

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

SEDE QUITO

CARRERA: PEDAGOGÍA

Tesis previa a la obtención del Título de: LICENCIADO EN

CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

TEMA:

“ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA PARA LOS ESTUDIANTES DE NOVENO AÑO DE BÁSICA DE LA ESCUELA PRIMICIAS DE LA CULTURA DE QUITO DEL DISTRITO METROPOLITANO DE QUITO. PROPUESTA DE UNA GUÍA DE ESTRATEGIAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA.”

AUTOR:

EDGAR JACINTO ZÚÑIGA PARRA

DIRECTOR:

Msc. HÉCTOR CÁRDENAS

Quito, Enero 2012

Declaratoria de Responsabilidad

Yo, Edgar Jacinto Zúñiga Parra, declaro que el trabajo aquí descrito es de mi autoría; que no ha sido previamente presentada para ningún grado o calificación profesional; y, que he consultado las referencias bibliográficas que se incluyen en este documento.

Quito, Enero 2012

(f) _____

C.C. 1709366528

AGRADECIMIENTO

Agradezco a Dios, por haberme puesto en el camino de la Educación, ya que me permite contribuir en la formación de las niñas y los niños, de las y los adolescentes, que son el futuro de la sociedad, también agradezco a todos los que impulsan mi trabajo diariamente como mi familia, mis maestros, mis compañeros, mi Tutor de tesis Msc. Héctor Cárdenas por sus sabias orientaciones, paciencia entre otras virtudes. Por supuesto a mí muy querida Universidad Politécnica Salesiana.

DEDICATORIAS

A mí adorada esposa Felicidad.

Por haberme apoyado en todo momento, por su motivación constante y sobre todo por darme todo su amor y comprensión.

A mi hijo Luis Ángel.

A quien amo y es mi alegría y mi razón de vivir.

A mi madre María Eliza y mi padre Ángel.

Por su cariño, su paciencia y sus sabios consejos que me guían por el camino recto de la vida.

ÍNDICE GENERAL

INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO 1: LAS MATEMÁTICAS EN 9º AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA	11
1.1 La importancia de enseñar y aprender matemáticas	11
1.2 Objetivos educativos del noveno año	13
1.3 Bloques curriculares de las matemáticas establecidos por el Ministerio de Educación	14
1.4 El desarrollo de destrezas con criterios de desempeño	15
1.5 Recomendaciones pedagógicas para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas	17
1.6 Indicadores esenciales de evaluación	20
CAPÍTULO 2: ¿CÓMO APRENDEN MATEMÁTICAS LOS ESTUDIANTES DE NOVENO AÑO?	22
2.1 Procesos de aprendizaje	22
2.2 Implicaciones del aprendizaje	23
2.3 Factores del aprendizaje	23
2.4 Duración de la adolescencia	24
2.5 Desde los 11 años de edad en adelante	25
2.6 Nociones de espacio, tiempo y representaciones en los adolescentes	26
2.7 ¿Qué piensan los estudiantes al intentar aprender matemáticas?	31

CAPÍTULO 3: ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN NOVENO AÑO	34
3.1 Principios pedagógicos para la enseñanza aprendizaje de las matemáticas	34
3.2 Estudio de las matemáticas	38
3.3 El docente y la enseñanza de las matemáticas	42
3.4 La enseñanza de las matemáticas	44
3.5 Teorías aplicadas al proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas	55
3.6 Teoría de Duval	59
3.7 Técnicas de aprendizaje	64
3.8 Recursos para el aprendizaje	73
3.9 Otros recursos que se pueden emplear	78
CAPÍTULO 4: ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN NOVENO AÑO	85
4.1 Estrategias pedagógicas	85
4.2 Tipo de estrategias	86
4.3 El juego	87
4.4 Diagrama de tallo y hojas	87
4.5 Torbellino de ideas	89
4.6 Aprendizaje basado en la resolución de problemas	89
4.7 Aprendizaje colaborativo	92

4.8 Aprendizaje por inducción	93
4.9 Planificación educativa	94
4.10 Enseñanza de las matemáticas con la ayuda de la computadora y los correspondientes programas.	99
4.11 Ejemplos de aprendizaje con estrategias pedagógicas	104
4.12 Desarrollo de uso de las estrategias pedagógicas	106
CAPÍTULO 5: ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	126
CAPÍTULO 6: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	143
6.1 Conclusiones	143
6.2 Recomendaciones	145
BIBLIOGRAFÍA	146
ANEXOS	150
Anexo 1 Encuesta a los docentes	150
Anexo 2 Encuesta a los alumnos	152
Anexo 3 Carta de aceptación de la Institución	155

INTRODUCCIÓN

El país vive una situación de crisis y por ende la educación, esta situación demanda una urgente intervención, se debe proponer iniciativas y buscar las estrategias más adecuadas para generar procesos de cambio y desarrollo, acordes con las exigencias mundiales y con miras a fortalecer la formación de los ciudadanos. Esta intervención no debe perder de vista el propósito fundamental de todo proceso educativo que es servir a la comunidad y contribuir al desarrollo de los pueblos.

El presente trabajo investigativo busca contribuir al desarrollo y fortalecimiento de la Escuela Primicias de la Cultura de Quito del Distrito Metropolitano de Quito sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas en el noveno año de Educación Básica, apareciendo como exigencia la necesidad de proponer estrategias pedagógicas para uso de los maestros dentro del aula.

Estas estrategias están elaboradas con criterio docente, de esta forma servirá de orientación a los maestros y maestras del Área de Matemáticas. Los resultados de esta investigación tienen como propósito fundamental brindar alternativas para mejorar la calidad de la educación en el noveno año de Educación Básica aplicando la Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica del 2010.

Se comprenderá de esta manera que la educación futura que darán los profesionales será totalmente distinta pues conocerán que brindar conocimientos y educación a los adolescentes no es un proceso limitado, sino que deben utilizar diversas técnicas y estrategias a fin de tener una clase activa, dinámica y motivada.

La educación considerada como un proceso de enseñanza-aprendizaje puesta en práctica, provoca constantes cambios en la estructura de la sociedad y en consecuencia posibilita su desarrollo.

La aplicación de las estrategias metodológicas activas se desarrolla en el trabajo compartido de los alumnos en la resolución de problemas dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje con la pretensión de contribuir a la búsqueda de soluciones

ante la problemática que genera en el aprendizaje. Esta propuesta debe ser enriquecida, contextualizarla y hay que entenderla como un planteamiento abierto a la iniciativa de los profesionales de la educación y del estudiantado.

Sugiere que, la crisis de la educación tiene una dimensión mundial y surge como consecuencia de la evolución misma de la civilización.

Considerando las reflexiones de Philips Coombs, se puede notar que nuestra educación generalmente está fundamentada en las estrategias cognitivas de procedimientos y actividades mentales que se activan con el propósito de facilitar la adquisición, almacenamiento y la utilización de la información.

La tarea de educar resulta muy compleja en la renovación de la acción educativa, buscando innovaciones en los distintos sectores y elementos constitutivos del proceso educativo.

Si se analiza la educación en el Ecuador se concluye que está atravesando por una profunda crisis en todo aspecto, por lo que el gobierno ha tomado políticas de estado que permitan fortalecer el proceso educativo y de manera particular existan procesos continuos permanentes de actualización pedagógica.

Hay que considerar que siempre ha habido centros de capacitación para los docentes, la diferencia es que hoy el Gobierno brinda cursos gratuitos.

Analizar el problema de las estrategias metodológicas activas que emplean los docentes del Área de Matemáticas en el sistema educativo en nuestro país es muy complejo, por lo que se limita muchas veces a que el estudiante se desenvuelva en el aula y para que genere motivación en la clase en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

Precisamente el propósito de esta investigación es plantear varias estrategias pedagógicas para la enseñanza – aprendizaje de matemáticas.

El tema de la investigación: “ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA PARA LOS ESTUDIANTES DEL NOVENO AÑO DE BÁSICA DE LA ESCUELA PRIMICIAS DE LA CULTURA DE QUITO DEL DISTRITO METROPOLITANO DE QUITO. PROPUESTA DE UNA GUÍA DE ESTRATEGIAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICA” busca contribuir al desarrollo y fortalecimiento de la Escuela Primicias de la Cultura de Quito del Distrito Metropolitano de Quito.

A través de la investigación se procuró identificar las estrategias pedagógicas que aplicarán los docentes en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas con los estudiantes de noveno año.

Se determinó, además:

- Qué tipos de estrategias pedagógicas existen para la enseñanza de matemáticas como alternativas para mejorar la enseñanza de esta materia en los estudiantes de noveno año de EGB (Educación General Básica).
- Las estrategias pedagógicas en los bloques curriculares actuales con sus respectivas destrezas con criterio de desempeño, las actividades y técnicas a realizarse y los principales instrumentos de evaluación para las matemáticas.

Este trabajo está fundamentado en los conocimientos básicos, las formas de pensamiento avanzado y las competencias cognitivas.

El propósito de plantear estrategias pedagógicas para matemáticas es que se busque la necesidad imperiosa de capacitación en el desempeño profesional y poder mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

Así se logrará hacer de las matemáticas una materia amena y divertida y no una materia que cause miedos y frustraciones, con la utilización de estrategias pedagógicas se logrará que los estudiantes estén más dinámicos y participativos y presten interés por la materia.

Es importante que los docentes día a día vayan renovando sus conocimientos no solo teóricos sino también prácticos para su mejor desempeño profesional.

El supuesto o hipótesis planteada en esta tesis es: *El desconocimiento y falta de aplicación de estrategias pedagógicas por parte de los docentes de matemáticas de noveno año de EGB de la Escuela Primicias de la Cultura de Quito es un factor determinante en el incremento del porcentaje de estudiantes apáticos en esta materia.*

La variable independiente es: *El desconocimiento y falta de aplicación de estrategias pedagógicas por parte de los docentes de matemáticas.*

La variable dependiente es: *El porcentaje de estudiantes de noveno año de EGB apáticos hacia las matemáticas.*

Las destrezas con criterios de desempeño constituyen el referente principal para que los docentes elaboren la planificación micro curricular de sus clases y las tareas de aprendizaje. Sobre la base de su desarrollo y de su sistematización, se aplicarán de forma progresiva y secuenciada los conocimientos conceptuales e ideas teóricas, con diversos niveles de integración y complejidad.

La investigación: “Estrategias pedagógicas para la enseñanza-aprendizaje de matemática para los estudiantes del noveno año de básica de la Escuela Primicias de la Cultura de Quito del Distrito Metropolitano de Quito. Propuesta de una guía de estrategias para la enseñanza-aprendizaje de Matemática” está organizada de la siguiente manera:

El capítulo 1 se refiere a la importancia de enseñar y aprender matemáticas, en que se destaca que las matemáticas son fundamentales para desarrollar el pensamiento lógico y crítico y por tanto el desarrollo intelectual, se sostiene que es necesario trabajar con destrezas con criterio de desempeño a fin de aprender y enseñar matemática, por cuanto se relaciona con la realidad que se vive. Sin embargo no es de gran interés de los estudiantes aprender esta ciencia causando miedos, rechazos,

pero para ello los docentes deben buscar estrategias pedagógicas a fin también de cumplir con la destreza propuesta.

Tres son los argumentos por los cuales se considera a las matemáticas como importante dentro de la educación:

- Desarrollan capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión obteniendo un pensamiento formal.
- Es de utilidad práctica.
- Paralelamente con el lenguaje, proporcionan uno de los hilos conductores de la formación intelectual de los alumnos.

Para cumplir con los argumentos planteados, el Ministerio de Educación nos presenta una serie de objetivos a llevarse a cabo, específicamente durante el noveno año de educación básica, siendo la base para cumplir con las destrezas con criterio de desempeño y estas nos conduce a utilizar estrategias de aprendizaje, las mismas que no consisten solo en quedarse en el análisis y puesta en marcha de los recursos cognitivos, sino también que deben tener una motivación para llevar a cabo un buen proceso.

Así también el Ministerio de Educación nos presenta los cinco bloques curriculares a ser tratados durante este año lectivo indicándonos las diferentes temáticas a desarrollarse.

El señalar las destrezas con criterio de desempeño conlleva a que los docentes elaboren la planificación micro curricular de sus clases y las tareas de aprendizaje y los estudiantes demuestren lo aprendido en los diferentes bloques.

También el Ministerio de Educación hace algunas recomendaciones a los docentes a aplicarse en las diferentes temáticas a desarrollarse.

Habiéndose cumplido todo lo anterior se llega a la evaluación en la que se comprobará el cumplimiento del objetivo y de la destreza presentada, siendo una

evaluación no solo para el estudiante sino también para el docente quien dirige el proceso educativo y le permitirá identificar sus fortalezas y debilidades.

El capítulo 2 se refiere al proceso de aprendizaje el mismo que tiene que ver con las actividades individuales que realizaran los estudiantes a fin de desarrollar sus conocimientos cognitivos y comprobar el logro de los objetivos.

Hay que tomar en cuenta entonces que dentro del proceso educativo no solo es el docente el que participa sino también el estudiante, quien no solo está en la obligación de repetir de memoria lo aprendido sino también llevarlo a cabo cumpliendo un ciclo: conocer, comprender, aplicar, analizar, sintetizar y valorar.

En este capítulo se señala lo que implica el aprendizaje de las matemáticas y esto es: una recepción de datos, la comprensión de la información, retención a largo plazo y transferencia; además se señala los tres factores básicos para realizar aprendizajes estos son: la inteligencia, otras capacidades y conocimientos previos; la motivación, y la experiencia.

Otro tema que se desarrolló en este capítulo es referente a la edad de los estudiantes de noveno año, que se encuentra en su mayoría entre los 12-14 años, edad en que los adolescentes buscan reconocerse a sí mismos, además que es una etapa no solo de cambios físicos sino también psicológicos que conllevan a buscar ese Yo.

Una de las características de los jóvenes que tienen 11 años o más es que pasan de ver las cosas de realidades concretas a realidades abstractas, siendo capaces de utilizar la lógica propositiva para la solución de problemas hipotéticos y para derivar conclusiones, utilizar el razonamiento deductivo, usar lenguaje metafórico y símbolos algebraicos.

Al presentarse un problema matemático los adolescentes muestran tres características para resolverlos:

1. Analizan todas las causas posibles.
2. Registran los resultados con precisión y objetividad.
3. Llegan a conclusiones lógicas.

Es importante también que a los estudiantes de esta edad se les asigne nociones de espacio, tiempo y representaciones, siendo nociones que con el pasar del tiempo van madurando.

Este capítulo además nos presenta lo que se debe hacer para aprender matemáticas a fin de que a los estudiantes les guste y se interesen, así se señala que todos los conocimientos que una persona va adquiriendo deben llevarse de una manera continua y lógica, recordando que un nuevo tema es el seguimiento del anterior, una vez que se comprende y entiende la temática, esta debe ser repasada nuevamente, para ello se debe tener apuntes como ayuda. Resumiéndose que el ciclo para aprender a esta edad es: la motivación, la memorización, la lectura rápida, estudio, relajación y la visualización.

El capítulo 3 hace referencia a los principios pedagógicos para la enseñanza-aprendizaje de matemáticas, que de igual manera el Ministerio de Educación presenta los principios didácticos y pedagógicos a desarrollarse en el área, pero considerando que no son los únicos a desarrollarse en el proceso de enseñanza-aprendizaje, mucho tiene que ver con la formación y capacitación del docente.

El estudio, la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en EGB persigue propósitos esencialmente formativos que consisten en:

- Desarrollar habilidades.
- Promover actitudes positivas.
- Adquirir conocimientos matemáticos.

Todos los propósitos mencionados tienen una estrecha relación dialéctica el uno es causa y efecto del siguiente.

El objetivo de desarrollar destrezas con criterio de desempeño como lo señala la Actualización y Fortalecimiento Curricular es con la finalidad de que los estudiantes desarrollen habilidades, operatorias, de comunicación y descubrimiento para que

puedan aprender permanentemente y con independencia, así como resolver problemas matemáticos de diversa índole.

Dentro de la enseñanza de matemáticas varias cosas han ido cambiando, pues la nueva era tecnológica conlleva a que un profesional se capacite y se forme en diferentes campos científico, técnico, tecnológico y educativo, siendo el objetivo transformar para un cambio en que los estudiantes no sean entes pasivos, sino que están en constante participación frente a un ejercicio o problema matemático.

Para que el docente ponga en práctica su conocimiento dentro del proceso de enseñanza debe escoger estrategias, materiales, métodos o instrumentos, siempre y cuando respondan a la necesidad de un grupo de estudiantes y así lograr un aprendizaje significativo.

Se considera que las matemáticas deben ser planificadas y enseñadas a partir de las capacidades intelectuales de las personas y no a partir de la sistematicidad que caracteriza a la propia ciencia, así los adolescentes buscan sus propios métodos y formas para desarrollar un ejercicio o problema determinado.

La orientación de la educación matemática en y hacia objetivos formativos pretende reformular la enseñanza de las matemáticas de tal manera que los estudiantes, los docentes y la población en general conciban las matemáticas como parte de su formación escolar, la cual les puede servir tanto para el desarrollo de sus potencialidades intelectuales individuales como para un mejor y eficiente desenvolvimiento en la sociedad.

Se presenta también en este capítulo las teorías aplicadas en el proceso de enseñanza – aprendizaje de las matemáticas que son: la teoría de la absorción, teoría cognitiva y teoría de Duval.

A fin de llevar a cabo un buen trabajo de todo lo expuesto es necesario entonces utilizar técnicas y estrategias para un excelente logro de resultados, siendo una de estas técnicas, el mapa conceptual, la técnica heurística V, técnica de la observación, técnica de la atención, técnica de la relajación, mismas que tendrán que ser utilizadas

de acuerdo a la temática a revisarse y de la misma forma se escogerán los recursos de aprendizaje que entre otros tenemos: fichas algebraicas, dominó de potencias y raíces, el geoplano, pizarra interactiva, la computadora, en fin.

El capítulo 4 desarrolla la importancia de implementar estrategias pedagógicas de enseñanza – aprendizaje dentro del nivel educativo en todos sus ámbitos a fin de lograr buenos resultados.

Las estrategias pedagógicas son aquellas acciones que realiza el docente con el propósito de facilitar la formación y el aprendizaje de las disciplinas en los estudiantes.

Se describen varias estrategias pedagógicas como son: el juego, diagrama de tallos y hojas, aprendizaje basado en problemas, aprendizaje colaborativo y aprendizaje por inducción.

En otro sentido, de conformidad con el procedimiento del programa de graduación y el cronograma de actividades constante en el proyecto, los procedimientos seguidos para culminar el trabajo ha sido en base a recolección de datos en la Escuela Primicias de la Cultura de Quito, de los novenos años, dirigido a la aplicación de estrategias pedagógicas en el Área de Matemáticas.

La selección bibliográfica se realizó en base de documentos, textos, folletos, información tomada de internet, entre otros.

El instrumento aplicado en esta investigación fue la encuesta y entrevista que fueron utilizados para la investigación de campo. En el procesamiento de datos se realizó la codificación, tabulación, clasificación y ordenación de la información en cuadros y gráficos. Con estos resultados se procedió a verificar la hipótesis.

Para estructurar la tesis se procedió a realizar un proceso de investigación bibliográfica en diferentes bibliotecas, en el internet y en la biblioteca familiar.

Se trabajó con una población conformada por los alumnos de los tres paralelos del noveno año de básica de la Escuela Primicias de la Cultura de Quito del Distrito Metropolitano de Quito y por los docentes de matemáticas de octavo, noveno y décimo año.

El universo es de noventa estudiantes pertenecientes al noveno año de EGB, que por disponer de los recursos suficientes, se procedió a realizar encuestas a todos los jóvenes. De igual manera se realizó la encuesta a los 9 docentes de matemáticas.

CAPÍTULO 1

LAS MATEMÁTICAS EN 9º AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA

1.1 LA IMPORTANCIA DE ENSEÑAR Y APRENDER MATEMÁTICAS

El ser humano se ha desarrollado a través de millones de años de evolución, sus inicios fueron muy duros, debió enfrentarse a condiciones naturales extremas, animales más fuertes, etc. La historia indica que si no hubiera sido por la evolución del cerebro no habría sido posible tal desarrollo, el cerebro a través de su evolución fue creando un pensamiento lógico y crítico, por ejemplo se estableció la agricultura por el pensamiento lógico y crítico del crecimiento vegetal, se definieron las estaciones del año, etc. Se crearon representaciones artificiales que le permitan entender y ordenar mejor el mundo, como los números. El pensamiento lógico ha permitido que la humanidad sea lo que es en la actualidad. Desde esta perspectiva desarrollar un pensamiento lógico es fundamental para el desarrollo intelectual, una de las ciencias que ayuda a desarrollar esto es la matemáticas.

“El aprendizaje como la enseñanza de la matemática debe estar enfocado en el desarrollo de las destrezas con criterios de desempeño necesario para que el estudiantado sea capaz de resolver problemas cotidianos, a la vez que se fortalece el pensamiento lógico y crítico”.¹

Las matemáticas se hacen presentes en toda la realidad, estas ayudan a representar y conocer cada una de las partes que la componen.

Es extremadamente necesario para poder interactuar con fluidez y eficacia en un mundo “matematizado”. La mayoría de las actividades cotidianas requieren de decisiones basadas en esta ciencia, a través de establecer concatenaciones lógicas de razonamiento, como por ejemplo, escoger la mejor alternativa de compra de un producto, entender los gráficos estadísticos e informativos de los periódicos, decidir sobre las

¹ Ministerio de Educación del Ecuador, *Actualización y fortalecimiento curricular de la Educación General Básica* 2010, p. 23.

mejores opciones de inversión; asimismo, que interpretar el entorno, los objetos cotidianos, las obras de arte, entre otras.²

Siendo que las matemáticas se utilizan en la mayoría de actividades es importante que los alumnos aprendan muy bien esta ciencia, desafortunadamente esta materia no es de las favoritas, siendo un problema tanto para docentes como para alumnos. En el caso de los docentes se vuelve necesario buscar las estrategias necesarias para garantizar el óptimo aprendizaje. En la de los alumnos debe existir mayor interés y motivación por aprender esta materia.

Las razones con las que usualmente se justifica la presencia de las matemáticas en la educación obligatoria responden a tres tipos de argumentos.

En primer lugar, se considera que las matemáticas tienen un alto valor formativo porque desarrollan las capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, rigor y precisión que caracterizan al pensamiento formal. En este sentido, las matemáticas son valiosas ya que permiten lograr mentes bien formadas, con una adecuada capacidad de razonamiento y organización.

En segundo lugar, aprender matemáticas tiene interés por su utilidad práctica. Las matemáticas aparecen en todas las formas de expresión humana, permiten codificar información y obtener una representación del medio social y natural, suficientemente potente como para permitir una actuación posterior sobre dicho medio. Al describir un fenómeno en términos de un modelo matemático se pueden inferir conclusiones lógicas sobre el modelo que predicen el comportamiento futuro del fenómeno y, de ahí, conjeturar los cambios que se pueden producir o las regularidades que se van a mantener.

En tercer lugar, las matemáticas proporcionan, junto con el lenguaje, uno de los hilos conductores de la formación intelectual de los alumnos. Las matemáticas necesitan de un desarrollo continuo y progresivo que, a su vez, permite apreciar el desarrollo alcanzado por el alumno. La madurez alcanzada por cada niño a lo largo de su

² Ídem., p.25.

formación escolar tiene dos indicadores principales: su capacidad de expresión verbal -que se pone de manifiesto en su dominio del lenguaje- y su capacidad de razonamiento -puesta de manifiesto por las matemáticas, de modo destacado. Por otra parte, debido a su carácter de herramienta, las matemáticas suponen un instrumento común de trabajo para el resto de las disciplinas.

1.2 OBJETIVOS EDUCATIVOS DEL NOVENO AÑO

- Reconocer y aplicar las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva, las cuatro operaciones básicas y la potenciación para la simplificación de polinomios a través de la resolución de problemas.
- Factorizar polinomios y desarrollar productos notables para determinar sus raíces a través de material concreto, procesos algebraicos o gráficos.
- Aplicar y demostrar procesos algebraicos por medio de la resolución de ecuaciones de primer grado para desarrollar un razonamiento lógico matemático.
- Aplicar las operaciones básicas, la radicación y la potenciación en la resolución de problemas con números enteros, racionales e irracionales para desarrollar un pensamiento crítico y lógico.
- Resolver problemas de áreas de polígonos regulares e irregulares, de sectores circulares, áreas laterales y de volúmenes de prismas, pirámides y cilindros, y analizar sus soluciones para profundizar y relacionar conocimientos matemáticos.
- Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos para el cálculo de perímetros y áreas.
- Recolectar, representar y analizar datos estadísticos en diagramas de tallo y hojas, para calcular la media, mediana, moda y rango.³

La importancia de las matemáticas en este año radica en generar en los estudiantes un pensamiento lógico y ordenado, fomentar la utilización de las reglas, teoremas y propiedades de los números para poder explicar los procesos. Se promueve además el estudio del conjunto de números reales con el manejo de números racionales como de los irracionales.

Todas las actividades deben ir guiadas a que los estudiantes construyan y adquieran habilidades intelectuales que permitan resolver problemas matemáticos sin dificultad. Cuando se aborda el tema de las estrategias de aprendizaje no puede quedar sólo

³ Ídem., p.44.

reducido al análisis y puesta en marcha de determinados recursos cognitivos que favorecen el aprendizaje; se precisa, además, recurrir a los aspectos motivacionales y disposicionales que son los que, en último término, condicionan la puesta en marcha de dichas estrategias.

1.3 BLOQUES CURRICULARES DE LAS MATEMÁTICAS ESTABLECIDOS POR EL MINISTERIO DE EDUCACIÓN

El Área de Matemáticas se estructura en cinco bloques curriculares que son:

Bloque de relaciones y funciones. Este bloque se inicia en los primeros años de Educación General Básica con la reproducción, descripción, construcción de patrones de objetos y figuras. Posteriormente se trabaja con la identificación de regularidades, el reconocimiento de un mismo patrón bajo diferentes formas y el uso de patrones para predecir valores; cada año con diferente nivel de complejidad hasta que los estudiantes sean capaces de construir patrones de crecimiento exponencial. Este trabajo con patrones, desde los primeros años, permite fundamentar los conceptos posteriores de funciones, ecuaciones y sucesiones, contribuyendo a un desarrollo del razonamiento lógico y comunicabilidad matemática.

Bloque numérico. En este bloque se analizan los números, las formas de representarlos, las relaciones entre los números y los sistemas numéricos, comprender el significado de las operaciones y cómo se relacionan entre sí, además de calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables.

Bloque geométrico. Se analizan las características y propiedades de formas y figuras de dos y tres dimensiones, además de desarrollar argumentos matemáticos sobre relaciones geométricas, especificar localizaciones, describir relaciones espaciales, aplicar transformaciones y utilizar simetrías para analizar situaciones matemáticas, potenciando así un desarrollo de la visualización, el razonamiento espacial y el modelado geométrico en la resolución de problemas.

Bloque de medida. El bloque de medida busca comprender los atributos medibles de los objetos tales como longitud, capacidad y peso desde los primeros años de Educación General Básica, para posteriormente comprender las unidades, sistemas y procesos de medición y la aplicación de técnicas, herramientas y fórmulas para determinar medidas y resolver problemas de su entorno.

Bloque de estadística y probabilidad. En este bloque se busca que los estudiantes sean capaces de formular preguntas que pueden abordarse con datos, recopilar, organizar en diferentes diagramas y mostrar los datos pertinentes para responder a las interrogantes planteadas, además de desarrollar y evaluar inferencias y predicciones basadas en datos; entender y aplicar conceptos básicos de probabilidades, convirtiéndose en

una herramienta clave para la mejor comprensión de otras disciplinas y de su vida cotidiana.⁴

1.4 EL DESARROLLO DE DESTREZAS CON CRITERIOS DE DESEMPEÑO

Caracteriza el dominio de la acción. En este documento curricular se ha añadido los “criterios de desempeño” para orientar y precisar el nivel de complejidad en el que se debe realizar la acción, según condicionantes de rigor científico-cultural, espaciales, temporales, de motricidad, entre otros.

Las destrezas con criterios de desempeño constituyen el referente principal para que los docentes elaboren la planificación micro curricular de sus clases y las tareas de aprendizaje. Sobre la base de su desarrollo y de su sistematización, se aplicarán de forma progresiva y secuenciada los conocimientos conceptuales e ideas teóricas, con diversos niveles de integración y complejidad. Los alumnos de noveno año de educación básica luego del proceso de enseñanza del periodo respectivo deberán presentar lo siguiente:

FIGURA 1

Bloques curriculares	Destrezas con criterios de desempeño
Relaciones y funciones	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocer patrones de crecimiento lineal en tablas de valores y gráficos. (P, A) - Graficar patrones de crecimiento lineal a partir de su tabla de valores. (P, A) - Reconocer si dos rectas son paralelas o perpendiculares según sus gráficos. (C, P) - Simplificar polinomios con la aplicación de las operaciones y de sus propiedades. (P) - Representar polinomios de hasta segundo grado con material concreto. (P, A)

⁴ Ídem., p.26-27.

	<ul style="list-style-type: none"> - Factorizar polinomios y desarrollar productos notables. (R A) - Resolver ecuaciones de primer grado con procesos algebraicos. (R A) - Resolver inecuaciones de primer grado con una incógnita con procesos algebraicos. (P, A)
<p>Numérico</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Leer y escribir números racionales e irracionales de acuerdo con su definición. (C, A) - Representar números racionales en notación decimal y fraccionaria. (P) - Representar gráficamente números irracionales con el uso del teorema de Pitágoras. (P, A) - Ordenar, comparar y ubicar en la recta numérica números irracionales con el uso de la escala adecuada. (P, A) - Ordenar y comparar números racionales. (C) - Simplificar expresiones de números reales con la aplicación de las operaciones básicas. (P, A) - Resolver operaciones combinadas de adición, sustracción, multiplicación y división exacta con números racionales. (P, A) - Resolver operaciones combinadas de adición, sustracción, multiplicación y división exacta con números irracionales. (P, A) - Simplificar expresiones de números racionales con la aplicación de las reglas de potenciación y de radicación. (P, A) - Resolver las cuatro operaciones básicas con números reales. (P, A) - Simplificar expresiones de números reales con exponentes negativos con la aplicación de las reglas de potenciación y de radicación. (P, A)

Geométrico	<ul style="list-style-type: none"> - Construir pirámides y conos a partir de patrones en dos dimensiones. (A) - Reconocer líneas de simetría en figuras geométricas. (C, A) - Deducir las fórmulas para el cálculo de áreas de polígonos regulares por la descomposición en triángulos. (P, A) - Aplicar las fórmulas de áreas de polígonos regulares en la resolución de problemas. (P, A) - Utilizar el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos. (A) - Calcular áreas laterales de prismas y cilindros en la resolución de problemas. (P, A) - Aplicar criterios de proporcionalidad en el cálculo de áreas de sectores circulares. (A)
Medida	<ul style="list-style-type: none"> - Reconocer medidas en grados de ángulos notables en los cuatro cuadrantes con el uso de instrumental geométrico. (C, P)
Estadística y probabilidad	<ul style="list-style-type: none"> - Representar datos estadísticos en diagramas de tallo y hojas. (C, P) - Calcular la media, mediana, moda y rango de un conjunto de datos estadísticos contextualizados en problemas pertinentes. (C, P, A)

Fuente: MINISTERIO DE EDUCACIÓN, Actualización y fortalecimiento curricular de la Educación General Básica, 2010.

