



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE GUAYAQUIL**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**CARRERA:  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**TESIS PREVIA A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE:**

**INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:  
“MODELO MATEMÁTICO DE UN TRANSFORMADOR REAL  
MONOFÁSICO DE DOS DEVANADOS”**

**AUTOR:  
JUAN PABLO BARZALLO PAIDA**

**DIRECTOR DE TESIS:  
ING. DAVID HUMBERTO CÁRDENAS VILLACRÉS. Msc.**

**MARZO 2015**

**GUAYAQUIL – ECUADOR**

## **CERTIFICACIÓN**

Yo Ing. DAVID HUMBERTO CÁRDENAS VILLACRÉS declaro que el presente proyecto de tesis, previo a la obtención del título de ingeniero eléctrico, fue elaborado por el señor: Sr. JUAN PABLO BARZALLO PAIDA, bajo mi dirección y supervisión.

-----

**Ing. David H. Cárdenas V.**

**Director de Tesis**

**UPS – SEDE GUAYAQUIL**

## **RESPONSABILIDADES DE LOS HECHOS**

“La responsabilidad de los hechos, ideas y doctrinas expuestas en esta tesis corresponden exclusivamente al Autor”.

-----  
**JUAN PABLO BARZALLO PAIDA**

**C.I. 0926216359**

## **AGRADECIMIENTO**

Al finalizar la presente tesis queremos dejar expresado con estas palabras nuestros agradecimientos a:

- A DIOS en primer lugar, quien nos han brindado toda la sabiduría necesaria para culminar el presente proyecto de tesis.
- A los docentes de la Universidad Politécnica Salesiana Sede de Guayaquil, por habernos transmitido toda su sabiduría durante el tiempo que duró nuestros estudios universitarios.
- Al Ing. David Humberto Cárdenas Villacrés, tutor de nuestra tesis, por habernos encaminado y guiado para culminar la tesis de proyecto.
- A todas las personas que de una u otra forma nos brindaron apoyo y contribuyeron que este tema de tesis se llevara a cabalidad con total éxito.

## **DEDICATORIA**

Dedico este proyecto de tesis a mi querida madre Teresa de Jesús Paidá Macancela, por haberme inculcado los valores éticos y morales, por su apoyo incondicional para estudiar la carrera de Ingeniería Eléctrica, a mi esposa Jessica Liliana Espinoza Tapia e hijas Ariadne Liliana & Leah Alicia por estar día a día valorando los esfuerzos y estar a mi lado en todo momento, brindándome su amor incalculable de la unión familiar, y hermanos que de una u otra manera ayudaron a mejorar mis perspectivas para crecer como ser humano y ahora como profesional.

Juan Pablo

## INDICE GENERAL

<b>CERTIFICACIÓN</b> .....	<b>ii</b>
<b>RESPONSABILIDADES DE LOS HECHOS</b> .....	<b>iii</b>
<b>AGRADECIMIENTO</b> .....	<b>iv</b>
<b>DEDICATORIA</b> .....	<b>v</b>
<b>INDICE GENERAL</b> .....	<b>vi</b>
<b>INDICE DE ECUACIONES</b> .....	<b>viii</b>
<b>INDICE DE FIGURAS</b> .....	<b>x</b>
<b>RESUMEN</b> .....	<b>xii</b>
<b>ABSTRACT</b> .....	<b>xiii</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
<b>CAPÍTULO 1: El problema</b> .....	<b>2</b>
1.1. Planteamiento del problema.....	2
1.2. Delimitación del problema.....	2
1.3. Objetivos.....	2
1.3.1. Objetivo general.....	2
1.3.2. Objetivo específicos.....	2
1.4. Justificación .....	3
1.5. Variable e indicadores.....	3
1.6. Metodología.....	3
1.6.1. Métodos.....	3
1.6.2. Técnicas .....	3
1.6.3. Instrumentos de investigación y recolección de datos.....	4
1.7. Descripción del problema .....	4
1.7.1. Beneficiarios .....	4
1.7.2. Impacto .....	4
<b>CAPÍTULO 2: Marco teórico</b> .....	<b>5</b>
2.1. Teoría fundamental del fenómeno electromagnético.....	5
2.1.1. Intensidad de la corriente eléctrica.....	5
2.1.2. Ley de ampere.....	5
2.1.3. Fuerza magnetomotriz .....	6
2.1.4. Inducción magnética .....	6
2.1.5. Flujo de inducción magnética .....	7
2.1.6. Ley de inducción electromagnética .....	7
2.1.7. Permeabilidad magnética .....	8
2.2. El transformador eléctrico de dos devanados.....	8
2.2.1. El transformador monofásico ideal.....	8
2.2.2. El transformador monofásico real.....	10
2.2.2.1 Flujo magnético .....	11
2.2.2.2 Ecuaciones de flujo de enlace .....	13
2.2.3. Circuito equivalente del transformador monofásico.....	16

<b>CAPÍTULO 3: Herramientas basados al modelado .....</b>	<b>22</b>
3.1. Descripción del MATLAB® .....	22
3.1.1. Categorías del comando ayuda en MATLAB®.....	22
3.2. Descripción de la herramienta simulink .....	23
3.2.1. Fases de simulación .....	24
3.2.2. Biblioteca de bloques .....	24
3.2.3. Simulación de un modelo desde simulink .....	25
3.2.3.1. Opciones para solución (solver).....	26
3.2.3.3 Data import/export .....	28
<b>CAPÍTULO 4: El análisis, el modelado y las simulaciones.....</b>	<b>31</b>
4.1. Aplicabilidad del modelo desarrollado. ....	31
4.1.1. Ecuaciones de enlace de flujo. ....	31
4.1.2. Ecuaciones de voltaje.....	39
4.1.3. Circuito equivalente. ....	42
4.1.4. Representación de ecuaciones en estado del tiempo.....	42
4.2. Transformador monofásico saturable de dos devanados con alimentación sinusoidal. ....	46
4.2.1. Condiciones del modelado .....	46
4.2.2. Validación del modelo .....	46
4.2.3. Simulación para diferentes tipos de carga resistiva. ....	54
4.2.3.1. Prueba en el transformador sin carga.....	54
4.2.3.2. Prueba en el transformador con carga resistiva. ....	57
<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>66</b>
<b>RECOMENDACIONES.....</b>	<b>67</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>68</b>

## INDICE DE ECUACIONES

Ecuación 1. Intensidad de corriente .....	5
Ecuación 2. Efectos de la ley de ampere.....	5
Ecuación 3. Fuerza magnetomotiva .....	6
Ecuación 4. Campo magnético.....	6
Ecuación 5. Inducción magnética .....	6
Ecuación 6. Flujo magnético.....	7
Ecuación 7. Flujo magnético en función del bobinado .....	7
Ecuación 8. Inducción electromagnética .....	7
Ecuación 9. Intensidad de flujo del campo .....	8
Ecuación 10. Permeabilidad magnética absoluta del material .....	8
Ecuación 11. Permeabilidad relativa del material.....	8
Ecuación 12. Relación de transformación del voltaje en relación al número de espiras .....	9
Ecuación 13. Relación de transformación de la corriente en relación al número de espiras ...	9
Ecuación 14. Relación de transformación del voltaje del transformador .....	10
Ecuación 15. Relación de transformación de la corriente del transformador .....	10
Ecuación 16. Flujo de dispersión .....	11
Ecuación 17. Flujo Mutuo.....	12
Ecuación 18. Enlace de flujo .....	12
Ecuación 19. Flujo medio .....	12
Ecuación 20. Flujo primario .....	12
Ecuación 21. Flujo secundario .....	13
Ecuación 22. Voltaje de inducido del transformador.....	13
Ecuación 23. Voltaje del primario en función del flujo .....	14
Ecuación 24. Voltaje primario referido al voltaje inducido.....	14
Ecuación 25. Voltaje del secundario en función del flujo .....	14
Ecuación 26. Voltaje secundario referido al voltaje inducido .....	14
Ecuación 27. Relación de Voltajes referido al flujo mutuo .....	15
Ecuación 28. Relación de transformación del voltaje inducido en función al bobinado .....	15
Ecuación 29. Fuerza magnetomotriz neta.....	15
Ecuación 30. Relación de transformación de las corrientes en función al bobinado .....	16
Ecuación 31. Voltaje inducido de la inductancia en función al flujo del lado primario .....	17
Ecuación 32. Voltaje inducido de la inductancia en función al flujo del lado secundario.....	17
Ecuación 33. Flujo disperso primario .....	18
Ecuación 34. Flujo disperso secundario.....	18
Ecuación 35. Voltaje inducido de la inductancia del primario .....	18
Ecuación 36. Voltaje inducido de la inductancia del secundario.....	19
Ecuación 37. Conductancia de la resistencia .....	20
Ecuación 38. Suceptancia Magnética.....	20
Ecuación 39. Admitancia de excitación.....	20
Ecuación 40. Magnitud de la admitancia de excitación.....	21
Ecuación 41. Factor de Potencia.....	21
Ecuación 42. Ángulo de factor de potencia .....	21



Ecuación 43. Flujo del bobinado primario del modelado .....	32
Ecuación 44. Flujo del bobinado secundario del modelado.....	32
Ecuación 45. Enlace de flujo del bobinado primario del modelado.....	32
Ecuación 46. Enlace de flujo del bobinado secundario del modelado .....	32
Ecuación 47. Inductancia en el bobinado del modelado .....	32
Ecuación 48. Expresión de la inductancia .....	32
Ecuación 49. Auto inductancia del bobinado.....	33
Ecuación 50. Flujo mutuo del modelado .....	33
Ecuación 51. Enlace de flujo del bobinado primario del modelado.....	34
Ecuación 52. Enlace de flujo del bobinado secundario del modelado.....	34
Ecuación 53. Inductancia del primario del modelado .....	35
Ecuación 54. Inductancia del secundario del modelado .....	36
Ecuación 55. Permeabilidad del transformador .....	37
Ecuación 56. Inductancia de magnetización referente al lado primario .....	37
Ecuación 57. Inductancia de magnetización referente al lado secundario .....	37
Ecuación 58. Inductancia de dispersión del primario referido al secundario.....	38
Ecuación 59. Inductancia de dispersión del secundario referido del primario.....	38
Ecuación 60. Enlace de flujo total del lado primario del modelado .....	38
Ecuación 61. Enlace de flujo total del lado secundario del modelado.....	39
Ecuación 62. Voltaje inducido del bobinado primario del modelado .....	39
Ecuación 63. Voltaje inducido del bobinado secundario del modelado .....	40
Ecuación 64. Voltaje en el terminal primario del transformador .....	41
Ecuación 65. Voltaje referido en el terminal secundario del transformador.....	41
Ecuación 66. Corriente del secundario del transformador .....	42
Ecuación 67. Voltaje inducido en el bobinado secundario del transformador.....	42
Ecuación 68. Inductancia del secundario del transformador .....	42
Ecuación 69. Resistencia del secundario del transformador .....	43
Ecuación 70. Voltaje del secundario del transformador .....	43
Ecuación 71. Voltaje inducido primario en función del voltaje inducido referido al secundario .....	43
Ecuación 72. Voltaje primario del modelado.....	43
Ecuación 73. Voltaje inducido del núcleo del modelado.....	43
Ecuación 74. Voltaje referido secundario del modelado .....	44
Ecuación 75. Representación de la 1º ecuación de corriente primaria del modelado .....	44
Ecuación 76. Representación de la 2º ecuación de corriente secundaria del modelado .....	45
Ecuación 77. Representación de la 3º ecuación de corriente de magnetización del modelado .....	45

## INDICE DE FIGURAS

Figura 1. Efectos de la ley de ampere aplicando la mano derecha.....	6
Figura 2. Modelo esquemático del transformador Ideal .....	9
Figura 3. Representación del transformador real .....	10
Figura 4. Representación de flujo mutuo y flujo disperso en un núcleo del transformador ..	11
Figura 5. Transformador real con carga.....	16
Figura 6. Modelo de un transformador real .....	17
Figura 7. Diagrama esquemático referido al lado primario .....	19
Figura 8. Diagrama esquemático referido al lado secundario.....	20
Figura 9. Flujos de los bobinados .....	31
Figura 10. Representación del modelo del transformador real .....	42
Figura 11. Parámetros de simulación en el MATLAB® .....	46
Figura 13. Diagrama esquemático de la 2º ecuación del modelado.....	48
Figura 14. Diagrama esquemático de la 3º ecuación del modelado.....	49
Figura 15. Diagrama de la 3º ecuación del modelado.....	49
Figura 16. Diagrama esquemático de la simulación del modelado.....	50
Figura 17. Curva típica de voltaje primario .....	51
Figura 18. Curva típica de voltaje secundario.....	51
Figura 19. Curva típica de los voltajes de entrada y salida del transformador .....	52
Figura 20. Curva típica de corriente en el primario .....	52
Figura 21. Curva típica de corriente en el secundario.....	53
Figura 22. Curva típica de la corriente de magnetización.....	53
Figura 23. Tablero de ensayo en el laboratorio conectado el instrumento de medición para medir voltaje en el lado primario .....	54
Figura 24. Curva típica de voltaje de entrada con el instrumento de medición “analizador de redes” .....	55
Figura 25. Curva típica de voltaje de entrada con la simulación en MATLAB®.....	55
Figura 26. Tablero de ensayo en el laboratorio conectado el instrumento de medición para medir voltaje en el lado secundario.....	56
Figura 27. Curva típica de voltaje de salida con el instrumento de medición “analizador de redes” .....	56
Figura 28. Curva típica de voltaje de salida en la simulación de MATLAB® .....	57
Figura 29. Tablero de ensayo en el laboratorio conectado una carga resistiva y el instrumento de medición para medir voltaje en la alta tensión. ....	58
Figura 30. Curva típica de voltaje de entrada con una carga y el instrumento de medición “analizador de redes” .....	58
Figura 31. Curva típica de voltaje de entrada con una carga resistiva en el software de MATLAB®.....	59
Figura 32. Tablero de ensayo en el laboratorio conectado una carga resistiva y el instrumento de medición para medir voltaje en la baja tensión .....	59
Figura 33. Curva típica de voltaje de salida con una carga y el instrumento de medición “analizador de redes” .....	60
Figura 34. Curva típica de voltaje de salida con una carga resistiva en el software de MATLAB®.....	60

Figura 35. Tablero de ensayo del laboratorio conectado una carga resistiva y el instrumento de medición en el lado primario.....	61
Figura 36. Curva típica de corriente de entrada con una carga y el instrumento de medición “analizador de redes” .....	61
Figura 37. Curva típica de corriente de entrada con una carga resistiva en el software de MATLAB®.....	62
Figura 38. Tablero de ensayo del laboratorio, conectado el instrumento de medición en el lado primario y una carga resistiva en el lado secundario .....	62
Figura 39. Curva típica de corriente de salida con una carga y el instrumento de medición “analizador de redes” .....	63
Figura 40. Curva típica de corriente de salida con una carga resistiva en el software de MATLAB®.....	63
Figura 41. Curva típica de corriente de magnetización con una carga resistiva en el software de MATLAB®.....	64
Figura 42. Datos de potencia en alta tensión con el instrumento de medición “analizador de redes” .....	65
Figura 43. Datos de potencia en baja tensión con el instrumento de medición “analizador de redes” .....	65

## **RESUMEN**

El presente estudio, establece un modelo matemático para un transformador monofásico de dos devanados, el cual depende en gran medida de los coeficientes como el número de espiras del devanado primario, el número de espiras del devanado secundario, la resistencia del núcleo, la inductancia del devanado primario, la inductancia del devanado secundario y la constante de curva de saturación. Es por esto que se han estimado estos coeficientes matemáticos, los cuales representan el funcionamiento de la máquina eléctrica estacionaria. Estos efectos del transformador son representados comúnmente por las curvas de voltaje, corriente y potencia. A través de estas curvas se obtiene un método analítico del comportamiento del transformador. El modelado matemático diseñado en el software MATLAB®, permite resolver las ecuaciones matemáticas del estudio del transformador de manera más rápida, exacta y sin pérdidas. Al final, los resultados teóricos del modelo matemático, corresponden a los datos reales del transformador.

## **ABSTRACT**

The present study establishes a mathematical model for a single-phase transformer with two-windings, which depends largely on the coefficients such as the number of turns of the primary and secondary windings, the resistance of the core, the inductance of the primary and the secondary windings and the constant saturation curve. That is why these mathematical coefficients have been estimated, which represent the operation of the stationary electric machine. These transformer effects are commonly represented by the curve of voltage, current and power. An analytical method of the transformer behavior is obtained through these curves. The mathematical modeling designed in MATLAB® software solves the mathematical equations of the study transformer in a faster, accurate and lossless manner. Finally, the theoretical results of the mathematical model correspond to the actual data transformer.

## INTRODUCCIÓN

Dentro del presente documento se encontrará todo lo que respecta al desarrollo del modelo matemático de un transformador real monofásico de dos devanados, desde el comportamiento y el modelado.

Para la comprensión de conceptos y fundamentos se revisaron textos guías para reforzar conocimientos en las definiciones eléctricas, como principios de funcionamiento y dispositivos modelados del transformador.

El modelado está realizado en el software de MATLAB®, el cual es un entorno de interfaz de desarrollo para aplicaciones totalmente integrado donde se lleva a cabalidad proyectos. Este diseño implica minimizar el tiempo de desarrollo de cálculos matemáticos, análisis numérico, cálculo matricial, proceso de señal, etc., por ende a determinar con fluidez las simulaciones gráficas.

La simulación de las curvas de corrientes, voltajes tanto de entrada como de salida determinan el comportamiento del transformador, en la actualidad, este método representa una alternativa a los métodos convencionales para detección de fallas en transformadores, sus análisis detallaron un proceso lógico exacto para garantizar su funcionamiento.

# **CAPÍTULO 1: El problema**

## **1.1. Planteamiento del problema**

Debido al análisis matemático y comportamiento de los voltajes, corrientes y potencias de cada uno de sus dos devanados, tanto del devanado primario como del devanado secundario del transformador monofásico real, se encuentra un proceso de desarrollo sumamente complejo para el estudio de la máquina estacionaria.

Los parámetros eléctricos del transformador se analizan por medio de curvas características en función del tiempo, para divisar el comportamiento y el efecto del transformador con cargas variables, el cual se optó por desarrollar un modelamiento matemático que nos permite visualizar e interpretar su comportamiento en el software de MATLAB®.

## **1.2. Delimitación del problema.**

El modelado para un transformador monofásico de dos devanados, obtendremos las simulaciones gráficas de voltaje primario, voltaje secundario, corriente del devanado primario, corriente del devanado secundario, además potencia de entrada y salida del transformador monofásico de dos devanados, adicionando carga resistiva.

## **1.3. Objetivos.**

### **1.3.1. Objetivo General**

Diseñar un modelo en MATLAB® para desarrollar ecuaciones de una manera más rápida y exacta del funcionamiento de las máquinas estacionarias, aplicando los esquemas gráficos, se percibe su comportamiento y asimila a experimentos prácticos, siendo un aprendizaje muy didáctico a los estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana Sede Guayaquil.

### **1.3.2. Objetivo Específicos**

- Desarrollo y Análisis de las ecuaciones matemáticas del transformador monofásico de dos devanados en simulink.
- Implementación gráfica en simulink del transformador.
- Diseño didáctico en MATLAB® del transformador.

#### **1.4. Justificación**

El modelo didáctico en MATLAB® ayudará al estudiante universitario a visualizar, analizar con carga y sin carga el comportamiento del transformador monofásico de dos devanados para minimizar el tiempo de desarrollo y estudio del equipo estacionario.

Acortando el tiempo del desarrollo también es una forma didáctica y explicativa para que el estudiante pueda interpretar de la mejor manera las simulaciones gráficas del transformador.

#### **1.5. Variable e Indicadores**

Las variables son las inductancias, resistencias, números de espiras, la carga, voltajes, frecuencia y el tiempo.

