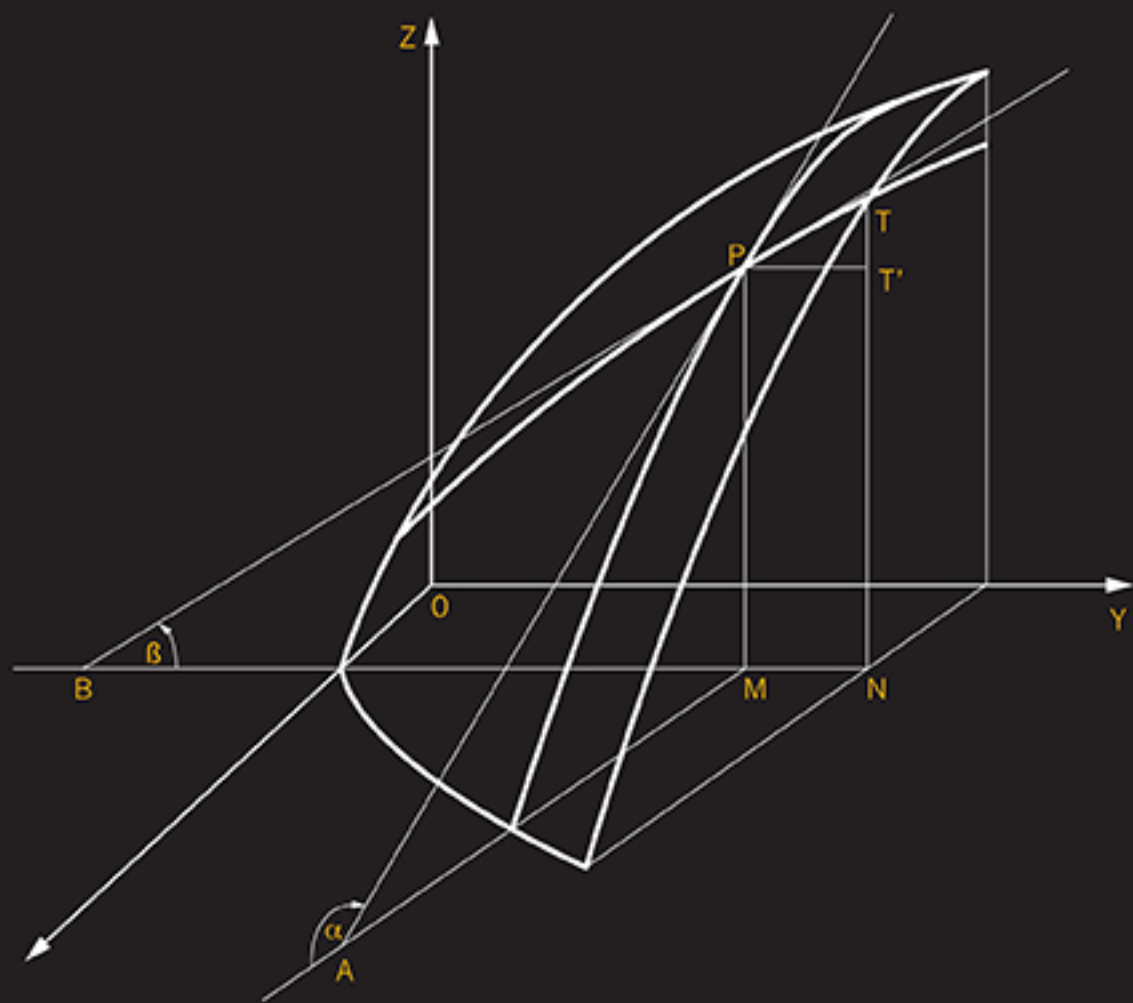

Introducción al cálculo vectorial

Wilson Bravo Quezada



INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO VECTORIAL

Wilson Bravo Quezada

**INTRODUCCIÓN AL
CÁLCULO VECTORIAL**



INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO VECTORIAL

Wilson Bravo Quezada

Ira. Edición: Universidad Politécnica Salesiana
Av. Turuhuayco 3-69 y Calle Vieja
Casilla: 2074
P.B.X.: (+593 7) 2050000
Fax: (+593 7) 4088958
e-mail: rpublicas@ups.edu.ec
www.ups.edu.ec
Cuenca-Ecuador
CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