1.5 RECOMENDACIONES PEDAGÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS

El documento que estipula los lineamientos para el noveno año de EGB también hace algunas recomendaciones para que los docentes a nivel nacional incorporen a sus clases para procurar una enseñanza eficiente las cuales son:

- Realizar las actividades educativas que estén directamente relacionadas con los intereses de los estudiantes y su entorno.
- Dentro de un mismo tema de debe ir de forma ascendente en cuanto a la dificultad de las tareas asignadas. Incrementar el grado de dificultad hasta el punto donde los problemas se vuelvan un desafío.
- El entorno del establecimiento ofrece un sinnúmero de oportunidades y de materiales para trabajar en la resolución de problemas, y la creatividad de los educadores es fundamental para poder encontrar estas aplicaciones.
- Los problemas propuestos no deben ser solamente aquellos en los que se aplique una regla de manera mecánica. La repetición en el aprendizaje de las matemáticas es esencial, pero lo es más aún el acrecentar en el estudiantado un pensamiento crítico y reflexivo, y los problemas que demandan esfuerzo de parte de ellos son una buena fuente para lograr desarrollar estas destrezas.
- En este nivel de estudios probablemente el uso de calculadoras sea más frecuente; por lo tanto, es considerable pasar a la aplicación de los resultados obtenidos y no al cálculo en sí de los mismos. El resultado es importante, pero el proceso seguido para llegar al mismo y sus justificativos lo son más. Es mejor corregir en sus estudiantes errores de cálculo que errores de razonamiento, por lo que es necesario guiarlos para que expliquen de manera suficiente los procesos seguidos. Un método que da buenos resultados es el de verbalizar estos procesos ya que para hacerlo, los estudiantes deben reflexionar sobre lo que hicieron y esto les ayudará a construir procesos lógicos de razonamiento. Además, les permitirá entender diferentes estrategias y, de pronto, adoptar aquellas que les resulte más interesantes o lógicas.
- Si tiene acceso a internet o a software especializado, usarlos regularmente con las alumnas y alumnos. Muchas de las aplicaciones que se encuentran en este medio sirven como refuerzo de los conceptos estudiados e incentivan la búsqueda de estrategias para su resolución.
- Crear espacios para que el trabajo en grupos y la resolución de problemas sean en equipo.
- La investigación y la lectura son también muy importantes en la matemática, y al pedirles que realicen exposiciones sobre temas muy concretos, se enfrentan con la materia en un entorno diferente al aula de clase, donde ellos son quienes definen los límites de su indagación. Para que las indagaciones y las exposiciones sean eficaces, se sugiere que los instrumentos de evaluación de las mismas sean muy claros y conocidos por los estudiantes; además, es fundamental guiarlos en las fuentes de investigación, las cuales se sugiere sean especializadas y confiables.
- Al igual que en otros niveles, es imprescindible relacionar siempre todos los contenidos estudiados en este año con aquellos aprendidos

en años anteriores, para que el estudiantado vea el progreso de su aprendizaje en la materia y también es necesario relacionarlos con las demás áreas del saber, como aplicaciones directas de lo aprendido. Estas conexiones entre diferentes conocimientos, entre bloques y entre asignaturas potencian las conexiones en el cerebro y permiten al estudiante incrementar su capacidad de aprender; pues mientras más sabemos, más podemos aprender ya que el aprendizaje se da al crear relaciones con otros conocimientos, es decir, mientras más información poseemos, mayor es la posibilidad de relacionarla con nueva información.

- Al momento de planificar las unidades, no hacerlo por bloques, es decir, no empezar por el bloque numérico para luego pasar al de relaciones y funciones y, si le queda tiempo, finalmente trabajar en geometría. Al contrario, se sugiere trabajar con los bloques intercalados, ya que con ello se da la posibilidad a los estudiantes de establecer conexiones entre los mismos y fluir cómodamente entre ellos.⁵

El objetivo de la enseñanza de las matemáticas es estimular al razonamiento matemático, y es allí que se debe partir para empezar diseñar las estrategias a seguir en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo general el proceso mecanicista plantea que el docente comienza sus clases señalando una definición determinada del contenido a desarrollar, basándose luego en la explicación del algoritmo que el alumno debe seguir para la resolución de un ejercicio, realizando planas de ejercicios comunes hasta que el alumno pueda llegar a asimilarlos, es por ello, que para alcanzar el reforzamiento del razonamiento y opacar la memorización o mecanización se debe combatir el esquema tradicional con que hasta ahora rigieron las clases de matemáticas.

De esta forma se estará creando un estímulo que permita al alumno investigar la necesidad y utilidad de los contenidos matemáticos.

Para poder enseñar un determinado tema de matemáticas es necesario que los alumnos tengan las bases adquiridas, es decir deben tener conocimientos previos que ayuden a poder entender los problemas que pretende solucionar.

Es importante revisar los conocimientos previos de sus estudiantes acerca de las propiedades de los números enteros y sus operaciones. Al trabajar

⁵ Ídem., p.47-49.

con los números racionales e irracionales, se completa el trabajo en los números reales. Las dificultades que con frecuencia se encuentran los estudiantes con los números racionales es la expresión de estos en notación fraccionaria, en especial de los decimales repetitivos e infinitos.⁶

Para que la enseñanza sea significativa, el alumno debe ser motivado para que pueda identificar los tipos de números que se le presentará a lo largo de los ejercicios. Esto ayudará a tener una idea clara por ejemplo de que X equivale a un número entero que debe ser identificada para poder solucionar el problema.

En fin en este aspecto al igual que en los otros bloques es necesario graficar de la mejor manera sobre los nuevos conocimientos que adquirirán a lo largo del ciclo.

1.6 INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN

Para poder determinar con exactitud si el estudiante adquirió los conocimientos matemáticos y además los domina, es necesario realizar evaluaciones que determinen que la enseñanza fue ideal, “estas son evidencias concretas de los resultados del aprendizaje, precisando el desempeño esencial que deben demostrar los estudiantes”.⁷

Es decir es importante además de establecer las estrategias de enseñanza definir cómo, cuándo, y qué evaluar.

La evaluación tiene como propósito determinar en qué medida se están cumpliendo las metas de calidad que se fijan en los estándares, asociadas a los aprendizajes que se espera logren los estudiantes [...] es un instrumento para el mejoramiento que permite obtener información válida y confiable sobre las consecuencias de acciones específicas, para así optimizar los esfuerzos.⁸

La evaluación no solo es para el estudiante sino también para el docente, mediante esta se permite visibilizar las falencias, debilidades, fortalezas, etc., que permitan realizar una retroalimentación que genere una mejor educación.

⁶ Ídem., p.53.

⁷ Ídem., p.20.

⁸ MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL REPÚBLICA DE COLOMBIA, *Al Tablero enero-marzo de 2006*, en <<http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-107321.html>>, consultado 17 de julio de 2011.

La evaluación servirá para poder determinar si las estrategias y formas de enseñanza – aprendizaje utilizado por el docente y el alumno fueron los adecuados. Para el noveno año de EGB los alumnos deben manejar o dominar los siguientes temas:

- Simplifica polinomios con la aplicación de las operaciones básicas y de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva.
- Factoriza polinomios y desarrolla productos notables.
- Resuelve ecuaciones e inecuaciones de primer grado.
- Aplica las operaciones con números reales en la resolución de problemas.
- Aplica las reglas de potenciación y radicación en la simplificación de expresiones numéricas y de polinomios con exponentes negativos.
- Aplica el teorema de Pitágoras en la resolución de triángulos rectángulos.
- Deduce las fórmulas del área de polígonos regulares y las aplica en la resolución de problemas.
- Calcula áreas laterales de prismas, cilindros y sectores circulares.
- Reconoce medidas en grados de ángulos notables en los cuatro cuadrantes.
- Representa un conjunto de datos estadísticos en un diagrama de tallo y hojas; además calcula la media, la mediana, la moda y el rango.⁹

⁹ Ministerio de Educación. Op. Cit.p.59.

CAPÍTULO 2

¿CÓMO APRENDEN MATEMÁTICAS LOS ESTUDIANTES DE NOVENO AÑO?

2.1 PROCESOS DE APRENDIZAJE

Los procesos de aprendizaje son las actividades que realizan los estudiantes para conseguir el logro de los objetivos educativos que pretenden. Constituyen una actividad individual, aunque se desarrolla en un contexto social y cultural, que se produce a través de un proceso de interiorización en el que cada estudiante concilia los nuevos conocimientos en sus estructuras cognitivas previas; debe implicarse activamente reconciliando lo que sabe y cree con la nueva información. La construcción del conocimiento tiene pues dos vertientes: una vertiente personal y otra social.

Las concepciones sobre el aprendizaje y sobre los roles que deben adoptar los estudiantes en estos procesos han evolucionado desde considerar el aprendizaje como una adquisición de respuestas automáticas (adiestramiento) o adquisición y reproducción de datos informativos (transmitidos por un profesor) a ser entendido como una construcción o representación mental (personal y a la vez colectiva, negociada socialmente) de significados (el estudiante es un procesador activo de la información con la que genera conocimientos que le permiten conocer y transformar la realidad además de desarrollar sus capacidades).

En cualquier caso hoy en día es más complejo que el mero recuerdo, no significa ya solamente memorizar la información, es necesario también:

- Conocer la información disponible y seleccionarla en función de las necesidades del momento.
- Analizar y organizarla, interpretar y comprenderla.
- Sintetizar los nuevos conocimientos e integrarlos con los saberes previos para lograr su “apropiación” e integración en los esquemas de conocimiento de cada uno.

- Aplicarla, considerar relaciones con situaciones conocidas y posibles aplicaciones, en algunos casos valorarla, evaluarla.

“Lo que corresponde con los 6 niveles básicos objetivos según su complejidad cognitiva que considera Bloom: conocer, comprender, aplicar, analizar, sintetizar y valorar”.¹⁰

2.2 IMPLICACIONES DEL APRENDIZAJE

El aprendizaje siempre implica:

- a) Una recepción de datos que supone un reconocimiento y una elaboración semántico – sintáctica de los elementos del mensaje (palabras, iconos, sonido donde cada sistema simbólico exige la puesta en juego actividades mentales distintas: los textos activan las competencias lingüísticas, las imágenes, las competencias perceptivas y especiales, etc.
- b) La comprensión de la información recibida por parte del estudiante que, a partir de sus conocimientos anteriores (con los que establecen conexiones sustanciales), sus intereses (que dan sentido para ellos a este proceso) y sus habilidades cognitivas, analizan, organizan y transforman (tienen un papel activo), la información recibida para elaborar conocimientos.
- c) Una retención a largo plazo de esta información y de los conocimientos asociados que se hayan elaborado.
- d) La transferencia de los conocimientos a nuevas situaciones para resolver con su concurso las preguntas y problemas que se planteen.

2.3 FACTORES DEL APRENDIZAJE

Para que se puedan realizar aprendizajes son necesarios tres factores básicos:

- Inteligencia y otras capacidades y conocimientos previos (poder aprender): para aprender nuevas cosas hay que estar en condiciones de hacerlo, se debe disponer de

¹⁰ ANELLO, E. Y HERNÁNDEZ, J., *Conceptos de Aprendizaje y Desarrollo*, Convenio EB – PROCED.MEC.NUR. Ecuador, 1998.

las capacidades cognitivas y necesarias para ello (atención, proceso) y de los conocimientos previos imprescindibles para construir sobre ellos los nuevos aprendizajes. También es necesario poder acceder a la información necesaria.

- Motivación (querer aprender): para que una persona realice un determinado aprendizaje es necesario que movilice y dirija en una dirección determinada energía para que las neuronas realicen nuevas conexiones entre ellas. La motivación dependerá de múltiples factores personales (personalidad, fuerza de voluntad...), familiares, sociales y del contexto en el que se realiza el estudio. Además los estudiantes que se implican en los aprendizajes son más capaces de definir sus objetivos formativos, organizar sus actividades de aprendizaje y evaluar sus resultados de aprendizaje, se apasionan más por resolver problemas y comprender y avanzar autónomamente en los aprendizajes durante toda la vida.

- Experiencia (saber aprender): los nuevos aprendizajes se van construyendo a partir de los aprendizajes anteriores y requieren ciertos hábitos y la utilización de determinados instrumentos y técnicas de estudio:

- Instrumentos básicos: observación, lectura, escritura
- Repetitivas: copiar, recitar, adquisición de habilidades de procedimiento
- Decomprensión: vocabulario, estructuras, sintácticas
- Elaborativas: subrayar, completar frases, resumir, esquematizar, elaborar diagramas y mapas conceptuales, seleccionar, organizar.
- Explorativas: explorar, experimentar
- De aplicación de conocimientos a nuevas situaciones, creación regulativas, analizando y reflexionando sobre los propios procesos cognitivos.

2.4 DURACIÓN DE LA ADOLESCENCIA

Este periodo comprende entre el final de la infancia y el principio de la edad adulta. Suele comenzar a los 12 y 14 años en la mujer y en el hombre respectivamente y

termina a los 21. En esta etapa se experimenta cambios que se dan a escala social, sexual, físico y psicológico.

2.4.1 Búsqueda de identidad.

Es un viaje que dura toda la vida, cuyo punto de partida está en la niñez y acelera su velocidad durante la adolescencia. “Como Erik Eriksson (1950) señala, este esfuerzo para lograr el sentido de sí mismo y el mundo no es "un tipo de malestar de madurez" sino por el contrario un proceso saludable y vital que contribuye al fortalecimiento total de del ego del adulto”.¹¹

2.4.2 Identidad frente a la confusión de la identidad.

Para formar una identidad, el ego organiza las habilidades, necesidades y deseos de una persona y la ayuda a adaptarlos a las exigencias de la sociedad. Durante la adolescencia la búsqueda de "quien soy" se vuelve particularmente insistente a medida que el sentido de identidad del joven comienza donde termina el proceso de identificación. La identificación se inicia con el moldeamiento del yo por parte de otras personas, pero la información de la identidad implica ser uno mismo, en tanto el adolescente sintetiza más temprano las identificaciones dentro de una nueva estructura psicológica.¹²

2.5 DESDE LOS 11 AÑOS DE EDAD EN ADELANTE

Los adolescentes pasan de las experiencias concretas reales a pensar en términos lógicos más abstractos. Son capaces de utilizar la lógica propositiva para la solución de problemas hipotéticos y para derivar conclusiones. Son capaces de emplear el razonamiento inductivo para sistematizar sus ideas y construir teorías sobre ellas puede usar el razonamiento deductivo para jugar el papel de científicos en la construcción y comprobación de teorías. Pueden usar un lenguaje metafórico y

¹¹ COL, Zoila y ELÍAS, Jessica, *Duración e identidad del adolescente*, en <<http://procesoadolescencia.blogspot.com/2011/07/duracion-e-identidad-del-adolescente.html>>, consultado 22 de julio de 2011.

¹² Ídem.

símbolos algebraicos como símbolos de símbolos. Son capaces de pasar de lo que es real a lo que es posible, pueden pensar en lo que podría ser, proyectándose en el futuro y haciendo planes.

Los adolescentes muestran tres características básicas en su conducta de solución de problemas.

- Planean sus investigaciones de manera sistemática empezaban a probar todas las causas posibles de la variación en las oscilaciones del péndulo varios grados de fuerza o impulso, altura mayor o menor, peso ligero o pesado y cuerda larga o corta.
- Registraban los resultados con precisión y objetividad.
- Llegaban a conclusiones lógicas.¹³

2.6 NOCIONES DE ESPACIO, TIEMPO Y REPRESENTACIONES EN LOS ADOLESCENTES

2.6.1 Noción del espacio.

La noción de espacio el joven lo ha ido adquiriendo a medida que va evolucionando, es así que van aprendiendo de poco en poco empezando desde: casa, calle, esta noción se desarrolla más rápidamente que la de tiempo, porque tiene referencias más sensibles. Hasta los ocho o nueve años, no se adquiere la noción de espacio geográfico, por eso la lectura de mapas y de globos terráqueos no es una labor sencilla, pues requiere una habilidad especial para interpretar numerosos símbolos, signos y captar las abstracciones que estos medios suponen.

Para el desarrollo del trabajo se toma en cuenta la noción del espacio en los niños según Jean Piaget y se toma en cuenta la edad que los jóvenes de noveno año tienen.

¹³ UNIVERSIDAD RAFAEL LANDIVAR. DEPARTAMENTO DE PSICOLOGÍA. PSICOLOGÍA DEL DESARROLLO HUMANO, *Piaget: etapas del desarrollo, s/a*, en <http://html.rincondelvago.com/piaget_etapas-del-desarrollo.html>, consultado 18 de junio de 2011.

FIGURA 2

NOCIÓN DEL ESPACIO EN LOS NIÑOS SEGÚN JEAN PIAGET		
ETAPA	PERCEPCIÓN Y SUGERENCIAS	ACTIVIDADES PARA REALIZAR
De 12 a 15 años	<p>El movimiento de autoafirmación propio de la pubertad, favorece la toma de conciencia de las relaciones del sujeto y su medio. El pensamiento del adolescente se sitúa en un nivel conceptual, posee mayor capacidad para generalizar y usar abstracciones; cada vez es más capaz de un aprendizaje que implique conceptos y símbolos en lugar de imágenes de cosas concretas. Es el paso del pensamiento lógico-concreto al pensamiento lógico-abstracto. Aunque los alumnos siguen interesados por lo descriptivo, poco a poco precisan una explicación de los fenómenos. Hay que tener en cuenta que la facultad de razonamiento abstracto evoluciona lentamente en el adolescente, y el grado y ritmo de ese desarrollo varía considerablemente de un sujeto a otro. Por ello es preferible prescindir todavía, en términos</p>	<p>Enseñársele a razonar y relacionar, a organizar y clasificar los conceptos. Las descripciones deben acompañarse, gradualmente, de razonamientos concretos y explicaciones teóricas, haciendo ver las interrelaciones de los fenómenos sociales, políticos, económicos, etc.</p>

	generales, de exposiciones explicativas de teorías muy complejas.	
--	---	--

Fuente: SANTAMARÍA, Sandy, Noción del espacio en los niños según Jean Piaget, 2008, en < <http://www.monografias.com/trabajos16/espacio-tiempo/espacio-tiempo.shtml>>, consultado 20 de junio de 2011.

Como se ha manifestado los niños poco a poco van tomando conciencia de la noción del espacio que en un principio puede ser difícil de entender pero a medida que van evolucionando y en la actualidad con la tecnología que día a día está más cerca de los estudiantes es aún más fácil de entender.

Para los estudiantes de noveno año existe cierta dificultad para resolver la lógica abstracta en un ejercicio y se debe a que todavía están desarrollando su razonamiento abstracto, aunque, en algunos puede estar más desarrollados que en otros.

2.6.2 Noción de tiempo.

Se piensa que en matemáticas la noción del tiempo, es utilizada cuando queremos calcular una edad, o en qué tiempo sucedió algún hecho. De igual manera a medida que las personas van evolucionado van entendiendo esta noción, realizando un análisis de las descripciones de Piaget al referirse a las diferentes capacidades de aprendizaje de las personas a través de sus etapas de desarrollo cognitivo, se puede observar que las nociones de espacio y tiempo surgen y se desarrollan lentamente.

FIGURA 3

LA NOCIÓN DEL TIEMPO SEGÚN JEAN PIAGET		
ETAPA	PERCEPCIÓN Y SUGERENCIAS	ACTIVIDADES PARA REALIZAR
De 12 a 14 años	Las características psicológicas del niño de estas edades permiten un estudio más sistemático de las	A partir de hechos y personajes ya conocidos, se puede desarrollar los hechos y acontecimientos de una

	<p>Ciencias Sociales. En este momento se interesa ya por los hechos reales, por la vida de los grandes hombres; exige detalles sobre el lugar y la época; quiere saber cómo empiezan y terminan los hechos. Hay interés por conocer las repercusiones de los hechos. La capacidad para la comprensión de las nociones espacio-tiempo provocará en el niño la habilidad práctica de ordenar cronológicamente los sucesos.</p>	<p>época o un evento histórico importante y destacado, con más detalles que los conocidos en la etapa anterior, y preparándolo para lo que serán las explicaciones de causas y efectos que vendrán en los años venideros.</p> <p>Se recomienda el uso de líneas de tiempo, tanto impresas para que el niño las conozca, como que él mismo diseñe sus líneas de tiempo histórico.</p>
--	--	--

Fuente: SANTAMARÍA, Sandy, La noción del tiempo según Jean Piaget, 2008, en <<http://www.monografias.com/trabajos16/espacio-tiempo/espacio-tiempo.shtml>>, consultado 20 de junio de 2011.

En conclusión se puede decir que la comprensión del tiempo está muy relacionada al conocimiento físico y social; y el niño lo construye a través de las siguientes fases:

1. Concibe el tiempo solamente relacionado al presente, no contempla mentalmente el pasado ni el futuro. Tiene una dimensión única del tiempo.
2. Comienza a entender que el tiempo es un continuo, que las cosas existen antes de ahora y que existirán después de ahora.
3. Usa el término de mañana o ayer, quizás no acertadamente, pero con indicios de que comprende la existencia de un pasado y un futuro.
4. Reconstruye hechos pasados, pero no lo hace secuencial ni cronológicamente. Por ejemplo, si le pedimos que nos cuente cómo hizo su pintura, lo podrá contar, pero no secuencialmente, por dónde empezó, que hizo después y así sucesivamente.
5. Reconstrucción secuencial y cronológica del tiempo y comprensión de las unidades convencionales del mismo. Por ejemplo: semana, mes, hora, etc. En esta fase el niño ya comienza a mostrar una visión objetiva del tiempo.

2.6.3 Noción de representación.

Esta noción se la aplica desde que somos bebés porque poco a poco vamos familiarizándonos con lo que vemos y las imágenes se van grabando en nuestras mentes, es ahí cuando inicia un proceso en nuestro pensamiento.

De ahí que el período preescolar es esencialmente el momento del crecimiento de la habilidad del niño para usar representaciones y la enseñanza parte de esta noción. Este proceso implica un enorme avance hacia la independencia del niño con respecto al “aquí y ahora” y a los objetos concretos de su mundo.

La representación la construye el niño a través de las siguientes fases y niveles:

1. Imitación diferida: imitación de un acto complicado aunque carezca de modelo. Por ejemplo: hacer arepitas, esto da muestras de que el niño es capaz de tener en su mente (representado) un patrón de gestos sin verlo delante de sí.
2. Representación a un nivel señal: en esta fase el niño reconoce el objeto a través de una de sus partes o de un efecto producido por él. Por ejemplo: el teléfono por su timbre, la madre por su voz.
3. Representación a nivel simbólico: en esta fase el niño representa su mundo a través de acciones u objetos que tienen una relación o semejanza con la realidad representada. Por ejemplo: dramatizar a la mamá haciendo comida.

Existen cinco tipos de representaciones simbólicas:

- a) Imitación: empleo del cuerpo para representar.
 - b) Simulación: utilización de objetos para representar otro. Por ejemplo un palito para representar un avión.
 - c) Onomatopeyas: emisiones de sonidos de lo representado.
 - d) Modelos bidimensionales: como por ejemplo dibujos, pinturas, etc.
 - e) Modelos tridimensionales: como modelados con masa, Plastilina, barro, construcciones con bloques, etc.
4. Representaciones a nivel de signo: en esta fase el niño es capaz de representar su mundo a través de signos, que son representaciones arbitrarias compartidas por la sociedad (palabras habladas o escritas, números, gráficos), que no tienen ninguna semejanza concreta con lo que precisa.

El joven de noveno año lógicamente a su edad ha desarrollado todas estas nociones de ahí que él será capaz de representar los números y en el año que cursa fórmulas, fracciones, utilizará figuras geométricas para elaborar paisajes, por ejemplo u observar determinado espacio e identificar las figuras geométricas presentes.

2.7 ¿QUÉ PIENSAN LOS ESTUDIANTES AL INTENTAR APRENDER MATEMÁTICAS?

- “ES QUE NO ME GUSTAN LAS MATEMATICAS”
- “NO LAS ENTIENDO”
- “SON MUY DIFÍCILES”

La dificultad de las matemáticas generalmente está en que tenemos que:

- PENSAR.
- RAZONAR, ENTENDER.

2.7.1 ¿QUÉ SE DEBE HACER PARA APRENDER MATEMÁTICAS?

Muchas veces se hace difícil hacer un ejercicio, pero una vez que se lo ha resuelto se puede hacer otro ejercicio parecido, así poco a poco se aprende a hacer los ejercicios planteados.

Los nuevos contenidos se basan en contenidos anteriores, por eso hay que trabajar de manera continua.

- ❖ Antes de hacer nuevos ejercicios, hay que repasar lo que se ha aprendido y los ejercicios resueltos en clase.
- ❖ Repasar la teoría e intentar desarrollar siempre los ejercicios.

Para aprender hay que trabajar, pero también se necesita de ayuda. Se deben tomar apuntes ordenados y si un día se falta a clases se debe pedir el cuaderno a un compañero para no quedarse atrasado.

Los ejercicios deben ser corregidos, si hay un ejercicio y no se lo corrige, luego no sabe si está bien o no y puede llevar a la confusión.

El ciclo entonces para aprender matemáticas cuando estamos en noveno año es el siguiente:



Fuente: GESTIOPOLIS en <http://www.gestiopolis.com/organizacion-talento/superaprendizaje-relevancia-e-importancia.htm>

Motivación. Los seres humanos para realizar una actividad siempre tenemos que estar motivados y eso lo hacemos desde que estamos pequeños, más todavía los jóvenes cuando lo que les interesa son cosas de actualidad tecnológica, por lo tanto dentro de matemáticas podemos buscar una frase, un video que los motive y despierte su interés por aprender, además que el tema nuevo debe estar encajado con el tema anterior.

Memorización. Lo que se aprende nunca se olvida, por lo tanto para mantener presente los temas desarrollados tendrán que necesariamente ser repasados.

Lectura rápida. Para saber el proceso de cómo elaboro determinado problema se debe revisar la materia y el proceso como se lo realiza. Si se tiene duda se puede acudir a la bibliografía sugerida o a una página de internet.

Estudio. Para estudiar matemáticas, realizo lo anterior pero siempre que tenga en orden los apuntes y el proceso de cómo se elabora, además se puede crear nuevos ejercicios para practicar lo aprendido.

Relajación. Nada es imposible de resolverlo todo tiene solución y si tengo alguna duda de algo, es necesario consultar con alguien que conoce sobre el tema o en la misma clase al profesor si alguna duda me quedó sobre algo.

Visualización. Es muy importante que siempre este pendiente del proceso del ejercicio, de su fórmula.

CAPÍTULO 3

ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN NOVENO AÑO

3.1 PRINCIPIOS PEDAGÓGICOS PARA LA ENSEÑANZA APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Las matemáticas deben ser abordadas desde una perspectiva donde el alumno sea partícipe de la clase, donde se utilicen los recursos y materiales necesarios procurando un aprendizaje significativo. A continuación se mencionan algunos principios didácticos y pedagógicos en la educación matemática:

- a) En primer lugar, toda actividad de enseñanza tiene que estar orientada hacia los estudiantes, en sus intereses, capacidades, habilidades y dificultades.
- b) En segundo lugar, tenemos el precepto de la actividad independiente de los jóvenes. Esto significa que los estudiantes de cualquier edad tienen el derecho a trabajar dentro y fuera del aula de manera autónoma.
- c) Los sistemas educativos y los docentes en particular deben brindar los recursos y las posibilidades que los jóvenes trabajen las matemáticas, y cualquier otra asignatura, de manera activa, creativa, colectiva e independiente.
- d) Los estudiantes deben recibir las respectivas ayudas e indicaciones por parte de los docentes durante y después del proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas. Tanto las indicaciones claras y detalladas como las ayudas pertinentes e inmediatas se hacen más necesarias cuando los docentes ponen en práctica concepciones didácticas tales como la resolución de problemas, las aplicaciones y su proceso de modelación matemática y la enseñanza por proyectos.
- e) Ya desde tiempos inmemorables, la didáctica se ha preocupado por establecer como prioritario el principio de la dificultad progresiva. Esto significa que las unidades de enseñanza en cualquier sistema educativo deben estar organizadas de tal manera que los contenidos tratados pasen de lo más

sencillo a lo más complejo. Esta visión didáctica no contradice la idea del “desarrollo de una enseñanza basada en unidades generadoras de aprendizaje o temas generadores”.¹⁴

- f) Sin embargo, hay quienes consideran, también desde hace muchos siglos, que se debe enfocar la enseñanza desde lo general a lo particular. Los docentes son, de acuerdo con su formación, la temática de estudio y las estrategias didácticas, quienes deciden en última instancia cómo enfocar su trabajo didáctico y pedagógico en las aulas de clases.
- g) El precepto didáctico conocido como la experiencia intransitiva consiste, tal como lo hemos mencionado anteriormente, en prestar atención a las ideas intuitivas previas de los estudiantes. Se habla con frecuencia de los conocimientos previos. Esta afirmación es, en cierta forma, imprecisa ya que no siempre los seres humanos, independientemente de su escolaridad, y por razones conocidas en cuanto al olvido acelerado de lo aprendido, disponen de un conocimiento previo elaborado; sin embargo, la experiencia intransitiva garantiza la existencia de ideas y conocimientos que se acercan a las explicaciones teóricas aceptadas científicamente.
- h) El principio de la utilidad de los conocimientos adquiridos en las instituciones educativas, concretamente de las matemáticas escolares. Las matemáticas tienen la particularidad de ser muy amplias, interesantes, útiles y significativamente importantes para los seres humanos.
- i) Sin embargo, también se puede hacer de las matemáticas una actividad sumamente aburrida e inútil, en algunos casos que los docentes dedican prácticamente tres meses a un tema matemático, como la radicación en el noveno grado, o las identidades trigonométricas en el décimo grado.

¹⁴ MORA, Castor David, Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, Rev. Ped. de mayo de 2003, vol.24, no. 70, en < http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0798-97922003000200002&script=sci_arttext> , consultado 12 de julio de 2010.

- j) Aunque los temas son importantes desde el punto de vista de las matemáticas y sus aplicaciones, los estudiantes no encuentran ningún sentido a listas interminables de ejercicios sin utilidad o importancia fuera y dentro de las matemáticas. El precepto utilitario de las matemáticas escolares, entonces, tiene que ser rescatado.
- k) El principio de la claridad en cuanto a la presentación de los conocimientos matemáticos. Con frecuencia oímos las críticas que hacen nuestros estudiantes a los(as) profesores(as) de matemáticas porque no entienden realmente las explicaciones que realizan los docentes durante el desarrollo de sus clases.
- l) En muchos casos, los docentes de matemáticas presentan los conceptos matemáticos a sus estudiantes tal como están establecidos en los libros de texto o como fueron adquiridos en las instituciones de educación superior durante su formación académica.
- m) Esta forma de tratar los conocimientos matemáticos escolares con los estudiantes contradice considerablemente el desarrollo mismo de las matemáticas y del trabajo que realizan los matemáticos profesionales.
- n) Los conocimientos tienen que ser trabajados en clase mediante la discusión, reflexión y construcción por parte de quienes intervienen en el proceso de aprendizaje y enseñanza. “El orden y la sistematicidad en cuanto a la estructuración y presentación de los conocimientos científicos es un principio didáctico muy antiguo, el cual intentan poner en práctica todos los docentes en cualquier nivel del sistema educativo”.¹⁵

No importa que se trabaje, didácticamente hablando, con estrategias de aprendizaje abiertas y altamente complejas como los proyectos o la resolución de problemas.

¹⁵ Ídem.

Los docentes elaboran sus actividades sistemática y ordenadamente, lo cual, probablemente, tendrá un mejor y mayor efecto en los aprendizajes de los estudiantes.

También es conocido, desde el punto de vista de las teorías cognitivas del aprendizaje, que los seres humanos elaboran conceptos mentales obedeciendo a ciertas estructuras de organización sistemáticas y ordenadas de situaciones contextuales externas.