Los indicadores son las simulaciones gráficas que realiza el software MATLAB® para la verificación del comportamiento del transformador eléctrico.

#### **1.6. Metodología.**

##### **1.6.1. Métodos**

Para el desarrollo de la investigación se han utilizado los siguientes métodos.

##### **Método Investigativo**

Se utilizó el método investigativo, al desarrollo y cálculo del funcionamiento del transformador monofásico de dos devanados.

##### **Método Deductivo**

Luego del análisis de las curvas para el funcionamiento del modelo, se establecen conceptos particulares de teorías generales establecidos y estudiados.

##### **1.6.2. Técnicas**

Las técnicas aplicadas en el transcurso de la investigación fueron las siguientes

##### **Técnica Documental**

Se utilizó la técnica documental al recolectar la información necesaria para poder sustentar las definiciones del modelado y curvas esquemáticos.



## **Técnica de Laboratorio**

Esta técnica fue utilizada durante la mayoría del tiempo de la implementación de este proyecto ya que todas las simulaciones gráficas fueron realizadas en el software de MATLAB®.

### **1.6.3. Instrumentos de Investigación y Recolección de Datos**

Para este proyecto se utilizaron varios elementos que ayudaron con el desarrollo de la Investigación, a continuación detallamos:

Chapman, S. J. (2000). Maquinas Eléctricas. Santa Fe: MC GRAW HILL.

Miguel Aaturima Arellano (julio 2013) - Universidad de Ciencias y Humanidades - MATLAB® y SIMULINK para Ingeniería.

## **1.7. Descripción del Problema**

El modelo matemático de un transformador real monofásico de dos devanados permite resolver las ecuaciones matemáticas y simulaciones de curvas en el software de MATLAB®. Estas curvas representan el análisis más eficiente del comportamiento del transformador, dando como resultado una conclusión en menor tiempo.

### **1.7.1. Beneficiarios**

Los estudiantes de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana Sede Guayaquil, de la materia de máquinas eléctricas 1, podrán realizar simulaciones aplicando valores reales del transformador real monofásico, para realizar y aplicar el aprendizaje de dicha materia.

### **1.7.2. Impacto**

A nivel de ingeniería eléctrica, el sistema ayudará al estudiante a interpretar de manera más rápida y práctica el comportamiento del equipo estacionario eléctrico, fortaleciendo la parte técnica de conocimiento e implementos de la simulación, reduciendo el tiempo de elaboración del análisis y asociando a proyectos de desarrollo.

## CAPÍTULO 2: Marco teórico

### 2.1. Teoría Fundamental del Fenómeno Electromagnético

En este capítulo presenta el análisis del fenómeno electromagnético, (Chapman, 2000), seguido por otros tales como Wilde [2], Harper, G. E. [3] y Kosow [4], donde han desarrollado a lo largo de muchos años, fórmulas y ecuaciones precisas para el cálculo fundamental del transformador.

#### 2.1.1. Intensidad de la Corriente Eléctrica.

Es la circulación de cargas eléctricas de un circuito transportando partículas de un punto a otro. La importancia de dicho transporte se expresa mediante la magnitud de intensidad de corriente (I) y se define como la variación de carga (Q) en función del tiempo (t) que circula en un conductor. La intensidad de corriente eléctrica viene dada por la siguiente fórmula:

$$I = \frac{Q}{t}$$

**Ecuación 1.** Intensidad de corriente

Fuente: (Chapman, 2000)

#### 2.1.2. Ley de Ampere

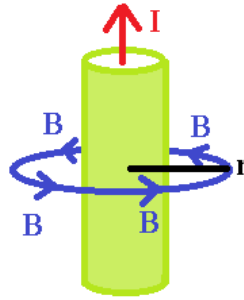
Se relaciona con la circulación de la intensidad de campo magnético (B), en un contorno cerrado, la corriente (I) realiza el recorrido por un número de espiras (N), y cuyas líneas (dl) encierran la corriente. La dirección del campo en un punto es tangencial a la circunferencia que encierra a la corriente.

$$\oint_C \mathbf{B} * d\mathbf{l} = N * I$$

**Ecuación 2.** Efectos de la ley de ampere

Fuente: (Chapman, 2000)

En la figura adjunta, se representa una corriente de intensidad (I), alrededor de ella se ha dibujado una circunferencia de radio (r), que es el camino cerrado elegido por el campo magnético (B), el cual se explica en la ecuación 1 de la ley de Amper.



**Figura 1.** Efectos de la ley de ampere aplicando la mano derecha

Fuente: (Concha)

### 2.1.3. Fuerza Magnetomotriz

Al circular una corriente (I) por un determinado número de espiras (N), se origina una fuerza magnetomotiva o magnetomotriz (F), esta fuerza magnetomotriz es dado por efectos de la ley de Amper a un transformador, la cual se expresa en la siguiente ecuación:

$$F = N * I$$

**Ecuación 3.** Fuerza magnetomotiva

Fuente: (Chapman, 2000)

En donde la fuerza magnetomotiva o fuerza magnetomotriz es proporcional al campo magnético  $B \cong F$  en donde nos quedaría:

$$B = N * I$$

**Ecuación 4.** Campo magnético

Fuente: (Chapman, 2000)

### 2.1.4. Inducción Magnética

Es producida por una fuerza electromotriz, donde la inducción magnética (B) es producida por el flujo en una determinada área y se denomina en  $\left(\frac{\text{weber}}{\text{m}^2}\right)$ , la descripción matemática aplicando la ley de inducción de Faraday.

$$B = \frac{\phi}{A} \left[ \frac{\text{weber}}{\text{m}^2} \right]$$

**Ecuación 5.** Inducción magnética

Fuente: (Chapman, 2000)

### 2.1.5. Flujo de Inducción Magnética

El flujo de inducción magnética ( $\phi$ ), el cual causa una carga de difusión en movimiento por cada unidad de área normal (A) a la dirección del flujo (B). En algunos textos modernos recibe el nombre de intensidad de campo magnético (B), ya que es el campo real y su unidad es el Tesla.

$$\phi = B * A * \cos(\alpha)(tesla)$$

**Ecuación 6.** Flujo magnético

Fuente: (Chapman, 2000)

$$\phi = (N * I) * A * \cos(\alpha) [\text{Tesla}]$$

**Ecuación 7.** Flujo magnético en función del bobinado

Fuente: (Chapman, 2000)

### 2.1.6. Ley de Inducción Electromagnética

Es un fenómeno que es originado por una fuerza electromotriz (f.e.m) o voltaje. El voltaje inducido (eind) es igual a la variación del flujo magnético ( $d\phi$ ) que atraviesa la espira (N), en un determinado tiempo (dt). El signo menos de la ecuación es la expresión de la ley de Lenz, donde establece la oposición del cambio de flujo magnético.

$$e_{ind} = -N * \frac{d\phi}{dt}$$

**Ecuación 8.** Inducción electromagnética

Fuente: (Chapman, 2000)

Lenz indica que, la dirección del voltaje inducido en la bobina tal que, si los extremos de ésta estuviera en corto circuito, donde se origina una corriente que genera un flujo opuesto al cambio del flujo inicial, el voltaje inducido es contrario al cambio que lo origina.

### **2.1.7. Permeabilidad Magnética**

La intensidad de flujo del campo magnético (B) producido en el núcleo, es la intensidad del campo magnético (H), por el producto dentro del material ( $\mu$ ).

$$B = \mu * H$$

**Ecuación 9.** Intensidad de flujo del campo

Fuente: (Chapman, 2000)

La permeabilidad absoluta ( $\mu$ ), es igual a la densidad del flujo resultante (B) sobre la intensidad del campo magnético (H).

$$\mu = \frac{B}{H}$$

**Ecuación 10.** Permeabilidad magnética absoluta del material

Fuente: (Chapman, 2000)

La permeabilidad relativa ( $\mu_r$ ) de cualquier otro material corresponde con la permeabilidad absoluta ( $\mu$ ) sobre la permeabilidad magnética de vacío ( $\mu_0$ ), la permeabilidad de vacío es una constante de  $4\pi * 10^{-7}$ .

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

**Ecuación 11.** Permeabilidad relativa del material

Fuente: (Chapman, 2000)

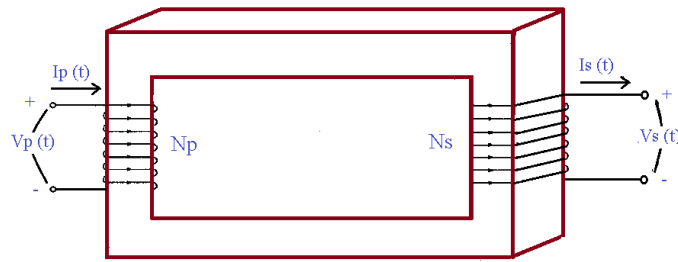
## **2.2.El Transformador Eléctrico de dos Devanados.**

El transformador monofásico de dos devanados en la mayoría de los libros como (Alvarez Pulido, 2009), (Bulucea, Doru, Mastorakis, & Cismaru, 1997), (Chapman, 2000) y autores como: (Concha), (Hernandez Alvaro, 2008), han desarrollado los estudios fundamentales del comportamiento del transformador.

### **2.2.1. El Transformador Monofásico Ideal**

Es una máquina eléctrica, con un bobinado de entrada y un bobinado de salida, relacionado entre el voltaje de entrada y el voltaje de salida, además de la corriente de entrada y la corriente de salida. Los transformadores ideales son formas

idealizados de los transformadores reales, el cual el núcleo no tiene pérdidas, la permeabilidad relativa del núcleo es infinita, y las capacidades parásitas nulas.



**Figura 2.** Modelo esquemático del transformador Ideal

Fuente: (Chapman, 2000)

La figura (2) nos indica que en el núcleo tiene enrollado una cantidad de número espiras tanto en el bobinado primario ( $N_p$ ) como en el secundario ( $N_s$ ). La relación entre el voltaje  $V_p(t)$  aplicado al lado primario del transformador y el voltaje  $V_s(t)$  producido en el lado secundario con respecto al bobinado es:

$$\frac{V_p(t)}{V_s(t)} = \frac{N_p}{N_s} = a$$

**Ecuación 12.** Relación de transformación del voltaje en relación al número de espiras

Fuente: (Chapman, 2000)

La relación del número de vueltas de espiras en el transformador esta expresado como:  $a = \frac{N_p}{N_s}$ . Al suministrar dichos voltajes en los bobinados se produce una corriente, donde la relación de corriente primaria “ $I_p(t)$ ” y la corriente secundaria “ $I_s(t)$ ” fluye en los respectivos bobinados:

$$\frac{I_p(t)}{I_s(t)} = \frac{N_s}{N_p}$$

**Ecuación 13.** Relación de transformación de la corriente en relación al número de espiras

Fuente: (Chapman, 2000)

Los términos de cantidades fasoriales están expresado en voltaje y corriente del transformador, dando como ecuación la (14) y (15)

$$\frac{V_p(t)}{V_s(t)} = a$$

**Ecuación 14.** Relación de transformación del voltaje del transformador

Fuente: (Chapman, 2000)

$$\frac{I_p(t)}{I_s(t)} = a$$

**Ecuación 15.** Relación de transformación de la corriente del transformador

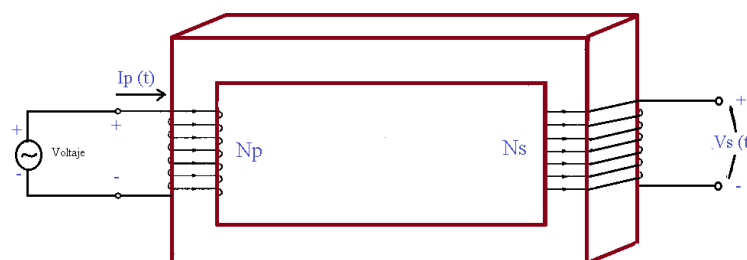
Fuente: (Chapman, 2000)

### 2.2.2. El Transformador Monofásico Real

Los transformadores reales pueden ser fabricados para dos o más bobinados, físicamente están enrollados alrededor de un núcleo ferromagnético, en comparación al transformador ideal que no se fabrica.

En los transformadores reales no se delimitan satisfactoriamente como en los transformadores ideales, pero se les aproximan mucho, especialmente en unidades de gran potencia, la impedancia de magnetización son sumamente pequeñas, el cual deberán ser tomadas en cuenta.

Para entender la intervención del transformador real, la figura (3), emplea que el transformador consta de dos devanados de espiras enrolladas en un núcleo. El primario del transformador esta enlazado a una fuente de voltaje alterna, y el devanado secundario está sin libre.



**Figura 3.** Representación del transformador real

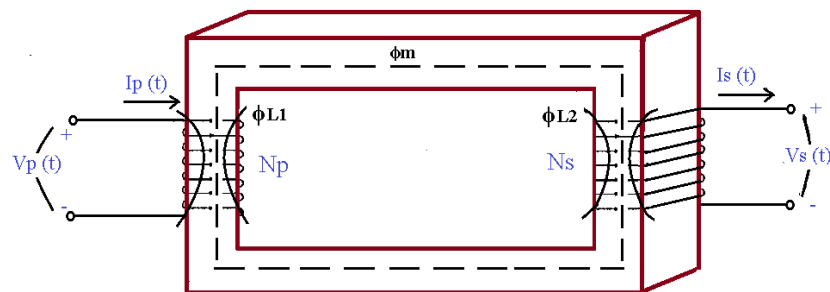
Fuente: (Chapman, 2000)

### 2.2.2.1 Flujo Magnético

En general el estudio de las máquinas eléctricas conviene separar el flujo que encierra principalmente en el hierro, el cual se le llama flujo mutuo y es mayor al flujo de dispersión, en donde se enlaza a un solo bobinado.

En realidad el flujo en las máquinas es único, ya que la división del flujo mutuo y el flujo de dispersión, es un tanto arbitraria e imprecisa pero resulta muy útil en donde se generaliza.

En la figura (4) describimos el núcleo enrollado en cada una de sus extremos un bobinado con un determinado número de espiras y se indica el flujo mutuo  $\phi_m$  y los flujos de dispersión por bobinado ( $\phi_{L1}$ ) y ( $\phi_{L2}$ ), tanto del primario como del secundario.



**Figura 4.** Representación de flujo mutuo y flujo disperso en un núcleo del transformador

Fuente: (Chapman, 2000)

Al considerar una área perpendicular al campo, definimos el flujo del campo magnético ( $\phi$ ), es la sumatoria de números de espiras en la bobina (N), por la cual circula una corriente (I).

$$\phi = \Sigma N * I$$

**Ecuación 16.** Flujo de dispersión

Fuente: (Chapman, 2000)

El detalle de la ecuación (17), nos indica que el flujo que pasa por el bobinado es justamente el flujo de dispersión, sin embargo el flujo mutuo ( $\phi_m$ ) es la sumatoria de los flujos del primario ( $\phi_{L1}$ ) y secundario ( $\phi_{L2}$ ).



$$dm = \phi L1 + \phi L2$$

**Ecuación 17.** Flujo Mutuo

Fuente: (Chapman, 2000)

Al fin se determinó que la ecuación de (18), se puede poseer el enlace de flujo ( $\lambda$ ), que esta determinado por el flujo de dispersión ( $\phi$ ) en cada bobinado (N), dando como consecuencia la siguiente ecuación.

$$\lambda = \phi * N$$

**Ecuación 18.** Enlace de flujo

Fuente: (Chapman, 2000)

Finalmente se define que el flujo medio en una bobina ( $\phi$ ), es el enlace de flujo ( $\lambda$ ) sobre el número de vueltas (N), entonces el flujo medio por vuelta está dado en la ecuación (19).

$$\phi = \frac{\lambda}{N}$$

**Ecuación 19.** Flujo medio

Fuente: (Chapman, 2000)

El flujo está presente en el devanado primario como del devanado secundario del transformador. No todo el flujo del bobinado primario atraviesa la bobina secundaria, pues algunas líneas de flujo se dispersan en el aire, llamadas así flujo disperso, obsérvese la figura (4). El flujo disperso siendo un flujo pequeño retorna a ella a través del aire sin pasar por el devanado secundario.

Dónde:

$\phi_p$  = Flujo primario

$\phi L1$  =Flujo de dispersión del primario

$dm$ =Flujo mutuo

$$\phi_p = \phi_m + \phi L1$$

**Ecuación 20.** Flujo primario

Fuente: (Chapman, 2000)

El flujo del devanado secundario también se fracciona en flujo mutuo ( $\phi_m$ ) y flujo de dispersión ( $\phi_{L2}$ ), también retorna a través del aire sin tocar el devanado primario.

$\phi_s$  = Flujo secundario

$\phi_{L2}$  = Flujo de dispersión del secundario

$\phi_m$  = Flujo mutuo

$$\phi_s = \phi_m + \phi_{L2}$$

**Ecuación 21.** Flujo secundario

Fuente: (Chapman, 2000)

### 2.2.2.2 Ecuaciones de Flujo de enlace

El origen de los efectos electromagnéticos creados por la corriente, crea un gran interés de los efectos eléctricos ocasionados por campos magnéticos, descubierta por “Michael Faraday” y “Joseph Henry”. Esta ley indica que la magnitud de la fuerza magnetomotriz inducida (f.e.m) en un circuito, es igual a la razón de cambio del flujo magnético ( $d\lambda$ ) a través del tiempo ( $dt$ ). La inducida se lo representa como ( $e_{ind}$ ).

$$e_{ind} = \frac{d\lambda}{dt}$$

**Ecuación 22.** Voltaje de inducido del transformador

Fuente: (Chapman, 2000)

Donde  $\lambda$  es el flujo ligado en la bobina, el cual se induce un voltaje producido por la el campo magnético, este fenómeno está dado para obtener las resistencias e inductancias de cada bobinado.

El enlace de flujo ( $\lambda$ ) se lo determina por la líneas de flujos de dispersión ( $\phi$ ) producidos por el campo magnético en las espiras de cada bobinado ( $N$ ) expresado en la ecuación (18).

$$\lambda = \phi * N$$

Con la división del flujo medio primario en los flujos mutuos  $\frac{d\phi_m}{dt}$  y disperso  $\frac{d\phi_{Lp}}{dt}$ , se aplica la ley de Faraday, donde el voltaje primario se puede expresar en la ecuación (24).

$$V_p(t) = N_p \frac{d\phi_m}{dt} + N_p \frac{d\phi_{L_1}}{dt}$$

**Ecuación 23.** Voltaje del primario en función del flujo

Fuente: (Chapman, 2000)

El primer miembro de la ecuación (23), puede ser llamado voltaje inducido del primario mutuo  $e_1(t)$  y el segundo miembro en voltaje inducido del devanado primario  $e_{L_1}(t)$ , de este modo, la ecuación (24) puede escribirse:

$$V_p(t) = e_1(t) * e_{L_1}(t)$$

**Ecuación 24.** Voltaje primario referido al voltaje inducido

Fuente: (Chapman, 2000)

El voltaje en la bobina secundaria del transformador puede expresarse, en términos de la ley de Faraday como:

$$V_s(t) = N_s \frac{d\phi_m}{dt} + N_s \frac{d\phi_{L_1}}{dt}$$

**Ecuación 25.** Voltaje del secundario en función del flujo

Fuente: (Chapman, 2000)

El primer miembro de la ecuación (25), puede ser llamado voltaje inducido del secundario mutuo  $e_2(t)$  y el segundo miembro en voltaje inducido del devanado secundario  $e_{L_2}(t)$ , de este modo, la ecuación (26) puede escribirse

$$V_s(t) = e_2(t) * e_{L_2}(t)$$

**Ecuación 26.** Voltaje secundario referido al voltaje inducido

Fuente: (Chapman, 2000)

Por lo tanto, los voltajes inducidos mutuos tanto de entrada como de salida, están relacionado a los flujos mutuos y expresados de siguiente manera.

$$\frac{e_1(t)}{N_P} = \frac{d\phi_m}{dt} = \frac{e_2(t)}{N_S}$$

**Ecuación 27.** Relación de Voltajes referido al flujo mutuo

Fuente: (Chapman, 2000)

La ecuación indica (28), la relación entre el voltaje primario “ $e_1(t)$ ” causado por el número de espiras del primario ( $N_p$ ) y el voltaje secundario “ $e_2(t)$ ” causado por el número de espiras del secundario ( $N_s$ ) definidos en:

$$\frac{e_1(t)}{e_2(t)} = \frac{N_p}{N_s}$$

**Ecuación 28.** Relación de transformación del voltaje inducido en función al bobinado

Fuente: (Chapman, 2000)

Para el transformador, la corriente de magnetización es requerida para producir el flujo en el núcleo del transformador y la corriente de pérdida en el núcleo requerida, por el fenómeno de histéresis y por las corrientes parásitas.

