



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE CUENCA

CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

**PROPUESTA DE UN MANUAL DE DISEÑO,
ESTANDARIZACIÓN Y FABRICACIÓN DE TURBINAS
TIPO TORNILLO DE ARQUÍMEDES PARA PEQUEÑAS
CENTRALES HIDROELÉCTRICAS**

Trabajo de titulación previo a la obtención del
título de Ingeniero Mecánico

AUTORES: JONNATHAN BOLÍVAR BENAVIDES ORTÍZ
 JOSÉ CARLOS GORDILLO SINCHI
TUTOR: ING. FRAN ZHOVANI REINOSO AVECILLAS, MSC.

Cuenca – Ecuador

2022

CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Nosotros, José Carlos Gordillo Sinchi con documento de identificación N° 0105633069 y Jonnathan Bolívar Benavides Ortíz con documento de identificación N° 0151257128; manifestamos que:

Somos los autores y responsables del presente trabajo; y, autorizamos a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total o parcial el presente trabajo de titulación.

Cuenca, 26 agosto de 2022.

Atentamente,

Jonnathan Bolívar Benavides Ortíz
0151257128

José Carlos Gordillo Sinchi
0105633069

CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO DE TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

Nosotros, José Carlos Gordillo Sinchi con documento de identificación N° 0105633069 y Jonnathan Bolívar Benavides Ortíz con documento de identificación N° 0151257128; expresamos nuestra voluntad y por medio del presente documento cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del Proyecto Técnico: “Propuesta de un manual de diseño, estandarización y fabricación de turbinas tipo tornillo de Arquímedes para pequeñas centrales hidroeléctricas”, el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Mecánico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En concordancia con lo manifestado, suscribimos este documento en el momento que hacemos la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Cuenca, 26 agosto de 2022.

Atentamente,

Jonnathan Bolívar Benavides Ortíz
0151257128

José Carlos Gordillo Sinchi
0105633069

CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Yo, Fran Zhovani Reinoso Avecillas con documento de identificación N° 0102257425, docente de la Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: PROPUESTA DE UN MANUAL DE DISEÑO, ESTANDARIZACIÓN Y FABRICACIÓN DE TURBINAS TIPO TORNILLO DE ARQUÍMEDES PARA PEQUEÑAS CENTRALES HIDROELÉCTRICAS, realizado por José Carlos Gordillo Sinchi con documento de identificación N° 0105633069 y Jonnathan Bolívar Benavides Ortíz con documento de identificación N° 0151257128, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción *Proyecto Técnico* que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Cuenca, 26 agosto de 2022.

Atentamente,



Ing. Fran Zhovani Reinoso Avecillas, MsC

0102257425

Dedicatoria

Dedico este trabajo a Dios quien es el motor de mi existencia, a mis padres quienes me han inculcado que la educación es la mejor herencia que un hijo puede recibir y a mis hermanos por su confianza.

Jonnathan

Dedicatoria

Dedico este trabajo a Dios, a mis padres, hermanos y tíos.

José Carlos

Agradecimientos

Agradezco a Dios por guiar mi camino y permitirme culminar mi carrera. del mismo modo a mis padres y hermanos por su apoyo y compromiso incondicional.

Jonnathan

Agradecimientos

Es imposible mencionar en unas pocas líneas a todas esas personas maravillosas que de alguna u otra forma me ayudaron a llegar a este punto de mi vida, a todos ellos, pero de manera muy especial a quienes desinteresadamente me obsequiaron su conocimiento, su cariño y su tiempo, gracias.

Bendita la gente de buena voluntad.

José Carlos

Resumen

El presente trabajo tiene por objetivo desarrollar la propuesta de un manual de diseño, estandarización y fabricación de turbinas tipo tornillo de Arquímedes para pequeñas centrales hidroeléctricas. Para tal efecto, se realiza el estudio y síntesis de varias estrategias de cálculo, con la finalidad de generar un procedimiento consolidado para el dimensionamiento de este tipo de turbinas. Esto condujo a la obtención de una guía de diseño soportada por una serie de tablas estandarizadas en las que se resumen los principales parámetros geométricos y mecánicos para turbinas con potencias desde 2.53 kW hasta 421.8 kW bajo condiciones operativas de caudal y salto de agua de hasta $10 \text{ m}^3/\text{s}$ y 5 m respectivamente. Se validó el procedimiento propuesto, comparando valores de potencia obtenidos mediante el manual de estandarización frente a nueve casos de estudio reales generándose errores porcentuales promedio de 2.7% .

Palabras clave: Pequeñas centrales hidroeléctricas, tornillo hidrodinámico, turbina tipo tornillo de Arquímedes, diseño.

Abstract

The objective of this work is to develop a proposal for a design manual, standardization, and manufacturing of Archimedes screw turbines for small hydroelectric power plants. To this end, the study and synthesis of several calculation strategies are carried out, with the purpose of generating a consolidated procedure for the dimensioning of this type of turbine. This led to the development of a design guide supported by a series of standardized tables that summarize the main geometric and mechanical parameters for turbines with powers from 2.53 kW to 421.8 kW under operating conditions of flow and water head of up to $10 \text{ m}^3/\text{s}$ and 5 m , respectively. The proposed procedure was validated by comparing power values obtained through the standardization manual against nine real-life case studies, resulting in an average percentage error of 2.7% .

Keywords. Small hydro power plant, hydrodynamic screw, Archimedes screw turbine, design.

Índice de contenido

Cesión de Derechos de Autor	II
Cesión de Derechos de Autor	III
Certificación	IV
Dedicatoria	V
Agradecimientos	VII
Resumen	IX
Abstract	X
Índice de figuras	XV
Índice de tablas	XVIII
Lista de símbolos	XX
1 Introducción	1
2 Problema	2
2.1 Antecedentes	2
2.2 Problema general	6
2.3 Problemas específicos	6
2.4 Importancia y Alcance	7
2.5 Delimitación	8
3 Objetivos	9
3.1 Objetivo General	9
3.2 Objetivos Específicos	9
4 Marco teórico referencial	10
4.1 Energía hidroeléctrica	10
4.2 Centrales hidroeléctricas en general	12
4.3 Pequeñas centrales hidroeléctricas	15
4.4 Componentes de una pequeña central hidroeléctrica	17
4.5 Turbinas utilizadas en las pequeñas centrales hidroeléctricas	19

4.5.1	Turbinas hidráulicas según la dirección del flujo	19
4.5.2	Turbinas hidráulicas según el cambio de la presión del agua	22
4.5.3	Máquinas de presión cuasi estática	22
4.5.4	El tornillo de Arquímedes	23
4.5.5	Elección del tipo de turbina	24
4.5.6	Historia del tornillo de Arquímedes	24
4.5.7	Desarrollos modernos del tornillo de Arquímedes	26
4.5.8	El tornillo de Arquímedes y la fauna íctica	27
4.5.9	Ventajas de una turbina de Arquímedes frente a otros sistemas . . .	29
5	Metodología	30
5.1	Componentes de una pequeña central hidroeléctrica con tornillo de Arquímedes	31
5.2	Principio de funcionamiento	32
5.3	Parámetros geométricos e hidráulicos	33
5.3.1	Definiciones	33
5.4	Modelos geométricos, de caudal y potencia	35
5.4.1	Geometría	35
5.4.2	Caudal, pérdidas de carga y otros factores hidráulicos	38
5.4.3	Potencia y rendimiento	45
5.4.4	Pérdidas de potencia	51
5.5	Diseño mecánico	51
5.5.1	Análisis de las hélices	51
5.5.2	Análisis de la unión entre las hélices y el eje central	53
5.5.3	Análisis de los ejes laterales	54
5.5.4	Análisis de tapas laterales	55
5.5.5	Análisis de uniones apernadas	56
5.5.6	Diseño de ejes	58
5.5.7	Factores de diseño	59
5.6	Algoritmo de cálculo	59
6	Manual de diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes	65
6.1	Diseño y cálculos hidráulicos	65
6.1.1	Geometría del tornillo de Arquímedes	65

6.1.2	Velocidad de rotación	65
6.1.3	Fuga entre el canal y las hélices	65
6.1.4	Volumen	68
6.1.5	Fricción del agua sobre la canaleta de contención	68
6.1.6	Fricción del agua en el núcleo del tornillo	69
6.1.7	Fricción del agua en la superficie de las hélices	70
6.1.8	Rendimiento hidráulico	71
6.1.9	Entrada y salida de agua de un tornillo	71
6.2	Diseño en detalle y cálculos mecánicos	73
6.2.1	Torque teórico proporcionado por el tornillo	74
6.2.2	Diseño de las hélices	75
6.2.3	Diseño del eje central del tornillo	77
6.2.4	Diseño del eje inferior	79
6.2.5	Diseño del eje superior	80
6.2.6	Selección del rodamiento inferior	80
6.2.7	Selección del rodamiento superior	80
6.3	Uniones atornilladas	81
6.3.1	Uniones soldadas	84
6.4	Cálculo del espesor de pared de la canaleta de contención	85
6.5	Estandarización	85
6.5.1	Turbinas estandarizadas	90
6.6	Selección y reubicación	91
6.7	Recomendaciones de fabricación	99
7	Validación del manual propuesto para el diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes	100
7.1	Casos de estudio	100
7.2	Criterio de evaluación	101
7.3	Resultados	101
	Conclusiones	104
	Trabajos futuros	105
	Referencias	106

A Anexos **116**

A.1 Algoritmo de cálculo en MATLAB 116

A.2 Planos 122

A.3 Ejemplo de cálculo 131

A.4 Análisis de esfuerzos por el método de elementos finitos 142

Índice de figuras

Figura 1	Generación hidroeléctrica al 2021	10
Figura 2	Producción bruta energética anual de Ecuador, 2020	11
Figura 3	Ilustración sencilla de una central hidroeléctrica	12
Figura 4	Central hidroeléctrica de embalse	13
Figura 5	Central hidroeléctrica de agua fluyente con canal de derivación . .	14
Figura 6	Partes principales de una central hidroeléctrica	17
Figura 7	Componentes de una pequeña central hidroeléctrica	19
Figura 8	Esquema de una turbina Kaplan	20
Figura 9	Esquema de una turbina Pelton	20
Figura 10	Esquema de turbina Francis	21
Figura 11	Esquema de una turbina de flujo cruzado	22
Figura 12	Tipos de ruedas hidráulicas	23
Figura 13	Tornillos de Arquímedes	23
Figura 14	Campo operativo de algunas turbinas hidráulicas	24
Figura 15	Representación moderna de la aplicabilidad del tornillo de Arquímedes	25
Figura 16	Molino de viento en Weser-Marsh, Alemania.	27
Figura 17	Fotografía del perfil de una hélice del tornillo de Arquímedes . . .	28
Figura 18	Componentes de una pequeña central hidroeléctrica con tornillo de Arquímedes	32
Figura 19	Detalle de los parámetros principales de una turbina de Arquímedes	34
Figura 20	Proyección plana del perfil de un tornillo Arquímedes de tres hélices en el marco de referencia $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$	36
Figura 21	Relación entre el ángulo de inclinación y la eficiencia de una turbina de Arquímedes	38
Figura 22	Descomposición de caudales que atraviesan un tornillo de Arquímedes	39
Figura 23	Vista detalle de la brecha entre las hélices y la canaleta de contención	41
Figura 24	Representación de ángulos y longitudes que conforman la brecha de fuga	42
Figura 25	Comparación del caudal de fuga medido con los modelos de Lubitz y Nagel	43

Figura 26	Tornillo con canaleta de contención y base de hormigón	44
Figura 27	Sección transversal simplificada de un tornillo de Arquímedes . . .	46
Figura 28	Diagrama de fuerzas que actúan en cada hélice del tornillo	47
Figura 29	Representación del volumen de agua contenida entre dos hélices consecutivas	48
Figura 30	Esfuerzos resultantes en la periferia de una hélice (1)	52
Figura 31	Esfuerzos resultantes en la periferia de una hélice (2)	52
Figura 32	Esfuerzos resultantes en la periferia de una hélice (3)	53
Figura 33	Esfuerzos resultantes en la unión entre el eje central y las hélices (1)	53
Figura 34	Esfuerzos resultantes en la unión entre el eje central y las hélices (2)	54
Figura 35	Esfuerzos resultantes en la unión entre el eje central y las hélices (3)	54
Figura 36	Esfuerzos resultantes en el eje lateral inferior	55
Figura 37	Esfuerzos resultantes en el eje lateral superior	55
Figura 38	Esfuerzos resultantes en la tapa lateral inferior	56
Figura 39	Esfuerzos resultantes en la tapa lateral superior	56
Figura 40	Esfuerzos resultantes en la unión apernada inferior	57
Figura 41	Esfuerzos resultantes en la unión apernada superior	57
Figura 42	Representación de las diferentes superficies y puntos necesarios para calcular el volumen de una celda de agua	61
Figura 43	Método analítico para el diseño de turbinas de Arquímedes	64
Figura 44	Representación de los ángulos necesarios para el cálculo de pérdidas de caudal por fuga.	66
Figura 45	Selección del diámetro en función del caudal	67
Figura 46	Representación de la cabeza de desbordamiento h_e	73
Figura 47	Representación de un tornillo de Arquímedes con los diferentes parámetros necesario para calcular el par.	74
Figura 48	Representación de la hélice en el caso de apertura total con los diferentes parámetros necesarios para calcular el momento flexinante.	76
Figura 49	Representación de los ángulos necesarios para el cálculo por fugas.	77
Figura 50	Diagrama de fuerzas presentes en el eje central.	78
Figura 51	Distancia r	81
Figura 52	Elementos de un tronco de cono	82
Figura 53	Algunos tipos de soldadura, con preparación de orillas	84

Figura 54	Curva característica Eficiencia - Nivel de llenado de una turbina de Arquímedes	90
Figura 55	Diagrama de selección de turbinas de Arquímedes estandarizadas .	92

Índice de tablas

Tabla 1	Resumen del estado del arte de los tornillos de Arquímedes.	3
Tabla 2	Centrales hidroeléctricas según la potencia instalada	15
Tabla 3	Clasificación de pequeñas centrales hidroeléctricas en Ecuador	16
Tabla 4	Tipos de pequeñas centrales hidroeléctricas	17
Tabla 5	Características y rangos operativos de turbinas utilizadas en pequeñas centrales hidroeléctricas	25
Tabla 6	Principales parámetros de una turbina de Arquímedes	34
Tabla 7	Parámetros geométricos óptimos del tornillo de Arquímedes de N número de hélices	37
Tabla 8	Comparación de parámetros geométricos óptimos del tornillo de Arquímedes de N número de hélices	37
Tabla 9	Parámetros geométricos para torque y volumen de un tornillo óptimos	50
Tabla 10	Factores de diseño para metales dúctiles	59
Tabla 11	Propiedades mecánicas de las aleaciones usadas en turbinas hidráulicas	73
Tabla 12	Instrucciones para determinar el esfuerzo de diseño-esfuerzos flexionantes.	77
Tabla 13	Tramos correspondientes al perno	82
Tabla 14	Estandarización de turbina de Arquímedes	87
Tabla 15	Cálculo de los principales componentes de la turbina de Arquímedes estandarizadas TA10	93
Tabla 16	Cálculo de los principales componentes de la turbina de Arquímedes estandarizadas TA8	94
Tabla 17	Cálculo de los principales componentes de la turbina de Arquímedes estandarizadas TA6	95
Tabla 18	Cálculo de los principales componentes de la turbina de Arquímedes estandarizadas TA4	96
Tabla 19	Principales parámetros mecánicos de las turbinas de Arquímedes TA10	97
Tabla 20	Principales parámetros mecánicos de las turbinas de Arquímedes TA8	97
Tabla 21	Principales parámetros mecánicos de las turbinas de Arquímedes TA6	98
Tabla 22	Principales parámetros mecánicos de las turbinas de Arquímedes TA4	98

Tabla 23	Detalles de las centrales hidroeléctricas de tornillo de Arquímedes utilizadas para la evaluación del manual.	100
Tabla 24	Comparación de los datos del fabricante y datos calculados.	103

Lista de símbolos

A_b	Brecha entre la hélice y la canaleta de retención (m)
A_h	Área mojada de una hélice (m^2)
A_n	Área mojada del núcleo central del tornillo entre dos hélices sucesivas (m^2)
c_{ax}	Velocidad axial de las hélices (ms^{-1})
D_i	Diámetro interno (m)
D_e	Diámetro externo (m)
F_h	Fuerza debida a la fricción entre el agua y una hélice (m^2)
E	Energía eléctrica (J)
g	Aceleración de la gravedad ($9.81 ms^{-2}$)
G_h	Separación entre el canal y las hélices (m)
H	Cabeza o salto de agua (m)
h_{in}	Nivel de agua al ingreso (m)
h_{sal}	Nivel de agua a la salida (m)
L	Longitud total del tornillo (m)
L_R	Longitud roscada del tornillo (m)
N	Número de filetes ($-$)
n	Velocidad de rotación del tornillo (min^{-1})
n_{max}	Velocidad de rotación máxima del tornillo (min^{-1})
n_{nom}	Velocidad de rotación nominal del tornillo (min^{-1})
S	Paso del tornillo (m)
P_{at}	Potencia perdida por fricción entre el fluido y la canaleta (W)
P_{hid}	Potencia suministrada por el fluido o potencia hidráulica (W)
P_f	Potencia perdida por el caudal de fuga entre el canal y hélices (W)

$P_{f,p}$	Potencia perdida por fricción entre el fluido y las hélices (W)
$P_{f,n}$	Potencia perdida por fricción entre el fluido y el eje del tornillo (W)
P_t	Suma de potencias perdidas (W)
P_s	Potencia perdida por la caudal de fuga de sobrellenado (W)
P_{mec}	Potencia mecánica suministrada por el tornillo (W)
P_c	Potencia perdida por fricción en el canal (W)
P_e	Potencia efectiva (W)
Q	Caudal total (m^3/s)
Q_f	Caudal de fuga entre el canal y las hélices (m^3/s)
Q_n	Caudal nominal (m^3/s)
Q_s	Caudal de fuga por sobrellenado (m^3/s)
R_e	Radio externo (m)
R_i	Radio interno (m)
T_{total}	Par o torque total suministrado por el tornillo (Nm)
V_C	Volumen de agua entre dos hélices consecutivas(m^3)
β	Inclinación del tornillo ($^\circ$)
η_t	Rendimiento ($-$)
λ_r	Coefficiente de rozamiento del fluido sobre el tornillo ($-$)
λ_S	Correlación óptima de paso ($-$)
λ_c	Coefficiente de rozamiento del fluido en el canal ($-$)
μ	Viscosidad cinemática del agua ($-$)
μ_r	Coefficiente de rebosadero ($-$)
ρ	Densidad del agua ($1000kg/m^3$)
ρ_R	Correlación óptima de radios ($-$)
τ_p	Esfuerzo cortante del fluido sobre la hélice (N/m^2)

τ_n	Esfuerzo cortante del fluido en el núcleo (N/m^2)
τ_c	Esfuerzo cortante del fluido en el canal (N/m^2)
ω	Velocidad de rotación del tornillo (rad/s)
ψ	Constante de relación entre la geometría y el nivel de llenado ($m^{2/3}/s$)
δh	Diferencia de altura entre celdas (m)
z_{max}	Nivel de agua máximo en la superficie de la hélice (m)
z_{min}	Nivel de agua mínimo en la superficie de la hélice (m)
z_{na}	Nivel de agua en la superficie de la hélice (m)

1. Introducción

Un tornillo de Arquímedes o tornillo hidrodinámico consta de un eje cilíndrico hueco alrededor del cual se envuelven una o más superficies helicoidales ortogonales a la superficie del cilindro. Históricamente, los tornillos de Arquímedes se han usado como bombas hidráulicas para riego o para transportar material denso [1]. No es sino hasta 1992 que empiezan a ser empleados como turbinas de baja altura, habiendo no menos de 400 instaladas hasta la fecha en pequeñas centrales hidroeléctricas de todo el mundo [2]; simultáneamente, se han desarrollado diversos estudios tanto experimentales como empíricos que han derivado en modelos matemáticos que permiten entender su comportamiento y optimizar sus parámetros [3]. La sencillez, bajos requisitos de mantenimiento y moderados costos de operación hacen que una turbina de Arquímedes (TA) sea adecuada para zonas remotas o en desarrollo [4]. A pesar de esto, existen pocos métodos analíticos generales y fáciles de usar para el diseño de una TA y no existen directrices para el diseño de este tipo de turbinas. Este inconveniente no sólo afecta a la viabilidad de esta tecnología, sino que también hace que el diseño de una turbina de Arquímedes dependa en gran medida de la experiencia del ingeniero que las diseña. Por tal motivo, el objetivo principal de este trabajo es desarrollar la propuesta de un manual en el cual se sintetice el proceso de cálculo de los parámetros geométricos, hidráulicos y mecánicos de una turbina de Arquímedes. Para tal propósito, en una primera fase, se realiza la revisión bibliográfica de los modelos numéricos que diferentes autores han desplegado sobre la temática hasta la actualidad. En una segunda fase, se sintetizará y ordenará la información para establecer un procedimiento de cálculo a fin de generar una serie de tablas estandarizadas y el manual como tal. Finalmente, la fase tercera permitirá validar la metodología propuesta mediante el análisis de un casos de estudio reales.

2. Problema

2.1. Antecedentes

Según el *Informe sobre la brecha de emisiones 2021* emitido por la ONU, los compromisos climáticos aceptados por ciertas naciones junto con otras medidas de mitigación, que, pese a haber iniciado hace ya varios años, no han tenido el impacto esperado; en el mismo se manifiesta que "*el mundo está en camino de un aumento de la temperatura global de 2,7 °C para fines de siglo*" [5]. De ser así, los cambios en el clima mundial serían de carácter catastrófico [6]. Se pronostican además desastres tales como la desaparición de especies, menor cantidad de agua dulce, sin mencionar los efectos económicos, políticos y sociales. Se vuelve imprescindible la diversificación de alternativas sostenibles, viables y que puedan llevarse a cabo tan pronto como sea posible más aun en aquellos sectores que mayor cantidad de emisiones de CO_2 han registrado, uno de ellos, el sector energético [7].

Las diferentes tecnologías de energías renovables ofrecen ser una alternativa limpia y abundante por provenir de recursos renovables como el sol, el viento o el agua; han tomado fuerza en las últimas décadas debido a su enorme potencial. Actualmente, la mayor parte de la producción de electricidad renovable del mundo se debe a la energía hidroeléctrica con una capacidad instalada global de más de 1330 GW en 2020 [8]. Sin embargo, entre los principales problemas de las medianas y grandes centrales hidroeléctricas están la destrucción del suelo debido al despliegue de extensas presas o embalses, su alto costo y la afección a la vida silvestre [9]. Por el contrario, las pequeñas centrales hidroeléctricas, aunque de eficiencias menores (típicamente 65 - 80 %), tienen por lo general impactos ecológicos mínimos por requerir de obras civiles menos complejas en comparación con las grandes instalaciones, lo cual además las vuelve también más baratas. Es por ello por lo que las pequeñas centrales hidroeléctricas han tenido un importante protagonismo tanto en países desarrollados como en vías de serlo, esto a su vez ha fomentado la aparición de nuevos y novedosos sistemas de generación hidroeléctrica. Es el caso de las turbinas tipo tornillo de Arquímedes, cuya capacidad para operar en sitios con condiciones de bajos caudal ($<10 m^3/s$) y salto de agua ($<10 m$), su flexibilidad con la fauna íctica y su bajo costo de instalación y mantenimiento [10] han hecho que sean ampliamente utilizadas en pequeñas centrales de toda Europa [11]. En la tabla 1 se exponen algunas de las investigaciones más sobresalientes encaminadas al estudio de este tipo de turbinas.

Tabla 1: Resumen del estado del arte de los tornillos de Arquímedes.

Autor (Año)	Título	Descripción / resultados
Brada [12] (1999)	AWasserkraftschnecke ermöglicht Stromerzeugung über Kleinkraftwerke [Hydraulic screw generates electricity from micro hydropower stations].	Primeros acercamientos experimentales al tornillo de Arquímedes como turbina.
Rorres [13] (2000)	The turn of the screw: optimal design of an Archimedes screw.	Parámetros geométricos óptimos del tornillo de Arquímedes empleado como bomba.
Havendri & Arnif [14] (2000)	Kaji Eksperimental Penentuan Sudut Ulir Optimum Pada Turbin Ulir Untuk Data Perancangan Turbin Ulir Pada Pusat Listrik Tenaga Mikrohidro (PLTMH) Dengan Head Rendah.	Efectos del ángulo de inclinación del tornillo.
Muller & Senior [15] (2009)	Simplified theory of archimedean screws	Teoría básica del principio de funcionamiento del tornillo de Arquímedes como turbina
Yulistiyanto et al. [16] (2012)	Effect of flow discharge and shaft slope of Archimedes screw turbin on the micro-hydro power plant	A un ángulo de inclinación $\beta = 25-40$ la eficiencia incrementa; a 41-50 empieza a decrecer y la máxima se obtiene a 35.

Nuernbergk [17] (2012)	Wasserkraftschnecken : Berechnung und optimaler Entwurf von archimedischen Schnecken als Wasserkraftmaschine. [Hydrodynamic screw : Computation and optimal designing of an Archimedean Screw used in hydropower plant]	Modelo teórico para determinar el rendimiento del tornillo teniendo en cuenta todas las pérdidas de carga
Raza et al. [18] (2013)	Modeling of archimedes turbine for low head hydro power plant in simulink MATLAB	Simulación en Simulink MATLAB para obtener la potencia eléctrica de salida.
Stergiopoulou et al. [19] (2013)	Towards a first CFD study of innovative archimedean kinetic energy conversion systems in Greece.	Primer estudio para definir el comportamiento hidrodinámico de la turbina mediante el uso de la dinámica de fluidos computacional (CFD).
Lyons [20] (2014)	Lab testing and modeling of Archimedes screw turbines	Optimización de los parámetros geométricos de la turbina con un método computacional. Análisis del volumen de una celda
Lubitz et al. [21] (2014)	Performance model of Archimedes screw hydro turbines with variable fill level	Modelo analítico y experimental respecto al nivel de llenado de una celda. La fugas de caudal decrementan la velocidad de rotación del tornillo.

Dellinger [22] (2015)	Etude expérimentale et optimisation des performances hydrauliques des vis d'Archimède utilisées dans les micro centrales hydroélectriques	Estudio experimental del rendimiento hidráulico y pérdidas de carga de la turbina
Siswantara et al. [23] (2018)	Analysis of the Effects of Overflow Leakage Phenomenon on Archimedes Turbine Efficiency.	Análisis del efecto del sobrellenado de una celda con ángulos de inclinación de 36-44
Dellinger et al. [24] (2019)	Effect of slope and number of blades on Archimedes screw generator power output	Análisis computacional del efecto del número de hélices y la inclinación en la potencia eléctrica de salida. Las turbinas de 3-5 hélices son mas eficientes a 20-24.5
Ceran et al. [25] (2020)	Impact of the Minimum Head on Low-Head Hydropower Plants Energy Production and Profitability	Cuando el salto de agua tiende a cero, la turbina de Arquímedes puede variar la producción de energía entre un 6-52
Simmons [26] (2021)	An Experimental and Numerical Analysis of Parameter Scaling in Archimedes Screw Generators	Estudio de tornillo en plantas hidroeléctricas para determinar la relación con los tornillo a escala de laboratorio. La rugosidad de la superficie de las hélices tiene un impacto importante en el rendimiento de la turbina; no así el número de hélices

Por lo antes expuesto, se puede evidenciar la existencia de diversos modelos propuestos por varios autores sobre diferentes aspectos referentes a las turbinas tipo tornillo de Arquímedes. A fin de sintetizar todos estos, se plantea estructurar un documento técnico con la propuesta de un proceso de cálculo y tablas estandarizadas con el fin de facilitar el dimensionamiento de este tipo de turbinas.

2.2. Problema general

- ¿Será posible proponer un manual para el diseño, estandarización y fabricación de turbinas tipo tornillo de Arquímedes? Ante esta interrogante se plantean de manera específica algunos de los inconvenientes detallados a continuación.

2.3. Problemas específicos

- ¿Es posible sintetizar las diversas teorías y modelos matemáticos relacionados con las turbinas tipo tornillo de Arquímedes?
- ¿Se puede estructurar un manual para el diseño, estandarización y fabricación de turbinas tipo tornillo de Arquímedes para pequeñas centrales hidroeléctricas?
- ¿Existe la posibilidad de realizar la validación del proceso de dimensionamiento de una turbina tipo tornillo de Arquímedes mediante un caso de estudio real?

2.4. Importancia y Alcance

En la actualidad, la energía es tan importante para las sociedades como la sangre lo es para el cuerpo humano. El crecimiento de la población mundial ha provocado, por un lado, el incremento de las necesidades humanas, y al mismo tiempo, el aumento de la demanda de energía y las emisiones de CO_2 asociadas a ello [27]; el surgimiento de nuevos sistemas sostenibles de generación de energía eléctrica como las turbinas tornillo de Arquímedes se plantean como una solución viable en la lucha por el cambio climático.

El tema propuesto tiene como finalidad facilitar el proceso de dimensionamiento de turbinas tipo tornillo de Arquímedes mediante la estandarización de sus parámetros geométricos, mecánicos e hidráulicos; además del planteamiento de recomendaciones de fabricación. Con ello se presume que podrán beneficiarse aquellas personas o grupos que deseen aprovechar un recurso hídrico disponible y que requieran de un suministro de energía eléctrica. Existen sectores que no tienen acceso al servicio nacional de electricidad, pero sí un recurso hídrico cercano que puede ser aprovechado. Además de esto, ciertos sectores que a pesar de contar con el servicio de energía eléctrica encuentran más factible el generar su propia energía, mediante el uso de algún recurso natural como son las fuentes hídricas.

2.5. Delimitación

Para este proyecto se consideran rangos operativos de caudal desde $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$ hasta $10 \text{ m}^3/\text{s}$; de salto de agua desde 1m a 5m y un número de hélices igual a 3. El diseño de la turbina considera las potencias generadas hasta el eje de estas, por lo tanto, no se considera el dimensionamiento de cajas reductoras ni de generadores eléctricos. La potencia generada en el eje se ubica en el rango de 2.53 kW hasta 421.8 kW . Durante el desarrollo de este proyecto no se realiza la fabricación de turbina alguna, por tanto, se limita a un trabajo de investigación.

3. Objetivos

3.1. Objetivo General

- Proponer un manual para el diseño, estandarización y fabricación de turbinas hidráulicas tipo tornillo de Arquímedes para pequeñas centrales hidroeléctricas.

3.2. Objetivos Específicos

- Sintetizar las diversas teorías y modelos matemáticos relacionados con las turbinas tipo tornillo de Arquímedes.
- Estructurar un manual para el diseño, estandarización y fabricación de turbinas hidráulicas tipo tornillo de Arquímedes para pequeñas centrales hidroeléctricas.
- Validar el proceso de dimensionamiento de una turbina tipo tornillo de Arquímedes para pequeñas centrales hidroeléctricas mediante un caso de estudio real.

4. Marco teórico referencial

4.1. Energía hidroeléctrica

La energía hidroeléctrica es electricidad producida por el aprovechamiento del agua en movimiento que se da como resultado del ciclo hidrológico efecto de la energía solar [28]. Es una de las fuentes de energía renovable más eficientes, seguras [29] y de considerable importancia para el futuro sostenible. Se estima que, en 2020, unos 4355 *TWh* de la electricidad total del mundo (aproximadamente el 16.85%) provinieron de la energía hidroeléctrica [30]. La escala de generación de energía hidroeléctrica varía significativamente en todo el mundo. En la figura 1 se muestra la contribución de cada país.

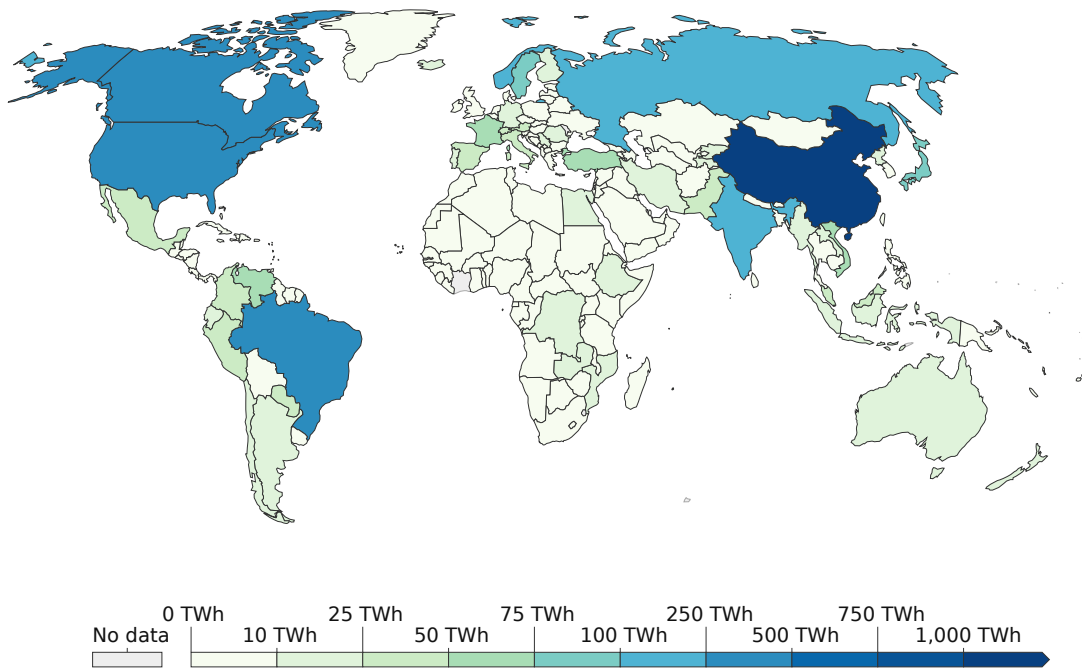


Figura 1: Generación hidroeléctrica al 2021 [31]

En el caso particular de Ecuador, de los 27.12 *TWh* producidos en 2020, cerca del 89% se produjeron por generación hidroeléctrica, ello se aprecia en la figura 2. Según el plan maestro de electricidad vigente del país en mención, se espera además un crecimiento tendencial tanto en la demanda como en la generación de energía hidráulica, motivo por el cual se han incorporado algunas nuevas centrales hidroeléctricas en los últimos años; también existen centrales y proyectos de generación en curso de construcción, con título habilitante o en etapa de estudio [32].

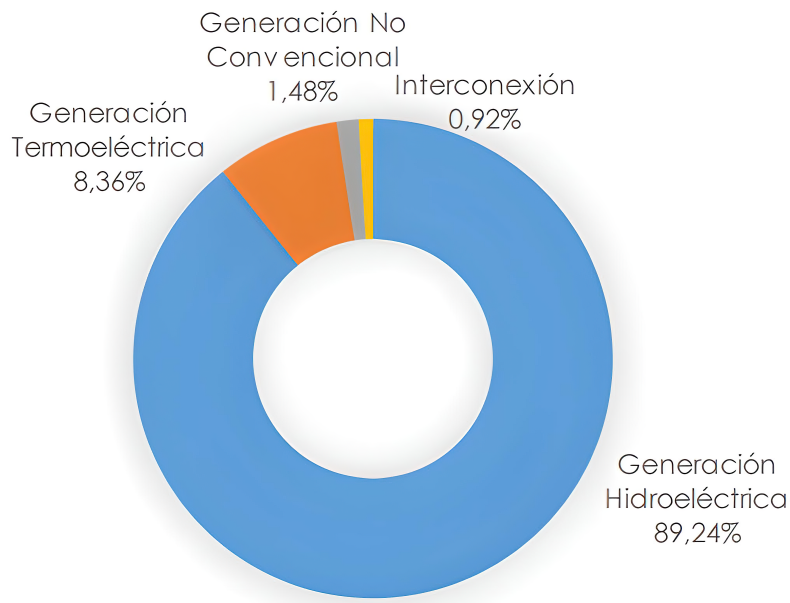


Figura 2: Producción bruta energética anual de Ecuador, 2020 [33]

El potencial hidroeléctrico de Ecuador, por su ubicación geográfica, es enorme; cuenta con más ríos por kilómetro cuadrado que cualquier otro país del mundo [34]. Se calcula que dicho potencial, con caudales medios del país, es de 90.976 MW. Teniendo en cuenta que la capacidad efectiva a noviembre de 2017 era inferior a los 8.000 MW, se puede ver el potencial bruto que aún tiene el país [35]. Hoy en día, el porcentaje del potencial económicamente factible por aprovechar asciende al 76,95 % [32]. En principio, existen dos formas en que esta potencia puede ser aprovechada:

1. con la creación de nuevas centrales.
2. mediante la adecuación de instalaciones existentes.

Importante es señalar que quizá no sea posible aprovechar toda esta potencia disponible, puesto que aparte de viabilidad económica, se precisa además viabilidad técnica. Pese a ello, Ecuador tiene un gran potencial hidroeléctrico que permitirá su desarrollo económico y social actual y el de generaciones futuras.