Durante la enseñanza los(as) profesores(as), no solamente de matemáticas, deberían poner en práctica la mayor parte de estos principios. Ellos están relacionados entre sí de manera implícita y automática, ya que contribuyen a establecer normas socio matemáticas, objetivos, experiencias, actividades, etc.

“Muchos de estos principios forman parte actualmente de las investigaciones en el campo de la educación matemática y constituyen puntos de partida para las discusiones didácticas en diferentes centros de investigación en el ámbito internacional”.¹⁶

Los principios didácticos mencionados en los párrafos anteriores no son los únicos que determinan el proceso de aprendizaje y enseñanza, en particular de las matemáticas.

De esta manera, los preceptos didácticos están determinados, en buena medida, por las experiencias de los docentes de matemáticas y se ajustan a las vivencias didácticas y de la especialidad que han tenido los docentes tanto en su proceso de formación como de actualización didáctica.

Los preceptos didácticos antes mencionados están presentes, genéricamente hablando, en todas las estrategias de aprendizaje y enseñanza, concretamente en el tratamiento de las matemáticas escolares.

¹⁶ Ídem.

3.2 ESTUDIO DE LAS MATEMÁTICAS

Las matemáticas no es ocupación exclusiva de un grupo reducido de especialistas, a su creación contribuye el quehacer colectivo de las sociedades. Un ejemplo lo constituye el desarrollo de los sistemas de numeración y el uso de la geometría en el arte decorativo y en la arquitectura de la antigüedad. “Este aspecto de las matemáticas tiene implicaciones importantes para la educación: el estudio y la creación de las matemáticas está al alcance de todo ser humano.”¹⁷

En este escenario, el estudio de las matemáticas en EGB es fundamental para la formación de los estudiantes porque persigue los siguientes propósitos:

- Desarrollar habilidades.
- Promover actitudes positivas.
- Adquirir conocimientos matemáticos.

Estos propósitos forman un todo en relación dialéctica, es decir, que el avance o retroceso de uno de ellos repercute, de alguna manera, en otro.

Desarrollar destrezas con criterios de desempeño como se señala en la actualización y fortalecimiento curricular, con el estudio de las matemáticas en EGB se pretende que los estudiantes desarrollen habilidades operatorias, de comunicación y de descubrimiento, para que puedan aprender permanentemente y con independencia, así como resolver problemas matemáticos de diversa índole.

Es frecuente que el término habilidad se confunda con los de capacidad y destreza. Para nuestros fines, hablamos de capacidades cuando nos referimos a “un conjunto de disposiciones de tipo genético que, una vez desarrolladas por medio de la experiencia que produce el contacto con un entorno culturalmente organizado, darán lugar a habilidades individuales”.¹⁸

¹⁷ BALBUENA, Hugo, *Las matemáticas: educación y desarrollo*, 2001, en <<http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/pdf/orientaciones/libromaestro.pdf>>, consultado 14 de julio de 2011.

¹⁸ MONEREO, Carles, *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*, Sexta Edición. Barcelona: Editorial Graó, 1999, p.9.

Las habilidades son las posibles variaciones individuales, en el marco de las capacidades, que pueden expresarse en conductas en cualquier momento, porque han sido desarrolladas por medio de su uso, y que además pueden utilizarse o ponerse en juego, tanto consciente como inconscientemente, de forma automática.

La destreza es la agilidad que pueden tener los estudiantes en la aplicación de ciertas técnicas manuales. En la educación básica se busca desarrollar, entre otras:

- La habilidad de calcular, que consiste en establecer relaciones entre las cifras o términos de una operación o de una ecuación para producir o verificar resultados.
- La habilidad de inferir, que se refiere a la posibilidad de establecer relaciones entre los datos explícitos e implícitos que aparecen en un texto, una figura geométrica, una tabla, gráfica o diagrama, para resolver un problema.
- La habilidad de comunicar, que implica utilizar la simbología y los conceptos matemáticos para interpretar y transmitir información cualitativa y cuantitativa.
- La habilidad de medir, que se refiere a establecer relaciones entre magnitudes para calcular longitudes, superficies, volúmenes, masa, etc.
- La habilidad de imaginar, que implica el trabajo mental de idear trazos, formas y transformaciones geométricas planas y espaciales.
- La habilidad de estimar, que se refiere a encontrar resultados aproximados de ciertas medidas, de operaciones, ecuaciones y problemas.
- La habilidad de generalizar, que implica el descubrir regularidades, reconocer patrones y formular procedimientos y resultados.
- La habilidad para deducir, que se refiere a establecer hipótesis y encadenar razonamientos para demostrar teoremas sencillos.

En los últimos años la enseñanza de las matemáticas, así como la forma de "hacer matemáticas" está cambiando.

La presencia de ordenadores en los hogares y en las escuelas junto a la existencia de una gran cantidad de buenos programas diseñados específicamente para hacer matemáticas, está, lentamente, produciendo cambios metodológicos importantes y positivos en la enseñanza de las matemáticas.

Los ordenadores constituyen un estupendo laboratorio matemático que permite experimentar, suplir carencias en el bagaje matemático del alumno, desarrollar la intuición, conjeturar, comprobar, demostrar, y, en definitiva "ver las situaciones matemáticas" de una forma práctica. Por esta razón se han convertido en un valioso instrumento didáctico.

Uno de los problemas que afronta los sistemas educativos a nivel mundial es la formación de profesionales capaces de responder a los nuevos desafíos en el campo científico, técnico, tecnológico y educativo para transformar de manera activa y creadora, la realidad en beneficio del propio hombre.

En la actualidad son mayores y más complejas las demandas que se le presentan a la universidad en el ámbito pedagógico, vinculadas a la formación de profesionales competentes para hacer frente al obsoleto y vigente paradigma tradicional de enseñanza, que aún mantiene su legado en la mayoría de las instituciones educativas a nivel internacional.

En este sentido la Conferencia Mundial sobre Educación Superior (1998) se pronunció a favor de cambios sustanciales en la enseñanza al plantear en su artículo: "En un mundo en rápido cambio, se percibe la necesidad de una nueva visión y un nuevo modelo de enseñanza superior, que debería estar centrado en el estudiante, lo cual exige, reformas en profundidad, así como una renovación de los contenidos, métodos, prácticas y medios de transmisión del saber".¹⁹

¹⁹ Ídem.

La formación de profesores para la enseñanza de la ciencia está dirigido en su mayoría a preparar al formador en conocimientos teóricos, tanto de la ciencia particular como pedagógicos, desvinculados en su mayoría de la práctica acerca de cómo el alumno aprende y cómo instrumentar el proceso de enseñanza aprendizaje en la práctica profesional, lo que lleva a que una vez egresado el nuevo profesional, realice una labor pedagógica totalmente tradicional, instrumental, enciclopédica, que responde además a las exigencias administrativas.

En relación a lo anterior, “los estudiantes no alcanzaron a apropiarse de un método de enseñanza general por la deficiencia de sus marcos referenciales que propicia un conjunto de limitaciones, como, la ausencia de criterios teórico-metodológicos sólidos y coherentes para enseñar la Matemática a nivel básico”.²⁰

En tal sentido, el objeto de investigación lo compone una estrategia didáctica de formación docente. Para abordar este objeto se combina una metodología de investigación de corte cuantitativo y cualitativo, con la utilización de métodos teóricos, experimentales, en particular el experimento pedagógico (variante pre-experimental) y elementos de la investigación-acción.

Los estudiantes no deberán ser meros receptores pasivos de las explicaciones del profesor, o solamente ejercitarse en la aplicación de las técnicas y procedimientos convencionales, es necesario ceder el papel protagónico de la clase a los estudiantes.

Se pretende que el profesor seleccione y plantee problemas de acuerdo con los propósitos y deje que los estudiantes los resuelvan sin indicarles caminos preestablecidos; ante un problema, los estudiantes deberán aprender a expresar sus ideas, a explicar a sus compañeros cómo lograron resolverlo, a discutir defendiendo sus estrategias de resolución, así como a reconocer sus errores.

La clase de matemáticas debe ser un espacio de libertad con responsabilidad, el cual depende en gran medida del profesor. Las actividades en clase deberán realizarse en un ambiente estimulante, de colaboración y respeto mutuo, donde los estudiantes

²⁰ MORÁ, Ángel, *Estrategia didáctica de formación docente para la enseñanza de la matemática en la escuela básica venezolana*, 2005, en <www.bibliociencias.cu/gsd/collect/tesis/index/assoc/...dir/doc.pdf>, consultado 16 de julio de 2010.

tengan la oportunidad de expresar su pensamiento, comunicar y discutir sus ideas, sin temores, al mismo tiempo que se apropian gradualmente del vocabulario y de los medios de expresión que proporciona las matemáticas, por ejemplo, el uso de símbolos y los diversos modos de representación gráfica o en tablas.

3.3 EL DOCENTE Y LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

Uno de los campos menos preferidos por los alumnos de las instituciones educativas es el de las matemáticas, su enseñanza parece ser un problema mayor para los docentes.

La enseñanza de las matemáticas ha planteado siempre un problema bastante paradójico. En efecto, existe una cierta categoría de alumnos, por otra parte inteligentes y que incluso pueden dar prueba en otros campos de una inteligencia superior, que fracasan más o menos sistemáticamente en matemáticas; estas constituyen una prolongación directa de la misma lógica hasta el punto de que actualmente es imposible trazar una frontera estable entre los dos campos (sea cual sea la interpretación dada a esta relación: identidad, construcción progresiva, etc.).²¹

El proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas es el resultado de la elección de los docentes de estrategias, materiales, métodos o instrumentos (previo análisis o no) en búsqueda de que el aprendizaje sea significativo.

Las tareas del profesor en esta fase están condicionadas por su reconstrucción subjetiva de las nociones matemáticas (currículum) como objetos de enseñanza-aprendizaje y de la definición de los objetivos de enseñanza (referencias personales e institucionales). Estos procesos de reconstrucción del contenido matemático realizados por el profesor vienen determinados por su experiencia previa (la historia del profesor) y por el contexto curricular en el que se encuentran.²²

En cuanto al análisis de estas herramientas se menciona que no se somete a análisis debido a que en muchos casos la enseñanza es una reproducción continua de viejas formas de enseñanza donde la estrategia no es algo que se planea, o por lo menos no

²¹ PIAGET Jean. *Psicología y Pedagogía*. Edición tercera. Barcelona-España. 2001.p.45.

²² LLINARES, Salvador, *Intentando comprender la práctica del profesor de matemática, s/a*, en <www.spce.org.pt/sem/9900Llinares.pdf> , consultado 17 de junio de 2011.

se lo hace de forma particular, sino está guiada por el currículo y la perspectiva institucional.

“La clase de matemáticas (la enseñanza de las matemáticas) no se puede percibir aislada del currículum y de la institución en la que se desarrolla ya que situamos la enseñanza de las matemáticas en contextos escolares y sociales (perspectiva institucional)”.²³

Queda claro que para que la adquisición del conocimiento matemático tenga una secuencia lógica es necesario seguir estos lineamientos institucionales, sin embargo las estrategias o instrumentos que se deben usar deben responder a la realidad del aula. Para poder preparar estas estrategias se debe tener los conocimientos claros, noción de pedagogía y sobre todo interés por que el aprendizaje sea significativo.

La enseñanza es un campo de acción interesante, donde se puede implementar un sinnúmero de estrategias que generen que los conocimientos adquiridos por los estudiantes sean sólidos.

Los últimos años han atestiguado grandes avances teóricos en el campo del aprendizaje y un rápido crecimiento en la investigación de ambientes educativos. Asimismo, el tema del aprendizaje se ha vuelto más importante para maestros y otros docentes en su esfuerzo por modelar experiencias educativas significativas para una población estudiantil cada vez más diversa.²⁴

Respecto a la enseñanza existen varios autores que critican las viejas formas de enseñanza, aseverando que se toman a los estudiantes como “gatos y ratas de laboratorio” donde el aprendizaje debe ser automático, una suerte de repetición de conocimientos sin razonamiento, donde se carece de interés por el estudiante y la forma de enseñanza se basa en el castigo o recompensa.

De esta crítica se plantea que se debe entender a la enseñanza en un proceso interrelacionado de profesor-alumno donde este último debe ser tomado como un ser con capacidades y no como sujetos de experimentación.

²³ Ídem.

²⁴ SCHUNK, Prentice, *Teorías del aprendizaje*, Edición segunda. Editorial Centrum .México 1997,p.5

En esta concepción, el alumno es visto como un ser humano que está creciendo psíquicamente, que tiene necesidades, intereses, ideas, valores, ideales y un pasado rico en experiencias que puede emplear cuando las requiera. El educando necesita aprender actitudes, formas de enfrentarse a situaciones nuevas, debe desarrollar su creatividad para solucionar problemas, al igual que la flexibilidad de pensamiento y adquirir una clara responsabilidad personal, y para tal fin no es suficiente aprender respuestas específicas, rígidas y correctas.²⁵

Entonces, para poder generar un aprendizaje significativo, estas formas de entender la enseñanza debieron pasar por varios procesos que ha ayudado a que se formulen una gran cantidad de teorías y métodos enmarcadas en las denominadas Ciencias de la Educación.

Esta configuración integradora le ha permitido a las Ciencias de la Educación evolucionar:

De un paradigma focalizado en la enseñanza, en el cual el aprendizaje es un problema del estudiante (modelo clásico, activo y técnico), a uno centrado en el aprendizaje, que pretende desarrollar competencias intelectuales, prácticas, sociales e interactivas por medio de contenidos y métodos (modelo socio-cognitivo);

De un docente transmisor de contenidos (clásico), aplicador de métodos (activo) o instructor obsesionado por los objetivos (técnico), a otro de orientador del aprendizaje, mediador de la cultura social e institucional y arquitecto del conocimiento (socio-cognitivo). Los estudiantes pasan del rol de espectadores o activistas de la enseñanza al de protagonistas participativos, críticos y reflexivos del proceso de socio-auto apropiación del conocimiento situado.²⁶

3.4 LA ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS

En el campo de la didáctica general y de la educación matemática en particular se viene desarrollando un conjunto muy importante de concepciones de aprendizaje y enseñanza, las cuales afectan directamente a todas las áreas del conocimiento científico tratado en las instituciones escolares, las cuales han encontrado alta receptividad en los educadores matemáticos. Cada concepción didáctica requiere un desarrollo teórico profundo, lo cual forma parte de algunas de nuestras actividades en

²⁵ DE LA MORA, José, *Psicología del Aprendizaje: Formas*, Segunda Edición, Editorial Progreso, México, 2004, p.10.

²⁶ FERREIRA, Horacio y PEDRAZZI, Graciela, *Teorías y enfoques psicoeducativos del aprendizaje. Aportes conceptuales básicos*, Buenos Aires, Editorial Novedades, 2007. p. 26.

cuanto a las reflexiones que venimos haciendo en el campo de la educación matemática escolar.

La educación matemática tiene que romper con la larga tradición de la enseñanza orientada en el mundo axiomático de las matemáticas. Se considera que la visión axiomática de la enseñanza de las matemáticas asume esta disciplina como un constructo terminado, donde se ha olvidado o apartado el proceso de creación y realización matemática, así como el papel que juegan los factores socioculturales.²⁷

Esta visión solo es posible poniéndola en práctica con personas ya maduras en cuanto a su experiencia con las matemáticas, los jóvenes que aprenden a desenvolverse con las matemáticas no dominan ni están interesados en el comportamiento axiomático de esta especialidad, independientemente de su belleza, coherencia e importancia intramatemática.

“La enseñanza de las matemáticas debe trabajarse en las aulas según las potencialidades y formas de percibir el mundo por parte del niño, siempre tomando en cuenta la esencia de las matemáticas como disciplina científica”.²⁸

Se considera que las matemáticas deben ser planificadas y enseñadas a partir de las capacidades intelectuales de las personas y no a partir de la sistematicidad que caracteriza a las propias matemáticas.

Esto significa que las matemáticas escolares tienen que ser concebidas de acuerdo con el desarrollo natural de los jóvenes y no en correspondencia con las estructuras abstractas y complejas que conforman el gran árbol de las matemáticas.

Desde el punto de vista de las matemáticas propiamente dichas, es posible desarrollar un trabajo en el cual los estudiantes, desde muy temprana edad, puedan descubrir e inventar cada vez y en cada clase buena parte de las matemáticas escolares.

En cuanto a la enseñanza de las matemáticas orientada hacia la resolución de problemas nos encontramos con un problema, en sentido estricto, si ante la presencia

²⁷ MORA, Castor David, *Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*, Rev. Ped. de mayo de 2003, vol.24, no. 70, en < http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0798-97922003000200002&script=sci_arttext>, consultado 12 de julio de 2010.

²⁸ Ídem.

de una tarea o actividad desconocida requerimos de algunas reflexiones y consideraciones para poder suministrar coherentemente una solución satisfactoria.

La enseñanza de las matemáticas, particularmente, está llena de situaciones inesperadas, lo cual podríamos señalar como un mundo desconocido transitado por interrogantes más que por soluciones o respuestas.

No ocurre con frecuencia que los estudiantes suministren fácilmente soluciones directas a la variedad de problemáticas presentadas continuamente en las clases prácticamente en todas las asignaturas.

Si esto ocurre, es porque los estudiantes están entrenados en la resolución de problemas o porque ellos reciben de parte de los docentes o del material de trabajo algunas sugerencias o indicaciones que les permiten encontrar una estrategia para la solución definitiva del respectivo problema.

No podemos afirmar aún que las clases de matemáticas pueden desarrollarse íntegramente dentro de esta perspectiva didáctica, aunque en efecto son muchos los intentos que se han realizado por establecer una cultura de resolución de problemas en las aulas de clase.

El valor didáctico y pedagógico de la resolución de problemas está precisamente en la posibilidad que esta tendencia brinda para que los estudiantes puedan dedicarse de manera independiente y autónoma a la búsqueda de ideas y estrategias novedosas para alcanzar una solución adecuada al problema originalmente planteado. Los estudiantes deben aprovechar la oportunidad que brindan los docentes en cuanto al tiempo y los recursos didácticos necesarios para llegar oportunamente a la solución definitiva del respectivo problema, aunque para los docentes resulte, desde el punto de vista organizativo, difícil desarrollar los contenidos programáticos a partir de una variedad de problemas previamente seleccionados de los libros de texto propuestos por los mismos docentes, tal como lo sugieren algunos autores.

Ya los griegos, antes de Euclides, proclamaban un conjunto de pasos heurísticos, los cuales podrían contribuir con la solución de diferentes problemas en las ciencias naturales y en las matemáticas.

Se decía en ese entonces que los pasos deberían ser los siguientes: tarea, indicaciones, tesis, construcción, demostración y conclusiones.

Cada vez más se crean o inventan nuevos esquemas, sin embargo ellos tienen su basamento en las ideas presentadas hace más de dos mil años. Hasta el momento sin embargo, según lo establecido en estudios como el *TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study)*, y el *PISA (Programme for International Student Assessment)* son muy pocos los problemas que se trabajan o se resuelven en las clases de matemáticas.

“Parece ser, igualmente, que los seres humanos no siguen modelos genéricos cuando están resolviendo problemas intra o extra matemáticos, tal como se ha pensado hasta el presente”.²⁹

En cada concepción didáctica, los problemas juegan un papel fundamental, sin embargo, entre la variedad de problemas hay algunos que pueden orientar realmente el proceso de aprendizaje y enseñanza durante cierto tiempo.

En el campo de la didáctica general y de la educación matemática en particular se viene desarrollando un conjunto muy importante de concepciones de aprendizaje y enseñanza, las cuales afectan directamente a todas las áreas del conocimiento científico tratado en las instituciones escolares, las cuales han encontrado alta receptividad en los educadores matemáticos.

El valor didáctico y pedagógico de la resolución de problemas está precisamente en la posibilidad que esta tendencia brinda para que los estudiantes puedan dedicarse de manera independiente y autónoma a la búsqueda de ideas y estrategias novedosas para alcanzar una solución adecuada al problema originalmente planteado.

Tenemos los casos, por ejemplo, de la búsqueda de relaciones entre objetos matemáticos, descubrir y crear nuevas situaciones similares a las trabajadas en clase, el dominio de reglas y su utilización como medio argumentativo, el desarrollo de

²⁹ Ídem.

algoritmos, la optimización, la elaboración o el descubrimiento de procedimientos matemáticos genéricos, etc.

Éstos y otros aspectos pueden ser enfocados como problemas, no tanto matemáticos, que podrían motivar y contribuir con una educación matemática con mayor significado didáctico que el simple aprendizaje de recetas mnemotécnicas.

El aprendizaje y la construcción de términos matemáticos, la comprensión de teoremas y su demostración, el dominio de estrategias de demostración, el desarrollo de algoritmos, las aplicaciones, problemáticas generadoras de aprendizaje y el proceso de modelación tienen que ser vinculados con una concepción de educación matemática orientada en la resolución de problemas.

Por ello se habla con mucho énfasis de la enseñanza holística y unificadora, ya que una educación matemática dentro de una sola perspectiva didáctica limita el complejo mundo del aprendizaje y la enseñanza de esta disciplina.

Una enseñanza, por otro lado, aunque esté concebida dentro de esta concepción didáctica, que no tenga un objetivo claramente establecido y que, además, no disponga de una estructura constituida por un conjunto de actividades sistemáticamente bien concebidas, no podrá ser considerada como parte de una educación matemática orientada en la resolución de problemas.

No se trata realmente del grado de dificultad que puedan tener los problemas, sino más bien de su calidad y de la respectiva estructuración didáctica, la cual determina casi siempre el desarrollo adecuado del proceso de aprendizaje y enseñanza.

“La resolución de problemas, reiteramos, no puede concebirse de manera aislada de las demás concepciones y estrategias didácticas”.³⁰

Esta reforma no debería estar orientada exclusivamente a los objetivos de la educación matemática y cambios en los planes de enseñanza. Ella debería orientarse fundamentalmente, por una parte, a los aspectos teóricos, epistemológicos, de la educación matemática y, por otra parte, a la refundación de los contenidos

³⁰ Ídem.

matemáticos escolares, así como a la incorporación de las nuevas tendencias para la enseñanza de las matemáticas.

También el avance de la investigación en el campo de la educación matemática y la implementación de ideas innovadoras en las instituciones escolares ha hecho que se piense, en el ámbito internacional, con mayor fuerza sobre la posibilidad de hacer cambios profundos en relación con la educación matemática.

La orientación de la educación matemática en y hacia objetivos formativos pretende reformular la enseñanza de las matemáticas de tal manera que los estudiantes, los docentes y la población en general conciban las matemáticas como parte de su formación escolar, la cual les puede servir tanto para el desarrollo de sus potencialidades intelectuales individuales como para un mejor y eficiente desenvolvimiento en la sociedad.

Sin embargo, la calidad de la enseñanza no se logrará con una educación matemática artificial y sin sentido para las personas. Una educación matemática enfocada desde la perspectiva del logro de objetivos operacionales queda restringida exclusivamente a la superficialidad de los aprendizajes matemáticos.

Por el contrario, la educación matemática orientada en y hacia la formación integral de todos los ciudadanos pretende que los aprendizajes matemáticos, además de ser significativamente útiles, pasen a formar parte permanente del bagaje intelectual de los sujetos.

Esta última concepción de la educación matemática implica, también, cambios profundos en cuanto a la evaluación de los aprendizajes. Los resultados de las reformas educativas, concretamente de los cambios impulsados para mejorar las estrategias de aprendizaje y enseñanza en las aulas de clase, puedan ser fácilmente detectados mediante instrumentos basados en preguntas de selección simple o múltiple que reflejan la cuestionada visión de una educación orientada en objetivos operacionales. La evaluación de la calidad de la enseñanza es mucho más compleja y profunda, la cual requiere de la aplicación de métodos, estrategias e instrumentos de investigación, en el campo de la educación, actualizados, profundos y novedosos.

Aunque la idea de una educación matemática concebida dentro de la visión de los objetivos operacionales ya ha pasado de moda y se impone, con mayor fuerza, una educación matemática cuyo objetivo fundamental sea la formación general básica, puede ser una de las pocas consecuencias negativas de los estudios comparativos internacionales es el afán que tienen muchos países por figurar en los primeros lugares en cuanto a rendimiento escolar se refiere, lo cual podría inducir a una reformulación de la educación matemática desde el punto de vista de los objetivos operacionales.

La enseñanza de las matemáticas basada en las aplicaciones y la modelación ha sido una de las tendencias más importantes en la educación matemática, ya que las mismas, desde tiempos muy remotos, se han venido desarrollando gracias a la diversidad de problemas prácticos cuyas soluciones requieren, casi siempre, la aplicación de conceptos matemáticos que van desde la matemática elemental hasta teorías matemáticas altamente complejas.

“En tal sentido, los educadores matemáticos se han preocupado, últimamente con mayor énfasis, por la incorporación de las aplicaciones y la respectiva modelación matemática en el proceso de su aprendizaje y enseñanza”.³¹

Tradicionalmente se presentan los problemas prácticos, aquellos relacionados con la realidad, en forma de tareas verbales. Esto no significa un capricho por parte de los docentes de matemáticas o de los autores de materiales instruccionales como libros de texto, por ejemplo.

Existe poca familiaridad, tanto de los docentes como de los estudiantes, con una educación matemática que exija el manejo de diferentes formas de lenguaje, desde la construcción verbal de un problema a partir de una situación realista, pasando por el manejo correcto del lenguaje escrito, hasta el manejo adecuado del lenguaje algorítmico de aquellos contenidos matemáticos necesarios para la solución de la problemática original y la presentación, usando diferentes tipos de lenguaje, de los resultados definitivos.

³¹ Ídem.

Un objetivo de la educación matemática radica, precisamente, en desarrollar capacidades y habilidades en los estudiantes para que se desenvuelvan exitosamente dentro de esta variedad de lenguajes que están presentes explícita o implícitamente en la solución de un problema realista.

Allí podemos observar que se trata realmente de un proceso de cambio o traducción entre varios tipos o formas de lenguaje. Esta tarea no es sencilla, ella exige de parte de los estudiantes y de los docentes un mayor esfuerzo durante el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares.

No es suficiente presentar a los estudiantes, en las clases de matemáticas, situaciones realistas complejas; es necesario un profundo trabajo de preparación y reflexión didáctica antes y durante el desarrollo de las respectivas unidades de enseñanza.

Los problemas prácticos se presentan, casi siempre, en forma de situaciones especiales complejas, éstas tienen que cumplir, según la opinión generalizada de la mayor parte de los autores que han teorizado sobre esta materia, los siguientes requisitos:

- Las situaciones y las informaciones tienen que ser reales; es decir, ellas deben provenir de la vida genuina y de fenómenos verdaderos. Las situaciones problemáticas tienen que ser claramente entendidas por todos los estudiantes. Ellas no deben contener, preferiblemente, informaciones difíciles de comprender y trabajar durante el desarrollo de la unidad de enseñanza.
- Las situaciones iniciales deben contener, en lo posible, informaciones ricas en contenidos interesantes para los estudiantes e incluir diversas interrogantes, lo cual permitirá un trabajo diversificado y diferenciado de acuerdo con las características del curso.
- Las situaciones realistas deben, en lo posible, incorporar otras áreas del conocimiento científico, lo cual posibilita una educación matemática holística y temática.

- Las situaciones realistas deben permitir el tratamiento de amplios y variados contenidos matemáticos en correspondencia con el grado donde se desarrolla el proceso de aprendizaje y enseñanza.

Es ampliamente conocido que las matemáticas se aplican de diversas maneras en diferentes áreas y situaciones de la vida cotidiana. Hay quienes consideran que, desde el punto de vista didáctico, existen, realmente, dos formas de concebir las aplicaciones matemáticas. Se habla de aplicaciones internas a las matemáticas cuando las problemáticas de estudio se refieren exclusivamente a las matemáticas, sin relación con los fenómenos reales.

Mientras que estamos en presencia de aplicaciones externas a las matemáticas, si éstas están incluidas dentro de las cinco condiciones señaladas anteriormente. Según nuestro punto de vista las aplicaciones y el proceso de modelación matemática tendrán mayor riqueza didáctica si las situaciones problemáticas se relacionan con problemas sociales o naturales.

En tal sentido, nos inclinamos por una educación matemática cuyos problemas generadores sean mayoritariamente extra matemáticos. Desde el punto de vista del trabajo práctico en o fuera del aula con estudiantes de cualquier nivel del sistema educativo, las experiencias concretas basadas en esta concepción para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas han fortalecido tres líneas de acción didáctica:

1. Se inicia el proceso de aprendizaje y enseñanza con un problema práctico, el cual permitirá durante un cierto tiempo, de acuerdo con la complejidad del mismo, el desarrollo de un conjunto de contenidos matemáticos siempre vinculados a la solución de la situación original.
2. Después de haber trabajado algunos contenidos matemáticos establecidos en los planes de enseñanza, se recurre inmediatamente al tratamiento de situaciones realistas, cuya solución exige la utilización de tales contenidos.
3. Debido a la fuerza didáctica que caracteriza a esta concepción, los docentes de matemática pueden combinar ambas posibilidades. Se empieza el trabajo de aula con algunas de las dos formas anteriores, saltando a la segunda de

acuerdo con la estructuración de las unidades de enseñanza, de los problemas planteados y los contenidos matemáticos trabajados. Esta tercera opción es menos frecuente y se debe poner en práctica, preferiblemente, en grados superiores.

“Las aplicaciones y su proceso de modelación en la educación matemática tuvieron un gran empuje gracias a los aportes de Hans Freudenthal (1978) quien es el impulsor y creador del concepto fenomenología didáctica”.³²

Los fenómenos pueden ser observados directamente por los participantes de un determinado curso, discutidos en clase y estudiados matemáticamente.

Aquí, tal como lo hemos señalado anteriormente, entran a jugar un papel muy importante las diferentes formas del lenguaje, pasando desde el lenguaje coloquial a un lenguaje especializado expresado en procedimientos matemáticos de cierta complejidad. Uno trata de seleccionar un problema para iniciar el trabajo didáctico, el cual debería estar relacionado con algún fenómeno social o natural.

Según nuestras investigaciones en relación con el uso de las aplicaciones y el proceso de modelación como estrategia didáctica la mayor parte de los docentes suelen concebir esta tendencia didáctica como la forma de hacer uso de los conocimientos matemáticos, aprendidos durante momentos didácticos previos, para la solución de "ejercicios" intra o extra matemáticos.³³

Esta visión de los docentes está directamente relacionada con la idea del concepto de aplicaciones presentado en la mayoría de los libros de texto. Muchas de las supuestas aplicaciones presentadas en los materiales instruccionales como medio de consolidación y profundización de los conocimientos matemáticos son altamente artificiales, hasta el punto de que los datos e informaciones contenidas en ellos son modificados, inventados o preparados, con la finalidad de que los estudiantes usen automática y mecánicamente tales conocimientos sin complicaciones o reflexión didáctica.

³² Ídem.

³³ Ídem.

Frecuentemente nos encontramos con situaciones "de la vida cotidiana", las cuales son presentadas como ideales para el tratamiento de la educación matemática dentro de esta concepción didáctica; sin embargo, a pesar de que el contenido de la situación planteada por los docentes o los libros de texto se refiere a cosas de la realidad, lamentablemente esas situaciones no tienen mucho que ver con fenómenos propios de la realidad.

Un ejemplo típico trabajado tanto en física como en matemáticas es el referido a dos vehículos automotores que parten desde dos puntos diferentes y se encuentran al cabo de cierto tiempo en un lugar determinado. Son muchas las preguntas que se hacen en el marco de este problema, las cuales encierran variados conocimientos matemáticos y físicos.