En la figura (5), la corriente que fluye en el devanado primario produce una fuerza magnetomotriz positiva ( $\mathcal{F}$ ), en tanto que la corriente que fluye en el devanado secundario produce fuerza magnetomotriz negativa, donde la fuerza magnetomotriz está expresado en la ecuación (3), da como resultado la fuerza magnetomotriz neta " $\mathcal{F}_{neta}$ " en el núcleo.

$$\mathcal{F}_{neta} = N_p * I_p - N_s * I_s$$

**Ecuación 29.** Fuerza magnetomotriz neta

Fuente: (Chapman, 2000)

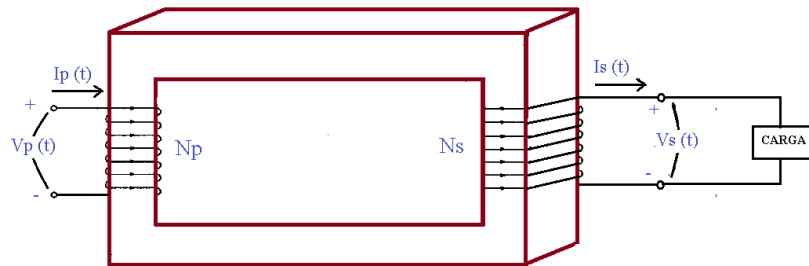
Esta fuerza magnetomotriz neta, debe producir además del flujo neto, una reluctancia del núcleo del transformador muy pequeña (aproximado a cero), siempre que el núcleo sea bien diseñado y esté saturado.

$$\frac{I_p(t)}{I_s(t)} \approx \frac{N_p}{N_s}$$

**Ecuación 30.** Relación de transformación de las corrientes en función al bobinado

Fuente: (Chapman, 2000)

La siguiente figura (5), se muestra todo lo referente a las relaciones de transformación de corriente y voltaje tanto del devanado primario y secundario.



**Figura 5.** Transformador real con carga

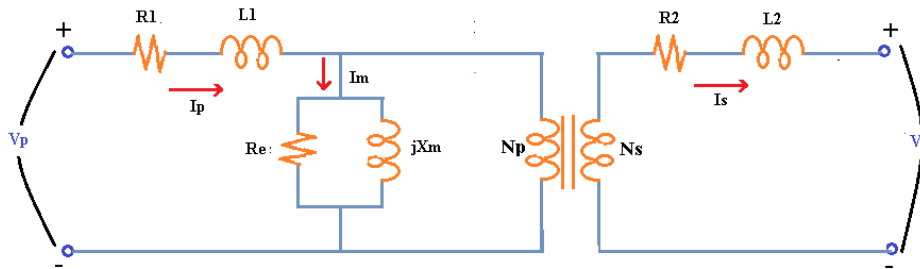
Fuente: (Chapman, 2000)

### 2.2.3. Circuito Equivalente del Transformador Monofásico

Las pérdidas que ocurren en los transformadores reales deben tenerse en cuenta en cualquier modelo aproximado del transformador. Los principales ítems que deben tenerse en cuenta para la construcción de tal modelo son:

- Pérdidas en el cobre ( $I^2 \cdot R$ ).- Son pérdidas por calentamiento resistivo en los devanados primarios y secundarios del transformador. Son proporcionales al cuadrado de la corriente en los devanados.
- Pérdidas por corrientes parásitas.- Pérdidas por calentamiento resistivo del transformador. Son proporcionales al cuadrado del voltaje aplicado al transformador.
- Pérdidas por histéresis.- Están relacionados con los reordenamientos de los dominios magnéticos en el núcleo durante cada semiciclo, y es una función compleja no lineal del voltaje aplicado al transformador.
- Flujo de dispersión.- Los flujos primarios y flujos secundarios que escapan del núcleo y pasan únicamente a través de uno de los devanados del transformador son flujos de dispersos. Esta fuga de flujos produce una auto inductancia en la bobina primaria y secundaria, y sus efectos deben tenerse en cuenta.

El circuito equivalente resultante mostrado en la figura (6), los elementos que forma la rama de excitación son (Re) y (Xm), donde (Re) es la resistencia de excitación y (Xm) es la reactancia de excitación conectadas en paralelo. La resistencia (R1) y la Inductancia primaria (L1) están en el lado primario conectados en serie, esto se debe, a que el voltaje actualmente aplicado es en realidad es igual al voltaje de entrada menos las caídas internas de voltaje en los devanados. En el lado secundario están en serie la resistencia secundaria (R2) y la inductancia secundaria (L2).



**Figura 6.** Modelo de un transformador real

Fuente: (Chapman, 2000)

Es posible elaborar un circuito equivalente que tenga en cuenta las principales imperfecciones de los transformadores reales. Como se explicó en la ecuación (25), el voltaje primario referido al inducido, el cual produce un voltaje inducido de inductancia “ $eL_1(t)$ ” dado por:

$$eL_1(t) = N_p \frac{d\phi L_1}{dt}$$

**Ecuación 31.** Voltaje inducido de la inductancia en función al flujo del lado primario

Fuente: (Chapman, 2000)

La ecuación (26) el voltaje secundario referido al inducido produce un voltaje inducido de inductancia " $eL_2(t)$ " dado por:

$$eL_2(t) = N_s \frac{d\phi L_2}{dt}$$

**Ecuación 32.** Voltaje inducido de la inductancia en función al flujo del lado secundario

Fuente: (Chapman, 2000)

Debido al recorrido del flujo a través del aire, y dado la reluctancia constante del aire y mayor que la del núcleo, el flujo " $\phi_{L_1}$ " es directamente proporcional a la corriente primaria " $I_p$ ".

$$\phi_{L_1} = (\rho N_p) I_p$$

**Ecuación 33.** Flujo disperso primario

Fuente: (Chapman, 2000)

Y el flujo " $\phi_{L_2}$ ", es directamente proporcional a la corriente secundaria " $I_s$ "

$$\phi_{L_2} = (\rho N_s) I_s$$

**Ecuación 34.** Flujo disperso secundario

Fuente: (Chapman, 2000)

Dónde:

$\rho$ = permeabilidad del camino del flujo

$N_p$ = número de vueltas de la bobina primaria

$N_s$ = número de vueltas de la bobina secundaria

$I_p$ = corriente del primario

$I_s$ = corriente del secundario

Se obtuvo el flujo de dispersión del primario de la ecuación (33) y sustituyendo en la ecuación (31), nos da como resultado una ecuación (35), donde la auto inductancia primaria ( $L_1=N^2*\rho$ ), es igual al número de espiras ( $N^2$ ) por la permeabilidad ( $\rho$ ), de la máquina eléctrica.

$$e_{L_1}(t) = L_1 \frac{dI_p}{dt}$$

**Ecuación 35.** Voltaje inducido de la inductancia del primario

Fuente: (Chapman, 2000)

El flujo de dispersión del secundario de la ecuación (34) y sustituyendo en la ecuación (32), nos da como resultado una ecuación (36), donde la auto inductancia secundaria ( $L_2=N^2*\rho$ ), es igual al número de espiras ( $N^2$ ), por la permeabilidad ( $\rho$ ), de la máquina eléctrica.

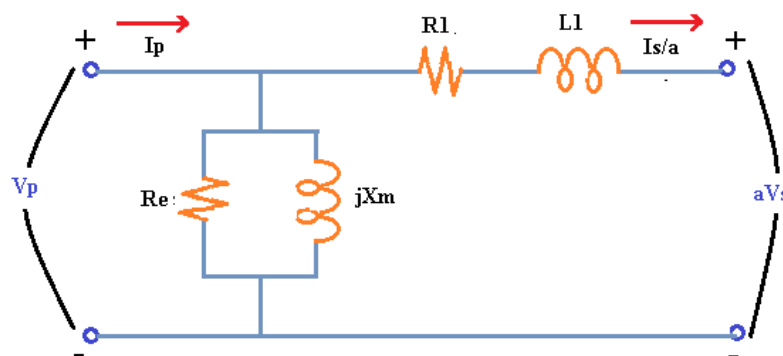
$$e_{L_2}(t) = L_2 \frac{di_s}{dt}$$

**Ecuación 36.** Voltaje inducido de la inductancia del secundario

Fuente: (Chapman, 2000)

La corriente de magnetización ( $I_m$ ) es proporcional al voltaje aplicado al núcleo y atrasa el voltaje aplicado en  $90^\circ$ , por tanto puede modelarse para una reactancia ( $X_m$ ) conectada a través de la fuente de voltaje primario. Las corrientes de pérdidas en el núcleo ( $I_{h+e}$ ) es proporcional al voltaje aplicado al núcleo que está en fase con el voltaje aplicado, tal que puede ser modelado por una resistencia ( $R_e$ ), estas dos corrientes no son lineales, más bien aproximados de los efectos de la excitación.

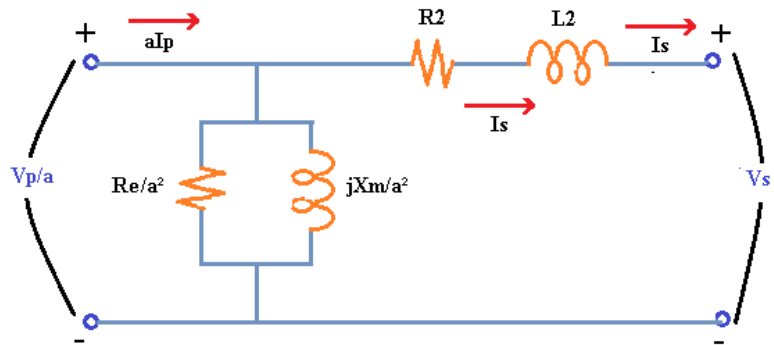
Aunque en la figura (6) es un modelo de un transformador, no es el más utilizado por esta causa, se ha elaborado un circuito equivalente simplificado que opera casi tan bien como el original. Solo se ha movido la rama de excitación hacia la entrada del circuito, dejando en serie las impedancias primaria y secundaria. Estas impedancias se adicionan dando como resultados los circuitos referidos al primario como del secundario que se muestra en la figura (7) y (8), el cual en ciertas aplicaciones la rama de excitación puede omitirse sin ocasionar graves errores.



**Figura 7.** Diagrama esquemático referido al lado primario

Fuente: (Chapman, 2000)





**Figura 8.** Diagrama esquemático referido al lado secundario

Fuente: (Chapman, 2000)

La forma más fácil para calcular los valores de “ $R_e$ ” y “ $X_m$ ”, consiste en estimar primero la admitancia de la rama de excitación. La conductancia de la resistencia de pérdidas en el núcleo está dada por:

$$G_c = \frac{1}{R_c}$$

**Ecuación 37.** Conductancia de la resistencia

Fuente: (Chapman, 2000)

Y la susceptancia de la inductancia de magnetización es:

$$B_m = \frac{1}{X_m}$$

**Ecuación 38.** Susceptancia Magnética

Fuente: (Chapman, 2000)

Puesto que estos dos elementos están en paralelo, sus admitancias se suman y la admitancia total de excitación es:

$$Y_E = G_c - jB_m$$

**Ecuación 39.** Admitancia de excitación

Fuente: (Chapman, 2000)

La magnitud de la admitancia de excitación (YE) (referida al circuito primario), puede calcularse con base los valores de voltaje (Vca) y corriente (Ica) de la prueba de circuito abierto.

$$Y_E = \frac{I_{ca}}{V_{ca}}$$

**Ecuación 40.** Magnitud de la admitancia de excitación

Fuente: (Chapman, 2000)

El ángulo de la admitancia puede encontrarse a partir del factor de potencia. El factor de potencia del circuito abierto (PF), está dado por:

$$PF = \cos\theta = \frac{P_{ca}}{V_{ca} * I_{ca}}$$

**Ecuación 41.** Factor de Potencia

Fuente: (Chapman, 2000)

Y el ángulo  $\theta$  del factor de potencia es:

$$\theta = \cos^{-1} \frac{P_{ca}}{V_{ca} * I_{ca}}$$

**Ecuación 42.** Ángulo de factor de potencia

Fuente: (Chapman, 2000)

## **CAPÍTULO 3: Herramientas basados al modelado**

En este capítulo presenta las herramientas basados al modelado por (Ataurima Arellano, 2013), donde indica los métodos más útiles para desarrollo del software.

### **3.1.Descripción del MATLAB®**

El MATLAB® proviene de los términos Matrix laboratory (Laboratorio de Matrices) y es para proporcionar sencillamente el acceso a las bibliotecas LINPACK y EISPACK, ya que hoy en día han sido organizados por LAPACK mediante la unificación de algoritmos en un sola paca, alcanzando mayor eficiencia y eficacia, fortaleciendo como la biblioteca más considerable en computación y cálculo matricial.

El MATLAB® es un método didáctico, el elemento básico de datos es una matriz que no requiere empoderamiento. Lo cual accede solucionar muchos problemas matemáticos en milésimas de tiempo que llevaría hacerlo en lenguajes como C, BASIC o FORTRAN.

Adicional el MATLAB® es un ámbito de interfaz y desarrollo de manejo totalmente integrado, orientado para encaminar a cabo proyectos en donde aparecen innoble cálculos matemáticos y la aparición gráfica de los mismos, las cuales MATLAB® integra análisis numérico, cálculo matricial, proceso de señal y visualización gráfica.

En los recursos universitarios y en el ámbito laboral MATLAB® es aprovechado en áreas de careo relacionados con la utilización de modelos matemáticos complejos, ingeniería, algebra lineal, estadística, señales y proceso digital de imágenes, entre otros.

#### **3.1.1. Categorías del Comando Ayuda en MATLAB®**

Comúnmente los procesos de MATLAB® están reflejados en ficheros.m, los cuales se unen en 20 directorios, cada uno incluyen ficheros incorporados con esa categoría. El comando de ayuda muestra la siguiente tabla de categorías:

- **Color:** Funciones de control de color y modelo de iluminación.
- **Datafun:** Análisis de datos y transformada de Fourier.
- **Demos:** Demostraciones y ejemplos.
- **Elfun:** Funciones matemáticas elementales.
- **Elmat:** Matrices elementales y manipulación de matrices.
- **Funfun:** Funciones de funciones (métodos numéricos no lineales).
- **General:** Comandos de propósito general.
- **Graphics:** Funciones gráficas de propósito general.
- **Iofun:** Funciones de E/S de ficheros de bajo nivel.
- **Lang:** Construcciones de lenguaje y depuración.
- **Matfun:** Funciones matriciales (álgebra lineal numérica).
- **Ops:** Operadores y caracteres especiales.
- **Plotxy:** Gráficos bidimensionales.
- **Plotxyz:** Gráficos tridimensionales.
- **Polyfun:** Funciones polinomiales y de interpolación.
- **Sparfun:** Funciones de matrices dispersas (*sparse*).
- **Specfun:** Funciones matemáticas especializadas.
- **Specmat:** Matrices especializadas.
- **Sounds:** Funciones de procesamiento de sonidos.
- **Strfun:** Funciones de cadenas de caracteres.

### 3.2. Descripción de la Herramienta SIMULINK

SIMULINK es una herramienta de Software que se realiza sobre MATLAB® para simular, modelar y analizar sistemas dinámicos. Ambos programas están complementados y desarrollados por “*The MathWorks Inc*”.

Simulink, posee la habilidad de simular modelos discretos, continuos, o mutuos, a través de sistemas lineales, no lineales, multifrecuencia y ecuaciones diferenciales.

Además de su interfaz de usuario gráfico (GUI), que automatiza una tarea o cálculo, el cual contiene controles de menú, barras de herramientas, botones, y controles deslizantes, etc., y puede incluir aplicaciones con interfaces de usuario personalizado.

### 3.2.1. Fases de Simulación

Simulink tiene dos fases, definición y análisis del modelo. La definición del modelo comprende en edificar elementos básicos creados previamente, tal como, bloques de ganancia, integradores, entre otros.

El análisis del modelo manifiesta realizar simulaciones que determinan el punto de equilibrio de un modelo previamente definido.

### 3.2.2. Biblioteca de Bloques

En SIMULINK podemos hallar en la biblioteca una gama de bloques, además de lograr personalizar y procrear nuestros propios bloques.

Los modelos son relativos, de manera que podamos visualizar un sistema desde una etapa superior e ingresando los bloques, podemos descender a través de capas para visualizar particularidad el modelo. Las bibliotecas principales de Simulink son:

- **Continue:** Elementos y conexiones para sistemas lineales y en tiempo continuo, además de funciones de transferencia de retardos.
- **Discontinuities:** Operadores no lineales, especialmente con diferentes tipos de saturación.
- **Discrete:** Elementos de sistemas lineales y en tiempo discreto (funciones de transferencia, diagramas de espacio-estado).
- **Logica and bit operatios:** Permiten realizar múltiples operaciones lógicas y del tipo binario.
- **Look-up tables:** Contiene bloques que permiten graficar funciones hasta n-dimensiones con arreglos de datos del mismo tamaño.
- **Math operations:** En él se encuentran múltiples elementos para operaciones matemáticas tanto reales como complejas.
- **Model verification:** Estos bloques son utilizados para la verificación y supervisión de señales permitiendo afirmar cuando la señal sale del límite especificado, pudiendo hasta llegar a detener la simulación.
- **Ports & Subsystems:** Se pueden encontrar bloques que contribuyen a la reducción de los diagramas mediante la reducción jerárquica a través de subsistemas.

- **Signal attributes:** Chequea y termina la simulación con un error cuando las características de la entrada se diferencian a las especificadas en el bloque.
- **Signal Routing:** En esta sección se encuentran multiplexores, demultiplexores interruptores y buses.
- **Sinks:** Contiene los dispositivos para crear salidas a subsistemas y para visualización gráfica.
- **Sources:** Se utiliza para generar casi todo tipo de señales
- **User-defined functions:** Permite crear funciones matemáticas, además de encontrar una cantidad importante de librerías en áreas especializadas como telecomunicaciones, control, sistemas eléctricos e ingeniería mecánica entre otros.
- **Additional math & discret:** Engloba las funciones que permiten incorporar sistemas de retardo, incrementados y decrementos.
- **Commonly used blocks:** Agrupa los bloques más usados entre todas las librerías mencionadas anteriormente.

### 3.2.3. Simulación de un Modelo desde SIMULINK

Después de determinar un modelo, se puede simular desde el menú de órdenes de SIMULINK con la primicia de visualizar la realización de los resultados de la simulación mediante los bloques de visualización. Además, los resultados de la simulación se pueden traspasar al espacio de trabajo de MATLAB® para su posterior tratamiento.

Si se selecciona el menú de Simulation Parameters aparece el siguiente cuadro de diálogo:

Durante de este cuadro se contemplan alternativas en las que sólo se interpretaran las primeras tres, debido a su extensa utilización. La pestaña Solver se desempeña de todo lo referido al método de resolución. La segunda es Data Import/Export se establece a las entradas y salidas del espacio de trabajo. La tercera consagra en seleccionar el nivel de los mensajes de aviso mostrados durante la simulación.