4. Marco teórico referencial

4.2. Centrales hidroeléctricas en general

Una central hidroeléctrica (de ahora en adelante también CH) es una instalación que transforma la energía potencial y cinética del agua en energía mecánica útil a través de un eje giratorio, que luego se transforma en energía eléctrica mediante un generador [36]. Estas instalaciones se conforman por dos grandes bloques :

- obra civil
- equipamiento electromecánico

La configuración y características de estos bloques están definidos por el tipo de CH.

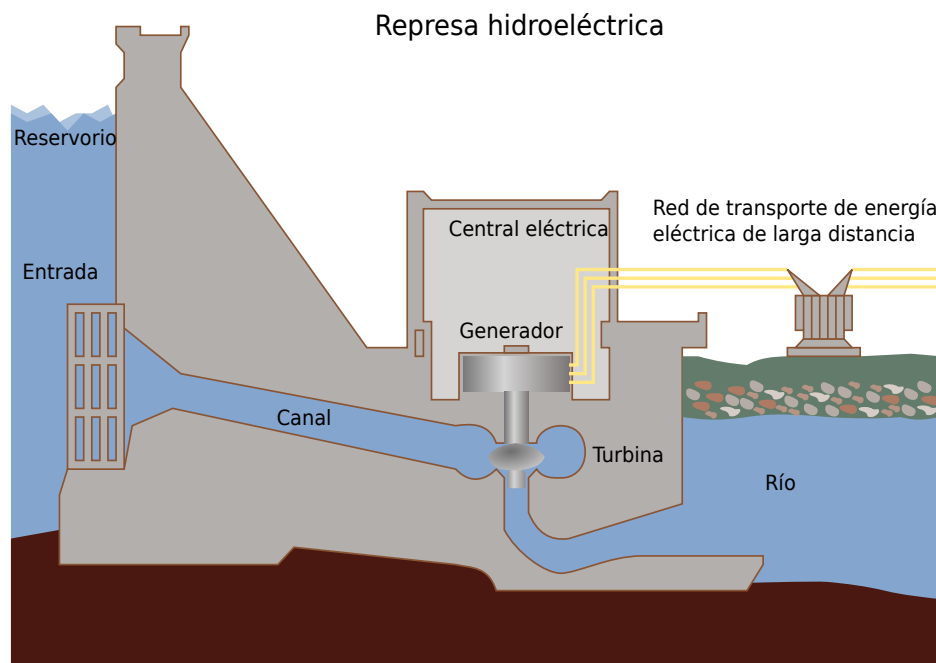


Figura 3: Ilustración sencilla de una CH: sistema de acoplamiento hidráulico-mecánico-eléctrico [37]

Una CH es un complejo sistema que integra subsistemas hidráulico-mecánico-eléctrico, como se muestra en la figura 3. Cada central hidroeléctrica es única: rara vez se encuentran dos centrales iguales; su clasificación, por lo tanto, puede ser realizada bajo diversos criterios dependiendo de cada autor. Se ha optado en este trabajo dividir las centrales en tres grupos:

- centrales de embalse.
- centrales de agua fluyente.

- centrales mixtas.

Las **centrales de embalse** poseen un reservorio o *embalse* donde se almacena agua en suficiente cantidad como para proporcionar el caudal de consumo de uno o varios días dependiendo de la capacidad de almacenamiento del embalse. Este embalse se obtiene construyendo una o más presas para formar una especie de lagos artificiales, los cuales además pueden ser aprovechados con fines industriales o como fuente de agua de riego.

Este tipo de centrales tiene que suministrar un flujo constante de energía eléctrica durante todo el año, sin embargo, exigen una inversión de capital alta [36,38].

La figura 4 muestra los elementos principales de una CH de embalse.

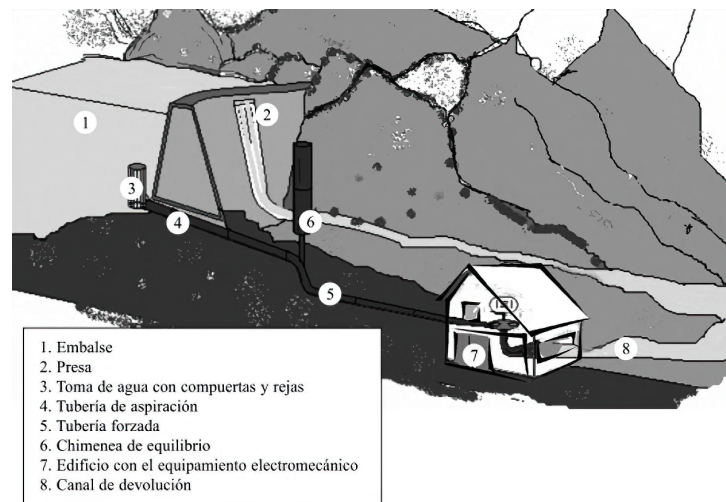


Figura 4: Central hidroeléctrica de embalse [36]

Las **centrales de agua fluyente** no poseen almacenamiento de agua por lo que deben aprovechar el caudal del río o del canal a medida que este avanza, así, la central podrá funcionar solamente cuando exista la mínima cantidad de dicho caudal. Por lo general, estas centrales necesitan de un azud, que es un pequeño muro en dirección transversal al cauce del río o canal que permite elevar el nivel del agua. La CH puede estar o no emplazada directamente en el azud [36,38]. En la figura 5 se detalla la configuración de este tipo de centrales.

4. Marco teórico referencial

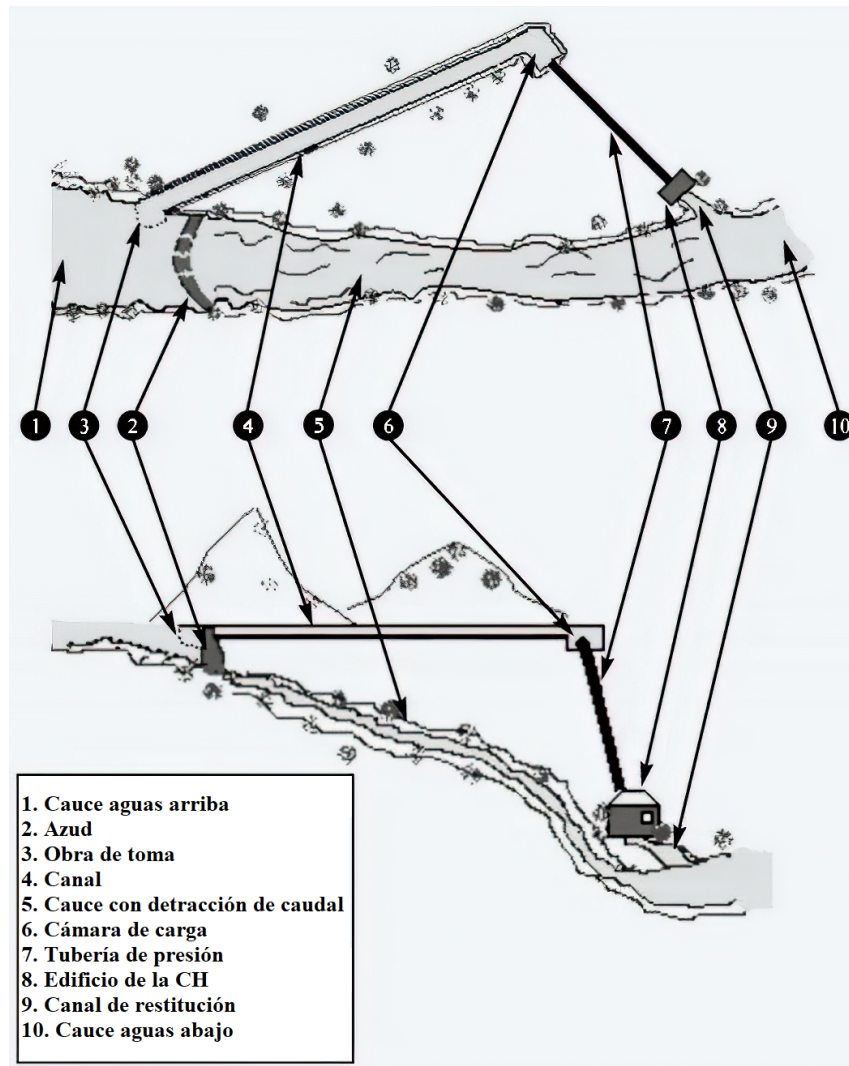


Figura 5: Central hidroeléctrica de agua fluyente con canal de derivación [36]

Las **centrales mixtas** son muy similares en configuración a las centrales de agua fluyente, aquí el azud se reemplaza por un pequeño embalse de captación que apenas puede almacenar el caudal de consumo de un día [36].

Entre otras formas, se puede clasificar a las centrales hidroeléctricas, como se muestra en la tabla 2, según su potencia instalada. Dentro de este grupo se consideran a las pequeñas, medianas y grandes centrales [39].

En términos económicos, la construcción de una central hidroeléctrica suele implicar inversiones sumamente altas. No obstante, una vez construida, la electricidad que produce suele ser bastante barata, no emite ningún residuo directo, y tiene un menor nivel de producción de dióxido de carbono (CO_2).

Tabla 2: Clasificación de centrales hidroeléctricas según la potencia instalada [40]

Tipo	Capacidad instalada
Gran-Hidro	>de 50 MW
Mediana-Hidro	30 MW a 50 MW
Pequeña-Hidro	<30 MW

Los proyectos hidroeléctricos cuya potencia instalada supera los 30 *MW* generalmente no son considerados por entidades de regulación como alternativas de generación renovable y en muchas regiones carecen de apoyo tales como subvenciones, tarifas especiales o reducción de impuestos. Por otra parte, proyectos hidroeléctricos más pequeños, mismos que son generalmente clasificados como "pequeñas centrales", suelen ser incluidos entre tecnologías que sí atraen tales mecanismos de apoyo. Estos proyectos son además menos disruptivos y, en consecuencia, de construcción más sencilla [41].

4.3. Pequeñas centrales hidroeléctricas

El término Pequeña Central Hidroeléctrica (PCH), a veces llamado energía hidroeléctrica a pequeña escala, hace referencia a la energía producida a partir de ríos o arroyos en beneficio de unos pocos usuarios particulares quienes, aprovechando las vías fluviales que atraviesan sus propiedades, se encargan de construir y dar mantenimiento a estos sistemas [42].

No existe una definición oficial del rango de capacidad de las pequeñas centrales hidroeléctricas; puede variar de un país a otro. En Europa, por ejemplo, la Asociación Europea de Pequeñas Centrales Hidroeléctricas (ESHA)¹ y la Unión Europea, consideran *pequeño* a cualquier proyecto inferior a 10 *MW* [43]. En Ecuador, en el año 2015, CONELEC² dispuso la clasificación que se muestra en la tabla 3. Se estima que las pequeñas centrales hidroeléctricas generaron alrededor del 10% de la energía hidroeléctrica mundial en 2019 [44].

Las principales características de este tipo de centrales, algunas de las cuales se ilustran en la figura 6, son las siguientes:

- caudal de operación Q expresado en m^3s^{-1}

¹En inglés: European Small Hydropower Association

²Consejo Nacional de Electricidad: Plan de expansión de la generación

4. Marco teórico referencial

Tabla 3: Clasificación de pequeñas centrales hidroeléctricas en Ecuador

Nombre	Potencia mínima (kW)	Potencia máxima (kW)
Pequeña central	500	5000
Micro central	50	500
Pico central	—	50

- cabeza H expresada en m
- potencia de la instalación expresada en kW
- energía eléctrica producida expresada en kWh

El **caudal de operación** corresponde al caudal máximo que puede turbinar la planta cuando funciona a plena potencia.

La **cabeza** o salto de agua corresponde a la diferencia bruta de altura entre la toma y la salida de agua.

La **potencia de la instalación** hace referencia a la capacidad hidráulica de la planta, misma que viene dada por:

$$P_{hid} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad (1)$$

donde ρ representa la densidad del agua en kgm^{-3} y g la aceleración de la gravedad en ms^{-2} .

Las pérdidas de carga por el uso de accesorios, tuberías, etc. son inherentes a cualquier sistema hidráulico. Descartando estas últimas, la potencia efectiva para una CH sería:

$$P_e = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \cdot \eta \quad (2)$$

donde η representa el rendimiento del acople turbina-generador.

Finalmente, la **energía eléctrica producida** es indicador de la capacidad de producción de una CH; es dependiente de la potencia de instalación y de las condiciones estacionales del agua. Así, la energía eléctrica producida por una CH es:

$$E = P_e \cdot t \cdot f \quad (3)$$

4.4 Componentes de una pequeña central hidroeléctrica

donde t es el tiempo de funcionamiento de la central en *horas* y f , un coeficiente que expresa la capacidad utilizada de la planta y está en función de los caudales que, por las estaciones climáticas, varían durante todo el año.

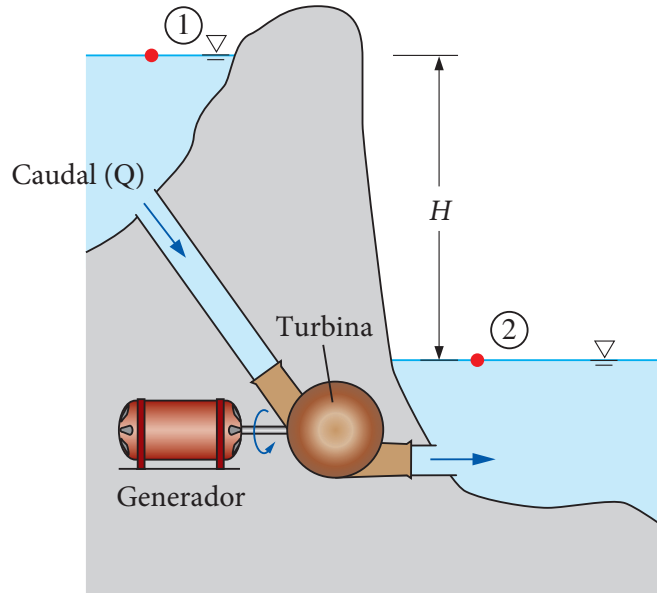


Figura 6: Partes principales de una central hidroeléctrica. Adaptado de [45]

Ahora que se han esbozado las principales características, es posible hablar de los diferentes tipos de PCH que existen. Según el salto de agua disponible o caída H , los tipos de PCH se presentan en la tabla 4:

Tabla 4: Tipos de PHC [46]

Tipo	Altura mínima (m)	Altura máxima (m)
Alta caída	130	–
Media caída	25	130
Baja caída	–	25

4.4. Componentes de una PCH

De manera general, los componentes de una pequeña central hidroeléctrica son [46–48]:

- obras de toma de agua

4. Marco teórico referencial

- obras de suministro y carga
- paso de peces
- equipo de generación
- obras de restitución

Estos componentes pueden ser identificados en la figura 7.

Las **obras de toma de agua** consisten en diques o presas que captan el recurso del afluente sin almacenamiento, aprovechando el caudal que hay en el momento dado. Su forma y dimensiones dependerán de la forma del lecho del río y de la naturaleza del terreno. También pueden instalarse en canales irrigación o en suministros de agua potable.

La finalidad de las **obras de suministro y carga** es dirigir el agua hacia la turbina hidráulica con la presión necesaria y con la menor cantidad de sedimentos posible. Es por esto último que dentro de estas obras se emplee una parrilla para retener solidos grandes, ramas, por ejemplo, y un desarenador o tanque de sedimentación para las partículas más pequeñas, generalmente arena. La cámara de carga se diseña de tal forma que pueda garantizar el suministro de electricidad en condiciones críticas (épocas de estiaje y crecida de los caudales) pero también para contrarrestar fenómenos hidráulicos como el golpe de ariete causado por un arranque rápido o una parada brusca de la central.

Un **paso de peces** es un dispositivo de derivación que permite a los peces subir o bajar el río a pesar de la presencia de un dispositivo hidráulico.

El **equipo de producción** lo conforman los siguientes elementos:

Turbina: transforma la energía cinética y potencial del agua en energía mecánica. Se acopla directamente al generador. Hoy en día se utilizan muchos tipos de turbinas en función de las limitaciones impuestas por el emplazamiento: altura, caudal, etc. Mas adelante se estudiará detalladamente la gama de turbinas utilizadas en las PCH.

Generador: transforma la energía mecánica en energía eléctrica.

Regulador: permite adaptar el caudal de agua a la demanda de los consumidores.

Las **obras de restitución** permiten devolver el agua turbinada al río, afluente, etc.

4.5 Turbinas utilizadas en las pequeñas centrales hidroeléctricas

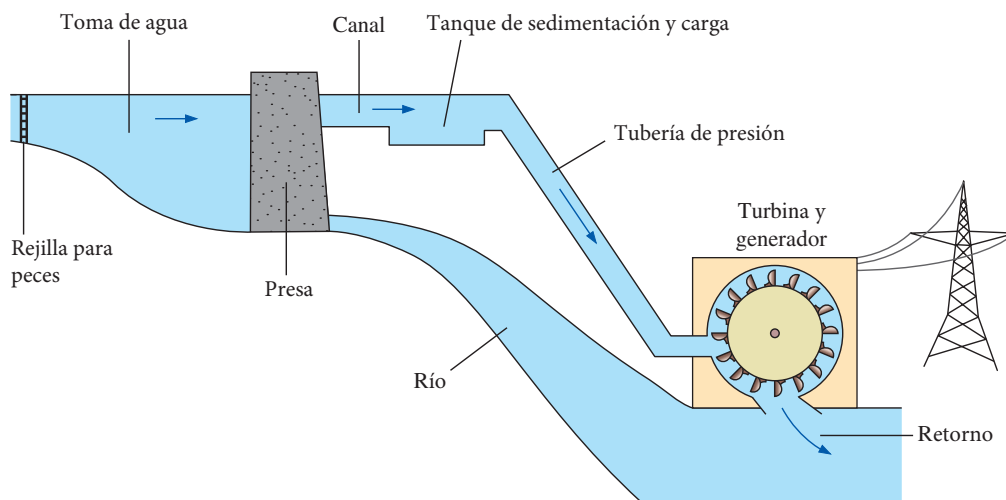


Figura 7: Componentes de una PHC. Adaptado de [47]

4.5. Turbinas utilizadas en las PCH

Una turbina hidráulica es una máquina que permite transformar la energía de un fluido en movimiento a energía mecánica; por este motivo se considera a las turbinas como el corazón de cualquier central hidroeléctrica [49]. El rendimiento de las pequeñas centrales hidroeléctricas está directamente relacionado con el tipo de turbina utilizada.

Las turbinas hidráulicas utilizadas en las PCH se pueden clasificar de la siguiente forma:

- Según la dirección del flujo
- Según el cambio de presión del agua
- Maquinas de presión cuasi estática

4.5.1. Turbinas hidráulicas según la dirección del flujo

En base a la trayectoria del flujo de agua a través de la turbina hidráulica, se pueden listar cuatro grupos:

- Turbinas de flujo axial

La trayectoria del flujo de agua tiende a ser paralelo al eje de rotación de la turbina hidráulica. A este grupo pertenecen las turbinas de hélice y Kaplan [49]. La figura 8 muestra el esquema de una turbina Kaplan.

4. Marco teórico referencial

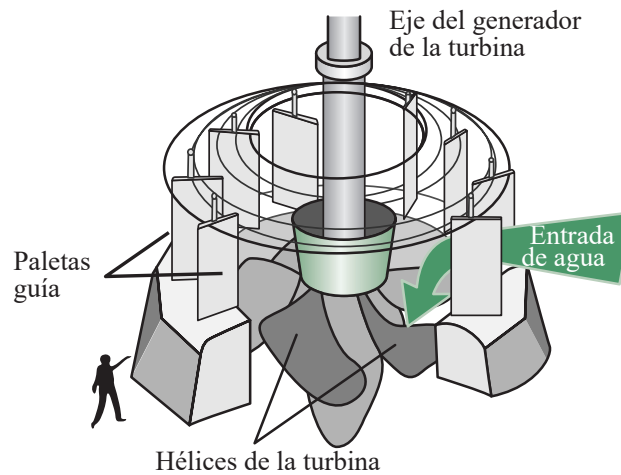


Figura 8: Esquema de una turbina Kaplan. Adaptado de [50]

■ Turbinas de flujo radial

En este tipo de turbinas hidráulicas el agua fluye principalmente en un plano perpendicular al eje de rotación de las palas. Un ejemplo son las turbinas Pelton (ver figura 9 el eje de estas turbinas)

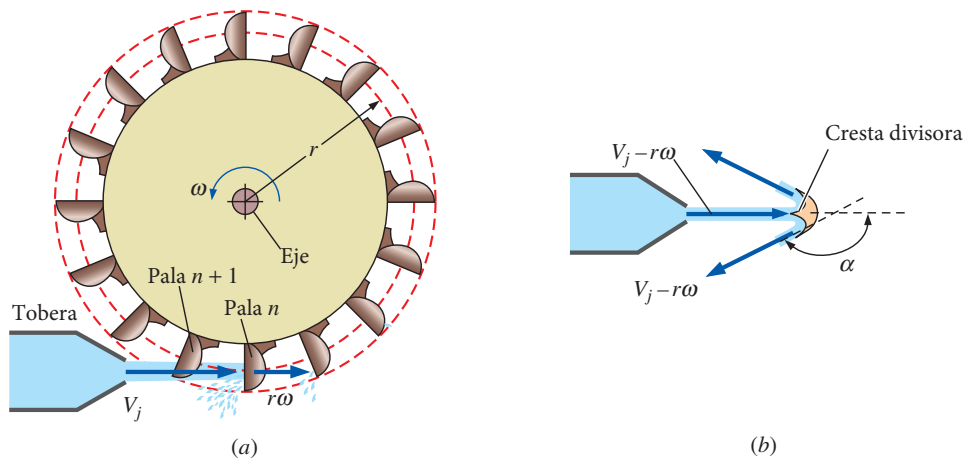


Figura 9: Esquema de una turbina Pelton; (a) Vista lateral y (b) vista inferior de una sección transversal del cangilón n. Adaptado de [51]

■ Turbinas de flujo mixto

En la práctica, para la mayoría de las turbinas hidráulicas, la dirección del flujo no es ni puramente axial ni puramente radial sino una combinación de ambos [49]. Un ejemplo de ello son las turbinas Francis cuyo esquema se presenta en la siguiente

figura.

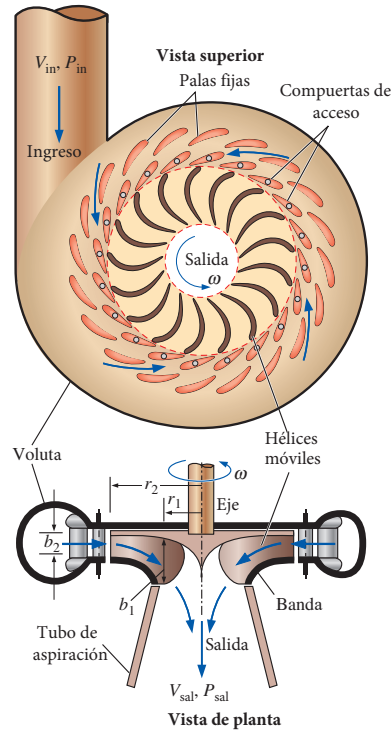


Figura 10: Esquema de una turbina Francis. Adaptado de [52]

- Turbinas de flujo cruzado

En este tipo de turbinas el agua ingresa a través de un inyector con un cierto ángulo e incide sobre una cantidad de alabes, una vez que el fluido ha pasado por estos, evoluciona en el interior cambiando de sentido y reincidiendo sobre los álabes inferiores lo cual permite que se transmita energía por segunda vez [49, 53]. A este grupo pertenecen las turbinas Michell-Banki. La figura 11 ilustra el ingreso de flujo de este tipo de turbinas.

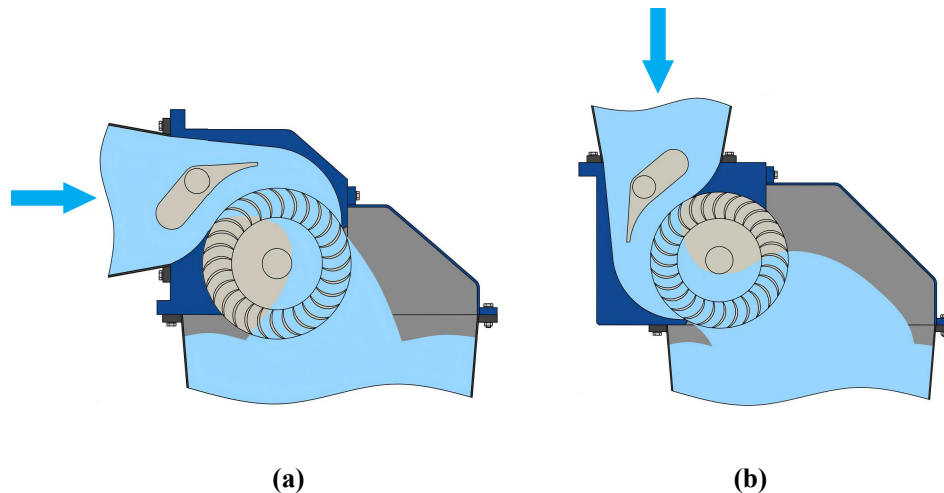


Figura 11: Esquema de una turbina de flujo cruzado; (a) de entrada horizontal y (b) de entrada vertical [54]

4.5.2. Turbinas hidráulicas según el cambio de la presión del agua

- Turbinas de impulso o acción: en una turbina de impulso, el fluido sale por una boquilla en forma de chorro a alta velocidad que incide en elementos en forma de pala, la energía cinética del chorro de agua se transfiere al eje de la turbina [51]. A este grupo pertenecen las turbinas Turgo y Pelton [55].
- Turbinas de reacción: en este tipo de turbinas el flujo de agua ingresa de forma tangencial a los alabes giratorios por una carcasa espiral llamada voluta. La diferencia con las turbinas de impulso es que estas últimas usan chorros de agua a presión mientras que las turbinas de reacción emplean la voluta que, al llenarse de agua, forma remolinos que son transportados por un corredor (*Runner*). En este grupo se encuentran también las turbinas Kaplan y Francis [51].

4.5.3. Máquinas de presión cuasi estática

A este grupo pertenecen las ruedas hidráulicas y los tornillos hidrodinámicos. Se instalan directamente en un caudal de agua que cae o fluye libremente a fin de transformar la energía cinética del agua en energía mecánica. Son de baja velocidad de rotación, las ruedas hidráulicas suelen presentar bajas eficiencias [47]. La figura 12 muestra algunas de las ruedas hidráulicas más comunes.

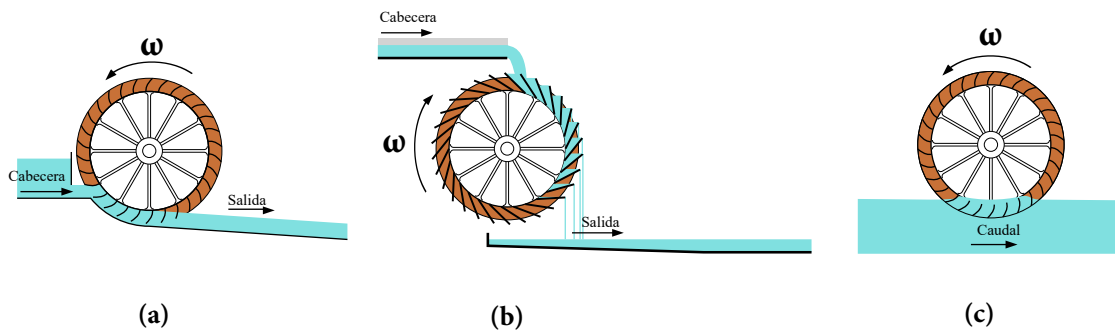


Figura 12: Tipos de ruedas hidráulicas según su alimentación: (a) lateral; (b) superior (rueda gravitatoria pura); (c) De superficie libre

4.5.4. El tornillo de Arquímedes

Conocido también como tornillo hidrodinámico, es un dispositivo que desde su invención y hasta la actualidad ha sido empleado como una bomba hidráulica, particularmente para el riego y desagüe. [56]. Consiste en una o más hélices ubicadas alrededor de un cilindro hueco [57] como se muestra en la figura 13. En las últimas décadas se han desarrollado tecnologías que además permiten emplear a este artefacto como turbina hidráulica, en particular para emplazamientos con pequeños saltos de agua.

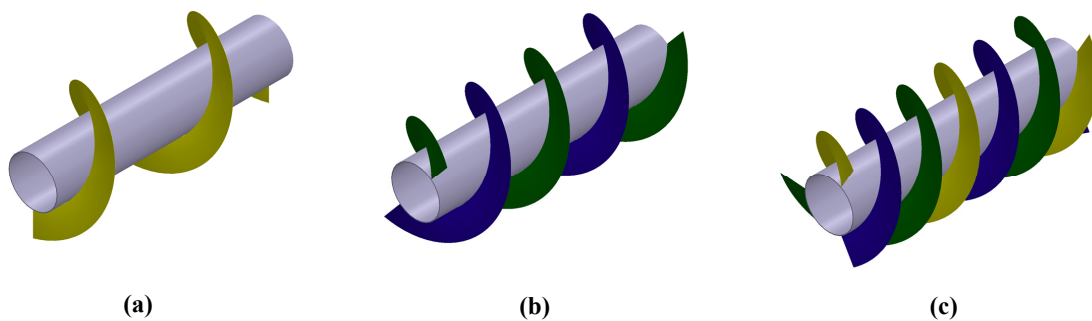


Figura 13: Tornillos de Arquímedes según el número de hélices: (a) de una hélice; (b) de dos hélices y (c) de tres hélices

El uso del tornillo de Arquímedes como una turbina hidráulica es relativamente nuevo, pues se patentó como tal en 1992 por el ingeniero alemán Dr. Karl August Radlik. Cinco años más tarde, en 1997, Radlik y el Prof. Karel Brada instalaron en el río *Eger* (Alemania) la primera planta hidroeléctrica funcional con capacidad aproximada de 4 kW usando este nuevo invento [2, 58].

4. Marco teórico referencial

4.5.5. Elección del tipo de turbina

Escoger el tipo de turbina ideal para una PCH no es una tarea sencilla; cada turbina se adapta a rangos específicos de altura, caudal y velocidad del eje [59]. Una forma común de hacerlo es mediante el uso de diagramas del campo operativo de diferentes turbinas. Como se observa en la figura 14, existe un rango de funcionamiento específica para cada turbina dependiendo del salto y caudal disponibles.

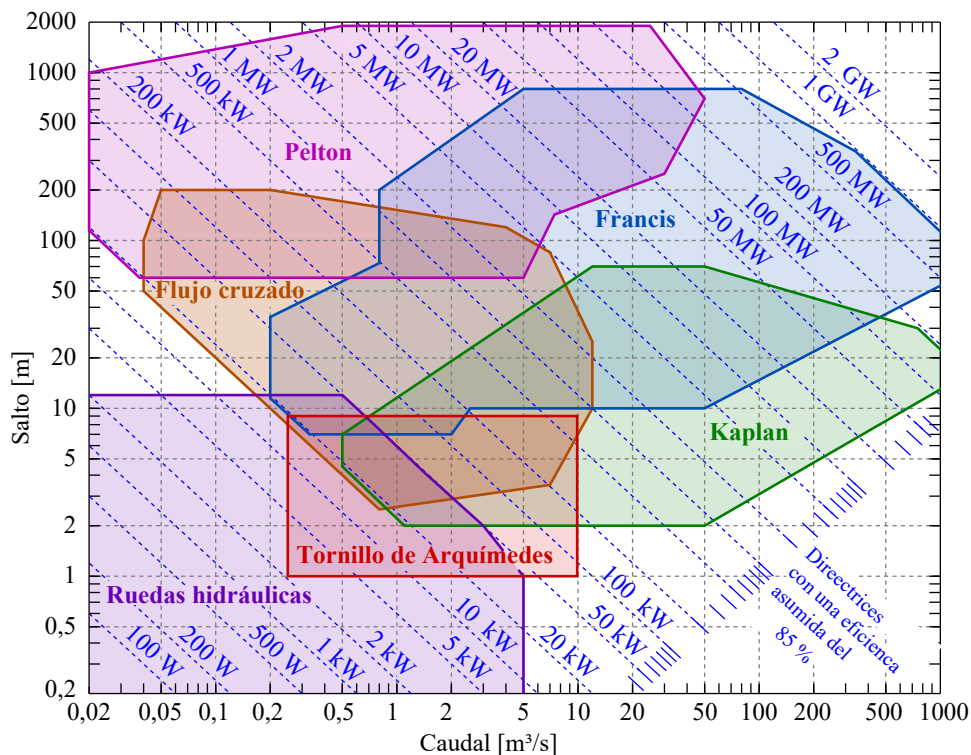


Figura 14: Campo operativo de algunas turbinas hidráulicas. Adaptado de [60]

Otro aspecto de importancia no menor al momento de escoger el tipo de turbina es el económico. Las distintas soluciones no son, ni mucho menos, todas iguales en cuanto a costes. Se precisa, por lo tanto, llegar a una solución que permita recuperar la inversión tan rápido como sea posible. La tabla 5 resume algunas características de las turbinas presentadas anteriormente.

4.5.6. Historia del tornillo de Arquímedes

Los tornillos de Arquímedes como dispositivos de elevación de agua han estado en uso durante siglos (Figura 15). La invención del tornillo se atribuye a Arquímedes de Siracusa

4.5 Turbinas utilizadas en las pequeñas centrales hidroeléctricas

Tabla 5: Características y rangos operativos de turbinas utilizadas en PCH [3, 9, 22, 61]

Turbina (-)	Rendimiento (%)	Salto (m)	Caudal (m ³ /s)	Facilidad de instalación (-)
Pelton	85	50...1000	0,1...8	Requiere tubería de presión. Obra civil moderadamente costosa.
Kaplan	90	2...50	0,5...1000	Requiere tubería de presión. Obra civil muy costosa.
Francis	90	3...350	<20	Requiere tubería de presión. Obra civil muy costosa.
Flujo cruzado	80	2...40	<5	Requiere tubería de presión. Obra civil moderadamente costosa.
Rueda hidráulica	50...70	<10	<5	Obra civil sencilla. No requiere tubería de presión.
Tornillo de Arquímedes	60...80	1...10	0,2...10	Obra civil sencilla. No requiere tubería de presión.

(287-212 a. C.), sin embargo, no hay evidencia escrita de que Arquímedes inventara el tornillo; tampoco hay un dibujo de un diseño de tornillo de Arquímedes que haya sobrevivido hasta la era moderna. Puede ser que este tipo de dispositivo de elevación de agua sea mucho más antiguo y que fuera utilizado por los egipcios o los asirios antes de la época de Arquímedes. La discusión sobre este controvertido asunto entre los historiadores de la ciencia continúa [62, 63]. Desde el punto de vista de los autores, tiene mucho más sentido atribuir esta importante invención al matemático antiguo más famoso: Arquímedes.



Figura 15: Representación moderna de la aplicabilidad del tornillo de Arquímedes [64].

En el estudio de la literatura desarrollado por Koetsier [63] respecto a la historia del desarrollo de la teoría del tornillo de Arquímedes, el autor afirma que científicos y artistas como Vitruvius, Cardano, Leonardo da Vinci, Galileo, Bernoulli, Hachette, Eytelwein y Weisbach han analizado la teoría y el diseño del tornillo.

En el siglo XVIII el famoso matemático suizo Leonhard Euler formuló catorce problemas

4. Marco teórico referencial

matemáticos que consideraba no resueltos. Uno de ellos fue este: Se busca una teoría para el aumento del agua por el tornillo de Arquímedes. Incluso si esta máquina se usa con mayor frecuencia, aun así se desea su teoría. La mayor parte del trabajo teórico que aborda el problema de Euler se realizó en los últimos dos siglos.

4.5.7. Desarrollos modernos del tornillo de Arquímedes

Hoy en día, los tornillos de Arquímedes se utilizan ampliamente en todo el mundo de muchas maneras [64]:

- Instalaciones de tratamiento de aguas residuales.
- Estaciones de bombeo terrestres bajas (bombas de pólder).
- Sistemas de riego.
- Presas de detención por lluvia.
- Presas de detención de inundaciones.
- Sistemas de transporte industrial y de pescado.
- Instalaciones recreativas y de deportes acuáticos.

Una de las razones de este uso generalizado es la robustez del tornillo contra los escombros, como cuando el medio de transporte está altamente contaminado o cuando la materia sólida necesita ser transportada. El tornillo es muy adecuado como una bomba de baja tecnología y alto volumen para drenar áreas terrestres bajas utilizando energía eólica para accionarlo, esto se ilustra en la figura 16. Esta configuración del tornillo se usaba para la fabricación de sal o para el drenaje en tierras pantanosas.

Este artefacto se usaría principalmente como bomba hidráulica hasta el año de 1992, año en el que el ingeniero alemán Dr. Karl August Radlik propuso por primera vez usar el tornillo de Arquímedes como una turbina hidráulica. Lo conseguiría seis años más tarde, en 1997, junto al Prof. Karel Brada con quien instaló en el río Eger (Alemania) la primera planta hidroeléctrica funcional con capacidad aproximada de 4 kW usando este antiguo dispositivo. [2, 58]. El trabajo pionero de Brada y Radlik en la década de 1990 permitiría en los años posteriores el desarrollo de varias investigaciones enfocadas en diferentes aspectos de este nuevo tipo de turbinas.