Sin embargo, las condiciones e informaciones que acompañan al problema no son realistas, sino preparadas para que su tratamiento y solución no sean complicados.

Estamos en presencia de las denominadas "aplicaciones artificiales".³⁴ Las situaciones realistas, con frecuencia, no suministran directamente datos precisos siendo necesario desarrollar un proceso de indagación para conseguir las informaciones necesarias.

"Uno de los errores ampliamente cometidos dentro de esta concepción para la educación matemática está en iniciar el trabajo matemático en cualquiera de los momentos o fases que constituyen el esquema básico del proceso de modelación, olvidando su estructuración global y su conectividad".³⁵

Un ejemplo, trabajado con cierta frecuencia dentro de esta tendencia didáctica, se refiere a la introducción del concepto de volumen de un cilindro. Para ello se puede hacer la siguiente pregunta inicial: ¿Se podrá vaciar, en un cilindro vacío, todo el líquido contenido en un segundo cilindro, si ambos tienen diámetros y alturas diferentes? Como se puede observar la pregunta no puede ser respondida directamente, ya que la información no es suficiente.

³⁴ Ídem.

³⁵ Ídem.

Hace falta, entonces, realizar una fase previa de discusión para poder replantear el problema con mayor precisión. La situación puede ser presentada, después de un proceso de reflexión, por lo menos de tres maneras diferentes:

- a) Se muestran dos figuras de cilindros a escala, uno con líquido y el otro vacío
- b) Se hace un pequeño trabajo de experimentación con dos cilindros.
- c) Se suponen algunas condiciones particulares, las cuales pueden ser posteriormente generalizadas.

Hay algunas actividades que pueden realizar los estudiantes, trabajando colectivamente: estimar, medir, experimentar, calcular, etc.

Para facilitar el trabajo con los estudiantes dentro de esta concepción didáctica se recomienda, por una parte, seguir alguno de los diversos modelos existentes en la respectiva literatura sobre el proceso de modelación matemática.

El más conocido consiste en cuatro momentos (análisis de la situación real, elaboración del modelo real, construcción del modelo matemático y resultados matemáticos) y cinco fases (idealización, matematización, trabajo matemático, interpretación de los resultados y validación).

En cada uno de los cuatro momentos interviene una forma de lenguaje. Además, se recomienda dentro de esta perspectiva didáctica, la elaboración de esquemas estructurales conceptuales, lo cual ayudará en la construcción de relaciones matemáticas tales como funciones o fórmulas que explican compactamente la situación real originalmente planteada.

3.5 TEORÍAS APLICADAS AL PROCESO DE ENSEÑANZA - APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS

Para comprender la naturaleza de las dificultades es necesario conocer cuáles son los conceptos y habilidades matemáticas básicas, cómo se adquieren y qué procesos cognitivos subyacen a la ejecución matemática.

Las teorías de mejor identificación son la teoría de la absorción y la teoría cognitiva. Cada una de estas refleja diferencia en la naturaleza del conocimiento, cómo se adquiere éste y qué significa saber.

3.5.1 Teoría de la absorción.

Esta teoría afirma que el conocimiento se imprime en la mente desde el exterior. En esta teoría encontramos diferentes formas de aprendizaje:

- Aprendizaje por asociación. Según la teoría de la absorción, el conocimiento matemático es, esencialmente, un conjunto de datos y técnicas. En el nivel más básico, aprender datos y técnicas implica establecer asociaciones. La producción automática y precisa de una combinación numérica básica es, simple y llanamente, un hábito bien arraigado de asociar una respuesta determinada a un estímulo concreto. La teoría de la absorción parte del supuesto de que el conocimiento matemático es una colección de datos y hábitos compuestos por elementos básicos denominados asociaciones.
- Aprendizaje pasivo y receptivo. Desde esta perspectiva, aprender comporta copiar datos y técnicas: un proceso esencialmente pasivo. Las asociaciones quedan impresionadas en la mente principalmente por repetición. La persona que aprende solo necesita ser receptiva y estar dispuesta a practicar. Dicho de otra manera, aprender es, fundamentalmente, un proceso de memorización.
- Aprendizaje acumulativo. Para la teoría de la absorción, el crecimiento del conocimiento consiste en edificar un almacén de datos y técnicas. El conocimiento se amplía mediante la memorización de nuevas asociaciones. En otras palabras, la ampliación del conocimiento es, básicamente, un aumento de la cantidad de asociaciones almacenadas.
- Aprendizaje eficaz y uniforme. La teoría de la absorción parte del supuesto de que los niños simplemente están desinformados y se les puede dar información con facilidad. Puesto que el aprendizaje por asociación es un claro proceso de copia, debería producirse con rapidez y fiabilidad. El aprendizaje debe darse de forma relativamente constante.

- En cuanto al control externo. Según esta teoría, el aprendizaje debe controlarse desde el exterior. El maestro debe moldear la respuesta del alumno mediante el empleo de premios y castigos, es decir, que la motivación para el aprendizaje y el control del mismo son externos al niño.

3.5.2 Teoría cognitiva.

La teoría cognitiva afirma que el conocimiento no es una simple acumulación de datos. La esencia del conocimiento es la estructura: elementos de información conectados por relaciones, que forman un todo organizado y significativo.

Esta teoría indica que, en general, la memoria no es fotográfica. Normalmente no hacemos una copia exacta del mundo exterior almacenando cualquier detalle o dato. En cambio, tendemos a almacenar relaciones que resumen la información relativa a muchos casos particulares. De esta manera, la memoria puede almacenar vastas cantidades de información de una manera eficaz y económica.

Al igual que en la teoría anterior, también encontramos diferentes aspectos de la adquisición del conocimiento:

- Construcción activa del conocimiento. Para esta teoría el aprendizaje genuino no se limita a ser una simple absorción y memorización de información impuesta desde el exterior. Comprender requiere pensar. En resumen, el crecimiento del conocimiento significativo, sea por asimilación de nueva información, sea por integración de información ya existente, implica una construcción activa.
- Cambios en las pautas de pensamiento. Para esta teoría, la adquisición del conocimiento comporta algo más que la simple acumulación de información, en otras palabras, la comprensión puede aportar puntos de vista más frescos y poderosos. Los cambios de las pautas de pensamiento son esenciales para el desarrollo de la comprensión.
- Límites del aprendizaje. La teoría cognitiva propone que, dado que los niños no se limitan simplemente a absorber información, su capacidad para

aprender tiene límites. Los niños construyen su comprensión de la matemática con lentitud, comprendiendo poco a poco. Así pues, la comprensión y el aprendizaje significativo dependen de la preparación individual.

- Regulación interna. La teoría cognitiva afirma que el aprendizaje puede ser recompensa en sí mismo. Los niños tienen una curiosidad natural de desentrañar el sentido del mundo. A medida que su conocimiento se va ampliando, los niños buscan espontáneamente retos cada vez más difíciles. En realidad, es que la mayoría de los niños pequeños abandonan enseguida las tareas que no encuentran interesantes. Sin embargo, cuando trabajan en problemas que captan su interés, los niños dedican una cantidad considerable de tiempo hasta llegar a dominarlos.

En el momento actual es importante que se maneje la teoría cognitiva, esto debido a que es una forma de aprendizaje más significativa, que es lo que se propone la investigación, donde el alumno sea capaz de entender que cada uno de los conocimientos adquiridos tiene una funcionalidad, es decir que le servirán en la realidad. Además con esta teoría se plantea que el aprendizaje sea más interactivo, dejando a un lado las viejas prácticas donde las clases son aburridas y donde solo existe un solo interlocutor: el docente o maestro.

La enseñanza cognitiva es la actividad mediadora y estimuladora de aprendizajes representativos, relevantes y activos, desarrollada por la capacidad pensamiento indagadora del profesorado, mediante la toma de decisiones más adecuadas para entender la singularidad de los procesos de los estudiantes, coprotagonistas con el profesorado, en la enseñanza reflexiva.

La enseñanza se amplía en su significado y saber desde esta perspectiva, al desvelar los procesos cognitivos que aportan los docentes en las fases pre – activa, interactiva y post-activa, momentos esenciales de la continuidad de la acción formativa y de la explicitación de la toma de decisiones más representativas. La comprensión de la enseñanza cognitiva es posible al integrar las investigaciones en el pensamiento del

profesorado, a través de la reflexión en la acción y del autoanálisis de la práctica, mediante el estudio minucioso de las tareas instructivo – formativas.

La enseñanza, desde la perspectiva cognitiva, ha generado una metodología coherente con ella, en la doble perspectiva de la praxis docente y de la indagación rigurosa; respecto de la primera, ha creado modelos de descubrimiento constructivista de la acción didáctica, ampliados en su sentido y realización, aplicando la metodología de la investigación cualitativa prioritariamente: entrevista a fondo, autoanálisis observacional, grupos de discusión, análisis de contenido, etc., alcanzando así una línea de permanente mejora y transformación intelectual.

3.6 TEORÍA DE DUVAL

3.6.1 Terminología usada.

- a. Objeto matemático: signo, concepto que aparece en la actividad matemática y del que se conocen sus propiedades, operaciones, teoremas, etc.; como los números enteros, las funciones, los límites, los polinomios, las matrices, etc.
- b. Representaciones mentales: aquellas que cubren el conjunto de imágenes y las concepciones que un individuo puede tener sobre un objeto.
- c. Semiótica: ciencia de los modos de producción, funcionamiento y recepción de los diferentes sistemas de signos de comunicación en los individuos o colectividades. Teoría de los signos. Producción de una representación semiótica.
- d. Representaciones semióticas: aquellas producciones constituidas por el empleo de signos (enunciado en lenguaje natural, fórmula algebraica, gráfico, figura geométrica, etc.) que pertenecen a un sistema de representación, el cual tiene sus propias reglas y significaciones. Es decir, el medio del cual dispone un individuo para exteriorizar sus representaciones mentales, para hacerlas visibles o accesibles a los demás. Existen tres tipos de registros de representaciones semióticas: registro de la lengua natural, registro gráfico y registro algebraico.
- e. Semiosis: es la aprehensión o la producción de una representación semiótica.
- f. Noesis: actos cognitivos como la aprehensión conceptual de un objeto, la comprensión de una inferencia, etc.
- g. Tratamiento: transformación de la representación al interior de un registro de representación o de un sistema. La paráfrasis es una transformación interna del registro del discurso en la lengua natural: “reformula” un enunciado en otro, ya sea para reemplazarlo o para explicarlo.

h. Conversión: transformación externa del registro de representación de partida. La ilustración es la puesta en correspondencia de una palabra, una frase o un enunciado, con una figura o con uno de sus elementos.

i. Congruencia: la congruencia entre registros existe cuando se cumplen las siguientes condiciones:

La correspondencia semántica entre las unidades significantes que las constituyen, igual orden posible de aprehensión de estas dos unidades en las dos representaciones, y transformación de una unidad significativa en la representación de partida en una sola unidad significativa en la representación de llegada.³⁶

3.6.2 Registros de representación, comprensión y aprendizaje.

En cuanto a los registros de representación, comprensión y aprendizaje, los conceptos matemáticos se representan en los libros, pizarras, etc. por sistemas matemáticos de signos. Estos signos con soporte material forman parte del mundo real; por tanto, la representación mental de estos signos matemáticos se puede considerar como un caso particular de la representación mental de los objetos del mundo real. Hay dos mundos diferentes: el mundo real de los objetos exteriores al sujeto y el mundo mental del sujeto.

Dicho de otra manera, se presupone que las personas tienen una mente en la que se producen procesos mentales, y que los objetos externos a las personas generan representaciones mentales internas. La psicología cognitiva es representacionista: postula que la mente opera con representaciones mentales, algunas de las cuales son representaciones biyectivas de objetos exteriores.

Con relación a los símbolos mentales, los psicólogos cognitivistas creen que en la memoria a largo plazo existen imágenes mentales, otros se sitúan en el extremo contrario y afirman que sólo hay representaciones proposicionales.

³⁶ MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL PERÚ, *Matemática Serie 2 para docentes de Secundaria. Didáctica de la Matemática. Fascículo 2: ASPECTOS METODOLÓGICOS EN EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA EN SECUNDARIA*, 2007, en <http://www.google.com.ec/url?q=http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f2.pdf&ei=9dsYT-zYB4KftwfMuZS9Cw&sa=X&oi=unauthorizedredirect&ct=targetlink&ust=1327031037128260&usg=AFQjCNHR6LpPE0IAIn7OT2qqsym1f8vcyQ>, consultado 20 de julio de 2011

Las representaciones mentales se pueden agrupar en tres tipos:

1. Las que la persona considera externas (las representaciones internas que son el resultado de la codificación de estímulos externos).
2. Las propiamente internas.
3. Las representaciones internas que sirven para realizar representaciones consideradas externas (representaciones internas que se pueden decodificar).

El triángulo de Ogden. La representación no puede estudiarse separadamente de las significaciones, si consideramos que existe un concepto matemático “A” en algún mundo platónico:

1. El concepto A sería el referente (exterior al sujeto y perteneciente al mundo real).
2. B el significante matemático (signo o símbolo).
3. C el concepto matemático individual del sujeto (referencia).

Ejemplo: en el triángulo de Ogden se puede representar en “A”, la realidad sobre las variables, en “B”, el símbolo (x) y en “C”, su concepto como característica susceptible de ser evaluada.

Para la psicología cognitiva, la cognición consiste en la manipulación mental de representaciones (símbolos que se refieren a “algo”).

Los símbolos mentales se consideran con una cierta corporeidad (palabras pensadas, evocación de objetos, etc.).

Los objetos representados por los símbolos mentales pueden ser objetos no-ostensivos (conceptos, ideas, etc. personales al sujeto) y objetos ostensivos (con soporte material, intersubjetivos en el sentido de que se pueden mostrar a otra persona).

Los preceptos son los objetos ostensivos que forman parte de las experiencias materiales de las personas. Los no-ostensivos se consideran como objetos

personales del sujeto. En el proceso de instrucción se pretende que estos no-ostensivos personales se correspondan con unos no-ostensivos objetivos.

Con relación a la naturaleza de estos no-ostensivos objetivos hay básicamente dos posiciones:

1. Considerar los objetos con una existencia independiente de las personas.
2. Considerar los objetos institucionales, que son el resultado de una construcción social.

La mayoría está de acuerdo en que la naturaleza de las representaciones matemáticas ostensivas influyen en el tipo de comprensión que genera el estudiante, y, recíprocamente, el tipo de comprensión que tiene determina el tipo de representación ostensiva que puede generar o utilizar.

La comprensión de los estudiantes está relacionada con el incremento en el número de conexiones entre diferentes tipos de representaciones internas, lo cual se puede conseguir estableciendo conexiones y traducciones entre diferentes tipos de representaciones externas.

Para describir un objeto matemático, necesitamos de un significante (semiosis), y de un significado (noesis). En la escritura de un número, es necesario diferenciar entre la significación operatoria vinculada al significante y el número representado.

La congruencia entre los registros de representación, juega también un papel importante en la comprensión de un objeto matemático. Duval señala: “En la noesis: SIGNIFICADO, la congruencia entre los registros de entrada y de salida es muy decisiva. El pasaje de una representación a otra, se hace de manera espontánea cuando existe congruencia”.³⁷

Para que un sistema semiótico sea un registro de representación, debe permitir las tres actividades cognitivas ligadas a la semiosis (SIGNIFICANTE):

³⁷ Ídem.

1. La formación de una representación identificable como una representación de un registro dado.
2. El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde ésta ha sido formada. El tratamiento es una transformación interna a un registro.
3. La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

Duval considera que cuando se destacan las representaciones subjetivas como fuente de obstáculos en el aprendizaje, en la conceptualización triangular (objeto, representante -signo, interpretante) el interpretante toma un papel tan relevante que conduce a que las representaciones sean principalmente mentales. Es decir, se asumiría un modelo cognitivo puramente mental para analizar la adquisición del conocimiento matemático.

El progreso en las matemáticas implica el desarrollo de numerosos sistemas semióticos de representación, de tal forma que cada nuevo sistema semiótico aporta nuevos significados de representación y procesos para el pensamiento matemático.

Las causas profundas de los errores, ya que siempre se cambia de sistema semiótico, es que el contenido de la representación se modifica, mientras que el objeto permanece igual.

- Esto significa que como los objetos matemáticos pueden ser identificados por cualquiera de sus representaciones, al principio los estudiantes son incapaces de discriminar el contenido de la representación y el objeto representado. Es decir, para ellos los objetos cambian cuando cambia la representación.
- Lo anterior conduce a admitir lo que Duval denomina como carácter paradójico del conocimiento matemático, ya que al no poder acceder a los objetos matemáticos si no es a través del uso de signos, el objeto debe identificarse por

medio de su representación, pero, al mismo tiempo, estos objetos no deben confundirse con las representaciones semióticas utilizadas.

Para poder fomentar un aprendizaje significativo los docentes deben trabajar activamente para asegurar:

- Que las estrategias de enseñanza-aprendizaje y los materiales se relacionen con los contenidos considerando los conocimientos previos.
- Que estas variables sean coherentes en su nivel de dificultad: organización de los contenidos y de objetivos del aprendizaje.
- Que se ajusten a los conocimientos y habilidades previas de los alumnos, para que sea posible el aprendizaje de estrategias cognitivas y metacognitivas (aprender a aprender).
- Que la enseñanza estratégica cumpla las siguientes etapas: la preparación para el aprendizaje, la presentación de los contenidos que se han de aprender y la aplicación e integración de los nuevos conocimientos.

Para que el docente integre estrategias pedagógicas en la enseñanza, debe existir un previo análisis de las corrientes o estrategias propuestas a nivel local, nacional e internacional, lo cual posibilitará que el docente tenga una idea clara de lo que se puede o no se puede implementar en el salón de clases.

A continuación se presenta algunas de las estrategias que se han implementado con el fin de generar un mejor proceso de enseñanza de las matemáticas.

3.7 TÉCNICAS DE APRENDIZAJE

El bajo rendimiento intelectual y académico, y el fracaso escolar se han convertido en asuntos de especial preocupación. Las carencias en motivación, planificación o adecuados hábitos de estudio justifican la revisión de las técnicas de estudio.

Se trata de una visión positiva del estudio considerado como un reto, un desafío y una fuente de libertad, que posibilita el crecimiento personal y la necesaria actualización continua de conocimientos. Es factible recuperar el papel protagonista

del estudiante en el proceso de enseñanza-aprendizaje, la importancia de una actitud positiva ante el aprendizaje y de un papel activo en la construcción del conocimiento.

El estudiante pasa de ser un mero receptor pasivo a ser un procesador de información que valora y critica, que amplía, compara y reconstruye la información. En el estudio de las matemáticas se debe comprender muy bien la teoría antes de abordar los problemas relacionados, esto también incluye el desarrollo de cálculos. Para profundizar en la comprensión sobre el estudio de la teoría se debe profundizar en el desarrollo de ejercicios prácticos.

A través de la teoría se puede conocer la base de los reales alcances de las herramientas para resolver cualquier problema práctico, es necesario entrenar la mente, para desarrollar la confianza en los conocimientos adquiridos, mientras mejor se domine la teoría más fácil resultará la resolución de problemas y el estudio de nuevos contenidos.

Los conocimientos matemáticos deben aprenderse de manera escalonada o en procesos, cuando exista algún problema se puede hacer un esquema representativo con la información que se te entrega, para visualizar de mejor manera la comprensión del problema, enfocándose en la realidad que se necesita resolver.

Entre las técnicas más utilizadas para el aprendizaje tenemos:

- Los mapas conceptuales
- Técnica Heurística V

3.7.1 Los mapas conceptuales.

Surgieron como una forma de instrumentalizar la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, fundamentalmente en lo que se refiere a la evolución de las ideas previas que poseen los estudiantes.

La construcción de mapas conceptuales es un recurso para ayudar a los estudiantes a captar el significado de los materiales que van a aprender. El aprendizaje significativo se consigue más fácilmente cuando los contenidos a aprender están

organizados, poseen una estructura y están relacionados entre sí. Ningún instrumento mejor que los mapas conceptuales para lograr este objetivo. El fin es estimular un aprendizaje significativo, porque ayuda a insertar todo nuevo contenido en el contexto ofrecido por el alumno con jerarquía y orden. El aprender no es un acto de recepción pasiva sino, en cierta manera, creación del que aprende (aprendizaje constructivo).

3.7.2 La técnica Heurística V.

En 1978 Gowin ideó la técnica heurística V, constituye un instrumento que sirve para adquirir conocimientos sobre el propio conocimiento y sobre cómo éste se construye y utiliza, ayudando a los estudiantes a comprender el proceso mediante el cual los seres humanos producen el conocimiento. Se presentó por primera vez a los estudiantes de Enseñanza Secundaria para enseñarles a que aprendieran a aprender ciencia; desde entonces se ha utilizado como ayuda del aprendizaje en muchas materias, tanto para resolver un problema como para comprender un procedimiento.

Con este instrumento, los alumnos se dan cuenta de que el conocimiento es el producto de la investigación y que esto ocurre como resultado de la interacción entre la estructura conceptual que poseen y las metodologías que eligen en la tarea de la construcción del conocimiento. Es evidente, pues, que este recurso heurístico favorece el aprendizaje significativo pero, a diferencia de los mapas conceptuales, también ayuda a los alumnos a comprender el proceso por el cual los seres humanos producen el conocimiento, porque cuando enseñamos la V no sólo estamos adiestrando a los alumnos en una técnica para conseguir un aprendizaje significativo de los conceptos, sino también para un aprendizaje significativo de cómo se construye el conocimiento.

El diagrama V es una herramienta de trabajo ideal para el aprendizaje de la heurística del descubrimiento. Cuando el objetivo es aprender a descubrir, el descubrimiento por parte de los alumnos es necesario, aun cuando el descubrimiento puro (sin ninguna dirección) es una utopía en el trabajo del aula. Sin embargo, el descubrimiento parece factible cuando el profesor ofrece una orientación ajustada a las necesidades y dificultades que puedan encontrar los alumnos. Esta situación de

aprendizaje es lo que se denomina descubrimiento guiado que consiste en la síntesis del descubrimiento puro y del aprendizaje dirigido, también denominado receptivo. Es un método muy valioso porque reúne los beneficios de ambos y elimina los inconvenientes.

En las últimas dos décadas del siglo XX y durante los primeros años del presente, la educación matemática ha experimentado un desarrollo muy importante tanto cualitativa como cuantitativamente.

Este avance ha tenido lugar, en la mayoría de los casos, en el ámbito teórico, sin consecuencias significativas para grandes sectores de la población. La explicación de este fenómeno podría estar, por una parte, en la escasa comunicación entre los docentes de aula y los "teóricos" de la educación matemática, y por otra en que los docentes durante su formación y actualización aún no dispondrían de suficiente información sobre estrategias didácticas para el desarrollo apropiado del proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas escolares.

“El proceso de aprendizaje y enseñanza de las matemáticas en las instituciones escolares, especialmente en la escuela básica -en sus tres ciclos- y en la educación secundaria, se ha convertido, durante los últimos años, en una tarea ampliamente compleja y fundamental en todos los sistemas educativos”.³⁸

No existe, probablemente, ninguna sociedad cuya estructura educativa carezca de planes de estudio relacionados con la educación matemática. Las profesoras y profesores de matemáticas y de otras áreas del conocimiento científico se encuentran con frecuencia frente a exigencias didácticas cambiantes e innovadoras, lo cual requiere una mayor atención por parte de las personas que están dedicadas a la investigación en el campo de la didáctica de las matemáticas y, sobre todo, al desarrollo de unidades de aprendizaje para el tratamiento de la variedad de temas dentro y fuera de las matemáticas.

Las y los estudiantes deben adquirir diversas formas de conocimientos matemáticos en y para diferentes situaciones, tanto para su aplicación posterior como para

³⁸ ABREU, Jorge, *El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos*, Segunda Edición, Barcelona: Editorial CECAL, 2000, p.137.

fortalecer estrategias didácticas en el proceso de aprendizaje y enseñanza. Ello exige, obviamente, profundizar sobre los correspondientes métodos de aprendizaje y, muy particularmente, sobre técnicas adecuadas para el desarrollo de la enseñanza. “La enseñanza de la matemática se realiza de diferentes maneras y con la ayuda de muchos medios, cada uno con sus respectivas funciones; uno de ellos, el más usado e inmediato, es la lengua natural”.³⁹

Sin embargo, es fundamental para el aprendizaje promover el dominio de técnicas de observación, atención, concentración y relajación.

3.7.3 Técnica de observación.

Introduce en el sistema de la memoria un método, se trata de observar el análisis de la situación o problema para llevar a cabo un plan de acción en donde el inconsciente, se ubicará como aliado del sistema. La observación detenidamente es una parte fundamental del proceso de la memoria para entender los antecedentes, y el proceso que permitirá resolver cada caso. Hay que tomar en cuenta que para que los objetos percibidos perduren en nuestra memoria, la observación debe ser bi-hemisférica, ya que nuestro cerebro recibe las emociones desde el hemisferio derecho, en cambio los conceptos abstractos se alojan en el hemisferio izquierdo, el estado mental óptimo se debe combinar en este sentido y sacarlo provecho. Esta combinación tiene que ver con el estado perceptivo y se logra a través de técnicas de relajación y concentración.

La Técnica para ejercitar la observación tiene relación con hacer una fotografía mental acerca del elemento que se ha percibido con un carácter multisensorial, es decir, el objeto debe ingresar a través de los sentidos, cuantos más sentidos intervengan es muchísimo mejor.

No se debe olvidar el sexto sentido, la intuición, que representa nuestra respuesta emocional ante el estímulo presentado. Además los ejercicios de observación ayudan facultativamente a la concentración, el interés y a la memoria de los datos que vamos

³⁹ DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA UNIVERSIDAD DE GRANADA, *Didáctica de la Matemática para maestros*, 2004, en < <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>>, consultado 3 de agosto de 2011.

a estudiar. “Una pequeña fracción de esta representación completa de la información sensorial permanece en la memoria a corto plazo, mientras que el resto desaparece del sistema”.⁴⁰

Este proceso de reducción se denomina percepción selectiva. Es evidente que un cierto nivel de tranquilidad, sosiego y relajación es necesario.

3.7.4 La atención.

Tiene que ver con la actitud consciente para percibir de forma clara los estímulos que llegan del exterior y que se origina cuando quedamos sorprendidos ante un hecho determinado.

Hay un tipo de atención que es voluntaria, puesto que se trata de un acto consciente que la provoca cada individuo, se debe motivar a los estudiantes en este sentido, ya que les permitirá concentrarse con facilidad. La distracción tiene que ver con qué no se han planteado objetivos de la clase de manera clara, con baja autoestima del estudiante o debido a conflictos por otras actividades, a esto se suman: los conflictos familiares, sociales, económicos. También se encuentran los factores que permiten fomentar la atención: planificar la clase con cierta minuciosidad, fraccionar las tareas con periodos de descanso. Concentrarse significa pensar en una sola cosa cuando todos sabemos que lo usual es, no sólo pensar en varias cosas a la vez, sino también hacer varias cosas al mismo tiempo.

Una técnica efectiva para aprender a concentrar la atención consiste en adoptar una posición cómoda y luego de relajarse de cabeza a pies físicamente. Otra técnica eficaz consiste en concentrarse en la propia respiración normal.

El pensamiento tiende a escapar hacia otros aspectos que inquietan y que fluyen espontáneamente, por lo que se hace necesario volver al principio cuantas veces sea necesario hasta que por fin se logre la concentración, cada vez por más tiempo.

⁴⁰ PROFES.NET, *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*, s/a, en <www.profes.net/rep_documentos/monograf/aprendizaje.pdf>, consultado 3 agosto 2011.

Rechazar los pensamientos no es recomendable, sólo hay que observarlos y dejarlos ir sin involucrarse en ellos. Una vez que se aprende a concentrar la mente en un solo pensamiento, se puede observar que se adquiere el poder del control mental. Esta técnica mejora la atención y como consecuencia también la memoria y es muy valiosa como técnica de aprendizaje tanto para mejorar la concentración como para estimular el desarrollo intelectual y la creatividad de los estudiantes.

3.7.5 Técnica de la relajación.

Sería necesaria en el contexto de nerviosismo, ya sea por presión, en el caso de exámenes u otras actividades escolares. La nota que se espera conseguir puede tener efectos decisivos en el futuro o a su vez, se trata de una simple experiencia cargada de estrés.

Es interesante caer en la cuenta de que lo que realmente pretendemos conseguir con el entrenamiento en relajación es la capacidad de controlar efectivamente lo que nuestra mente está haciendo. La mente humana es un órgano muy activo y, en la mayoría de las personas, esta actividad es en cierta medida autónoma.

Los estudiantes deben aprender esta técnica como un mecanismo que les permita desarrollar sus capacidades emocionales frente a su proceso de aprendizaje.

“En el intento de diferenciación teórica de las distintas fases del procesamiento de la información en la conducta del aprendizaje humano, Martín del Buey y otros plantean el siguiente modelo”:⁴¹

3.7.6 Fase de recepción.

Es una fase de preparación y de entrada de la información en el proceso global del aprendizaje. Consiste básicamente en preparar la mente interesándola y centrándola en lo que tiene que hacer. En realidad esto se hace con cualquier actividad que se emprende.

⁴¹ Ídem.

Esta fase tiene mucho que ver con la unidad dedicada a los procesos y estrategias de instrucción, dado que el profesor tiene en su repertorio la necesidad de centrar al alumno e interesarle en el tema que le va a exponer y en ese sentido juega un papel importante en esta fase, aquí nos estamos refiriendo a la labor del alumno personal, una vez que la información le ha llegado y aquí él debe poner bastante de su parte.

En las estrategias de instrucción era más competencia del profesor su diseño, y hasta cierta medida su responsabilidad: el profesor debe presentar en las mejores condiciones posibles la información a transmitir y en ello está incluido generar posibles motivos de "enganche" con el alumno para que éste inicie los procesos favorables al aprendizaje y se disponga a recibir, en las mejores condiciones posibles, la información que le va a llegar o le está llegando.

En esta fase de entrada de la información, se pueden distinguir dos procesos cognitivos generales que actúan como requisitos fundamentales en toda tarea de aprendizaje: procesos de sensibilización y procesos atencionales.

Una vez recogida la información entrante, se impone la necesidad de que el estudiante adapte la información recibida a su mundo y mapa cognitivo con el cual, teóricamente, funciona y lo toma como referencia de sus opiniones y decisiones. Así tenemos: la exploración de la estructura de los datos, evaluación.

3.7.7 La fase de transformación.

Es posiblemente la fase crucial del proceso total de la información, entiéndase aprendizaje, del estudiante. Si no se da en su auténtica dimensión, no existe aprendizaje.

Transformar la información significa que la información debe ser trabajada y no meramente memorizada.

3.7.8 Fase de recuperación, transferencia, y comunicación.

Esta última fase del procesamiento estratégico de la información está comprendida por tres procesos íntimamente relacionados y muy importantes. De alguna forma es la que recoge el fruto de todo el proceso. Si se produce de forma satisfactoria es que

las dos fases anteriores, constitutivas del proceso han sido válidas. Es la fase final, fruto de las anteriores en alguna forma, pero también tiene entidad propia y comporta algunos elementos objetos de entrenamiento.

- Mediante los procesos de recuperación e integración de la información, en el aprendizaje, el material almacenado en la memoria, se revive, se recupera, se vuelve accesible, incluso aun cuando el almacenamiento haya sido reciente.
- Para Flavell (1977), “los procesos de recuperación, a diferencia de los de almacenamiento, hacen referencia a los recursos que un sujeto puede emplear cuando está intentando realmente recuperar información de su almacén de memoria”.⁴²

Tomemos como ejemplo el estudio de operaciones con polinomios.