### 3.2.3.1. Opciones para Solución (Solver)

La pestaña “Solver” permite variar los siguientes parámetros: tamaño de pasos máximos y mínimo, márgenes de error (tolerancia relativa y absoluta), método de integración, tiempo de simulación y opciones de salida.

#### a.- Tamaño de Paso Máximo y Mínimo

En los sistemas de acceso alterable podemos asegurar el tamaño de paso máximo y sugerir el tamaño de paso mínimo. En los sistemas de paso fijo, podemos asegurar el tamaño de paso.

- **Tamaño de paso máximo (Max Step Size):** Es el mayor tiempo de paso que utiliza el método de resolución. Por defecto, viene determinando por los tiempos de inicio y de finalización. Generalmente, el valor del paso máximo que “Simulink” toma, por defecto, es suficiente.
- **Tamaño de paso mínimo (Min Step Size):** Por defecto, el método de resolución asegura el tamaño de paso inicial en afinidad con el tiempo de inicio de la simulación. Si se asegura el tamaño de paso mínimo, pero no se cumple el error mínimo, “Simulink” reduce el tamaño de paso mínimo.

#### b.- Margen de Error

Contrasta el proceso de la simulación del error en cada estado. Esto se calcula en la tolerancia relativa y absoluta:

- **Tolerancia relativa (Relative Tolerance):** Mide el error relativo de cada estado. La tolerancia relativa interpreta un porcentaje del valor de cada estado. Por defecto, la tolerancia relativa está fijada en  $(1e^{-3})$ . Esto simboliza que el valor poseerá una precisión del 0.1%.
- **Tolerancia absoluta (Absolute tolerance):** Es el valor del umbral del error. Simboliza como error tolerable al valor de la medida del estado más próximo a cero.

#### c.- Método de Integración (Solver Options)

Es el método matemático que usa “Simulink” para desarrollar la simulación de modelos. Se realiza a través de variaciones de ecuaciones diferenciales ordinarias

(ODES). Debido al proceder de los distintos sistemas dinámicos, varios métodos pueden ser eficientes más que otros.

Se elige entre métodos de paso variable (Variable-Step) o de paso fijo (Fixed-Step). Los métodos de paso variable permiten alterar el tamaño del paso durante la simulación, en cambio el paso fijo mantienen el mismo paso durante toda la simulación.

Los métodos de paso variable son:

- **Ode45:** Es un método de un solo paso, es decir, para buscar un punto, sólo se basa en el calculado anteriormente. En general, este método es el más óptimo para reparar la mayoría de los inconvenientes.
- **Ode23:** Puede ser más eficiente que el método ode45 para altas tolerancias, o en presencia de sistemas de Stiff suaves (Los sistemas Stiff son aquellos en que reflejan dinámicas lentas y rápidas, y éstas últimas alcanzan su estado estacionario). Un método apropiado para un sistema Stiff es capaz de tomar grandes pasos de integración e ignorar las partes del sistema cuya respuesta ha alcanzado ya el estado estacionario.
- **Ode113:** Puede ser más eficaz que el método ode45 para tolerancias ajustadas. Es un método multipaso, es decir, necesita percatarse de diversos puntos anteriores para calcular la solución.
- **Ode15s:** Como los métodos “ode45” y “ode113”, es un método de varios pasos. Se puede usar cuando nos encontremos con un sistema Stiff, o cuando el método ode45 no es lo suficiente eficaz. Es un método de orden variable basado en las fórmulas de diferenciación numérica (NFDs).
- **Ode23s:** Es un método de un solo paso, por lo que puede ser más eficaz que el método ode15s para altas tolerancias. Puede resolver varias clases de sistemas Stiff más eficazmente que el método “ode15s”.
- **Discrete:** Es el método que usa “Simulink” cuando detecta que el modelo no tiene estados continuos.
- Los métodos de paso fijo podemos usar son:
  - **Ode45:** Es la versión de paso fijo del método “ode45”.
  - **Ode4:** Es la fórmula de runge-Kutta de orden 4
  - **Ode3:** Es la versión de paso fijo del método “ode23”.



- **Ode2:** Es el método de Heun, también conocido como fórmula mejorada de Euler
- **Ode1:** Método de Euler.
- **Discrete:** Es un método de paso fijo que funciona sin integrar. Está indicado para modelos sin estados continuos.

**d.- Tiempo de Simulación:** Los parámetros (Start tiem) y (Stop tiem) detalla los valores de tiempo en los que la simulación comienza y termina. El tiempo de simulación no es tiempo real, es decir, el verdadero tiempo empleado en una simulación no es la diferencia entre el tiempo de inicio y de finalización, sino que dependerá de complejidad del modelo, de los tamaños de paso mínimo y máximo, y del ordenador con el que ejecute la simulación.

#### **e.- Opciones de Salida**

Mediante las opciones de salida se controla cuantos puntos de salida se requiere para que la simulación genere. Las opciones que ofrece el menú emergente es:

- **Salidas adicionales (Produce Additional outputs):** Esta opción permite determinar directamente los tiempos adicionales en los que se pretende generar puntos de salida. Al igual que con el factor de refinamiento, con esta opción no cambia el tamaño de paso.
- **Solo salidas especificadas (Produce specifed outputs only):** Con esta opción solo se obtiene en la simulación los puntos en los tiempos especificados. El tamaño de paso no se ve afectado. Esta opción es útil cuando comparamos diferentes simulaciones, para ver las salidas de cada sistema en el mismo instante de tiempo.

#### **3.2.3.3 Data Import/Export**

Las secciones son las siguientes:

##### **a.- Carga de espacio de Trabajo (Load From Workspace).**

Los bloques import se pueden usar en un modelo, que representan entradas del exterior del sistema. Para especificar una entrada externa, marcamos el cuadro Input dentro del área Load from workspace. Las entradas externas pueden ser especificadas de dos formas: mediante cualquier comando de MATLAB expresado en función del

tiempo de simulación, o como una matriz que proporciona valores de entrada para todos los bloques Import.

- **Mediante comandos de MATLAB:** Especificando el comando como una cadena de caracteres. Para cada instante de tiempo de la simulación, MATLAB evalúa y proporciona la entrada. Podemos especificar más de una entrada, separándolos con una coma.
- **Mediante una matriz de tiempo y valores de entrada:** La primera columna será un vector de tiempo en orden ascendente, y las restantes serán los valores de entrada, donde cada columna representa la entrada para un bloque Input en orden secuencial, y cada fila es el valor de entrada en cada instante de tiempo.

En esta sección también se encuentran las condiciones iniciales de que parte el sistema al comenzar una simulación, indicados en los bloques.

#### **b.- Guardar el espacio de trabajo (Save to Workspace)**

Como variables de retorno a guardar, se pueden seleccionar cuatro: el tiempo, los estados, la salida o el estado final. Se escoge marcándolo en su cuadro de sección SIMULINK escribirá valores en el espacio de trabajo para estas variables de retorno. También podemos asignar valores a variables diferentes, especificando el nombre de la variable a la derecha de los cuadros de selección. Si se quiere escribir las salidas para más de una variable, se especifican los nombres de las mismas separados por una coma.

El recuadro State permite establecer los estados de un sistema, guardar los estados finales de una simulación y aplicarlas a otra, mientras que para guardar el valor de los estados al final de la simulación, seleccionado el cuadro Final State e introducimos una variable en el campo de edición.

#### **c.- Opciones para guardar (State Options)**

Se tiene la opción de restringir la cantidad de salidas a guardar, limitando el número de filas. Para ello, en la casilla Limit data points to last escribiendo el número de filas a guardar. También se puede aplicar un factor de decimación, especificándolo en el cuadro decimación.

#### **d.- Refinamiento Salidas (Refine Output)**

El refinamiento de la salida proporciona puntos adicionales cuando la salida no es lo suficientemente exacta. Por ejemplo, un factor de refinamiento es igual a 2, proporciona puntos de salida en el intermedio de los pasos de tiempo, además de en los pasos. El factor de refinamiento por defecto es uno.

### **3.2.3.3 Diagnósticos (Diagnostics)**

En esta pestaña se especifica la acción que se requiere realice SIMULINK cuando se encuentre con cualquiera de los eventos especificados. Para cada tipo de evento, se puede elegir entre que no aparezca ningún mensaje, que aparezca un mensaje de advertencia, o que aparezca un mensaje de error. La diferencia entre estos dos tipos de mensaje de advertencia no finanza la simulación, mientras que el error si lo hace.

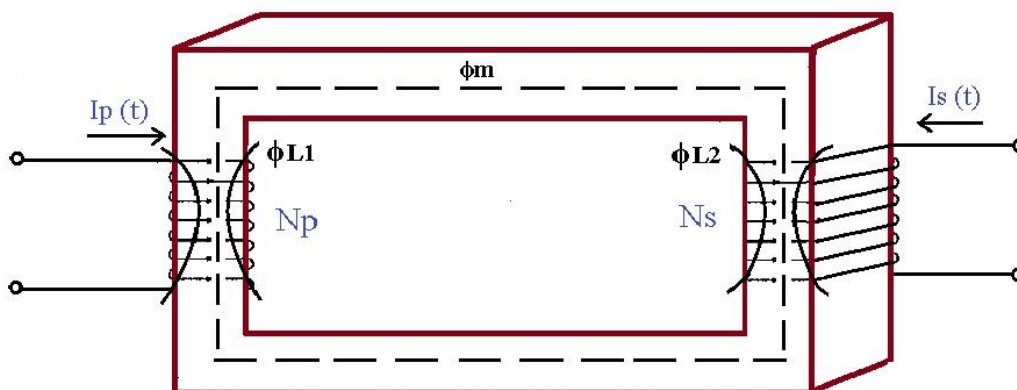
## CAPÍTULO 4: El análisis, el modelado y las simulaciones

El capítulo describe el modelo matemático para el estado de un transformador monofásico de dos devanados. se iniciará con el análisis deduciendo: las ecuaciones de flujo de dispersión, la ecuación de flujo mutuo, las ecuaciones de enlace de flujo, las ecuaciones de inductancia de los bobinados, las ecuaciones de inductancia de magnetización, las ecuaciones de inductancia de dispersión en el bobinado. Procediendo a la vez las ecuaciones de voltaje donde obtendremos el circuito equivalente, el cual se incluirá las características de saturación del núcleo y las ecuaciones de corriente.

### 4.1. Aplicabilidad del Modelo desarrollado.

#### 4.1.1. Ecuaciones de Enlace de Flujo.

Tomando en cuenta los flujos de dispersión como se ilustra en la figura (9), existe el flujo de dispersión tanto primario como secundario y un flujo enlazado como flujo total o flujo mutuo ( $\phi_m$ ) que recorre a través del núcleo.



**Figura 9.** Flujos de los bobinados

Fuente: (Chapman, 2000)

Proveniente de la Fuerza Magnetomotriz resultante, y expresado en la ecuación (3), el flujo de dispersión en el lado primario ( $\phi_{L1}$ ), es producido por la circulación de la corriente ( $I_1$ ) en el bobinado ( $N_1$ ) y por el determinado material ( $\rho_m$ ):

$$\phi_{L1} = N1 * I1 * \rho_m$$

**Ecuación 43.** Flujo del bobinado primario del modelado

Así mismo el flujo de dispersión en el lado secundario ( $\phi_{L2}$ ), circula una corriente ( $I2$ ) en el bobinado ( $N2$ ), por el mismo material.

$$\phi_{L2} = N2 * I2 * \rho_m$$

**Ecuación 44.** Flujo del bobinado secundario del modelado

El enlace de flujo primario ( $\lambda_1$ ) se define como el flujo de dispersión ( $\phi_{L1}$ ) por el número de espiras ( $N1$ ), determinado en el devanado primario, el cual viene dada por la siguiente fórmula:

$$\lambda_1 = \phi_{L1} * N1$$

**Ecuación 45.** Enlace de flujo del bobinado primario del modelado

De la misma manera el enlace de flujo secundario ( $\lambda_2$ ), se define las mismas características del enlace primario y expresado al bobinado secundario.

$$\lambda_2 = \phi_{L2} * N2$$

**Ecuación 46.** Enlace de flujo del bobinado secundario del modelado

La inductancia se define como el enlace de flujo ( $\lambda_1$ ), a través de la corriente ( $I$ ), donde el flujo está expuesta como el flujo ( $\phi$ ) por el número de espiras ( $N$ ), dando como ecuación (48).

$$L = \frac{\phi * N}{I}$$

**Ecuación 47.** Inductancia en el bobinado del modelado

$$L = \frac{\lambda_1}{I}$$

**Ecuación 48.** Expresión de la inductancia

La inductancia también puede ser expresado del número de espiras ( $N^2$ ), tanto del lado primario como del secundario por la permeabilidad ( $\rho$ ).

$$L = N^2 * \rho$$

**Ecuación 49.** Auto inductancia del bobinado

En la figura (9), indica que el flujo de dispersión primaria ( $\phi_{L1}$ ) y el flujo de dispersión secundario ( $\phi_{L2}$ ), describe el desenlace del flujo mutuo ( $\phi_m$ ) de la ecuación (17).

$$\phi_m = \phi_{L1} + \phi_{L2}$$

Se reemplaza el flujo primario de la ecuación (43) y el flujo secundario de la ecuación de la ecuación (44) dejando referido en:

$$\phi_m = N1 * I1 * \rho_m + N2 * I2 * \rho_m$$

el cual el flujo mutuo quedaría expresado de la siguiente manera:

$$\phi_m = (N1 * I1 + N2 * I2) * \rho_m$$

**Ecuación 50.** Flujo mutuo del modelado

De acuerdo al lado primario del transformador, se logró adquirir el flujo de dispersión dispuesto en la ecuación (43) y el flujo mutuo de la ecuación (17) por el número de espiras del bobinado primario ( $N1$ ), el cual se desarrolla en el ítem (1), (2), (3), (4) y (5)

$$\lambda_1 = (\phi_{L1} + \phi_m) * N1 \quad (1)$$

$$\lambda_1 = (((N1 * I1 * \rho_1) + (N1 * I1 + N2 * I2) * \rho_m) * N1) \quad (2)$$

$$\lambda_1 = ((N1 * I1 * \rho_1 + N1 * I1 * \rho_m + N2 * I2 * \rho_m) * N1) \quad (3)$$

$$\lambda_1 = (N1^2 * I1 * \rho_1) + (N1^2 * I1 * \rho_m + N1 * N2 * I2 * \rho_m) \quad (4)$$

$$\lambda_1 = (N1^2 * \rho_1 + N1^2 * \rho_m) I1 + N1 * N2 * I2 * \rho_m \quad (5)$$

La expresión (5) se puede expresar en términos de inductancia del devanado primario ( $L11$ ) por una corriente primaria ( $I1$ ) y la inductancia mutua que está referida al lado primario con respecto al lado secundario ( $L12$ ), el cual circula una corriente secundaria ( $I2$ ).

$$\lambda_1 = L_{11} * I_1 + L_{12} * I_2$$

**Ecuación 51.** Enlace de flujo del bobinado primario del modelado

De la misma forma, podemos obtener el enlace de flujo secundario, renovando el flujo de dispersión de la ecuación (44) y el flujo mutuo de la ecuación (17), resolviendo los siguientes ítems (6), (7), (8), (9) (10), donde obtendremos la ecuación (52).

$$\lambda_2 = (\phi L_2 + \phi_m) * N_2 \quad (6)$$

$$\lambda_2 = (((N_2 * I_2 * \rho_1) + (N_2 * I_2 + N_1 * I_1) * \rho_m) * N_2) \quad (7)$$

$$\lambda_2 = ((N_2 * I_2 * \rho_1 + N_2 * I_2 * \rho_m + N_1 * I_1 * \rho_m) * N_2) \quad (8)$$

$$\lambda_2 = (N_2^2 * I_2 * \rho_1) + (N_2^2 * I_2 * \rho_m + N_2 * N_1 * I_1 * \rho_m) \quad (9)$$

$$\lambda_2 = (N_1^2 * \rho_1 + N_2^2 * \rho_m) I_2 + N_2 * N_1 * I_1 * \rho_m \quad (10)$$

El flujo resultante secundario ( $\lambda_2$ ), se puede reflejar en términos de; inductancia del devanado secundario ( $L_{22}$ ) por la corriente secundaria y la inductancia del devanado mutuo ( $L_{21}$ ) por la corriente primaria, reemplazando en el ítem (10).

$$\lambda_2 = L_{22} * I_2 + L_{21} * I_1$$

**Ecuación 52.** Enlace de flujo del bobinado secundario del modelado

Obtenida los enlaces de flujo tanto del primario como del secundario expuesto en la ecuación (51) y (52), se debe adquirir las inductancias del bobinado e inductancias mutuas tanto del devanado primario como del secundario.

La inductancia del devanado primario se puede considerar como el enlace de flujo ( $\lambda_1$ ) sobre la corriente propia del primario ( $I_1$ ), así para el enrollado del primario, sea relativo a la corriente del secundario ( $I_2$ ) donde es igual a 0, reemplazando el flujo primario del ítem (1), se deduce en los ítems (11), (12), (13), (14), (15), (16), (17), (18), (19).

$$L_{11} = \frac{\lambda_1(I_2)}{I_1} \quad (11)$$

Donde  $I_2=0$

$$L_{11} = \frac{(\phi_{L1} + \phi_m) * N_1}{I_1} \quad (12)$$

$$L_{11} = \frac{(((N_1 * I_1 * \rho_1) + (N_1 * I_1 + N_2 * I_2) * \rho_m) * N_1)}{I_1} \quad (13)$$

$$L_{11} = \frac{((N_1 * I_1 * \rho_1) + (N_1 * I_1 * \rho_m + N_2 * I_2 * \rho_m) * N_1)}{I_1} \quad (14)$$

$$L_{11} = \frac{((N_1^2 * I_1 * \rho_1) + (N_1^2 * I_1 * \rho_m + N_1 * N_2 * I_2 * \rho_m))}{I_1} \quad (15)$$

$$L_{11} = \frac{((N_1^2 * I_1 * \rho_1 + N_1^2 * I_1 * \rho_m) + N_1 * N_2 * I_2 * \rho_m)}{I_1} \quad (16)$$

$$L_{11} = \frac{((N_1^2 * \rho_1 + N_1^2 * \rho_m) * I_1 + N_1 * N_2 * I_2 * \rho_m)}{I_1} \quad (17)$$

$$L_{11} = \frac{(N_1^2 * \rho_1 + N_1^2 * \rho_m) * I_1}{I_1} \quad (18)$$

$$L_{11} = N_1^2 * \rho_1 + N_1^2 * \rho_m \quad (19)$$

La inductancia primario ( $L_{11}$ ), también se lo puede expresar en términos de, inductancia de dispersión ( $(L_{L1})$ ), e inductancia de magnetización ( $L_m$ ), donde la auto inductancia de dispersión también es referido a la ecuación (49), dando como efecto la ecuación (53).

$$L_{11} = L_{L1} + L_m$$

**Ecuación 53.** Inductancia del primario del modelado

De igual manera la inductancia del devanado secundario se puede estimar como el enlace de flujo ( $\lambda_2$ ) por la corriente perteneciente al primario ( $I_2$ ), así para el enrollado del secundario sea condicional a la corriente del primario ( $I_1$ ) en que es igual a 0, sustituyendo el flujo secundario del ítem (6), logrando obtener las deducciones del (20), (21), (22), (23), (24), (25), (26), (27), (28), dando como resultado:

$$L_{22} = \frac{\lambda_2 (I_1)}{I_2} \quad (20)$$

Donde  $I_1=0$

$$L_{22} = \frac{(\phi_{L2} + \phi_m) * N_2}{I_2} \quad (21)$$

$$L_{22} = \frac{(((N_2 * I_2 * \rho_1) + (N_2 * I_2 + N_1 * I_1) * \rho_m) * N_2)}{I_2} \quad (22)$$



$$L_{22} = \frac{(N_2 * I_2 * \rho_1) + (N_2 * I_2 * \rho_m + N_1 * I_1 * \rho_m) * N_2}{I_2} \quad (23)$$

$$L_{22} = \frac{(N_2^2 * I_2 * \rho_1) + (N_2^2 * I_2 * \rho_m + N_2 * N_1 * I_1 * \rho_m)}{I_2} \quad (24)$$

$$L_{22} = \frac{(N_2^2 * I_2 * \rho_1 + N_2^2 * I_2 * \rho_m) + N_2 * N_1 * I_1 * \rho_m}{I_2} \quad (25)$$

$$L_{22} = \frac{(N_2^2 * \rho_1 + N_2^2 * \rho_m) * I_2 + N_2 * N_1 * I_1 * \rho_m}{I_2} \quad (26)$$

$$L_{22} = \frac{(N_2^2 * \rho_1 + N_2^2 * \rho_m) * I_2}{I_2} \quad (27)$$

$$L_{22} = N_2^2 * \rho_1 + N_2^2 * \rho_m \quad (28)$$

La inductancia del secundario ( $L_{22}$ ) se puede expresar en términos de, inductancia de dispersión secundaria ( $L_{L2}$ ) e inductancia de magnetización ( $L_m$ ), donde la inductancia de dispersión es descrita en la ecuación (49), dando como ecuación el (54).

$$L_{22} = L_{L2} + L_{m2}$$

**Ecuación 54.** Inductancia del secundario del modelado

Al conseguir la inductancia del bobinado primario como del secundario descritos en la ecuación (53) y (54), se debe obtener la inductancia de dispersión e inductancia de magnetización tanto del lado primario como del secundario

Dado la ecuación de inductancia de la ecuación (47), se relaciona la inductancia de magnetización del lado primario ( $L_{m1}$ ) expresado en los ítems (29), (30), (31)

$$L_{m1} = \frac{\phi * N_1}{I_1} \quad (29)$$

$$L_{m1} = \frac{(N_1 * I_1 * \rho_m) * N_1}{I_1} \quad (30)$$

$$L_{m1} = N_1^2 * \rho_m \quad (31)$$

Sin embargo obtenido la inductancia de magnetización ( $L_{m1}$ ), se puede obtener la permeabilidad ( $\rho_m$ ) expresado en el lado primario ( $N_1$ ).

$$\rho_m = \frac{Lm1}{N1^2}$$

**Ecuación 55.** Permeabilidad del transformador

Aplicando el mismo desarrollo (29), (30), (31), podemos obtener la inductancia de magnetización (Lm2), implicando ítems (32), (33), (34):

$$Lm2 = \frac{\phi * N2}{I2} \quad (32)$$

$$Lm2 = \frac{(N2 * I2 * \rho_m) * N2}{I2} \quad (33)$$

$$Lm2 = N2^2 * \rho_m \quad (34)$$

Por lo tanto obtenido, la permeabilidad de la ecuación (55), se sustituye en el ítem (34) para obtener la inductancia de magnetización del transformador en el lado secundario (Lm2), expresado en la ecuación (56).