Figura 16: Molino de viento de Moorseeer en Weser-Marsh, Alemania. [64].

4.5.8. El tornillo de Arquímedes y la fauna íctica

Los problemas medioambientales asociados a la producción de energía hidroeléctrica son graves y están bien documentados: modificación de los regímenes de caudal, obstaculización o imposibilidad del movimiento de la biota acuática, daños o muerte de peces por el contacto directo con las turbinas o indirectamente por cavitación [65, 66] e incluso la extinción de especies [67].

Las turbinas tipo tornillo de Arquímedes han sido catalogadas como *ictiocompatibles*, lo cual significa que no produce daños significativos a la fauna acuática local si esta llegase a atravesar la turbina, así lo han evidenciado diversos estudios [68–75].

Un primer estudio llevado a cabo por Spah [68] sobre 158 peces demostró que solo 7 resultaron heridos después de atravesar la turbina. Para este estudio se utilizaron peces de menos de 1 *kg*.

Más tarde, McNabb [69] demostraría que la supervivencia media de un grupo de peces (cerca de 3300 salmones y 2700 peces de 27 especies diferentes) que atravesaron la turbina fue de entre el 98 % y 99 %.

Años después, Kibel [70–72] realizaría varios estudios concluyendo que truchas, anguilas y

4. Marco teórico referencial

salmones de menos de 4 *kg* (<40 *cm*) podían atravesar el tornillo sin sufrir daños en una amplia gama de velocidades de operación. El autor recomienda no colocar un tamiz en la entrada del tornillo que se supone evitaría la entrada de peces grandes, en cambio, a fin de regular la fuerza de impacto que afecta a estos especialmente, recomienda colocar parachoques de goma compresible en los bordes de las hélices (ver figura 17) cuando el tornillo opera a velocidades superiores a 3.5 *m/s* y parachoques goma dura para tornillos cuya velocidad de operación está por debajo de los 3.5 *m/s*.

En un estudio realizado en el río Dart (Reino Unido), se observó que casi todos los peces, incluidas las anguilas (*Anguilla anguilla*), las truchas (*Salmo trutta*) y los salmónidos (*Salmo salar*), pasaban por el tornillo de Arquímedes sin sufrir daños o con una pérdida de escamas insignificante [73, 75].

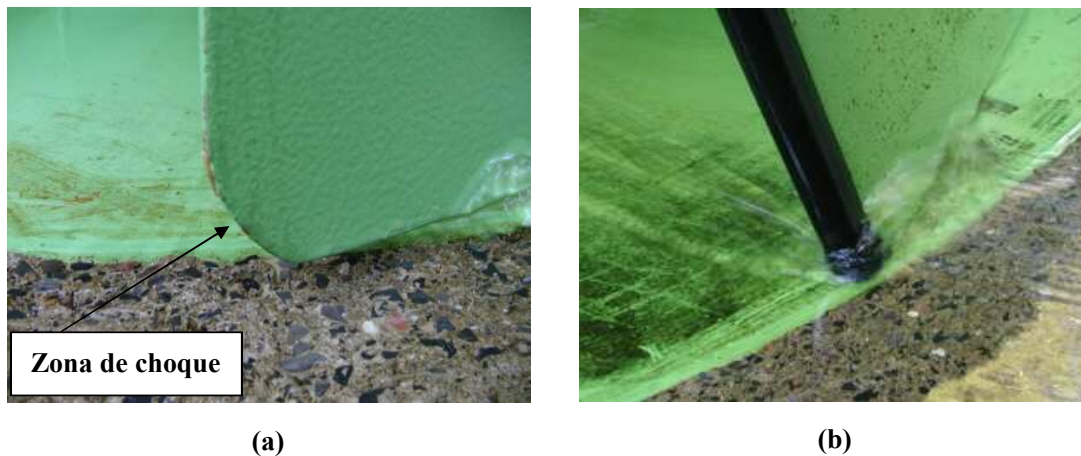


Figura 17: Fotografía del perfil de una hélice del tornillo de Arquímedes: (a) sin protección de goma y (b) con protección de goma. Adaptado de [71].

Otro estudio desarrollado por Boys en 2018 [74] mostró que los golpes que pueden experimentar los peces al pasar por el tornillo de Arquímedes fueron menos severos que los producidos en otras turbinas como las Kaplan. Para esta prueba se emplearon sensores hidráulicos autónomos que midieron la aceleración, velocidades angulares, presión absoluta y temperatura.

En contraste a los trabajos anteriormente citados, Pauwles [76] concluye que el tornillo de Arquímedes no es del todo amigable con la fauna íctica. Uno de los aspectos a destacar del trabajo en mención es el enorme tamaño del tornillo de Arquímedes empleado (con una longitud total L igual a 23.8 *m* y un diámetro externo D_e igual a 3.1 *m*). Este estudio, llevado a cabo en el canal Albert, Bélgica, utilizó como especies de prueba a Besugos

(*Abramis brama*), anguilas (*Anguilla anguilla*) y rutilos (*Rutilus rutilus*) por constituir un importante porcentaje de la biomasa de peces del canal. Los resultados del estudio muestran una diferencia de mortalidad y daños significativos entre las tres especies al atravesar la turbina, con un 37% de mortalidad media para los besugos, 19% para los rutilos y el 3% en anguilas. Para esta prueba, el tornillo no contaba con un sistema de desvío de peces.

Pese a la vastedad de estudios, la ictiocompatibilidad del tornillo de Arquímedes aún sigue siendo un tema de debate, sobre todo para los tornillos pequeños con altas velocidades de rotación y para aquellos considerados como *grandes*. Es posible que para algunas especies sea relativamente seguro atravesar el tornillo en funcionamiento, para otras quizá no. Se puede calificar como poco prudente el homologar los resultados positivos (o negativos) de estos estudios que se han realizado bajo condiciones geográficas y operativas específicas; cada caso de estudio posee una configuración propia y presenta necesidades diferentes. El objetivo será siempre solventar estas necesidades generando el menor impacto posible.

4.5.9. Ventajas de una turbina de Arquímedes frente a otros sistemas

Una turbina de Arquímedes puede ofrecer ventajas en cuanto a costes dependiendo de las especificaciones del emplazamiento. Esto se evidencia al repasar el caso de estudio real ubicado en Yorkshire (Reino Unido) el cual reveló que el coste de la TA fue aproximadamente un 10% inferior al de una turbina Kaplan, mientras que la energía generada se estimó en un 15% más. En este caso, en términos de coste por *MWh* al año, la TA resultó ser un 22% más barato que una turbina Kaplan [4].

Respecto a los costes operacional y de mantenimiento de una TA, se estima que estos serán inferiores a los de otras turbinas [77]. El mantenimiento regular de una TA incluye la comprobación y, de ser necesario, la sustitución de los cartuchos de grasa en el cojinete superior y la caja reductora de velocidad. Los cojinetes inferiores suelen estar diseñados para funcionar sin ningún tipo de mantenimiento hasta su sustitución [78]. Las TA tienen pocos puntos de desgaste y su velocidad de funcionamiento es baja, lo que reduce los problemas de desgaste y erosión. Es común que la mayor parte de problemas asociados a la corrosión se presenten mayoritariamente en las hélices y canaleta de contención.

5. Metodología

Para proponer un manual del diseño, estandarización y fabricación de turbinas tipo tornillo de Arquímedes es necesario desplegar una investigación con enfoque cuantitativo con diseño no experimental, pues se recopilarán procesos y modelos de cálculo que diferentes autores han desarrollado hasta el momento sobre el tema. Se complementará dicha información con la teoría referente al diseño mecánico.

En una primera fase la investigación tendrá un alcance exploratorio que permita conocer los avances científicos que se han desarrollado tanto en el dimensionamiento como en el diseño de la turbina de Arquímedes, sintetizando la información relevante presentada hasta la fecha sobre el tema en cuestión. La segunda fase tendrá un alcance compilativo, donde el manual será estructurado. Finalmente, la fase tercera tendrá un alcance verificativo, que, mediante el análisis de un caso de estudio, se aplicará la metodología propuesta en la fase anterior a un caso de estudio real.

■ Fase I

Se realiza la revisión bibliográfica en diferentes bases de datos especializadas para:

1. Definir las partes constitutivas.
2. Comprender el principio de funcionamiento.
3. Identificar las características geométricas e hidráulicas de la turbina.
4. Definir las diferentes metodologías de cálculo.
5. Estructuración del algoritmo de cálculo

■ Fase II

La estructuración de un manual para el diseño, estandarización y fabricación de turbinas hidráulicas tipo tornillo de Arquímedes para pequeñas centrales hidroeléctricas consta de los pasos siguientes:

1. Diseño y cálculos hidráulicos.
2. Diseño en detalle y cálculos mecánicos.
3. Estandarización.
4. Recomendaciones para fabricación.

■ Fase III

En la fase final se pretende realizar la validación del proceso de dimensionamiento propuesto mediante un caso de estudio real, lo cual involucra los siguientes pasos:

1. Identificar un caso de aplicación real.
2. Aplicar el procedimiento de cálculo establecido en el manual.
3. Realizar un análisis comparativo entre los valores calculados y los correspondientes a casos de estudio reales.

5.1. Componentes de una PCH con tornillos de Arquímedes

En la figura 18 se puede observar que algunos de los elementos que constituyen una PCH con tornillo de Arquímedes coinciden con los ya estudiados en la sección 4.4.

El *tornillo de Arquímedes* es el componente de la instalación que permite recuperar la energía del fluido y transformarla en energía mecánica gracias a su rotación.

El *motorreductor* es la combinación de una caja reguladora de velocidad y un motor. Se pueden aprovechar altas velocidades de rotación para generar altos torques o viceversa. Los tornillos de Arquímedes generalmente tienen velocidades de rotación muy bajas con torques altos.

El *tablero de control* permite la conexión a la red eléctrica. En particular, contienen un inversor para adaptar la frecuencia de la corriente a la salida del generador hacia el consumidor.

La *esclusa de control de agua* permite regular el caudal que ingresa a la turbina y aísla el tornillo en caso de inundación.

La *rejilla para sólidos* en la entrada del tornillo bloquea los residuos más grandes que podrían dañar la turbina. Esta reduce la caída de presión debida al filtrado y reduce labores de mantenimiento.

El *canal de conducción* se encarga de dirigir el agua hacia la turbina.

La *canaleta* permite retener el agua proyectada por el tornillo durante su rotación. Cabe señalar que, en algunas centrales, el canal es un cilindro completamente cerrado ya que permite reducir considerablemente la contaminación acústica.

5. Metodología

El *By-pass* permite desviar parcial o totalmente el caudal que normalmente ingresa a la turbina. El porcentaje de caudal desviado será regulado por la esclusa de control.

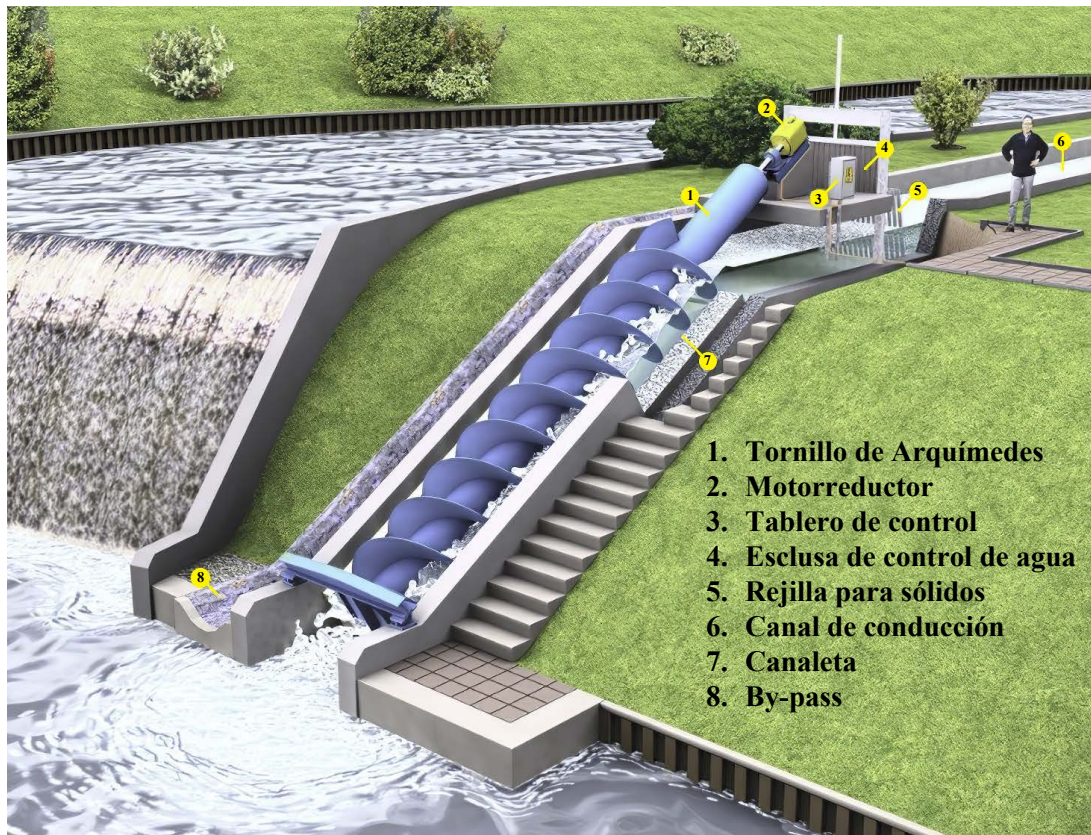


Figura 18: Componentes de una PCH con tornillo de Arquímedes. Adaptado de [79]

5.2. Principio de funcionamiento

El principio de funcionamiento de una turbina de Arquímedes es fundamentalmente diferente al de la mayoría de las turbinas hidráulicas. Es impulsada por las diferencias de presión que se desarrollan a través de las superficies del tornillo debido a los diferentes niveles de agua dentro del tornillo inclinado. Lo que produce la rotación del tornillo es básicamente el peso específico de un volumen de agua atrapado entre dos hélices consecutivas del tornillo, la canaleta, el eje y la superficie libre; [15,24,80]. El peso de este volumen de agua ejercerá presión del tipo hidrostática sobre las hélices del tornillo provocando a su vez el par motor T_t el cual se puede usar, mediante un generador, para producir energía eléctrica. La potencia mecánica entregada por el tornillo puede entonces expresarse como:

$$P_{mec} = T_t \cdot \omega \quad (4)$$

Mientras que la potencia disponible se define como:

$$P_h = Q \cdot H \cdot \rho \cdot g \quad (5)$$

La obtención del par se explicará detalladamente mas adelante. El rendimiento del tornillo viene dado por:

$$n_t = \frac{P_{mec}}{P_h} = \frac{T_t \cdot \omega}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H} \quad (6)$$

El rendimiento está directamente relacionado con las pérdidas de carga que inevitablemente se perderán en la turbina. Dichas perdidas se deben principalmente a fugas y fricción viscosa entre ciertas superficies del tornillo y el fluido (agua). Una vez mas, estas caídas de presión se describirán en las secciones subsiguientes.

5.3. Parámetros geométricos e hidráulicos

Los parámetros geométricos e hidráulicos de una turbina de Arquímedes influyen de manera directa en su rendimiento, por lo tanto, estos deben escogerse en función del lugar donde la turbina vaya a ser instalada y de los materiales disponibles para su construcción [13,20,81,82]. Algunos de los parámetros mas importantes de una turbina de Arquímedes se resumen en la tabla 6 y se ilustran en la figura 19:

5.3.1. Definiciones

Para este trabajo, se adoptarán algunas de las definiciones propuestas por Rorres [13] y que rezan lo siguiente:

Por “*celda*” se entiende como el volumen de agua contenida entre dos hélices consecutivas, el eje, la canaleta y la superficie libre y se puede denotar como V_C (ver figura 29). Se puede determinar el punto óptimo de llenado, mismo que corresponde al máximo nivel de agua antes de que esta se desborde por el eje. Cuando el nivel de agua se encuentra por debajo del punto óptimo se denomina llenado parcial; al contrario, cuando el nivel de agua supera este punto, se habla de sobrellenado.

Por “*un ciclo del tornillo*” se entiende como el segmento del tornillo cuya longitud es igual a su paso S .

5. Metodología

Tabla 6: Principales parámetros de una turbina de Arquímedes

Parámetro	Unidad	Descripción
R_i	[m]	Radio interno
R_e	[m]	Radio externo
S	[m]	Paso del tornillo
L	[m]	Longitud total del tornillo
L_R	[m]	Longitud roscada del tornillo
N	[-]	Número de hélices
β	[°]	Inclinación del tornillo
Q	m^3/s	Caudal
H	[m]	Salto de agua
h_{in}	[m]	Nivel de agua al ingreso
h_{sal}	[m]	Nivel de agua a la salida
n	min^{-1}	Velocidad de rotación del tornillo
ω	$\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$	Velocidad de rotación del tornillo

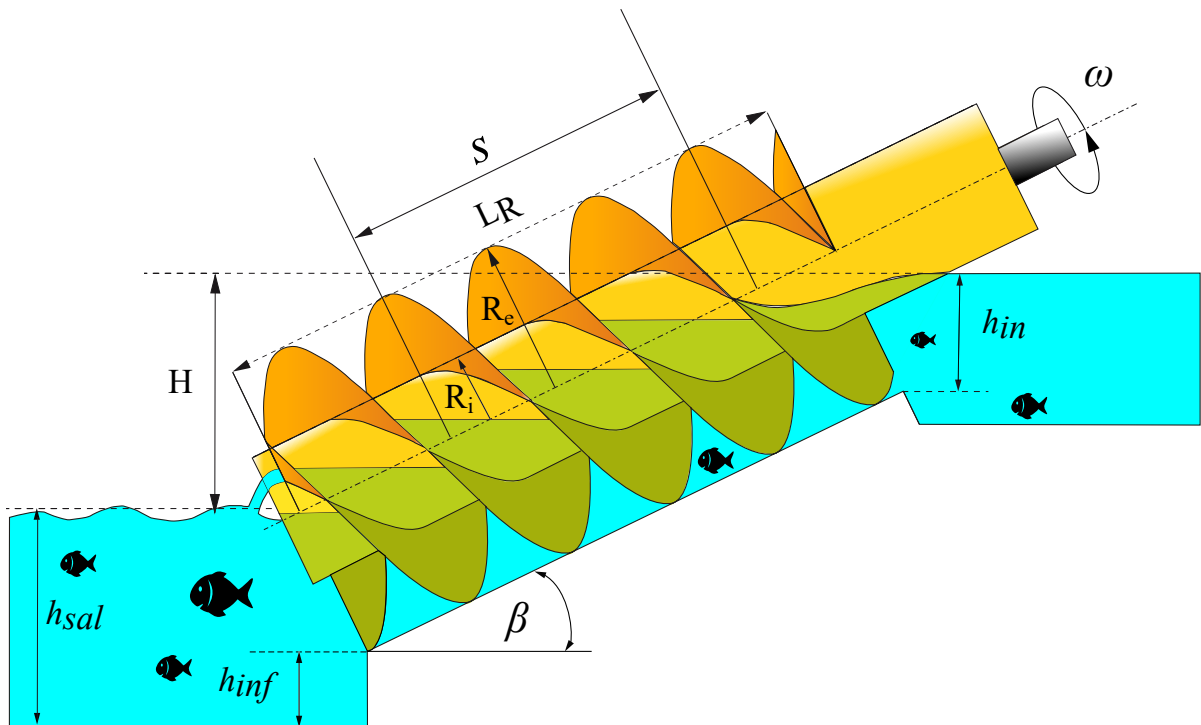


Figura 19: Detalle de los parámetros principales de una turbina de Arquímedes. Adaptado de [83]

5.4. Modelos geométricos, de caudal y potencia

En esta sección se hace un repaso de los principales estudios y modelos matemáticos que diferentes autores han propuesto respecto a parámetros geométricos, mecánicos e hidráulicos para el diseño de una turbina tipo tornillo de Arquímedes.

5.4.1. Geometría

La geometría de un tornillo de Arquímedes puede entenderse como un conjunto de helicoidales (hélices) enrollados alrededor de un eje central. Por conveniencia de cálculo, estas hélices deben modelarse mediante ecuaciones paramétricas, para ello, se emplean dos parámetros: $\varphi = 2\pi \cdot z/S$ y i que corresponde al número de hélice. Para la primera hélice, $i = 1$. Donde $\varphi \in [0, 2\pi]$ y $z \in [0, S]$. Así, para una vuelta del tornillo, la coordenada z se desplaza la distancia S . Según esto, una hélice está delimitada por dos helicoidales como se muestra en la figura 20. La primera helicoidal, correspondiente al perfil interno de la hélice, se parametriza por el sistema siguiente:

$$\begin{cases} x_i(\varphi, i) = R_i \cdot \cos \left[\varphi - (i - 1) \cdot \frac{2\pi}{N} \right] \\ y_i(\varphi, i) = R_i \cdot \text{sen} \left[\varphi - (i - 1) \cdot \frac{2\pi}{N} \right] \\ z_i(\varphi, i) = \varphi \cdot \frac{S}{2\pi} \end{cases} \quad (7)$$

La segunda helicoidal, correspondiente al perfil externo de la hélice, se parametriza por el sistema siguiente:

$$\begin{cases} x_a(\varphi, i) = R_e \cdot \cos \left[\varphi - (i - 1) \cdot \frac{2\pi}{N} \right] \\ y_a(\varphi, i) = R_e \cdot \text{sen} \left[\varphi - (i - 1) \cdot \frac{2\pi}{N} \right] \\ z_a(\varphi, i) = \varphi \cdot \frac{S}{2\pi} \end{cases} \quad (8)$$

siendo R_i , R_e , N y S los parámetros geométricos del tornillo. Con estos dos sistemas de ecuaciones es posible modelar cualquier TA.

5. Metodología

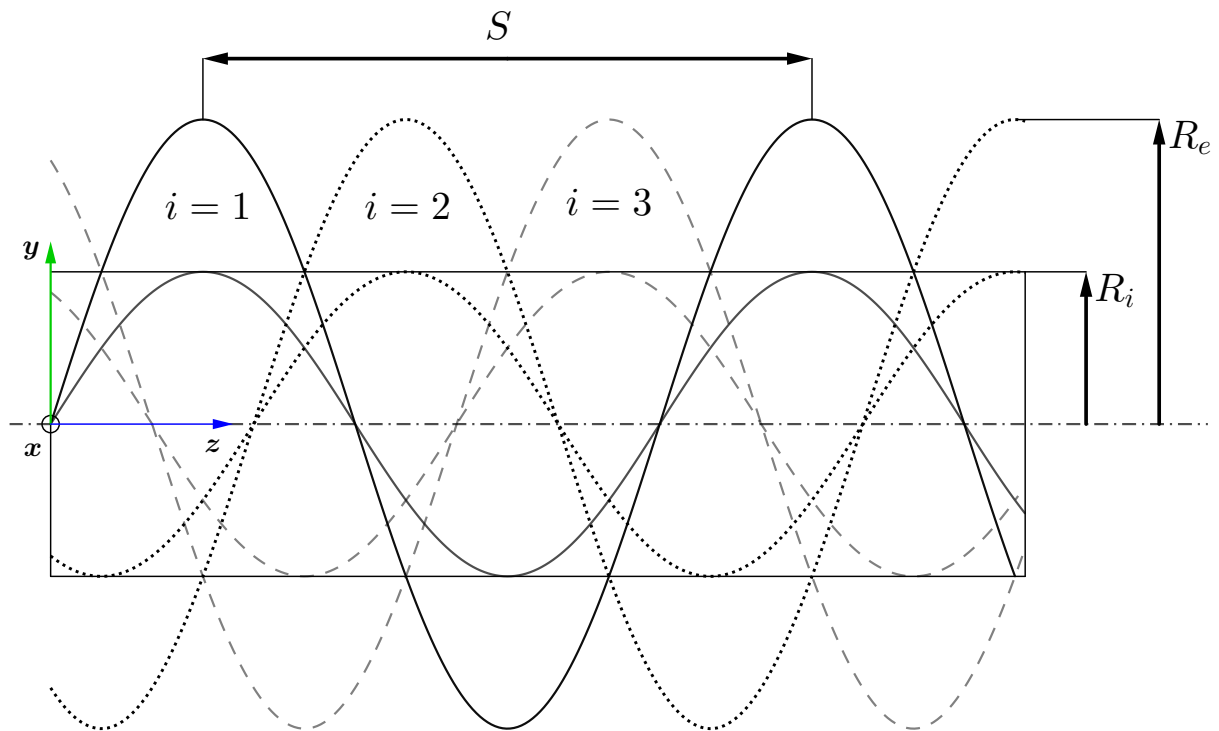


Figura 20: Proyección plana del perfil de un tornillo Arquímedes de tres hélices en el marco de referencia $(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

Brada y Radlik fueron los primeros en determinar los parámetros geométricos óptimos para una TA utilizando el método gráfico [84]. Posteriormente, Rorres [13] haría algo similar, esta vez empleando métodos numéricos. Aunque este último fuera en principio un método de optimización desarrollado para tornillos de Arquímedes que funcionan como una bomba, hoy en día se emplea de igual forma para tornillos de Arquímedes que funcionan como una turbina. Propone así maximizar el volumen de agua V_C modificando dos parámetros: el paso S y el diámetro interno D_i .

Finalmente, el modelo desarrollado por Rorres permite determinar con precisión los parámetros geométricos S y D_i del tornillo que permiten desplazar la mayor cantidad de agua posible por cada vuelta del mismo (ver tabla 7). Es importante mencionar que este método no tiene en cuenta la evolución de las diferentes caídas de presión, así, mientras mas agua fluya en una vuelta no necesariamente se obtendrá el mayor rendimiento.

La correlación óptima de radio ρ_R se expresa como:

$$\rho_R = \frac{R_i}{R_e} \quad (9)$$

Tabla 7: Parámetros geométricos óptimos de una TA de N número de hélices [13]

Número de hélices	Correlación óptima de radio	Correlación óptima de paso	Correlación óptima de volumen por vuelta
N	ρ_R	λ_S	λ_V
1	0.5358	0.1285	0.0361
2	0.5369	0.1863	0.0512
3	0.5357	0.2217	0.0598
4	0.5353	0.2456	0.0655
5	0.5352	0.2630	0.0696

y la correlación óptima de paso λ_S como:

$$\lambda_S = \frac{\tan \beta \cdot S}{\pi \cdot D_e} \quad (10)$$

De la misma manera que el trabajo desarrollado por Rorres, Dellinger et al. [85] propondrían un nuevo método para la optimización geométrica de los parámetros S y D_i . La correlación de paso λ_S usada para este nuevo método responde a la expresión:

$$\lambda_S = \frac{S}{D_e} \quad (11)$$

La tabla 8 muestra la comparación entre ambos estudios. Se puede observar que los valores obtenidos con los dos métodos son muy próximos entre sí.

Tabla 8: Comparación de parámetros geométricos óptimos del tornillo de Arquímedes de N número de hélices

Número de hélices	Correlación óptima de radio		Correlación óptima de paso	
	ρ_R	λ_S	ρ_R	λ_S
	Rorres	Dellinger	Rorres	Dellinger
2	0.5369	0.535	0.1863	0.18
3	0.5357	0.531	0.2217	0.21
4	0.5353	0.538	0.2456	0.215
5	0.5352	0.539	0.2630	0.265

5. Metodología

Yoosefdoost y Lubitz [86] plantearon un método sencillo para la estimación del diámetro externo D_e en base a las características de algunas plantas hidroeléctricas de tornillo de Arquímedes en funcionamiento mediante el planteamiento de ecuaciones empíricas. Según los autores, el diámetro externo se puede estimar con la expresión siguiente:

$$D_e = \psi^{-3/7} \cdot Q^{3/7} \quad (12)$$

donde ψ es una constante que toma el valor de 0.32918

5.4.2. Caudal, pérdidas de carga y otros factores hidráulicos

Yulistiyanto et al. [16] demostraron la existencia de una estrecha relación entre el ángulo de inclinación, el caudal y la eficiencia de una TA. Como se muestra en la figura 21, los autores determinaron que la máxima eficiencia ($\sim 62\%$) se daba con un caudal $Q = 0,0068 \text{ m}^3/\text{s}$ y un ángulo de inclinación $\beta = 35^\circ$ para una turbina de dos hélices y $\rho_R = 1,6R_e$.

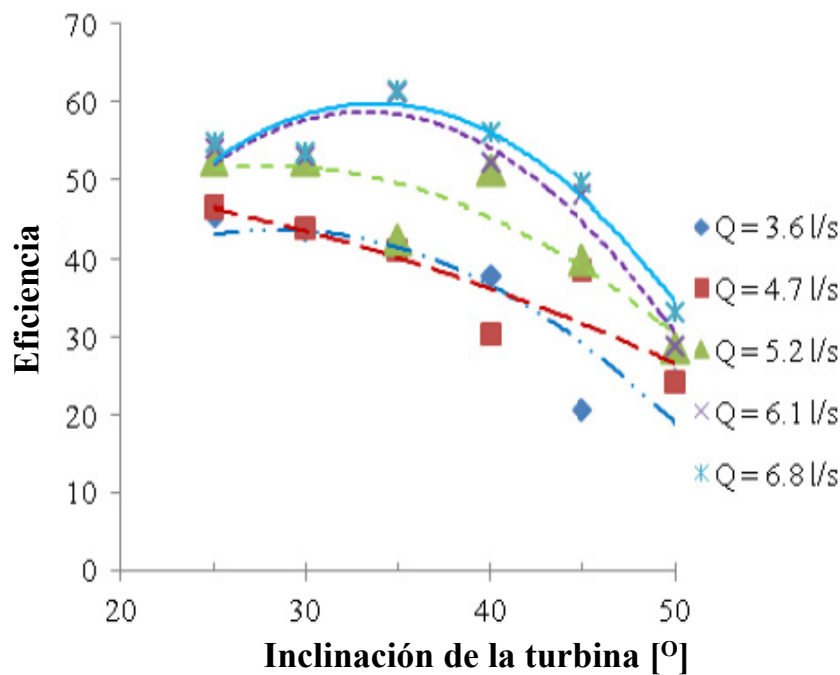


Figura 21: Relación entre el ángulo de inclinación y la eficiencia de una TA. Adaptado de [16]

Posteriormente, Nuernbergk y Rorres [81] establecieron que el caudal total Q que atraviesa el tornillo puede subdividirse en cinco componentes como se muestra en la figura 22, y son los siguientes:

- Q_n : caudal que genera el torque en el tornillo,
- Q_f : caudal que se filtra entre las hélices y la canaleta,
- Q_s : caudal que se pierde por sobrellenado,
- Q_{fr} : caudal que se pierde por fricción entre el agua y la superficie mojada de las hélices, y
- Q_c : caudal que se pierde cuando no existe una canaleta a lo largo del tornillo.

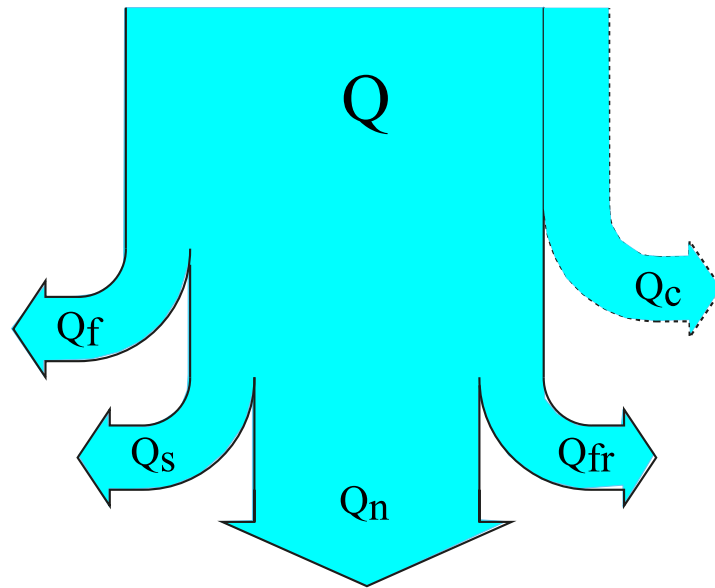


Figura 22: Descomposición de caudales que atraviesan un tornillo de Arquímedes. Adaptado de [83]

El caudal nominal Q_n es igual al volumen de agua que ingresa o que descarga la turbina en un ciclo del tornillo multiplicado por su velocidad de rotación. Esto se resume en la ecuación planteada por Weisbach [87]:

$$Q_n = N \cdot V_C \cdot \frac{n}{60} \quad (13)$$

De acuerdo con Muysken [81], es común que buena parte de los fabricantes europeos de TAs recomienden usar la siguiente expresión para determinar la máxima velocidad de rotación n :

5. Metodología

$$n_{max} = \frac{50}{D_e^{2/3}} \quad (14)$$

En la gran mayoría de TA, el tornillo no está directamente unido a la canaleta de contención, lo cual permite su libre rotación. Por lo tanto, existe una pequeña brecha entre el tornillo y la canaleta por donde se filtra cierto caudal denominado caudal de fuga Q_f . Un modelo para el caudal de fuga generalmente usado, es el propuesto por Nagel [88] y se expresa como:

$$Q_f = 2,5 \cdot A_b \cdot D_e^{1,5} \quad (15)$$

donde A_b , representado en en la figura 23, corresponde a la anchura de la brecha entre las hélices y la canaleta de contención y que, según el mismo autor, toma su mínimo valor cuando:

$$A_b = 0,0045 \cdot \sqrt{D_e} \quad (16)$$

Otro modelo del caudal de fuga, planteado por Muysken [89], expone lo siguiente:

$$Q_f = C_d \cdot A_b \cdot R_e \cdot \left(1 + \frac{A_b}{2R_e}\right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2\pi \cdot R_e}\right)^2} \cdot \left(\frac{2}{3}\alpha_1 + \alpha_2 + \frac{2}{3}\alpha_3\right) \cdot \sqrt{2g\delta h} \quad (17)$$

donde C_d es un coeficiente de contracción de descarga que puede tomar valores entre 0.65-1; los ángulos α_1 , α_2 y α_3 se muestran en la figura ; y δh que representa la diferencia de alturas entre *celdas* (ver figura 23) y responde a la expresión:

$$\delta h = \frac{S}{N} \cdot \sin \beta \quad (18)$$

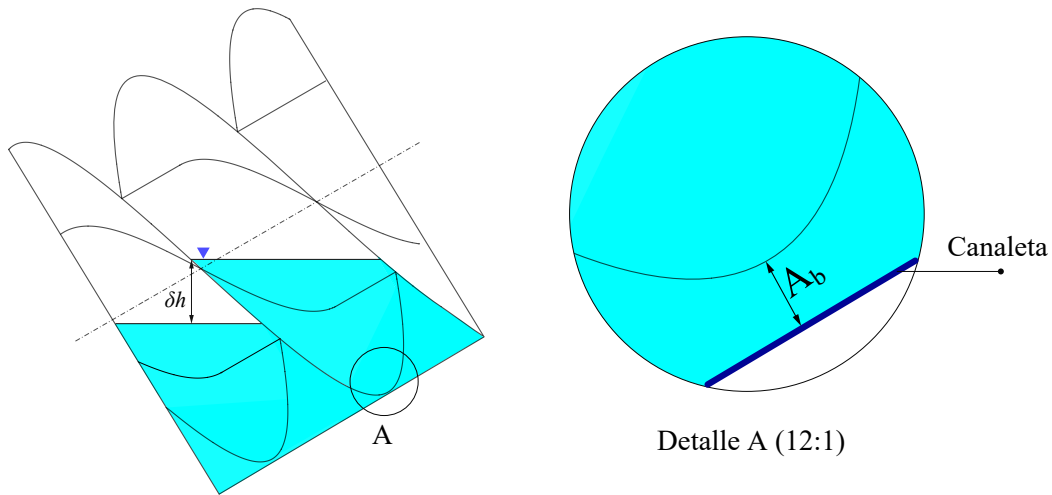


Figura 23: Vista detalle de la brecha entre las hélices y la canaleta de contención

El modelo de caudal de fuga propuesto por Lubitz [90], al igual que los modelos antes presentados, considera condiciones de flujo en estado estacionario. Lubitz derivó en lo siguiente:

$$Q_f = C \cdot A_b \cdot \left(l_m + \frac{l_1 + l_2}{1,5} \right) \cdot \sqrt{\frac{2g \cdot S}{N} \cdot \sin \beta} \quad (19)$$

donde C es un coeficiente de pérdidas hidráulicas cuyo valor, en la práctica, suele ser de 0.89. Los términos l_m , l_1 y l_2 pueden observarse en la figura 24.