Fase de recepción: entender que son los polinomios, su definición y clasificación. La introducción de variables, tanto en las ecuaciones como en los polinomios, genera muchas dificultades si trabajamos desde la abstracción e ignoramos la parte concreta provocando en los estudiantes un bloqueo de sus procesos de razonamiento. Por consiguiente, es importante que tanto las ecuaciones como los polinomios se presenten utilizando material concreto como las fichas algebraicas, caja de polinomios o a través de situaciones que sean familiares para ellos.

Fase de transformación: Realizar una interpretación a fin de razonar que procesos se debe seguir en determinado ejercicio. Con el fin de evitar que la resolución de operaciones con polinomios se convierta únicamente en un proceso mecánico de aplicación de reglas, es necesario conectar los polinomios con material concreto, como se dijo antes, o con situaciones de la vida real.

Ante la ecuación $x+8 = 5$ la mayoría de estudiantes despejará la incógnita “cambiando” de lado al 8 por la aplicación de las propiedades para así obtener la expresión numérica de x, pero muy pocos pensarán en “¿qué valor de x sumado al 8 me da 5?” Al hacerlo de esta manera, no se requiere aplicar ningún proceso memorístico para despejar la incógnita, sino simplemente emplear las reglas de la suma y de la resta con números enteros revisados en el bloque numérico. Se sugiere

⁴² Ídem.

trabajar con sus estudiantes en la capacidad de buscar mentalmente el valor que resuelve la ecuación, ya que ello les ayuda a entender lo que están haciendo y desarrollar su pensamiento lógico.

Fase de recuperación, transferencia, y comunicación: en esta fase ya se podrá aplicar lo que se conoce como polinomios y el proceso que debe seguirse y obtener un resultado.

La resolución de la ecuación significa encontrar el valor numérico de la incógnita que hace que la igualdad propuesta sea verdadera. Los métodos para resolver una ecuación pueden ser muy variados, desde el de prueba y error hasta el de la aplicación de las propiedades de los números para despejar la incógnita.

Un número significativo de estudiantes, al momento de resolver ecuaciones, solamente quiere replicar los procesos que utilizan sus profesores y profesoras en la clase, y al confundir las reglas aprendidas de memoria, realizan procesos erróneos y llegan a resultados equivocados.

Hacerlo desde la resolución de problemas y, en tal caso, debemos considerar si los estudiantes:

- Reconocen el término desconocido (la incógnita).
- Plantean el problema presentado como una ecuación.
- Resuelven correctamente la ecuación.
- Explican el procedimiento seleccionado.

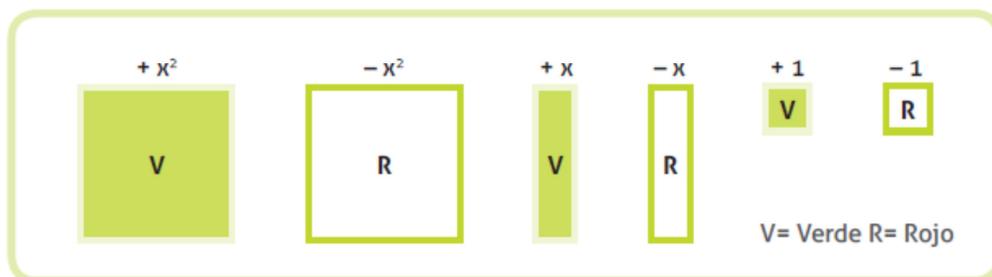
3.8 RECURSOS PARA EL APRENDIZAJE

3.8.1 Fichas algebraicas.

FICHAS ALGEBRAICAS.- pueden ser fácilmente fabricadas con cartulina, fómix (goma eva), madera, cartón o cualquier otro material reciclado del que disponga o pueda conseguir con facilidad. No es necesario tener material costoso ni prefabricado. Será más beneficioso si sus estudiantes lo crean pues con ello estarán determinando, antes de usarlo, qué significa o representa cada elemento.

Es también importante que cada una de las fichas algebraicas se haga en dos colores diferentes, para representar los valores positivos, los cuales son verdes; y los valores negativos que son rojos. Las medidas de las fichas pueden variar, pero es mejor que todos en el aula utilicen las mismas medidas, ya que de esta manera podrán intercambiar y compartir el material en caso de necesidad, y crear un inventario de material uniforme para tenerlo en el aula y usarlo cuando sea requerido. El uso de las fichas algebraicas se representa solo monomios hasta la segunda potencia, es decir, hasta cuadrados.⁴³

FIGURA 5



Fuente: MINISTERIO DE EDUCACIÓN, Actualización y fortalecimiento curricular de la Educación General Básica, 2010.

Se puede elaborar también caja de polinomios, teorema de Pitágoras, cuadrícula, plano cartesiano, con los mismos estudiantes a fin de que ellos a la par que van trabajando, también van aprendiendo.

3.8.2 Dominó de potencias y raíces.

El juego del dominó es muy adecuado para trabajar las operaciones matemáticas. Se utiliza una ficha rectangular, que a la derecha plantea el problema u operación, y en la izquierda muestra el resultado en un color diferente.

⁴³ Ministerio de Educación del Ecuador. Op. Cit. p. 44.

FIGURA 6



Fuente: EDITORIAL NARDIL, Dominó matemático potencias y raíces.

La utilización de este dominó lleva al niño a conseguir una mayor agilidad mental y un dominio de las operaciones que se propone. Puede usarse individualmente tratando de colocar la totalidad de las fichas y también en grupos utilizándose como un dominó tradicional.

3.8.3 Dominó de fracciones y números decimales.

Dominó para trabajar la resta de fracciones, hay que emparejar las fracciones con su equivalente en números decimales. El juego del dominó es muy adecuado para trabajar las operaciones matemáticas.

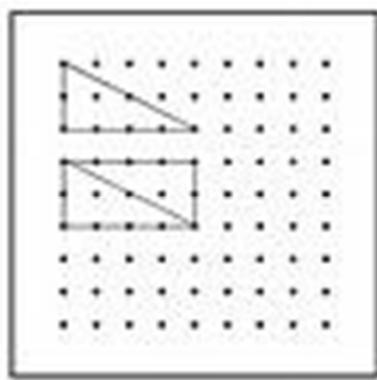
3.8.4 Geoplano.

El Geoplano, inventado por el matemático italiano Caleb Gattegno, es una plancha de madera o de caucho, en la que se disponen regularmente una serie de clavos o puntillas.

En el Geoplano se pueden formar figuras utilizando gomas elásticas, al mismo tiempo éste es empleado para que el alumnado construya figuras geométricas, establezca semejanzas, diferencias entre paralelismo-perpendicularidad y emplee un lenguaje gráfico-algebraico.

Además, el Geoplano ofrece la oportunidad para que el alumno y la alumna estudie y descubra la relación entre superficie-volumen, profundice y comprenda los conceptos de áreas y planos geométricos, y asocie contenidos de la geometría con el álgebra y el cálculo.

FIGURA 7



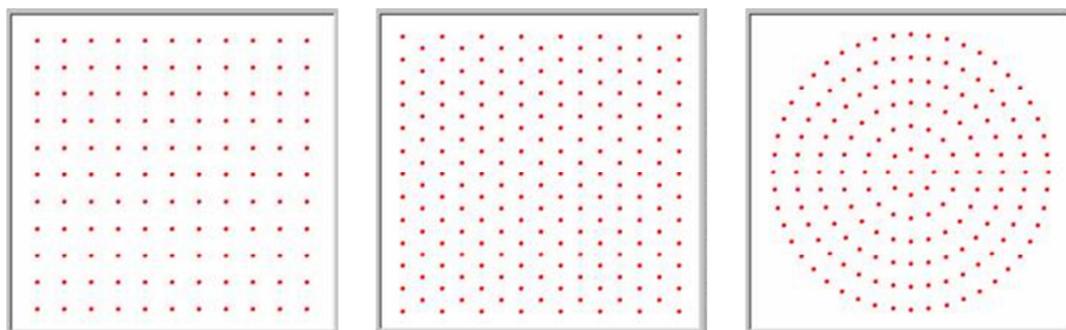
Fuente: El autor.

Esta construcción cognitiva se produce de una forma creativa mediante actividades grupales, en las cuales se presentan preguntas dirigidas por el docente, con la finalidad de ayudarles a construir sus respuestas.

Y al mismo tiempo lograr que el estudiante formule sus propios interrogantes, permitiéndole así crear sus propias conjeturas acerca de algún concepto matemático, favoreciendo con ello la optimización de los procesos de aprendizajes significativos y el desarrollo de capacidades cognitivas complejas.

Existen distintos tipos de Geoplanos dependiendo de la posición de los clavos o puntillas. Los más utilizados son los Geoplanos cuadrado, triangular (isométrico) y circular.

FIGURA 8



CUADRADO

ISOMÉTRICO

CIRCULAR

Fuente: El autor.

Para construir un geoplano se necesita un tablero de 30x30 cm y clavos o puntillas de 2 cm.

Geoplano cuadrado: Se marcan en el tablero cuadrículas de 1 cm de lado. Una vez cuadrículado, se clavan las puntillas en cada vértice.

Geoplano triangular (isométrico): En un tablero de las mismas dimensiones, se marcan triángulos equiláteros de 1 cm de lado. En cada vértice se clava una puntilla.

Geoplano circular: Resulta más fácil elaborar una plantilla en A3 con una circunferencia de dos cm menos de diámetro que el lado del tablero. La circunferencia puede dividirse en 12, 24, 36.... partes. En cada uno de los puntos marcados, así como en el centro se clavan las puntillas.

Para construir figuras en los Geoplanos de puntillas se utilizan gomillas elásticas.

Con el Geoplano circular se pueden trabajar actividades de construcción de polígonos regulares, polígonos estrellados, polígonos inscritos, circunscritos, ...; elementos geométricos como el radio, diámetro, cuerda, tangente, secante, etc., y demostraciones como que en una circunferencia, un ángulo inscrito mide la mitad del ángulo central que abarca el mismo arco, etc.

Incorporar el Geoplano en la clase de matemáticas, puede ser considerado simplemente una novedad, o puede significar una oportunidad para que los docentes aborden los contenidos matemáticos de una forma creativa, valiéndose de esta única herramienta para inducir al alumnado a pensar en forma divergente.

“El Geoplano, es un excelente recurso didáctico para dirigir el proceso de aprendizaje-enseñanza matemática, ya que le da la oportunidad al docente de mejorar su labor pedagógica, y transformarse en personas originales junto con los educandos: constructores del conocimiento, imaginativos, dinámicos, y creadores de ideas”.⁴⁴

⁴⁴ Material Didáctico Editorial Nardil.

3.9 OTROS RECURSOS QUE SE PUEDEN UTILIZAR

3.9.1 La pizarra interactiva.

Es una pantalla sensible que se conecta a un computador y a un proyector. En esta se combina el uso de la pizarra convencional con todos los recursos de los nuevos sistemas multimedia y de las TIC.

Esta es una tecnología que se integra a la sala de clases, abriendo un mundo de posibilidades y permitiendo ser “la punta” de la generación de innovaciones y de cambios en los roles del profesor, alumno y en la forma de trabajo. No limita, ya que puede usarse cuando se quiera, de manera que si algo no funciona, el profesor puede desarrollar su clase sin esta. Además permite aprendizajes más significativos y vinculados a la vida real. Da acceso a más recursos al profesor para modificar las estrategias metodológicas y los estudiantes se motivan e interesan más, permitiendo acceso y manejo de la información en tiempo real (Marqués, 2002).⁴⁵

Si bien se logra un trabajo colaborativo, es importante que los alumnos desarrollen su autonomía en el aprendizaje y construyan conocimientos significativos. Permite tener reacciones mutuas profesor alumno y en forma continua, de manera que puede modificar la sesión en la medida que la está desarrollando, para resolver necesidades de la clase. Por medio de las preguntas y respuestas con los alumnos, el profesor puede dirigir el trabajo, según las reacciones de sus alumnos, pudiendo también manejar de mejor manera los avances individuales a partir de la respuesta de cada alumno.

Algunas tecnologías que han entrado al aula, se puede mencionar la incorporación de calculadoras, el computador con proyector, uno a tres computadores y las pizarras interactivas. “En particular estas últimas han demostrado una facilidad de integrarse

⁴⁵ VILLARREAL, Gonzalo, *La pizarra interactiva una estrategia metodológica de uso para apoyar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática*, s/a, en <http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_07/n7_art_villarreal.htm>, consultado 3 enero de 2012.

a la sala de clases, al ser un recurso natural para los docente, además de ser factible su adopción por parte de docentes y alumnos (Marqués, 2002, Villarreal, 2005)".⁴⁶

Las principales ventajas de este recurso son: permite una renovación tanto metodológica, como de los procesos de enseñanza y aprendizaje, además de incrementar la motivación de los estudiantes y profesores y facilita aprendizajes más significativos, vinculados al mundo real.

3.9.2 Elementos que integran la pizarra interactiva.

- Computador portátil o de sobremesa.
- Proyector ubicado en el techo con el objeto de ver la imagen de la computadora sobre la pizarra.
- Medio de conexión, ya sea bluetooth, cable (USB o paralelo) o conexiones basadas en radiofrecuencia.
- Pantalla interactiva, sobre la que se proyecta la imagen del computador y que se controla mediante un puntero o incluso con el dedo. Tanto los profesores como los alumnos tienen a su disposición un sistema capaz de visualizar e incluso interactuar sobre cualquier tipo de documentos, internet o cualquier información de la que se disponga en diferentes formatos, como pueden ser las presentaciones multimedia, documentos de disco o videos.
- Software de la pizarra interactiva que permite: gestionar la pizarra, capturar imágenes y pantallas, disponer de plantillas, de diversos recursos educativos, de herramientas tipo zoom, conversor de texto manual a texto impreso y reconocimiento de escritura.

3.9.3 Características del modelo interactivo.

El modelo interactivo para el aprendizaje matemático, fue desarrollado en el marco del proyecto Fondef D00I1073 Aprender matemática creando soluciones, con aportes del Estado de Chile, por el Centro Comenius de la Universidad de Santiago de Chile, entre los años 2001 y 2004. Este modelo, se entiende como una formulación teórica

⁴⁶ Ídem.

(ideal) acerca de los elementos básicos que constituyen una situación apropiada de enseñanza y aprendizaje del conocimiento matemático y de la interrelación dinámica que existe entre dichos elementos. En su aplicación práctica, el modelo sirve como procedimiento para orientar las decisiones de quienes generan situaciones de enseñanza y aprendizaje de la matemática; de los docentes en su acción de facilitación de los aprendizajes y de quienes evalúen los aprendizajes alcanzados por los estudiantes. Consecuentemente, en su formulación se encuentran orientaciones y criterios para adoptar decisiones en relación con los diferentes momentos involucrados y, cuando corresponde, las orientaciones están referidas a los diferentes actores que participan en el proceso.

La visión más sintética que podemos ofrecer de la forma de pensar y de actuar que aquí se presenta, se acerca mucho a la expresión citada del Madison Project: “conjetura – trata, pon la idea a prueba – observa lo que sucede y... aprende cómo seguir”. Esto señala la búsqueda consciente de un modelo que potencie el desarrollo de un alumno independiente, que en interacción con el conocimiento y el mundo que lo rodea aprende, organiza su saber matemático como parte de su construcción como ser individual a la vez que comprometido con su entorno.⁴⁷

El modelo integra diferentes elementos como lo son la formación docente, los libros, los recursos y formación en tecnología. Se cuenta con material para el alumno (actividades, guías, proyectos, etc.), material del profesor (sugerencias para trabajar los materiales, los contenidos y las tecnologías), material de referencia (tratamiento de la matemática), recursos concretos (fichas, dados, juegos, etc.), evaluaciones y recursos tecnológicos. Se apoya con un curso semipresencial para los docentes y acompañamiento en terreno a profesores y alumnos

El núcleo del modelo se basa en la entrega de recursos y materiales, para profesores y alumnos, cambiando su rol y la forma de trabajo de la sala de clases, centrándose el proceso en el alumno. Es así que el profesor “sale de la pizarra”, hace una presentación inicial del tema que trabajarán, luego los alumnos en forma individual y/o grupal, comienzan a trabajar con materiales especialmente desarrollados para

⁴⁷ Ídem.

cada sesión de trabajo del año académico, posteriormente el docente responde dudas a cada alumno, al grupo de trabajo o a la clase en general, según corresponda, a continuación el profesor hace un cierre “pasando en limpio” las matemáticas trabajada, construyendo a partir de las dudas presentadas e incentivando una participación activa de los alumnos.

3.9.4 Beneficios del uso de las pizarras interactivas.

- Clases más atractivas y vistosas, tanto para los docentes como para los alumnos, por la posibilidad del uso de recursos más dinámicos y variados (sitios web, videos, audio, email, etc.).
- Se aumentan las oportunidades de participación y discusión en las clases, dado que se aumentan los niveles de interacción entre el profesor, los alumnos, la materia a impartir y la tecnología usada.
- Optimiza el tiempo del que el docente dispone para enseñar, ya que le permite usar nuevas fuentes de recursos educativos.
- Se produce una mejora del proceso de enseñanza aprendizaje.
- La pizarra es un recurso que el docente puede utilizar con alumnos de todas las edades y en todas las materias.⁴⁸

3.9.5 Beneficios para los docentes.

El recurso se acomoda a diferentes modos de enseñanza, reforzando las estrategias de enseñanza con la clase completa, pero sirviendo como adecuada combinación con el trabajo individual y grupal de los estudiantes.

La pizarra interactiva es un instrumento perfecto para el educador constructivista ya que es un dispositivo que favorece el pensamiento crítico de los alumnos. El uso creativo de la pizarra sólo está limitado por la imaginación del docente y de los alumnos.

La pizarra fomenta la flexibilidad y la espontaneidad de los docentes, ya que estos pueden realizar anotaciones directamente en los recursos web utilizando marcadores de diferentes colores.

⁴⁸ Ídem.

La pizarra interactiva es un excelente recurso para su utilización en sistemas de videoconferencia, favoreciendo el aprendizaje colaborativo a través de herramientas de comunicación.

La pizarra ofrece al docente la posibilidad de grabación, impresión y reutilización de la clase reduciendo así el esfuerzo invertido y facilitando la revisión de lo impartido. Generalmente, el software asociado a la pizarra posibilita el acceso a gráficos, diagramas y plantillas, lo que permite preparar las clases de forma más sencilla y eficiente, guardarlas y reutilizarlas.⁴⁹

En la actualidad, la computadora y sus respectivos programas se ha convertido en el medio artificial más difundido para el tratamiento de diferentes temas matemáticos que van desde juegos y actividades para la educación matemática elemental hasta teorías y conceptos matemáticos altamente complejos, sobre todo en el campo de las aplicaciones.

Esos medios ayudan a los docentes para un buen desempeño en el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza.

Se puede caracterizar la enseñanza como un proceso activo, el cual requiere no solamente del dominio de la disciplina, en nuestro caso de los conocimientos matemáticos básicos a ser trabajados con los estudiantes y aquellos que fundamentan o explican conceptos más finos y rigurosos necesarios para la comprensión del mundo de las matemáticas, sino del dominio adecuado de un conjunto de habilidades y destrezas necesarias para un buen desempeño de nuestra labor como profesores de matemáticas.⁵⁰

Normalmente los docentes de matemática asumen el control total de la clase y desarrollan los nuevos contenidos matemáticos mediante el método de preguntas y respuestas (en muchos casos estas respuestas no surgen directamente de los integrantes del curso), sin mucha participación de los estudiantes durante esta fase fundamental del proceso.

⁴⁹ Ídem.

⁵⁰ ZERBATO, Poudou, *Las prácticas escolares de aprendizaje y evaluación*, s/a, en < www.unq.edu.ar >, consultado 4 de julio de 2011.

En otros casos, aunque muy escasos, surgen a partir de las denominadas situaciones problemáticas uno o más problemas, cuyas soluciones son encontradas mediante diferentes estrategias didácticas.

Una de ellas, la más común hasta el presente, es la sugerida por los mismos docentes, quienes les brindan muy poco espacio y tiempo a los estudiantes para que reflexionen sobre las posibles soluciones.

El proceso de la búsqueda de soluciones puede incorporar nuevos términos matemáticos, donde se puedan estimar posibilidades explicativas y se formularán reglas o proporciones que podrían solucionar definitiva y adecuadamente los respectivos problemas.

Se trabajará entonces, un conjunto importante de contenidos intra o extra matemáticos los que deben ser dominados, según los objetivos de la enseñanza, por todos los alumnos. La meta central de esta fase es, casi siempre, hacer que los estudiantes aprendan nuevos conocimientos, o dominen nuevos procedimientos matemáticos.

Lamentablemente, en nuestra realidad educativa se logra que los estudiantes asimilen escasamente algunos algoritmos, sin llegar a comprender realmente sus significados y menos aún su construcción, lo cual debe ser una de las responsabilidades de la matemática escolar.

Durante esta fase, algunos docentes dan oportunidad a sus estudiantes para que trabajen cierto tiempo de manera individual, grupal o en parejas, y lleguen a algunas soluciones parciales o definitivas. Estas ideas pueden ser escritas en la pizarra por los docentes o los propios alumnos.

Las mismas sirven como punto de partida para el tratamiento de los nuevos contenidos matemáticos. En otros casos se puede hacer uso intensivo de los libros de texto, siempre que éstos tengan un enfoque didáctico progresivo y acorde con las ideas didácticas orientadas hacia los estudiantes.

Con la educación matemática en las instituciones escolares no solamente se deben aprender contenidos matemáticos específicos en un determinado grado. Uno de sus objetivos es lograr que los estudiantes construyan, además, métodos para resolver tanto problemas intra y extra matemáticos como situaciones complejas propias de la vida cotidiana.

A veces, los docentes no olvidan de que lo que realmente permanece en la memoria de los seres humanos durante largo tiempo son las estrategias y los métodos que se han elaborado durante el tiempo de escolaridad.

Si existe alguna asignatura que ayuda realmente a la estructuración y construcción de métodos en las personas es precisamente la matemática y, más aún, las estrategias didácticas puestas en práctica, como la resolución de problemas, la enseñanza por proyectos y las aplicaciones.

Durante el mismo desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza los docentes de matemáticas y otras áreas ponen en práctica constantemente diferentes métodos y estrategias, lo cual debería hacerse también explícito como parte de los objetivos del aprendizaje y la enseñanza.

CAPÍTULO 4

ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE MATEMÁTICAS EN NOVENO AÑO

Es imprescindible proponer estrategias pedagógicas para la enseñanza-aprendizaje de matemáticas, que nos permitan compensar las dificultades que los estudiantes de EGB presentan en esta área con el fin de facilitar su ingreso al bachillerato y la educación superior.

Las estrategias de enseñanza de las matemáticas en EGB son herramientas que promueven el interés de los estudiantes hacia el buen rendimiento académico y la creación de su proyecto de vida, permitiéndoles un mejor aprendizaje. Desde esta perspectiva, los conocimientos adquiridos en esta etapa de la vida académica son fundamentales para acceder a la educación superior y contribuir, de esta forma, para su buen desempeño en la vida universitaria y laboral. Por lo tanto, las personas encargadas de orientar estos procesos de enseñanza-aprendizaje y las estrategias utilizadas son fundamentales para alcanzar estos propósitos en los estudiantes.

4.1 ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS

El término estrategia tiene su origen en el medio militar, se entiende como "el arte de proyectar y dirigir grandes movimientos militares"; así, una acción estratégica consiste en proyectar, ordenar y dirigir las operaciones militares de tal manera que se consiga el objetivo propuesto. En este ámbito militar, los pasos o momentos que conforman una estrategia son llamados "técnicas" o "tácticas".

En el campo educativo, las estrategias pedagógicas son aquellas acciones, direcciones, tácticas que realiza el docente con el propósito de facilitar la formación y el aprendizaje de las disciplinas en los estudiantes.

4.2 TIPO DE ESTRATEGIAS

- a) Estrategias cognitivas. Hacen referencia a la integración del nuevo material con el conocimiento previo. La mayor parte de las estrategias están incluidas dentro de esta categoría; en concreto, son las de selección, organización y elaboración de la información, constituyen las condiciones cognitivas del aprendizaje significativo.
- b) Estrategias metacognitivas. Hacen referencia a la planificación, control y evaluación por parte de los estudiantes de su propia cognición. Son un conjunto de estrategias que permiten el conocimiento de los procesos mentales, así como el control y regulación de los mismos con el objetivo de lograr determinadas metas de aprendizaje.
- c) Las estrategias de manejo de recursos. Son una serie de estrategias de apoyo que incluyen diferentes tipos de recursos que contribuyen a que la resolución de la tarea se lleve a buen término. Tienen como finalidad sensibilizar al estudiante con lo que va a aprender; y esta sensibilización hacia el aprendizaje integra tres ámbitos: la motivación, las actitudes y el afecto.

Los estudiantes en el aprendizaje de la matemática, presentan alguna dificultad al momento de conceptualizar sus nociones, definiciones y aplicaciones y suele ser una de las asignaturas que se relacionan con los índices más altos de deserción académica. Por esta razón, se requieren estrategias pedagógicas que posibiliten un buen manejo y comprensión por parte de los estudiantes.

Una de las cuestiones fundamentales es “analizar el registro de la teoría de forma semiótica y los aprendizajes intelectuales”.⁵¹ Las estructuras algebraicas a través de la interpretación de situaciones, reconoce al álgebra como un instrumento de modelización matemática, manifestando sentido crítico.

Al organizar situaciones didácticas para el estudio de aspectos del álgebra interpreta enunciados matemáticos presentados en un lenguaje formal o de un lenguaje común

⁵¹ MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL PERÚ. Op. Cit.

a través de la lectura, la decodificación y la codificación, la clasificación, la discusión y la representación, con el fin de procesar la información mediante la relación, la transformación y la aplicación.

Las estrategias pedagógicas que pueden ser utilizadas en matemática son las siguientes:

4.3 EL JUEGO

Le permite al alumno resolver conflictos, asumir liderazgo, fortalecer el carácter, tomar decisiones y le proporciona retos que tiene que enfrentar; la esencia del juego lúdico es que le crea al alumno las condiciones favorables para el aprendizaje mediadas por experiencia gratificantes y placenteras, a través, de propuestas metodológicas y didácticas en las que aprende a pensar, aprende a hacer, se aprende a ser y se aprende a convivir.

Por este motivo, encierra una actividad cognitiva gratificante y placentera. La actividad lúdica es una propuesta de trabajo pedagógico que coloca al centro de sus acciones la formación del pensamiento, donde se desarrolla la imaginación, lo lúdico tiene que ver con la comunicación, la sociabilidad, la afectividad, la identidad, la autonomía y creatividad que da origen al pensamiento matemático, comunicacional, ético, concreto y complejo.

4.4 DIAGRAMA DE TALLO Y HOJAS

Este es un diagrama que tiene la ventaja de permitir una visualización rápida de las diferentes categorías de una serie de datos numéricos. Para iniciar con la explicación de este diagrama, escribir en la pizarra una serie de datos o valores que se encuentren en la primera centena y pedir a los estudiantes que los ordenen en forma ascendente, como por ejemplo los siguientes:

25, 12, 8, 65, 43, 35, 36, 89, 57, 43, 29, 12, 8, 6, 4, 9, 36, 62, 42,

Estos valores ordenados quedarían de de esta manera:

4, 6, 8, 8, 9, 12, 12, 15, 25, 29, 35, 36, 36, 42, 43, 43, 57, 62, 65,
89

A continuación, explicar a los estudiantes que se va a trabajar en un nuevo método de representar datos estadísticos conocido como “Diagrama de tallo y hojas”, para lo cual haremos una analogía con el sistema numérico y el valor posicional, es decir, vamos a representar cada uno de los datos numéricos y el valor posicional, es decir, vamos a representar cada uno de los datos numéricos anteriores dentro de la categoría correspondiente a su decena. La tarea de los estudiantes es la de organizar los valores ordenados anteriormente por decenas y que representen cada decena en una fila; así tendremos en la primera fila los valores del 0 al 9; en la segunda fila, los valores del 10 al 19 y así, sucesivamente, como se detalla a continuación:

4, 6, 8, 8, 9
 12, 12, 15,
 25, 29,
 35, 36, 36,
 42, 43, 43
 57
 62, 65
 89

A partir de este ordenamiento, se puede explicar que en este diagrama a cada decena se le considera el “tallo” y a cada unidad, dentro de cada decena, se le llama la “hoja” con lo cual la representación sería la siguiente:

decena	unidad
0	4 6 8 8 9
1	2 2 5
2	5 9
3	5 6 6
4	2 3 3
5	7
6	2 5
7	
8	9
9	

Es importante aclararles que este diagrama es una manera de simplificar la escritura de los datos, ya que en este caso podemos usar solamente las “hojas” para determinar las medidas de tendencia central y, al hacerlo, relacionarlas con el “tallo” al que corresponden. En este ejemplo, en particular la mediana está entre el 9 de la segunda decena y el 5 de la tercera decena, es decir, la mediana está entre 29 y 35; por lo tanto, es igual a 32.⁵²

⁵² Ministerio de Educación, Op. Cit. Pág. 56 - 57

4.5 TORBELLINO DE IDEAS

Tengamos en cuenta que el adolescente está consolidando su autonomía intelectual, su pensamiento abstracto y su propia identidad. Sin duda, el torbellino de ideas puede ayudarle a formarse y a conocerse, si el profesor le asesora convenientemente.

El torbellino de ideas o promoción de ideas ha sido la matriz de numerosos procedimientos creativos, pues pretende estimular la imaginación de quienes lo aplican en sus dimensiones de productividad (número de ideas), flexibilidad (amplitud categorial o campos de análisis) y originalidad (facilidad para lanzar ideas nuevas, raras, infrecuentes, humorísticas).

Asimismo, el torbellino de ideas encuentra nuevas ideas y alternativas de trabajo para llevar a cabo un proyecto académico, y crea un clima grupal de confianza, tolerancia, agrado y productividad, que favorece la libre expresión, la cohesión (al eliminar roles individualistas y entorpecedores) y un cierto sentido de eficiencia.

4.6 APRENDIZAJE BASADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Al resolver problemas se aprende a matematizar, lo que es uno de los objetivos básicos para la formación de los estudiantes. Con ello aumentan su confianza, tornándose más perseverantes y creativos y mejorando su espíritu investigador, proporcionándoles un contexto en el que los conceptos pueden ser aprendidos y las capacidades desarrolladas.

- Entre las finalidades de la resolución de problemas tenemos:
- Hacer que el estudiante piense productivamente.
- Desarrollar su razonamiento.
- Enseñarle a enfrentar situaciones nuevas.
- Darle la oportunidad de involucrarse con las aplicaciones de la matemática.
- Hacer que las sesiones de aprendizaje de matemática sean más interesantes y desafiantes.
- Equiparlo con estrategias para resolver problemas.
- Darle una buena base matemática.⁵³

⁵³ MUNDOMATE, *Estrategias metodológicas para la enseñanza de la Matemática*, 2010, en <<http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/?p=436#ixzz1eBooxDmW>>, consultado 31 de octubre de 2011.

Uno de los grandes intereses de la resolución de problemas está en la motivación provocada por el propio problema y, consecuentemente, en la curiosidad que desencadena su resolución.

El plan de George Pólya contempla cuatro fases principales para resolver un problema:

1. Comprender el problema.
2. Elaborar un plan.
3. Ejecutar el plan.
4. Hacer la verificación.

Pero seguir estos pasos no garantizará que se llegue a la respuesta correcta del problema, puesto que la resolución de problemas es un proceso complejo y rico que no se limita a seguir instrucciones paso a paso que llevarán a una solución, como si fuera un algoritmo. Sin embargo, el usarlos orientará el proceso de solución del problema. Por eso conviene acostumbrarse a proceder de un modo ordenado, siguiendo los cuatro pasos.