La permeabilidad mutua se lo puede relacionar entre las inductancias de magnetización.

$$Lm2 = Lm1 * \left(\frac{N2}{N1}\right)^2$$

**Ecuación 56.** Inductancia de magnetización referente al lado primario

Y se despeja LM1 de la ecuación (56), para implicar a la inductancia de magnetización del transformador en el lado primario, dando como efecto la ecuación (57).

$$Lm1 = Lm2 * \left(\frac{N1}{N2}\right)^2$$

**Ecuación 57.** Inductancia de magnetización referente al lado secundario

Para obtener las inductancias de dispersión del bobinado primario en relación al bobinado del secundario (L12), se debe obtener la permeabilidad por el número de espiras (N1 y N2). Se reemplaza la permeabilidad de la ecuación (55) dejado expresado en la siguiente ecuación (58) y detallado en (35) y (36)

$$L12 = N1 * N2 * \rho_m \quad (35)$$

$$L12 = N1 * N2 * \frac{Lm1}{N1^2} \quad (36)$$

$$L12 = Lm1 * \frac{N2}{N1}$$

**Ecuación 58.** Inductancia de dispersión del primario referido al secundario

Para obtener las inductancias de dispersión del bobinado secundario en relación al bobinado del primario (L21), se reemplaza la permeabilidad de la ecuación (55), quedando expresado la siguiente ecuación (58) y detallado en el ítem (37), (38).

$$L21 = N2 * N1 * \rho_m \quad (37)$$

$$L21 = N2 * N1 * \frac{Lm2}{N2^2} \quad (38)$$

$$L21 = Lm2 * \frac{N1}{N2}$$

**Ecuación 59.** Inductancia de dispersión del secundario referido del primario

Obtenido las respectivas inductancias, la inductancia mutua de la ecuación (58) y la inductancia primaria de la ecuación (53), se reemplazan y obtiene el enlace de flujo primario expresado en los ítems (39), (40), (41), (42), quedando como ecuación (60).

$$\lambda_1 = L_{11} * I_1 + L_{12} * I_2 \quad (39)$$

$$\lambda_1 = (L_{L1} + Lm1) * I_1 + \left(\frac{N2}{N1} * Lm1\right) * I_2 \quad (40)$$

$$\lambda_1 = (L_{L1} * I_1 + Lm1 * I_1) + \left(\frac{N2}{N1} * Lm1\right) * I_2 \quad (41)$$

$$\lambda_1 = (L_{L1} * I_1 (Lm1 * I_1 + \frac{N2}{N1} * Lm1 * I_2)) \quad (42)$$

$$\lambda_1 = (L_{L1} * I_1 + Lm1(I_1 + \frac{N2}{N1} * I_2))$$

**Ecuación 60.** Enlace de flujo total del lado primario del modelado

De igual manera, la inductancia mutua de la ecuación (59) y la inductancia secundaria de la ecuación (54), se obtiene el enlace de flujo secundario expresado en los ítems (43), (44), (45), (46), quedando como ecuación 61.

$$\lambda_2 = L_{22} * I_2 + L_{21} * I_1 \quad (43)$$

$$\lambda_2 = (L_{L2} + L_{m2}) * I_2 + \left(\frac{N_1}{N_2} * L_{m2}\right) * I_1 \quad (44)$$

$$\lambda_2 = (L_{L2} * I_2 + L_{m2} * I_2) + \left(\frac{N_1}{N_2} * L_{m2}\right) * I_1 \quad (45)$$

$$\lambda_2 = (L_{L2} * I_2 + L_{m2} * I_2 + \frac{N_1}{N_2} * L_{m2} * I_1) \quad (46)$$

$$\lambda_2 = (L_{L2} * I_2 + L_{m2} * (I_2 + \frac{N_1}{N_2} * I_1))$$

**Ecuación 61.** Enlace de flujo total del lado secundario del modelado

#### 4.1.2. Ecuaciones de Voltaje.

El voltaje inducido en los bobinados es igual a la relación de cambio del enlace de flujo en dicho bobinado con respecto al tiempo. Así el voltaje en cada bobinado del transformador está dado por la derivada de su respectivo enlace de flujo.

**Voltaje en el primario:** Expresado en la ecuación de voltaje inducido primario (22), se reemplaza el enlace de flujo total primario de la ecuación (60) y desarrollado en los ítems (43), (44), (45).

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} \quad (47)$$

$$e_1 = \frac{d}{dt} ((L_{L1} * I_1 + L_{m1} * (I_1 + \frac{N_2}{N_1} * I_2)) \quad (48)$$

$$e_1 = ((L_{L1} * \frac{d}{dt} * I_1 + L_{m1} * \frac{d}{dt} * (I_1 + \frac{N_2}{N_1} * I_2)) \quad (49)$$

Donde la corriente ( $I_2$ ), es el valor equivalente de la corriente del bobinado secundario por la relación del número de espiras, en este caso del devanado primario y expresado ( $\frac{N_2}{N_1} * I_2$ ) quedando una corriente referida ( $I_2'$ ) y reemplazado en el ítem (49).

$$e_1 = ((L_{L1} * \frac{d}{dt} * I_1 + L_{m1} * \frac{d}{dt} * (I_1 + I_2'))$$

**Ecuación 62.** Voltaje inducido del bobinado primario del modelado

De la misma manera, podemos obtener el voltaje inducido en el bobinado secundario, resolviendo los siguientes ítems (50), (51), (52), (53), (54), (55), (56).

$$e_2 = \frac{d\lambda_2}{dt} \quad (50)$$

$$e_2 = \frac{d}{dt} (L_{L2} * I_2 + L_{m2}(I_2 + \frac{N_1}{N_2} * I_1)) \quad (51)$$

$$e_2 = (L_{L2} * \frac{d}{dt} I_2 + L_{m2} \frac{d}{dt} (I_2 + \frac{N_1}{N_2} * I_1)) \quad (52)$$

$$e_2 = (L_{L2} \frac{d}{dt} (\frac{N_1}{N_2} * I_2') + L_{m2} \frac{d}{dt} (\frac{N_1}{N_2} * I_2' + \frac{N_1}{N_2} * I_1)) \quad (53)$$

$$e_2 = (L_{L2} \frac{d}{dt} (\frac{N_1}{N_2} * I_2') + L_{m2} (\frac{N_1}{N_2} * \frac{d}{dt} (I_2' + I_1))) \quad (54)$$

$$e_2 = \frac{N_1}{N_2} ((L_{L2} * \frac{d}{dt} I_2' + L_{m2} \frac{d}{dt} (I_2' + I_1))) \quad (55)$$

$$e_2' = \frac{N_1}{N_2} * e_2 \quad (56)$$

Donde el voltaje inducido referido del secundario ( $e_2'$ ), también puede ser referido a la relación del número de espiras por el voltaje inducido del secundario, como esta expresado en el ítem (56). Se reemplaza el ítem (54) para desarrollar en los ítems (57), (58), (59).

$$e_2' = (L_{L2} \frac{d}{dt} ((\frac{N_1}{N_2})^2 * I_2') + L_{m2} (\frac{N_1}{N_2})^2 * \frac{d}{dt} (I_2' + I_1)) \quad (57)$$

$$e_2' = (L_{L2} (\frac{N_1}{N_2})^2 * \frac{d}{dt} I_2' + L_{m1} (\frac{N_2}{N_1})^2 * (\frac{N_1}{N_2})^2 * \frac{d}{dt} (I_2' + I_1)) \quad (58)$$

$$e_2' = (L_{L2} (\frac{N_1}{N_2})^2 * \frac{d}{dt} I_2' + L_{m1} \frac{d}{dt} (I_2' + I_1)) \quad (59)$$

Donde en el ítem (59), la inductancia de dispersión referido del secundario ( $L_{L2}'$ ) también se lo puede expresar en términos de inductancia de dispersión ( $L_{L2}$ ) por un número de espiras, quedando la ecuación de voltaje inducido referido y quedando como ecuación (63).

$$L_{L2}' = (L_{L2} \frac{N_1^2}{N_2}) \quad (66)$$

$$e_2' = (L_{L2}' * \frac{d}{dt} I_2' + L_{m1} \frac{d}{dt} (I_2' + I_1))$$

**Ecuación 63.** Voltaje inducido del bobinado secundario del modelado

El voltaje en el terminal primario de un bobinado, es la suma de voltaje inducido ( $e_1$ ) por la corriente ( $I_1$ ) y la resistencia ( $R_1$ ) del bobinado. Por ende está definido en el ítem (67).

$$V_1 = R_1 * I_1 + e_1 \quad (67)$$

Se obtuvo el ítem (67) con la finalidad del reemplazar el voltaje inducido primario de la ecuación (62), para dejar expresado el voltaje primario del modelado en la siguiente ecuación (64).

$$V_1 = R_1 * I_1 + (L_{L1} * \frac{d}{dt} I_1 + L_{m1} \frac{d}{dt} (I_1 + I_2'))$$

**Ecuación 64.** Voltaje en el terminal primario del transformador

**Voltaje en el secundario:** El voltaje en el terminal secundario, es la suma de voltaje inducido ( $e_2$ ) y la corriente ( $I_2$ ) debido a la resistencia ( $R_2$ ) del bobinado. Por ende esta definido en el ítem (67).

$$V_2 = R_2 * I_2 + e_2 \quad (68)$$

Se consiguió el ítem (68), con el propósito de sustituir el voltaje inducido secundario del ítem (54), para resolver en los ítems (69), (71), (72), (73), (74) y como resultado tener el voltaje secundario del modelado en la ecuación (65).

$$V_2 = R_2 * I_2 + (L_{L2} \frac{d}{dt} (\frac{N_1}{N_2} * I_2') * L_{m2} (\frac{N_1}{N_2} * \frac{d}{dt} (I_2' + I_1))) \quad (69)$$

$$V_2 = (R_2 * ((\frac{N_1}{N_2}) * I_2')) + (L_{L2} \frac{d}{dt} (\frac{N_1}{N_2} * I_2') + L_{m2} (\frac{N_1}{N_2} * \frac{d}{dt} (I_2' + I_1))) \quad (70)$$

$$V_2 = \frac{N_1}{N_2} ((R_2 * I_2') + (L_{L2} \frac{d}{dt} I_2') + L_{m2} (\frac{d}{dt} (I_2' + I_1))) \quad (71)$$

$$V_2' = \frac{N_1}{N_2} V_2 \quad (72)$$

$$V_2' = \frac{N_1}{N_2} (R_2 * ((\frac{N_1}{N_2}) * I_2')) + (L_{L2} \frac{d}{dt} (\frac{N_1}{N_2} * I_2') + L_{m2} (\frac{N_1}{N_2} * \frac{d}{dt} (I_2' + I_1))) \quad (73)$$

$$V_2' = (R_2 * ((\frac{N_1}{N_2})^2 * I_2')) + (L_{L2} * (\frac{N_1}{N_2})^2 * \frac{d}{dt} I_2') + L_{m2} * (\frac{N_1}{N_2})^2 * \frac{d}{dt} (I_2' + I_1)) \quad (74)$$

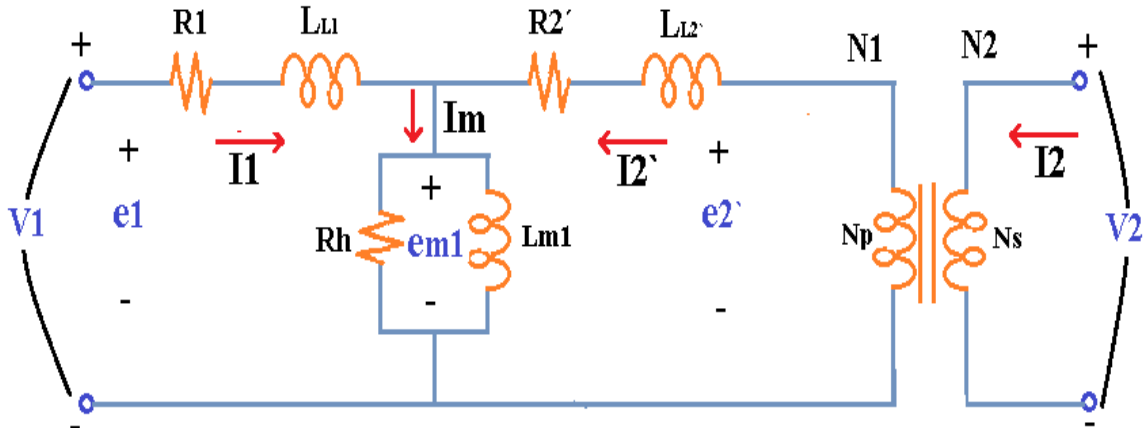
Donde  $R_2' = R_2 * ((\frac{N_1}{N_2})^2)$

$$V_2' = (R_2' * I_2') + (L_{L2}' * \frac{d}{dt} I_2') + L_{m1} * \frac{d}{dt} (I_2' + I_1))$$

**Ecuación 65.** Voltaje referido en el terminal secundario del transformador

### 4.1.3. Circuito Equivalente.

Para obtener el circuito equivalente, más próximo, al modelo de un transformador real. Es necesario incluir las pérdidas en el núcleo, para lo cual se pueda aproximar mediante una resistencia ( $R_h$ ) y una inductancia de magnetización ( $L_{m1}$ ) conectada en paralelo al modelo ideal.



**Figura 10.** Representación del modelo del transformador real

### 4.1.4. Representación de ecuaciones en estado del tiempo.

Analizando el circuito equivalente de la figura, podemos aplicar las leyes Kirchhoff dando las corrientes y voltajes del mismo, el cual se asume:

$$I_2' = I_2 * \left(\frac{N_2}{N_1}\right)$$

**Ecuación 66.** Corriente del secundario del transformador

$$e_2' = e_2 * \left(\frac{N_1}{N_2}\right)$$

**Ecuación 67.** Voltaje inducido en el bobinado secundario del transformador.

Ecuación 1.3.3

$$L_{L2}' = L_{L2} * \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

**Ecuación 68.** Inductancia del secundario del transformador

$$R2' = R2 * \left(\frac{N1}{N2}\right)^2$$

**Ecuación 69.** Resistencia del secundario del transformador

$$V2' = V2 * \left(\frac{N1}{N2}\right)$$

**Ecuación 70.** Voltaje del secundario del transformador

$$e1 = e2'$$

**Ecuación 71.** Voltaje inducido primario en función del voltaje inducido referido al secundario

Aplicando la ley de corriente de Kirchhoff, podemos indicar de que las corrientes de entrada son igual a las corrientes de salida:

$$I1 + I2' = Ih + Im1 \quad (75)$$

Así mismo aplicando la ley de voltaje en el primario (V1) obtendremos:

$$V1 = R1 * I1 + L_{L1} * \frac{d}{dt} I1 + em \quad (76)$$

$$V1 = R1 * I1 + L_{L1} * \frac{d}{dt} I1 * Rh (I1 + I2' - Im)$$

**Ecuación 72.** Voltaje primario del modelado

Donde el voltaje inducido en el núcleo ( $em_1$ ), se expresa en términos de resistencia ( $Rh$ ) con la corriente ( $Ih$ ), o en términos de derivada quedando la corriente de magnetización ( $Im$ ) y la inductancia de magnetización ( $Lm1$ ):

$$em_1 = Lm1 * \frac{d}{dt} I1 \quad (64)$$

$$em_1 = Rh(I1 + I2' - Im)$$

**Ecuación 73.** Voltaje inducido del núcleo del modelado

De tal manera, de que el voltaje referido del secundario ( $V2'$ ) está expresado en el ítem (78), se reemplaza el voltaje del núcleo de la ecuación (73), dando como ecuación (74).



$$V2' = R2' * I2' + L_{L2}' * \frac{d}{dt} I2 + em \quad (78)$$

$$V2' = R2' * I2' + L_{L2}' * \frac{d}{dt} I2 + Rh(I1 + I2' - Im)$$

**Ecuación 74.** Voltaje referido secundario del modelado

Se despeja la corriente de la ecuación (72), para lograr dejar expresado la 1° ecuación, de corriente primaria del modelado, donde se resuelve en los siguientes ítems (79), (80) y (81).

$$V1 = R1 * I1 + L_{L1} * \frac{d}{dt} I1 + Rh (I1 + I2' - Im)$$

$$L_{L1} * \frac{d}{dt} I1 = V1 - R1 * I1 + Rh (I1 + I2' - Im) \quad (79)$$

$$\frac{d}{dt} I1 = \frac{1}{L_{L1}} V1 - \frac{R1}{L_{L1}} * I1 - \frac{Rh}{L_{L1}} (I1 + I2' - Im) \quad (80)$$

$$\frac{d}{dt} I1 = \frac{1}{L_{L1}} * V1 - \frac{R1}{L_{L1}} * I1 - \frac{Rh}{L_{L1}} * I1 - \frac{Rh}{L_{L1}} * I2' + \frac{Rh}{L_{L1}} * Im \quad (81)$$

$$\frac{d}{dt} I1 = \frac{1}{L_{L1}} * V1 - \frac{R1 + Rh}{L_{L1}} * I1 - \frac{Rh}{L_{L1}} * I2' + \frac{Rh}{L_{L1}} * Im$$