Universidad Politécnica Salesiana
Casilla: 2074
P.B.X.: (+593 7) 2050000
Cuenca-Ecuador

Revisado por: Wilson Benavides Ibujés

Diseño, diagramación e impresión:
Editorial Universitaria Abya-Yala

ISBN UPS: 978-9978-10-143-8

Impreso en Quito-Ecuador, julio 2013

Publicación arbitrada de la Universidad Politécnica Salesiana

Índice general

Prólogo	v
Metodología de la enseñanza del cálculo vectorial	vii
1. Funciones de varias variables	1
1.1. Fundamentos conceptuales	1
1.1.1. Representación gráfica de una función de dos variables	2
1.1.2. Líneas y superficies de nivel	2
1.1.3. Límites y continuidad en funciones de varias variables	3
1.1.4. Actividades de aprendizaje 1.1	4
1.2. Derivadas parciales	10
1.2.1. Interpretación geométrica de la derivada parcial	10
1.2.2. Incremento y diferencial total de una función	11
1.2.3. Cálculos aproximados aplicando la diferencial total	12
1.2.4. Aplicación de la diferencial en errores de cálculo	12
1.2.5. Derivación de funciones compuestas	13
1.2.6. Derivada direccionada y gradiente de una función	13
1.2.7. Derivadas parciales y diferenciales de orden superior	14
1.2.8. Actividades de aprendizaje 1.2	15
1.3. Diferenciales exactas	26
1.3.1. Derivación de funciones implícitas	26

1.3.2.	Plano tangente y normal de una superficie	27
1.3.3.	Extremo de una función de dos variables	27
1.3.4.	Condiciones necesarias para la existencia de un extremo	28
1.3.5.	Actividades de aprendizaje 1.3	30
1.4.	Actividades de refuerzo 1	40
1.5.	Anexo 1	42
2.	Integrales múltiples	45
2.1.	Fundamentos conceptuales	45
2.1.1.	Límites de integración en la integral doble	46
2.1.2.	Integral doble en coordenadas polares	47
2.1.3.	Integral doble en coordenadas curvilíneas	48
2.1.4.	Cálculo de áreas de figuras planas	48
2.1.5.	Actividades de aprendizaje 2.1	49
2.2.	Cálculo de volúmenes y superficies	53
2.2.1.	Volúmenes	53
2.2.2.	Áreas superficiales	53
2.2.3.	Actividades de aprendizaje 2.2	54
2.3.	Integral triple en coordenadas rectangulares	63
2.3.1.	Integral triple en coordenadas cilíndricas	63
2.3.2.	Integral triple en coordenadas esféricas	64
2.3.3.	Cambio de variables en la integral triple	64
2.3.4.	Cálculo de volúmenes con la integral triple	65
2.3.5.	Actividades de aprendizaje 2.3	66
2.4.	Actividades de refuerzo 2	70
2.5.	Anexo 2	72

Prólogo

Este trabajo surgió a partir de la preocupación sobre la forma en que tradicionalmente se ha enseñado el cálculo vectorial en la cual, en lugar de favorecer el desarrollo del pensamiento matemático, propendía el memorismo del estudiante. Por su parte, estamos seguros de que la resolución de un adecuado número de ejercicios y problemas, a partir de conceptos básicos, permitirá al estudiante despertar su creatividad para encontrar soluciones a problemas reales.

Justamente ese es el esquema propuesto en este texto: al inicio de cada capítulo se ofrece una breve introducción teórica con las definiciones y ecuaciones más importantes relativas al tema expuesto. Luego, se presentan algunos ejercicios y problemas resueltos de tal forma que el estudiante pueda fácilmente comprender, interpretar y describir los elementos esenciales de las funciones en algunas variables y las integrales múltiples con sus aplicaciones respectivas. Al final, se presentan ejercicios propuestos como refuerzo de lo aprendido para obtener un aprendizaje significativo.

En cada una de sus partes se explica lo más importante del cálculo vectorial y se propicia la habilidad de razonar mediante la combinación de dos elementos esenciales de la matemática: la abstracción y la aplicación