4.6.1 Fases y preguntas del plan de Pólya.

Fase 1. Comprender el problema.

Para poder resolver un problema primero hay que comprenderlo. Se debe leer con mucho cuidado y explorar hasta entender las relaciones dadas en la información proporcionada. Para eso, se puede responder a preguntas como:

- ¿Qué dice el problema? ¿Qué pide?
- ¿Cuáles son los datos y las condiciones del problema?
- ¿Es posible hacer una figura, un esquema o un diagrama?
- ¿Es posible estimar la respuesta?

Fase 2. Elaborar un plan.

En este paso se busca encontrar conexiones entre los datos y la incógnita o lo desconocido, relacionando los datos del problema. Se debe elaborar

un plan o estrategia para resolver el problema. Una estrategia se define como un artificio ingenioso que conduce a un final. Hay que elegir las operaciones e indicar la secuencia en que se debe realizarlas. Estimar la respuesta.

Algunas preguntas que se pueden responder en este paso son:

- ¿Recuerda algún problema parecido a este que pueda ayudarle a resolverlo?
- ¿Puede enunciar el problema de otro modo? Escoger un lenguaje adecuado, una notación apropiada.
- ¿Usó todos los datos?, ¿usó todas las condiciones?, ¿ha tomado en cuenta todos los conceptos esenciales incluidos en el problema?
- ¿Se puede resolver este problema por partes?
- Intente organizar los datos en tablas o gráficos.
- ¿Hay diferentes caminos para resolver este problema?
- ¿Cuál es su plan para resolver el problema?

Fase 3. Ejecutar el plan.

Se ejecuta el plan elaborado resolviendo las operaciones en el orden establecido, verificando paso a paso si los resultados están correctos. Se aplican también todas las estrategias pensadas, completando –si se requiere– los diagramas, tablas o gráficos para obtener varias formas de resolver el problema. Si no se tiene éxito se vuelve a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conducen al éxito.

Fase 4. Mirar hacia atrás o hacer la verificación.

En el paso de revisión o verificación se hace el análisis de la solución obtenida, no sólo en cuanto a la corrección del resultado sino también con relación a la posibilidad de usar otras estrategias diferentes de la seguida, para llegar a la solución. Se verifica la respuesta en el contexto del problema original.

En esta fase también se puede hacer la generalización del problema o la formulación de otros nuevos a partir de él. Algunas preguntas que se pueden responder en este paso son:

- ¿Su respuesta tiene sentido?
- ¿Está de acuerdo con la información del problema?
- ¿Hay otro modo de resolver el problema?
- ¿Se puede utilizar el resultado o el procedimiento que ha empleado para resolver problemas semejantes?
- ¿Se puede generalizar?⁵⁴

⁵⁴ Ídem.

4.6.2 Estrategias para resolver problemas.

- Ensayo y error: Consiste en elegir soluciones u operaciones al azar y aplicar las condiciones del problema a esos resultados u operaciones hasta encontrar el objetivo o hasta comprobar que eso no es posible.
- Resolver un problema similar más simple.
- Hacer una figura, un esquema, un diagrama, una tabla.
- Buscar regularidades o un patrón: Esta estrategia empieza por considerar algunos casos particulares o iniciales y, a partir de ellos, buscar una solución general que sirva para todos los casos.
- Trabajar hacia atrás: Esta es una estrategia muy interesante cuando el problema implica un juego con números. Se empieza a resolverlo con sus datos finales, realizando las operaciones que deshacen las originales.
- Utilizar el álgebra para expresar relaciones.

4.7 APRENDIZAJE COLABORATIVO

Consiste en formar equipos de trabajo para lograr un aprendizaje común; pero asumiendo cada miembro del grupo la responsabilidad por el aprendizaje de sus demás compañeros. Esto exige intercambiar información, ayudarse mutuamente y trabajar juntos en una tarea, hasta que todos la hayan comprendido y terminado, construyendo sus aprendizajes a través de la colaboración.

El aprendizaje colaborativo pone énfasis en el proceso, más que en el producto. Posibilita el desarrollo de competencias dentro de un espacio no competitivo y, por sus características, incide siempre en las áreas personal, social y comunicación integral, aunque es una herramienta muy potente para posibilitar toda clase de aprendizajes. Comparando los resultados de esta estrategia con modelos de aprendizaje tradicional, se ha comprobado que los alumnos aprenden con el aprendizaje colaborativo, recuerdan por más tiempo los nuevos conocimientos,

desarrollan habilidades de razonamiento superior y de pensamiento crítico; y se sienten más confiados y aceptados por ellos mismos y por los demás.

A continuación presentamos un conjunto de aprendizajes que constituyen la base de esta estrategia y que durante todo el proceso de trabajo, los alumnos incidirán en ellos:

- Cooperación.
- Compartir.
- Responsabilidad.
- Intercambio.
- Trabajo en equipo.
- Autoevaluación.

4.8 APRENDIZAJE POR INDUCCIÓN

Esta estrategia pedagógica se usa para enseñar conceptos y principios, partiendo de la realidad. Desde este enfoque, el maestro proporciona a los alumnos una serie de ejemplos o experiencias, a partir de los cuales hace preguntas que les llevan a reflexionar, discutir y comprender determinadas ideas o nociones, así como a demostrar determinadas capacidades.

Aquí, el éxito de las clases depende de la calidad de los ejemplos y/o de las experiencias que se emplean, así como del arte del maestro para formular preguntas y para crear un clima abierto al diálogo y la libre expresión de ideas. Requiere más tiempo que otras estrategias de enseñanza directa, pero tiene la ventaja de promover altos niveles de motivación, concentración, compromiso y comprensión del alumno.

Esta estrategia aporta al desarrollo de competencias porque favorece la comprensión de cierta información, sea que resulte indispensable para la solución de un problema; sea que se requiera para mejorar el actual desempeño. Obviamente, el desarrollo pleno de una competencia requiere ser complementada con otro tipo de experiencias de aprendizaje.

4.9 PLANIFICACIÓN EDUCATIVA

El plan semanal es una idea pedagógica y didáctica que proviene de la reforma pedagógica alemana donde los docentes preparan, a través de los planes de enseñanza para una determinada semana los objetivos y contenidos especiales establecidos en los respectivos planes generales de enseñanza y aprendizaje. De la misma forma elaboran un conjunto de actividades concretas para que los estudiantes organizados en alguna de las diferentes formas sociales de interacción didáctica puedan dedicarse al trabajo de aula de acuerdo con sus inquietudes e intereses particulares. Para que esta estrategia de aprendizaje y enseñanza tenga éxito es necesario que exista un acuerdo entre los estudiantes y sus docentes en cuanto al compromiso y la responsabilidad de trabajar adecuada, completa y coherentemente todas las actividades previstas en el plan semanal.

La estructuración y organización del trabajo deben ser discutidas entre todos los miembros de la clase, preferiblemente al finalizar la semana, lo cual les permitirá iniciar el día lunes con las respectivas actividades. Esta discusión permitirá aclarar los detalles pertinentes a los recursos, salidas de campo, juegos, ejercicios de consolidación, etc., previstos en el plan semanal.

En algunos casos deberá existir acuerdo entre los equipos de trabajo, ya que no siempre los espacios y los recursos del aula pueden ser utilizados por todos los estudiantes simultáneamente. Es muy importante insistir en la necesidad de que todos los participantes de la clase, así como los padres y demás miembros de la institución escolar, estén enterados del plan semanal, ya que en muchos casos es necesaria la ayuda de estas personas para el cumplimiento efectivo de las actividades previstas.

Esta estrategia de trabajo no significa que los estudiantes realizarán todas las actividades simultáneamente o durante una tarde en sus casas con la ayuda de sus padres, lo cual les permitiría tiempo libre durante los demás días de la semana.

“El plan semanal estará estructurado por los docentes de tal forma que cada día los estudiantes tendrán sus respectivas actividades dentro y fuera del aula. Una de ellas

es la permanente discusión con sus compañeros de curso y las correspondientes presentaciones a todo el colectivo de la clase”⁵⁵

Las tareas y actividades de aprendizaje y enseñanza serán suministradas mayoritariamente por los docentes, en forma de hojas de trabajo, problemas o ejercicios provenientes de los libros de texto, tareas presentadas en la pizarra o dictadas por los docentes, material concreto, juegos, etc. Cada estudiante tiene en sus manos su respectivo plan y trabajará de manera individual, en grupos o en parejas.

El plan semanal permite el trabajo simultáneo de dos o más asignaturas, lo cual facilita considerablemente la enseñanza globalizadora y el tratamiento de temáticas generadoras de aprendizajes unificados. Los estudiantes trabajan de manera independiente y el docente se convierte en un consejero, orientador y facilitador del proceso. Desde el inicio del trabajo escolar, y basados en los planes anuales, semestrales o trimestrales de enseñanza, los jóvenes reciben múltiples indicaciones sobre las actividades que realizarán durante un determinado período de tiempo.

Esta estructuración del trabajo escolar puede ser elaborada también para una semana; es decir, planificar la enseñanza abierta de tal forma que los estudiantes trabajen independientemente durante cinco días, preferiblemente, en el marco de una misma temática. Es muy importante que los docentes suministren a los estudiantes materiales concretos, hojas de control, sugerencias para el desarrollo de las actividades, imágenes, etc.

El trabajo independiente y activo en matemática no es posible desarrollarlo solamente con lápiz, papel, tiza y pizarra. Estos recursos tradicionales son importantes, pero insuficientes.

La organización del trabajo matemático en las aulas o fuera de ellas a través del plan semanal también requiere tiempo, dedicación y preparación por parte de los docentes en cualquier nivel del sistema educativo donde se ponga en práctica esta estrategia didáctica. Hasta el presente hay bastante información y ejemplos, muchos de ellos ya

⁵⁵ VAUPEI, James, *El plan semanal para la escuela secundaria*, s/a, en < www.lettredelapreuve.it >, consultado 17 de julio de 2011.

validados, para los dos primeros ciclos de la escuela básica. Se observa, además, un aumento muy importante de inquietudes y trabajos en la escuela secundaria.

El trabajo libre en educación matemática es una novedad pedagógica o una moda didáctica que se ha impuesto en los últimos veinte años en algunos países. En las fuentes bibliográficas se encuentran antecedentes muy importantes sobre el trabajo libre, especialmente en la denominada enseñanza inicial y en las dos primeras etapas (ciclos) de la educación básica.

Pedagogos como Juan Pestalozzi, Simón Rodríguez, Célestin Freinet, María Montessori, Peter Petersen, Luis Beltrán Prieto Figueroa, entre muchos otros, han propuesto la organización de la enseñanza dentro de una perspectiva libre y activa.

Este objetivo es muy ambicioso y exigente, y su logro será posible siempre que se planifiquen actividades coherentes y sistemáticamente bien organizadas según las características del grupo. Los estudiantes buscan y escogen, por su propia cuenta, problemas previamente seleccionados y propuestos por los docentes, y se organizan libremente en búsqueda de las respectivas soluciones.

Sin embargo, es muy importante tener presente que ellos necesitan, desde el punto de vista pedagógico, tanto la ayuda de los docentes como los materiales indispensables para desarrollar las respectivas actividades.

El trabajo libre en matemáticas y demás áreas en la educación secundaria, significa llevar la pedagogía progresista a la práctica escolar y concebir la educación a partir de los jóvenes y no en función de los intereses de los adultos, especialmente de los promotores de una determinada educación, en la mayoría de los casos opresora y muy poco liberadora.⁵⁶

En este tipo de trabajo escolar los estudiantes, de todos los niveles, reciben una variedad de actividades y recursos didácticos, con los cuales libremente pueden aprender contenidos específicos interconectados entre sí a través de las diferentes ramificaciones que componen cada área de aprendizaje.

⁵⁶ FREIRE, Manuel, *La iniciación de los estudiantes del ciclo básico de la escuela secundaria*, s/a, en < www.lettredelapreuve.it >, consultado 20 de julio de 2011.

De esta manera, “los estudiantes pueden buscar y encontrar, de acuerdo con sus experiencias personales y colectivas, intereses particulares y capacidades individuales, sus propios mecanismos de aprendizaje”.⁵⁷

Para ello es necesario que los docentes y especialmente las instituciones escolares garanticen los ambientes de trabajo, la variedad de métodos y estrategias de aprendizaje y un amplio espectro de posibilidades de aprendizaje en las aulas de clase. El aprendizaje tiene lugar, realmente, a través de un proceso activo, creativo, participativo y contextualizado. Los estudiantes trabajan libremente a partir de un conjunto de actividades previamente concebidas, y determinan el ritmo, los métodos, las formas y las estrategias más apropiadas para resolver las situaciones problemáticas en torno a las cuales se desarrolla el aprendizaje y la enseñanza.

Los estudiantes deciden, en función de las actividades propuestas, qué hacer, cómo y cuándo hacerlo. Ellos se convierten en los dueños del proceso. Igualmente el control y la evaluación de los resultados del trabajo lo asumen los estudiantes, siempre con la ayuda de los docentes, de manera independiente y autocrítica.

En el caso de la matemática, en vez de que los estudiantes dediquen grandes cantidades de tiempo a la elaboración de ejercicios con muy poco sentido y significado para su formación integral y general, deberían construir o encontrar, durante un largo proceso de trabajo activo, reglas, procedimientos, leyes, estrategias de solución de problemas; así como reconocer los posibles errores y las formas de solventarlos. Quizás el elemento central del trabajo libre consiste en disponer de tiempo para profundizar, reflexionar, indagar, imaginar y soñar la Matemática.

Mediante esta estrategia de aprendizaje y enseñanza, los estudiantes aprenden a organizar su proceso de trabajo escolar y, especialmente, el desarrollo de estrategias personales para la resolución de problemas y ejercitación matemáticas.

De la misma manera aprenden a seleccionar materiales, discurrir entre diferentes métodos para trabajar eficientemente las respectivas actividades y elegir aquellos problemas útiles e interesantes. En el caso de problemas complejos y abiertos, los

⁵⁷ POTTHOFF, Alfredo, *Principios y práctica del trabajo libre*, s/a, < www.lettredelapreuve.it >, consultado 24 de julio de 2011.

estudiantes aprenden, con la ayuda del trabajo libre, a planificar procesos también complejos de solución y a conseguir por su propia cuenta más información y mecanismos de solución. “De esta manera aprenden, además, a desarrollar una alta responsabilidad por su propio aprendizaje, ya que el trabajo libre exige la toma de decisiones acertadas, organizar planes de acción inmediatos y cumplir con tareas específicas previstas”⁵⁸

Se debe resaltar que el trabajo de los alumnos, en general, es libre en el sentido estricto de la palabra solamente en algunas dimensiones, tal como lo hemos expuesto anteriormente. No se trata, al igual que muchas estrategias didácticas como la resolución de problemas por ejemplo, de concebir la enseñanza, y en particular la educación matemática, de una manera totalmente caótica y desordenada.

Los docentes siguen cumpliendo un papel básico en las instituciones escolares. Ellos continuarán jugando un papel predominante, ya que dominan los conocimientos específicos que sus estudiantes deberán aprender y manejan los métodos y las estrategias didácticas, saben cuál debe ser el objetivo de la educación y tienen las experiencias suficientes para administrar adecuada y eficientemente todo el proceso educativo dentro y fuera de las instituciones escolares.

Más trabajo por parte de los estudiantes y más espacio, y tiempo libre para la realización de las actividades no significan que debamos desistir de la planificación, las instrucciones para el desarrollo de las actividades y la evaluación del proceso y producto del aprendizaje matemático.

Por el contrario, el trabajo libre exige reglas claras y acuerdos concretos entre los participantes; exige también iniciativas e indicaciones precisas por parte de los docentes. Otra forma particular del aprendizaje en estaciones es el aprendizaje circular. Este consiste en un conjunto de estaciones distribuidas en forma de círculo, las cuales deben ser trabajadas una o más veces por los estudiantes, de acuerdo con las actividades contenidas en cada estación. Este tipo de trabajo didáctico es similar al trabajo en forma de espiral, propio de la investigación acción. El trabajo didáctico

⁵⁸ Ídem.

en estaciones se impone cada vez más en las instituciones escolares, ya que él garantiza, en cierta forma, la tranquilidad y el orden en las aulas de clase, lo cual no ocurre con el trabajo libre. Algunas de las principales características del aprendizaje y la enseñanza basada en estaciones de trabajo son las siguientes:

Posibilitan el trabajo activo, participativo y cooperativo de todos los estudiantes. Las estaciones tienen que tratar en lo posible diferentes aspectos sobre un tema en particular. Los estudiantes recibirán un conjunto de instrucciones para cada estación, lo cual les facilitará el trabajo autónomo e independiente.

Las actividades, expuestas en cada estación, tienen que ser lo suficientemente claras, precisas y realizables; de lo contrario los estudiantes no sabrán realmente cómo deben resolver las situaciones problemáticas propuestas. Las estaciones llevan a los estudiantes hacia la solución de distintos problemas, cuyo propósito debería estar vinculado con los objetivos básicos de la educación matemática escolar. El trabajo con estaciones tiene la gran ventaja de poder vincular la enseñanza de las matemáticas con otras estrategias didácticas como, por ejemplo, la enseñanza por proyectos, los juegos, la experimentación matemática, las aplicaciones y su proceso de modelación matemática y la resolución de problemas. La enseñanza por estaciones no es solamente una estrategia adecuada para los primeros grados de la escuela básica. Esta idea didáctica también puede ser aplicada en otros niveles del sistema educativo, incluso en las universidades.

4.10 ENSEÑANZA DE LAS MATEMÁTICAS CON LA AYUDA DE LA COMPUTADORA Y LOS CORRESPONDIENTES PROGRAMAS.

Actualmente se ha extendido tanto el uso de la computadora por muchas partes del mundo, en el desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza, y en particular de las matemáticas, que sería imposible describir en breves líneas la multiplicidad de aspectos relacionados con esta temática.

Trataremos solamente de señalar algunos elementos que caracterizan la influencia de la informática, más concretamente de la computadora, en el campo de la educación matemática. Hay muchos autores, en diferentes lenguas, quienes se ocupan tanto de la reflexión teórica como de diferentes trabajos de investigación empíricos con la

finalidad de optimizar y fortalecer su uso durante el trabajo cotidiano en las diferentes instituciones escolares.

Estas acciones, muy lamentablemente, no se han puesto en práctica aún en nuestros países latinoamericanos a pesar de las exigencias sociales, científicas y tecnológicas actuales. La mayor parte de los centros educativos de educación básica y media aún no disponen de este recurso básico y fundamental para el desarrollo de una educación actualizada, moderna y tecnológicamente significativa.

A esta carencia se suman las dificultades relacionadas con la formación, preparación y actualización permanente de los docentes en este campo. Los primeros programas implementados en las instituciones de educación superior y educación media diversificada y profesional estuvieron relacionados con la solución de problemas de análisis y álgebra lineal.

Este avance tecnológico trajo como consecuencia el replanteamiento de las actividades de enseñanza, los problemas y ejercicios trabajados, especialmente en los últimos años del bachillerato y en los primeros semestres de los estudios universitarios. Igualmente ocurren cambios importantes en el tratamiento de las matemáticas escolares correspondientes al tercer ciclo o tercera etapa de la educación básica. Los programas diseñados para el aprendizaje y la enseñanza de la geometría. Surge entonces una nueva concepción para el trabajo de esta importante área de las matemáticas, olvidada a raíz de la implementación de la denominada "matemática moderna".

Es en geometría donde, probablemente, se ha avanzado más en cuanto a los programas de computación para las matemáticas escolares. Con su ayuda, no solamente se pueden hacer construcciones geométricas muy precisas y altamente sofisticadas, sino desarrollar con mayor facilidad algunas demostraciones de las proposiciones clásicas de la geometría. Tales programas, por su estructura dinámica, contribuyen efectivamente con el deseado aprendizaje motivador e independiente de los estudiantes.

De la misma manera, a través de la aplicación de estos programas se podría alcanzar un objetivo, aún muy lejos de la educación matemática, como es el denominado aprendizaje por descubrimiento.

Actualmente conocemos programas con una capacidad enorme para resolver analítica y gráficamente la mayor parte de las tareas trabajadas en las clases de matemática desde los primeros grados hasta la educación superior. Este alto rendimiento ha hecho que se pierda el interés por la programación en las instituciones escolares, tal como ocurrió en la década de los ochenta e inicio de los noventa.

Lo importante, en cuanto a la aplicación de estos programas en la enseñanza de las matemáticas, es su adecuada y eficiente utilización para la comprensión de los conceptos matemáticos. El objetivo único de encontrar una solución mediante la aplicación de un algoritmo no es interesante ni importante actualmente. La idea es utilizar estos programas con la finalidad de visualizar con mayor precisión y comodidad las construcciones matemáticas, no solamente en geometría, comprender con mayor facilidad y motivación algunas fases de la construcción de estructuras matemáticas y demostraciones, implementar estrategias heurísticas en la resolución de problemas y fomentar la independencia y creatividad de los estudiantes.

El número y la diversidad de programas crecen tan aceleradamente que es muy difícil estar actualizado y hacer uso de buena parte de ellos. Existen programas a la disposición de los docentes y estudiantes en todas las lenguas y para todos los niveles.

“La fuente primordial para la adquisición de estos programas es precisamente internet, otro aporte "informático" importante del ser humano para el desarrollo de la educación matemática”.⁵⁹

A través de estos mecanismos se puede visualizar, la presentación de largos conceptos matemáticos de manera dinámica en los monitores, sin necesidad de activar ningún tipo de programa o conocer su funcionamiento.

⁵⁹ MORA, Castor David. Op. Cit.

Nos encontramos en presencia de un adelanto exponencial de esta tecnología, lo cual podría convertirse, administrado correctamente, en un poderoso recurso para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas.

El aspecto central y decisivo en cuanto al aprendizaje con la ayuda de la computadora radica, definitivamente, en una adecuada interacción entre los programas seleccionados, el papel de los docentes, las acciones de los estudiantes y las actividades concretas de aprendizaje.

En los maestros recae con mayor peso la responsabilidad pedagógica y didáctica, ya que no puede concebirse una sociedad integralmente "educada" sin su presencia formadora. Los conocimientos técnicos y especiales podrán ser adquiridos por los estudiantes con la ayuda de la tecnología de manera autodidáctica, pero la formación crítica y liberadora solamente será posible con la interacción y discusión entre quienes participan en el complejo proceso de aprendizaje, enseñanza y liberación.

Por otra parte, las expectativas que ha generado el uso de la computadora en las instituciones escolares no siempre se corresponden con la realidad. Se han desarrollado y propagado, sobre todo por los intereses del mercado, muchos programas que aparentemente facilitan el aprendizaje de las matemáticas u otras áreas de estudio; sin embargo ellos no han logrado fortalecerse como salidas alternativas a las dificultades que presentan los estudiantes con algunos contenidos específicos.

“El fracaso de estos intentos radica en que se sigue considerando que el ser humano aprende, tal como lo señalaba de manera individualizada, mecánica, algorítmica y programada, para lo cual no hace falta relacionarse con los demás seres humanos”.⁶⁰

Afortunadamente esta concepción del uso del computador ya ha sido advertida y cuestionada en el momento oportuno. Ahora, consideramos que esta herramienta tecnológica es solo un recurso importante complementario, como podría ser la calculadora de bolsillo, científica o programable, para el aprendizaje y la enseñanza.

⁶⁰ SKINNER, Frederick, *La iniciación de los estudiantes del ciclo básico de la escuela secundaria a la prueba en matemáticas*, Tomado de FREIRE, Manuel, en < www.lettredelapreuve.it >, consultado 20 de julio de 2011.

Podríamos decir, finalmente, que la computadora se ha convertido en un recurso o medio indispensable para el adecuado desarrollo del proceso de aprendizaje y enseñanza de todas las asignaturas, particularmente de las matemáticas. Ella, sin embargo, no debería sustituir, por ningún motivo, la presencia y el papel fundamental que juegan los docentes.

4.11 EJEMPLOS DE APRENDIZAJE CON ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS

FIGURA 9

Destrezas con criterio de desempeño	Estrategias pedagógicas	Recursos o materiales a utilizar	Indicadores esenciales de evaluación	Técnica e instrumento de evaluación
<p>RELACIONES Y FUNCIONES</p> <p>Simplificar polinomios con la aplicación de las operaciones y de sus propiedades. (P)</p>	Juegos Didácticos con fichas algebraicas	Fichas Algebraicas. Fómix Tijeras, reglas y lápices.	Simplifica polinomios con la aplicación de las operaciones básicas y de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva	Técnica de observación Exposición oral después de la resolución de problemas aplicando las operaciones básicas
<p>NUMÉRICO</p> <p>Resolver las cuatro operaciones básicas con números reales. (P, A)</p>	Aprendizaje basado en la resolución de problemas	Papelógrafo. Marcadores. Fotocopias con problemas propuestos.	Aplica las operaciones con números reales en la resolución de problemas.	Técnica de la observación Prueba de resolución de problemas y exposición
<p>GEOMÉTRICO</p> <p>Deducir las fórmulas para el cálculo de áreas de polígonos regulares por la descomposición en triángulos.</p>	Aprendizaje por inducción	Geoplano. Guía de actividades.	Deduce las fórmulas del área de polígonos regulares y las aplica en la resolución de problemas.	Técnica: prueba Instrumento: prueba objetiva Prueba de cálculo del área de polígonos regulares
<p>MEDIDA</p> <p>Reconocer medidas en grados de ángulos notables en los cuatro cuadrantes con el uso de instrumental geométrico. (C, P)</p>	Aprendizaje colaborativo	Guía de actividades.	Reconoce medidas en grados de ángulos notables en los cuatro cuadrantes	Técnica de observación Prueba individual de identificación de ángulos y exposición
<p>ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD</p> <p>Representar datos estadísticos en</p>	Diagrama de tallo y hojas.	Cuadros estadísticos.	Representa un conjunto de datos estadísticos en un diagrama de tallo y hojas; además calcula la media, la	Técnica de observación Resolución de ejercicios de

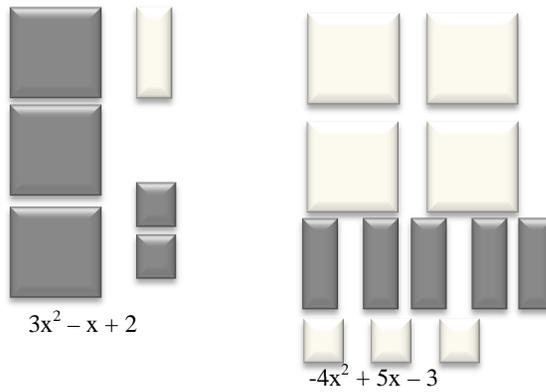
diagramas de tallo y hojas. (C, P)			mediana, la moda y el rango.	cálculo y exposición
------------------------------------	--	--	------------------------------	----------------------

Fuente: El autor.

4.12 DESARROLLO DE USO DE LAS ESTRATEGIAS PEDAGÓGICAS

Destrezas con criterio de desempeño	Estrategias pedagógicas	Recursos o materiales a utilizar	Indicadores esenciales de evaluación	Técnica e instrumentación de evaluación
<p>RELACIONES Y FUNCIONES</p> <p>Simplificar polinomios con la aplicación de las operaciones y de sus propiedades. (P)</p>	<p>Juego didáctico de fichas algebraicas.</p> <p>1. Elaborar las fichas algebraicas con los estudiantes, para lo cual recortarán en el fómix 10 cuadrados de 2x2 cm, 10 rectángulos de 2x4cm y 10 cuadrados de 4x4cm. Las figuras de color gris representarán los valores positivos y las figuras de color blanco, los valores negativos como se muestra a continuación:</p> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  x^2 </div> <div style="text-align: center;">  x </div> <div style="text-align: center;">  1 </div> <div style="text-align: center;">positivos</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="text-align: center;">  x^2 </div> <div style="text-align: center;">  x </div> <div style="text-align: center;">  1 </div> <div style="text-align: center;">negativos</div> </div> <p>2. Formar grupos de 5 estudiantes.</p>	<p>Fichas algebraicas</p> <p>Fómix: gris y blanco</p> <p>Tijeras, reglas y lápices</p>	<p>Simplifica polinomios con la aplicación de las operaciones básicas y de las propiedades conmutativa, asociativa y distributiva</p>	<p>Técnica de observación de la secuencia de aplicación de números polinómicos</p> <p>Exposición oral luego de la resolución de problemas aplicando las operaciones básicas en los polinomios con sus respectivas propiedades.</p> <p>Taller de Coevaluación Págs. 38 - 39 Texto del Ministerio de Educación</p> <p>Refuerzo Pág. 39 Texto del Ministerio de Educación</p> <p>Taller de Ejercicios Adicionales de Adición y Sustracción</p>

3. Representar en cada grupo los siguientes polinomios con las fichas algebraicas: $3x^2 - x + 2$ y $-4x^2 + 5x - 3$



4. Realizar la suma entre los dos polinomios:

$$(3x^2 - x + 2) + (-4x^2 + 5x - 3)$$

Para realizar la suma de polinomios se cancelan (se eliminan) las fichas que sean iguales pero de diferente color. El resultado es:



Polinomios
 Pág. 57, 58
 Texto del Ministerio
 Educación.