**Ecuación 75.** Representación de la 1° ecuación de corriente primaria del modelado

Se despeja la corriente de la ecuación (73), para lograr dejar expresado la 2° ecuación, de corriente secundaria del modelado, el cual se resuelve en los siguientes ítems (82), (83), (84), (85), (86) y (87).

$$V2' = R2' * I2' + L_{L2}' * \frac{d}{dt} I2 + Rh * (I1 + I2' - Im)$$

$$L_{L2}' * \frac{d}{dt} I2 = V2' - R2' * I2' - Rh * (I1 + I2' - Im) \quad (82)$$

$$L_{L2}' * \frac{d}{dt} I2 = \left(\frac{N1}{N2}\right) V2 - R2' * I2' - Rh * (I1 + I2' - Im) \quad (83)$$

$$\frac{d}{dt} I2 = \frac{\left(\frac{N1}{N2}\right)}{L_{L2}'} * V2 - \frac{R2'}{L_{L2}'} * I2' - \frac{Rh}{L_{L2}'} * (I1 + I2' - Im) \quad (84)$$

$$\frac{d}{dt} I2 = \frac{\left(\frac{N1}{N2}\right)}{L_{L2}'} * V2 - \frac{R2'}{L_{L2}'} * I2' - \frac{Rh}{L_{L2}'} * I1 - \frac{Rh}{L_{L2}'} * I2' + \frac{Rh}{L_{L2}'} * Im \quad (85)$$

$$\frac{d}{dt} I2 = \frac{\left(\frac{N1}{N2}\right)}{L_{L2}'} * V2 - \frac{Rh}{L_{L2}'} * I1 - \frac{R2' + Rh}{L_{L2}'} * I2' + \frac{Rh}{L_{L2}'} * Im \quad (86)$$

$$\frac{N1}{N2} = a \quad (87)$$

$$\frac{d}{dt} I_2 = \frac{a}{L_{L2}} * V_2 - \frac{R_h}{L_{L2}} * I_1 - \frac{R_2 + R_h}{L_{L2}} * I_2 + \frac{R_h}{L_{L2}} * I_m$$

**Ecuación 76.** Representación de la 2º ecuación de corriente secundaria del modelado

$$e_{m1} = L_{m1} * \frac{d}{dt} I_m \quad (88)$$

$$\frac{d}{dt} I_m = \frac{e_{m1}}{L_{m1}} \quad (89)$$

$$\frac{d}{dt} I_m = \frac{R_h}{L_{m1}} * (I_1 + I_2' - I_m) \quad (90)$$

Saturación del núcleo

$$\lambda_m = L_m * I_m \quad (91)$$

$$d\lambda_m = L_m * dI_m \quad (92)$$

$$L_m = \frac{d\lambda_m}{dI_m} \quad (93)$$

$$\lambda_m(I_m) = \lambda_n \arctg(m * I_m) + \Delta\lambda * I_m \quad (94)$$

$$\Delta\lambda = 0$$

$$\lambda_m(I_m) = \lambda_n \arctg(m * I_m) \quad (95)$$

$$\frac{d\lambda_m}{dI_m} = \lambda_n \frac{1}{1+(m*I_m)^2} \quad (96)$$

$$L_{m1} = \frac{\lambda_n}{1+m^2*I_m^2} \quad (97)$$

Reemplazamos

$$\frac{d}{dt} I_m = \frac{R_h}{L_{m1}} * (I_1 + I_2' - I_m) \quad (98)$$

$$\frac{d}{dt} I_m = \frac{R_h}{\frac{\lambda_n}{1+m^2*I_m^2}} * (I_1 + I_2' - I_m) \quad (99)$$

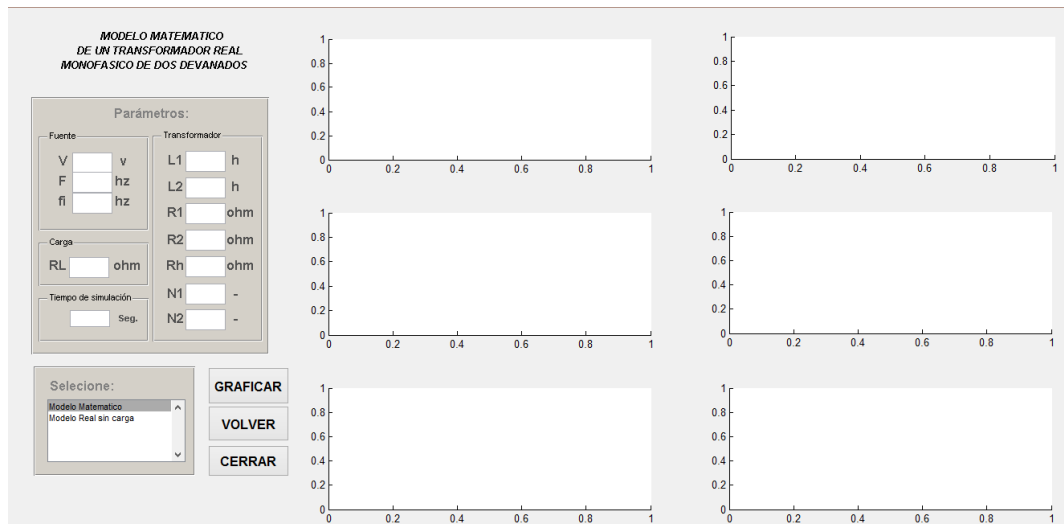
$$\frac{d}{dt} I_m = \frac{R_h}{\lambda_n * m} * (1 + m^2 * I_m^2) * (I_1 + I_2' - I_m)$$

**Ecuación 77.** Representación de la 3º ecuación de corriente de magnetización del modelado

## 4.2. Transformador monofásico saturable de dos devanados con alimentación sinusoidal.

### 4.2.1. Condiciones del modelado

La figura 11, indica que debemos tomar en cuenta los valores de la resistencia, la inductancia, el número de espiras en el bobinado tanto del lado primario como del secundario y la resistencia de magnetización para la verificación de la simulación del modelado.



**Figura 11.** Parámetros de simulación en el MATLAB®

Fuente: Autores

### 4.2.2. Validación del Modelo

En las ecuaciones (75), ecuación (76) y ecuación (77), se obtuvo la función expresado matemáticamente, el cual en la figura siguiente se desarrolla los diagramas esquemáticos para la simulación del modelo matemático de un transformador de dos devanados:

1º ecuación:

$$\frac{d}{dt} I1 = \frac{1}{L_{L1}} * V1 - \frac{R1 + Rh}{L_{L1}} * I1 - \frac{Rh}{L_{L1}} * I2' + \frac{Rh}{L_{L1}} * Im)$$

2º ecuación:

$$\frac{d}{dt} I2 = \frac{a}{L_{L2}} * V2 - \frac{Rh}{L_{L2}} * I1 - \frac{R2 + Rh}{L_{L2}} * I2' + \frac{Rh}{L_{L2}} * Im)$$

3º ecuación:

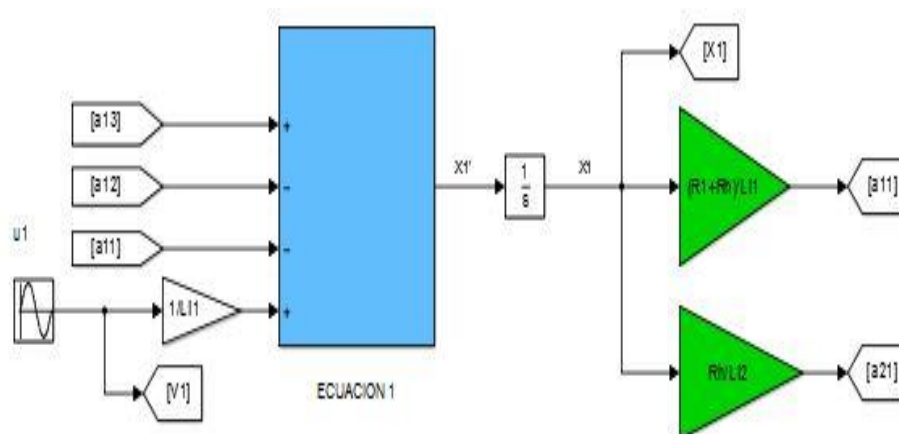
$$\frac{d}{dt} I_m = \frac{R_h}{\lambda_n * m} * (1 + m^2 * I_m^2) * (I_1 + I_2 - I_m)$$

Dentro de la siguiente figura (12) encontramos el circuito deducible de la primera ecuación del modelo matemático del transformador, donde se observa diferentes bloques como: “onda sinusoidal”, “ruteo de señal”, “ganancia”, “gato” y “sumador de elementos”.

El bloque de “onda sinusoidal” es la fuente de alimentación del circuito, el cual está asociado a una “ganancia” ( $\frac{1}{L_{L1}}$ ), la entrada de la “ganancia” se multiplica por el bloque “gato” (V1), luego el resultado de esta “ganancia” se convierte en el tipo de datos de salida llegando al “sumador de elementos”.

Las entradas de la “ganancias” ( $\frac{R_1 + R_h}{L_{L1}}$ ) y ( $\frac{R_h}{L_{L2}}$ ) está dado por el producto del bloque “gato” (X1) que es la corriente primaria, los bloques de “ruteo” permiten pasar una señal de un lugar a otro sin tener que conectarlos, para ello deben estar asociados y etiquetados, la etiqueta de (a11) está enlazado al sumador de la primera ecuación y (a21) está ligado al sumador de la segunda ecuación.

Las señales de “ruteo” de las variables (a13) y (a12) está interconectados con la segunda ecuación y la tercera ecuación, donde entra al “sumador” dando como consecuencia una variable (X1'), el cual al integrarlo dará como resultado el valor (X1) de la primera ecuación.



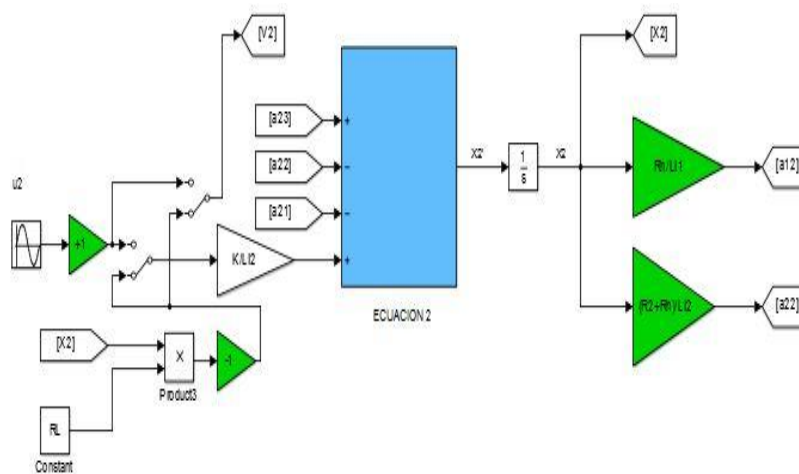
**Figura 12.** Diagrama Esquemático de la 1º ecuación del modelado

Fuente: Autores

La posterior figura (13), vemos el esquema deducible de la segunda ecuación, donde  $\left(\frac{R_h}{L_{L1}}\right)$  y  $\left(\frac{R_2+R_h}{L_{L2}}\right)$  tienen sus variantes de (a12) y (a22), la cual están asociados a la entradas de las señales del “sumador”. El bloque “goto” (X2) es la corriente del secundario y ésta a su vez coligado a las variantes.

El voltaje del lado secundario está dado por  $V_2 = -R_L * I_2$ , donde la corriente del secundario (I2) es el bloque de ruteo (X2) que interactúa con la variable de la resistencia (RL) y el producto, entra con una ganancia de signo menos (-1) para enlazarlo con el bloque de “goto” (V2), y unirlo con la ganancia  $\left(\frac{K}{L_{L2}}\right)$ , llegando a la entrada del “sumador”, donde “K” es la constante del número de bobinado  $\left(\frac{N_1}{N_2}\right)$ .

Las señales de “ruteo” de las variables (a23) y (a21), están incorporados con la tercera ecuación, donde pasarán a la entrada del “sumador” de la segunda ecuación, dando como resultado un integrado.

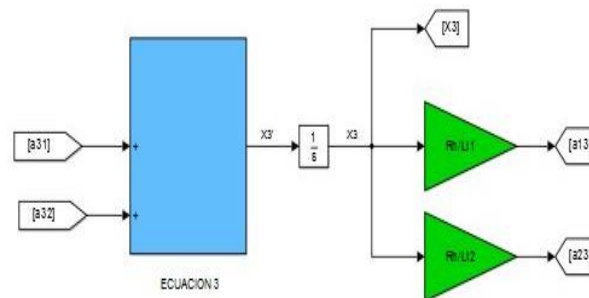


**Figura 12.** Diagrama esquemático de la 2ª ecuación del modelado

Fuente: Autores

Las figuras (14) y (15) nos detallan el desarrollo de la tercera ecuación, donde la figura 14, nos indica que “goto” (X3), es la corriente de magnetización y está vinculado con el bloque  $\left(\frac{R_h}{L_{L1}}\right)$  y  $\left(\frac{R_h}{L_{L2}}\right)$ , teniendo sus distinción que es el bloque (a13) y (a23), finalmente las salidas de las señales route” ingresan al “sumador” de la tercera ecuación.

Como se puede apreciar el bloque “sumador” de la tercera ecuación esta direccionado con los bloques de “ruteo” (a31) y (a32), para obtener el resultado de la tercera ecuación

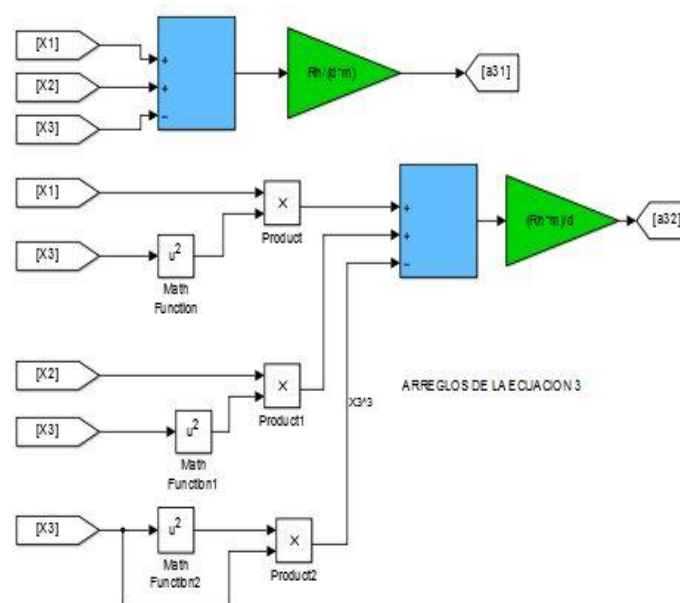


**Figura 134.** Diagrama esquemático de la 3ª ecuación del modelado

Fuente: Autores

Deduciendo la figura (15) de los bloques “goto” (a31) y (a32), están vinculados con las salidas de señales de datos del ruteo (a31) y (a32).

En las “ganancias” del  $(\frac{Rh}{d \cdot m})$  y  $(\frac{Rh \cdot m}{d})$  esta dada por la sumatoria de corrientes: corriente del primario (X1), corriente del secundario (X2) y la corriente de magnetización (X3). Tomando en cuenta que la resistencia del núcleo están dadas por las corrientes elevadas a la exponencial.

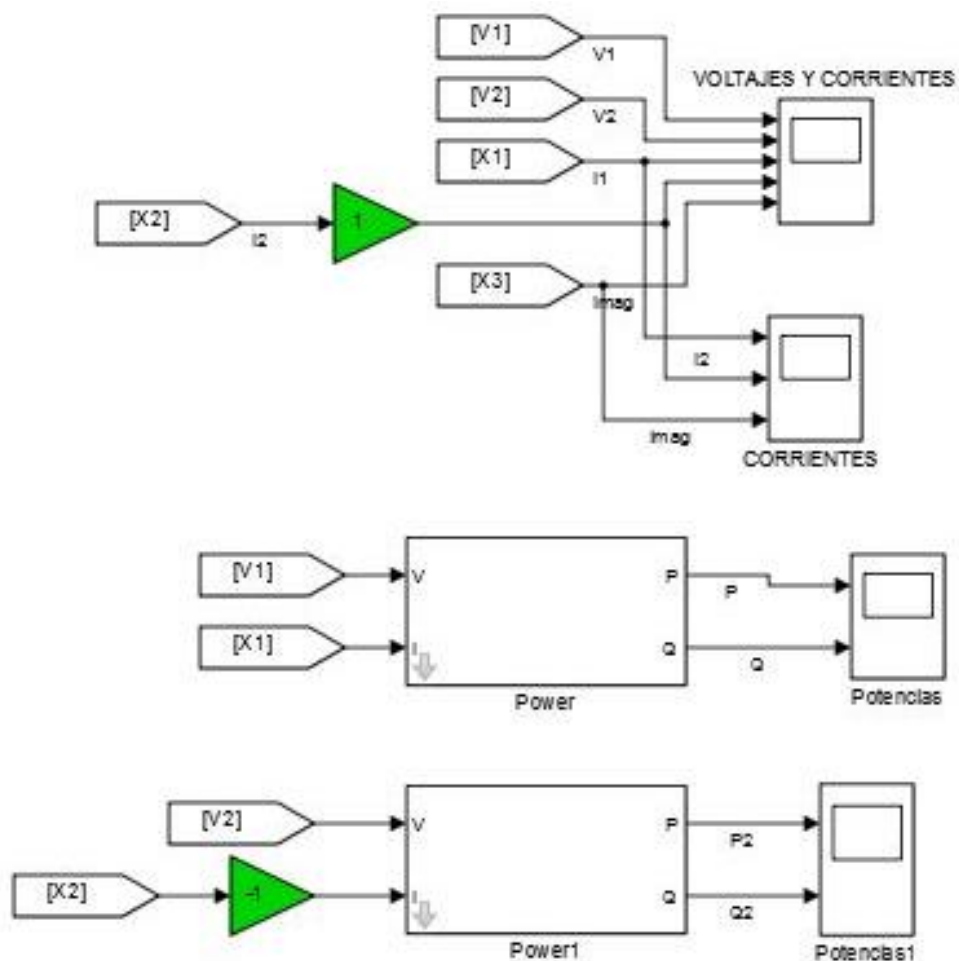


**Figura 14.** Diagrama de la 3ª ecuación del modelado

Fuente: Autores

Como visualizamos en la figura (16), con el bloque “Scoop”, obtendremos representaciones gráficas de señales de voltajes entrada (V1), voltajes de salida (V2), corriente del primario (X1) corriente del secundario (X2) y la corriente de magnetización (X3).

El voltaje (V1) y la corriente (X1) del lado primario, se obtendrá la potencia de alta tensión, y el voltaje (V2) y la corriente (X2) del lado secundario, se obtendrá la potencia de baja tensión



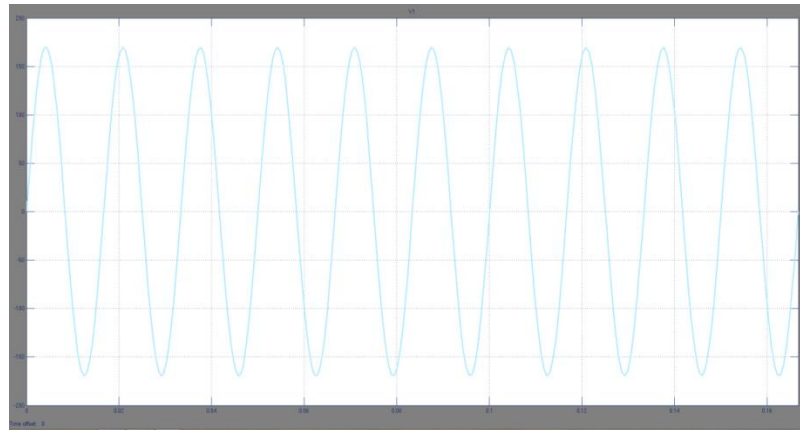
**Figura 15.** Diagrama esquemático de la simulación del modelado

Fuente: Autores

Como prueba para comprobar la eficiencia del diseño del modelado matemático del transformador monofásico de dos devanados se tomó valores aleatorios. Con los valores se demostró que el programa se está efectuando de una forma lógica donde explica el comportamiento teórico del equipo estacionario y a su vez continuar con el interfaz en MATLAB®.