5. Metodología

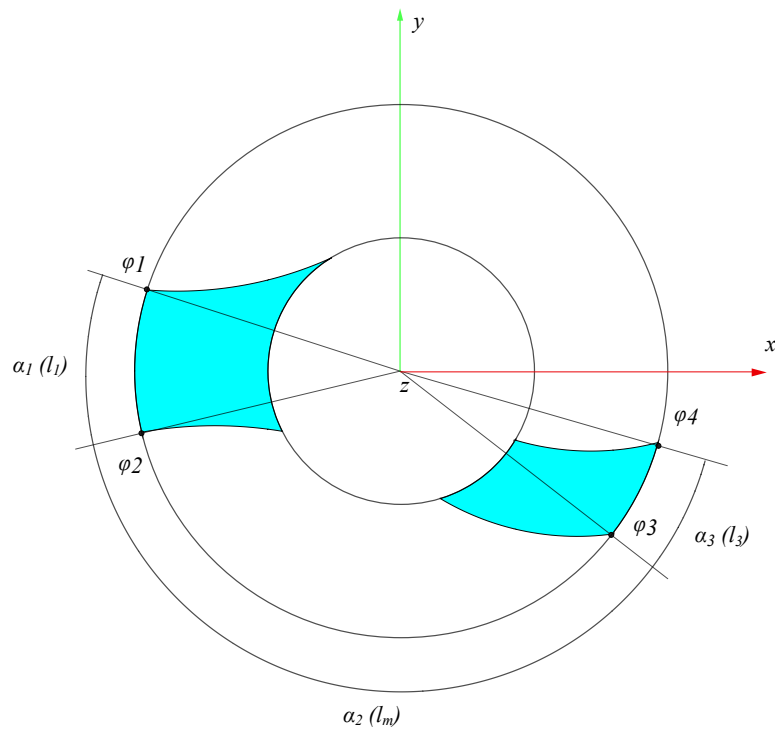


Figura 24: Representación de ángulos y longitudes que conforman la brecha de fuga: Muysken (Lubitz).

En contra parte, Kozyn [91] desarrolló un estudio experimental con el cual demostró que los modelos de caudal de fuga propuestos por Lubitz [21] y Nagel [88] fallaron al predecir los patrones de caudal de fuga a diferentes velocidades de rotación para el estudio en mención, esto se ilustra en la figura 25.

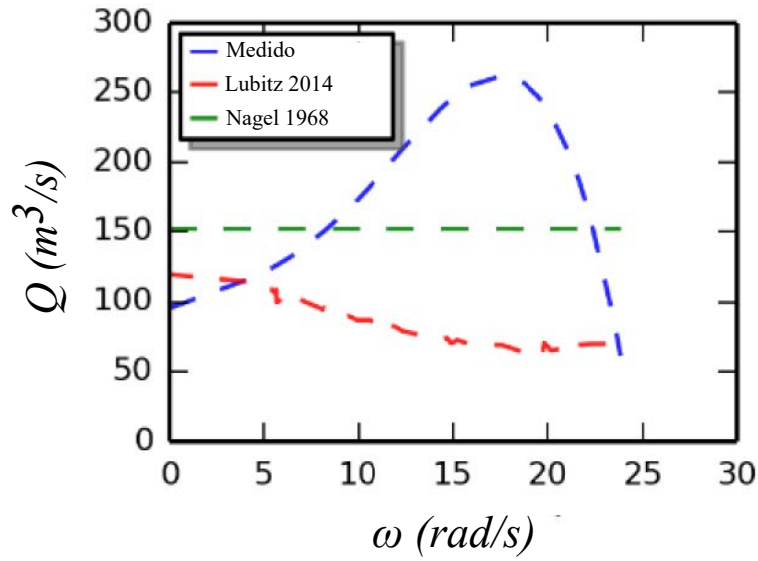


Figura 25: Comparación del caudal de fuga medido con los modelos de Lubitz [21] y Nagel [88] . Adaptado de [91]

El caudal de sobrellenado Q_s aparece cuando el nivel de agua en las *celdas* supera la capacidad que la geometría de estos es capaz de contener; Siswantara et al. [23] realizó un experimento concluyendo que el caudal de sobrellenado no afecta significativamente a la eficiencia del tornillo. Cuando el agua sobrepasa el eje central, cierta cantidad de agua se desborda a la siguiente celda. El caudal de sobrellenado Q_s se formuló en primera instancia por Ainger [92] y posteriormente se usaría en estudios realizados por Nuernbergk y Rorres [81] y Lubitz et al. [21]. El modelo de Ainger propone que el caudal de sobrellenado Q_s puede ser determinado como:

$$Q_s = \frac{4}{15} \cdot \phi \cdot \sqrt{2g} \cdot \left(\frac{1}{\tan \beta} + \tan \beta \right) \cdot (z_{na} - z_{max})^{5/2} \quad (20)$$

donde ϕ es un coeficiente que normalmente toma el valor de 0.537.

Songin y Lubitz [93] sugirieron mas tarde extender la ecuación 20 a fin de no despreciar los efectos de esfuerzos cortantes en la superficie mojada. Este modelo funciona para tornillos a escala usados en laboratorios, se observa que el caudal de sobrellenado será nulo cuando las celdas del tornillo tengan el nivel de agua óptimo:

5. Metodología

$$\frac{Q_s}{Q} = \begin{cases} 1,085 \cdot \left(\frac{\frac{4}{15} \cdot \phi \cdot \sqrt{2g} \cdot \left(\frac{1}{\tan \beta} + \tan \beta \right) \cdot (z_{na} - z_{max})^{5/2}}{Q} \right) & l > 1 \\ 0 & l \leq 1 \end{cases} \quad (21)$$

El caudal Q_{fr} es considerado, según algunos autores [81], como despreciable; otros autores sugieren la existencia de una estrecha relación entre la rugosidad de la superficie mojada y el rendimiento de la turbina [26]. Respecto al tema, se requieren mas estudios.

Simmons et al. [94] demostraron a través de estudios mediante el método CFD que la rugosidad de la superficie de las hélices tiene un impacto significativo en las pérdidas de potencia debido a la fricción, así como en fugas por sobrellenado. Se sugiere que el material empleado en la fabricación de las hélices posea un coeficiente de Manning que bordee el valor $n_r = 0,014$

El caudal Q_c se puede despreciar siempre y cuando exista una canaleta de contención que envuelva cierta longitud de la circunferencia del tornillo como se ilustra en la figura 26. Finalmente, el caudal total Q puede expresarse como:

$$Q = Q_n + Q_f + Q_s \quad (22)$$

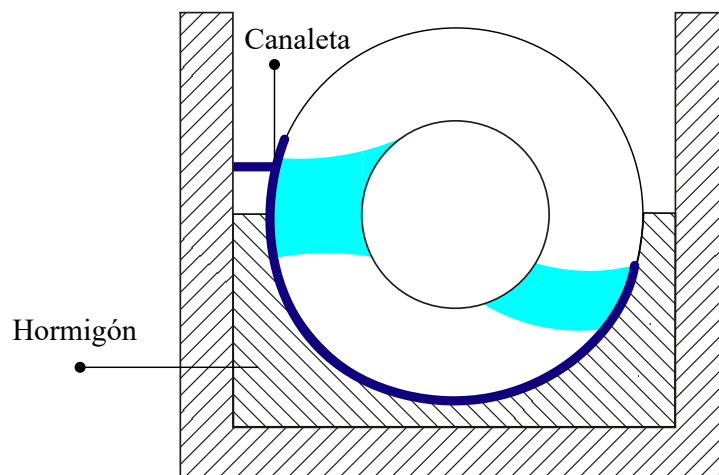


Figura 26: Tornillo con canaleta de contención y base de hormigón

Las condiciones hidráulicas a la entrada y salida de la turbina son determinantes en el funcionamiento de esta [95]. En este sentido, los autores Nuernbergk y Rorres [81]

desarrollaron también un modelo analítico para determinar las condiciones hidráulicas del agua a la entrada de un tornillo, h_{in} (ver figura 19), que permitieran alcanzar el máximo rendimiento sea cual fuere su geometría cuando cada *celda* se encuentra lleno de manera óptima con el volumen V_C . Para ello se establece la siguiente expresión:

$$h_{in} = h_2 + \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{Q}{h_2 \cdot b_2} \right)^2 \cdot \left[1 + \zeta - \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 \right] \quad (23)$$

donde ζ es el factor de perdidas hidráulicas y responde a la expresión:

$$\zeta = \left(\frac{V_t \cdot \pi \cdot R_e}{\kappa \cos \beta \cdot b_2} - 1 \right)^2 \quad (24)$$

siendo κ una medida adimensional de altura:

$$\kappa = \frac{h_3}{R_i} \quad (25)$$

Asimismo, Nuernbergk [96] definió la altura de inmersión inferior como:

$$h_{sal} = \left(\frac{D_e + D_i}{2} \right) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{S \cdot \tan(\beta)}{\pi \cdot D_i} \right)^2} \cdot \cos(\beta) - \frac{S}{N} \cdot \sen(\beta) + h_{inf} \quad (26)$$

Por otra parte, la inmersión I de un tornillo se define por:

$$I = \frac{h_{sal} - h_1}{2 \cdot R_i \cdot \cos(\beta)} \quad (27)$$

donde, h_1 es la altura indicada en la figura 19.

5.4.3. Potencia y rendimiento

El primer intento contemporáneo para modelar la producción de potencia del tornillo de Arquímedes surgió de los estudios desarrollados por Müller y Senior [15] quienes propusieron un modelo simplificado de la geometría de la turbina asumiendo que los planos helicoidales eran superficies bidimensionales (ver figura 27). Este modelo asume que la presión hidrostática debida a el agua atrapada entre dos planos adyacentes, o celdas, genera la rotación del tornillo. El peso del agua atrapada crea una fuerza de presión hidrostática

5. Metodología

a través de las superficies del plano, generando un par de torsión. El modelo de Müller y Senior asume condiciones de flujo de estado estacionario cuasi estáticas y desprecia las pérdidas de energía hidráulica. Además, se desprecian las pérdidas mecánicas por fricción del movimiento de rotación. No obstante, en el modelo sí se consideran las fugas de caudal entre las hélices del tornillo y el canal de contención Q_f para lo cual emplean el modelo empírico propuesto por Nagel [88].

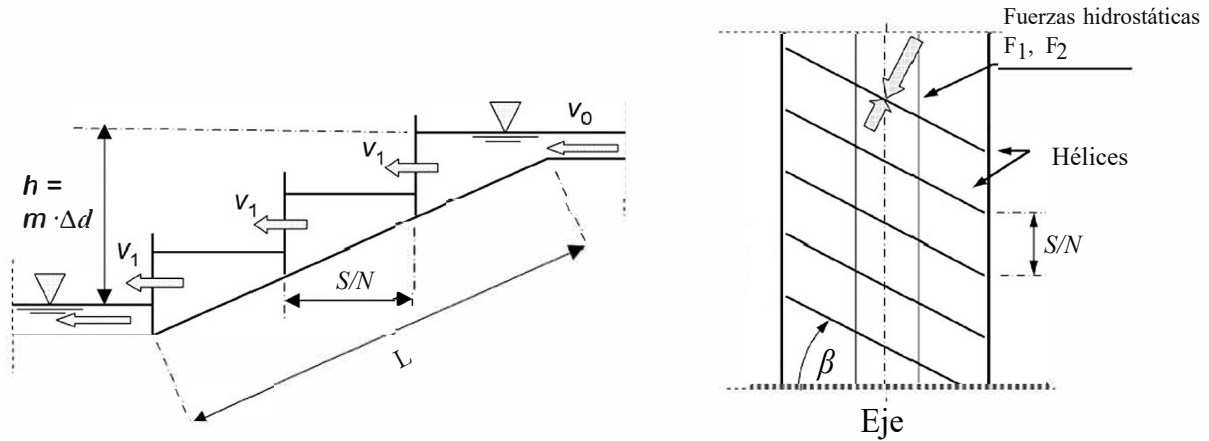


Figura 27: Sección transversal simplificada de un tornillo de Arquímedes. Adaptado de [15]

El modelo de potencia hidráulica de Müller y Senior se expresa como:

$$P_{hid} = \rho \cdot g \cdot d_0 \cdot V_0 \cdot m \cdot \Delta d \quad (28)$$

donde d_0 , v_0 y Δd se ilustran en la figura 28; y m corresponde al número de hélices (N).

Mientras que el modelo de potencia mecánica está dado por:

$$P_{mec} = m \cdot F_{hid} \cdot V_1 \quad (29)$$

donde F_{hid} se expresa como:

$$F_{hid} = \frac{(d_0 + \Delta d)^2 - d_0^2}{2} \cdot \rho \cdot g \quad (30)$$

donde d_0 y Δd se muestran en la figura 28.

Finalmente, la eficiencia teórica del tornillo η encuentra su expresión en:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{hid}} \quad (31)$$

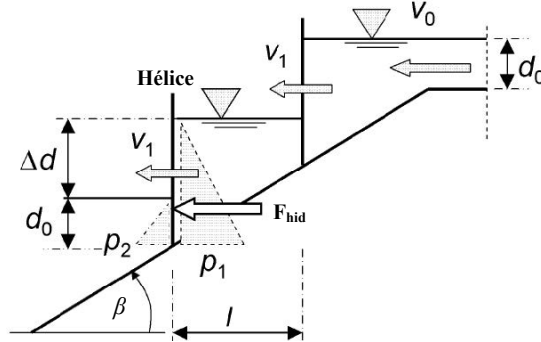


Figura 28: Diagrama de fuerzas que actúan en cada hélice del tornillo. Adaptado de [15]

Mas tarde, Lyons et al [20] crearon un modelo de rendimiento más completo, basado en los mismos principios de funcionamiento hidrostático planteado por Müller y Senior, pero teniendo en cuenta la geometría tridimensional del tornillo. El cálculo de las complicadas geometrías tridimensionales requería métodos informáticos. Al igual que Müller y Senior, el modelo de Lyons asumió condiciones de flujo de estado estacionario cuasi-estáticas que desprecian perdidas de energía.

Modificando el modelo propuesto por Lyons et al, Lubitz et al [21], propuso también un modelo matemático para estimar la potencia suministrada por el tornillo. Para ello, los autores deducen que la fuerza responsable de generar la rotación del tornillo es debida a la presión hidrostática ejercida sobre las superficies del tornillo producto del agua contenida entre dos hélices consecutivas. Este volumen de agua, denominado *celda* y que se ilustra en la figura 29, se puede expresar como:

$$V_C = \frac{S}{\cos\beta} \cdot \left(\frac{\Delta d}{2} + d_0 \right) \quad (32)$$

Por lo tanto, la potencia hidráulica máxima disponible sería:

$$P_{hid} = \rho \cdot g \left(\frac{V_C \cdot U}{S} \right) \cdot \Delta d \quad (33)$$

donde U es la velocidad en m/s a la que se mueven las hélices a lo largo de la canchales

5. Metodología

de contención.

A fin de no simplificar de sobremanera las condiciones de funcionamiento del tornillo, los autores proponen incorporar dos nuevos parámetros como son el torque T y la velocidad de rotación ω , con ello se pretende emular las condiciones de un tornillo en estado operativo. Entonces, la potencia mecánica se expresaría como:

$$P_{mec} = T_{total} \cdot \omega \quad (34)$$

donde T_{total} corresponde al torque total generado en por el tornillo y responde a la ecuación:

$$T_{total} = \int_{r=R_i}^{r=R_e} \int_{\theta=0}^{\theta=2\pi} dT \cdot \frac{L_R \cdot N}{S} \quad (35)$$

y el rendimiento se describiría como:

$$\eta_t = \frac{T_{total} \cdot \omega}{\rho \cdot g \cdot H \cdot Q} \quad (36)$$

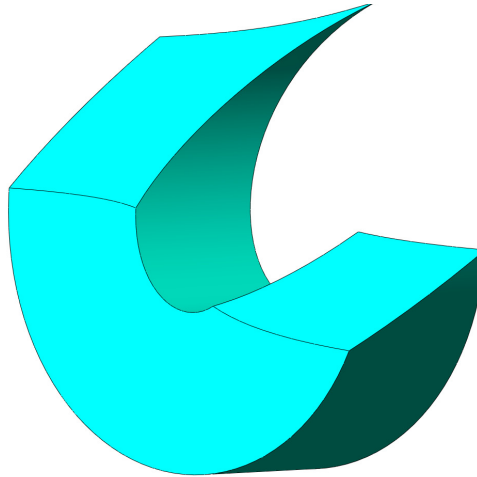


Figura 29: Representación del volumen de agua contenida entre dos hélices consecutivas

Nuernbergk [17] propone un modelo teórico para determinar la eficiencia del tornillo teniendo en cuenta todas las caídas de presión presente en un tornillo de Arquímedes.

Este modelo toma en consideración las pérdidas debidas a la fricción viscosa y fugas de caudal. Las potencias perdidas se descomponen como se sigue:

- P_{al} Potencia perdida por el rozamiento viscoso entre la canaleta de contención y el agua.
- $P_{f,p}$ Potencia perdida por la fricción viscosa entre las hélices del tornillo y el agua.
- P_f Potencia perdida por el flujo de fuga entre el canal y hélices.
- $P_{f,n}$ Potencia perdida por la fricción viscosa entre el núcleo de tornillo y el agua.
- P_s Potencia perdida por el flujo de fuga de sobrellenado.

Por tanto, Nuernbergk [17] señala que el rendimiento del tornillo será:

$$\eta = 1 - \frac{P_{al} + P_{f,p} + P_f + P_{f,n} + P_s}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H} \quad (37)$$

El modelo de potencia propuesto por Nuernbergk [17] ofrece una buena aproximación a la eficiencia que podría obtenerse con TA cuando está cerca del punto de llenado óptimo. Además, este modelo demostró que era necesario tener en cuenta la fricción viscosa para obtener resultados coherentes. Las pérdidas de presión en un tornillo de Arquímedes se deben al flujo de fuga entre la cubeta y las hélices y la fricción viscosa entre las hélices del tornillo y el agua. Nuernbergk concluiría que cuanto mayor sea la velocidad de rotación del tornillo, mayor será la fricción entre el fluido, las hélices y el eje central.

Dellinger [22] desarrolla un nuevo modelo para optimizar el rendimiento del tonillo de Arquímedes en condiciones hidráulicas reales y con diferentes configuraciones. Implementa un método numérico para determinar el volumen de un balde de agua y otro para determinar el par proporcionado por el tornillo de Arquímedes además toma en cuenta todas las pérdidas de potencia dentro de un tornillo según lo propuesto por Nuernbergk [17], sino también la evolución del nivel de llenado de un tornillo como en el trabajo de Lubitz et al. [21]. Considerando coordenadas cilíndricas, el volumen de agua contenido entre dos hélices consecutivas se puede calcular con la siguiente expresión:

$$V_C = \int_0^{2\pi} A_h(k) dk \quad (38)$$

5. Metodología

donde $A_h(k)$ representa la superficie mojada de una hélice.

Asimismo, Dellinger plantea que el torque ejercido en una hélice del tornillo responde a la ecuación:

$$T = \int_{R_i}^{R_e} \left(\int_{\varphi_e(r)}^{\varphi_i(r)} r^2 \cdot \text{sen}(\alpha_r) \cdot P(\varphi, r) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2\pi \cdot r} \right)^2} d\varphi \right) dr \quad (39)$$

Por lo tanto, el torque global del tornillo es:

$$T_{total} = T \cdot \frac{L_R \cdot N}{S} \quad (40)$$

Uno de los puntos que aborda Dellinger en su trabajo es el de optimización del tornillo que permita obtener el máximo valor de volumen V_C que el tornillo pueda desplazar por cada giro. Estos valores óptimos se son comparados con otros valores que fueron obtenidos previamente por Rorres [13] y se muestran en la tabla.

Tabla 9: Parámetros geométricos para torque y volumen de un tornillo óptimos [13]

Número de hélices	Correlación de radio		Correlación de paso	
	ρ_R^*		λ_S^*	
	<i>Optimización de volumen</i>	<i>Optimización de torque</i>	<i>Optimización de volumen</i>	<i>Optimización de torque</i>
	Rores	Dellinger	Rorres	Dellinger
2	0.5369	0.531	0.1863	0.186
3	0.5357	0.528	0.2217	0.217
4	0.5353	0.531	0.2456	0.246
5	0.5352	0.533	0.263	0.263

Finalmente, los valores obtenidos utilizando el nuevo modelo teórico propuesto por Dellinger [22] se confrontan luego con los resultados experimentales obtenidos utilizando un dispositivo diseñado e instalado en el INSA.³

Dellinger et al. [97] establecen además que la eficiencia del tornillo se puede determinar con la siguiente expresión:

³The Institut National des Sciences Appliquées de Strasbourg; en español: Instituto nacional de ciencias aplicadas de Estrasburgo, Francia.

$$\eta = \frac{T_{total} \cdot \omega}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H} \quad (41)$$

5.4.4. Pérdidas de potencia

Las pérdidas de potencia pueden agruparse como sigue [98]:

Pérdidas de potencia **por fricción en los rodamientos** que depende mayoritariamente de las cargas aplicadas y la velocidad de rotación del tornillo.

Pérdidas de potencia **por fricción hidráulica** debido al contacto que el agua mantiene con la canaleta de contención, las hélices y el eje central.

Pérdidas de potencia **por expansión** producido por el cambio de geometría entre la salida del tornillo y el canal inferior.

Pérdidas de potencia **por inmersión** de la parte inferior del tornillo, esto se puede observar en la figura 46. A medida que la parte inferior del tornillo se sumerge, hay una pérdida de potencia debido, principalmente, a que el salto de agua H disminuye.

Los métodos para calcular estas pérdidas con una mayor precisión son actualmente un área de investigación de los tornillos de Arquímedes.

5.5. Diseño mecánico

5.5.1. Análisis de las hélices

Se realizó un estudio de carácter estático a fin de determinar los esfuerzos a los se encuentran sometidas las hélices mediante el uso de un software de análisis por el método de elementos finitos. Para tal fin, se consideró una turbina con las siguientes características (turbina *TA10 3-720* de la tabla 15):

- $\beta = 22^\circ$
- $Q = 0,75m^3/s$
- $H = 4m$
- $D_e = 1,44m$

5. Metodología

La figura 30 muestra que el esfuerzo máximo de entre las tres hélices toma un valor aproximado de 7.63 MPa . Se empleó parámetros de mallado *Jacobian Ratio* y un mallado del tipo tetraédrico, pues este tipo de mallado presenta una mejor adaptabilidad a la compleja morfología de la turbina. Las características de la turbina y de mallado se replicarán además en los estudios subsiguientes.

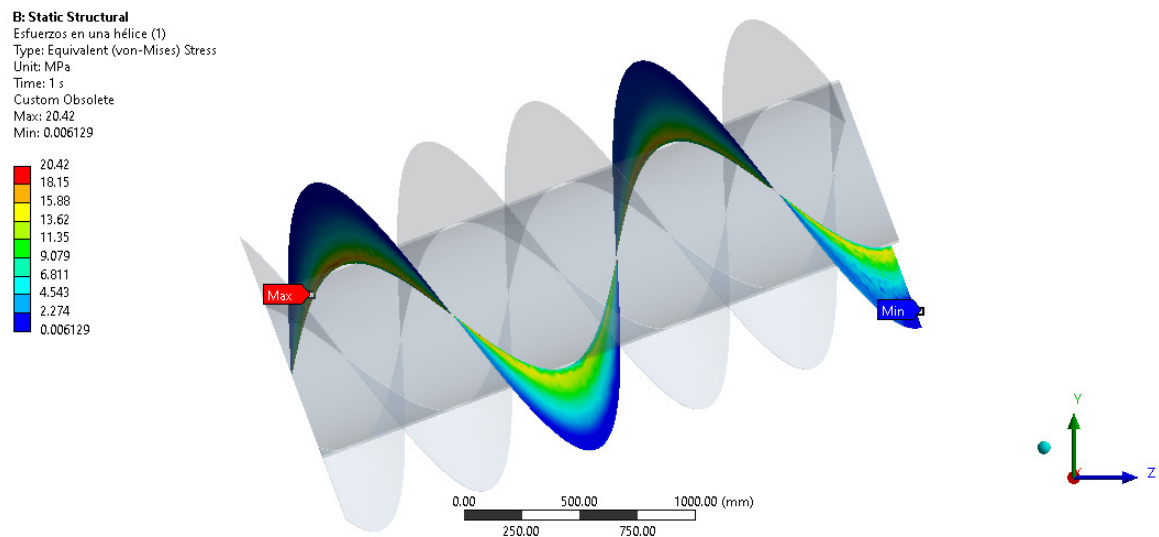


Figura 30: Esfuerzos resultantes en la periferia de una hélice (1)

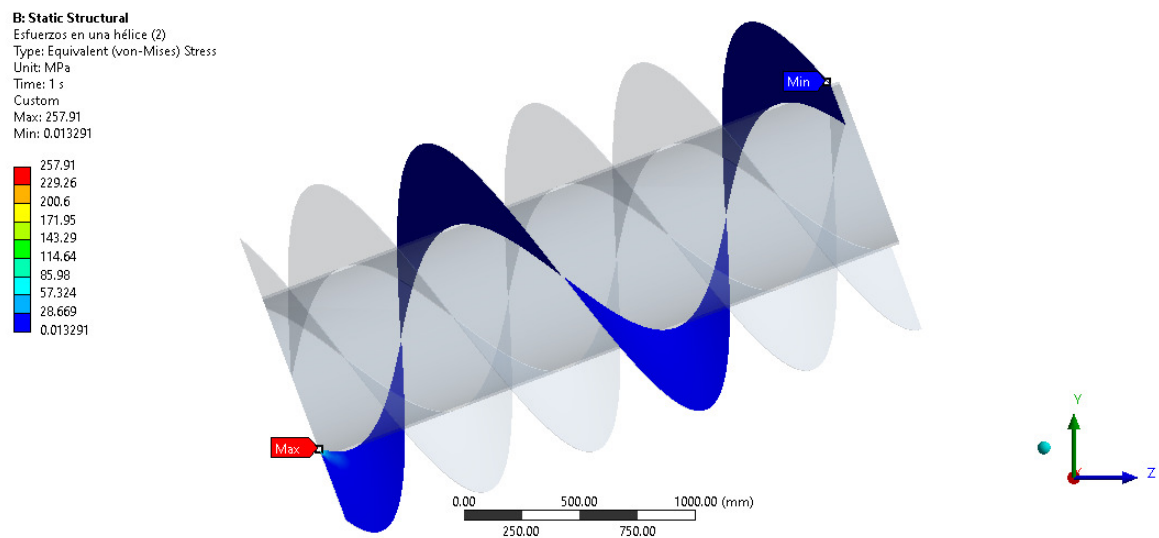


Figura 31: Esfuerzos resultantes en la periferia de una hélice (2)

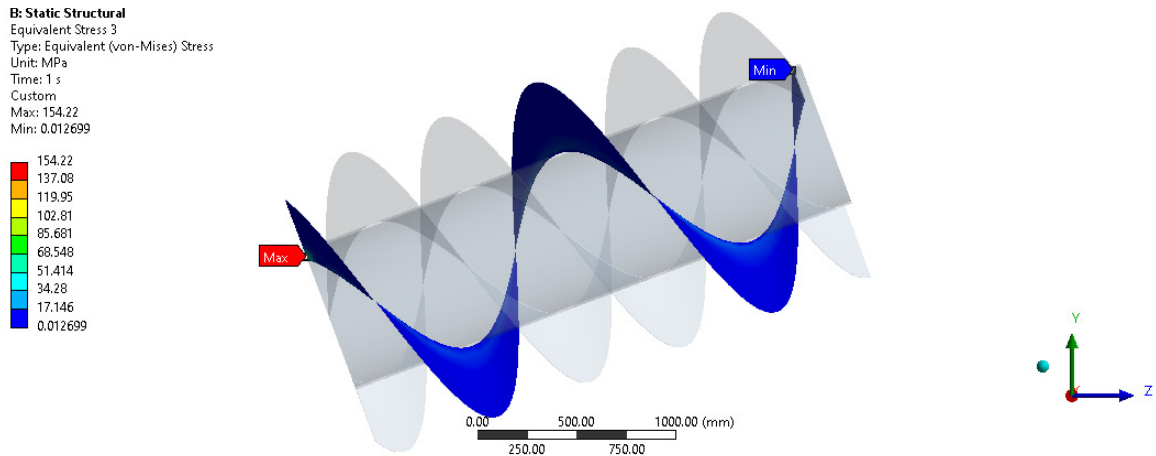


Figura 32: Esfuerzos resultantes en la periferia de una hélice (3)

5.5.2. Análisis de la unión entre las hélices y el eje central

El análisis por el método de elementos finitos realizada muestra que el esfuerzo máximo en la unión entre las hélices y el eje central será de alrededor de 198 MPa como se muestra en la figura 35. Las figuras 33 y 34 muestran el análisis de la unión hélice-eje central restantes. Cabe señalar que en la zona donde este esfuerzo máximo se presenta existen aristas vivas.

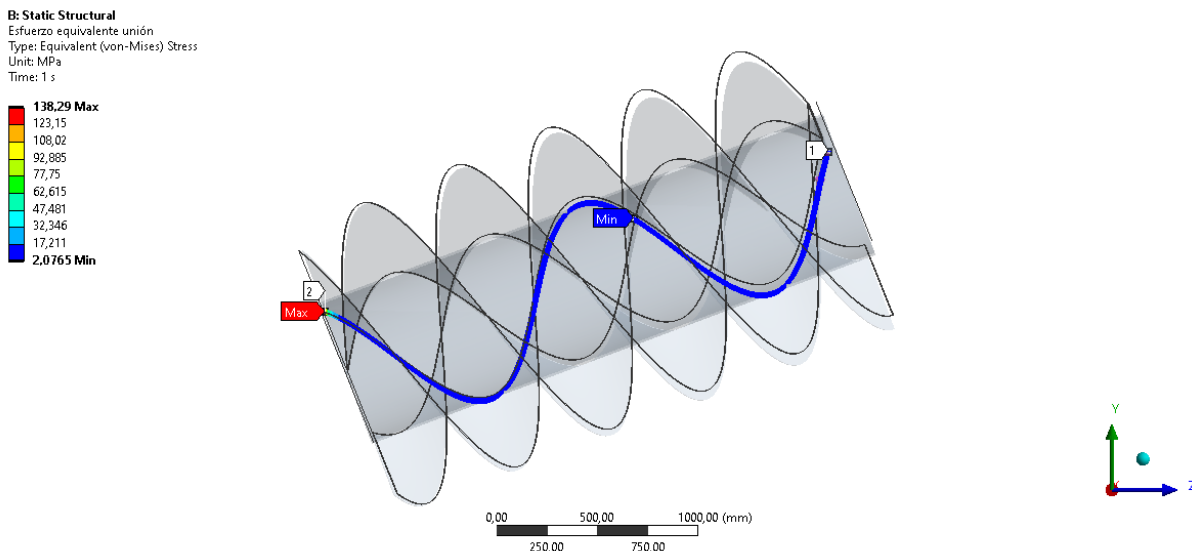


Figura 33: Esfuerzos resultantes en la unión entre el eje central y las hélices (1)

5. Metodología

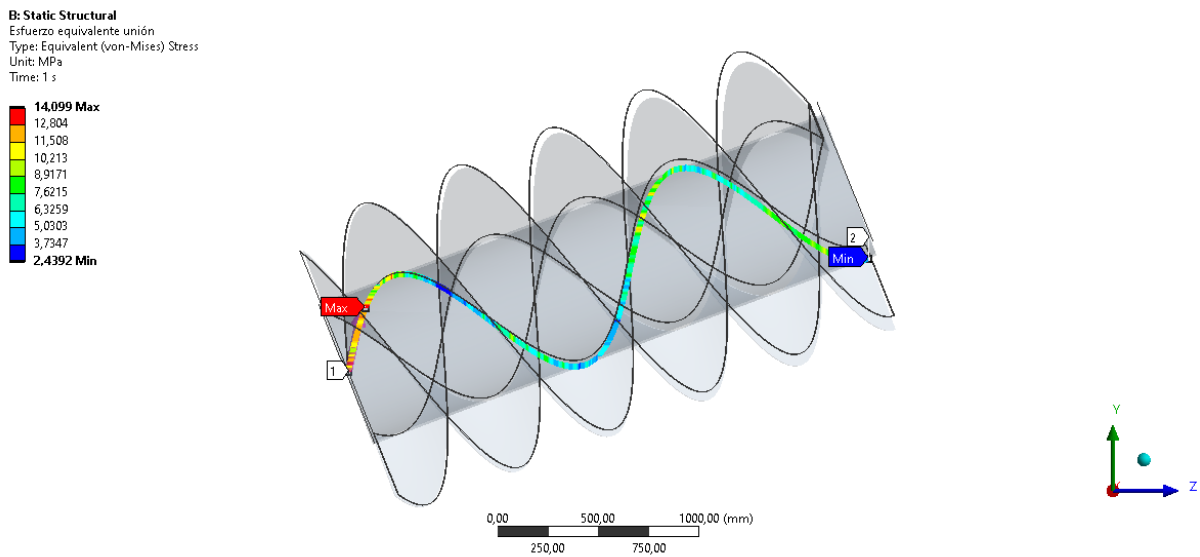


Figura 34: Esfuerzos resultantes en la unión entre el eje central y las hélices (2)

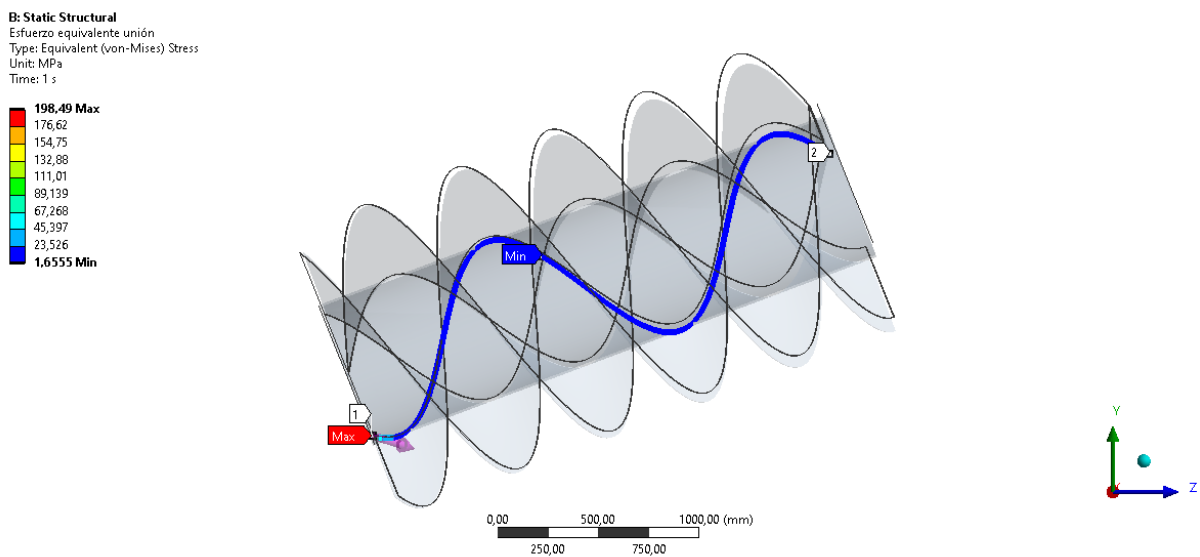


Figura 35: Esfuerzos resultantes en la unión entre el eje central y las hélices (3)

5.5.3. Análisis de los ejes laterales

Es posible observar que el eje lateral superior mostrado en la figura 37 está sometido a menores esfuerzos en comparación al eje lateral inferior mostrado en la figura 36. Es importante tener

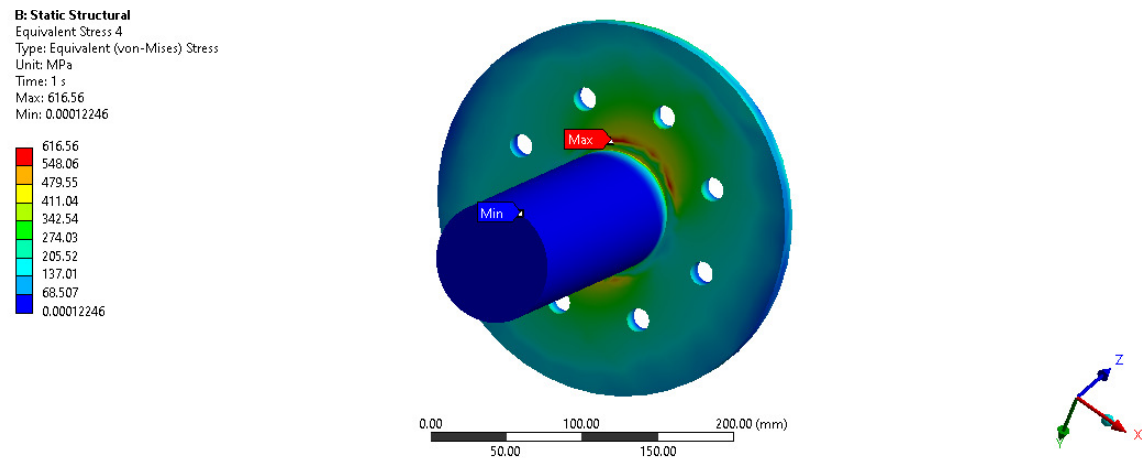


Figura 36: Esfuerzos resultantes en el eje lateral inferior

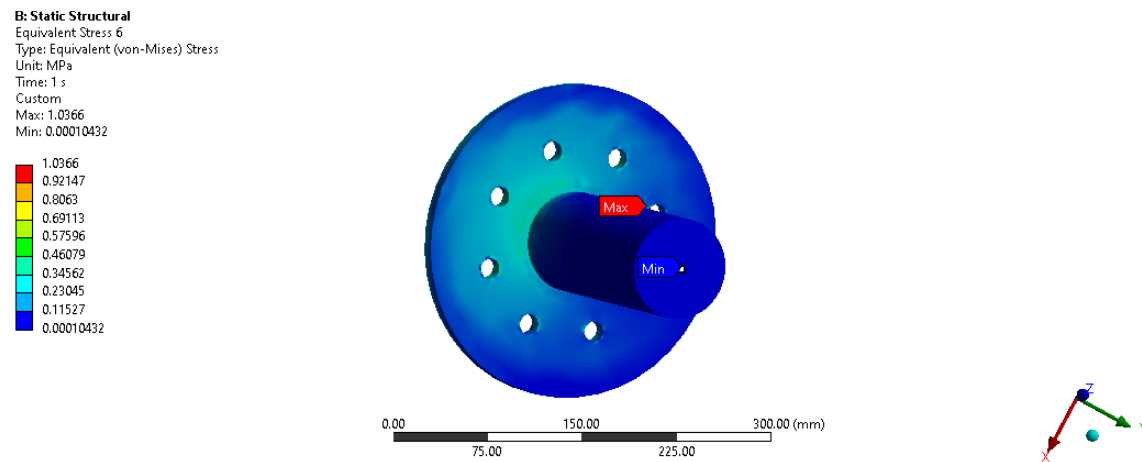


Figura 37: Esfuerzos resultantes en el eje lateral superior

5.5.4. Análisis de tapas laterales

Se observa en la figura 38 que el esfuerzo máximo al que estará sometida la tapa inferior deberá ser capaz de resistir al menos 619 MPa no así la tapa superior que se muestra en la figura 39 la cual esta sometida a no mas de 1 MPa .

