricción y rozamiento, además tiene un deslizamiento muy pequeña, por lo que la resistencia de potencia convertida es mucho mayor a la de pérdidas en el cobre del rotor R2 y mucho mayor a X2 por lo que el circuito se reduciría a la figura 2.36

La potencia de entrada medida por los watímetros, vendría a ser la potencia de pérdidas rotacionales, ya que las pérdidas en el cobre del rotor son pequeñas y esta potencia está dada por:

$$P_{entr} = 4I_1^2 R_1 + P_{rot} \quad (2.125)$$

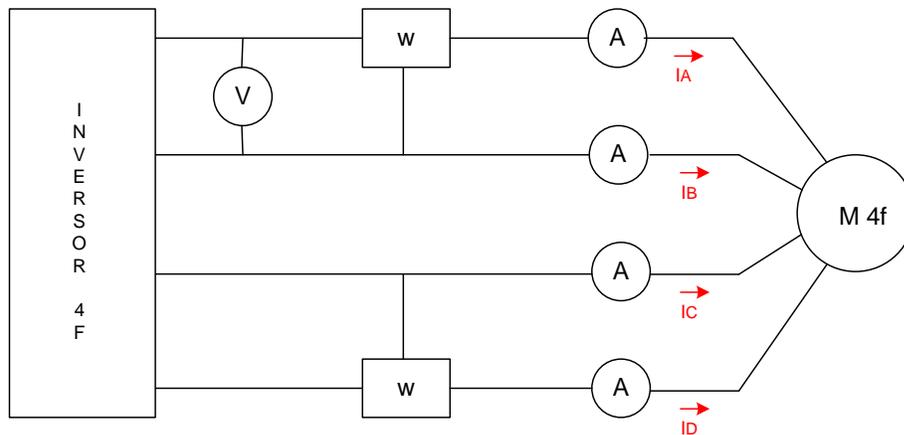


Fig. 2.35 prueba en vacío del motor tetrafásico.

Como se observa en la figura 2.36 la resistencia de fricción y rozamiento, está en paralelo con  $X_m$ , la corriente de magnetización es bastante grande en un motor de inducción, debido a la alta reluctancia del entrehierro por lo que  $X_m \gg R_{fr}$  por lo que:

$$Z_{eq} = \frac{V_\phi}{I_1} \approx X_1 + X_m \quad (2.126)$$

Entonces si sabemos  $X_1$  podríamos saber  $X_m$ .

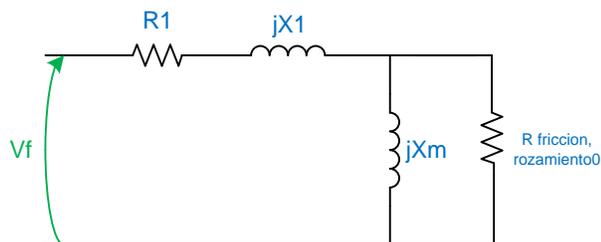


Fig. 2.36 Esquema equivalente de la prueba a Vacío.

## 2.9.2 PRUEBA DE CC (RESISTENCIA DEL ESTATOR)

Esta prueba consiste en suministrar corriente continua a un devanado del estator, al ser cd no existe corriente inducida en el rotor, tampoco reactancia, y lo único que limita esta corriente sería la resistencia interna de los devanados.

Se ajusta la tensión hasta que la corriente llegue a su valor nominal, con el fin de que los devanados se calienten tal y cual estén en operación normal, luego se aplica la simple regla de Ohm en cd.

$$R_1 = \frac{V_{CD}}{I_{CD}} \quad (2.127)$$

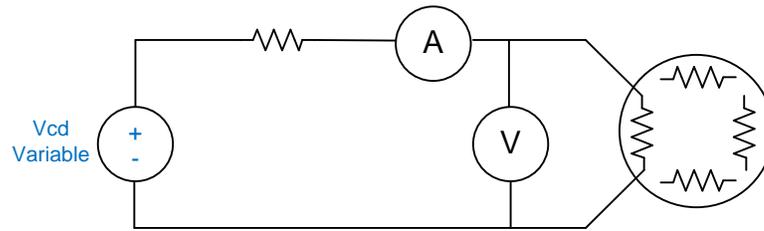


Fig. 2.37 prueba CD motor tetrafásico.

### 2.9.3 PRUEBA DE ROTOR BLOQUEADO

En esta prueba se inmoviliza el rotor, y se aplica un voltaje para que la corriente llegue aproximadamente la nominal, en este momento se mide voltajes, corrientes y potencias.

La figura 2.38 muestra el circuito equivalente de esta prueba, se puede notar que como  $s=1$   $R2/s$  es igual a  $R2$  y puesto que  $R2$  y  $X2$  son pequeñas casi toda la corriente circula por estas despreciando la reactancia  $Xm$ , quedando así un circuito en serie.

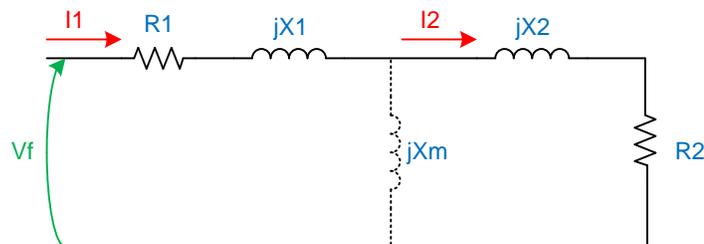


Fig. 2.38 Prueba de rotor bloqueado.

Existe el problema de que la frecuencia de trabajo sería de 60hz cuando en realidad el rotor trabaja a frecuencias de 1 a 3hz entonces la frecuencia de línea no representa las condiciones normales de operación del rotor. Entonces una solución típica es trabajar con una frecuencia del 25% o menos de la frecuencia nominal.

Definidos el voltaje y la tensión se ajusta hasta la corriente nominal y se realizan las pruebas rápido antes de que el rotor se caliente demasiado. La potencia de entrada está dada por:

$$P = 2\sqrt{2} V_L I_L \cos \phi$$

$$FP = \cos\phi = \frac{P_{entrada}}{2\sqrt{2} V_L I_L} \quad (2.128)$$

La magnitud total de la impedancia del motor seria:

$$Z_{RB} = \frac{V\phi}{\sqrt{IL}} \quad (2.129)$$

Con el ángulo  $\phi = \cos^{-1}\phi$  podemos obtener:

$$Z_{RB} = Z_{RB}\cos\phi + jZ_{RB}\sen\phi \quad (2.130)$$

Separando la parte real e imaginaria tenemos:

$$R_{RB} = R1 + R2 \quad (2.131)$$

$$X'_{RB} = X'_1 + X'_2 \quad (2.132)$$

Teniendo la  $R_{RB}$  y  $R1$  de la prueba de CD podemos obtener la  $R2$ , puesto que la reactancia es proporcional a la frecuencia, entonces la reactancia total seria:

$$X_{RB} = \frac{f_{nom}}{f_{prueba}} X'_{RB} = X1 + X2 \quad (2.133)$$

Aunque no hay una forma sencilla de separar  $X1$  y  $X2$  no es de gran importancia ya que en las ecuaciones del par las dos reactancias están siempre en suma.

## 2.10 CÁLCULO DEL MOTOR DE INDUCCIÓN TETRAFASICO

El cálculo del motor de inducción tetrafásico se torna muy sencillo una vez que se tiene claro los conceptos del mismo, el cálculo parte del esquema panorámico del devanado que se desea construir, para nuestro caso se muestra en la figura 2.39

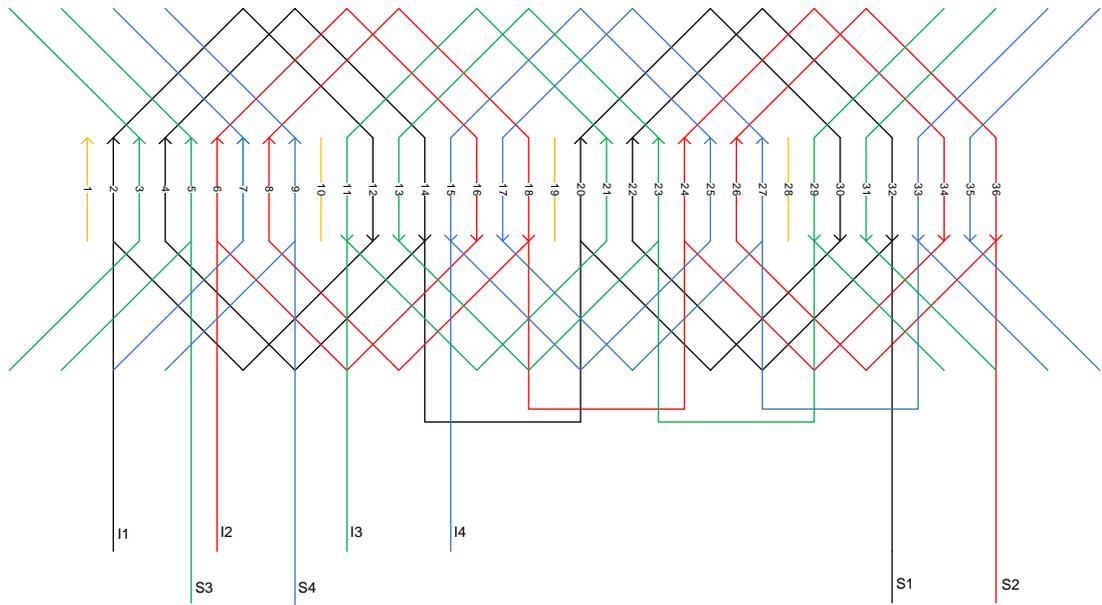


Fig. 2.39 Esquema panorámico motor tetrafásico de 4 polos.

Una vez que se diseña el diagrama panorámico del motor procedemos al cálculo de los conductores y las espiras, para ello partimos de la fórmula de espiras en serie por fase para un motor en general y para los lectores que quieren profundizar esta fórmula se encuentra demostrada en la bibliografía [4].

Espiras en serie por fase:

$$Z = \frac{P_p \cdot Vf}{C \cdot Ka \cdot \varphi_i \cdot L_g \cdot Bd} \quad (2.134)$$

Donde:

$P_p \rightarrow$  pares de polos

$Vf \rightarrow$  Voltaje de fase

$C \rightarrow$  Factor de frecuencia

$\varphi_i \rightarrow$  Diámetro interno

$L_g \rightarrow$  Largo geometrico

$Bd \rightarrow$  Induccion

$Ka \rightarrow$  Factor de forma del devanado

Para nuestro motor tenemos los siguientes datos:

$P_p \rightarrow 2$  pares de polos

$V_f \rightarrow 220 V$

$C \rightarrow 120$  (corresponde a 60hz)

$\varphi_i \rightarrow 0.09mm$

$L_g \rightarrow 0.185$

$Bd \rightarrow 0.73$

$Ka \rightarrow 0.93$

Entonces

$$Z = \frac{2 \cdot 220}{120 \cdot 0.93 \cdot 0.09 \cdot 0.185 \cdot 0.73} = 324 \text{ espiras}$$

Ahora calculamos los conductores por ranuras

$$C_r = \frac{\# \text{ fases} \cdot Z}{Nr} = \frac{4 \cdot 324}{32} = 41 \text{ espiras}$$

Ahora para calcular la sección del conductor que necesitamos establecemos la corriente

$$I_f = \frac{P_n}{4 \cdot V_f \cdot \text{Cos}\varphi}$$

Para nuestro motor

$$P_n = 2hp = 1492w$$

$$V_f = 220V$$

$$\text{Cos}\varphi = 0.85$$

$$I_f = \frac{1492}{4 \cdot 220 \cdot 0.85} = 2A$$

La densidad del cobre que se utilizara es de 5 A/mm<sup>2</sup>

Entonces la sección del conductor es:

$$\text{Sec} = \frac{2}{5} = 0.4mm^2$$

Sección que corresponde al calibre 21 AWG

## CAPITULO 3

### SIMULACIÓN DEL SISTEMA TETRAFÁSICO EN MATLAB

Para comprobar los resultados obtenidos en la práctica y los resultados teóricos, se ha desarrollado un software de simulación implementado en MATLAB.