Se ingresan los parámetros para obtener simulaciones gráficas de voltaje, corriente tanto del devanado primario como del devanado secundario y la corriente de magnetización expresadas en las siguientes figuras.

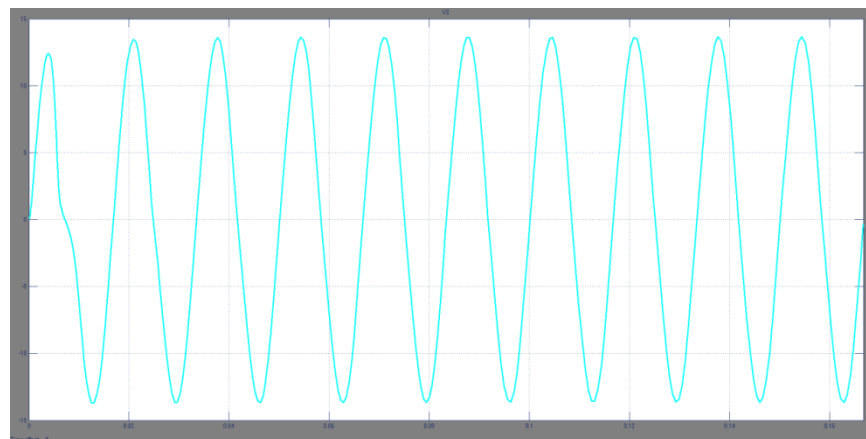
La figura (17), representa la gráfica de la curva típica del voltaje primario del transformador, la curva demuestra una amplitud de voltaje en función del tiempo.



**Figura 16.** Curva típica de voltaje primario

Fuente: Autores

La figura (18), representa la gráfica de curva típica de voltaje en el devanado secundario del transformador.



**Figura 17.** Curva típica de voltaje secundario

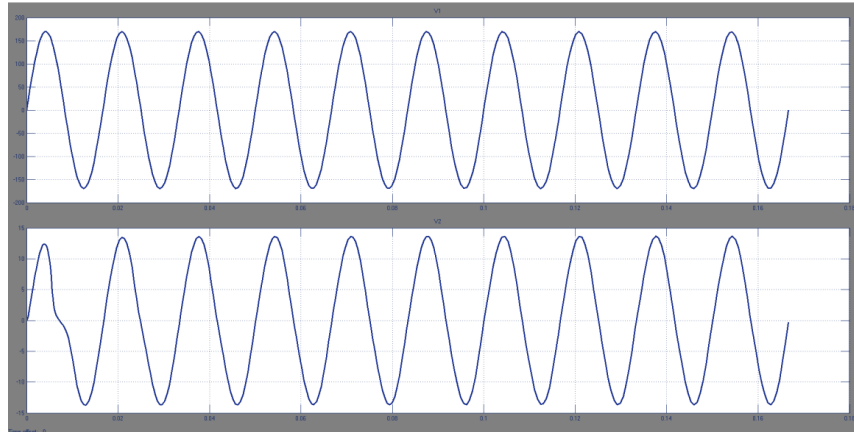
Fuente: Autores

Para poder apreciar las dos simulaciones de voltajes tanto del devanado primario y del secundario se optó por poner en una sola pantalla las dos simulaciones. Con las dos



salidas de voltaje se puede visualizar las curvas comparando de que no son similares una con respecto a la otra curva.

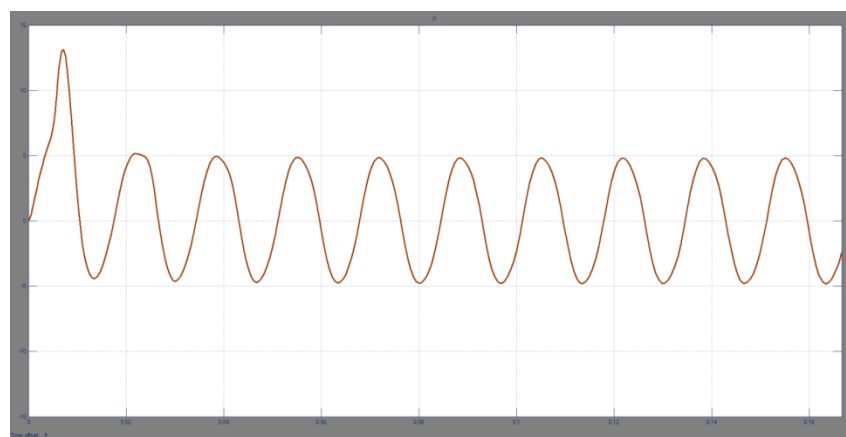
En la siguiente figura (19), muestra simultáneamente pequeñas diferencias de amplitudes en sus curvas de voltajes.



**Figura 189.** Curva típica de los voltajes de entrada y salida del transformador

Fuente: Autores

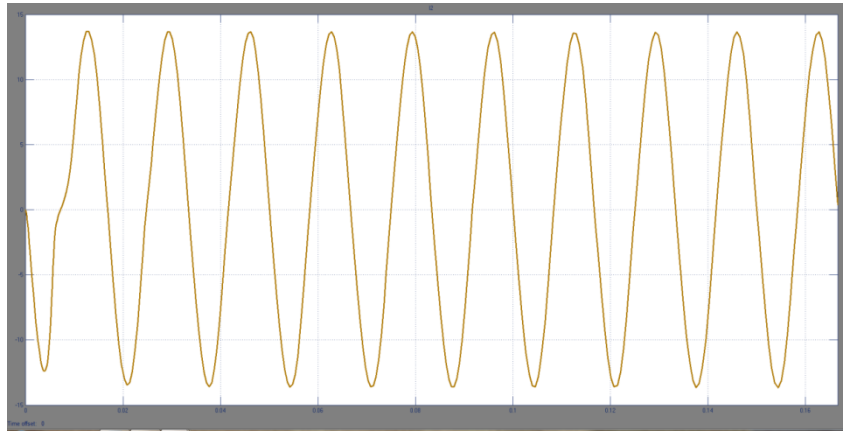
De la misma manera la siguiente figura (20), es la simulación de corriente de entrada del devanado primario con parámetros aleatorios, donde se visualiza una amplitud de corriente pico en un intervalo de tiempo, al transcurrir el periodo de tiempo la corriente se estabiliza.



**Figura 19.** Curva típica de corriente en el primario

Fuente: Autores

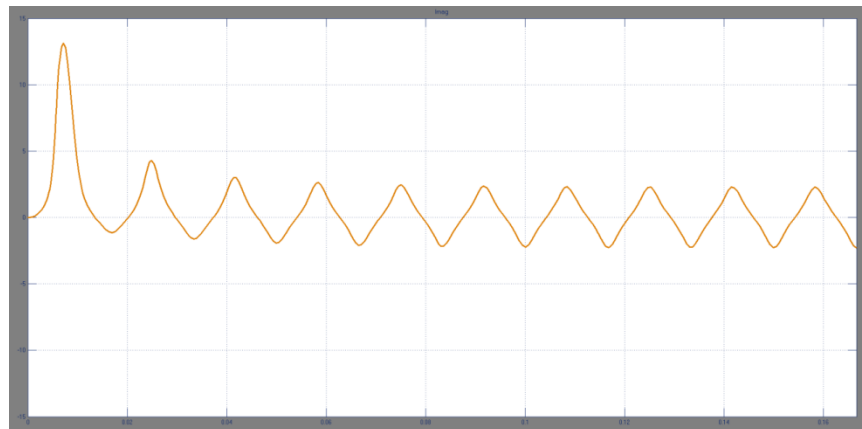
La figura (21) demuestra la simulación de la curva de corriente del devanado secundario, empezando la curva sinusoidal desde  $\pi$ .



**Figura 20.** Curva típica de corriente en el secundario

Fuente: Autores

En la figura (22) se visualiza la simulación de la curva de corriente de magnetización del transformador, el cual tiene un parecido a la corriente primaria con su amplitud y simetría.



**Figura 21.** Curva típica de la corriente de magnetización

Fuente: Autores

Las simulaciones de voltajes, corrientes están direccionadas a las ecuaciones (71), ecuación (72), ecuación (73), así mismo los diagramas esquemáticos de la figura (12), figura (13), figura (14), figura (15) y figura (16).

### 4.2.3. Simulación para Diferentes tipos de Carga Resistiva.

Vamos a realizar los ensayos con un transformador del tablero de la Universidad Politécnica Salesiana Sede Guayaquil para comparar y relacionar la teoría con respecto a la práctica, siendo así más eficaz para determinar el análisis del transformador.

#### 4.2.3.1. Prueba en el Transformador sin Carga

La primera demostración que vamos a realizar, es ingresar un voltaje alterna en el tablero de prueba. Con la ayuda del instrumento de medición “analizador de redes”, podemos medir las tensiones, corrientes y potencia respectivas de un transformador. Además se visualizará en el instrumento de medición la curva típica del mismo, el cual nos ayudará con estos valores de mediciones y gráficas a comparar con las simulaciones en MATLAB®

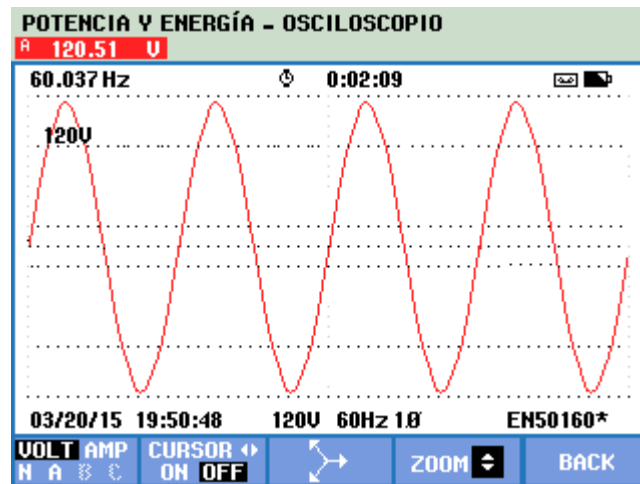
**Medición de voltaje en alta tensión:** En el tablero de ensayo se realiza las respectivas conexiones para inyectar un voltaje alterna en el lado de alta tensión como se muestra en la figura 23, las puntas terminales del instrumento de medición se colocará en los terminales de entrada del transformador para obtener las mediciones y gráficas respectivas.



**Figura 22.** Tablero de ensayo en el laboratorio conectado el instrumento de medición para medir voltaje en el lado primario

Fuente: Autores

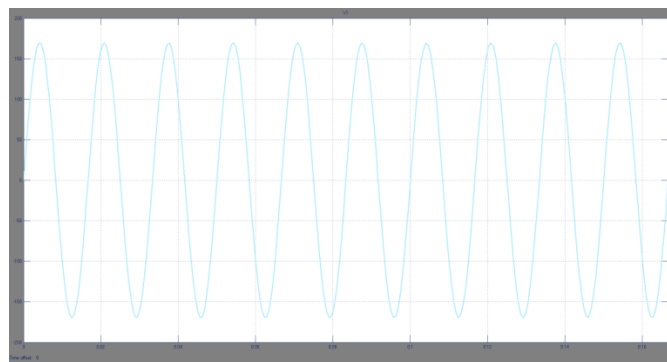
Con el instrumento de medición se obtuvo la medición de la curva típica de voltaje en el lado primario como se muestra en la figura 24, la curva es una onda sinusoidal simetría con respecto al tiempo.



**Figura 23.** Curva típica de voltaje de entrada con el instrumento de medición “analizador de redes”

Fuente: Autores

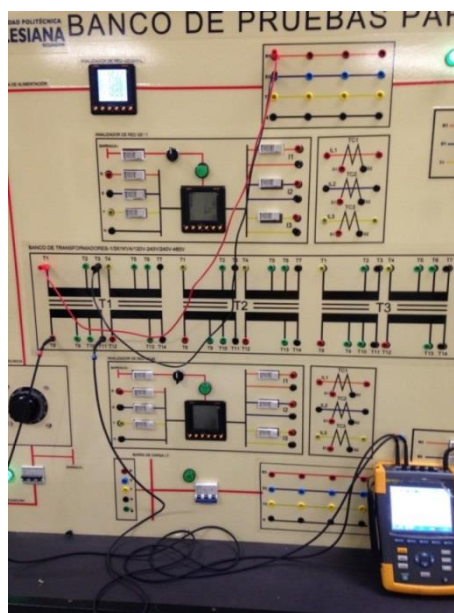
Se observa en la figura 25 que la amplitud de onda sinusoidal del voltaje del lado primario simulado con el software MATLAB®, se obtuvo el valor pico aproximado de 169 voltios, con una frecuencia de 60 Hz y de forma simétrica.



**Figura 245.** Curva típica de voltaje de entrada con la simulación en MATLAB®

Fuente: Autores

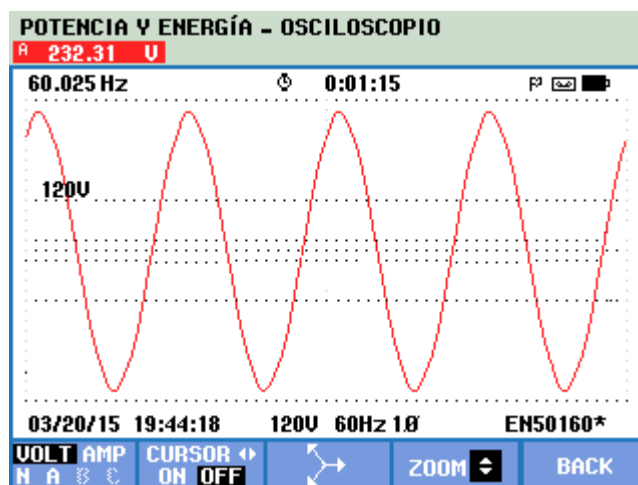
**Medición de Voltaje en Baja Tensión:** Con la misma tensión inyectada al tablero de ensayo como se muestra en la figura 26, las puntas terminales del instrumento de medición se colocará en los terminales de salida del transformador para obtener las mediciones y gráficas del mismo.



**Figura 25.** Tablero de ensayo en el laboratorio conectado el instrumento de medición para medir voltaje en el lado secundario

Fuente: Autores

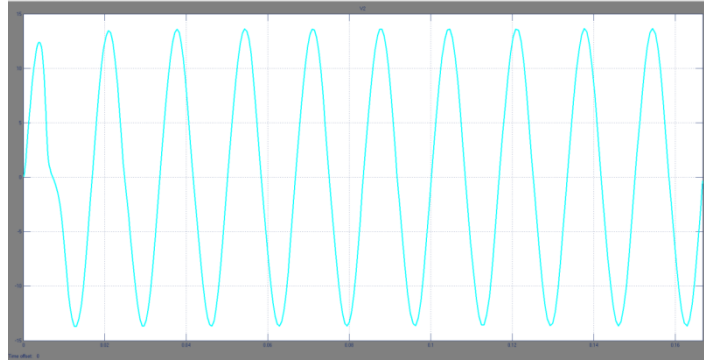
Con el instrumento de medición se obtuvo la medición de la curva típica de voltaje en el lado secundario como se muestra en la figura 27, la curva es una onda sinusoidal con simetría en un transcurso de tiempo.



**Figura 26.** Curva típica de voltaje de salida con el instrumento de medición “analyzer de redes”

Fuente: Autores

Se observa en la figura 28 que la amplitud de onda sinusoidal del voltaje del lado primario simulado con el software MATLAB®, se obtuvo el valor pico aproximado de 338 voltios, con una frecuencia de 60 Hz.



**Figura 27.** Curva típica de voltaje de salida en la simulación de MATLAB®

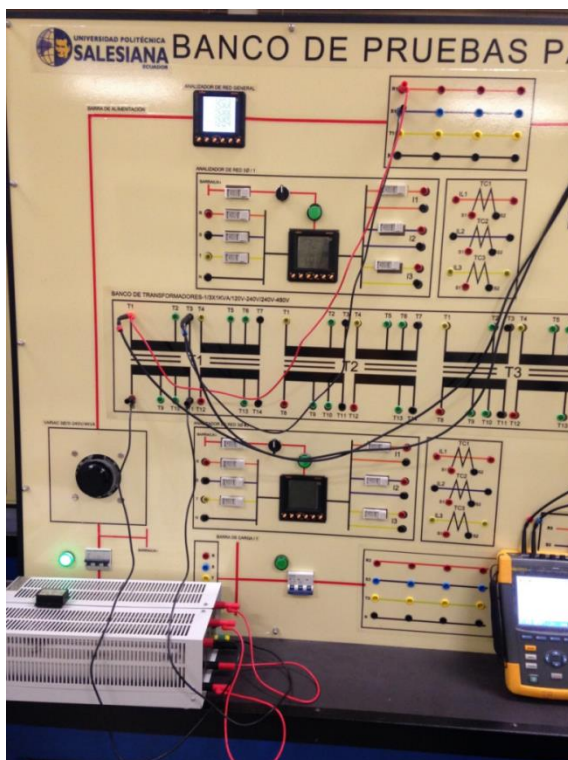
Fuente: Autores

Con el instrumento de medición y la simulación en MATLAB®, la corriente en baja tensión dio como resultado con valor mínimo cero, el cual al no obtener una carga en el lado secundario no circulará una corriente, por ende en el lado primario la corriente también no se obtendrá valor de corriente.

#### **4.2.3.2. Prueba en el Transformador con Carga Resistiva.**

La siguiente demostración que vamos a realizar es colocando una carga resistiva de 240 ohmios ( $\Omega$ ) en el lado de baja tensión. Se inyectará un voltaje alterna en el lado de alta tensión del tablero de ensayo. Con la ayuda del instrumento de medición “analizador de redes”, podemos medir las tensiones, corrientes y potencia respectivas de un transformador con carga. Además se visualizará en el instrumento de medición la curva típica del mismo, el cual nos ayudará con estos valores de mediciones y gráficas y comparar con las simulaciones en MATLAB®, por ende a comprender el comportamiento del equipo estacionario.

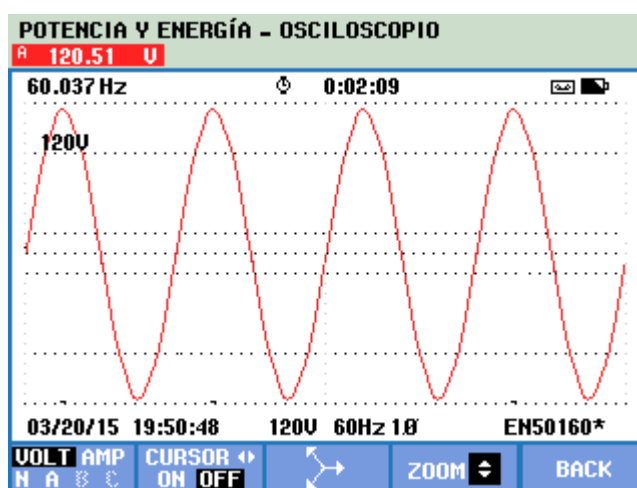
**Medición de voltaje en el lado primario:** En el tablero de ensayo se realiza las respectivas conexiones para inyectar un voltaje alterna en el lado de alta tensión como se muestra en la figura 23, las puntas terminales del instrumento de medición se colocará en los terminales de entrada del transformador para obtener las mediciones y gráficas respectivas.