5. Metodología

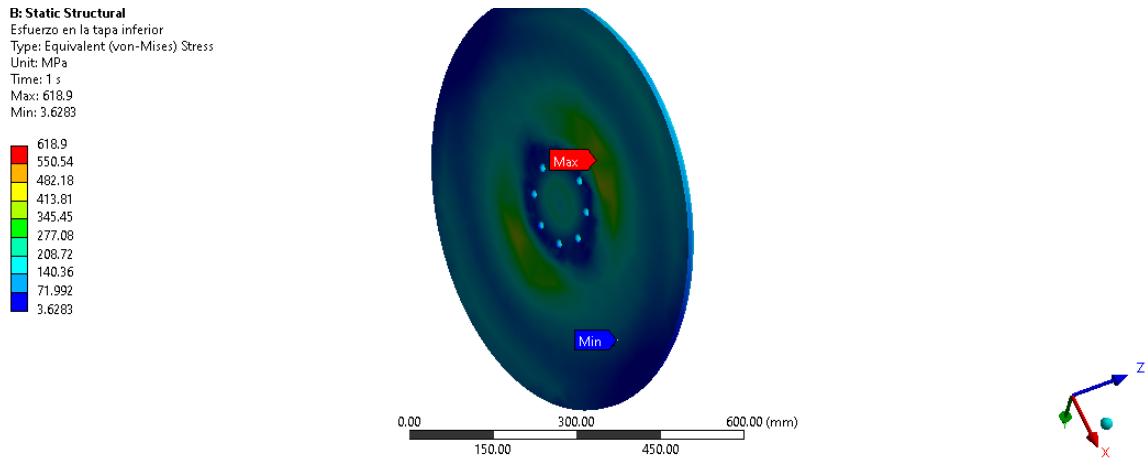


Figura 38: Esfuerzos resultantes en la tapa lateral inferior

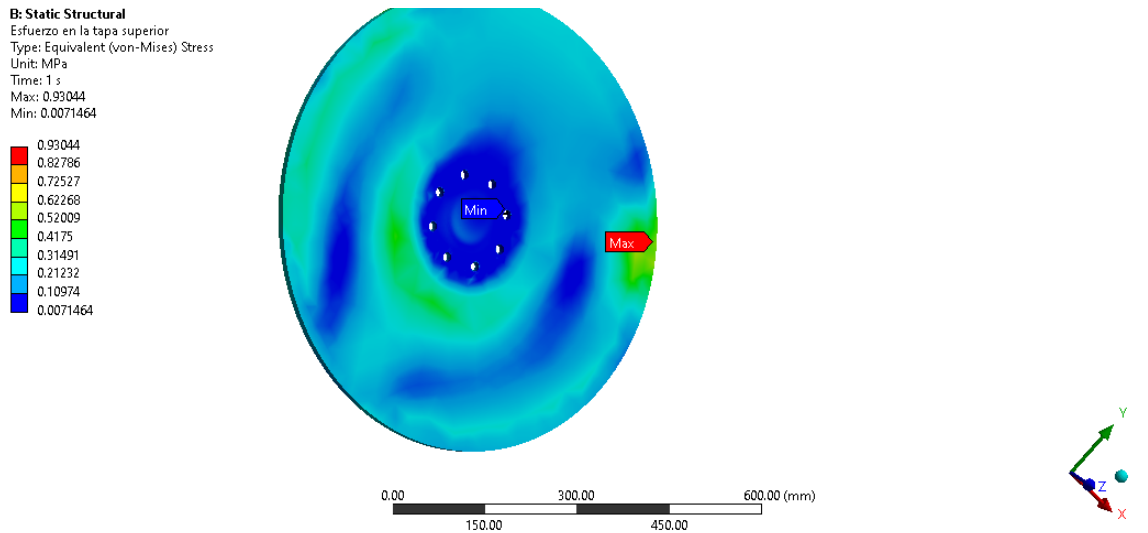


Figura 39: Esfuerzos resultantes en la tapa lateral superior

5.5.5. Análisis de uniones apernadas

La figura 40 muestra que la presión máxima en la unión apernada inferior supera los 560 *MPa*. Este dato es de fundamental importancia pues guiará a la correcta selección de los pernos para estos elementos. La figura 41 muestra que la presión en la unión apernada superior no supera a 1 *MPa*.

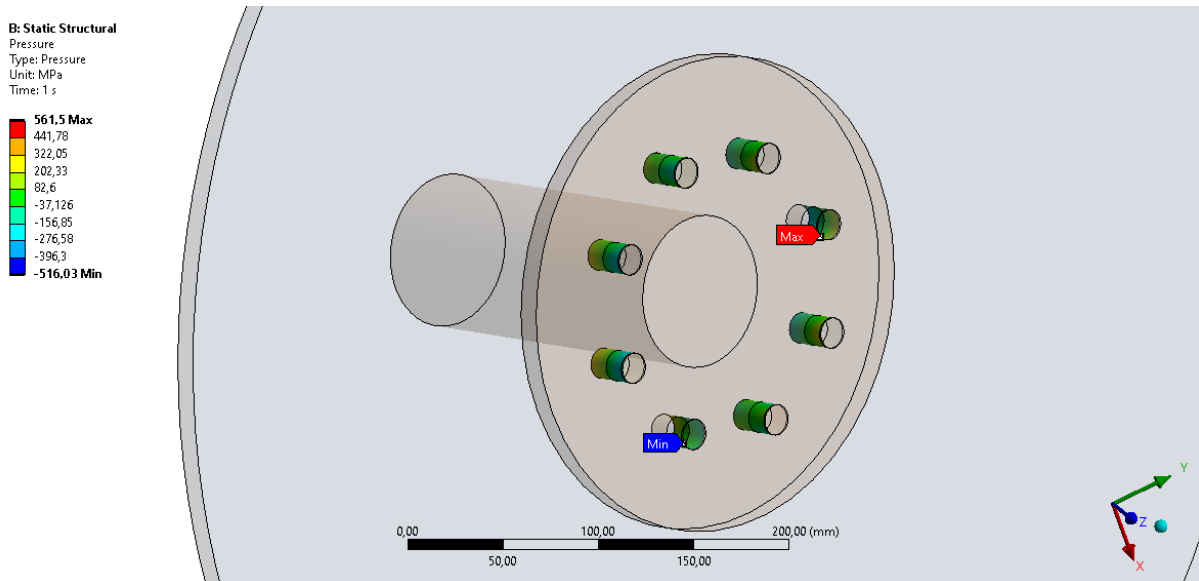


Figura 40: Esfuerzos resultantes en la unión apernada inferior

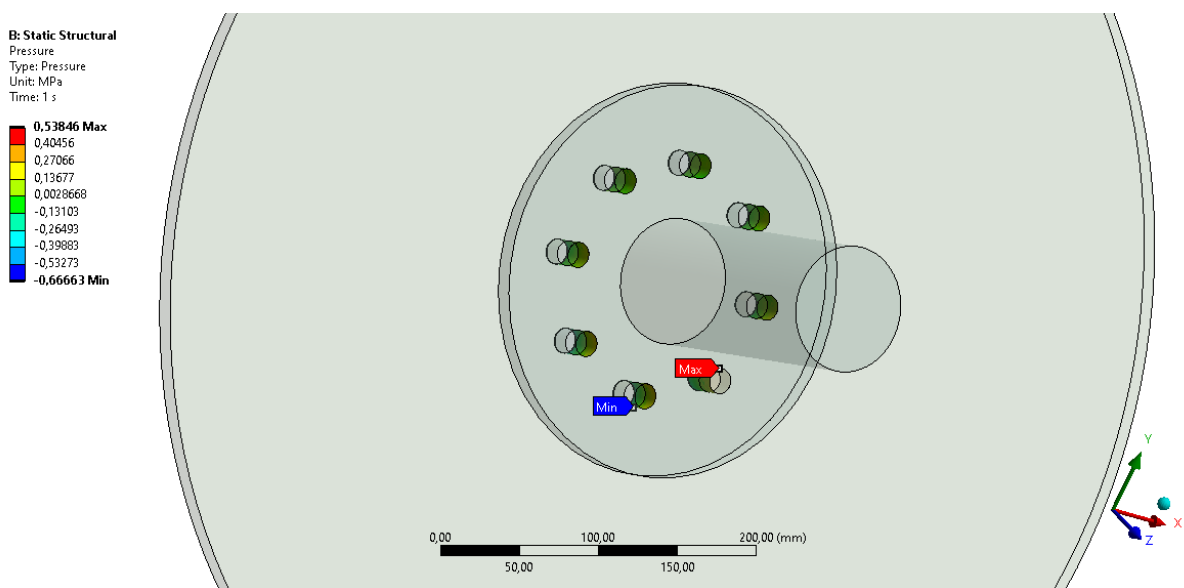


Figura 41: Esfuerzos resultantes en la unión apernada superior

Este ejercicio, el análisis de los principales componentes de una TA, se repitió para turbinas con diferentes características a fin de establecer los principales parámetros mecánicos; puede ser revisado en el anexo A.4. Estos parámetros, tales como espesor de las hélices, espesor y diámetro de los ejes laterales, espesor de las tapas laterales y espesor del eje central se tabularán en las secciones subsiguientes.

5. Metodología

5.5.6. Diseño de ejes

La ecuación para esfuerzo normal directo se deriva de la definición básica de esfuerzo ya que la fuerza aplicada es compartida por igual a través de toda la sección transversal del miembro que soporta la fuerza.

$$\sigma_n = \pm \frac{P}{A} \quad (42)$$

donde σ_n es el esfuerzo normal directo, P la carga axial directa y A el área de sección transversal del miembro sometido a P

La superposición de los esfuerzos flexionantes con objeto de obtener el esfuerzo resultante en la sección transversal está dado por la ecuación:

$$\sigma_f = \pm \frac{M_y \cdot c_z}{I_y} \pm \frac{M_z \cdot c_y}{I_z} \quad (43)$$

donde σ_f es el esfuerzo máximo flexionante, M el momento flexionante en la sección de interés, c la distancia del eje centroidal y I el momento de inercia de la sección transversal.

El esfuerzo normal máximo se produce con el esfuerzo combinado entre el esfuerzo normal σ_n y esfuerzo flexionante σ_f presente en la siguiente ecuación.

$$\sigma_{max} = \pm \sigma_n \pm \sigma_f \quad (44)$$

La fórmula del esfuerzo cortante torsional se expresa como:

$$\tau_t = \frac{T \cdot c}{J} \quad (45)$$

La teoría de falla por esfuerzo cortante máximo ocurre cuando un esfuerzo de tensión o compresión provocado por flexión en el mismo lugar donde ocurre un esfuerzo cortante, las dos clases de esfuerzo se combinan para producir un esfuerzo cortante mayor. El esfuerzo máximo se calcula con:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau^2} \quad (46)$$

En la ecuación 6.2.4, se refiere a la magnitud del esfuerzo de tensión o compresión que

actúa en el punto y τ es el esfuerzo cortante que actúa en el mismo punto. El resultado τ_{max} es el esfuerzo cortante máximo que actúa en el punto. La teoría de falla por esfuerzo cortante máximo establece que un miembro falla cuando el esfuerzo cortante máximo excede la resistencia a la cedencia del material sometido a cortante. Esta teoría de falla guarda una buena correlación con resultados de prueba de materiales dúctiles tales como la mayoría de los aceros [99]. Entonces, la ecuación de diseño es:

$$\tau_{max} < \tau_d = \frac{S_y}{2 \cdot N} \quad (47)$$

5.5.7. Factores de diseño

El término factor de diseño, N, es una medida de la seguridad relativa de un componente bajo la acción de una carga. El diseñador debe determinar cuál será un valor razonable del factor de diseño en determinado caso.

Tabla 10: Factores de diseño para metales dúctiles

Tipo de carga	Factor de diseño
Estática	2
Repetida	4
Impacto o choque	6

5.6. Algoritmo de cálculo

Una vez presentados los modelos de cálculo que varios autores han desarrollado sobre diferentes aspectos de una turbina de Arquímedes, se puede estructurar un algoritmo para dimensionamiento de esta, para lo cual se tomarán las siguientes consideraciones:

1. En base a los trabajos realizados por Lyons [20], Dragomirescu [100] y Lashofer [2] se establece que el ángulo de inclinación de la turbina (β) será de entre 22 ° y 30°
2. La longitud del tornillo se determina con la ecuación siguiente:

$$L_R = \frac{\text{sen}\beta}{H} \quad (48)$$

5. Metodología

3. El criterio que ha de tomarse en cuenta al momento de seleccionar el número de hélices es por una parte maximizar la potencia que estas, las hélices, transmitirán al eje, pero además generar la menor carga posible al eje central y a los cojinetes. A mayor número de hélices mayores serán los costos de transporte, fabricación e instalación de la turbina.

El aumentar el número de hélices implica también incrementar el número de celdas, con ello, se espera un crecimiento en las pérdidas por fricción.

Lyons [20] en un trabajo experimental observó que aumentar el número de hélices por encima de 3 implica un decremento marginal en la eficiencia poco significativa.

Por lo antes expuesto se establece que el número de hélices mas adecuado es $N = 3$

4. Se puede hacer una primera estimación del diámetro externo D_e usando la ecuación 12. Luego, siguiendo la tendencia de la mayoría de fabricantes de turbinas de Arquímedes [2], la correlación de radios se establece en $\rho_R = 0,5$, por lo tanto:

$$\frac{D_i}{D_e} = 0,5 \quad (49)$$

y

$$\frac{S}{De} = 1 \quad (50)$$

5. Para estimar el volumen de agua contenida entre dos hélices consecutivas, la canaleta de contención y el eje central del tornillo se empleará la ecuación 38 propuesta por Dellinger [22]. Se puede entonces expresar la superficie mojada $A_h(k)$ que se encuentra limitada por la superficie libre asimilada a un plano y por las curvas helicoidales internas y externas. Si, por ejemplo, la superficie mojada A

$$V_C = \int_0^{2\pi} A_h(k) dk \simeq \frac{h}{3} \left[A_h(k_0) + 2 \sum_{j=1}^{\frac{p}{2}-1} A_h(k_{2j}) + 4 \sum_{j=1}^{\frac{p}{2}} A_h(k_{2j-1}) + A_h(k_p) \right] \quad (51)$$

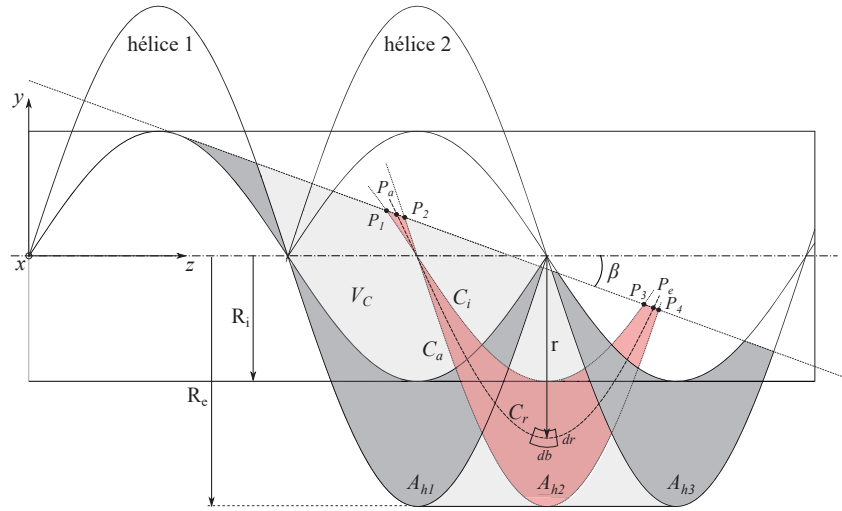


Figura 42: Representación de las diferentes superficies y puntos necesarios para calcular el volumen de una celda de agua. Adaptado de [22]

6. Se considera para este estudio un nivel de llenado $l = 1$, por lo tanto, $Q_s = 0$; también el uso de una canaleta de contención por lo que $Q_c = 0$. No se pueden despreciar las pérdidas de caudal entre las hélices y la canaleta de contención Q_f misma que se calculará con la ecuación 17. Esto por la facilidad de aplicación. Para el cálculo del caudal nominal Q_n se usará la ecuación 13
7. La velocidad de rotación máxima de la TA será la que Muysken planteó en 1932, quien de manera experimental demostró que velocidades por encima de este valor incrementa de manera excesiva las pérdidas de fricción y fuerzas centrífugas. Ya que el nivel de llenado es igual a 1, la velocidad de rotación de la turbina se expresa como:

$$n = \frac{(Q - Q_f) \cdot 60}{l \cdot V_C \cdot N} \quad (52)$$

Dichas velocidades de rotación deben ser iguales, para el correcto funcionamiento de la turbina.

8. El nivel de agua al ingreso se desarrolla a partir del modelo de Nuernbergk y Rorres [81] ya que se obtuvieron buenos resultados en la predicción del nivel del agua; la entrada del tornillo depende de los parámetros hidráulicos del caudal y geometría del tornillo.

La expresión de Nuernbergk [17] facilita encontrar el nivel de agua óptimo a la salida del tornillo, la cual permite encontrar el valor de inmersión.

5. Metodología

9. Para determinar el par teórico suministrado por el tornillo T_{total} se emplea el modelo desarrollado por Dellinger [22], los pares de frenado debidos fricción viscosa se restan del par teórico T . El par T_{total} es igual a:

$$T_{total} = T - T_{f,p} - T_{f,n} \quad (53)$$

Así mismo, la potencia total P_t se definirá como:

$$P_t = T_{total} \cdot n_{max} \quad (54)$$

10. Se propone utilizar aquí los métodos de cálculo de las diferentes pérdidas de carga propuestas por Nuernbergk [17]. Para determinar la evolución de la eficiencia hidráulica de un tornillo para un caudal fijo en función de la velocidad de rotación, y viceversa.
11. El rendimiento hidráulico de un tornillo de Arquímedes está dado por la ecuación 37 establecido por Nuernbergk [17].

Establecidas las condiciones de diseño, se propone un método para estimar los principales parámetros de una TA. El paso a paso del proceso de diseño de una turbina de Arquímedes es:

1. Determine las propiedades del emplazamiento: el caudal de agua disponible (Q), salto o cabeza (H).
2. Definir el ángulo de inclinación de la turbina (β), mismo que puede ser de entre 22° a 30° ; el número de hélices (N), se recomienda usar 3, y la correlación de radios (ρ_R).
3. Use la ecuación 48 para determinar la longitud del tornillo (L_R).
4. Estime el diámetro exterior (D_e) del tornillo usando la ecuación 12.
5. Calcule el diámetro interior (D_i) del tornillo usando la ecuación 49 y el paso (S) usando la ecuación 50.
6. Calcule el volumen V_c y el caudal de fuga Q_f .
7. Calcule Q_n .

8. Calcule n .
 9. Si $n \leq n_{max}$ avanzar al paso 10, caso contrario variar ligeramente el diámetro exterior (D_e).
 10. Calcular la inmersión del tornillo l mediante la ecuación 27, el nivel de agua al ingreso h_{in} con la ecuación 23 y el nivel de agua a la salida con la ecuación 26.
 11. Calcule las pérdidas de torque por fricción viscosa del agua usando las ecuaciones 6.1.6, 6.1.7 y el par total entregado por cada hélice mediante la ecuación 6.2.1. Estas ecuaciones se desarrollan con mas detalle en la sección 6.
 12. Calcule el torque total usando la ecuación 53.
 13. Calcule las pérdidas de potencia usando las ecuaciones 6.1.3, 6.1.6, 6.1.7 y 6.1.5 de la sección 6.
 14. Calcule la potencia total (P_t) usando la ecuación 54
 15. Calcule la potencia hidráulica disponible (P_h) usando la ecuación 5.
 16. Calcule el rendimiento hidráulico mediante la ecuación 37
 17. Calcule el rendimiento global (η) con la ecuación 41
- Este método se resume en el diagrama de flujo de la figura 43.

5. Metodología

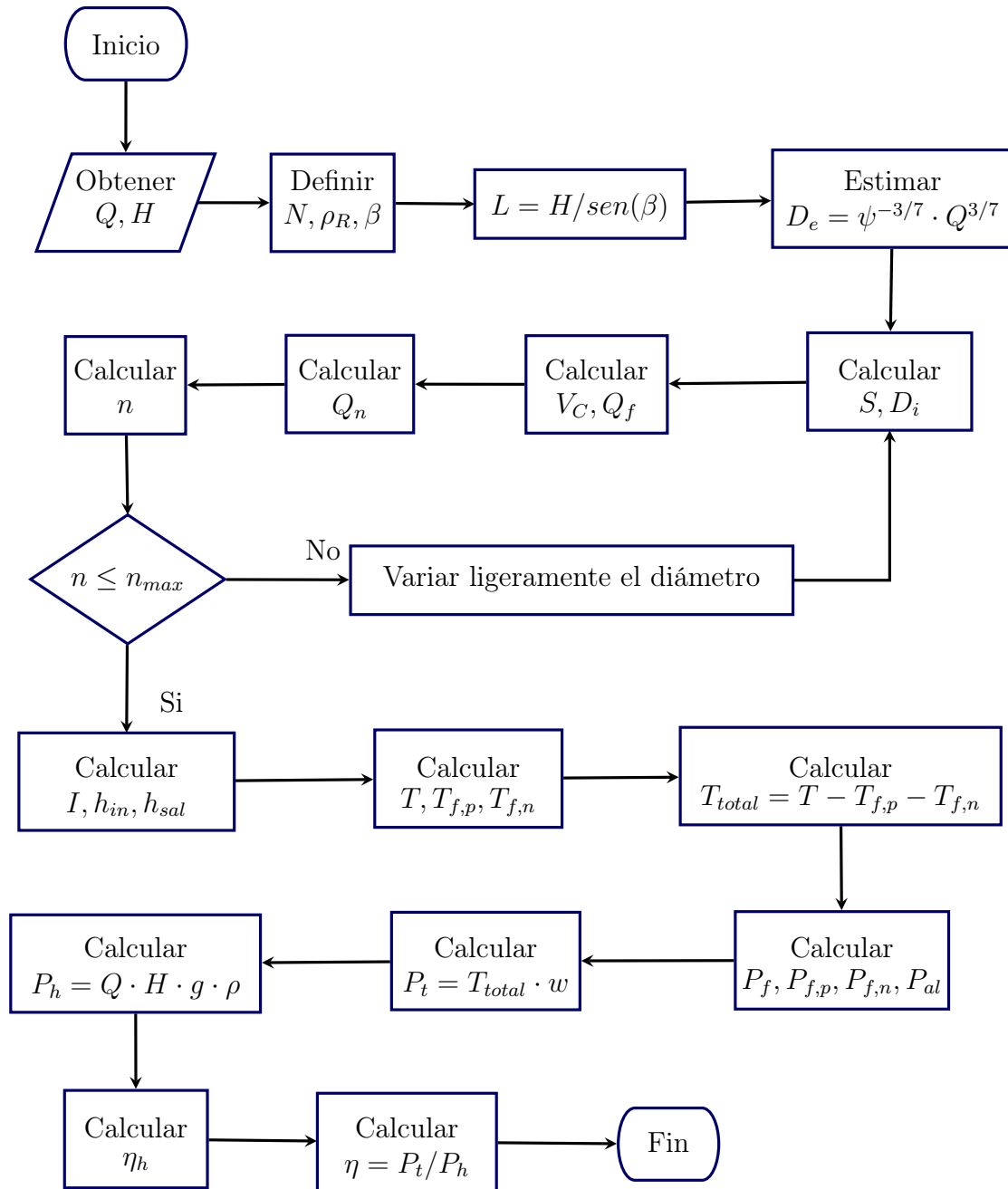


Figura 43: Método analítico para el diseño de turbinas de Arquímedes

6. Manual de diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes

6.1. Diseño y cálculos hidráulicos

6.1.1. Geometría del tornillo de Arquímedes

Los cálculos hidráulicos de una turbina se realizan para determinar las dimensiones de sus elementos principales, en base al diseño que caracteriza a cada tipo de turbina. Una vez que se obtienen las condiciones de caudal y salto de agua, se selecciona el diámetro exterior D_e de la figura 45.

El paso S , el radio interior R_i y la longitud L se puede calcular mediante las siguientes ecuaciones respectivamente:

$$S = 2 \cdot R_e$$

$$R_i = R_e \cdot 0,5$$

$$L = \frac{H}{\text{sen}(\beta)}$$

6.1.2. Velocidad de rotación

La velocidad de rotación máxima para una TA, para evitar las pérdidas de fricción y fueras centrífugas es:

$$n_{max} = \frac{50}{D_e^{2/3}}$$

6.1.3. Fuga entre el canal y las hélices

Para determinar la fuga entre el canal y las hélices, utilizamos la ecuación propuesta por Muysken en 1932 [81]:

$$Q_f = \mu_a \cdot A_b \cdot R_e \cdot \left(1 + \frac{A_b}{2 \cdot R_e}\right) \cdot \sqrt{1 + \frac{S}{2 \cdot \pi \cdot R_e}} \cdot \left(\frac{2}{3}\alpha_1 + \alpha_2 + \frac{2}{3}\alpha_3\right) \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot dh}$$

Donde A_b es el espacio entre las hélices y el canal . La constante μ_a es el coeficiente de contracción de la descarga que depende de la forma del borde de la hélice y está típicamente en el rango de entre 0.65 y 1 para la fuga mínima y máxima, respectivamente. El termino $dh = \text{sen}(\beta)/N$ es la diferencia de altura del volumen entre hélices superior e inferior y α_1 , α_2 y α_3 son ángulos húmedos alrededor de la brecha (en radianes) que se

pueden determinar a partir del algoritmo propuesto por Rorres [13, 81].

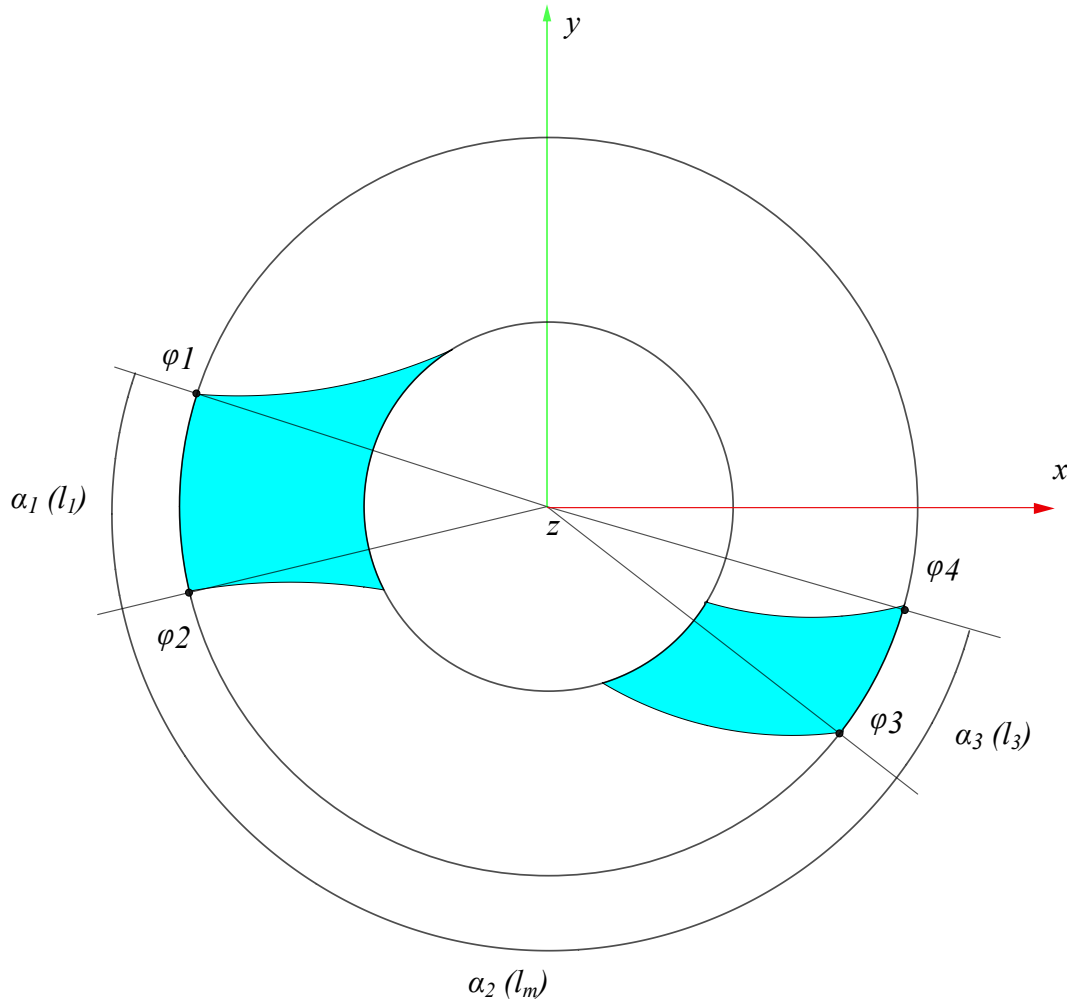


Figura 44: Representación de los ángulos necesarios para el cálculo de pérdidas de caudal por fuga.

Nagel proporcionó una relación empírica para estimar A_b basada en el tamaño del tornillo [9]:

$$A_b = 0,0045\sqrt{D_e}$$

La pérdida de potencia debido a la fuga entre el canal y las hélices es igual a:

$$P_f = \rho \cdot g \cdot Q_f \cdot H$$

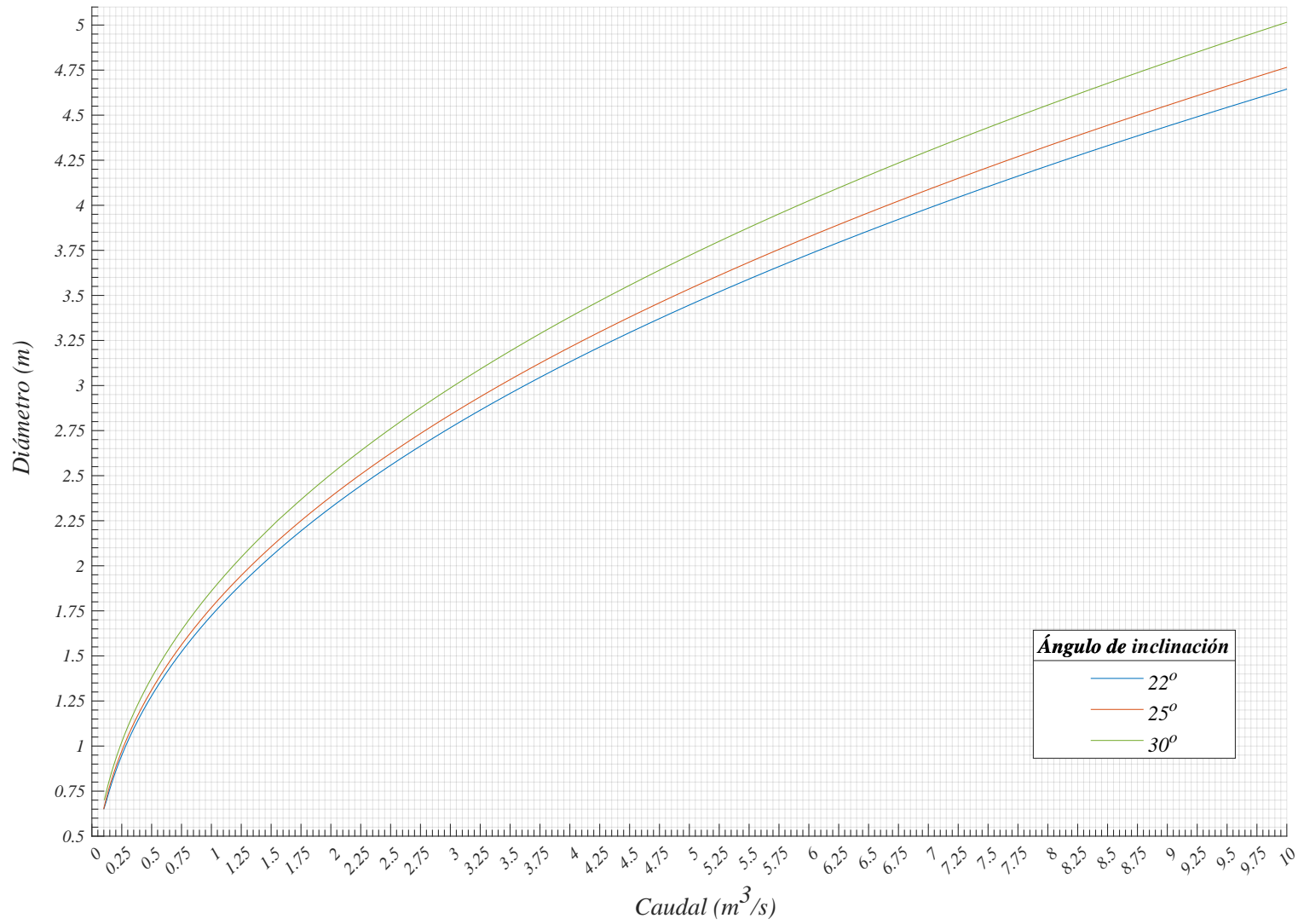


Figura 45: Selección del diámetro en función del caudal

6.1.4. Volumen

El punto de diseño óptimo no debe tener fugas por desbordamiento, para garantizar la potencia óptima del tornillo se debe considerar $l = 1$

$$V_C = \frac{(Q - Q_f) \cdot 60}{l \cdot n \cdot N}$$

6.1.5. Fricción del agua sobre la canaleta de contención

La fuerza de fricción en el canal se debe al movimiento del agua a través del sistema. Esta dado por:

$$F_c = \tau_c \cdot A_c \cdot \frac{L \cdot N}{S}$$

Donde, τ_c es el esfuerzo cortante y A_c la superficie mojada del canal entre dos hélices sucesivas. Suponiendo que el flujo en el canal es un flujo de superficie libre dentro de un canal circular, el esfuerzo cortante del canal puede ser modelado por la ley de Darcy-Weisbach:

$$\tau_c = \frac{\lambda_c}{8} \cdot \rho \cdot c_{ax}^2$$

$$c_{ax} = \frac{S \cdot n}{60}$$

$$A_c = \frac{V_C \cdot N}{S}$$

Donde, λ_c es el coeficiente de fricción y c_{ax} la velocidad del agua en el canal. El trabajo realizado por la fuerza de fricción de F_c a lo largo del canal está dado por

$$W_c = F_c \cdot L$$

L es la longitud del tornillo. Esta fuerza también se puede expresar como una función de la caída de presión debido a la fricción viscosa h_f :

$$W_c = \rho \cdot g \cdot V_C \cdot \frac{L \cdot N}{S} \cdot h_f$$

La pérdida de energía h_f se determina a partir de la siguiente ecuación:

$$h_f = \frac{L_B \cdot c_{ax}^2}{k^2} \cdot \left(\frac{A_c}{V_B} \right)^{4/3}$$

El coeficiente de Strickler k depende de la superficie del canal. En el caso de las microcentrales de tornillo de Arquímedes, el canal es generalmente de hormigón muy liso o de acero. El coeficiente elegido es entonces $k=100$

Finalmente, la pérdida de potencia debido a la fricción en el canal es igual a:

$$P_{al} = \rho \cdot g \cdot Q \cdot h_f$$

6.1.6. Fricción del agua en el núcleo del tornillo

La fricción del fluido en el núcleo del tornillo genera una fuerza de fricción debido a viscosidad del fluido y luego crea un torque resistente. Esta fuerza está determinada por:

$$F_n = \tau_n \cdot A_n$$

La superficie mojada A_n es el área húmeda del núcleo del tornillo y τ_n es el esfuerzo cortante del fluido sobre el núcleo del tornillo. Nuevamente, para un flujo de superficie libre sobre una superficie lisa, la fricción se describe con la ley de Darcy-Weisbach y un coeficiente de fricción constante. Entonces, el núcleo del esfuerzo cortante está definido por:

$$\tau_n = \frac{\lambda_t}{8} \cdot \rho \cdot c f_n^2$$

Donde, λ_t es coeficiente de fricción del agua y $c f_n = 2 \cdot \pi \cdot R_i \cdot n/60$ es la velocidad del fluido en relación con el núcleo. El par de frenado generado por la fricción del agua sobre el núcleo de un tornillo es igual a:

$$T_{f,n} = F_n \cdot R_i$$

Finalmente, la pérdida de potencia debido a la fricción del agua en el núcleo del tornillo viene dada por:

$$P_{f,n} = T_{f,n} \cdot w$$

donde $w = 2 \cdot \pi \cdot n/60$ es la velocidad de rotación.