#### 3.1 SIMULACIÓN EN MATLAB DEL MOTOR TETRAFÁSICO

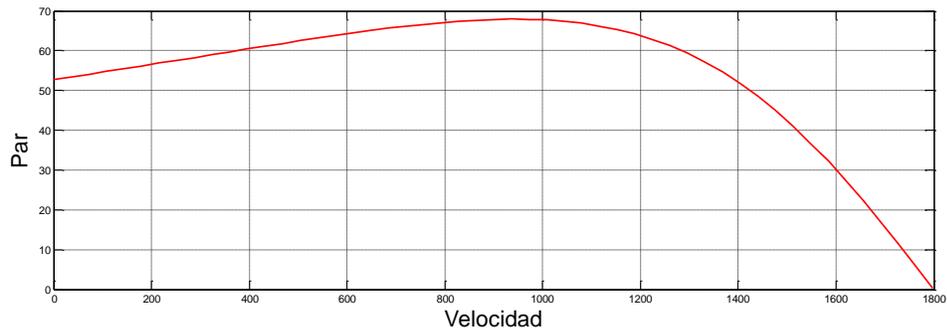


Fig. 3.1 Curva par velocidad motor tetrafásico

En la figura 3.1 podemos observar la curva característica de los motores de inducción, en este caso encontramos a la respuesta en par de un motor tetrafásico ante variaciones de velocidad, la curva muestra los pares máximos sesgados hacia la izquierda puesto que es un motor de alto par en el arranque, característica que define el rotor del mismo, que es de alta resistencia, es decir de barras delgadas.

Característica que contrasta con la actividad del motor del cual se tomó el estator y el rotor trabajaba en una máquina de proceso intermitente donde se necesita alta tracción.

### 3.2 SIMULACIÓN EN MATLAB DEL SISTEMA TETRAFÁSICO

En este capítulo se realizará la simulación del sistema tetrafásico con los valores reales de la carga (motor tetrafásico), aplicando las diferentes técnicas de modulación mediante el Simulink de MATLAB. Es importante resaltar que entre los valores obtenidos para la simulación con carga real y las pruebas del capítulo 4, existirá diferencias ya que para la simulación del sistema se considera al motor como una carga R-L.

#### 3.2.1 SISTEMA TETRAFÁSICO IMPLEMENTADO CON TÉCNICA DE MODULACIÓN DE UN SOLO ANCHO DE PULSO (ON/OFF)

En la figura 3.2 se observa el voltaje de línea del inversor tetrafásico, donde se puede identificar el desfase de  $90^\circ$ , para un voltaje de tres niveles.

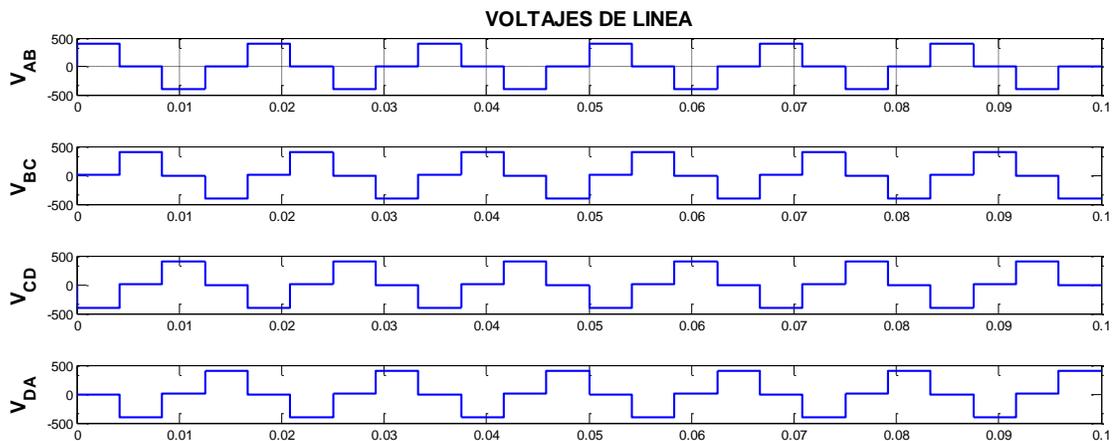


Fig. 3.2 Forma de onda de la tensión de línea, simulado con carga real (on/off).

Mientras en la figura 3.3 se muestra la forma de onda de la corriente de línea donde se observa que no es una salida senoidal pura. El desfase existente entre la forma de onda de la tensión y la corriente se muestra en la figura 3.4.

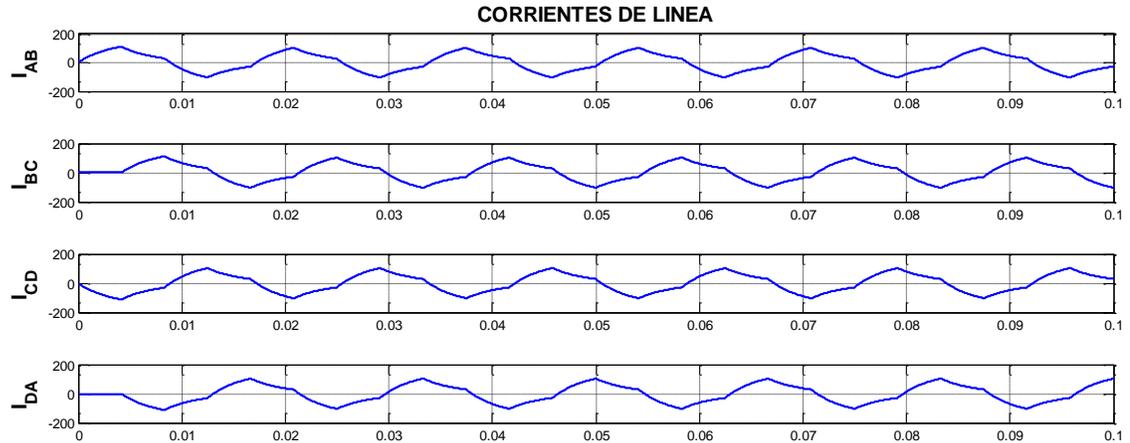


Fig. 3.3 Forma de onda de la corriente de línea, simulado con carga real (on/off).

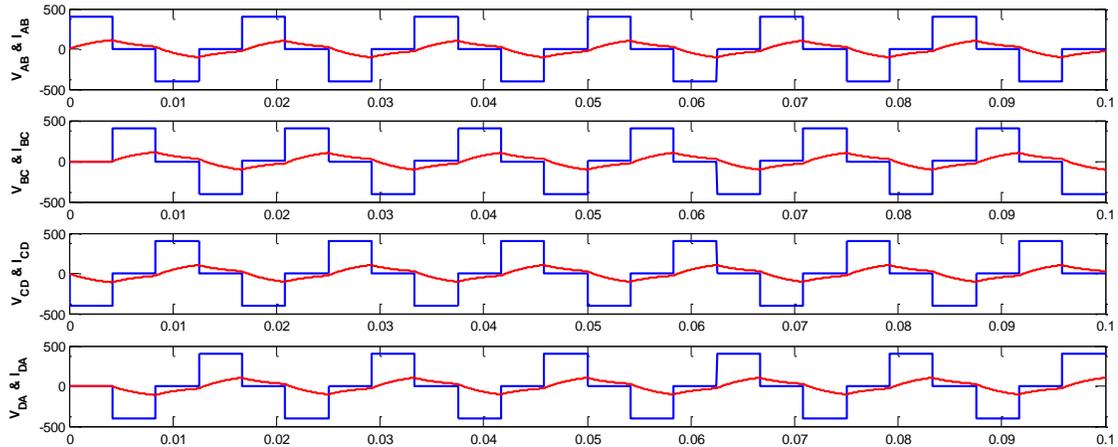


Fig. 3.4 Forma de onda de la tensión y corriente de línea de salida (on/off).

En las figuras 3.5 y 3.6 se tiene el espectro de frecuencia para las señales de tensión y corriente, respectivamente, donde se puede corroborar que el voltaje posee un gran contenido armónico, resaltando la armónica de tercer orden, tal como ocurrió en la práctica figura 4.6. Mientras que el espectro de frecuencia para la señal de corriente, también tiene como la armónica más sobresaliente la de tercer orden.

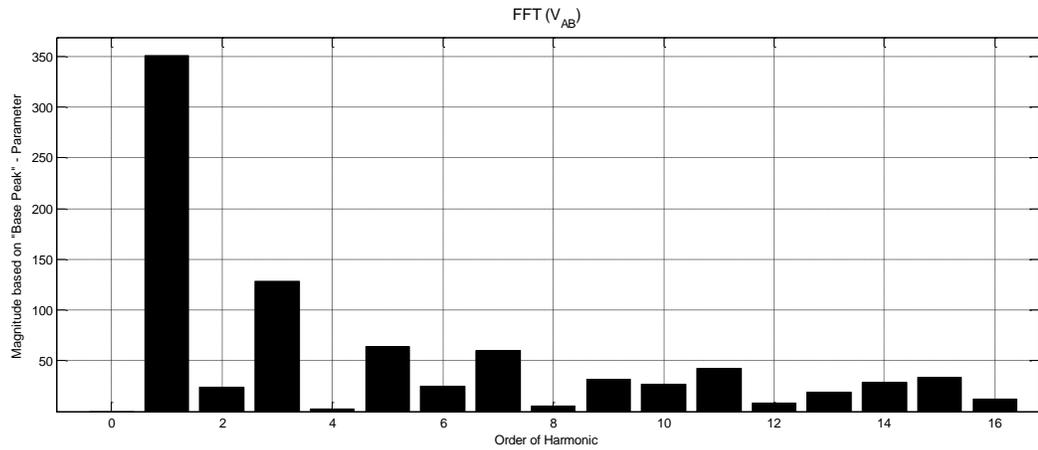


Fig. 3.5 FFT de la onda de tensión en la salida del inversor para carga real (on/off).

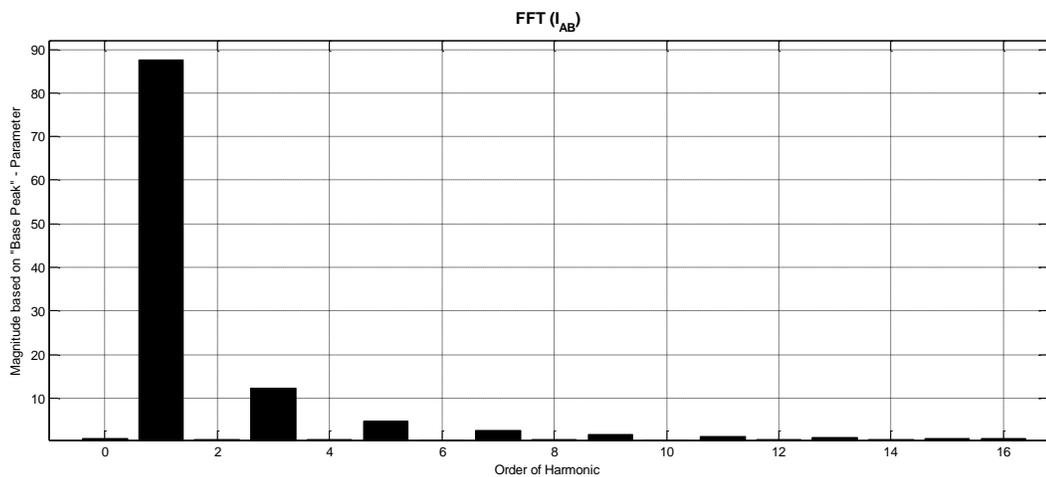


Fig. 3.6 FFT de la onda de corriente en la salida del inversor para carga real (on/off).

### 3.2.2 SISTEMA TETRAFÁSICO IMPLEMENTADO CON TÉCNICA DE MODULACIÓN SENOIDAL DEL ANCHO DE PULSO (SPWM)

La tensión de salida del inversor con técnica de modulación SPWM, se tiene en la figura 3.7, donde se puede identificar el desfase entre voltajes de  $90^\circ$ , así como la gran cantidad de conmutaciones debidas a la señal de referencia de 10Khz, lo cual genera un incremento notable en armónicos lo mismo que se puede observar en la figura 3.9.