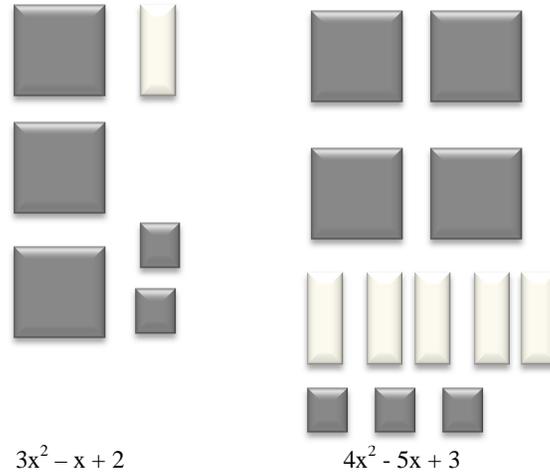
Autoevaluación
Adición y Sustracción
Polinomios
 Pág. 59
 Texto del Ministerio
 Educación

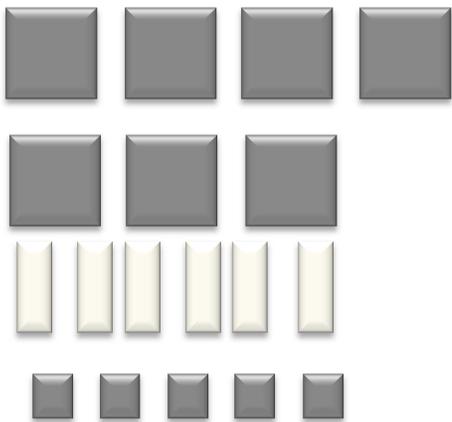
$$-x^2 + 4x - 1$$

5. Realizar la diferencia entre los dos polinomios:

$$(3x^2 - x + 2) - (-4x^2 + 5x - 3)$$

Para realizar la diferencia de polinomios se suma al minuendo el opuesto del sustraendo y se procede como en el punto 4. El resultado es:



	 <p style="text-align: center;">$7x^2 - 6x + 5$</p> <p>6. Representar los siguientes polinomios y realizar la suma y la diferencia entre ellos:</p> <p style="text-align: center;">$-7x^2 - 4x + 3$ $6x^2 + x - 8$</p> <p>7. Exponer los resultados a la clase, realizar una discusión entre los grupos y sacar conclusiones.</p>			
<p>NUMÉRICO</p> <p>Resolver las cuatro</p>	<p>Aprendizaje basado en la resolución de problemas.</p> <p>1. Formar grupos de 5 estudiantes y proporcionar a cada</p>	<p>Pizarra.</p> <p>Papelógrafo.</p>	<p>Aplica las operaciones con números reales en la resolución de problemas</p>	<p>Técnica de la observación del papelógrafo para identificar la utiliza</p>

<p>operaciones básicas con números reales. (P, A)</p>	<p>grupo un papelógrafo y un marcador.</p> <p>2. Plantearles el siguiente problema para que lo resuelvan en grupo y luego expongan a toda la clase cómo lo hicieron y el resultado alcanzado.</p> <p>“Carla tiene un terreno en las afueras de la ciudad que quiere dividir en dos partes. Para esto tiene que construir una pared. En el primer día de construcción usó $\frac{3}{8}$ de los bloques que tenía; en el segundo día usó $\frac{1}{6}$ de los bloques que tenía. Entonces contó los bloques que le quedaban para usar en el tercer día y eran 55. ¿Cuántos bloques tenía cuando comenzó a construir el muro?”</p> <p>3. Establecer un debate entre los diferentes grupos y sacar conclusiones sobre el modo de resolver un problema matemático.</p> <p>4. Resolver el problema aplicando los pasos propuestos por Polya.</p> <p><u>Paso 1: Comprender el problema.</u></p> <p>- ¿Qué pide el problema?</p> <p>La cantidad de bloques que tenía Carla al comenzar a construir la pared.</p> <p>- ¿Cuáles son los datos y las condiciones del problema?</p> <p>Carla tiene cierta cantidad de bloques.</p> <p>En el primer día utiliza $\frac{3}{8}$ de esa cantidad.</p>	<p>Marcadores.</p> <p>Fotocopias con problemas propuestos.</p>		<p>del proceso de resolución de problemas</p> <p>Prueba de resolución de problemas con números reales.</p> <p>Ejercicio Adicionales de los Números Reales Págs. 18 - 19 Texto del Ministerio de Educación</p>
---	--	--	--	--

	<p>En el segundo día utiliza $1/6$.</p> <p>Le quedan 55 bloques para el tercer día.</p> <p><u>Paso 2: Elaborar un plan.</u></p> <p>Plan A: Estrategia: Hacer un esquema.</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p style="text-align: center;"> $\frac{3}{8}$ $\frac{1}{6}$? </p> <p>La suma de las fracciones debe darnos igual a la unidad.</p> <p>Por tanto la ? será igual a $1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{6}$.</p> <p>Finalmente, reducimos a la unidad y hacemos el cálculo.</p> <p>Plan B: Estrategia: Utilizar una ecuación.</p> <p>Total de bloques: b</p> <p>Bloques usados en el primer día: $(\frac{3}{8})b$</p> <p>Bloques usados en el segundo día: $(\frac{1}{6})b$</p> <p>Bloques utilizados en el tercer día: 55</p>			
--	---	--	--	--

	<p>El total de bloques es igual a la suma de los bloques usados cada día:</p> $\frac{3}{8}b + \frac{1}{6}b + 55 = b$ <p><u>Paso 3: Ejecutar el plan.</u></p> <p>Plan A:</p> <p>La fracción de bloques usadas el tercer día es:</p> <p>$1 - \frac{3}{8} - \frac{1}{6} = \frac{11}{24}$ y como sabemos equivale a 55, y haciendo una regla de tres</p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">$\frac{11}{24}$</td> <td style="padding: 0 10px;">55</td> <td style="padding: 0 10px;">1</td> <td style="padding: 0 10px;">$x = (55 \times 1) / (\frac{11}{24}) = 120$</td> </tr> </table> <p>Respuesta: Carla disponía de 120 bloques para construir la pared.</p> <p><u>Plan B:</u></p> <p>Resolviendo la ecuación anterior:</p> $\frac{13}{24}b + 55 = b$ $(-\frac{11}{24})b + 55 = 0$ $(-\frac{11}{24})b = -55 \text{ entonces } b = -55 / (-\frac{11}{24}) = 120$	$\frac{11}{24}$	55	1	$x = (55 \times 1) / (\frac{11}{24}) = 120$			
$\frac{11}{24}$	55	1	$x = (55 \times 1) / (\frac{11}{24}) = 120$					

	<p>Respuesta: Carla disponía de 120 bloques para construir la pared.</p> <p><u>Paso 4. Hacer la verificación.</u></p> <p>Bloques usados el primer día: $3/8 \cdot 120 = 45$</p> <p>Bloques usados el segundo día: $1/6 \cdot 120 = 20$</p> <p>Bloques usados el tercer día: 55</p> <p>Total = $45 + 20 + 55 = 120$</p> <p>5. En grupos resolver el siguiente problema aplicando los pasos de la resolución de problemas de Polya.</p> <p>“Luisa respondió 20 preguntas en una evaluación, algunas acertó y otras no. Ella gana 5 puntos por cada respuesta correcta y pierde 2 puntos por cada respuesta incorrecta. Si en total ella consiguió 51 puntos ¿cuántas preguntas acertó?”</p> <p>6. Exponer los resultados a la clase, realizar una discusión entre los grupos y sacar conclusiones.</p>			
<p>MEDIDA</p> <p>Reconocer medidas en grados de ángulos notables en los cuatro cuadrantes con el uso de instrumental geométrico.</p>	<p>Aprendizaje colaborativo.</p> <p>1. Formar grupos de 5 alumnos constituidos de manera heterogénea, para favorecer un intercambio más efectivo y una mayor complementariedad.</p> <p>2. Distribuir a los equipos las guías con instrucciones específicas para el trabajo y asegurarse que las lean y</p>	<p>Graduador.</p> <p>Escuadras.</p> <p>Guía de actividades para cada grupo. Ver al final de la tabla.</p>	<p>Reconoce medidas en grados de ángulos notables en los cuatro cuadrantes</p>	<p>Técnica: prueba</p> <p>Instrumento: prueba objetiva</p> <p>Prueba individual de identificación de ángulos notables en los cuatro</p>

(C, P)	<p>comprendan. Se debe plantear a los equipos que distribuyan roles a su interior para promover la participación de todos y ayudar a mejorar la organización y eficiencia del trabajo. Los roles son de coordinador encargado de materiales, secretario, abogado del diablo y observador.</p> <p>3. Monitorear a los equipos: observación del proceso de trabajo y revisión de los avances.</p> <p>4. Los alumnos evalúan el desempeño que han tenido como equipo durante la actividad desarrollada. Es muy importante que los alumnos realicen esta evaluación para que identifiquen aquellos aspectos que tienen que mejorar para posteriores trabajos realizados en forma colaborativa.</p>			<p>cuadrantes con el uso de instrumental geométrico y exposición.</p> <p>Ejercicios Texto Ministerio de Educación</p>
<p>GEOMÉTRICO</p> <p>Deducir las fórmulas para el cálculo de áreas de polígonos regulares por la descomposición en triángulos.</p>	<p>Aprendizaje por inducción.</p> <p>1. Formar grupos de 5 estudiantes.</p> <p>2.- Cada grupo va a realizar las actividades propuestas con el geoplano.</p> <p>3. Para la actividad 1 los alumnos deben deducir que el área del rectángulo es igual al producto de su largo por el alto: $A = a.b$</p> <p>Para la actividad 2 deberán deducir que el área del triángulo es $A = b.h/2$</p> <p>Para la actividad 3 hay que deducir que el área del polígono es $A = n.l.h/2$ donde n es el número de lados.</p>	<p>Geoplano.</p> <p>Fotocopia de las actividades a realizar. Ver al final de la tabla.</p> <p>Calculadora</p>	<p>Deduca las fórmulas del área de polígonos regulares y las aplica en la resolución de problemas.</p>	<p>Técnica: prueba Instrumento: prueba objetiva</p> <p>Resolución ejercicios adicionales Pág. 169 Texto del Ministerio de Educación</p>

	<p>Pero $n.l$ es el perímetro del polígono regular y h se llama apotema del polígono regular, por lo que el área del polígono regular es: $A = p.ap / 2$</p> <p>4.- Exposición de los grupos de las fórmulas deducidas a toda la clase y conclusiones.</p> <p>5.- Trabajo individual: ejercicios de aplicación de las fórmulas deducidas.</p> <p>El maestro debe monitorear su aprendizaje a través de preguntas sobre los aspectos claves para el desarrollo de la actividad. Debe ayudar también a los que no han comprendido la idea íntegramente o a los que están menos dispuestos para trabajar por sí mismos.</p>			
<p>ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD</p> <p>Representar datos estadísticos en diagramas de tallo y hojas. (C, P)</p>	<p>Diagrama de tallos y hojas</p> <p>1. En la pizarra escribimos los datos de los valores de consumo de luz en dólares para una muestra de 35 usuarios en el barrio la Floresta del centro de la ciudad de Quito:</p> <p>38 41 40 14 14 12 54 78 52 42 41 10 13 52 07 26 54 67 14 94 81 46 15 52 51 11 11 51 49 85 26 08 40 84 09</p> <p>2. A los estudiantes explicarles que se va a trabajar en un nuevo método de representar datos estadísticos conocido como “Diagrama de tallo y hojas”.</p> <p>3. Pedir a los estudiantes que ordenen de forma</p>	<p>Cuadros estadísticos.</p> <p>Papelógrafo.</p> <p>Marcadores.</p> <p>Calculadora.</p>	<p>Representa un conjunto de datos estadísticos en un diagrama de tallo y hojas; además calcula la media, la mediana, la moda y el rango.</p>	<p>Técnica de observación de la técnica desarrollada.</p> <p>Resolución de ejercicios de cálculo utilizando los datos estadísticos y exposición</p> <p>Autoevaluación de Estadística y Probabilidad. Pág. 189 Texto del Ministerio de Educación</p>

	<p>ascendente los datos proporcionados. Debe quedar de la siguiente manera:</p> <p>07 08 09 10 11 11 12 13 14 14 14 15 26 26</p> <p>38 40 40 41 41 42 46 49 51 51 52 52 52 54</p> <p>54 67 78 81 84 85 94</p> <p>4. Ahora estos datos se van a organizar por decenas y que representen cada decena en una fila; así tendremos en la primera fila los valores del 0 al 9; en la segunda fila, los valores del 10 al 19 y así, sucesivamente:</p> <p>07 08 09</p> <p>10 11 11 12 13 14 14 14 15</p> <p>26 26</p> <p>38</p> <p>40 40 41 41 42 46 49</p> <p>51 51 52 52 52 54 54</p> <p>67</p> <p>78</p> <p>81 84 85</p> <p>94</p>			
--	--	--	--	--

5. A partir de este ordenamiento, se puede explicar que en este diagrama a cada decena se le considera el “tallo” y a cada unidad, dentro de cada decena, se le llama la “hoja”:

Decena (tallo)	Unidad (hojas)
0	7 8 9
1	0 1 1 2 3 4 4 5
2	6 6
3	8
4	0 0 1 1 2 6 9
5	1 1 2 2 2 4 4
6	7
7	8
8	1 4 5
9	4

Mo1 = 14

Me = 41

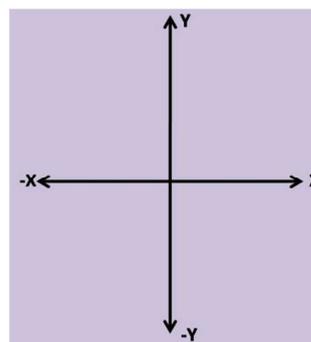
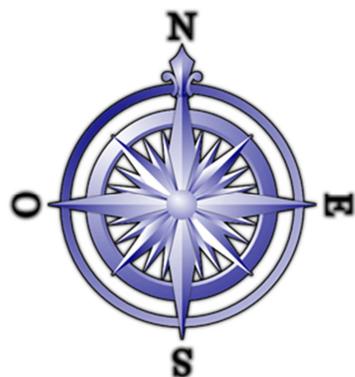
Mo2 = 52

	<p>6-Calcular la mediana, la moda, la media aritmética y el rango de los datos.</p> <p>La moda es el dato que más se repite $Mo = 14$ y 52 por lo tanto tenemos una distribución bimodal.</p> <p>De la muestra podemos concluir que el valor de consumo de luz que más se repite es $\\$14$ y $\\$52$.</p> <p>La mediana es el dato que está en la mitad, como tenemos 35 datos, el dato de la mitad es el dato que está en la posición 18 $Me = 41$</p> <p>El consumo de luz medio es de $\\$41$.</p> <p>Para calcular la media aritmética sumamos todos los datos y dividimos para 35:</p> $\bar{x} = 1382/35 = 39,5$ <p>El consumo promedio de luz es de $\\$39,50$</p> <p>Finalmente el rango se obtiene al calcular la diferencia entre el mayor valor y el menor de la muestra.</p> $R = 94 - 7 = 87$ <p>La variación del consumo de luz entre el valor más bajo y el más alto es de $\\$87$.</p> <p>7. Trabajo en grupo de 5 estudiantes: a partir del siguiente diagrama, hallar las medidas de tendencia central y el rango.</p>			
--	---	--	--	--

	<table border="1"> <tr> <td>1</td> <td>852647</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>06965429934</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>201916863</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>1540574</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>8552</td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>02</td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>2</td> </tr> </table>	1	852647	2	06965429934	3	201916863	4	1540574	5	8552	6	02	7	2			
1	852647																	
2	06965429934																	
3	201916863																	
4	1540574																	
5	8552																	
6	02																	
7	2																	
	<p>8. Exponer los resultados a la clase, realizar una discusión entre los grupos y sacar conclusiones.</p>																	

Guía de actividades para el bloque de Medida.

1.- Observar la rosa de los vientos y determinar qué punto cardinal representa cada uno de los siguientes ángulos: 0° , 90° , 180° y 270° .

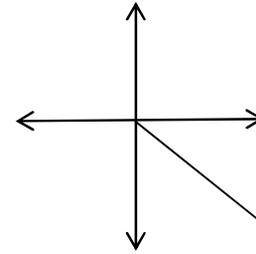
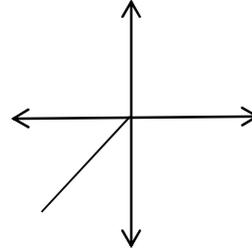
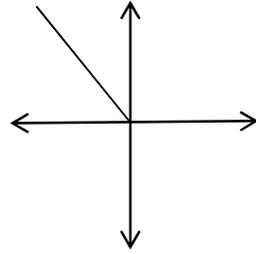
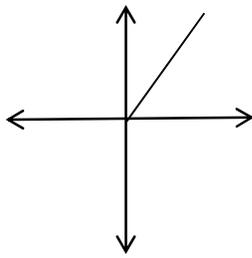


2. Numere los cuadrantes del plano cartesiano indicado.

3. Dibuje ángulos positivos en posición normal que se ubiquen en el tercer cuadrante.

4. Dibuje ángulos negativos en posición normal que se ubiquen en el segundo cuadrante.

5. Halla la medida de los siguientes ángulos usando el graduador.

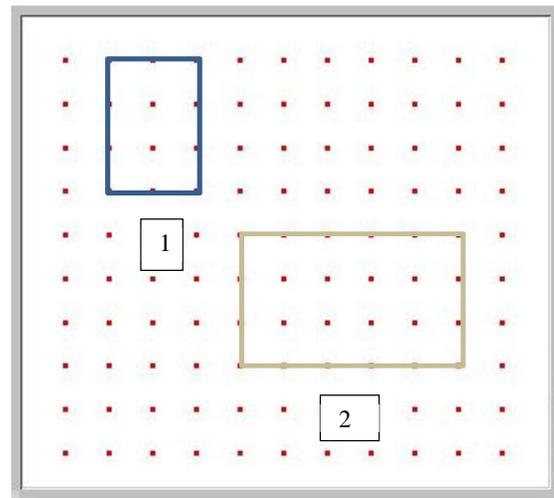


6. Hallar los ángulos en los cuatro cuadrantes usando las escuadras y cuyos ángulos notables son:

Ángulo notable	I cuadrante	II cuadrante	III cuadrante	IV cuadrante
30°				
45°				
60°				

Guía de actividades para el bloque de Geometría.

1. En el geoplano construyamos los siguientes rectángulos. Luego calculemos su área contando el número de cuadros en su interior



A1 =

A2=

Ahora medir las longitudes de cada rectángulo: A1 a= b=

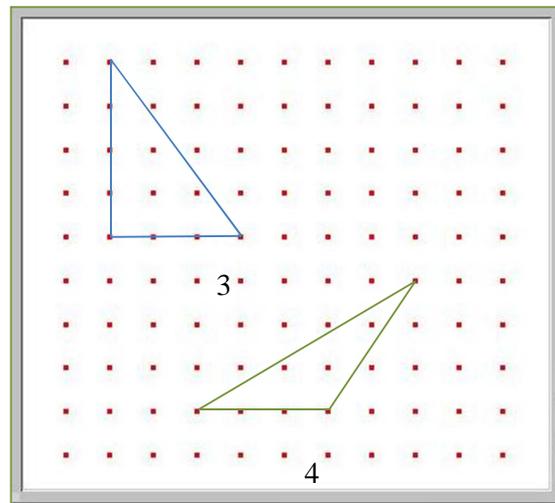
A2 a= b=

Observa que si se multiplican las dos dimensiones a y b se obtiene el área del triángulo.

Calcula el área de los rectángulos A1 y A2.

Escribe la fórmula para hallar el área de un rectángulo.

2. Construir los siguientes triángulos y calcular el número de cuadrados en su interior.



A3=

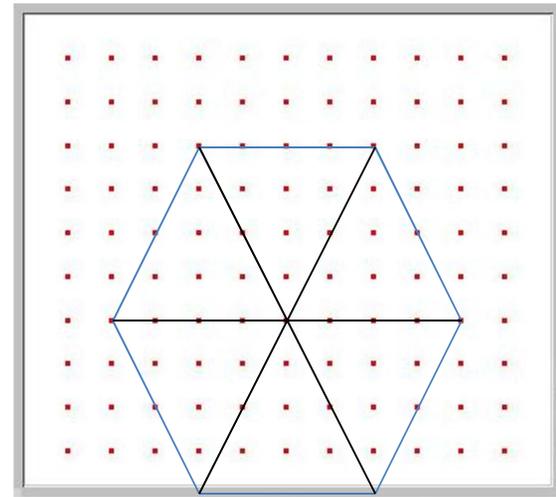
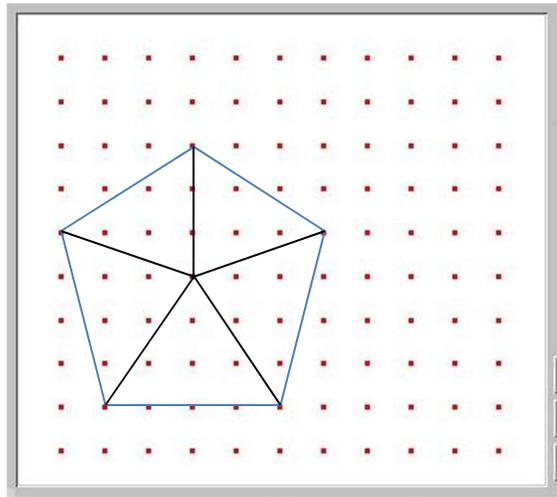
A4=

Ahora medir la base b y la altura h de los triángulos. Realizar el siguiente producto: $b \cdot h / 2$

¿Qué se puede concluir respecto al área del triángulo?

3. Construir los siguientes polígonos regulares. Para hallar el área, dividirlo en triángulos iguales, pues es un polígono regular. Hallar el

área de



uno de estos triángulos y multiplicar por el número de triángulos existentes (que será igual al número de lados del polígono).

Pentágono: lado = altura = Atriángulo = Apentágono =

Hexágono: lado = altura = Atriángulo = Ahexágono =

CAPÍTULO 5

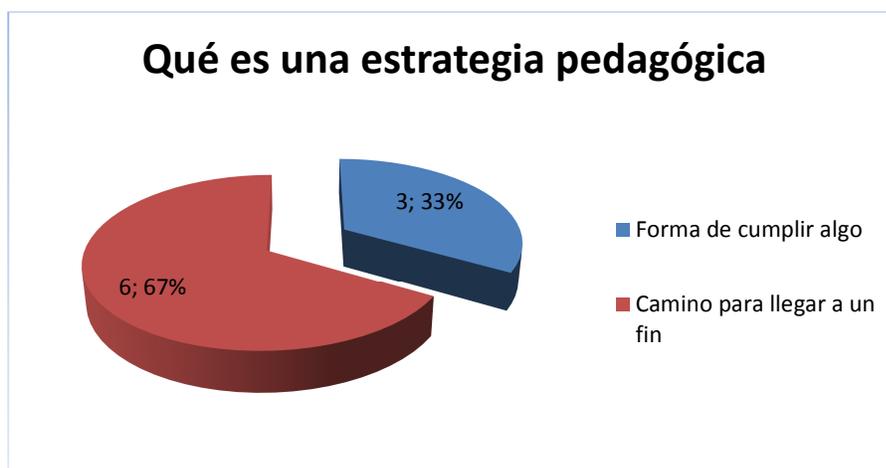
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

5.1 ENCUESTA REALIZADA A LOS DOCENTES

1. ¿Qué es una estrategia pedagógica?

FIGURA 11

VALORACIÓN	FRECUENCIA	%
Forma de cumplir algo	3	33
Camino para llegar a un fin	6	67
TOTAL	9	100



Fuente: El autor.

En esta pregunta se observa que el 33% del personal docente señala que la estrategia es la forma de cumplir algo, es decir, se identifican con una forma de definir las estrategias pedagógicas muy básica y poco científica. El 67% indica que es un camino para llegar a un fin, es decir, confunden estrategias pedagógicas con metodología.

Según estos resultados el 100% de los docentes desconocen lo que es una estrategia pedagógica, porque según el marco teórico las estrategias pedagógicas son aquellas

acciones que realiza el docente con el propósito de facilitar la formación y el aprendizaje de las disciplinas en los estudiantes.

2. ¿Qué estrategias usa? Enumérelas.

FIGURA 12

ESTRATEGIAS QUE USA	FRECUENCIA	%
Rueda de atributos	1	11
Dominó	1	11
Crucigrama	1	11
Torbellino de ideas	6	67
TOTAL	9	100



Fuente: El autor.

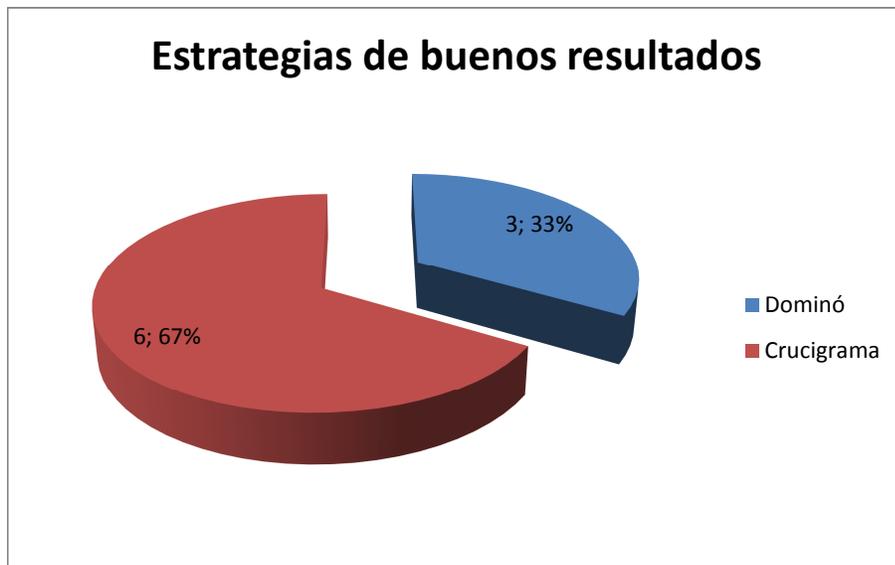
El 67% de los docentes usa como su principal estrategia de enseñanza-aprendizaje el torbellino de ideas. Al parecer los docentes carecen de un bagaje más amplio de estrategias pedagógicas para ser usadas en el aula. Además, en matemáticas no es la técnica más recomendable, esta se ajusta mejor a las otras disciplinas científicas.

Es preocupante que el 33% restante, no tienen una concepción clara y precisa de lo que es una estrategia pedagógica y la confunden con un recurso didáctico. Si esta es la realidad de algunos docentes allí está la explicación del porqué necesitamos un cambio urgente en la formación inicial de los mismos.

3. ¿Qué estrategia le ha dado buenos resultados?

FIGURA 13

ESTRATEGIA	FRECUENCIA	%
Dominó	3	33
Crucigrama	6	67
TOTAL	9	100



Fuente: El autor.

La totalidad de docentes encuestados se equivocan en esta respuesta porque no se dan cuenta que lo que ellos consideran estrategias son en realidad recursos didácticos, y así vemos que el 33% cree que el dominó es una estrategia y el 67% cree que el crucigrama es una estrategia por tanto todos están equivocados.

3. Dentro de su labor docente qué debe tomar en cuenta para elegir las estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

FIGURA 14

LO QUE DEBE TOMAR EN	FRECUENCIA	%
Destreza con criterio de desempeño	7	78
El tema	2	22
TOTAL	9	100



Fuente: El autor.

Un poco más de las tres cuartas partes del personal indica que para elegir una estrategia hay que tomar en cuenta la destreza con criterio de desempeño lo cual denota que las definiciones de los elementos dentro de la última actualización curricular están bastante claros entre los docentes mientras que los fundamentos más básicos en relación a conceptos de pedagogía y didáctica están siendo olvidados o son desconocidos, como lo comprueba el 22% de docentes que respondieron como criterio el tema.

4. Considera necesario la utilización de estrategias pedagógicas para estudiantes de Noveno Año en Matemática. ¿Por qué?

FIGURA 15

ESCALA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	8	89
NO	1	11
TOTAL	9	100



Fuente: El autor.

La mayoría de los docentes, exactamente el 89%, expresan la importancia del uso de dichas estrategias en el proceso enseñanza aprendizaje pero hay que tomar en cuenta que las preguntas anteriores reflejan claramente que desconocen las estrategias, inclusive uno de los encuestados considera que dichas estrategias no son necesarias.

5. Considera usted que las estrategias pedagógicas deben desarrollarse sobre la base de la realidad de la Escuela Primicias de la Cultura de Quito. ¿Por qué?

FIGURA 16

ESCALA	FRECUENCIA	PORCENTAJE
SI	9	100
NO	0	0
TOTAL	9	100



Fuente: El autor.

La totalidad de los encuestados coinciden en que la selección de la estrategias pedagógicas a usarse en el área estudiada debe ser contextualizada a la realidad de la institución, dicha realidad está relacionada con la de los miembros que la conforman así docentes, padres de familia y de manera especial las características del alumnado.

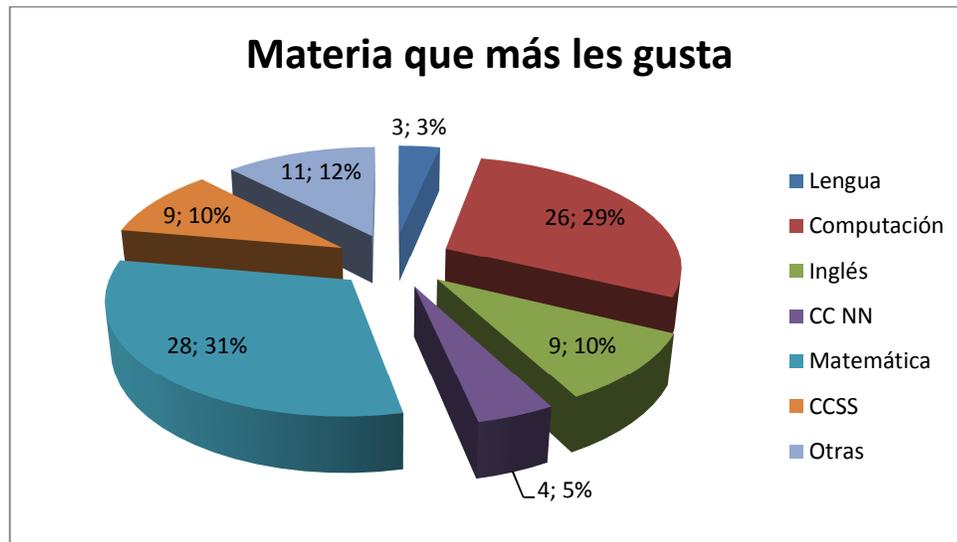
Es necesario aportar conocimientos sobre la realidad a partir de la cual el estudiante construirá su conocimiento, estableciéndose necesario modificar la planificación de un día típico en por qué y en el cómo, haciendo hincapié en las actividades de conocimiento físico y en los juegos de grupo.

5.2 ENCUESTA A ESTUDIANTES

1. ¿Qué materia es la que más te gusta? ¿Por qué?

FIGURA 17

MATERIAS	FRECUENCIA	%
Lengua	3	3
Computación	26	29
Inglés	9	10
CC NN	4	5
Matemática	28	31
CCSS	9	10
Otras	11	12
TOTAL	90	100



Fuente: El autor.

Del análisis de la tabla podemos concluir que a los estudiantes no tienen una materia preferida ya que ninguna de ellas llega al 75% y vemos que la más opciónada es la materia de matemáticas con el 31%.

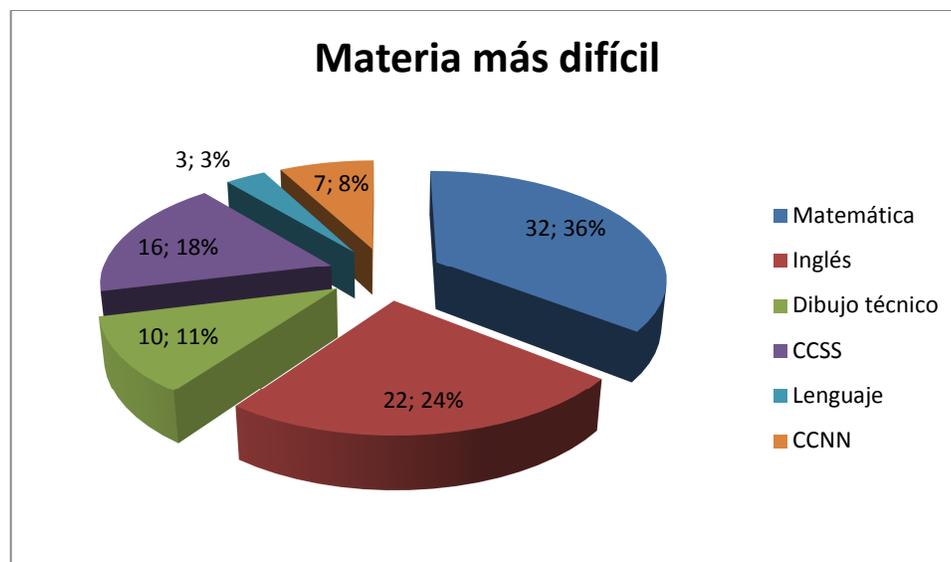
Esto se debe a que los profesores de matemáticas no usan estrategias pedagógicas acertadas y el resultado es el pésimo rendimiento de esta materia en los alumnos.

Los padres de familia presionan a sus hijos cuando ellos no tienen buenas notas en esta materia y se le vuelve un calvario para el alumno cuando no entiende la materia, no hace deberes y el resultado es la pérdida de año.

2.- ¿Cuál es la materia más difícil para ti? ¿Por qué?