6.1.7. Fricción del agua en la superficie de las hélices

El flujo del fluido en las superficies mojadas superior e inferior de las palas genera una fuerza de fricción debido a la viscosidad del fluido y luego crea un par de frenado. La fuerza de fricción elemental es igual a:

$$dF_{h(r)} = \tau_h(r) \cdot dA$$

$$dA = r \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2 \cdot \pi \cdot r}\right)^2} d\varphi \cdot dr$$

Donde $\tau_h(r)$ es el esfuerzo cortante del fluido sobre las hélices y dA es la superficie elemental. La ley de Darcy-Weisbach se usa nuevamente para describir la fricción. Entonces, el esfuerzo cortante de la hélice está dado por:

$$\tau_h(r) = \frac{\lambda_t}{8} \cdot \rho \cdot c_{f/h}(r)^2*$$

Donde, $c_{f/h}(r) = r \cdot 2 \cdot \pi \cdot n/60$ es la velocidad del fluido con respecto a una hélice y λ_t es el coeficiente de fricción del agua en el tornillo. El par de frenado proyectado sobre el eje del tornillo es igual a:

$$dC_h(r) = dF_h(r) \cdot r \cdot \cos(\alpha_r)$$

siendo, α_r es la inclinación de la hélice con respecto al eje del tornillo. Los ángulos para $r = R_e$ y $r = R_i$ están representados en la figura 47.

El valor del ángulo α_r es :

$$\alpha_r = \text{atan} \left(\frac{S}{2 \cdot \pi \cdot r} \right)$$

La hélice de un tornillo de Arquímedes se somete a la presión de un volumen de agua superior e inferior. Así, la parte inferior de la superficie mojada de una hélice está sujeta a la presión procedente de los dos volúmenes de agua mientras que la parte superior sólo está sujeta a la presión de la hélice superior. El par dC_h viene dado por:

$$dC_h(M) = dF_h(r_M) \cdot r_M \cdot \cos(\alpha_r) = \frac{\lambda_t}{8} \cdot \rho \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60}\right)^2 \cdot r^2 \cdot \cos(\alpha_r) \cdot dA$$

El par de frenado total es entonces igual a:

$$T_h = \frac{\lambda_t}{8} \cdot \rho \cdot \left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \right)^2 \cdot \left[\int_{R_i}^{R_e} \int_{\varphi_a}^{\varphi_b} r^3 \cdot \cos(\alpha_r) \cdot dA + \int_{R_i}^{R_e} \int_{\varphi_c}^{\varphi_d} r^3 \cdot \cos(\alpha_r) \cdot dA \right]$$

El par debido a la fricción viscosa del agua en todas las hélices estaría expresada por:

$$T_{f,p} = \frac{L \cdot N}{S} \cdot T_h$$

$$P_{f,p} = T_{f,p} \cdot \omega$$

6.1.8. Rendimiento hidráulico

La eficiencia del tornillo está directamente relacionada con las diferentes pérdidas de potencia que son funciones no lineales con respecto a los parámetros de flujo. Las diferentes pérdidas en una TA tienen una influencia directa en la eficiencia del tornillo y la eficiencia es una función no lineal de la descarga del flujo. Tal y como exponen Nuernbergk y Rorres (2012), las pérdidas de potencia se deben a la fuga entre el canal y las hélices P_{ch} , fuga por sobrellenado P_s , fricción entre el agua y las hélices P_t , rozamiento entre el agua y el canal P_c y a la fricción entre el agua y el núcleo del tornillo P_n .

Estas pérdidas son calculadas por Nuernbergk (2012) para una TTA que opera en un punto de llenado óptimo. Así, si el caudal varía, la velocidad de rotación del tornillo cambiará en consecuencia como se describe en la ecuación y viceversa. La eficiencia TTA se expresa por:

$$\eta_h = 1 - \frac{\sum P_p}{P_h} = 1 - \frac{P_f + P_{f,n} + P_{f,p} + P_{al}}{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}$$

El caudal total de la turbina Q es igual a la suma del caudal nominal más todos los caudales de fuga.

$$Q = Q_n + Q_f$$

6.1.9. Entrada y salida de agua de un tornillo

Para alcanzar el máximo rendimiento sea cual fuere su geometría, cuando una *celda* se encuentre llena de manera óptima con el volumen V_C . Para ello se establece la siguiente expresión:

$$h_{in} = h_2 + \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{Q}{h_2 \cdot b_2} \right)^2 \cdot \left[1 + \zeta - \left(\frac{h_2}{h_1} \right)^2 \right]$$

donde ζ es el factor de perdidas hidráulicas y responde a la expresión:

$$\zeta = \left(\frac{V_t \cdot \pi \cdot R_e}{\kappa \cos \beta \cdot b_2} - 1 \right)^2$$

siendo κ una medida adimensional de altura:

$$\kappa = \frac{h_3}{R_a}$$

La inmersión I de un tornillo se define por:

$$I = \frac{h_{sal} - h_1}{2 \cdot R_i \cdot \cos(\beta)}$$

donde, h_1 es la altura indicada en la figura 19. Así, para $I = 0$, el nivel del agua llega al extremo inferior de un tornillo. Por el contrario, para $I = 1$, el extremo de un tornillo es completamente sumergido. Los diferentes niveles de inmersión I se muestran en la figura 46. Según Nuernbergk [2012], el nivel óptimo de aguas abajo viene dado por:

$$h_{sal} = (R_e + R_i) \sqrt{1 - \left(\frac{\tan(\beta) \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot R_i^2} \right)^2} \cdot \cos(\beta) - \frac{S}{N} \cdot \sen(\beta) + h_1$$

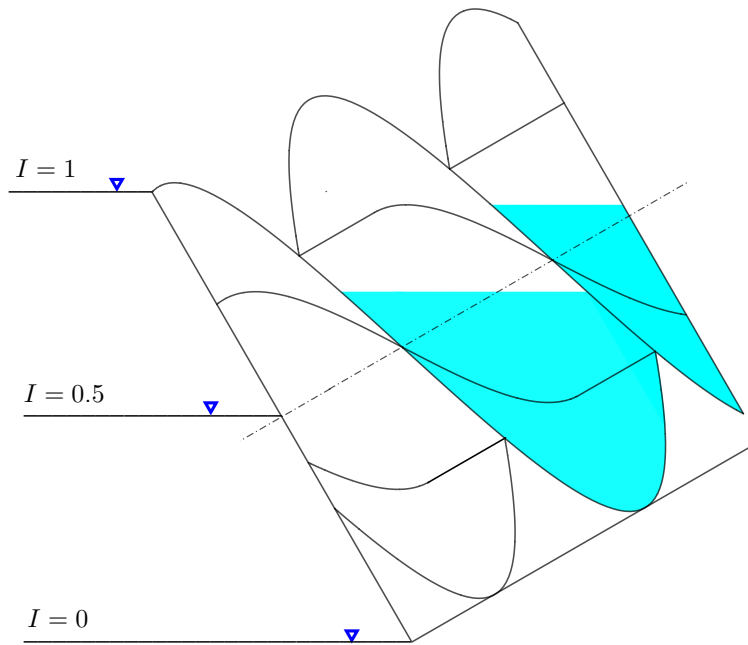


Figura 46: Representación de la cabeza de desbordamiento h_e .

La inmersión correspondiente a este nivel óptimo de agua se denomina I_{opti}

6.2. Diseño en detalle y cálculos mecánicos

Tabla 11: Propiedades mecánicas de las aleaciones usadas en turbinas hidráulicas

Material	Esfuerzo de fluencias kg/mm^2	Esfuerzo de tensión kg/mm^2	Mínima elongación $L = 5 \cdot d$ %	Mínima resistencia de impacto kg/cm^2	Dureza Brinell kg/mm^2	Límite de fatiga kg/mm^2
Acero AL 13% Cr	45	60-75	15	4	190-30	30
Acero AL 18% Cr, 8% Ni	15	40-50	30	18	130-170	13
Acero AL 2% Ni	35	55-65	18	6	155-195	22
Acero AL 1.5% Mn	34	50-60	22	6	140-180	18
Bronce de aluminio	30	60-70	7	1	190-230	15

6.2.1. Torque teórico proporcionado por el tornillo

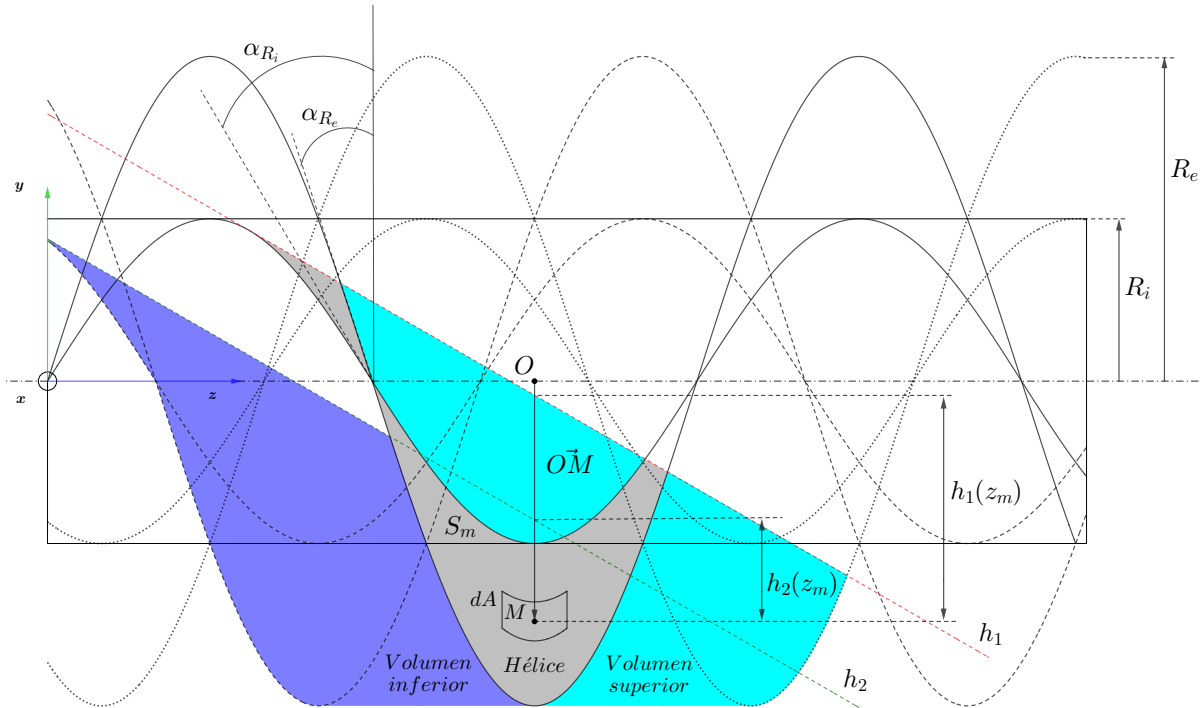


Figura 47: Representación de un tornillo de Arquímedes con los diferentes parámetros necesario para calcular el par.

Cualquier punto M perteneciente a la superficie gris S_m de una hélice, representado por la superficie roja de la figura 47, está sujeta a la presión hidrostática proveniente de el volumen superior (volumen sombreado de azul en la figura 47) y el volumen inferior (volumen en celeste en la figura 47). Las coordenadas de este punto M en el sistema de coordenadas cartesianas están dadas por:

$$\begin{cases} x_M = r_M \cdot \cos(\varphi_M) \\ y_M = r_M \cdot \sen(\varphi_M) \\ z_M = \varphi_M \cdot \frac{S}{2\pi} \end{cases}$$

donde, $\varphi_M = 2 \cdot \pi \cdot z_M / S$ y $r_M \in [R_e, R_i]$.

La superficie libre del volumen superior está representada por la línea h_1 (cf. figura 3.7) y su ecuación viene dada por:

$$h_1 = -\tan(\beta) \cdot (z - z_0) + y_0$$

La superficie libre del volumen inferior está representada por la línea h_2 (cf. figura 3.7) y su ecuación viene dada por:

$$h_2 = -\tan(\beta) \cdot \left(z - z_0 + \frac{S}{N} \right) + y_o$$

La presión hidrostática P para cualquier punto M en la superficie mojada de la hélice es igual a:

$$P(M) = \rho \cdot g \cdot H(M) = \rho \cdot g \cdot (y_M - h(z_m))$$

donde $H(M)$ es la altura de la columna de agua sobre el punto M y $h(z_m)$ es el nivel del agua que está en función del llenado. El momento de torsión elemental dC debido a la fuerza df en M es igual a:

$$dC = df \cdot r \cdot \text{sen}(\alpha_r)$$

donde α_r representada en la ecuación 6.1.7, en función de r , es la inclinación entre la hélice y eje del tornillo. Este ángulo se representa en la figura 47. El torque total se obtiene integrando la ecuación 6.2.1 en la parte superior e inferior de superficie mojada de una hélice. Finalmente, el par entregado por una hélice es:

$$T = \int_{R_i}^{R_e} \int_{\varphi_a}^{\varphi_b} r \cdot \text{sen}(\alpha_r) \cdot [y_M - h_1(z_m)] \cdot dA - \int_{R_i}^{R_e} \int_{\varphi_c}^{\varphi_d} r \cdot \text{sen}(\alpha_r) \cdot [y_M - h_2(z_m)] \cdot dA$$

$$T_{total} = T - T_{f,n} - T_{f,p}$$

6.2.2. Diseño de las hélices

Para el espesor de las hélices se realiza un análisis de esfuerzo, considerándolo como una viga empotrada en un extremo, por efecto de la soldadura, y cargada uniformemente.

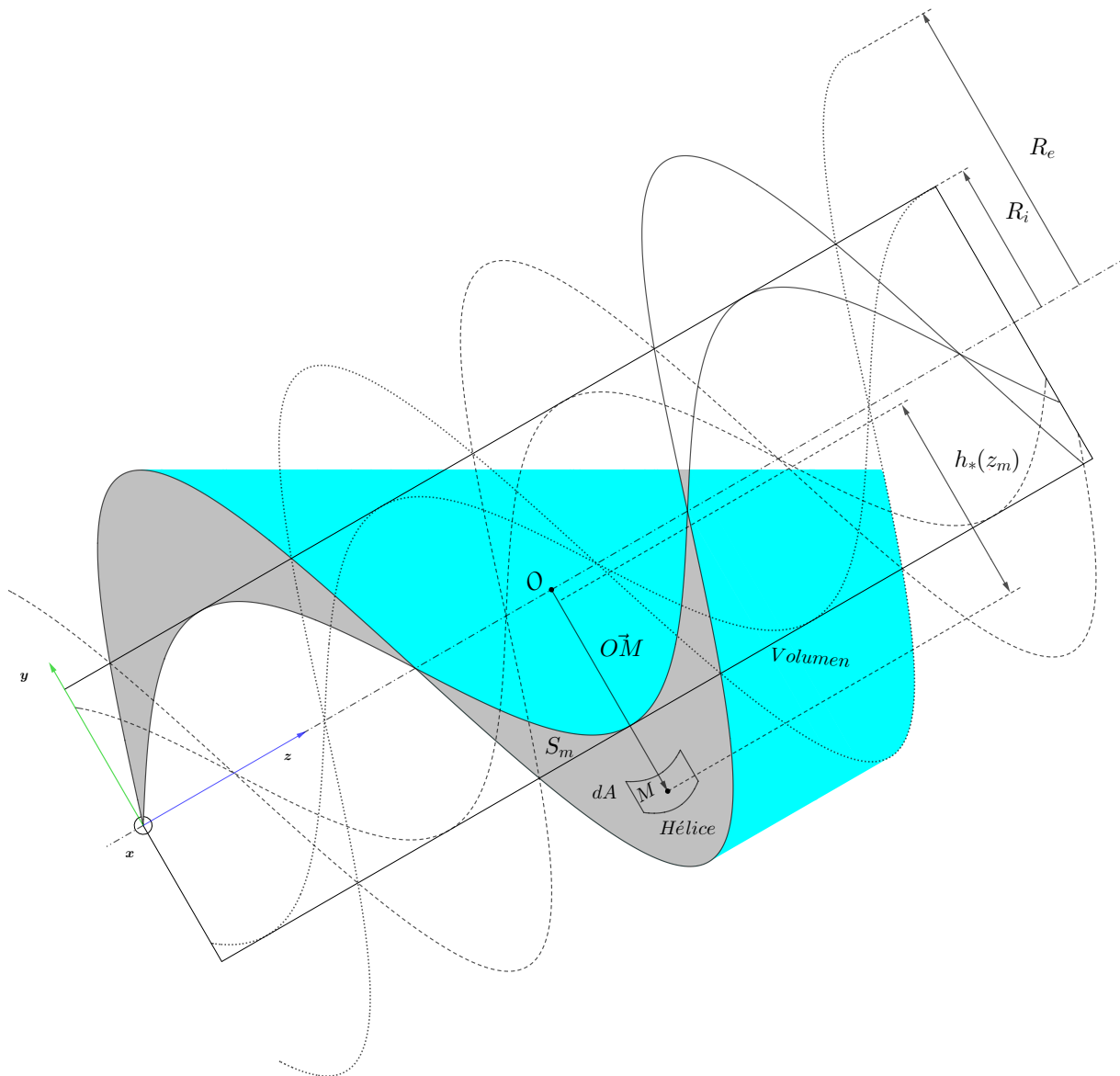


Figura 48: Representación de la hélice en el caso de apertura total con los diferentes parámetros necesarios para calcular el momento flexionante.

El momento flexionante que actúa sobre cada uno de ellos, considerando el caso desfavorable, que se presenta cuando el tornillo por algún motivo es frenado y la turbina se encuentra con apertura total se muestra en la figura 48, se expresa por:

$$M_h = \int_{R_i}^{R_e} \int_{\varphi_a}^{\varphi_b} r^2 \cdot \text{sen} \left[\text{atan} \left(\frac{S}{2 \cdot \pi \cdot r} \right) \right] \cdot [y_M - h_*(z_m)] \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2 \cdot \pi \cdot r} \right)^2} d\varphi \cdot dr$$

El esfuerzo máximo al que será sometido la hélice del tornillo por acción de la fuerza del

agua a lo largo del mismo, se obtiene con la fórmula siguiente:

$$\sigma_{max} = \frac{6 \cdot M_h}{e \cdot (R_e - R_i)^2}$$

donde σ_{max} es el esfuerzo flexionante máximo, M_h el momento flexionante en la sección de interés y e el espesor de la hélice

Para el diseño de la hélice es necesario especificar su material, para ello se utiliza la tabla 12 para la selección del esfuerzo necesario, el acero seleccionado deberá ser extremadamente dúctil debido a la carga repetida. Entonces, se recomienda utilizar $\sigma_d = s_u/8$.

Tabla 12: Instrucciones para determinar el esfuerzo de diseño-esfuerzos flexionantes.

Tipo de carga	Material dúctil	Material frágil
Estática	$\sigma_d = s_y/2$	$\sigma_d = s_u/6$
Repetida	$\sigma_d = s_u/8$	$\sigma_d = s_u/10$
Impacto o choque	$\sigma_d = s_u/12$	$\sigma_d = s_u/15$

6.2.3. Diseño del eje central del tornillo

El eje que soporta las hélices del tornillo y el agua, se diseña considerando el diagrama de fuerzas de la figura 49 y 50.

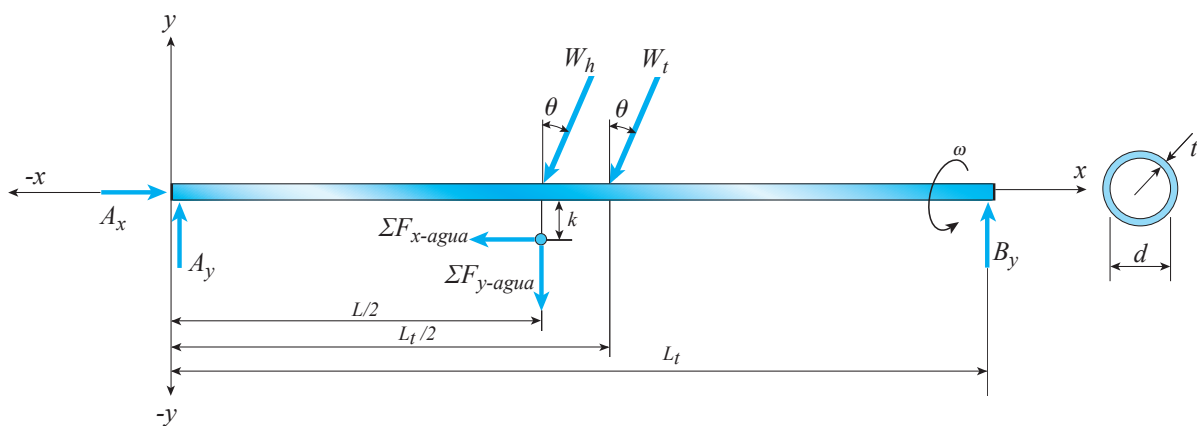


Figura 49: Representación de los ángulos necesarios para el cálculo por fugas.

6. Manual de diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes

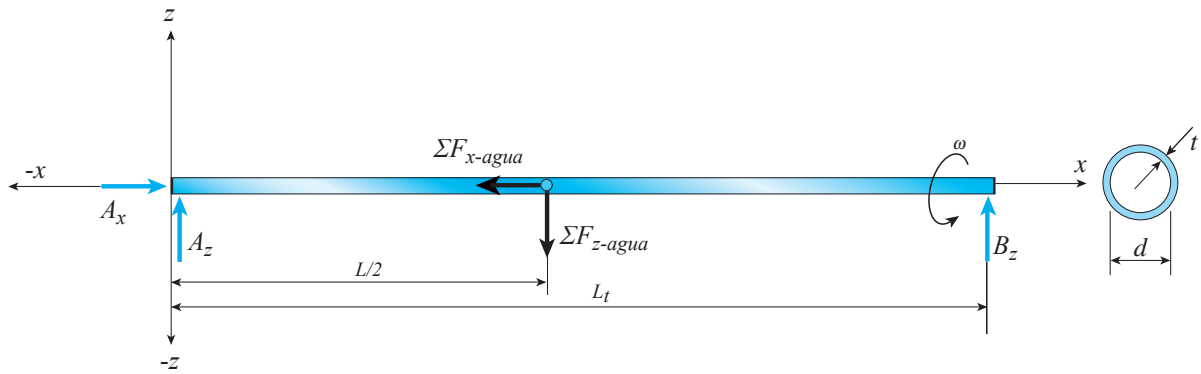


Figura 50: Diagrama de fuerzas presentes en el eje central.

El esfuerzo normal máximo producido por el eje central del tornillo:

$$\sigma_{max} = \frac{A_x}{A} + \frac{M_z}{S} + \frac{M_y}{S_s}$$

$$A = \pi \cdot [D_i^2 - (D_i - 2 \cdot t)^2]$$

$$S = \frac{\pi}{32 \cdot D_i} \cdot [D_i^4 - (D_i - 2 \cdot t)^4]$$

$$M_z = B_y \cdot \frac{L_t}{2}$$

$$M_y = \Sigma F_{z-agua} \cdot \frac{L_t}{2}$$

donde A es el área de sección transversal, S_s el módulo de sección, t el espesor del eje y J el momento polar de inercia de la sección transversal

El esfuerzo cortante máximo se produce por el esfuerzo cortante torsional τ_t :

$$\tau_t = \frac{T \cdot c}{J}$$

τ_{max} ocurre en la superficie externa de la barra,

$$J = \frac{\pi}{32} \cdot [D_i^4 - (D_i - 2 \cdot t)^4]$$

donde T es el par de torsión aplicado en la sección de interés, c el radio de la sección transversal, t el espesor del eje y J el momento polar de inercia de la sección transversal.

El esfuerzo máximo se calcula con:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

La ecuación de diseño debe considerar el siguiente criterio, se recomienda utilizar un factor de seguridad de 4, que se muestra en la tabla 10:

$$\tau_{max} < \tau_d = \frac{S_y}{2 \cdot N}$$

6.2.4. Diseño del eje inferior

El esfuerzo normal máximo producido por el eje superior del tornillo:

$$\sigma_{max} = \frac{A_x}{A}$$

El esfuerzo cortante máximo se produce por el esfuerzo cortante torsional τ_t :

$$\tau_t = \frac{T \cdot c}{J}$$

τ_{max} ocurre en la superficie externa de la barra,

$$J = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$$

donde τ_v es el esfuerzo cortante, V la fuerza cortante vertical en la sección de interés, c la distancia del eje centroidal y A área de esa parte de la sección transversal

El esfuerzo máximo se calcula con:

$$\tau_{max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

La ecuación de diseño debe considerar el siguiente criterio, se recomienda utilizar un factor de seguridad de 4, que se muestra en la tabla 10:

$$\tau_{max} < \tau_d = \frac{S_y}{2 \cdot N}$$

6.2.5. Diseño del eje superior

El esfuerzo cortante máximo se produce por el esfuerzo cortante torsional τ_t :

$$\tau_t = \frac{T \cdot c}{J}$$

τ_{max} ocurre en la superficie externa de la barra,

$$J = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$$

La ecuación de diseño debe considerar el siguiente criterio, se recomienda utilizar un factor de seguridad de 4, que se muestra en la tabla 10:

$$\tau_{max} < \tau_t = \frac{S_y}{2 \cdot N}$$

6.2.6. Selección del rodamiento inferior

Para el diseño del soporte de rodamiento se requiere realizar previamente una selección del rodamiento. Esta selección se realiza determinando la capacidad de base dinámica requerida:

$$C = (X F_r + Y F_a) \cdot \left[\frac{60 \cdot N \cdot L_h}{10^6} \right]^P$$

donde C es la capacidad de base dinámica mínima requerida para el rodamiento, X el coeficiente radial del rodamiento proporcionado en catálogo, Y es el coeficiente axial del rodamiento proporcionado en catálogo, N el número de revoluciones por minuto a los que gira la turbina, L_h es la duración nominal en horas de funcionamiento, P es 1/3 para rodamientos de bolas y 3/10 para rodamiento de rodillos, F_r es la carga radial sobre el rodamiento, determinada en la figura, $F_r = \sqrt{A_y^2 + A_z^2}$, F_a es la carga axial sobre el rodamiento, determinada en la figura No. 12, y $F_a = A_x$

6.2.7. Selección del rodamiento superior

Para el diseño del soporte de rodamiento se requiere realizar previamente una selección del rodamiento. Esta selección se realiza determinando la capacidad de base dinámica

requerida:

$$C = (XF_r + YF_a) \cdot \left[\frac{60 \cdot N \cdot L_h}{10^6} \right]^P$$

donde C es la capacidad de base dinámica mínima requerida para el rodamiento, X el coeficiente radial del rodamiento proporcionado en catálogo, Y se considera cuando no existe carga axial para el rodamiento, F_r es la carga radial sobre el rodamiento, determinada en la figura, y $F_r = \sqrt{B_y^2 + B_z^2}$.

Con la capacidad de base dinámica, el diámetro del eje obtenido y el número máximo de revoluciones a los que girará la turbina se realiza la selección de rodamiento en los catálogos comerciales.

6.3. Uniones atornilladas

Debido a la carga axial presente en la tapa inferior se efectuará el análisis en esta zona. A continuación, se presenta el método de cálculo:

- Fuerza cortante en cada perno

$$F_{ri} = \frac{T}{n \cdot r}$$

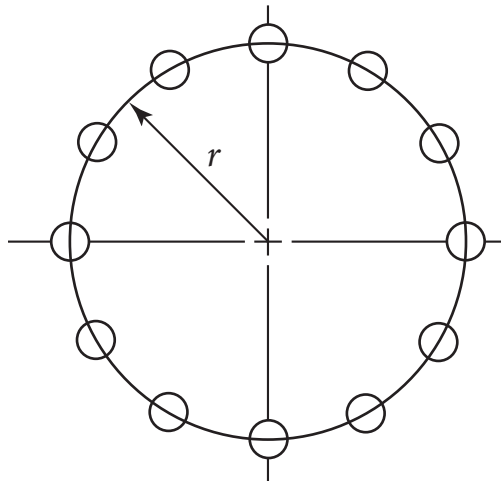


Figura 51: Distancia r

- Fuerza de tracción en cada perno

$$F_{ext} = \frac{A_x}{n}$$

6. Manual de diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes

donde, n es el número de tornillos.

Tabla 13: Tramos correspondientes al perno

Tramo	Descripción	Deformación
I	Tornillo de cabeza hexagonal	Se deforma parcialmente
II	Tramo roscado fuera de agujero roscado	Se deforma en toda su longitud
III	Unión con agujero roscado	Se deforman por flexión y compresión

- Constante de rigidez de un tramo

$$C_i = \frac{E \cdot A_i}{L_i}$$

- Constante de rigidez

$$\frac{1}{C_t} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

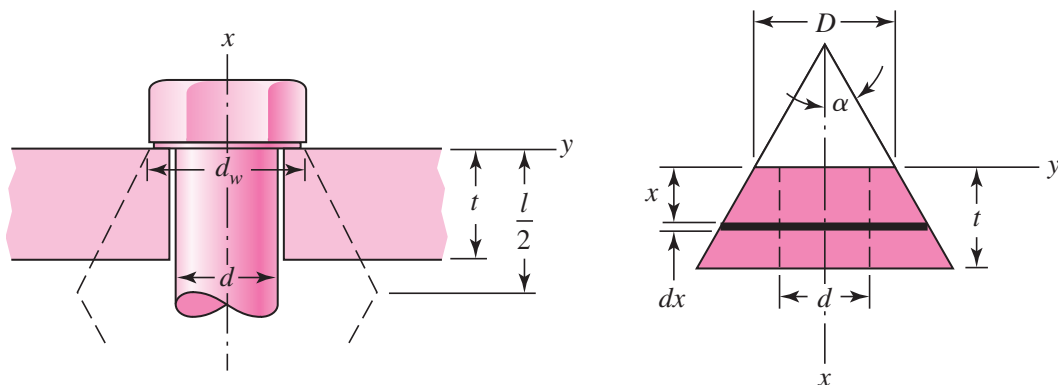


Figura 52: Elementos de un tronco de cono

- Cálculo de la constante de rigidez de un cilindro y de un tronco de cono

$$C_p = \frac{0,5774 \cdot \pi \cdot d \cdot E}{2 \cdot \ln \left(5 \cdot \frac{0,5774l + 0,5d}{0,5774l + 2,5d} \right)}$$

- Factor de distribución de carga

$$\phi = \frac{C_t}{C_t + C_p}$$

- Componente de la fuerza exterior sobre el tornillo

$$F_{ext/t} = \phi \cdot F_{ext}$$

- Componente de la fuerza exterior sobre las placas

$$F_{ext/p} = (1 - \phi) \cdot F_{ext}$$

- Esfuerzo normal

$$\sigma = \frac{F_{max/t}}{A} + \frac{F_{ri/t}}{A}$$

- Esfuerzo cortante

$$\tau = \frac{F_{ri}}{A_d}$$

- Esfuerzo equivalente

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2}$$

- Presión en la placa

$$p = \frac{F_{max/t}}{A_c}$$

- Área de corte en la placa

$$A_c = \frac{\pi \cdot (d^2 - d_w^2)}{4}$$

Para definir si existe fallo o no, se debe cumplir con las siguientes ecuaciones:

$$\sigma_{eq} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq v \cdot \sigma_f$$

donde, $v = 0,9$ (VDI 2230)

La presión de contacto es,

$$p = \frac{F_{max/t}}{A_c} \leq p_{Adm}$$

6.3.1. Uniones soldadas

A continuación, se muestran las ecuaciones para determinar el tamaño del cordón de soldadura:

$$w = \frac{F_{real}}{F_{permisible}}$$

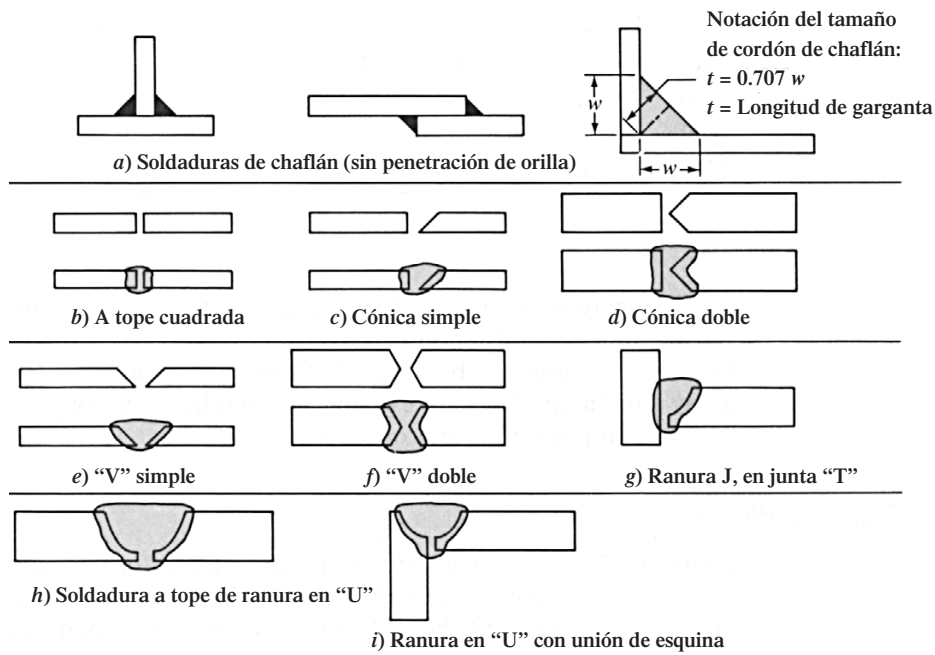


Figura 53: Algunos tipos de soldadura, con preparación de orillas [101]

$$f_{permisible} = \frac{2}{3} \cdot S_y \cdot 0,7071$$

- Carga cortante vertical directo

$$f_c = \frac{V}{A_w}$$

- Carga a tensión o compresión directa

$$f_t = \frac{A_x}{A_w}$$

- Carga a torsión

$$f_{tor} = \frac{T \cdot c}{J_w} \tag{55}$$

$$A_w = \pi \cdot d \quad (56)$$

$$J_w = \pi \cdot (d^3/4) \quad (57)$$

Cálculo de la fuerza resultante

$$f_{real} = \sqrt{f_c^2 + f_t^2 + f_{tor}^2} \quad (58)$$

6.4. Cálculo del espesor de pared de la canaleta de contención

Se considerará a la canaleta de contención como un depósito cilíndrico. Para el cálculo del espesor de la pared se utiliza la ecuación 6.4, extraída del código ASME para carcacas cilíndricas con presión interna. No se consideran esfuerzos longitudinales puesto que sería un recipiente sin tapas y la tendencia alargarlo es nula. Sí se consideran en cambio esfuerzos radiales o circunferenciales, para ello la formula aplicada es la siguiente

$$E_c = \frac{P \cdot R}{T_m \cdot E - 0,6 \cdot P} + C_1 + C_2$$

donde E_c es el espesor de pared de la canaleta de contención, P es la presión de diseño, E un factor de soldadura que para este trabajo toma el valor de 1, T_m tensión máxima admisible y que es propia de cada material, C_1 el sobre espesor por corrosión cuyo valor será de $1mm$ y C_2 la tolerancia de fabricación cuyo valor será de $1 mm$.

La presión de diseño resulta de la combinación de la presión atmosférica y la presión hidrostática provocada por la columna del fluido. En base a lo anterior, se han generado las tablas 15, 16, 17 y 18, donde se muestran los espesores de la canaleta de contención.