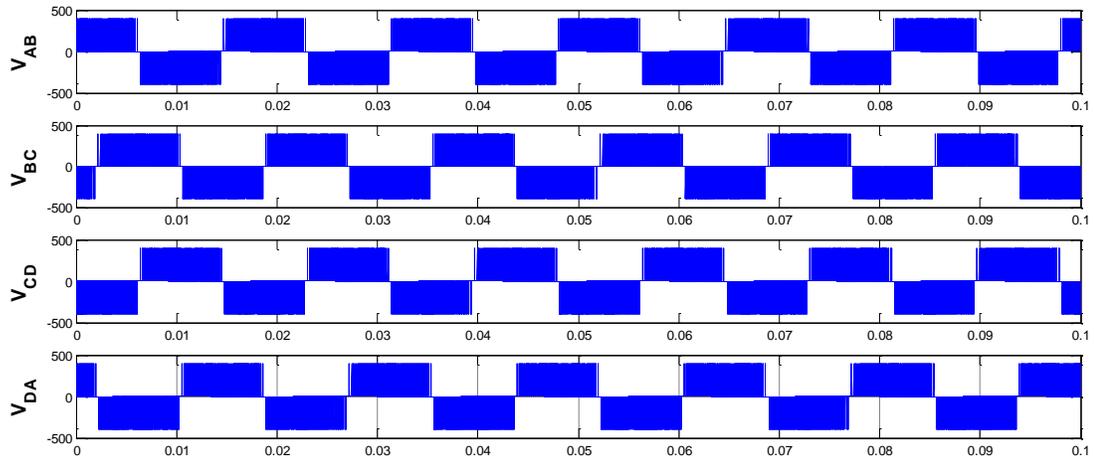


Fig. 3.7 Forma de onda de la tensión de línea, simulado con carga real (SPWM).

En cambio la señal de corriente para esta técnica de modulación (figura 3.8) es cada vez mucho más pura, lo que significa una disminución notable en contenido armónico (figura 3.11), lo mismo que mejorara el funcionamiento del motor tetrafásico. En la figura 3.9 se visualiza el desfase existente entre las señales de tensión y corriente resultantes.

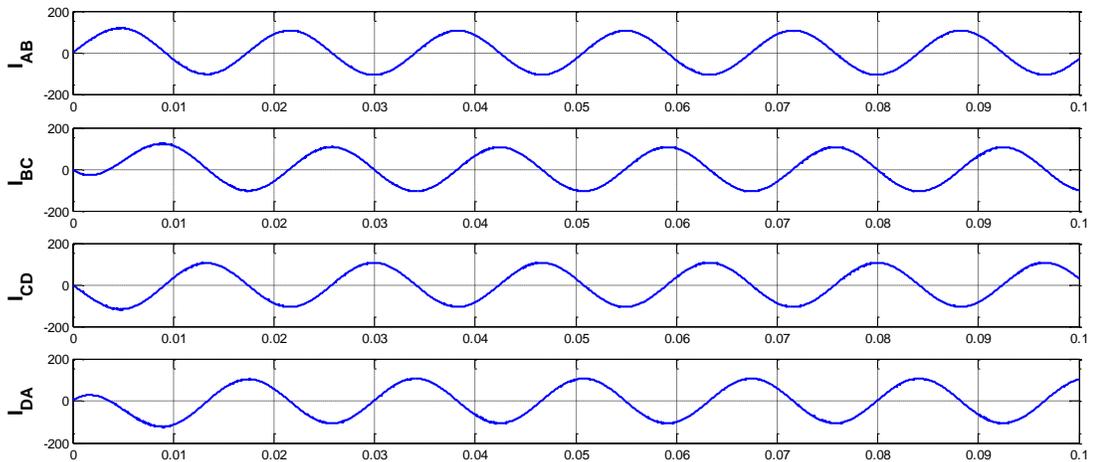


Fig. 3.8 Forma de onda de la corriente de línea, simulado con carga real (SPWM).

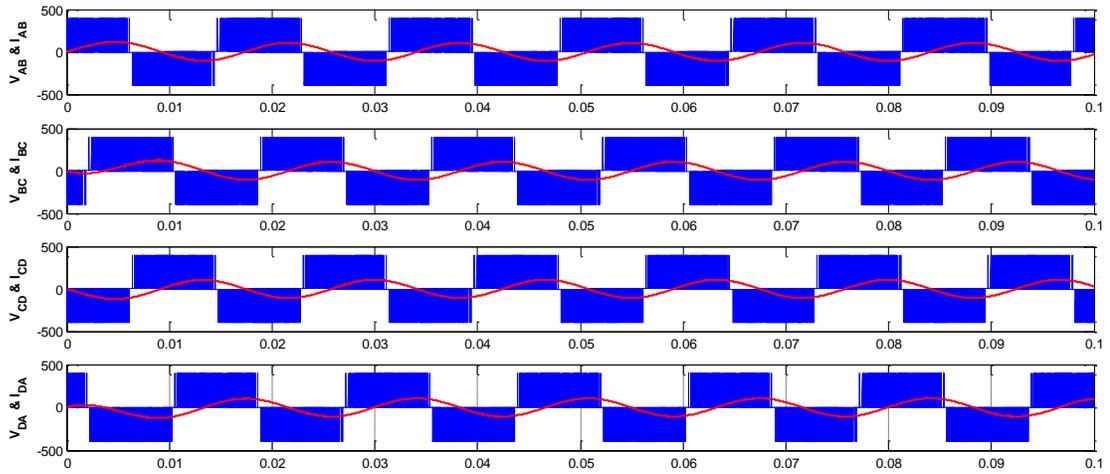


Fig. 3.9 Forma de onda de la tensión y corriente de línea de salida (SPWM).

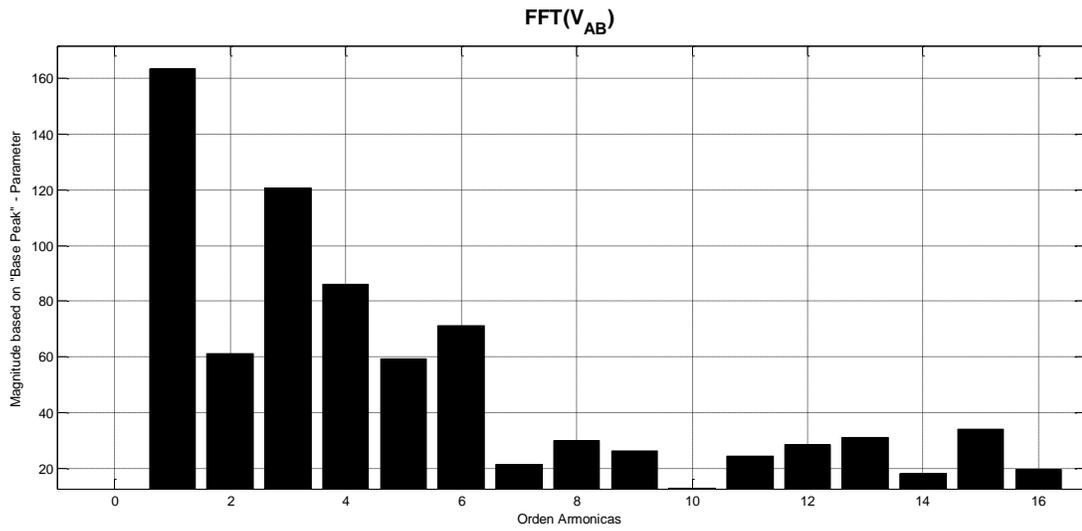


Fig. 3.10 FFT de la onda de tensión en la salida del inversor para carga real (SPWM).

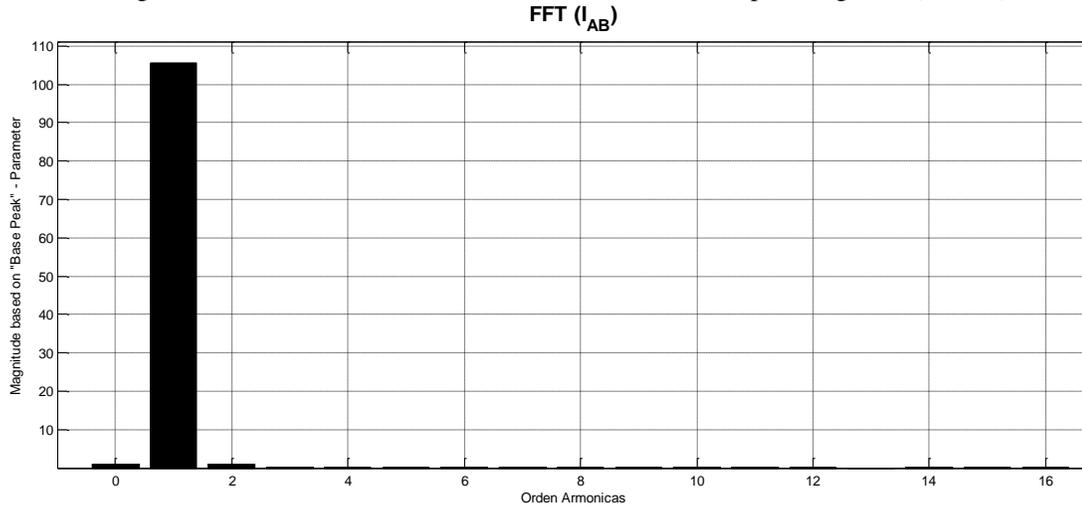


Fig. 3.11 FFT de la onda de corriente en la salida del inversor para carga real (SPWM).

### 3.2.3 SISTEMA TETRAFÁSICO IMPLEMENTADO CON TÉCNICA DE MODULACIÓN POR VECTOR ESPECIAL (SVM)

Encontramos en la figura 3.12 la forma de onda para la tensión de línea de salida para el inversor tetrafásico con técnica de modulación SVM, de donde se puede observar que debido a las conmutaciones de los dispositivos de potencia seguirá existiendo un contenido armónico ya no tan elevado como en la técnica SPWM, lo mismo que puede ser observado en la figura 3.14.

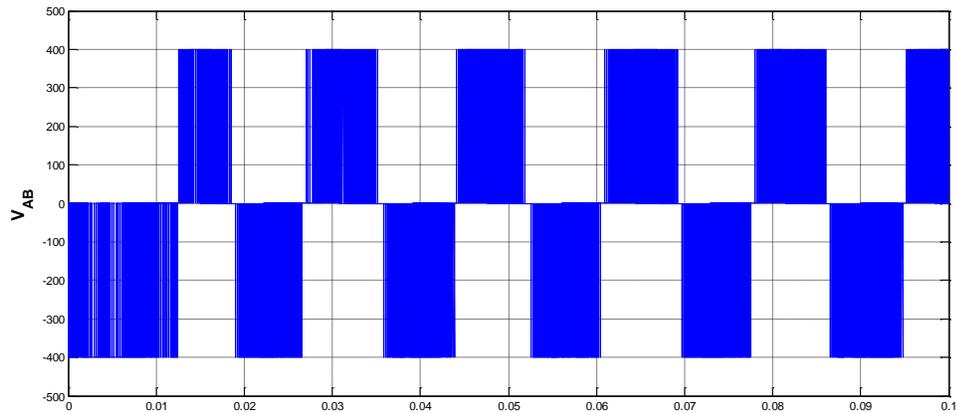


Fig. 3.12 Forma de onda de la tensión de línea, simulado con carga real (SVM).

Las corrientes de línea de salida están en la figura 3.13 donde al igual que en la SPWM, esta tiende a ser una señal seno pura. Su contenido armónico puede ser observado en la figura 3.15, donde la componente fundamental es la más sobresaliente.