FIGURA 18

MATERIAS	FRECUENCIA	%
Matemática	32	36
Inglés	22	24
Dibujo técnico	10	11
CCSS	16	18
Lenguaje	3	3
CCNN	7	8
TOTAL	90	100



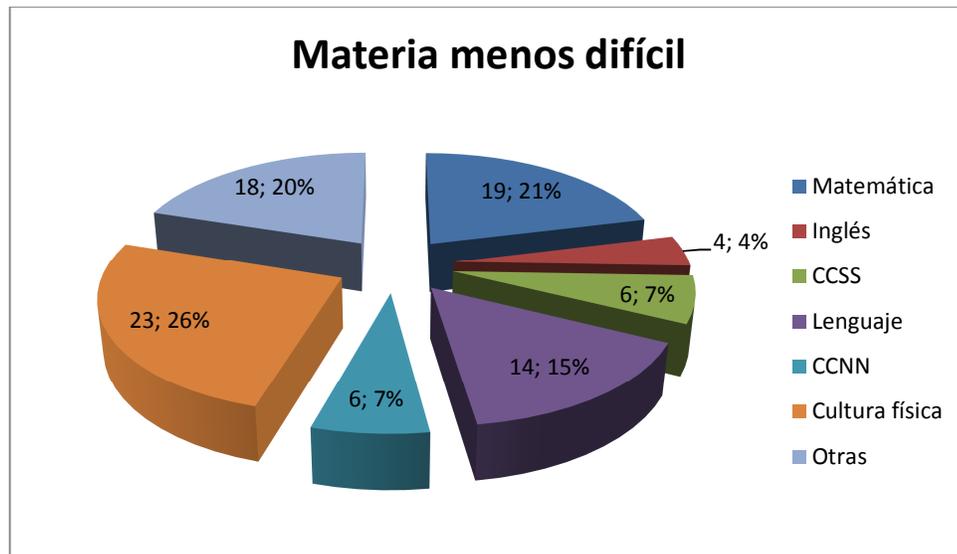
Fuente: El autor.

En esta tabla vamos a encontrar que más de la tercera parte de estudiantes considera a la matemáticas como la más difícil por la dificultad en resolver problemas, por tanto, se confirma que la no utilización de estrategias pedagógicas por parte del docente hace que la materia sea difícil para los estudiantes.

3.- ¿Cuál es la materia menos difícil para ti? ¿Por qué?

FIGURA 19

MATERIAS	FRECUENCIA	%
Matemática	19	21
Inglés	4	4
CCSS	6	7
Lenguaje	14	15
CCNN	6	7
Cultura física	23	26
Otras	18	20
TOTAL	90	100



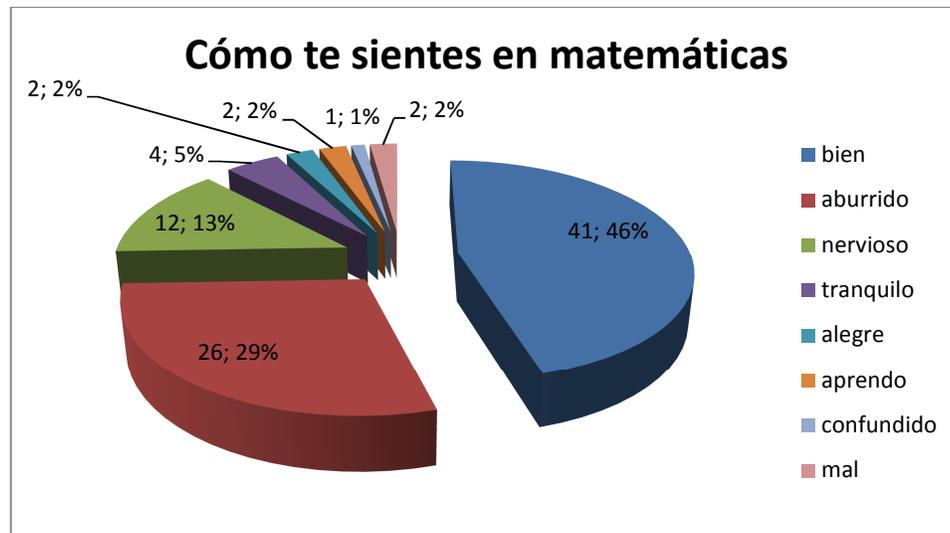
Fuente: El autor.

La tabulación da como resultado mucha variación en las elecciones de los estudiantes. No tienen preferencia por ninguna materia en especial, aunque casi la cuarta parte de los alumnos considera que la materia de cultura física es la más fácil. En definitiva es necesario que se apliquen estrategias pedagógicas para que los estudiantes sientan gusto por aprender cualquier disciplina.

4.- ¿Cómo te sientes durante la asignatura de matemáticas?

FIGURA 20

VALORACIÓN	FRECUENCIA	%
bien	41	46
aburrido	26	29
nervioso	12	13
tranquilo	4	5
alegre	2	2
aprendo	2	2
confundido	1	1
mal	2	2
TOTAL	90	100



Fuente: El autor.

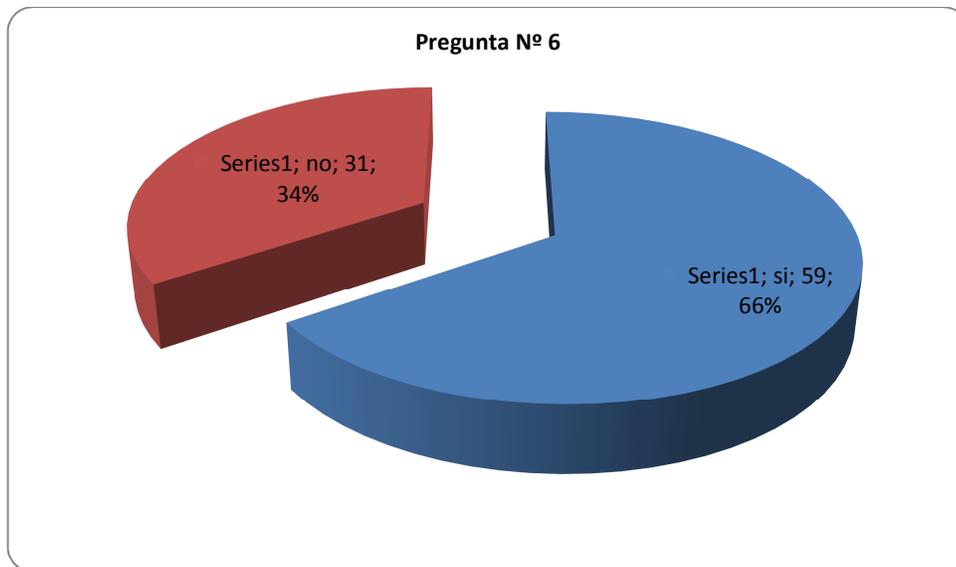
El 45.55 de los estudiantes se sienten bien frente a la asignatura de la matemáticas y el 28.8% aburrido.

El aburrimiento de los estudiantes en esta materia se debe a la falta de preparación de la clase por parte del docente, ya que esta materia debe ser muy dinámica y usar métodos de enseñanza activos con recursos que permita una enseñanza participativa con el estudiante.

5.- ¿Te agrada la forma en que tu profesor imparte la materia?

FIGURA 21

ESCALA	FRECUENCIA	%
SI	59	66
NO	31	34
TOTAL	90	100



Fuente: El autor.

A las dos terceras partes del grupo les agrada como el profesor imparte la materia, es decir, que el alumno se habituó a la forma de enseñar que tiene su profesor y está de acuerdo.

Y a un tercio restante no le gusta cómo se imparte la clase de matemáticas, esto quiere decir que los estudiantes no están satisfechos con la manera que su profesor les está enseñando y que se debe hacer cambios, se recomienda que haya un análisis con el área de matemáticas para que se replantee la forma en como se está enseñando y se tomen correctivos.

6.- ¿Qué te disgusta más?

FIGURA 22

DISGUSTOS	FRECUENCIA	%
Leer	31	34
Escribir	27	30
Resolver problemas matemáticos	32	36
TOTAL	90	100



Fuente: El autor.

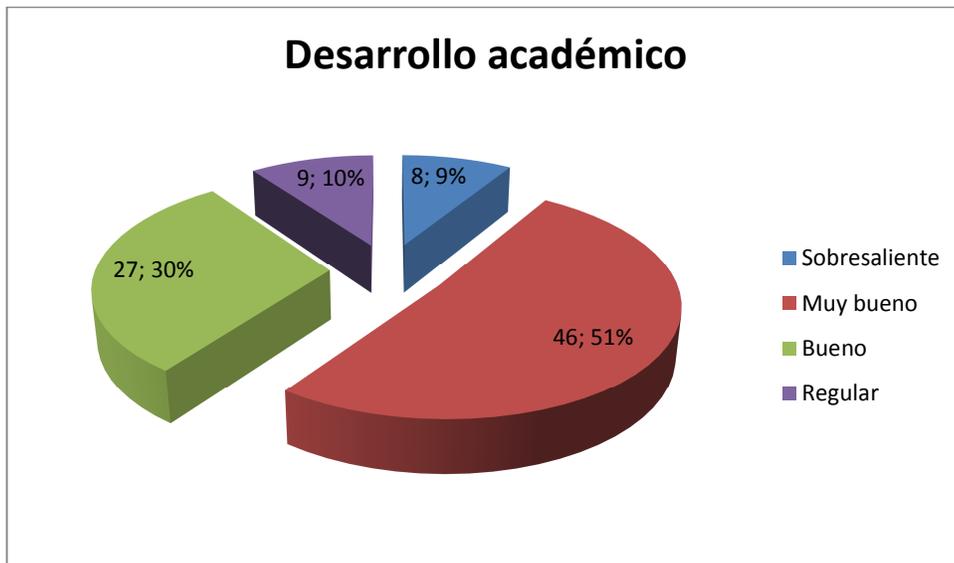
El 64 % de los encuestados no les gusta escribir y leer, basamentos fundamentales dentro de la formación académica y la instrucción pero menos indispensables dentro de la asignatura estudiada, es relevante encontrar que apenas 36 % le disgusta la resolución de problemas actividad que es la central y fundamental en el desarrollo de las destrezas matemáticas y en la adquisición de los conocimientos en dicha cátedra.

En el caso que nos ocupa, la enseñanza – aprendizaje de matemática en noveno año se debe enseñar a resolver problemas. Por ello es importante aplicar estrategias de resolución de problemas como las que plantea Polya.

7.- ¿Cómo ha sido tu desarrollo académico en esta materia? ¿Por qué?

FIGURA 23

ESCALA	FRECUENCIA	%
Sobresaliente	8	9
Muy bueno	46	51
Bueno	27	30
Regular	9	10
TOTAL	90	100



Fuente: El autor.

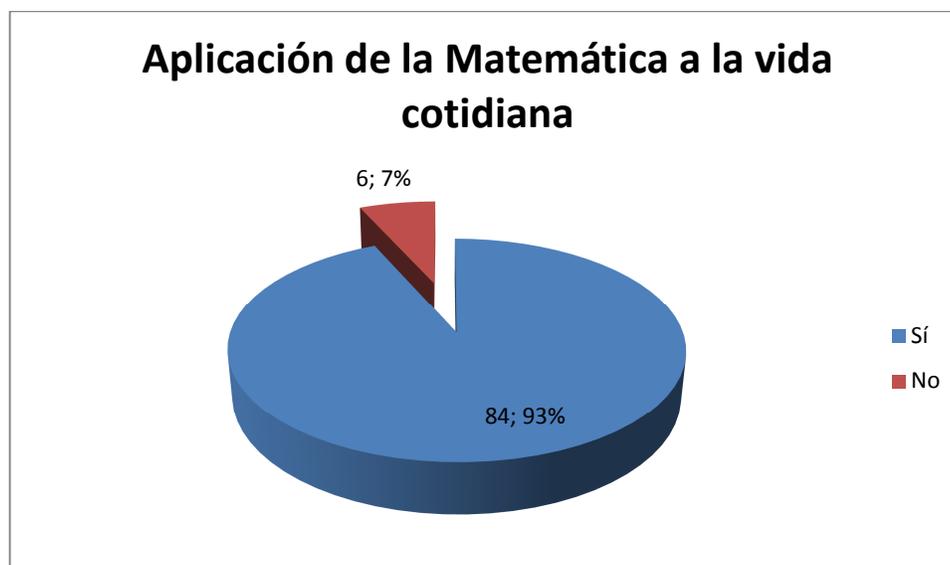
El 60% de los estudiantes se ubican entre las categorías de muy buena y sobresaliente, que aunque no es lo anhelado, representa un referente significativo a tomar en cuenta dentro de esta investigación, es importante notar que si añadiéramos los estudiantes con promedio buena llegaría a un importante 90% y tan solo un 10% estaría dentro de la categoría regular.

Para mantener y mejorar este rendimiento el docente debe estar muy actualizado en estrategias pedagógicas novedosas de tal manera que sus clases sean divertidas, dinámicas y eficaces.

6. ¿Crees que los contenidos de esta materia tienen aplicación en tu vida cotidiana?

FIGURA 24

ESCALA	FRECUENCIA	%
si	84	93
no	6	7
TOTAL	90	100



Fuente: El autor.

El 93% considera que esta materia tiene relación en su vida diaria, se dan cuenta de la importancia de esta materia, ya que es de aplicación inmediata en el diario vivir, en el comercio se debe comprar, vender, en fin es muy práctica.

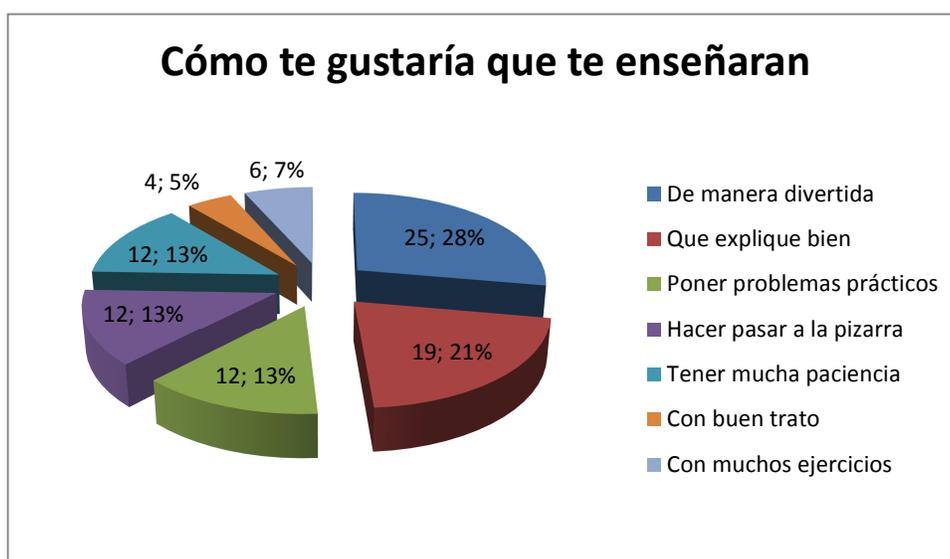
Algunos contenidos matemáticos son reconocidos fácilmente aplicados a la práctica, mientras que otros se prestan menos al reconocimiento o toma de conciencia.

La motivación es mayor si le encuentran funcionalidad a los contenidos matemáticos en su contexto inmediato. Por lo tanto, sería recomendable crear en los niños la necesidad de acudir a la matemática para encontrar solución a los problemas cotidianos.

7. ¿Cómo te gustaría que se te enseñaran la Matemática?

FIGURA 25

FORMAS DE ENSEÑAR	FRECUENCIA	%
De manera divertida	25	28
Que explique bien	19	21
Poner problemas prácticos	12	13
Hacer pasar a la pizarra	12	13
Tener mucha paciencia	12	13
Con buen trato	4	5
Con muchos ejercicios	6	7
TOTAL	90	100



Fuente: El autor.

A casi la mitad de los alumnos les gustaría que les expliquen bien las clases de matemática y que lo hagan de manera divertida. Una clase divertida es una motivación para el aprendizaje. Un buen aprendizaje no se trata de clases aburridas, sino que debe ser una experiencia divertida y agradable.

El docente debe añadir un toque de humor para hacer la enseñanza de los temas difíciles un poco más fácil.

Al 40% de los alumnos les gustaría que los problemas que se propongan sean prácticos, que les permitan pasar a la pizarra y que se les tenga mucha paciencia.

Solo al 7% de alumnos les gusta aprender resolviendo muchos ejercicios. Por tanto la mayoría de ellos no gusta de realizar ejercicios numerosos, mecánicos y repetitivos. Los ejercicios deben ser pocos pero variados, que hagan pensar y razonar.

Finalmente hay un 5% de estudiantes que consideran que reciben maltratos en las clases de matemáticas. Esto no puede ser. El docente debe respetar al alumno y ayudarlo amablemente a desarrollar su toda personalidad.

5.3 ANÁLISIS Y COMPROBACIÓN DE LA HIPÓTESIS

Mediante el análisis de los resultados obtenidos en las encuestas realizadas a estudiantes y docentes se comprueba la hipótesis.

Hipótesis:

El desconocimiento y falta de aplicación de estrategias pedagógicas por parte de los docentes de matemáticas de noveno año de educación básica de la Escuela Primicias de la Cultura de Quito es un factor determinante en el incremento del porcentaje de estudiantes apáticos en esta materia.

Unidades de observación:

- Docentes de noveno año.
- Estudiantes de noveno año.

Variable independiente: El desconocimiento y falta de aplicación de estrategias pedagógicas por parte de los docentes de matemáticas.

Variable dependiente: El porcentaje de estudiantes de noveno año de educación básica apáticos hacia las matemáticas.

Término de relación: Es el factor determinante en el incremento del porcentaje de estudiantes apáticos hacia las matemáticas.

Es evidente que observando los resultados de las preguntas de la 1 a la 3 de la encuesta realizada a docentes que hay una seria falencia y desconocimiento técnico y científico de lo que son las estrategias pedagógicas en el Área de Matemáticas por lo que se confirma la hipótesis de que: *El desconocimiento y falta de aplicación de estrategias pedagógicas por parte de los docentes de matemáticas de noveno año de educación básica de la Escuela Primicias de la Cultura de Quito es un factor determinante en el incremento del porcentaje de estudiantes apáticos en esta materia.*

De la misma manera se denota con claridad según los resultados obtenidos en las preguntas 4 y 5 que los docentes poseen la conciencia social y la vocación docente al percibirse su interés y la necesidad de conocer dichas estrategias y no solo eso sino también de contextualizar el uso de las mismas adaptadas a la realidad de dicha institución.

Los resultados obtenidos e interpretados de la encuesta realizada a los estudiantes arrojan datos interesantísimos en relación a la asignatura estudiada, pues en contra de lo que intuitivamente se pensaría, las matemáticas es una de las asignaturas de mayor interés de los estudiantes según la pregunta 1 a pesar de que en la pregunta 2 se comprueba que es una de las materias más difíciles, con lo que se comprueba nuestra hipótesis de que la falta de estrategias pedagógicas adecuadas incrementa el porcentaje de apatía de los estudiantes hacia la materia. De modo similar las preguntas restantes apoyan la hipótesis.

Por tanto se confirma que el desconocimiento y falta de aplicación de estrategias pedagógicas de enseñanza aprendizaje en matemáticas incrementa el porcentaje de apatía de los estudiantes de noveno año de educación básica hacia la materia.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1 CONCLUSIONES

1. Se encontró un significativo porcentaje de docentes que desconoce la utilización de estrategias pedagógicas para las actividades de enseñanza – aprendizaje, desarrolladas en clase.
2. Se observó que si bien el docente utiliza algunas actividades correspondientes a la aplicación en el ciclo de aprendizaje no tiene conciencia técnica en la aplicación de estrategias pedagógicas adecuadas para la enseñanza. Existe un número alarmante de docentes que no pudieron diferenciar entre actividad (ya sea esta de experiencia previa, aplicación, reflexión o conceptualización abstracta) o estrategia pedagógica.
3. Bajo la premisa de que la destreza es una forma mecánica de responder y no una habilidad en donde el estudiante aplique un conocimiento previo se puede llegar a concluir que el grupo de docentes de la muestra tomada para la encuesta carece de conocimiento de términos, conceptos y definiciones aplicados a la educación.
4. Se encontró docentes verdaderamente comprometidos con la enseñanza, los estudiantes y la institución, realidad que se refleja en la preocupación de los docentes de contextualizar el uso de las estrategias pedagógicas a la realidad de la institución y de la comunidad educativa en general.
5. A pesar de las apariencias, los estudiantes en un 30% en promedio consideran interesante y motivante las matemáticas más allá de la dificultad que implica su aprendizaje, lo cual demuestra que los jóvenes se sienten atraídos por los desafíos y retos intelectuales y es relevante esta información en relación a evitar el facilismo y mantener los niveles de exigencia académica que estimula a los estudiantes.

7. Se encontró que los estudiantes encuestados tienen una percepción favorable de su rendimiento en matemáticas, solo un 10% considera que su rendimiento es bajo (regular). También se halló la necesidad de usar más y novedosas estrategias de enseñanza- aprendizaje de matemáticas.
8. Se encontró también que las matemáticas son percibidas por los estudiantes como importantes, necesarias y útiles dentro de su vida diaria.

6.2 RECOMENDACIONES

1. Como recomendación primordial se debería implementar un programa de capacitaciones para los docentes de la Escuela Primicias de la Cultura del Distrito Metropolitano de Quito, sobre las estrategias pedagógicas a desarrollar dentro del proceso de enseñanza – aprendizaje para matemáticas.
2. Concientizar a los docentes de matemáticas del noveno año de la Escuela Primicias de la Cultura del Distrito Metropolitano de Quito en el uso adecuado de estrategias pedagógicas innovadoras que ayuden al estudiante en el proceso enseñanza – aprendizaje.
3. Que los docentes analicen el perfil de sus educandos para planificar en base a ellos, y así poder obtener un mejor resultado en cuanto al rendimiento escolar de cada uno de ellos. Que los docentes formen un ambiente agradable para que los estudiantes se sientan motivados al tener una clase de matemáticas.
4. Que los docentes se reúnan periódicamente para intercambiar estrategias que han resultado efectivas en la práctica pedagógica, así como sensibilizarse con la realidad de cada comunidad.
5. Se debe mantener un nivel significativo pero equilibrado de exigencia para que los estudiantes se motiven y estimulen no solo en matemáticas sino en las diversas asignaturas, de la misma manera se debe establecer una relación coherente entre los conocimientos impartidos en las aulas y su importancia y utilidad en la vida real de los estudiantes.
6. Los estudiantes deben desarrollar habilidades de libre criterio para poder comunicar de manera positiva y respetuosa, dialogar con los docentes para hacerles saber sus deseos, necesidades y opiniones sobre el proceso de enseñanza - aprendizaje.

BIBLIOGRAFÍA

1. LIBROS

ABREU, Jorge, *El papel del contexto en la resolución de problemas matemáticos*, Segunda Edición, Barcelona, Editorial CECAL, 2000.

ANELLO, E y HERNÁNDEZ, J., *Conceptos de Aprendizaje y Desarrollo*, Ecuador, Convenio EB-PRODEC.MEC.NUR, 1998.

DE LA MORA, José, *Psicología del Aprendizaje*, Segunda Edición, México, Editorial Progreso, 2004.

DÍAZ, Román, *Inteligencia y Potencial de Aprendizaje: Evvaluación y Desarrollo*, Bogotá, Editorial Cincel Kapelusz, 1998.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL ECUADOR, *Actualización y fortalecimiento curricular de la educación general básica*, Quito, 2010.

FERREIRA, Horacio y PEDRAZZI, Graciela, *Teorías y enfoques psicoeducativos del aprendizaje. Aportes conceptuales básicos*, Buenos Aires, Editorial Novedades, 2007.

FRAGA, Rafael y otros, *Investigación Socioeducativa*,. Quito, Editorial Klendarios, 2007.

HARPER, Earl, *La Práctica de la Enseñanz*, Argentina, Editorial Kapelusz, 1972.

MONEREO, Carles, *Estrategias de enseñanza y aprendizaje*, Sexta Edición, Barcelona, Editorial Graó, 1999.

MORÁ, Ángel, *Estrategia didáctica de formación docente para la enseñanza de la matemática en la escuela básica venezolana*, [Resumen] Tesis de doctorado, Universidad de la Habana, ciudad de la Habana de 2005.

EDITORIAL NARDIL, *Material Didáctico*, s/a.

PARRA, Cecilia e SAIZ, Irma, *Didáctica de las matemáticas*, Buenos Aires, Paidós, 1994.

RODRÍGUEZ, Emiliano, *Sistema de Capacitación de los Recursos Humano*, Cuatro Tomos, Ecuador, Editorial Reforma Integral Universitaria, 2002.

SCHUNK, Prentice, *Teorías del aprendizaje*, Segunda Edición, México, Editorial Centrum, 1997.

2. ARTÍCULOS

BALBUENA, Hugo, *Las matemáticas: educación y desarrollo*, 2001, en < <http://www.reformasecundaria.sep.gob.mx/matematicas/pdf/orientaciones/libromaestro.pdf>>, consultado 14 de julio de 2011.

COL, Zoila y ELÍAS, Jessica, *Duración e identidad del adolescente*, en < <http://procesoadolescencia.blogspot.com/2011/07/duracion-e-identidad-del-adolescente.html>>, consultado 22 de julio de 2011.

DEPARTAMENTO DE DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA UNIVERSIDAD DE GRANADA, *Didáctica de la Matemática para maestros*, 2004, en < <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/>>, consultado 3 de agosto de 2011.

FREIRE, Manuel, *La iniciación de los estudiantes del ciclo básico de la escuela secundaria*, s/a, en < www.lettredelapreuve.it>, consultado 20 de julio de 2011.

GESTIOPOLIS, *La relevancia e importancia del superaprendizaje*, 2009, en < <http://www.gestiopolis.com/organizacion-talento/superaprendizaje-relevancia-e-importancia.htm>>, consultado 22 de julio de 2011.

LLINARES, Salvador, *Intentando comprender la práctica del profesor de matemática*, s/a, en < www.spce.org.pt/sem/9900Llinares.pdf> , consultado 17 de junio de 2011.

MERMA, Abigail, *La adolescencia*, en <
<http://www.monografias.com/trabajos82/la-adolescencia/la-adolescencia.shtml>>,
consultado 18 de junio de 2011.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN DEL PERÚ, *Matemática Serie 2 para docentes de Secundaria. Didáctica de la Matemática. Fascículo 2: ASPECTOS METODOLÓGICOS EN EL APRENDIZAJE DEL ÁLGEBRA EN SECUNDARIA*, 2007, en <
http://www.google.com.ec/url?q=http://sistemas02.minedu.gob.pe/archivosdes/fasc_mat/04_mat_d_s2_f2.pdf&ei=9dsYT-zYB4KftwfMuZS9Cw&sa=X&oi=unauthorizedredirect&ct=targetlink&ust=1327031037128260&usg=AFQjCNHR6LpPE0IAIn7OT2qqsym1f8vcyQ>, consultado 20 de julio de 2011.

MINISTERIO DE EDUCACION NACIONAL REPÚBLICA DE COLOMBIA, *Al Tablero enero-marzo de 2006*, en <<http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-107321.html>>, consultado 17 de julio de 2011.

MORÁ, Ángel, *Estrategia didáctica de formación docente para la enseñanza de la matemática en la escuela básica venezolana*, 2005, en <
www.bibliociencias.cu/gsd/collect/tesis/index/assoc/...dir/doc.pdf>, consultado 16 de julio de 2010.

MORA, Castor David, *Estrategias para el aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas*, Rev. Ped. de mayo de 2003, vol.24, no. 70, en <
http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0798-97922003000200002&script=sci_arttext>, consultado 12 de julio de 2010.

MUNDOMATE, *Estrategias metodológicas para la enseñanza de la Matemática*, 2010, en <
<http://www2.minedu.gob.pe/digesutp/formacioninicial/?p=436#ixzz1eBooxDmW>>, consultado 31 de octubre de 2011.

POTTHOFF, Alfredo, *Principios y práctica del trabajo libre*, s/a, < www.lettredelapreuve.it>, consultado 24 de julio de 2011.

PROFES.NET, *Procesos, estrategias y técnicas de aprendizaje*, s/a, en < www.profes.net/rep_documentos/monograf/aprendizaje.pdf>, consultado 3 agosto 2011.

SANTAMARÍA, Sandy, *Nociones de espacio, tiempo y representaciones en los niños*, 2008, en < <http://www.monografias.com/trabajos16/espacio-tiempo/espacio-tiempo.shtml>>, consultado 20 de junio de 2011.

SKINNER, Frederick, *La iniciación de los estudiantes del ciclo básico de la escuela secundaria a la prueba en matemáticas*, Tomado de FREIRE, Manuel, en < www.lettredelapreuve.it >, consultado 20 de julio de 2011.

VAUPEI, James, *El plan semanal para la escuela secundaria*, s/a, en < www.lettredelapreuve.it>, consultado 17 de julio de 2011.

VILLARREAL, Gonzalo, *La pizarra interactiva una estrategia metodológica de uso para apoyar la enseñanza y aprendizaje de la Matemática*, s/a, en < http://campus.usal.es/~teoriaeducacion/rev_numero_07/n7_art_villarreal.htm>, consultado 3 enero de 2012.

ZERBATO, Poudou, *Las prácticas escolares de aprendizaje y evaluación*, s/a, en < www.unq.edu.ar >, consultado 4 de julio de 2011.

ANEXO 1

FICHA DE ENCUESTA

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

CARRERA DE PEDAGOGÍA MENCIÓN PEDAGOGÍA.

**Cuestionario para los docentes de Matemática de la Unidad Educativa
Primicias de la Cultura de Quito.**

**OBJETIVO: Identificar las estrategias pedagógicas que los docentes utilizan en
la enseñanza - aprendizaje de Matemática.**

1. ¿Qué es una estrategia pedagógica?

2. ¿Qué estrategias usa? Enumérelas.

3. ¿Qué estrategia le ha dado buenos resultados?

4. Dentro de su labor docente que debe tomar en cuenta para elegir las
estrategias metodológicas en el proceso de enseñanza – aprendizaje.

5. ¿Considera necesario la utilización de estrategias pedagógicas para estudiantes de Noveno Año en Matemática. ¿Por qué?

6. Considera usted que las estrategias pedagógicas debería desarrollarse sobre la base de la realidad de la Unidad Primicias de la Cultura de Quito. ¿Por qué?

Sí

No

ANEXO 2

FICHA DE ENCUESTA PARA ESTUDIANTES

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

CARRERA DE PEDAGOGÍA. MENCIÓN PEDAGOGÍA.

Cuestionario de percepción estudiantil sobre la Matemática.

1. ¿Qué materia es la que más te gusta? ¿Por qué?

2. ¿Cuál es la materia más difícil para ti? ¿Por qué?

3. ¿Cuál es la materia menos difícil para ti? ¿Por qué?

4. ¿Cómo te sientes durante la asignatura de matemáticas?

5. ¿Te agrada la forma en que tu profesor imparte la materia?

Sí

No

6. ¿Qué te disgusta más? Leer, escribir o resolver problemas matemáticos.

7. ¿Cómo ha sido tu desarrollo académico en esta materia? ¿Por qué?

8. ¿Crees que los contenidos de esta materia tienen aplicación en tu vida cotidiana?

¿Cómo?

Sí

No

9. ¿Cómo te gustaría que se te enseñara la Matemática?

Quito, 6 de junio de 2011

Máster Wilson Sigcho

Director del CEB Primicias de las Culturas de Quito

De mi consideración:

Por medio de la presente solicito autorizar para que el señor Edgar Zúñiga, alumno de la Carrera de Pedagogía, mención Pedagogía realice encuestas en la institución educativa con el objetivo de recopilar información para la elaboración de la tesis.

Las encuestas las aplicará en Noveno de EGB.

Atentamente,


Lic. María José Arízaga
Carrera de Pedagogía




2011-06-07.