**Figura 28.** Tablero de ensayo en el laboratorio conectado una carga resistiva y el instrumento de medición para medir voltaje en la alta tensión.

Fuente: Autores

Con el instrumento de medición se obtuvo la curva típica de voltaje en el lado primario como se muestra en la figura 30, la curva es una onda sinusoidal simetría en un determinado tiempo.

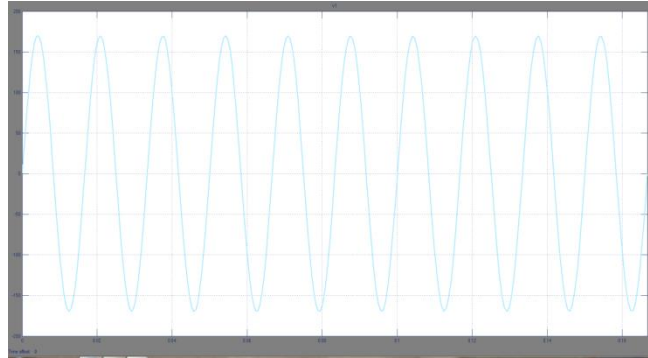


**Figura 29.** Curva típica de voltaje de entrada con una carga y el instrumento de medición “analizador de redes”

Fuente: Autores



Se observa en la figura 31 el comportamiento de voltaje con una carga resistiva de 240 ohmios ( $\Omega$ ), la amplitud de onda sinusoidal de voltaje simulado con el software de MATLAB®, tiene un valor aproximado de 169 voltios, con una frecuencia de 60 Hz y de forma simétrica.



**Figura 30.** Curva típica de voltaje de entrada con una carga resistiva en el software de MATLAB®.

Fuente: Autores

**Medición de Voltaje en el lado secundario:** Con la misma tensión inyectada al tablero, se realizará las respectivas mediciones y gráficas como se muestra en la figura 26, el cual las puntas terminales del instrumento de medición se colocará en los terminales de salida del transformador.

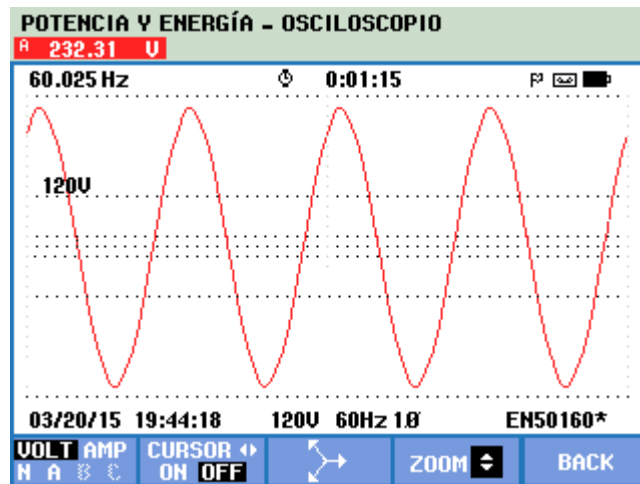


**Figura 31.** Tablero de ensayo en el laboratorio conectado una carga resistiva y el instrumento de medición para medir voltaje en la baja tensión

Fuente: Autores



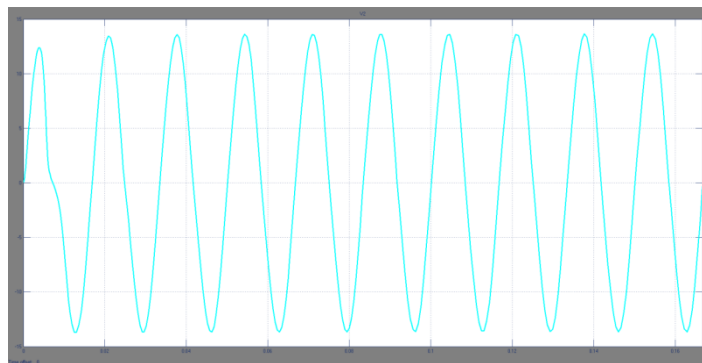
El instrumento de medición arrojó la curva típica de voltaje en el lado secundario como se muestra en la figura 33, la curva es una onda sinusoidal simetría con frecuencia de 60 Hz en un periodo de tiempo.



**Figura 32.** Curva típica de voltaje de salida con una carga y el instrumento de medición “analizador de redes”

Fuente: Autores

Se observa en la figura 28 que la amplitud de onda sinusoidal del voltaje del lado primario simulado con el software MATLAB®, se obtuvo el valor pico aproximado de 338 voltios, con una frecuencia de 60 Hz.

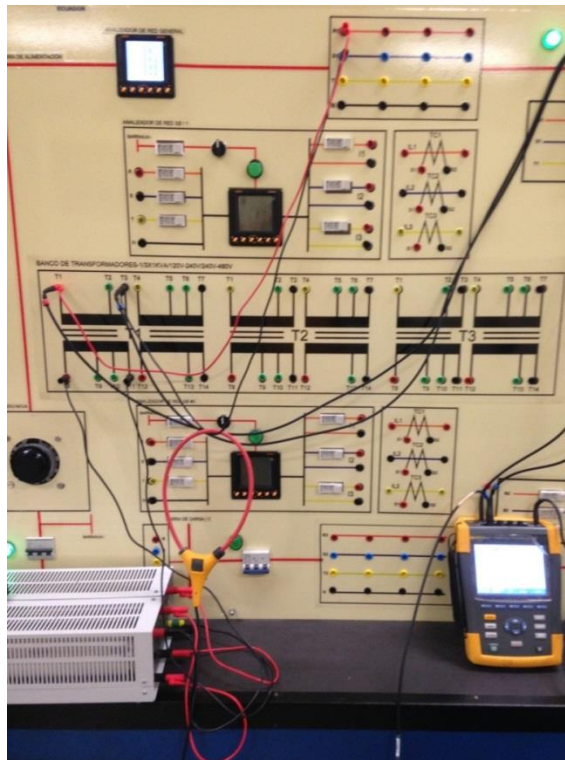


**Figura 33.** Curva típica de voltaje de salida con una carga resistiva en el software de MATLAB®

Fuente: Autores

**Medición de la corriente en la entrada:** El instrumento de medición tiene como accesorios una pinza circular que permite medir la corriente ya sea del lado de alta o baja tensión. Se instalará la pinza del accesorio del instrumento de medición en el

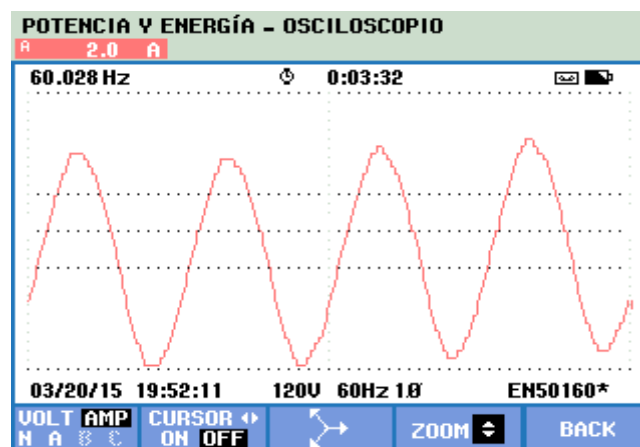
terminal del lado primario donde se efectuará la medición como se muestra en la figura 35 y sin desconectar la carga resistiva.



**Figura 34.** Tablero de ensayo del laboratorio conectado una carga resistiva y el instrumento de medición en el lado primario

Fuente: Autores

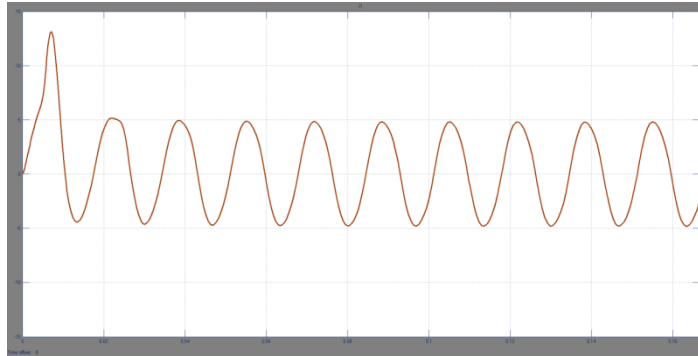
El instrumento de medición muestra la curva típica de corriente en el lado primario conectado una carga resistiva como se muestra en la figura 36, la curva es una onda sinusoidal, con una frecuencia de 60hz en un determinado tiempo.



**Figura 35.** Curva típica de corriente de entrada con una carga y el instrumento de medición “analizador de redes”

Fuente: Autores

Se observa en la figura 37, el comportamiento de la corriente en el lado primario donde la onda sinusoidal simulado con el software MATLAB®, se obtiene una magnitud pico aproximado de 6 amperios (A) que indica el arranque del equipo estacionario en un determinado tiempo y una amplitud de valor aproximado de 2 amperios (A) al momento de estabilizarse el transformador, con una frecuencia de 60 Hz.



**Figura 36.** Curva típica de corriente de entrada con una carga resistiva en el software de MATLAB®.

Fuente: Autores

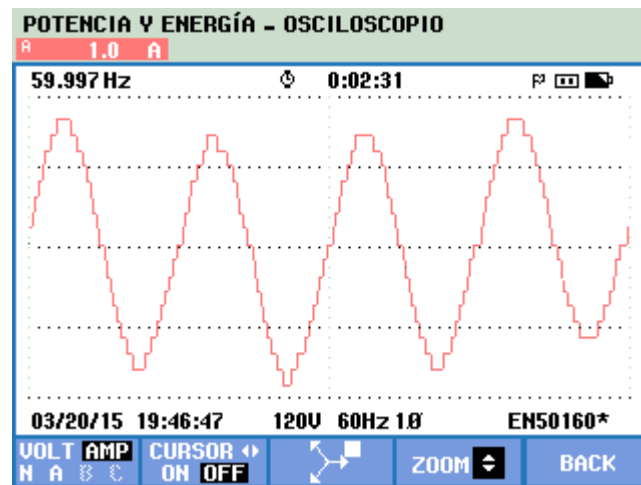
**Medición de la corriente en la salida:** El instrumento de medición, y la pinza del instrumento de medición se instalará en el terminal del lado secundario del transformador donde se efectuará la medición como se muestra en la figura 38 y sin desconectar la carga resistiva.



**Figura 37.** Tablero de ensayo del laboratorio, conectado el instrumento de medición en el lado primario y una carga resistiva en el lado secundario

Fuente: Autores

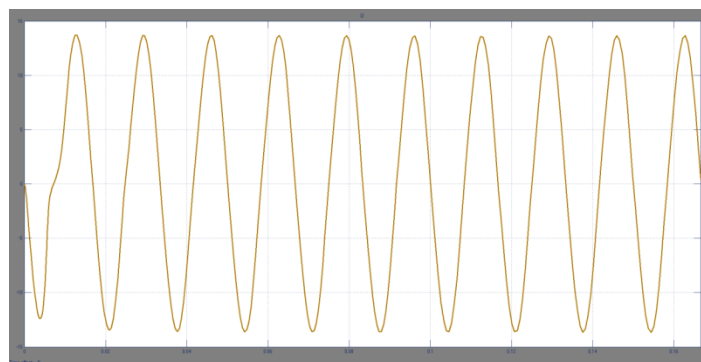
La curva típica de corriente en el lado secundario obtenido con el instrumento de medición se muestra en la figura 39, donde el voltaje varía, por ende se visualiza el comportamiento de la corriente en un estado no simétrico y con carga resistiva.



**Figura 38.** Curva típica de corriente de salida con una carga y el instrumento de medición “análizador de redes”

Fuente: Autores

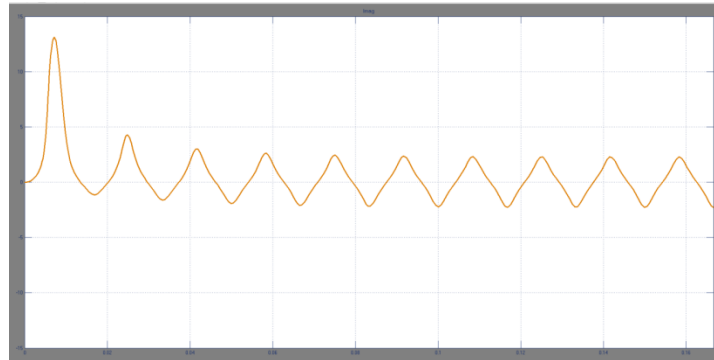
La figura 40 presenta la curva típica de la corriente en el lado secundario donde la amplitud de onda sinusoidal simulado con el software MATLAB® nos indica en qué periodo parte, por ende se visualiza que inicia en  $\pi$ , con una frecuencia de 60 Hz.



**Figura 39.** Curva típica de corriente de salida con una carga resistiva en el software de MATLAB®

Fuente: Autores

**Corriente de Magnetización:** En la simulación del software de MATLAB®, la figura 41 presenta una corriente de magnetización o también llamado “Inrush”, el cual es una condición transitoria cuando se energiza el transformador. Se puede apreciar que esta corriente puede ser 100 veces mayor a la corriente en vacío, el cual la resistencia del devanado no es nula y la corriente transitoria de desconexión se amortigua rápidamente al cabo de unos pocos ciclos.



**Figura 40.** Curva típica de corriente de magnetización con una carga resistiva en el software de MATLAB®

Fuente: Autores

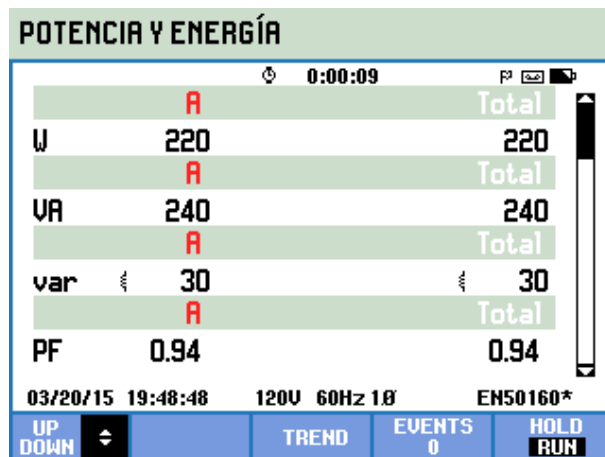
**Potencia de Entrada:** Al obtener las mediciones de voltaje y corriente de entrada se puede obtener la potencia del transformador con el instrumento de medición como muestra en la figura 42. Dónde:

$W$ =Potencia Activa de la máquina estacionaria

$VA$ =Potencia Aparente e la máquina estacionaria

$VAR$ =Potencia Reactiva e la máquina estacionaria

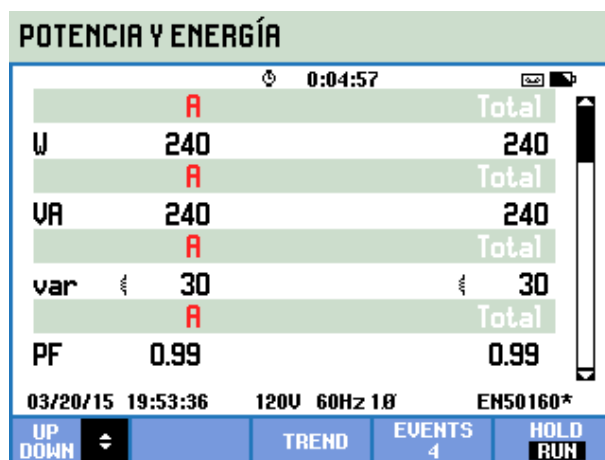
$PF$ = Factor de Potencia e la máquina estacionaria



**Figura 41.** Datos de potencia en alta tensión con el instrumento de medición “analizador de redes”

Fuente: Autores

**Potencia de salida:** Al obtener las mediciones de voltaje y corriente de salida se puede obtener la potencia del transformador con el instrumento de medición como muestra en la figura 43.



**Figura 423.** Datos de potencia en baja tensión con el instrumento de medición “analizador de redes”

Fuente: Autores

## CONCLUSIONES

Este modelado matemático es para demostrar el marco conceptual direccionado en la implementación y procesos asociados al comportamiento del inicio en los transformadores. Este método de detección presentado, mostró una buena función, el cual es grato adquirir la advertencia de la temperatura y obviar fallas muy rigurosas como cortocircuitos en los devanados, el cual se necesita los sondeos necesarios para la localización de fallas en donde son la corriente y el voltaje.

Las interacciones y los diferentes variables (corrientes y flujos) describen al transformador eléctrico, donde se utiliza una carga resistiva inferior a  $57,69\Omega$ , el cual el transformador deberá aumentar relativamente su capacidad para que el voltaje se mantenga. Si se coloca una carga superior a  $1000\Omega$  el transformador reducirá paulatinamente su voltaje, dando así una caída de voltaje, por ende la potencia aumentará saturando y colapsando sus bobinados,

La implementación de la simulación gráfica del modelado ayudará a analizar paulatinamente las curvas simuladas de corrientes y voltajes, el cual el transformador está diseñado. El transformador tendrá una etapa de saturación debido al crecimiento de la corriente en sus bobinados y el comportamiento del voltaje.

El diseño didáctico en el software de MATLAB® permitirá la interacción con el estudiante de la Universidad Politécnica Salesiana Sede Guayaquil de la carrera de Ingeniería Eléctrica, para poder visualizar el proceso que produce las ecuaciones de un transformador real monofásico y este efecto causa más integración con el aprendizaje teórico en función del desarrollo aplicado.

## RECOMENDACIONES

Se deberá ingresar valores reales del transformador real monofásico de dos devanados, para obtener las curvas reales del comportamiento de la máquina estacionaria en el software de MATLAB®

Al momento de trabajar con cargas resistivas variables, se deberá tomar en cuenta los datos de placas, el cual ayudará a tener en cuenta el diseño de la capacidad del transformador.

Se recomienda que la corriente “*irrush*” impida la saturación o deterioro del bobinado del transformador.

Se recomienda utilizar el software de MATLAB® para resolver ecuaciones complejas, el cual nos ayudaría a minimizar el tiempo del análisis del mismo y mejorar aprendizaje al estudiante de la institución.



## BIBLIOGRAFÍA.

- Alvarez Pulido, M. (2009). *Transformadores*. Barcelona: Printed in Spain .
- Ataurima Arellano, M. (2013). *MATLAB & SIMULINK para Ingeniería*. España: Universidad de Ciencias y Humadidades.
- Bulucea, C., Doru, N., Mastorakis, N., & Cismaru, D. (1997). Modelling of Electrical Transformers in Dynamic Regimes. 8.
- Chapman, S. J. (2000). *Maquinas Eléctricas*. Santa Fe: MC GRAW HILL.
- Concha, P. (s.f.). *Transformador Real*. Obtenido de [patricioconcha.ubb.cl/transformadores/principi2.htm](http://patricioconcha.ubb.cl/transformadores/principi2.htm)
- Gutierrez, A. (1992). *Curso de Metodos de Investigación y elaboración de la Monografía*. Quito: Serie Didactica AG.
- HARPER, G. E. (1989). *El ABC de las Instalaciones Eléctricas Industriales*. Mexico D.F.: Limusa S.A.
- Hernandez Alvaro, J. (2008). *Ley de Ampere*. Intercambios.
- Kosow, I. (1991). *Maquinas Eléctricas y Transformadores*. Mexico: Prentice-Hall.
- Martín Blas, T. (2014). *Curso de Física Básica*. Obtenido de <http://acer.forestales.upm.es/basicas/udfisica/asignaturas/fisica/default.htm>
- Saldaña de León , M. (Febrero de 2004). Modelado de Detección de Fallas Incipientes en Transformadores Utilizando Redundancia Analitica. Mexico.
- Viloria, J. R. (2009). *Automatismo Industriales*. Madrid: Paraninfo.
- Wilde, T. (2007). *Màquinas Eléctricas y sistemas de potencia* (6 ta ed.). Monterrey, México: Pearson Educación.