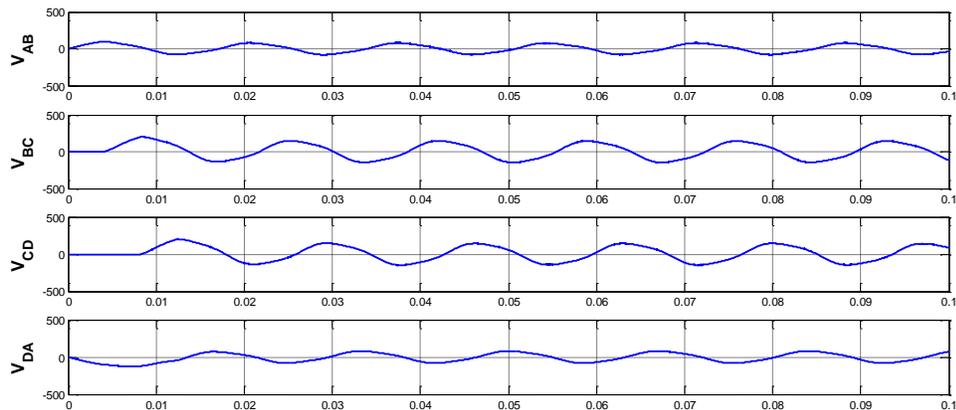


Fig. 3.13 Forma de onda de la corriente de línea, simulado con carga real (SVM).

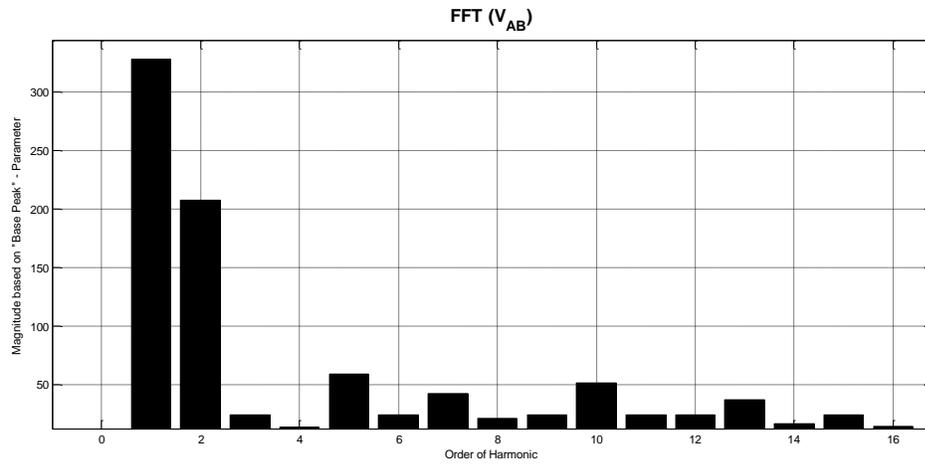


Fig. 3.14 FFT de la onda de corriente en la salida del inversor para carga real (SVM).

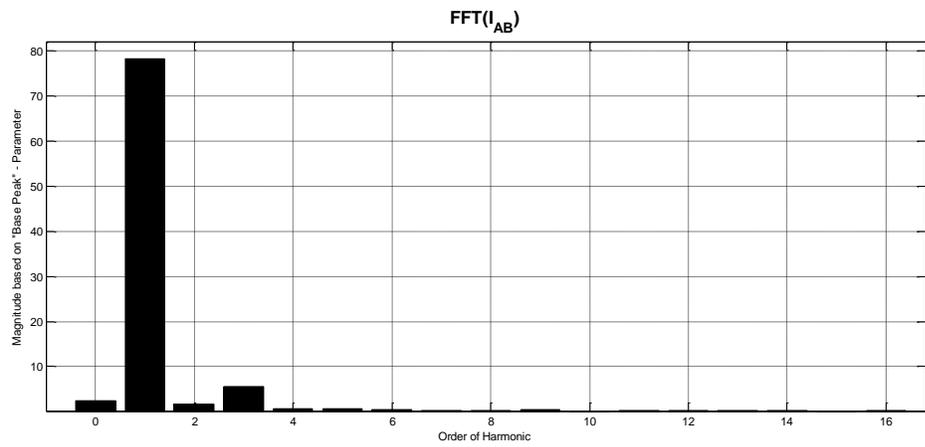


Fig. 3.15 FFT de la onda de corriente en la salida del inversor para carga real (SVM).

## CAPITULO 4

### PRUEBAS YANÁLISIS

#### 4.1 PRUEBAS DE FUNCIONAMIENTO DEL MOTOR TETRAFÁSICO

Una vez que el motor y el inversor se encuentran listos para operar se realizan una serie de pruebas que nos determinaran como el sistema está funcionando, además nos permitirá acceder a datos para realizar las comparaciones respectivas con los sistemas trifásicos que fue el objetivo con el cual se planteó esta investigación.

Cabe recalcar que para las pruebas se ha tomado como base la modulación SPWM ya que es la que presenta los mejores resultados, debido a que la modulación on-off es muy básica y la modulación vectorial se encuentra en etapa experimental y se afinara en las próximas investigaciones cuando el motor se analice de forma vectorial.

En el laboratorio se realizó las pruebas a vacío, rotor bloqueado, y de corriente directa las cuales arrojaron los siguientes resultados (Tabla 4.1):

CD	VACIO	ROTOR BLOQUEADO
VCD= 3.75V	VNL=120V	VRB= 22V
ICD= 3.13A	INL=3.2A	IRB= 5.15
	PNL=208W	PRB=313W
	F= 60hz	F= 25HZ

Tabla 4.1. Pruebas del motor tetrafásico a vacío, CD, rotor bloqueado.

$$R1 = \frac{VCD}{2 \cdot ICD} = \frac{3.75}{2 \cdot 2.13} = 0,599\Omega \quad (4.1)$$

$$ZNL = \frac{VNL}{INL} = \frac{120}{3.2} = 37.5\Omega \quad (4.2)$$

$$RNL = \frac{PNL}{4 \cdot (INL)^2} = \frac{208}{4 \cdot (3.2)^2} = 5.078\Omega \quad (4.3)$$

$$XNL = \sqrt{ZNL^2 - RNL^2} = \sqrt{37.5^2 - 5.078^2} = 37.15\Omega \quad (4.4)$$

$$ZRB = \frac{VRB}{IRB} = \frac{22}{5.15} = 4.27\Omega \quad (4.5)$$

$$RRB = \frac{PRB}{4 \cdot (IRB)^2} = \frac{313}{4 \cdot (5.15)^2} = 2.9\Omega \quad (4.6)$$

$$XRB = \sqrt{ZRB^2 - RRB^2} = \sqrt{4.27^2 - 2.9^2} = 3.13\Omega \quad (4.7)$$

De los procedimientos empíricos que se han realizado en los motores de inducción polifásicos se ha determinado una relación empírica para separar  $X1$  y  $X2$  de la siguiente manera:

$$X1 = 0.4 \cdot XRB = 0.4 \cdot 3.13 = 1.25\Omega \quad (4.8)$$

$$X2 = 0.6 \cdot XRB = 0.6 \cdot 3.13 = 1.88\Omega \quad (4.9)$$

$$Xm = XNL - X1 = 37.15 - 1.25 = 35.9\Omega \quad (4.10)$$

$$R2 = (RRB - R1) = 2.9 - 0.59 = 2.3\Omega \quad (4.11)$$

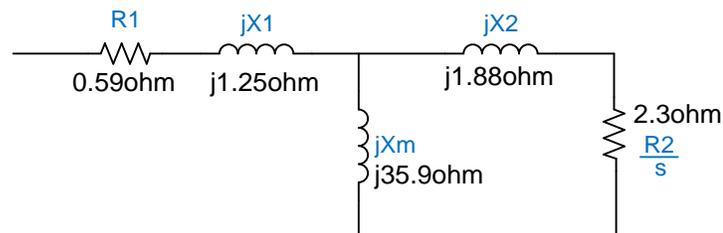


Fig. 4.1 Modelo del motor tetrafásico.

$$Z_{eq} = \frac{(R2 + jX2)jXm}{(R2 + jX2) + jXm} + R1 + jX1 = 2.6 + j3.16\Omega \quad (4.12)$$

## 4.2 PRUEBAS DEL INVERSOR TETRAFÁSICO

Con el fin de comprobar el funcionamiento del puente inversor tetrafásico se ha realizado las pruebas para cada técnica de modulación implementada para el motor a vacío, las cuales se mostrara a continuación.

### 4.2.1 PRUEBAS CON MODULACIÓN DE UN SOLO ANCHO DE PULSO (ON/OFF)

La figura 4.2 muestra la forma de onda de la tensión de salida de línea, la cual es aplicada al motor. Esta tensión aplicada a la carga tetrafásica (motor) converge en la corriente mostrada en la figura 4.3, en la cual se observa una alta presencia de armónicos debido a que existe un solo pulso por cada medio ciclo en la tensión.

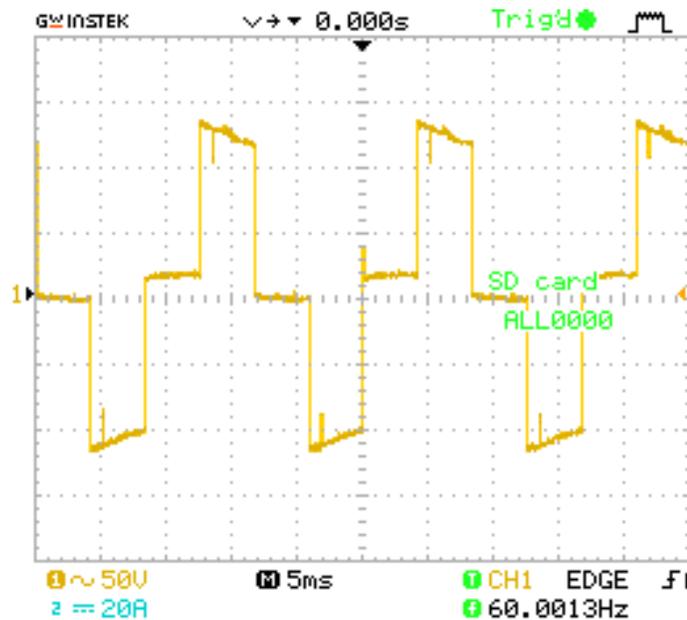


Fig. 4.2 Tensión de línea de salida,  $V_{AB}$  (on-off).

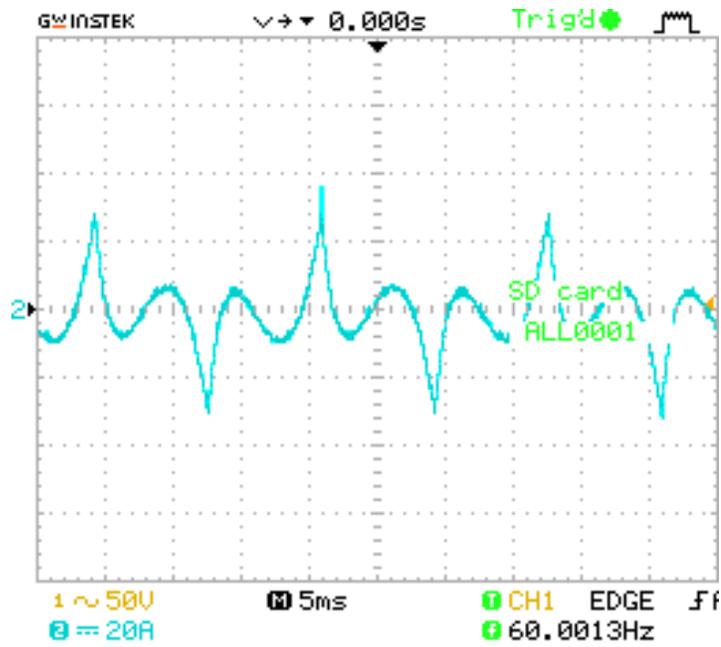


Fig. 4.3 Corriente de línea de salida,  $I_{AB}$  (on-off).

En la figura 4.4 encontramos a la forma de onda de tensión y corriente donde se aprecia un desfase debido a la carga inductiva aplicada.