6.5. Estandarización

Una vez propuesto el proceso de dimensionamiento de la turbina tipo tornillo de Arquímedes, es posible definir una serie de turbinas para su posterior selección en proyectos específicos. La estandarización permite realizar una adecuada selección de la turbina y con conocimientos básicos de su diseño reubicar la turbina en otros proyectos. Para establecer series estandarizadas de Turbinas de Arquímedes se utiliz la siguiente fórmula que

6. Manual de diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes

constituye el número óptimo de revoluciones a continuación:

$$n = \frac{50}{D_e^{2/3}}$$

La siguiente expresión nos indica la longitud de la turbina que está en función del ángulo de inclinación y el salto neto:

$$L = \frac{H}{\text{sen}(\theta)}$$

Para realizar la estandarización es necesario que cada turbina opere con varias condiciones de caudal, por ende, la siguiente expresión nos proporciona el nivel de llenado el cual se considera entre el 80 % y 120 % para obtener una eficiencia aceptable como se muestra en la figura 54.

$$l = \frac{(Q - Q_f) \cdot 60}{n \cdot V_B \cdot N}$$

A partir de la anterior ecuación y considerando varios valores del diámetro de la hélice se obtuvieron los valores que se presentan en la Tabla 14; obsérvese que en la misma se han situado, además de los valores mínimos y máximos caudal y salto.

Tabla 14: Estandarización de turbina de Arquímedes

D_e (m)	n (rpm)	ΔQ (m^3/s)	ΔH (m)	L (m)	$\Delta\theta^\circ$	$\sim E$
0.72	69.71	0.1-0.15	4 - 5	10	23.5 - 30	0.86
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
0.82	63.92	0.15 - 0.2	4 - 5	10	23.5 - 30	0.86
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
0.98	56.76	0.2 - 0.3	4 - 5	10	23.5 - 30	0.86
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
1.14	51.32	0.3 - 0.4	4 - 5	10	23.5 - 30	0.86
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		

6. Manual de diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes

D_e (m)	n (rpm)	ΔQ (m^3/s)	ΔH (m)	L (m)	$\Delta\theta^\circ$	$\sim E$
1.3	47.01	0.4 - 0.5	4 - 5	10	23.5 - 30	0.86
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
1.44	43.92	0.5 - 0.75	4 - 5	10	23.5 - 30	0.86
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
1.7	39.31	0.75 - 1	4 - 5	10	23.5 - 30	0.87
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
1.94	36	1 - 1.5	4 - 5	10	23.5 - 30	0.87
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
2.28	32.33	1.2 - 2	4 - 5	10	23.5 - 30	0.87
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
2.62	29.47	2 - 3	4 - 5	10	23.5 - 30	0.87
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		

D_e (m)	n (rpm)	ΔQ (m^3/s)	ΔH (m)	L (m)	$\Delta\theta^\circ$	$\sim E$
3.10	26.34	3 - 4	4 - 5	10	23.5 - 30	0.88
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
3.4	22.76	4 - 5	4 - 5	10	23.5 - 30	0.88
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
3.86	20.24	5 - 7.5	4 - 5	10	23.5 - 30	0.88
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		
4.6	43.92	7.5 - 10	4 - 5	10	23.5 - 30	0.88
			3 - 4	8		
			2 - 3	6		
			1 - 2	4		

A partir de la Tabla 14 se elabora el gráfico de la figura 55 que resume de forma sencilla la estandarización de las turbinas Arquímedes atendiendo a su adecuado funcionamiento.

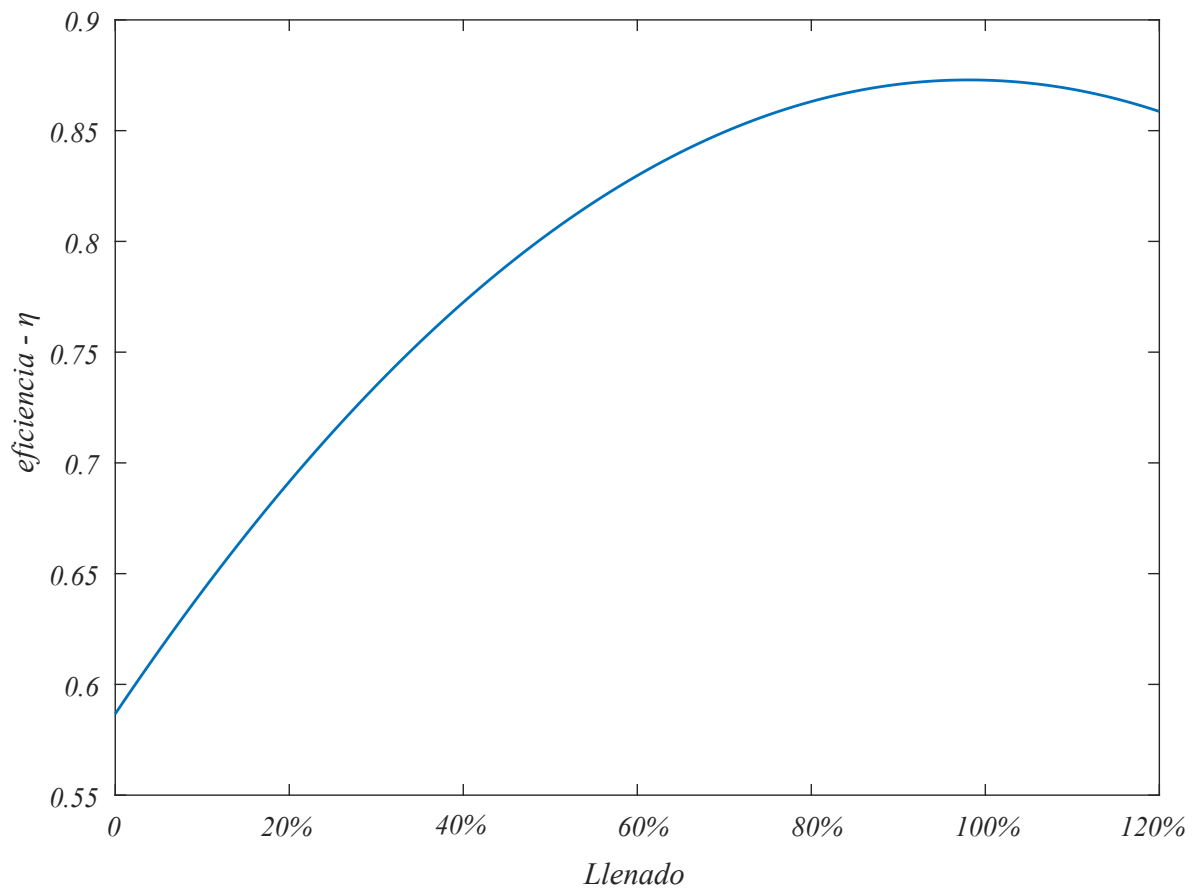


Figura 54: Curva característica Eficiencia - Nivel de llenado de una turbina de Arquímedes

6.5.1. Turbinas estandarizadas

A partir de los criterios antes expuestos y considerando los valores de la tabla 14 y la figura 54, se arriba finalmente a los resultados de la figura 55 en la que es posible seleccionar la turbina de Arquímedes adecuada a cualquier combinación de salto y caudal.

En las tablas 15, 16, 17 y 18 se presenta el cálculo de los principales elementos de las turbinas estandarizadas, del cual se hacen las siguientes observaciones:

- Los cálculos correspondientes a las hélices se hicieron considerando que se construiría de bronce de aluminio.
- Los cálculos correspondientes a los ejes y canaleta de retención se hicieron considerando que se construiría de acero al cromo níquel.
- Se considera 3 hélices, ya que el rendimiento es aceptable y ocupa menor porcentaje de material.

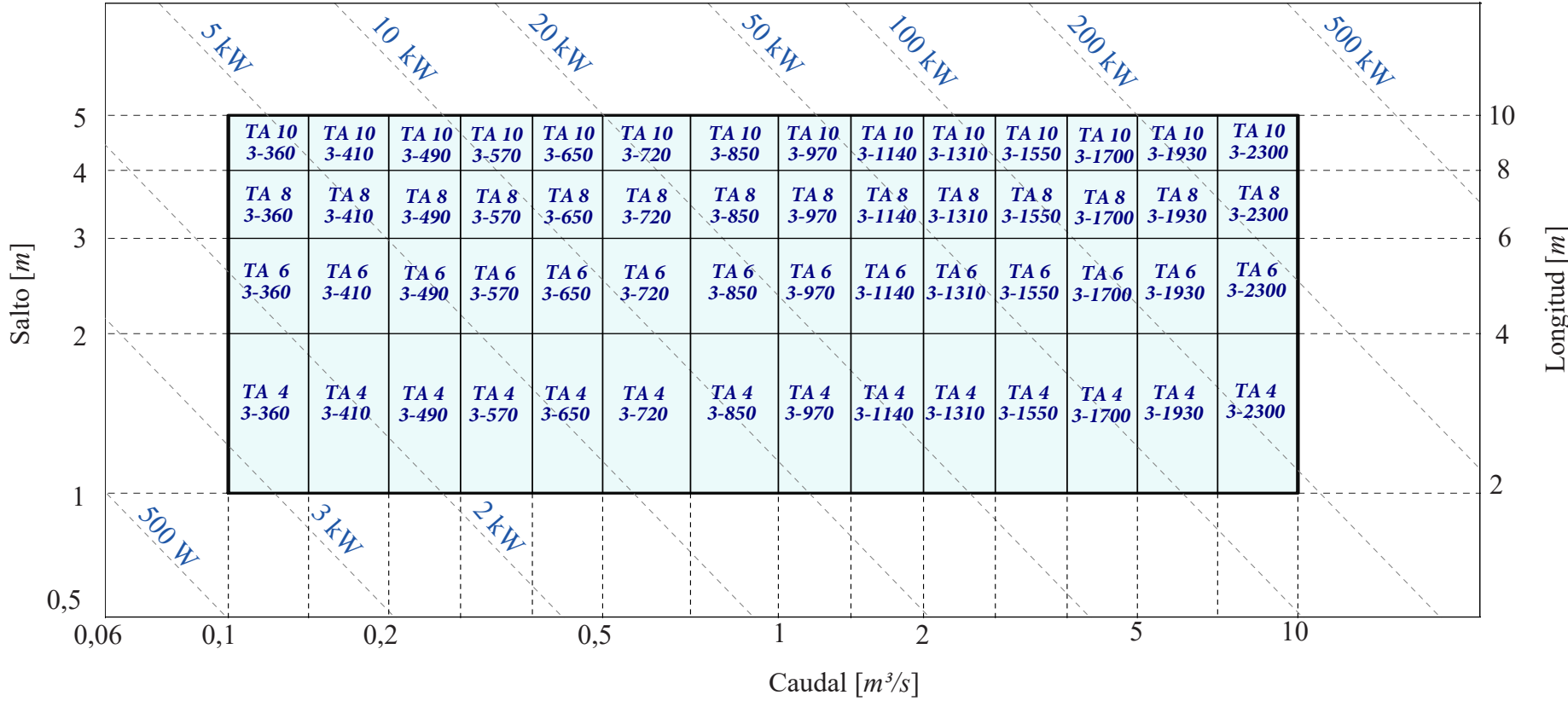
6.6. Selección y reubicación

En la figura 55 la selección de la turbina de Arquímedes se realizara intersectando los datos de salto y caudal.

Para determinar el número de unidades que se instalarán en una central, es necesario considerar el estudio de evaluación de demanda del proyecto, porque en él se determinará el porcentaje de carga parcial con que operará la turbina cuando alcance la máxima demanda diaria el año inicial y si este porcentaje de carga parcial es superior a 30% se recomienda utilizar una sola unidad, en caso de ser superior al 15% se puede utilizar dos unidades y en casos excepcionales cuando esta relación es de 7,5% se podría utilizar tres unidades [102].

Finalmente, la selección definitiva de la turbina resultaría de una evaluación técnico-económica que tomará en cuenta los siguientes criterios:

- Costos de fabricación
- Eficiencia
- Infraestructura



Leyenda

Tipo de turbina Arquímedes **TA**

Longitud de la turbina (m) **10**

Número de hélices **3**

Radio de las hélices (mm) **- 360**

Figura 55: Diagrama de selección de turbinas de Arquímedes estandarizadas

Tabla 15: Cálculo de los principales componentes de la turbina de Arquímedes estandarizadas TA10

	TURBINA	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10
ELEMENTO		3-360	3-410	3-490	3-570	3-650	3-720	3-850	3-970	3-1140	3-1310	3-1550	3-1700	3-1930	3-2300
1. Caudal máximo, $Q(m^3/s)$		0.15	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1	1.5	2	3	4	5	7.5	10
2. Carga máxima de diseño, $H(m)$		5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5	5
3. Potencia máxima, $P(kW)$		6.36	8.53	12.90	16.87	21.09	31.64	42.18	63.27	84.37	126.5	168.7	210.9	316.4	421.8
4. Velocidad máxima de rotación, $n(rpm)$		62.24	57.07	50.67	45.82	41.97	39.21	35.10	32.14	28.86	26.31	23.51	22.11	20.31	18.07
5. Torque producido por cada hélice, $T(N \cdot m)$		25.60	41.86	83.38	140.93	216.68	388.60	672.87	1262.5	2176.3	4125.6	7206.2	10495	19577	34584
6. Diámetro exterior de la hélice, $D_e(m)$		0.72	0.82	0.98	1.14	1.3	1.44	1.7	1.94	2.28	2.62	3.10	3.4	3.86	4.6
7. Diámetro del eje central, $D_i(m)$		0.36	0.41	0.49	0.57	0.65	0.72	0.85	0.97	1.14	1.31	1.55	1.7	1.93	2.3
8. Peso eje central, $W_{eje}(kg)$		1270	1450	1620	1600	1670	2220	2197	3000	2955	4074	4028	5298	6020	7182
9. Peso de las hélices, $W_h(kg)$		201	229.82	274	319.50	364.35	605.38	95291	1631	1917	3671	4784	5234	6251	8152
10. Longitud, $L(m)$		10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
11. Espesor de la Hélice, $e_h(mm)$		2	2	2	2	2	3	3	4	4	5	5	6	10	11
12. Espesor de la canaleta de retención, $E_c(mm)$		3	3	3	4	4	4	4	5	5	6	6	7	8	9
13. Espesor del eje central, $e_{eje}(mm)$		15	14	13	11	10	12	10	12	10	12	11	12	15	15
14. Diámetro del eje superior, $d_{ejes}(mm)$		58	65	77	85	94	112	125	150	168	200	230	250	300	340
15. Diámetro del eje inferior, $d_{ejei}(mm)$		58	65	77	85	94	112	125	150	168	200	230	250	300	340
16. Momento flector máximo, $M_{max}(N \cdot m)$		89.1	111.58	155.13	192.12	227.82	338.35	412.30	606.04	741.46	1080	1327	1607	2396	2831
17. Momento torsor máximo, $M_t(N \cdot m)$		1.53	2.18	3.62	5.22	7.05	11.6	16.69	27.99	40.25	67.58	97.8	130.11	220.2	316

Tabla 16: Cálculo de los principales componentes de la turbina de Arquímedes estandarizadas TA8

	TURBINA														
ELEMENTO	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8
	3-360	3-410	3-490	3-570	3-650	3-720	3-850	3-970	3-1140	3-1310	3-1550	3-1700	3-1930	3-2300	
1. Caudal máximo, $Q(m^3/s)$	0.15	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1	1.5	2	3	4	5	7.5	10	
2. Carga máxima de diseño, $H(m)$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
3. Potencia máxima, $P(kW)$	5.06	6.75	10.12	13.5	16.87	25.31	33.75	50.62	67.49	101.2	135.15	168.7	253.1	337.5	
4. Velocidad máxima de rotación, $n(rpm)$	62.24	57.07	50.67	45.82	41.97	39.21	35.10	32.14	28.86	26.31	23.51	22.11	20.31	18.07	
5. Torque producido por cada hélice, $T(N \cdot m)$	25.60	41.86	83.38	140.93	216.68	388.60	672.87	1262.5	2176.3	4125.6	7206.2	10495	19577	34584	
6. Diámetro exterior de la hélice, $D_e(m)$	0.72	0.82	0.98	1.14	1.3	1.44	1.7	1.94	2.28	2.62	3.10	3.4	3.86	4.6	
7. Diámetro del eje central, $D_i(m)$	0.36	0.41	0.49	0.57	0.65	0.72	0.85	0.97	1.14	1.31	1.55	1.7	1.93	2.3	
8. Peso eje central, $W_{eje}(kg)$	668.95	681.02	816.54	834.54	818.24	1206	1249	1427	1441	1931	2287	2461	2796	33344	
9. Peso de las hélices, $W_h(kg)$	161.44	183.856	219.73	255.61	291	484.31	600	1123	1473	2709	3491	4689	6581	8081	
10. Longitud, $L(m)$	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
11. Espesor de la Hélice, $e_h(mm)$	2	2	2	2	2	3	3	4	4	5	5	6	10	11	
12. Espesor de la canaleta de contención, $E_c(mm)$	3	3	3	4	4	4	4	5	5	6	6	7	8	9	
13. Espesor del eje central, $e_{eje}(mm)$	9	8	8	7	6	8	7	7	6	7	7	7	7	8	
14. Diámetro del eje superior, $d_{ejes}(mm)$	53	59	70	79	88	103	116	138	155	184	210	230	275	310	
15. Diámetro del eje inferior, $d_{ejei}(mm)$	53	59	70	79	88	103	116	137	155	184	210	230	275	310	
16. Momento flector máximo, $M_{max}(N \cdot m)$	57.71	72.26	100.5	124.4	147.54	219.12	267	392	480.1	701.5	859	1040	1551	2831	
17. Momento torsor máximo, $M_t(N \cdot m)$	1.22	1.74	2.89	4.17	5.64	9.28	13.35	22.89	32.2	54.06	78.38	104.08	176.1	316	

Tabla 17: Cálculo de los principales componentes de la turbina de Arquímedes estandarizadas TA6

	TURBINA	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6
ELEMENTO		3-360	3-410	3-490	3-570	3-650	3-720	3-850	3-970	3-1140	3-1310	3-1550	3-1700	3-1930	3-2300
1. Caudal máximo, $Q(m^3/s)$		0.15	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1	1.5	2	3	4	5	7.5	10
2. Carga máxima de diseño, $H(m)$		3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3	3
3. Potencia máxima, $P(kW)$		3.8	5.06	7.59	10.12	12.65	18.98	25.31	37.96	50.62	75.93	101.2	126.5	189.8	253.1
4. Velocidad máxima de rotación, $n(rpm)$		62.24	57.07	50.67	45.82	41.97	39.21	35.10	32.14	28.86	26.31	23.51	22.11	20.31	18.07
5. Torque producido por cada hélice, $T(N \cdot m)$		25.60	41.86	83.38	140.93	216.68	388.60	672.87	1262.5	2176.3	4125.6	7206.2	10495	19577	34584
6. Diámetro exterior de la hélice, $D_e(m)$		0.72	0.82	0.98	1.14	1.3	1.44	1.7	1.94	2.28	2.62	3.10	3.4	3.86	4.6
7. Diámetro del eje central, $D_i(m)$		0.36	0.41	0.49	0.57	0.65	0.72	0.85	0.97	1.14	1.31	1.55	1.7	1.93	2.3
8. Peso eje central, $W_{eje}(kg)$		343	327	385	457	522	693.72	820.03	936	1102	1477	1749	2445	4651	3334
9. Peso de las hélices, $W_h(kg)$		125.36	135.2	198.03	203.6.3	154	232.38	321.5	802.23	736.28	1352	1745	2340	4402	8081
10. Longitud, $L(m)$		6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6	6
11. Espesor de la Hélice, $e_h(mm)$		2	2	2	2	2	3	3	4	4	5	5	6	10	11
12. Espesor de la canaleta de retención, $E_c(mm)$		3	3	3	4	4	4	4	5	5	6	6	7	8	9
13. Espesor del eje central, $e_{eje}(mm)$		5	5	5	5	5	6	6	6	6	6	5	5	6	6
14. Diámetro del eje superior, $d_{ejes}(mm)$		48	55	64	73	78	93	105	125	141	166	189	210	250	280
15. Diámetro del eje inferior, $d_{ejei}(mm)$		48	55	64	73	78	93	105	125	141	166	189	210	250	280
16. Momento flector máximo, $M_{max}(N \cdot m)$		33.09	41.44	57.62	71.36	84.62	125.6	153.14	225.1	275.4	402	493	596.96	8900	10746
17. Momento torsor máximo, $M_t(N \cdot m)$		0.92	1.30	2.17	3.12	4.23	6.96	10.01	16.79	24.15	40.54	58.78	78.1	132.3	190.12

Tabla 18: Cálculo de los principales componentes de la turbina de Arquímedes estandarizadas TA4

	TURBINA														
	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4
ELEMENTO	3-360	3-410	3-490	3-570	3-650	3-720	3-850	3-970	3-1140	3-1310	3-1550	3-1700	3-1930	3-2300	
1. Caudal máximo, $Q(m^3/s)$	0.15	0.2	0.3	0.4	0.5	0.75	1	1.5	2	3	4	5	7.5	10	
2. Carga máxima de diseño, $H(m)$	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	
3. Potencia máxima, $P(kW)$	2.53	3.38	5.06	6.74	8.43	12.65	16.87	25.31	33.75	50.62	67.49	84.37	126.5	168.7	
4. Velocidad máxima de rotación, $n(rpm)$	62.24	57.07	50.67	45.82	41.97	39.21	35.10	32.14	28.86	26.31	23.51	22.11	20.31	18.07	
5. Torque producido por cada hélice, $T(N \cdot m)$	25.60	41.86	83.38	140.93	216.68	388.60	672.87	1262.5	2176.3	4125.6	7206.2	10495	19577	34584	
6. Diámetro exterior de la hélice, $D_e(m)$	0.72	0.82	0.98	1.14	1.3	1.44	1.7	1.94	2.28	2.62	3.10	3.4	3.86	4.6	
7. Diámetro del eje central, $D_i(m)$	0.36	0.41	0.49	0.57	0.65	0.72	0.85	0.97	1.14	1.31	1.55	1.7	1.93	2.3	
8. Peso eje central, $W_{eje}(kg)$	120	137	163.7	190	217	321	379	540	636	877	1038	1328	2111	2822	
9. Peso de las hélices, $W_h(kg)$	81	91	110	127	145	242	286	434	511	734	868	1143	2163	2836	
10. Longitud, $L(m)$	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
11. Espesor de la Hélice, $e_h(mm)$	2	2	2	2	2	3	3	4	4	5	5	6	10	11	
12. Espesor de la canaleta de retención, $E_c(mm)$	3	3	3	4	4	4	4	5	5	6	6	7	8	9	
13. Espesor del eje central, $e_{eje}(mm)$	3	3	3	3	3	4	4	3	3	4	4	4	4	3	
14. Diámetro del eje superior, $d_{ejes}(mm)$	42	47	56	62	70	81	91	109	124	146	168	185	215	250	
15. Diámetro del eje inferior, $d_{ejei}(mm)$	42	47	56	62	70	81	91	109	124	146	168	185	215	250	
16. Momento flector máximo, $M_{max}(N \cdot m)$	15.27	19.13	26.59	32.94	39.05	58.6	71.1	103.3	127.1	185.7	227.7	275.5	410.7	495.9	
17. Momento torsor máximo, $M_t(N \cdot m)$	0.61	0.8	1.44	2.08	2.82	4.64	6.67	11.19	16.1	27.03	39.19	52.04	88.08	126.7	

Tabla 19: Principales parámetros mecánicos de las turbinas de Arquímedes TA10

ELEMENTO	TURBINA	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10	TA10
		3-360	3-410	3-490	3-570	3-650	3-720	3-850	3-970	3-1140	3-1310	3-1550	3-1700	3-1930	3-2300
1. Espesor de ejes laterales, $e_{placa}(mm)$		11	11	11	11	12	12	14	14	16	20	24	28	34	50
2. Espesor de tapas laterales, $e_{tapa}(mm)$		11	11	11	11	12	12	14	14	16	20	24	28	34	50
3. Número de pernos, $n(-)$		8	8	8	8	8	8	8	8	8	10	10	10	10	10
4. Diámetro de pernos, $d\varnothing(mm)$		12	12	12	12	16	16	16	20	20	24	24	27	30	36
5. Número de clase de perno (métrico), $(-)$		4.8	5.8	5.8	5.8	8.8	8.8	9.8	9.8	9.8	10.9	10.9	10.9	12.9	12.9
6. Espesor de nervio en ejes laterales, (mmm)		-	-	-	-	-	-	12	12	12	13	14	15	15	18

Tabla 20: Principales parámetros mecánicos de las turbinas de Arquímedes TA8

ELEMENTO	TURBINA	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8	TA8
		3-360	3-410	3-490	3-570	3-650	3-720	3-850	3-970	3-1140	3-1310	3-1550	3-1700	3-1930	3-2300
1. Espesor de ejes laterales, $e_{placa}(mm)$		10	10	11	11	11	12	12	14	1	20	22	26	34	48
2. Espesor de tapas laterales, $e_{tapa}(mm)$		10	10	11	11	11	12	12	14	1	20	22	26	34	48
3. Número de pernos, $n(-)$		8	8	8	8	8	8	8	8	8	10	10	10	10	10
4. Diámetro de pernos, $d\varnothing(mm)$		12	12	12	12	12	16	16	16	20	20	24	24	27	36
5. Número de clase de perno (métrico), $(-)$		4.8	5.8	5.8	5.8	8.8	8.8	9.8	9.8	9.8	10.9	10.9	10.9	12.9	12.9
6. Espesor de nervio en ejes laterales, (mmm)		-	-	-	-	-	-	12	12	12	13	14	15	15	18

Tabla 21: Principales parámetros mecánicos de las turbinas de Arquímedes TA6

ELEMENTO	TURBINA	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6	TA6
		3-360	3-410	3-490	3-570	3-650	3-720	3-850	3-970	3-1140	3-1310	3-1550	3-1700	3-1930	3-2300
1. Espesor de ejes laterales, $e_{placa}(mm)$		10	10	10	10	12	12	12	14	14	18	20	24	28	46
2. Espesor de tapas laterales, $e_{tapa}(mm)$		10	10	10	10	12	12	12	14	14	18	20	24	28	46
3. Número de pernos, $n(-)$		8	8	8	8	8	8	8	8	8	10	10	10	10	10
4. Diámetro de pernos, $d\varnothing(mm)$		12	12	12	12	12	12	12	16	16	20	20	24	27	30
5. Número de clase de perno (métrico), $(-)$		4.8	4.8	4.8	5.8	5.8	8.8	8.8	8.8	9.8	9.8	9.8	10.9	10.9	12.9
6. Espesor de nervio en ejes laterales, (mmm)		-	-	-	-	-	-	10	10	10	12	14	14	15	16

Tabla 22: Principales parámetros mecánicos de las turbinas de Arquímedes TA4

ELEMENTO	TURBINA	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4	TA4
		3-360	3-410	3-490	3-570	3-650	3-720	3-850	3-970	3-1140	3-1310	3-1550	3-1700	3-1930	3-2300
1. Espesor de ejes laterales, $e_{placa}(mm)$		8	8	9	9	9	9	10	10	11	11	12	14	16	22
2. Espesor de tapas laterales, $e_{tapa}(mm)$		8	8	9	9	9	9	10	10	11	11	12	14	16	22
3. Número de pernos, $n(-)$		8	8	8	8	8	8	8	8	8	10	10	10	10	10
4. Diámetro de pernos, $d\varnothing(mm)$		12	12	12	12	12	12	12	14	14	16	16	16	20	24
5. Número de clase de perno (métrico), $(-)$		4.8	4.6	4.6	4.6	4.6	4.8	4.8	4.8	4.8	5.8	5.8	5.8	8.8	9.8
6. Espesor de nervio en ejes laterales, (mmm)		-	-	-	-	-	-	10	10	10	10	10	12	12	16

6.7. Recomendaciones de fabricación

Para la fabricación del eje central, las hélices y la canaleta de contención se recomienda usar los materiales mostrados en la tabla 11.

Algunos elementos, principalmente las hélices y el eje central, están sometidos a desgaste por la abrasión del agua que fluye a través de la turbina, por tanto, el material de estos componentes debe ser capaz de superar estos escenarios de desgaste. Cuando se hallan definido las alternativas de fabricación, es factible proceder a la elaboración de los planos de fabricación.

- **Eje central:** se lo puede fabricar mediante el método de rolado y soldado con un cordón cuya garganta no dificulte el ensamblaje de las hélices.
- **Hélices** se puede alcanzar un gran rendimiento si se fabrican una cortadora plasma CNC, con ello se pretende respetar la geometría de las hélices que a su vez garantizará el adecuado aprovechamiento del caudal de agua. Se recomienda que el material empleado en la fabricación de las hélices y del eje central posea un coeficiente de Manning que bordee el valor $n_r = 0,014$
- **Ejes laterales** Para turbinas cuyo diámetro exterior supere los 6 m se recomienda reforzar los ejes laterales con nervios mecánicos a fin de disipar la concentración de esfuerzos. Se recomienda usar una membrana entre la tapa lateral y los ejes a fin de evitar la entrada de fluido al eje central.
- **Canaleta de contención** Se recomienda reforzar la canaleta de contención con contención, al igual que los ejes laterales, mediante nervios mecánicos.





7. Validación del manual propuesto para el diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes

7. Validación del manual propuesto para el diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes

7.1. Casos de estudio

En la Tabla 23 se proporciona una lista detallada de las instalaciones de centrales hidroeléctricas de tornillo de Arquímedes que se utilizan con fines de evaluación en este documento. La Tabla 23 es una compilación de datos publicados de múltiples fuentes. Las referencias para cada planta se enumeran en esta tabla.

Tabla 23: Detalles de las centrales hidroeléctricas de tornillo de Arquímedes utilizadas para la evaluación del manual.

Datos del fabricante					Sitio	Referencia
Lugar de emplazamiento	Q (m^3/s)	β ($^\circ$)	H (m)	P (kW)		
East Devon (Inglaterra)	1.5	22	2.6	28		[26]
North Yorkshire (Inglaterra)	3.95	22	0.963	27.8		[103]
Herrenhof (Alemania)	0.9	-	2.1	13.9		[100]
Ontario (Canadá)	0.54	22	1.7	7.2		[104]

Whitby (Inglaterra)	4	22	1.8	50		[94]
Kirchberg (Luxemburgo)	6	-	2.97	130		[100]
Cantabria (España)	2.5	22	1.94	35		[105]
Hausen (Alemania)	6	-	5.8	250		[100]
Viena (Austria)	7.1	-	1.7	84		[100]

7.2. Criterio de evaluación

Para comparar y evaluar los resultados del manual propuesto, con los estudios de casos representados en la Tabla 23, primero se aplica el manual para obtener la potencia suministrada en el eje del TA, luego mediante catálogos se estima el rendimiento en la caja de engranajes y generador para obtener la potencia eléctrica suministrada por la TA. En la tabla 24 se presenta la comparación entre los datos de centrales hidroeléctricas instaladas y los datos calculados del manual propuesto, se calcula el error en cada una de estas y un promedio general.

7.3. Resultados

A continuación se presenta una comparativa entre los datos que diferentes fabricantes han generado sobre instalaciones reales de hidroeléctricas con turbinas de Arquímedes y

7. Validación del manual propuesto para el diseño de turbinas de tornillo de Arquímedes

los datos obtenidos mediante el método analítico anteriormente descrito. Dado que las potencias para cada caso de estudio son eléctricas, se considera un rendimiento del acople *caja reductora-generado eléctrico* igual a 0.85 %.

Tabla 24: Comparación de los datos del fabricante y datos calculados.

Lugar de emplazamiento	Datos del fabricante				Datos calculados			Referencia
	Q (m ³ /s)	β (°)	H (m)	P (kW)	β (°)	P (kW)	Error (%)	
East Devon (Inglaterra)	1.5	22	2.6	28	-	27.86	0.5	[26]
North Yorshire (Inglaterra)	3.95	22	0.963	27.8	-	27.2	2.2	[103]
Herrenhof (Alemania)	0.9	-	2.1	13.9	21.6	13.57	2.4	[100]
Ontario (Canadá)	0.54	22	1.7	7.2	-	6.58	8.6	[104]
Whitby (Inglaterra)	4	22	1.8	50	-	51.81	3.6	[94]
Kirchberg (Luxemburgo)	6	-	2.97	130	25.8	133.81	2.9	[100]
Cantabria (España)	2.5	22	1.94	35	-	35.03	0.1	[105]
Hausen (Alemania)	6	-	5.8	250	22.3	251.41	0.6	[100]
Viena (Austria)	7.1	-	1.7	84	22	86.97	3.5	[100]
Promedio							2.7	

Conclusiones

- Se ha propuesto un manual para el diseño de turbinas hidráulicas tipo tornillo de Arquímedes en rangos operativos de caudal y salto de agua de hasta $10 \text{ m}^3/\text{s}$ y 5m respectivamente, con potencias estimadas entregadas en el eje desde 3 kW hasta 454kW .
- Se sintetizan diversos modelos matemáticos y teorías relacionados con las turbinas tipo tornillo de Arquímedes, lo que permitió entender su principio de funcionamiento y principales parámetros tanto geométricos como mecánicos e hidráulicos. Además, se pudo conocer el potencial de una turbina tipo tornillo de Arquímedes en la sostenibilidad del desarrollo hidroeléctrico y determinar los requerimientos para facilitar el acceso a esta tecnología.
- Se elaboraron directrices para apoyar el dimensionamiento de turbinas tipo tornillo de Arquímedes. Se propusieron métodos para estimar la geometría y parámetros mecánicos e hidráulicos de una TA. Estos métodos pueden reducir significativamente los costes computacionales del diseño inicial de los tornillos de Arquímedes específicos del lugar y facilitar su diseño.
- Se validó el procedimiento propuesto, comparando valores de potencia obtenidos mediante el manual de estandarización frente a nueve casos de estudio reales obteniendo errores porcentuales promedio de 2.7% .
- A futuro, se podría realizar un estudio detallado de una pequeña central hidroeléctrica con este tipo de turbinas utilizando los resultados de este proceso como punto de partida.

Trabajos futuros

- Estudiar los efectos de una turbina de Arquímedes en la fauna íctica local.
- Profundizar el análisis de los efectos de cavitación en la entrada y salida de la turbina.
- Optimizar el diseño de la canaleta de contención a fin de minimizar las pérdidas de caudal.
- Proponer directrices de diseño para centrales hidroeléctricas con turbinas de Arquímedes instaladas en paralelo.

Referencias

- [1] B. DiFrancisco, “Liquid Sludge and Biosolids Transport,” in *Design of Water Resource Recovery Facilities*, 6th ed. New York: McGraw-Hill Education, 2018, journal Abbreviation: Design of Water Resource Recovery Facilities. [Online]. Available: <https://www.accessengineeringlibrary.com/content/book/9781260031188/toc-chapter/chapter19/section/section16>
- [2] A. Lashofer, W. Hawle, and B. Pelikan, “State of technology and design guidelines for the archimedes screw turbine,” *Proceedings of the Hydro*, 2012.
- [3] U. Kumar, P. Singh, and A. Tiwari, “Suitability of archimedes screws for micro hydro power generation in india,” *International Journal of Thermal Technologies*, 2016.
- [4] J. Adlard, “Archimedes’ screw: Copley hydropower generator,” *Future Energy Yorkshire, Yorkshire*, 2011.
- [5] U. N. Environment, “Informe sobre la Brecha de Emisiones 2021,” Oct. 2021, section: publications. [Online]. Available: <http://www.unep.org/es/resources/emissions-gap-report-2021>
- [6] B. Douglas, M. T. Kearney, and S. P. Leatherman, Eds., *Sea level rise: History and consequences*. Academic Press, 2000.
- [7] V. Foster and D. Bedrosyan, “Understanding CO2 emissions from the global energy sector,” 2014, World Bank, Washington, DC.
- [8] IRENA, “Renewable Capacity Statistics 2021,” 2021. [Online]. Available: <https://www.irena.org/publications/2021/March/Renewable-Capacity-Statistics-2021>
- [9] A. YoosefDoost and W. D. Lubitz, “Archimedes screw turbines: A sustainable development solution for green and renewable energy generation—a review of potential and design procedures,” *Sustainability*, vol. 12, no. 18, p. 7352, 2020.
- [10] W. Hawle, A. Lashofer, and B. Pelikan, “Lab testing of the archimedean screw,” in *Hidroenergia Conf., European Small Hydropower Association, Brussels, Belgium*, 2012.
- [11] A. Lashofer, “Projekt Wasserkraftschnecken Verortung,” (accedido el 7 de Julio de 2021). [Online]. Available: <http://www.lashofer.at/deutsch/wasserkraftschnecke/projekt-wasserkraftschnecken-verortung/>
- [12] K. Brada, “Wasserkraftschnecke ermöglicht stromerzeugung uber kleinkraftwerke,” *MM. Maschinenmarkt*, vol. 105, no. 14, pp. 52–56, 1999.
- [13] C. Rorres, “The Turn of the Screw: Optimal Design of an Archimedes Screw,” *Journal of Hydraulic Engineering-asce - J HYDRAUL ENG-ASCE*, vol. 126, Jan. 2000.