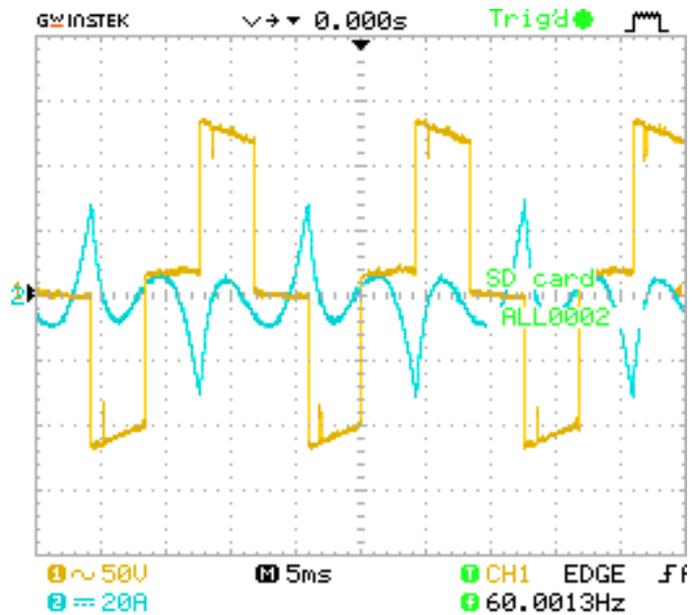


Fig. 4.4 Tensión y corriente de línea en la salida del inversor (on-off).

Con los datos obtenidos mediante el osciloscopio (archivo .CSV) se ha calculado el espectro de frecuencia (FFT) de dicho vector, para la forma de onda de la tensión y corriente de las figuras 4.3 y 4.4, respectivamente.

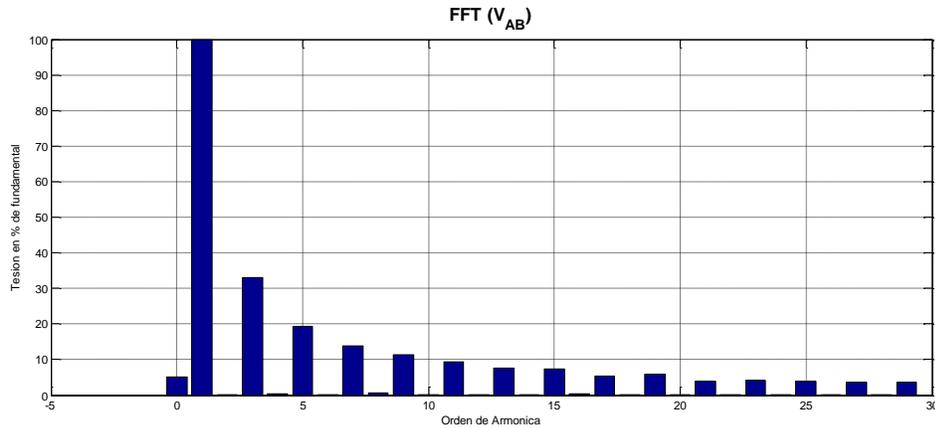


Fig. 4.5FFT de tensión de línea en la salida del inversor (on-off).

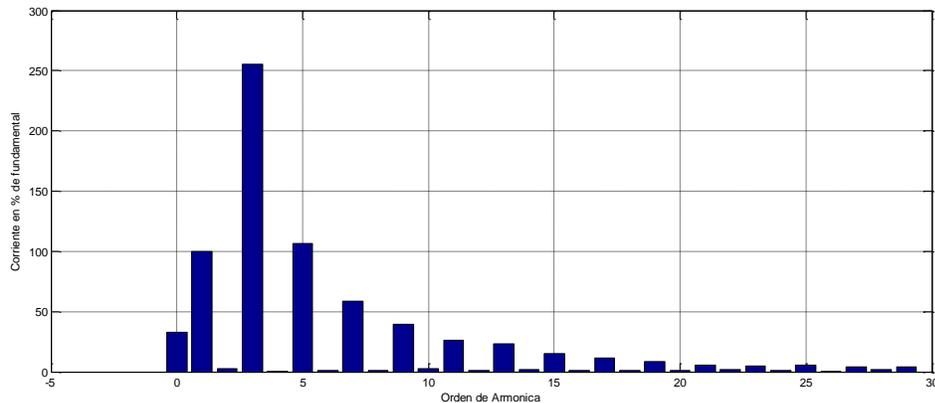


Fig. 4.6FFT de corriente de línea en la salida del inversor (on-off).

En la figura 4.5 se observa que el contenido armónico de la tensión está formado principalmente por armónicas impares ( $n=3,5,7,\dots$ ) donde resalta la armónica de tercer orden pero no en magnitud considerable para el funcionamiento del motor. En cambio en la figura 4.6 el espectro de frecuencia de la corriente de línea nos muestra como la armónica de tercer orden es mayor en magnitud que la fundamental lo cual si afecta en el funcionamiento del motor ya que este depende de la corriente. Esta modulación no es la más recomendada ya que como se pudo observar en las figuras anteriores el contenido

armónico es elevado, demostrando que más influencia tiene la armónica sobre el motor que la fundamental.

#### 4.2.2 PRUEBAS CON MODULACION SENOIDAL DEL ANCHO DE PULSO (SPWM)

En la figura 4.7 se muestra la señal de activación para los IGBTs de una misma rama del puente inversor, donde se puede evidenciar que nunca se encenderán los transistores al mismo tiempo ya que mientras el un transistor recibe los pulsos modulados el otro se encuentra en estado lógico 1, es decir desactivado.

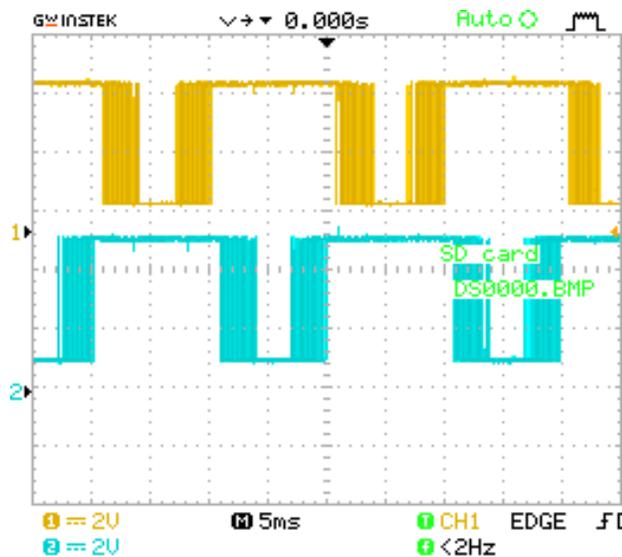


Fig. 4.7 Pulsos de activación para los IGBT de una misma rama (SPWM).

La tensión de línea a la salida del inversor se muestra en la figura 4.8 donde se puede observar que la señal tiene senoidal pero con mayor contenido armónico. En la siguiente figura 4.9 se tiene la forma de onda de la corriente la misma que cada vez tiende a ser más senoidal, es decir disminuye el contenido armónico de la corriente respecto a lo obtenido en la modulación on/off.

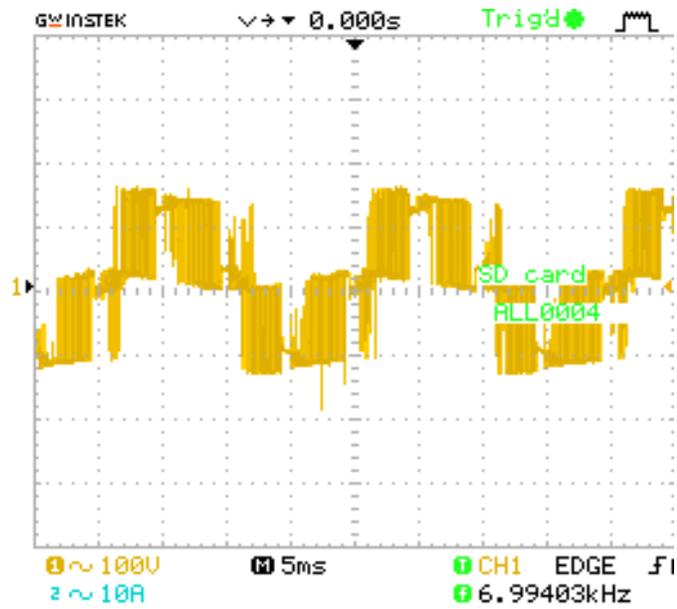


Fig. 4.8 Tensión de línea de salida,  $V_{AB}$  (SPWM).

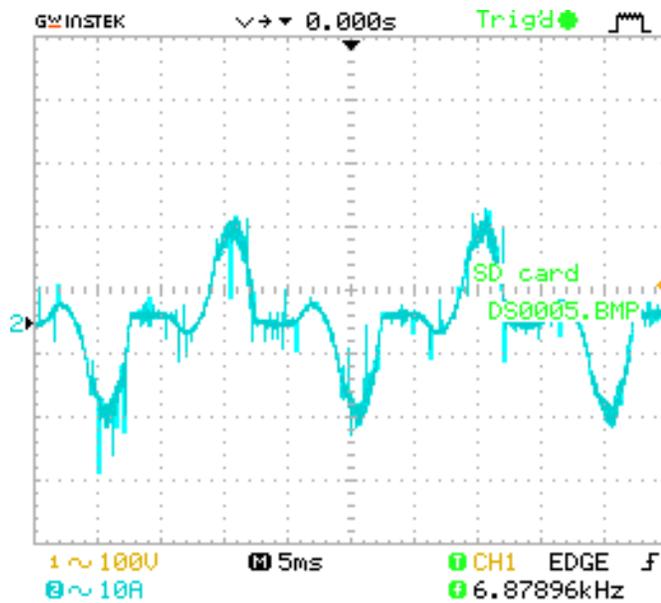


Fig. 4.9 Corriente de línea de salida,  $I_{AB}$  (SPWM).

En la figura 4.10 encontramos a la forma de onda de tensión y corriente donde se aprecia un desfase debido a la carga inductiva aplicada.

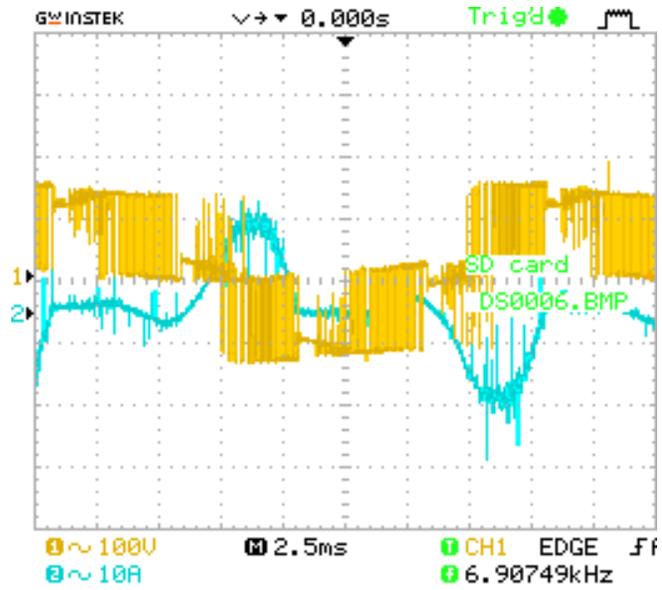


Fig. 4.10 Tensión y corriente de línea en la salida del inversor (SPWM).

Con los datos obtenidos mediante el osciloscopio (archivo .CSV) se ha calculado el espectro de frecuencia (FFT) de dicho vector, para la forma de onda de la tensión y corriente de las figuras 4.8y 4.9, respectivamente.

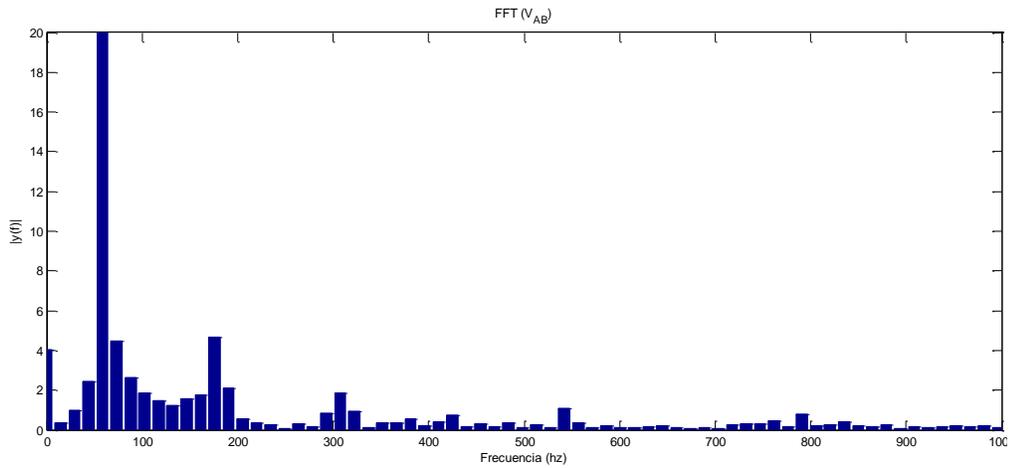


Fig. 4.11 FFT de tensión de línea en la salida del inversor (SPWM).

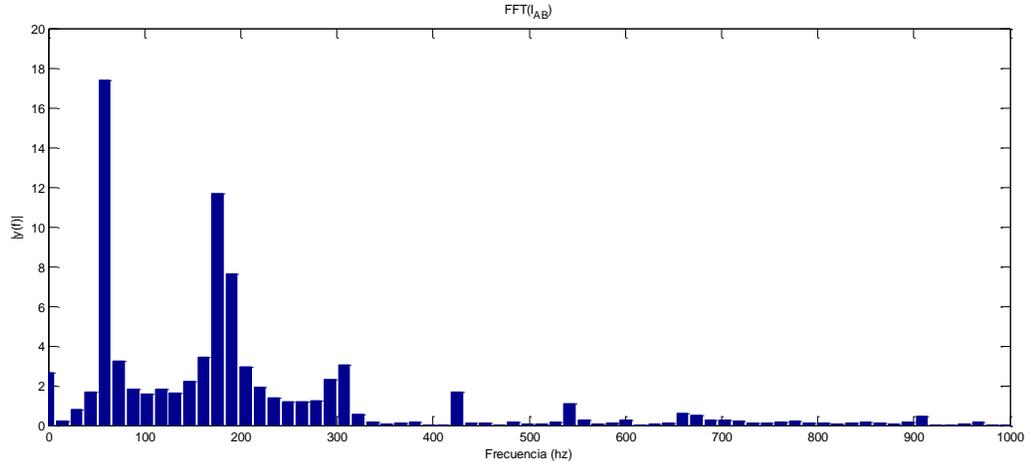


Fig. 4.12 FFT de corriente de línea en la salida del inversor (SPWM).

En la figura 4.11 se observa que el contenido armónico de la tensión está formado principalmente por armónicas de orden  $n=2,3,5$ . Donde resalta la armónica de tercer orden pero no en magnitud considerable para el funcionamiento del motor. En cambio en la figura 4.12 el espectro de frecuencia de la corriente de línea nos muestra como la armónica de tercer orden es de una magnitud considerable debido a que el motor al ser tetrafásico no elimina dicha armónica.

### 4.2.3 PRUEBAS CON MODULACION POR VECTOR ESPACIAL (SVM)

La tensión de salida del inversor tetrafásico con técnica de modulación SVM se observa en la figura 4.13, donde se identifica las conmutaciones existentes para los cuatro sectores existentes debido a los cuatro vectores principales. El espectro de frecuencia para la tensión de línea de salida se tiene en la figura 4.16, donde se tiene un contenido armónico considerable, en la cual resalta la armónica de segundo orden.

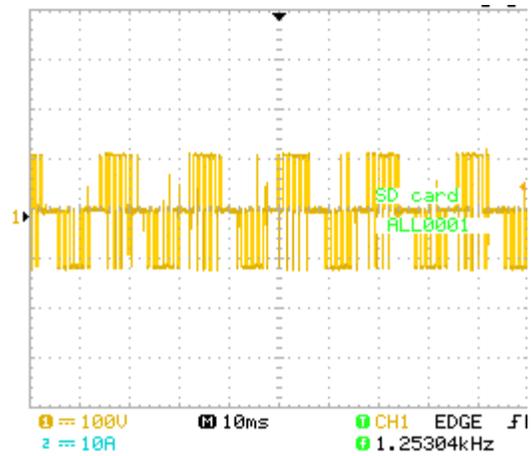


Fig. 4.13 Tensión de línea de salida,  $V_{AB}$  (SVM).

En la figura 4.14, se tiene la forma de onda para la corriente de línea del inversor a vacío, y su espectro de frecuencia en la figura 4.17, donde se observa un mejor resultado en contenido armónico respecto a las técnicas anteriormente desarrolladas. Sin embargo, es importante destacar que sigue existiendo la armónica de tercer orden debido a la existencia de tan solo cuatro vectores principales en el generador tetrafásico, además de que el motor al ser tetrafásico elimina los armónicos de cuarto orden permitiendo que el resto de armónicos circulen por el sistema.

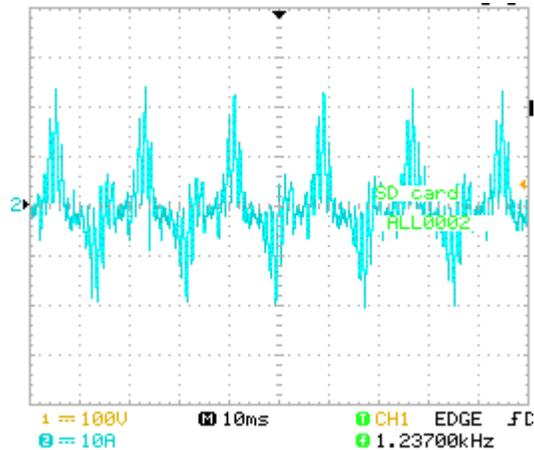


Fig. 4.14 Corriente de línea de salida,  $I_{AB}$  (SVM).

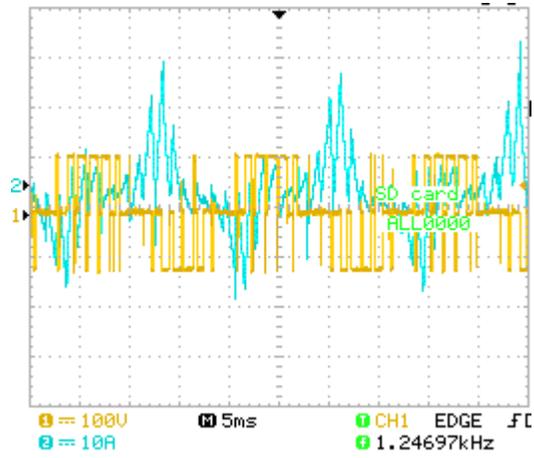


Fig. 4.15 Tensión y corriente de línea en la salida del inversor (SVM).

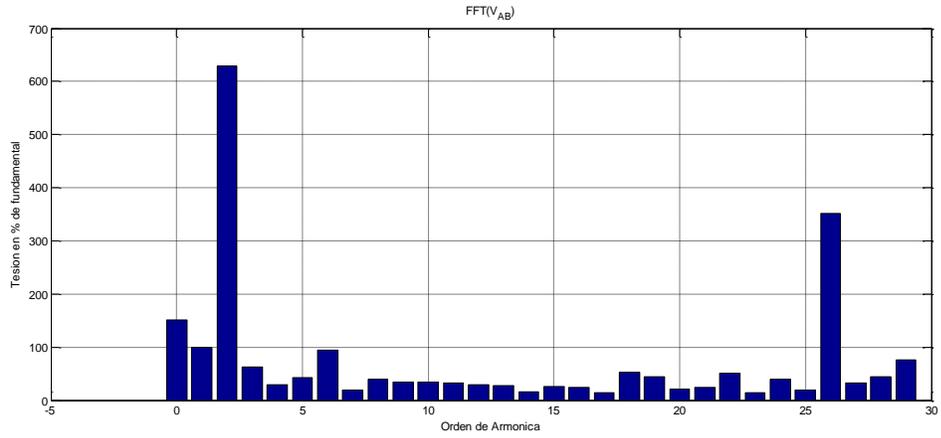


Fig. 4.16FFT de tensión de línea en la salida del inversor (SVM).

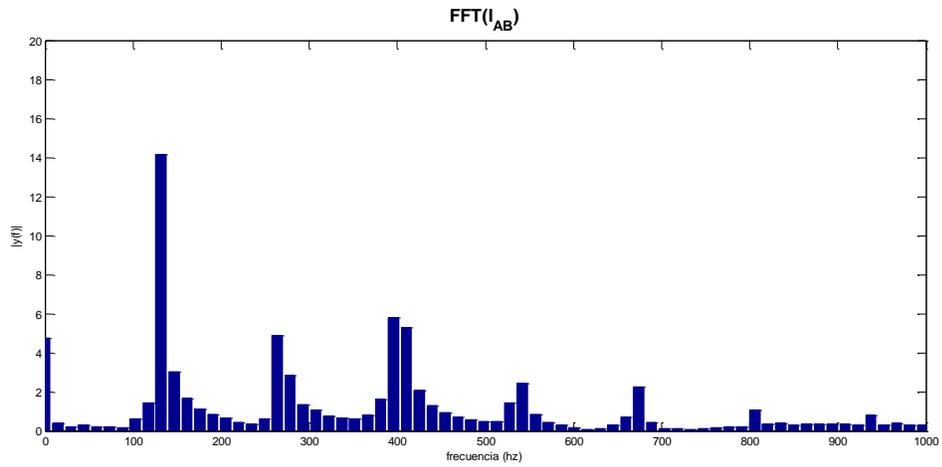


Fig. 4.17FFT de corriente de línea en la salida del inversor (SVM).

### 4.3 ANÁLISIS DE PÉRDIDAS, ARMÓNICOS EN EL MOTOR Y VENTAJAS-DESVENTAJAS EN EL SISTEMA TETRAFÁSICO

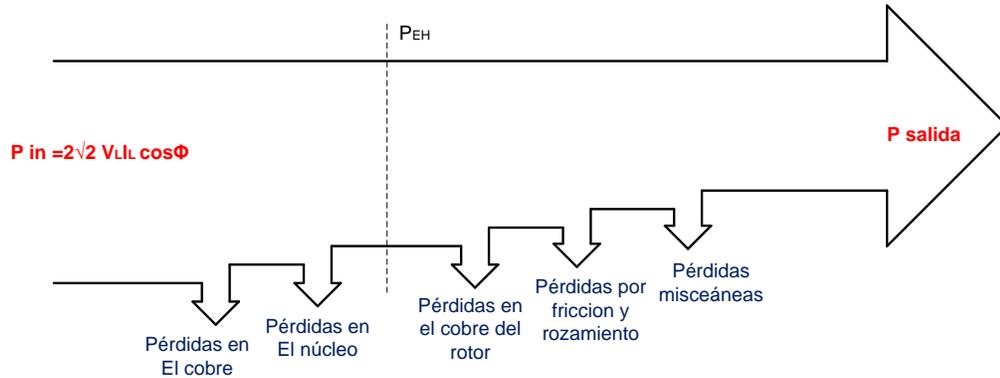


Fig. 4.18 Diagrama de potencias y pérdidas de un motor de inducción.

En este punto se analizará las pérdidas en el motor tetrafásico en comparación con su similar trifásico, entonces se analizará punto por punto refiriéndonos al diagrama de la figura anterior.

- **Pérdidas en el cobre:** En el motor tetrafásico debe suministrar una potencia dada por cuatro líneas, lo que hace que estas corrientes sean más pequeñas que en un motor trifásico, claro que la contraparte es aumentar la longitud de cobre ya que se colocaría una bobina adicional. La expresión que determina las pérdidas en el cobre es  $P = i^2 R$ , observando la misma nos damos cuenta que al hacer un motor tetrafásico disminuimos la corriente pero aumentamos la resistencia, aunque pareciera que el efecto de disminución de corriente fuese más fuerte por el cuadrado que afecta al mismo, este es contrarrestado también por un efecto cuadrático en el aumento de la resistencia, ya que la resistencia incrementa debido al aumento de la longitud del conductor y por el decremento de la sección del mismo  $R = \frac{r_0 \cdot l}{s}$  contrarrestándose así los dos efectos y tener una similitud en cuanto a pérdidas en el cobre se refiere.
- **Pérdidas en el núcleo:** Como se observó en el epígrafe 2.2.3 en un motor tetrafásico se genera un magnético rotante con magnitud constante de  $2B_m$  que a

comparación con el campo magnético resultante de un sistema trifásico es de  $1.5B_m$  evidenciando una mejora en la eficiencia en lo que respecta a campo magnético rotante. Esto se ve beneficioso pero no es del todo, ya que el motor tetrafásico construido fue realizado sobre un estator de un trifásico, el cual trabaja con su núcleo cerca de la zona de saturación y un aumento en el flujo llevaría a una saturación del mismo, el cual es contrarrestado usando la ley de Faraday  $\phi(t) = -\frac{V_m}{\omega N_{esp}} \cos(\omega t)$  entonces al aumento de 33.3% de flujo, se contrarresta con 33.3% menos en la tensión de alimentación. Teniendo así las mismas pérdidas en el núcleo que un motor trifásico.

- ***Retroalimentación en pérdidas de cobre:*** Debido a que el motor va a trabajar a menor voltaje del pensado (30% menos) por la demostración anterior, entonces las corrientes disminuirían, por lo tanto las pérdidas en el cobre disminuirán también en 30%.
- ***Pérdidas por armónicos:*** Como se demostró en el epígrafe 2.8.1 y se observa en la figura a continuación mostrada, que la fuerza magneto motriz que genera un devanado colocado en ranuras es de forma rectangular, entonces induciría armónicos impares en el rotor lo que converge en calentamiento del mismo, además existe reflejos de estos armónicos en el estator, de los cuales en un motor tetrafásico como se demuestra en 2.8.3.4 elimina los armónicos de cuarto orden los mismos que no aparecen en el motor, comparando con su similar trifásico que elimina los armónicos de tercer orden que tienen una considerable efecto en cuanto a rendimiento se refiere.

Cabe recalcar que estos armónicos se dan exclusivamente por la construcción del motor y la implicación de modulación se tomara en cuenta en otras secciones.

- ***Comparación final en el motor:*** Haciendo una comparación en cuanto a pérdidas en un motor tetrafásico y trifásico se llega a un balance ya que la ventaja en pérdidas por cobre en el tetrafásico se contrarresta con la mala reacción ante

armónicos, entonces se llega al consenso de que en cuanto a pérdidas un motor trifásico y tetrafásico son similares.

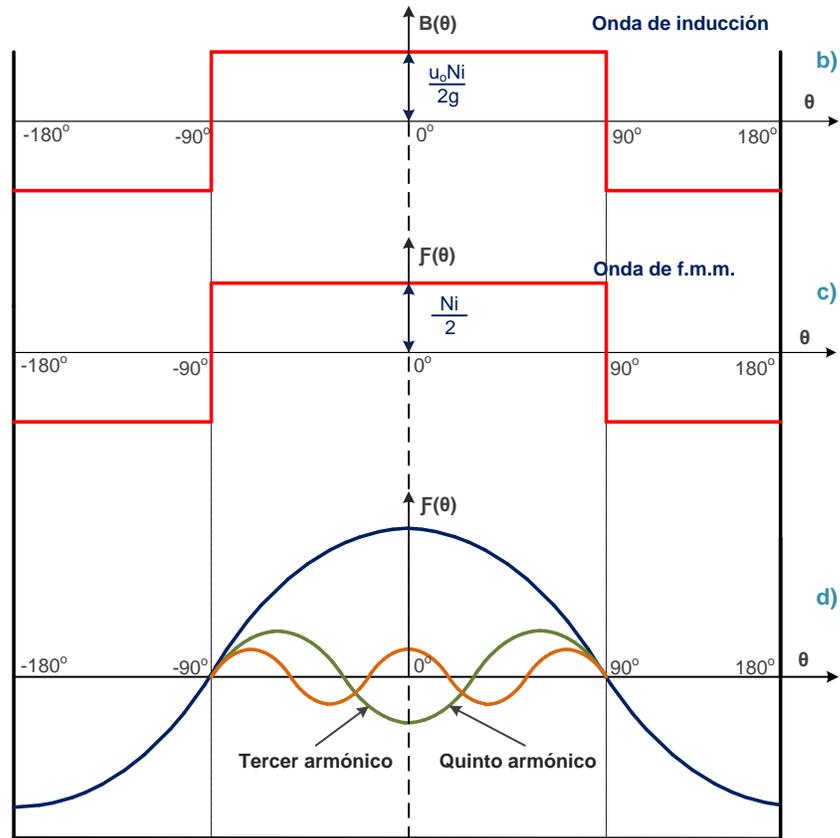


Fig. 4.19 Armónicos en el entrehierro

## CAPITULO 5

### PRESUPUESTO

#### 5.1 PRESUPUESTO MANO DE OBRA REQUERIDA PARA LA IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA TETRAFÁSICO

Para la ejecución del presente proyecto fue necesario el aporte humano e intelectual de las siguientes personas (Tabla 5.1):

<i>Gustavo Parra Solano</i>	\$	2.000,00
<i>Juan Pablo Pesantez Vimos</i>	\$	2.000,00
<i>Marco Sanchez Maldonado</i>	\$	2.000,00
		<b>\$ 6.000,00</b>

Tabla 5.1. Presupuesto de mano de obra.

#### 5.2 PRESUPUESTO DE RECURSOS MATERIALES EMPLEADOS EN EL SISTEMA TETRAFÁSICO

Para el desarrollo y la implementación del sistema tetrafásico fue necesario la adquisición de la siguiente lista de materiales. Tabla 5.2

	Unidad	Cant.	P.U.	P.T.
IGBT Mitsubishi CM100DU	u	4	\$ 100,00	\$ 400,00
Condensador 2200uf	u	2	\$ 120,00	\$ 240,00
Puente rectificador trifásico	u	1	\$ 90,00	\$ 90,00
Módulo de disparo IGBT	u	4	\$ 110,00	\$ 440,00
Disipadores térmicos	u	3	\$ 40,00	\$ 120,00
Conectores 6 pines	u	16	\$ 4,00	\$ 64,00
Conector serial DB9	u	2	\$ 3,00	\$ 6,00
Cable Eternet cruzado	u	1	\$ 5,00	\$ 5,00
Compac Rio NI	u	1	\$ 6.000,00	\$ 6.000,00
Regulador LM78H15K	u	2	\$ 6,00	\$ 12,00
Resistencia 1/4W	u	7	\$ 0,10	\$ 0,70
Led´s	u	3	\$ 0,35	\$ 1,05
Regulador 7915	u	1	\$ 1,00	\$ 1,00
Bornera	u	7	\$ 0,93	\$ 6,51
Puente de Greats	u	1	\$ 2,50	\$ 2,50
Sensores efecto Hall	u	4	\$ 46,00	\$ 184,00
Placa PSB con antisolder	u	2	\$ 45,00	\$ 90,00
Estator Trifásico	u	1	\$ 58,00	\$ 58,00
Alambre esmaltado CU	Lbs	5	\$ 50,00	\$ 250,00
Cable flexible 10 AWG	m	8	\$ 2,00	\$ 16,00
Fuente NI de Compac Rio	u	1	\$ 120,00	\$ 120,00
Variac Trifásico	u	1	\$ 350,00	\$ 350,00
PC Toshiba L635	u	1	\$ 1.000,00	\$ 1.000,00
Varios			\$ 500,00	\$ 500,00
				<b>\$ 9.956,76</b>

Tabla 5.2. Lista de materiales implementados.

### **PRESUPUESTO TOTAL DEL SISTEMA TETRAFÁSICO**

En la tabla 5.3 se observa el presupuesto total del sistema tetrafásico, proveniente de la suma del presupuesto de materiales y humano.

<i>PRESUPUESTO MATERIALES</i>	\$ 9.956,76
<i>PRESUPUESTO MANO DE OBRA</i>	\$ 6.000,00
	<b>\$ 15.956,76</b>

Tabla 5.3. Presupuesto total.

## CONCLUSIONES

- Del análisis antes realizado se puede concluir que efectivamente un grupo de corrientes tetrafásicas en un devanado también tetrafásico que se encuentre separado 90 grados eléctricos, puede generar un campo magnético rotante circular y de magnitud constante, en general expresado por  $B_{neto4f} = 2B_m \angle \sigma$ , mientras que para un sistema trifásico  $B_{neto3f} = 1.5B_m \angle \sigma$  evidenciando claramente que el acople de los flujos magnéticos tetrafásicos alcanza una magnitud 33.3% mayor que el de un acople trifásico.
- La potencia de un motor tetrafásico es suministrada por cuatro corrientes, lo que hace que las magnitudes de las mismas sean relativamente menores, presentando así ventajas tales como: conductores de acometida de menor calibre y fácil manejo de las bobinas en la construcción.
- La construcción de un motor tetrafásico, que se realizó para la comprobación de la teoría antes expuesta, se realizó bobinando un devanado tetrafásico, sobre un estator que alojaba un devanado trifásico, teniendo en cuenta que los motores se diseñan para que operen en casi el límite para la saturación del núcleo, al alojar a un devanado tetrafásico los campos magnéticos producidos por el mismo, saturarían al núcleo, calentándolo y deteriorándolo, esta experiencia comprobada en el prototipo convergió en que se podría simplemente aumentar la sección del núcleo, para “alojar” a este 33.3% de flujo para así alcanzar una máquina de mayor rendimiento, debido a que  $v(t) = -N_{esp} \frac{d\phi}{dt}$ , por lo que se tendría una mayor inducción en el rotor de la máquina alcanzando así mayores pares inducidos, u otra forma de “desfogar” este 33.3% de flujo sería la de controlar la potencia de entrada, para que el motor alcance las mismas características, pero consumiendo menos potencia.
- Según los análisis del motor tetrafásico se han encontrado dos importantes desventajas, la primera es que: como se observa en el anexo A, en el grupo de ondas tetrafásicas en los instantes de los ángulos 0, 90, 180, 270, etc. Solamente funcionan dos fases a la vez, mientras que en los instantes 45, 135, 225, 315, etc funcionan las cuatro fases a la vez, este fenómeno en los devanados físicos del motor hacen que en momentos el polo electromagnético abarque toda la extensión física del polo

geométrico y en otros instantes el polo electromagnético no abarcara todo el espacio físico del polo geométrico, aunque la magnitud sea la misma en todos los instantes, este fenómeno traerá vibraciones de la máquina y saturaciones del núcleo cuando toda la magnitud del polo electromagnético se acumule en un espacio reducido del polo geométrico lo que converge en un consumo de corriente desuniforme.

- La otra desventaja es que al ser un devanado tetrafásico, este puede ser conectado en estrella o en cuadrado y como se observó en el epígrafe 2.5.4 el motor tetrafásico elimina el cuarto armónico, el cual no está presente debido a la simetría de la forma de la f.m.m. en el entrehierro, entonces en este sentido su similar trifásico presenta mejores ventajas en la eliminación de armónicos, debido a que este es apto para la eliminación de armónicos de tercer grado, esta desventaja se puede llevar a una ventaja cuando se ocupa para la alimentación técnicas de modulación que presentan un alto índice de distorsión armónica de grados pares, también se podría decir que este tema es algo subjetivo debido a que la eliminación de armónicos como se observó en 2.5.2 y 2.5.3 está sujeto también a los parámetros constructivos como son la distribución del devanado en ranuras y el acortamiento del devanado, factores que aumentan el costo de fabricación, pero al tratarse de una máquina especial y experimental, se puede pasar por alto la limitante del costo, entonces al potenciar estos parámetros constructivos se puede hablar entonces de una máquina tetrafásica respetable en el tema de eliminación de armónicos.
- Haciendo un análisis general el efecto de las ventajas que presenta la máquina tetrafásica prevalecen sobre sus desventajas, entonces amerita continuar con estudios y proyectos más profundos, además que al ser una máquina que su fuente de alimentación necesariamente debe ser electrónica, se puede especializar a la máquina tetrafásica en aplicaciones en donde sea obligatorio un control electrónico, así ese gasto que se pretendía realizar se lo direcciona para alimentar y controlar una máquina más eficiente.
- La técnica de modulación de un solo ancho de pulso no es recomendable ya que el contenido armónico de la corriente es elevado, resaltando la armónica de tercer orden de magnitud mayor a la fundamental lo cual nos muestra que el motor funciona con una mayor influencia de las armónicas que de la fundamental, la

modulación SPWM tiene un aumento considerable de armónicos en la tensión de salida debido a la gran cantidad de conmutaciones, considerando que la señal de referencia es de 10 khz. Sin embargo en la corriente se reduce el contenido armónico respecto a la modulación on/off. La modulación vectorial es la más recomendable ya que es la que genera menor cantidad de armónicas en la corriente, sin embargo el vector espacial se ve afectado en su magnitud ya que solamente se tiene cuatro vectores principales lo cual produce que la circunferencia de rotación del vector quede inscrita dentro del rombo formado por dicho vectores, lo que implica una reducción efectiva aplicada al motor.

## **RECOMENDACIONES**

Luego de la culminación del presente trabajo se puede destacar una serie de recomendaciones que podrían facilitar a trabajos siguientes, las cuales son:

- El modelo del motor tetrafásico se trabajó con la visión clásica, se recomienda tratar al mismo desde la perspectiva de un modelo completo (vectorial espacial) para observar transitorios que se nos escapan del análisis pero son de mucha influencia.
- Si es de interés realizar el estudio de los motores de inducción polifásicos en un número mayor de cuatro fases se recomienda ir por la idea de un número grande de fases ejemplo 8 o 9 fases, ya que en este número de fases se potencia las ventajas, y se podría manejar motores de considerable potencia con elementos electrónicos de poca potencia.
- Si bien para la implementación de las técnicas de modulación se usó un módulo muy avanzado, rápido y versátil, se recomienda la implementación en controladores de menor costo para poder incursionar en un mercado de manera más fácil, por citar el uso de DSPIC, AVR, FPGAs.
- Se recomienda darle la atención correspondiente al tema de armónicos, ya que en el trabajo realizado se observó una gran incidencia de estos fenómenos que por lo general pasan desapercibidos.

- Realizar un estudio de mercado y accesibilidad a componentes electrónicos, específicamente los módulos IGBT, que fueron conseguidos en China y los integrados NMA1515SC adquiridos en EEUU, lo que generó un retraso en el desarrollo del presente proyecto.

## BIBLIOGRAFÍA

### VIRTUAL:

- [1] <http://solucionrenovable.blogspot.com/2011/02/eficiencia-energetica-capitulo-vi.html> Fecha de descarga: 20 Junio de 2011.
- [2] <http://www.mitecnologico.com/Main/CaracteristicasOndaSenoidal> Fecha de descarga: 25 Junio de 2011
- [3] <http://www.mathworks.com/products/simulink/demos.html> Fecha de descarga: 14 Julio de 2011
- [4] <http://www.datasheetcatalog.org/datasheet/MitsubishiElectricCorporation/mXwu.pdf> Fecha de descarga: 30 Julio 2011
- [5] <http://zone.ni.com/devzone/cda/tut/p/id/9612> Fecha de descarga: 02 Agosto de 2011
- [6] <http://www.lem.com/hq/en/content/view/168/155/> Fecha de descarga: 03 Agosto de 2011

### TEXTUAL:

- [7] A. Guerrero, O. Sánchez **“Electrotecnia”**, J. A. Moreno, Mexico, 1998.
- [8] Stephen J. Chapman, **“Maquinas Eléctricas”**, Mc Graw Hill, 4ta Ed, México, 2007, 746.
- [9] Robert L. Boylestad, **“Análisis Introductorio De Circuitos”**, Pearson Education, 8va Ed, México 1998, 1168.
- [10] José Manuel Aller, **“MÁQUINAS ELÉCTRICAS ROTATIVAS: Introducción a la Teoría General”**, Equinoccio, Venezuela, 2006.
- [11] Jesús Fraile Mora, **“Maquinas Eléctricas”**, Mc Graw Hill, 5ta Ed, Madrid, 2003.
- [12] Francisco Bressiani, **“Reparación de Motores”**, Editorial Don Bosco, Cuenca.
- [13] Muhammad H. Rashid, **“Electrónica de Potencia”**, Pearson Education, 3<sup>th</sup> Edición, México, 2004.
- [14] Alexander Bueno Montilla, **“Electrónica de Potencia: Aspectos Generales y Convertidores Electrónicos”**, Equinoccio, Venezuela, 2011, 631.

### PAPER:

- [15] Rafael Ruiz Lopez, **“Nuevos dispositivos de control de potencia. Aplicaciones prácticas”**.
- [16] Gamboa Benitez Silvana, Quelal Analuisa Paulo, Rivera Argoti Pablo, **“Diseño y construcción de un variador de velocidad con el microcontrolador 80C196MC”**, Universidad Politécnica Nacional.
- [17] Angel Vernavá, Roberto Gibbons, **“Electrónica de Potencia. Control PWM trifásico”**, Universidad Nacional de Rosario.

## ANEXO A

### A.1 INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO VECTORIAL ESPACIAL DEL MOTOR TETRAFÁSICO

En la figura A.1 se observa los devanados de un motor tetrafásico los cuales se encuentran separados 90 grados y pueden ser representados por el vector espacial:

$$\bar{x} = k(x_a + jx_b - x_c - jx_d) \quad (A.1)$$

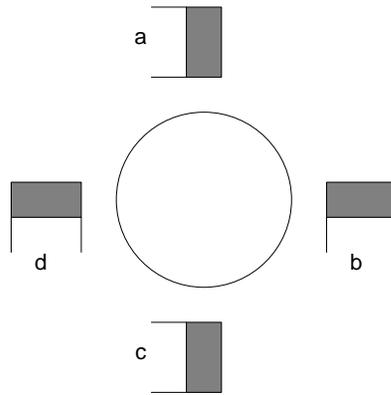


Fig. A.1 Devanados tetrafásicos.

Ahora si designamos que  $\alpha = e^{j\frac{2\pi}{4}}$  la ecuación A.1 se puede escribir de la siguiente manera:

$$\bar{x} = k(x_a + \alpha x_b + \alpha^2 x_c + \alpha^3 j x_d) \quad (A.2)$$

Donde  $\alpha = j$ ,  $\alpha^2 = -1$ ,  $\alpha^3 = -j$

Además como cualquier otro sistema polifásico el modelo tetrafásico se puede representar como el modelo de un motor bifásico:

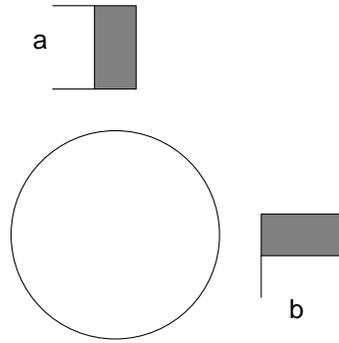


Fig. A.2 Modelo bifásico del motor tetrafásico.

Para el caso bifásico el vector espacial está representado por:

$$\bar{x} = (x_\alpha + jx_\beta) \quad (A.3)$$

$$x_\alpha = x_a + x_c, x_\beta = x_b + x_d$$

Ahora para llegar al modelo bifásico se realizara con el siguiente desarrollo:

Definimos el vector de voltajes de línea:

$$V_{LL} = k(V_{ab} + jV_{bc} - V_{cd} - jV_{da}) \quad (A.4)$$

$$V_{LL} = k((V_a - V_b) + j(V_b - V_c) - (V_c - V_d) - j(V_d - V_a)) \quad (A.5)$$

$$V_{LL} = k \left[ (V_a + jV_b - V_c - jV_d) + jk \frac{(-V_b - jV_c + V_d + jV_a)}{j} \right] \quad (A.6)$$

$$V_{LL} = k[(V_a + jV_b - V_c - jV_d) + jk(V_a + jV_b - V_c - jV_d)] \quad (A.7)$$

$$V_{LL} = V_e + jV_e = (1 + j)V_e$$

Entonces el voltaje de fase seria:

$$V_e = \frac{V_{LL}}{1 + j} = \frac{k(V_{ab} + jV_{bc} - V_{cd} - jV_{da})}{1 + j} \quad (A.8)$$

A continuación se desarrollara la potencia P de forma vectorial con el fin de encontrar la constante k que aparece en las ecuaciones vectoriales espaciales.

Si tenemos el voltaje y la corriente, tendríamos que calcular la potencia  $P$  con las partes reales de cada expresión.

$$\bar{V} = k(V_a + jV_b - V_c - jV_d) \quad (A.9)$$

$$\bar{I} = k(I_a + jI_b - I_c - jI_d) \quad (A.10)$$

$$P = k^2[V_a I_a - V_a I_c + V_b I_b - V_b I_d - V_c I_a + V_c I_c - V_d I_b + V_d I_d] \quad (A.11)$$

$$P = k^2[V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c + V_d I_d - V_a I_c - V_b I_d - V_c I_a - V_d I_b] \quad (A.12)$$

De la electrotecnia se sabe que

$$P_e = V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c + V_d I_d \quad (A.13)$$

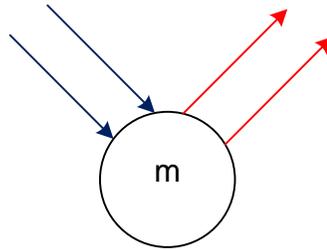


Fig. A.3 Corrientes tetrafásicas.

$$ia - ib + ic - id = 0 \quad (A.14)$$

$$ia + ib + ic + id = 0 \quad (A.15)$$

Restando A.14 y A.15

$$2ia + 2ic = 0 \quad \rightarrow \quad ia = -ic \quad (A.16)$$

$$-2ib - 2id = 0 \quad \rightarrow \quad ib = -id \quad (A.17)$$

Teniendo en cuenta A.13 y los valores en por unidad donde  $P_e=1$  entonces A.12 quedaría:

$$P = k^2[P_e - V_a I_c - V_b I_d - V_c I_a - V_d I_b] \quad (A.18)$$

Entonces reemplazando A.16 y A.17 en A.18

$$P = k^2 [P_e + V_a I_a + V_b I_b + V_c I_c + V_d I_d] = 1 \quad (\text{A.19})$$

$$P = k^2 [P_e + P_e] = 2k^2 = 1 \quad (\text{A.20})$$

$$k = \sqrt{\frac{1}{2}} \quad (\text{A.21})$$

Una vez que obtenemos la  $k$  ya podemos definir los vectores necesarios para realizar las transformaciones a vectores espaciales.

$$\bar{x} = \frac{1}{\sqrt{2}} (x_a + jx_b - x_c - jx_d) \quad (\text{A.22})$$

$$V_e = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{k(V_{ab} + jV_{bc} - V_{cd} - jV_{da})}{i + j} \quad (\text{A.23})$$

## A.2 TRANSFORMACIÓN A VECTORES ESPACIALES

Ahora el objetivo será convertir un sistema acoplado en tres sistemas independientes, en un sistema de secuencia cero que solamente se puede excitar cuando su sumatoria es diferente de cero. El sistema de secuencia negativa y de secuencia positiva son similares y uno es el conjugado del otro. Por este motivo es posible representar a la maquina utilizando solamente la transformación de secuencia positiva y a esta forma de representar a la maquina se la llama *transformación a vectores espaciales*.

Entonces podemos comenzar identificando las componentes de secuencia positiva, negativa y cero de la siguiente manera.

$$\begin{array}{|c|} \hline V_0 \\ \hline 1 \\ \hline V_+ \\ \hline V_0 \\ \hline 2 \\ \hline V_- \\ \hline \end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & j & -1 & -j \\ \hline 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline 1 & -j & -1 & +j \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline V_a \\ \hline V_b \\ \hline V_c \\ \hline V_d \\ \hline \end{array}$$

La matriz de conversión viene de:

$$\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & \alpha & \alpha^2 & \alpha^3 \\ \hline 1 & \alpha^2 & \alpha^3 & \alpha^6 \\ \hline 1 & \alpha^3 & \alpha^6 & \alpha^9 \\ \hline \end{array} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & j & -1 & -j \\ \hline 1 & -1 & 1 & -1 \\ \hline 1 & -j & -1 & +j \\ \hline \end{array}$$

Y es así como nos podemos adentrar a otra forma de concebir la máquina, de una forma más global, con un modelo que contiene toda la información de una máquina, se deja al lector que profundice el tema de modelado vectorial espacial en la referencia [10]