- [14] A. Havendri and I. Arnif, “Kaji eksperimental penentuan sudut ulir optimum pada turbin ulir untuk data perancangan turbin ulir pada pusat listrik tenaga mikrohidro (pltmh) dengan head rendah,” *Sumber*, vol. 1500, pp. 1–35, 2000.
- [15] G. Müller and J. Senior, “Simplified theory of archimedean screws,” *Journal of Hydraulic Research*, vol. 47, no. 5, pp. 666–669, 2009.
- [16] B. Yulistiyanto, Y. Hizhar, and L. Lisdiyanti, “Effect of flow discharge and shaft slope of archimedes (screw) turbin on the micro-hydro power plant,” *Dinamika TEKNIK SIPIL*, 2012.
- [17] D. Nuernbergk, *Wasserkraftschnecken - Berechnung und optimaler Entwurf von archimedischen Schnecken als Wasserkraftmaschine (Hydropower screws - Calculation and Design of Archimedes Screws used in Hydropower)*. Schäfer, 2012.
- [18] A. Raza, M. S. Mian, and Y. Saleem, “Modeling of archimedes turbine for low head hydro power plant in simulink matlab,” *International Journal of Engineering Research & Technology*, vol. 2, no. 7, pp. 2471–2477, 2013.
- [19] A. Stergiopoulou, V. Stergiopoulos, E. Kalkani *et al.*, “Towards a first cfd study of innovative archimedean kinetic energy conversion systems in greece,” *Proceedings of the 5th IC-EpsMsO*, pp. 634–640, 2013.
- [20] M. Lyons, “Lab testing and modeling of archimedes screw turbines,” Master’s thesis, University of Guelph, 2014.
- [21] W. D. Lubitz, M. Lyons, and S. Simmons, “Performance model of archimedes screw hydro turbines with variable fill level,” *Journal of Hydraulic Engineering*, 2014.
- [22] G. Dellinger, “Etude des performances hydrauliques des vis d’archimède utilisées dans les micro centrales hydroélectriques,” Ph.D. dissertation, Université de Strasbourg, 2015.
- [23] A. I. Siswantara, M. H. Gumelar S, Budiarso, R. Harmadi, Warjito, and D. Adanta, “Analysis of the effects of overflow leakage phenomenon on archimedes turbine efficiency,” in *2018 4th International Conference on Science and Technology (ICST)*, 2018.
- [24] G. Dellinger, S. Simmons, W. D. Lubitz, P.-A. Garambois, and N. Dellinger, “Effect of slope and number of blades on Archimedes screw generator power output,” *Renewable Energy*, 2019.
- [25] B. Ceran, J. Jurasz, R. Wróblewski, A. Guderski, D. Złotecka, and Ł. Kaźmierczak, “Impact of the minimum head on low-head hydropower plants energy production and profitability,” *Energies*, vol. 13, no. 24, p. 6728, 2020.
- [26] S. Simmons, “An experimental and numerical analysis of parameter scaling in archimedes screw generators,” Ph.D. dissertation, University of Guelph, 2021.

- [27] K. Amasyali and N. M. El-Gohary, “A review of data-driven building energy consumption prediction studies,” *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2018.
- [28] P. Gevorkian, “Hydroelectric power,” in *Sustainable Energy Systems Engineering: The Complete Green Building Design Resource*. McGraw-Hill Education, 2007.
- [29] S. J. Williamson, B. H. Stark, and J. D. Booker, “Low head pico hydro turbine selection using a multi-criteria analysis,” *Renewable Energy*, vol. 61, pp. 43–50, 2014.
- [30] “Electricity production by source.” [Online]. Available: <https://ourworldindata.org/grapher/electricity-prod-source-stacked>
- [31] “Hydropower generation.” [Online]. Available: <https://ourworldindata.org/grapher/hydropower-consumption>
- [32] *Plan maestro de electricidad*, Ministro de Energía y Recursos Naturales No Renovables, (Accedido en: 12/10/2021). [Online]. Available: <https://www.recursoyenergia.gob.ec/plan-maestro-de-electricidad/>
- [33] *Informe anual*, CENACE, 2020, (Accedido en: 09-12-2021). [Online]. Available: <http://www.cenace.gob.ec/wp-content/uploads/downloads/2021/04/Informe-Anual-CENACE-2020-Parte-1.pdf>
- [34] Hyposo, “Ecuador.” [Online]. Available: <https://www.hyposo.eu/fr/la-carte-hyposo/l-equateur/#newsletter>
- [35] A. García, “Ficha sector. Centrales hidroeléctricas en Ecuador 2018,” Oficina Económica y Comercial de la Embajada de España en Quito, Tech. Rep., 2018. [Online]. Available: <https://www.icex.es/icex/es/navegacion-principal/todos-nuestros-servicios/informacion-de-mercados/paises/navegacion-principal/el-mercado/estudios-informes/DOC2018786164.html?idPais=EC>
- [36] J. F. Sanz Osorio, *Energía hidroeléctrica (2a. ed.)*. Prensas de la Universidad de Zaragoza, 2016. [Online]. Available: <https://elibro.net/es/lc/bibliotecaups/titulos/44824>
- [37] “Central hidroeléctrica,” (Accedido en: 3-12-2021). [Online]. Available: https://es.wikipedia.org/w/index.php?title=Central_hidroel%C3%A9ctrica&oldid=141295826
- [38] S. C. Herrera and J. Eduardo, “Análisis energético de un tornillo de Arquímedes para canales de regadío con una caída de 2m y caudal de 2m³/s,” *Pontificia Universidad Católica del Perú*, 2019. [Online]. Available: <http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/handle/20.500.12404/13235>
- [39] M. Casini, “Harvesting energy from in-pipe hydro systems at urban and building scale,” *International Journal of Smart Grid and Clean Energy*, vol. 4, Oct. 2015.

Referencias

- [40] S. Budhathoki, “Grid connection of gotikhel micro hydropower plant without interrupting isolated load,” Master’s thesis, Brandenburg University of Technology, 2011.
- [41] P. Breeze, *Hydropower*, 1st ed. Academic Press, Mar. 2018.
- [42] S. Currie, *Hydropower*. ReferencePoint Press, 2011.
- [43] A. G. P. Narrain, *Low Head Hydropower For Local Energy Solutions*, 1st ed. London: CRC Press, Nov. 2017.
- [44] D. Liu, H. Liu, X. Wang, and E. Kremere, “World Small Hydropower Development Report 2019,” *United Nations Industrial Development Organization; International Center on Small Hydro Power*, 2019. [Online]. Available: www.smallhydroworld.org
- [45] M. Kanoğlu, Y. A. Çengel, and J. M. Cimbala, “Analisis of a hydroelectric power plant,” in *Fundamentals and Applications of Renewable Energy*. McGraw-Hill Education, 2019.
- [46] R. Ortiz Florez, *Pequeñas centrales hidroeléctricas*. Ediciones de la U, 2011. [Online]. Available: <https://elibro.net/es/lc/bibliotecaups/titulos/70972>
- [47] M. Kanoğlu, Y. A. Çengel, and J. M. Cimbala, “Run of river plants and waterwheels,” in *Fundamentals and Applications of Renewable Energy*. McGraw-Hill Education, 2019.
- [48] G. B. Gharehpetian and M. Mousavi, “Design of small hydro generation systems,” in *Distributed Generation Systems: Design, Operation and Grid Integration*. Butterworth-Heinemann, 2017.
- [49] H.-J. Wagner and J. Mathur, *Introduction to Hydro Energy Systems: Basics, Technology and Operation*. Springer Science & Business Media, Jun. 2011, google-Books-ID: 8XftQODnSeYC.
- [50] J. Twidell and T. Weir, “Hydropower,” in *Renewable Energy Resources*, 3rd ed. Routledge, 2015.
- [51] M. Kanoğlu, Y. A. Çengel, and J. M. Cimbala, “Impulse Turbines,” in *Fundamentals and Applications of Renewable Energy*. McGraw-Hill Education, 2020.
- [52] M. Kanoğlu, Y. A. Çengel, and J. M. Cimbala, “Reaction Turbines,” in *Fundamentals and Applications of Renewable Energy*. McGraw-Hill Education, 2020.
- [53] U. Sanchez Dominguez, *Máquinas hidráulicas*. ECU, 2013. [Online]. Available: <https://elibro.net/es/lc/bibliotecaups/titulos/42544>
- [54] “Cross flow turbines,” (Accedido en: 20-12-2021). [Online]. Available: <http://www.ossbergerhydro.com/cross-flow-turbines.html>
- [55] P. Breeze, *Power generation technologies*. Newnes, 2019.

- [56] T. W. E. Federation (WEF), *Liquid Sludge and Biosolids Transport*. McGraw-Hill Education, 2018, book Title: Design of Water Resource Recovery Facilities, Sixth Edition. [Online]. Available: <https://www.accessengineeringlibrary.com/content/book/9781260031188/toc-chapter/chapter19/section/section16>
- [57] T. Koetsier and H. Blauwendraat, “The archimedean screw-pump: A note on its invention and the development of the theory,” in *International symposium on history of machines and mechanisms*. Springer, 2004, pp. 181–194.
- [58] K.-A. Radlik, “Wasserkraftschnecke zur energieumwandlung,” DE Patent DE4139134A1, Jun., 1992. [Online]. Available: <https://patents.google.com/patent/DE4139134A1/de>
- [59] S. J. Williamson, B. H. Stark, and J. D. Booker, “Low head pico hydro turbine selection using a multi-criteria analysis,” *Renewable Energy*, vol. 61, pp. 43–50, Jan. 2014. [Online]. Available: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960148112003710>
- [60] J. Schwizer, “Map of hydro turbines,” *Wikimedia Commons*, 2018, (Accedido en 20/11/2021). [Online]. Available: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Kennfeld_Wasserturbinen.svg
- [61] R. A. Subekti, A. Susatyo, H. Sudibyo, and G. Pikra, “Utilization of water energy potential on tail race for very low head hydro power plant,” in *2020 International Conference on Sustainable Energy Engineering and Application (ICSEEA)*, 2020, pp. 1–8.
- [62] G. F. Round, “Historical background and present state of development,” in *Incompressible flow turbomachines: design, selection, applications, and theory*. Elsevier, 2004.
- [63] T. Koetsier and H. Blauwendraat, *The Archimedean Screw-Pump: A Note on its Invention and the Development of the Theory*. Kluwer Academic Publishers, 2004, pp. 181–194, koetsierBlauendraa.
- [64] D. M. Nuernbergk, “Archimedes screw in the twenty-first century,” in *Archimedes in the 21st Century*. Springer, 2017, pp. 113–124.
- [65] C. M. Pringle, M. C. Freeman, and B. J. Freeman, “Regional effects of hydrologic alterations on riverine macrobiota in the new world: tropical-temperate comparisons: the massive scope of large dams and other hydrologic modifications in the temperate new world has resulted in distinct regional trends of biotic impoverishment. while neotropical rivers have fewer dams and limited data upon which to make regional generalizations, they are ecologically vulnerable to increasing hydropower development and biotic patterns are emerging,” *BioScience*, 2000.

Referencias

- [66] P. S. Kemp, “Impoundments, barriers and abstractions: impact on fishes and fisheries, mitigation and future directions,” *Freshwater fisheries ecology*, 2015.
- [67] R. Neves, A. Bogan, J. Williams, S. Ahlstedt, and P. Hartfield, *Status of Aquatic Mollusks in the Southeastern United States: A Downward Spiral of Diversity*. Southeast Aquatic Research Institute, 1997.
- [68] H. Spah, “Fishery biological opinion of the fish compatibility of the patented hydraulic screw from ritz atro,” Ritz Atro, Tech. Rep., 2001.
- [69] C. D. McNabb, C. R. Liston, and S. M. Borthwick, “Passage of Juvenile Chinook Salmon and other Fish Species through Archimedes Lifts and a Hidrostral Pump at Red Bluff, California,” *Transactions of the American Fisheries Society*, 2003.
- [70] P. Kibel, “Fish monitoring and live fish trials. archimedes screw turbine, river dart.(Phase I Report: Live fish trials, smolts, leading edge assessment, disorientation study, outflow monitoring.),” Fishtek-Consulting Ltd, Tech. Rep., 2007.
- [71] P. Kibel, “Archimedes screw turbine fisheries assessment. (Phase II: Eels and Kelts.),” Fishtek-Consulting Ltd, Tech. Rep., 2008.
- [72] P. Kibel, “The archimedes screw turbine: Assessment of three leading edge profiles,” Fishtek-Consulting Ltd, Tech. Rep., 2009.
- [73] R. Brackley, M. Lucas, R. Thomas, C. Adams, and C. Bean, “Comparison of damage to live v. euthanized atlantic salmon *salmo salar* smolts from passage through an archimedean screw turbine,” *Journal of fish biology*, 2018.
- [74] C. A. Boys, B. D. Pflugrath, M. Mueller, J. Pander, Z. D. Deng, and J. Geist, “Physical and hydraulic forces experienced by fish passing through three different low-head hydropower turbines,” *Marine and Freshwater Research*, 2018.
- [75] A. T. Piper, P. J. Rosewarne, R. M. Wright, and P. S. Kemp, “The impact of an archimedes screw hydropower turbine on fish migration in a lowland river,” *Ecological Engineering*, vol. 118, pp. 31–42, 2018.
- [76] I. S. Pauwels, R. Baeyens, G. Toming, M. Schneider, D. Buysse, J. Coeck, and J. A. Tuhtan, “Multi-species assessment of injury, mortality, and physical conditions during downstream passage through a large archimedes hydrodynamic screw (albert canal, belgium),” *Sustainability*, 2020.
- [77] D. Bennion, “Maintaining archimedes screw pumps,” *ECS Engineering Services*, 2013.
- [78] “Ecs, “archimedes screw pumps,” ecs engineering services,” 2018, (accedido en: 23-11-2021). [Online]. Available: <http://www.ecsengineeringservices.com/archimedes-screw-pumps/>

- [79] Landustrie. Landustrie: Water technology. (Accedido en: 09-10-2021). [Online]. Available: <https://landustrie.nl/es/productos/hydroenergia/hidrotornillos/>
- [80] G. Dellinger, A. Terfous, A. Ghenaim, and P.-A. Garambois, “Optimisation d’une vis d’archimède pour la production d’énergie dans les microcentrales hydroélectriques.” in *Rencontres Universitaires de Génie Civil*, 2015.
- [81] D. M. Nuernbergk and C. Rorres, “Analytical model for water inflow of an archimedes screw used in hydropower generation,” *Journal of Hydraulic Engineering*, vol. 139, pp. 213–220, 2013.
- [82] A. N. Suraya, N. Ammar, and J. U. Kulthum, “The effect of substantive parameters on the efficiency of archimedes screw microhydro power: a review,” in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, vol. 100, no. 1. IOP Publishing, 2015, p. 012030.
- [83] D. Nuernbergk and C. Rorres, “Bestimmung des Durchflusses in Archimedischen Schnecken - Calculation of the discharge of Archimedes Screws,” *Wasserkraft & Energie*, 2014.
- [84] K. Brada and A. Radlik, “Wasserkraftschnecke: Eigenschaften und Verwendung.” Paper presented at the meeting of Heat exchange and renewable energy sources. International symposium N06, Szczecin, Poland, 1996.
- [85] G. Dellinger, A. Terfous, and A. Ghenaim, “Optimisation des vis d’archimède pour produire de l’énergie dans les microcentrales hydroélectriques,” 2014.
- [86] A. YoosefDoost and W. D. Lubitz, “Design guideline for hydropower plants using one or multiple archimedes screws,” *Processes*, 2021.
- [87] J. Weisbach, *Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen Mechanik*. Verlag von Friedrich Vieweg und Sohn, 1885.
- [88] G. Nagel and Ritz-Pumpenfabrik OHG, *Archimedian screw pump handbook: fundamental aspects of the design and operation of water pumping installations using Archimedian screw pumps*. Schwäbisch Gmünd: RITZ-Pumpenfabrik OHG, 1968, oCLC: 8702853.
- [89] J. Muysken, “Berekening van het nuttig effect van de vijzel,” *De Ingenieur*, 1932.
- [90] W. D. Lubitz, “Gap flow in archimedes screws,” in *CSME Intl. Congress, Toronto*, 2014.
- [91] A. Kozyn, “Power loss model for archimedes screw turbines,” Ph.D. dissertation, University of Guelph, 2016.
- [92] D. Aiger, “Überfälle—wasserbauliche mittelungen—aktuelle forschungen im wasserbau,” forschungen im Wasserbau 1993–2008, Heft 36, Institut für Wasserbau und

Referencias

- Technische Hydromechanik der TU Dresden, Selbstverlag der Technischen Universität Dresden, Dresden.
- [93] K. Songin, “Experimental Analysis of Archimedes Screw Turbines,” Master’s thesis, University of Guelph, Guelph, Ontario, Canada, 2017.
- [94] S. Simmons, G. Dellinger, A. A. Aliabadi, and W. D. Lubitz, “Dynamic overflow leakage in archimedes screw generators,” in *the Proceedings of the Canadian Society for Mechanical Engineering International Congress, The Canadian Society for Mechanical Engineering, Charlottetown*, 2021, pp. 1–8.
- [95] T. Saroinsong, R. Soenoko, S. Wahyudi, and M. N. Sasongko, “The effect of head inflow and turbine axis angle towards the three row bladed screw turbine efficiency,” *International Journal of Applied Engineering Research*, 2015.
- [96] D. Nuernbergk, *Wasserkraftschnecken - Berechnung und optimaler Entwurf von archimedischen Schnecken als Wasserkraftmaschine (Hydropower screws - Calculation and Design of Archimedes Screws used in Hydropower)*. Schäfer, 2020.
- [97] G. Dellinger, A. Terfous, P.-A. Garambois, and A. Ghenaim, “Experimental investigation and performance analysis of Archimedes screw generator,” *Journal of Hydraulic Research*, 2016.
- [98] A. Kozyn and W. D. Lubitz, “A power loss model for archimedes screw generators,” *Renewable Energy*, vol. 108, pp. 260–273, 2017.
- [99] R. L. Mott, *Resistencia de materiales*. Pearson Educación, 2009.
- [100] A. Dragomirescu, “Design considerations for an Archimedean screw hydro turbine,” *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, vol. 664, no. 1, p. 012034, May 2021, publisher: IOP Publishing. [Online]. Available: <https://doi.org/10.1088/1755-1315/664/1/012034>
- [101] R. L. Norton, *DISEÑO DE MAQUINARIA*. McGraw-Hill Interamericana de España S.L., google-Books-ID: XOvPQwAACAAJ.
- [102] Centro de documentación OLADE - koha > detalles de: Metodología sintética para el cálculo y especificación preliminar de microcentrales hidroeléctricas. [Online]. Available: <http://biblioteca.olade.org/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=4366>
- [103] S. C. Simmons, C. Elliott, M. Ford, A. Clayton, and W. D. Lubitz, “Archimedes screw generator powerplant assessment and field measurement campaign,” *Energy for Sustainable Development*, 2021.
- [104] S. C. Simmons and W. D. Lubitz, “Archimedes screw generators for sustainable micro-hydropower production,” *International Journal of Energy Research*, vol. 45, no. 12, pp. 17 480–17 501, 2021.

- [105] Sinfin energy. Accedido en: 27-04-2022. [Online]. Available: <https://www.sinfinenergy.com/en/projects/solvay/>

A. Anexos

A.1. Algoritmo de cálculo en MATLAB

```
clear clc;
syms x
rhoh2o=1000; % Densidad del agua
g=9.81; % Gravedad
Q = input ('Caudal de entrada en el tornillo [m3/s]:');
H = input ('Salto de agua [m]:');
betag =input ('Ángulo de inclinación [grados]:');
N = input ('Número de hélices [-]:');
beta=(betag*pi) /180;
%.....Ángulo de inclinación en rad.....
Lb=H/(sin(beta));
%.....Estimación del diámetro exterior del tornillo.....
D=0.32918^(-3/7)*Q^(3/7)
De= input ('Diámetro exterior [m]:');
Re=De/2;
%.....Relación optima de radio del tornillo.....
Ri=0.5*Re
%.....Paso/Avance del tornillo.....
S=2*Re;
%.....Paso/Avance del tornillo.....
phi0= acos(-S*tan(beta)/(2*pi*Ri));
yo=Ri*sin(phi0);
zo=phi0*(S/(2*pi));
%.....Ángulos húmedos alrededor de la brecha (en radianes) .....P1.....
f = Re*sin((2*pi*x)/S)+(x-zo)*tan(beta)-yo; %Función dependiente de x.
dfs = diff(f,1); %Calcula la primera derivada. p1 = S/2; %Valor inicial.
Niter=1000; %Número de máximo de iteraciones. Recomiendo usar 100.
Tol=0.01; %Tolerancia para el criterio de convergencia a superar o igualar
%~~~~~Algoritmo~~~~~%
for i = 1:Niter
P1= p1(end);
phi11=((2*pi*P1)/S);
%.....ángulos húmedos alrededor de la brecha (en radianes) .....P2.....
f = Re*sin((2*pi*x)/S)+(x-zo+S/N)*tan(beta)-yo; %Función dependiente de x.
dfs = diff(f,1); %Calcula la primera derivada. p2 = S/2; %Valor inicial.
Niter=1000; %Número de máximo de iteraciones. Recomiendo usar 100.
Tol=0.01; %Tolerancia para el criterio de convergencia a superar o igualar
%~~~~~Algoritmo~~~~~%
for i = 1:Niter
P2 = p2(end);
phi21=((2*pi*P2)/S);
%.....ángulos húmedos alrededor de la brecha (en radianes) .....P3.....
f = Re*sin((2*pi*x)/S)+(x-zo+S/N)*tan(beta)-yo; %Función dependiente de x.
dfs = diff(f,1); %Calcula la primera derivada.
p3 = S; %Valor inicial.
Niter=1000; %Número de máximo de iteraciones. Recomiendo usar 100.
Tol=0.01; %Tolerancia para el criterio de convergencia a superar o igualar
```

```

%~~~~~Algoritmo~~~~~%
for i = 1:Niter
P3 = p3(end);
phi31=((2*pi*P3)/S);
%.....ángulos húmedos alrededor de la brecha (en radianes) .....P4.....
f = Re*sin((2*pi*x)/S)+(x-zo)*tan(beta)-yo; %Función dependiente de x.
dfs = diff(f,1); %Calcula la primera derivada. p4 = S; %Valor inicial.
Niter=1000; %Número de máximo de iteraciones. Recomiendo usar 100.
Tol=0.01; %Tolerancia para el criterio de convergencia a superar o igualar
%~~~~~Algoritmo~~~~~%
for i = 1:
P4 = p4(end);
phi41=((2*pi*P4)/S);
%.....ángulos húmedos alrededor de la brecha (en radianes),1 2,3.....
alpha11=phi21-phi11; alpha21=phi31-phi21; alpha31=phi41-phi31; alpha_A1=1;
dh=(S*sin(beta))/N;
S_sp=0.0045*(2*Re)^(1/2);
%.....Caudal que se filtra entre las hélices y la canaleta.....

Q_f=alpha_A1*S_sp*Re*(1+((S_sp)/(2*Re)))*(1+(S/(2*pi*Re))^2)^(1/2)*((2/3)
*alpha11+alpha21+(2/3)*alpha31)*(2*g*dh)^(1/2);

%-----CÁLCULO DE VOLUMEN DE LLENADO -----
%.....Coordenadas iniciales.....
%.....Elemento 1:25.....
n=-1;
for k=0:25
n=n+1;
%.....Elemento 25:50.....
n=25;
for k=26:50
n=n+1;
%.....Elemento 1:25.....
n=-1;
for k=0:25
n=n+1;
%.....Elemento 25:50.....
n=25;
for k=26:50
n=n+1;
%.....Elemento de integración.....
s0=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2)))),k1_0,k2_0,Ri,Re);
s1=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2)))),k1_1,k2_1,Ri,Re);
s2=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2)))),k1_2,k2_2,Ri,Re);
s3=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2)))),k1_3,k2_3,Ri,Re);
s4=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2)))),k1_4,k2_4,Ri,Re);
s5=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2)))),k1_5,k2_5,Ri,Re);
s6=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2)))),k1_6,k2_6,Ri,Re);
s7=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2)))),k1_7,k2_7,Ri,Re);

```

```

s8=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_8,k2_8,Ri,Re);
s9=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_9,k2_9,Ri,Re);
s10=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_10,k2_10,Ri,Re);
s11=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_11,k2_11,Ri,Re);
s12=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_12,k2_12,Ri,Re);
s13=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_13,k2_13,Ri,Re);
s14=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_14,k2_14,Ri,Re);
s15=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_15,k2_15,Ri,Re);
s16=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_16,k2_16,Ri,Re);
s17=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_17,k2_17,Ri,Re);
s18=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_18,k2_18,Ri,Re);
s19=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_19,k2_19,Ri,Re);
s20=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_20,k2_20,Ri,Re);
s21=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_21,k2_21,Ri,Re);
s22=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_22,k2_22,Ri,Re);
s23=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_23,k2_23,Ri,Re);
s24=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_24,k2_24,Ri,Re);
s25=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_25,k2_25,Ri,Re);
s26=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_26,k2_26,Ri,Re);
s27=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_27,k2_27,Ri,Re);
s28=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_28,k2_28,Ri,Re);
s29=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_29,k2_29,Ri,Re);
s30=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_30,k2_30,Ri,Re);
s31=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_31,k2_31,Ri,Re);
s32=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_32,k2_32,Ri,Re);
s33=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_33,k2_33,Ri,Re);
s34=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_34,k2_34,Ri,Re);
s35=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_35,k2_35,Ri,Re);
s36=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_36,k2_36,Ri,Re);
s37=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_37,k2_37,Ri,Re);
s38=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_38,k2_38,Ri,Re);
s39=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_39,k2_39,Ri,Re);
s40=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_40,k2_40,Ri,Re);
s41=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_41,k2_41,Ri,Re);
s42=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_42,k2_42,Ri,Re);
s43=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_43,k2_43,Ri,Re);
s44=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_44,k2_44,Ri,Re);
s45=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_45,k2_45,Ri,Re);
s46=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_46,k2_46,Ri,Re);
s47=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_47,k2_47,Ri,Re);
s48=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_48,k2_48,Ri,Re);
s49=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_49,k2_49,Ri,Re);
s50=integral2(@(z,r)(r.*(sqrt(1+((S./(2.*pi.*r)).^2))))),k1_50,k2_50,Ri,Re);

```

```

hcontador=(S/N)/(50);

```

```

s1_s20=s0+4*s1+2*s2+4*s3+2*s4+4*s5+2*s6+4*s7+2*s8+4*s9+2*s10+4*s11+2*s12+4*
s13+2*s14+4*s15+2*s16+4*s17+2*s18+4*s19+2*s20;
s21_s50=4*s21+2*s22+4*s23+2*s24+4*s25+2*s26+4*s27+2*s28+4*s29+2*s30+4*s31+2*
s32+4*s33+2*s34+4*s35+2*s36+4*s37+2*s38+4*s39+2*s40+4*s41+2*s42+4*s43+2*s44
+4*s45+2*s46+4*s47+2*s48+4*s49+s50;

```

```

%.....Integración Simpson 1/3.....
VB=(hcontador/3)*(s1_s20+s21_s50)
%-----Velocidad de rotación-----
nv=50/((Re*2)^(2/3))% ROTACIÓN MÁXIMA
n=((Q-Q_f)*60)/(1*VB1*N)
%-----Fricción del agua sobre el canal-----
C_ax=(S*n)/60; k=100; A_c=(VB*N)/(S);
h_f=((Lb*C_ax^2)/(k^2))*(A_c/VB)^(4/3);
P_c=rhoh2o*g*Q*h_f;
%-----Fricción del agua en el núcleo del tornillo-----
lambda_t=0.035; A_n=(2*pi*Lb*Ri)/2; cfn=(2*pi*Ri*nv)/60;
tau_n=(lambda_t/8)*rhoh2o*cfn^2; f_n=tau_n*A_n; w=((2*pi*n)/60);
C_n=f_n*Ri; P_n=C_n*w;
%-----TORQUE TEÓRICO-----
rm=(Re+Ri)/2;%.....
zm=3/4*S;%.....
phim=(2*pi*z_m)/S;%.....Coordenadas M
ym=rm*sin(phim);%.....
h1zm=-tan(beta)*(zm-zo)+yo;
h2zm=-tan(beta)*(zm-zo+(S/N))+yo;
%.....limites.....Pa.....
f = ((Re+Ri)/2)*sin((2*pi*x)/S)+(x-zo)*tan(beta)-yo; %Función dependiente x.
dfs = diff(f,1); %Calcula la primera derivada.
phia = 0.6*S; %Valor inicial.
Niter=100; %Número de máximo de iteraciones. Recomiendo usar 100.
Tol=0.01; %Tolerancia para el criterio de convergencia a superar o igualar
%% ~~~~~Algoritmo~~~~~%
for i = 1:
Pa = phia(end);
phial=((2*pi*Pa)/S);
%.....limites.....Pe.....
f = ((Re+Ri)/2)*sin((2*pi*x)/S)+(x-zo)*tan(beta)-yo; %Función dependiente x.
dfs = diff(f,1); %Calcula la primera derivada. phib = 1*S; %Valor inicial.
Niter=1000; %Número de máximo de iteraciones. Recomiendo usar 100.
Tol=0.01; %Tolerancia para el criterio de convergencia a superar o igualar
%% ~~~~~Algoritmo~~~~~%
for i = 1:Niter
Pb= phib(end);
phibl=((2*pi*Pb)/S);
%.....limites.....Pc.....
f = ((Re+Ri)/2)*sin((2*pi*x)/S)+(x-zo+(S/N))*tan(beta)-yo;%Función de x.
dfs = diff(f,1); %Calcula la primera derivada. phic = 0.5*S; %Valor inicial.
Niter=100; %Número de máximo de iteraciones. Recomiendo usar 100.
Tol=0.01; %Tolerancia para el criterio de convergencia a superar o igualar
%% ~~~~~Algoritmo~~~~~%
for i = 1:Niter
Pc = phic(end);
phicl=((2*pi*Pc)/S);
%.....limites.....Pd.....
f = ((Re+Ri)/2)*sin((2*pi*x)/S)+(x-zo+(S/N))*tan(beta)-yo; %Función de x.

```



```

dfs = diff(f,1); %Calcula la primera derivada.
phid = 1*S; %Valor inicial.
Niter=100; %Número de máximo de iteraciones. Recomiendo usar 100.
Tol=0.01; %Tolerancia para el criterio de convergencia a superar o igualar
%% ~~~~~~Algoritmo~~~~~%
for i = 1:Niter
Pd = phid(end)
phidl=((2*pi*Pd)/S;
syms vphi r

T_th_pala1=integral2(@(vphi,r) (r.^2.*rhoh2o.*g.*((r.*sin(vphi))-((tan(beta)
.*((vphi.*(S)/(2.*pi)))-zo))+yo)).*(sin(atan(S./(2.*pi.*r))).*(
(sqrt(1+(S./(2.*pi.*r).^2))))), phial,phibl,Ri,Re);

T_th_pala2=integral2(@(vphi,r) (r.^2.*rhoh2o.*g.*((r.*sin(vphi))-((-tan(beta)
.*((vphi.*(S)/(2.*pi)))-zo+(S/N))+yo)).*(sin(atan(S./(2.*pi.*r))).*(
(sqrt(1+(S./(2.*pi.*r).^2))))), phicl,phidl,Ri,Re);

T_total=((T_th_pala1)-T_th_pala2);
T_th_tornillo=((Lb*N)/S)*T_total

Potencia hidr ulica=rhoh2o*g*Q*H
%-----Fricción del agua en las palas-----
syms vphi r

C_h_superior=integral2(@(vphi,r) (r.^4.*(cos(atan(S./(2.*pi.*r))))).*(sqrt(1+(
S./(2.*pi.*r).^2))), phial,phibl,Ri,Re);
C_h_inferior=integral2(@(vphi,r) (r.^4.*(cos(atan(S./(2.*pi.*r))))).*(sqrt(1+(
S./(2.*pi.*r).^2))), phicl,phidl,Ri,Re);

C_h=(lambda_t/8)*rhoh2o*((2*pi*nv)/60)^2*(C_h_superior+C_h_inferior);
C_t=((Lb*N)/S)*C_h;
P_t=C_t*w;
%-----Altura de inmersión inferior-----
hout=(Re+Ri)*((1-((tan(beta)*S)/(2*pi*Ri^2))^2)^(1/2))*cos(beta)-
((S/N)*sin(beta))+0.2
%-----Inmersión-----
I=(hout-0.2)/(2*Re*cos(beta))

%-----Altura del agua a la entrada-----
% Volumen de agua en un ciclo de tornillo según ecuación de Weisbach:
Vu = (Q_ch1* 60)/ (n*N); %
Ratio adimensional de volumen:
vu = Vu/(pi*S*(Re)^2); % Calculo de la velocidad de transporte axial:
Cax = S*nv/60; % El ratio de volumen total se puede obtener como:
vt = vu + Q_ch1/(pi*Cax*(Re)^2);
vt_k=A_c/(pi*Ri^2)
for k = 1:0.0001:0.5

```

```

    alfa8 = 2 * acos(1 - k);
    alfa9 = 2 * acos((1-k)/0.5);

vt_k=(alfa8 -alfa9*0.5^2)/(2*pi)-(1-k)*((1-(1-k)^2)^(1/2))/pi-(0.5^2-(1-k)
^(1/2));

    if vt <= vt_k
        break
    end
end
% Altura del agua simplificada h3 según Nuernbergk y Rorres (2013):
h3 = k*Re;% Altura del agua en el plano perpendicular del tornillo
h2 = h3 * cos(beta*pi/180);
h1 = Re; % Factor de pérdida hidráulica:
Epsilon = (((vt*pi*(h1))/(k*cos(beta*pi/180)*(Re^2)))-1)^2;
% Altura de entrada de agua (sin contar la altura de apoyo):
hin = h2+(1/(2*9.81))*((Q_ch1/(h2*(Re^2)))^2)*(1+Epsilon-
((h2/(h1))^2));
%-----Rendimiento hidráulico-----

Rendimiento_hid=1-((+P_t+P_n+P_c)/(rhoh2o*g*Q*H))

%-----Torque-----
Torque=T_th_tornillo+C_n+C_t

%-----Rendimiento y potencia total-----
P_th_tornillo=Torque*w
Rendimiento_t=((P_th_tornillo)/(Potencia_hidraulica))

```

A.2. Planos

A6
148x105

A5
210x148

A4
297x210

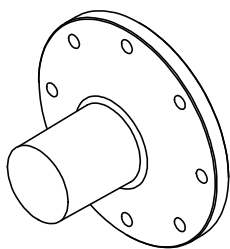
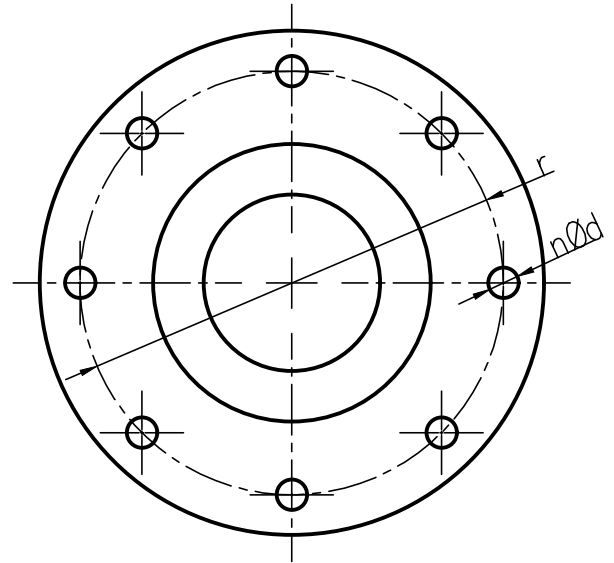
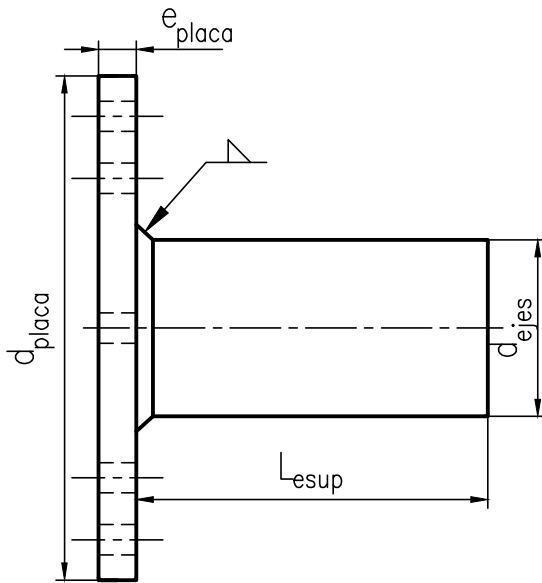
A3
420x297

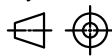
A2
594x420

A1
841x594

A0
1189x841

Hoja de enseñanza Técnica



1	1	Eje superior				
Pos.	Cant.	Denominación		Norma	Material	Dim. en bruto
		Nombre	Fecha	Ingeniería Mecánica	 UNIVERSIDAD POLITECNICA SALESIANA	
Dibujado		Benavides-Gordillo	05/08/2022	SEDE		
Comprobado				MATRIZ CUENCA		
Proyección	TURBINA DE ARQUÍMEDES					Escala: 1:3
						Lámina N° 1/6

A6
148x105

A5
210x148

A4
297x210

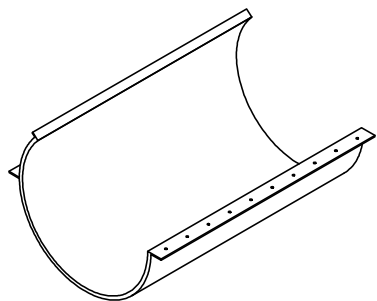
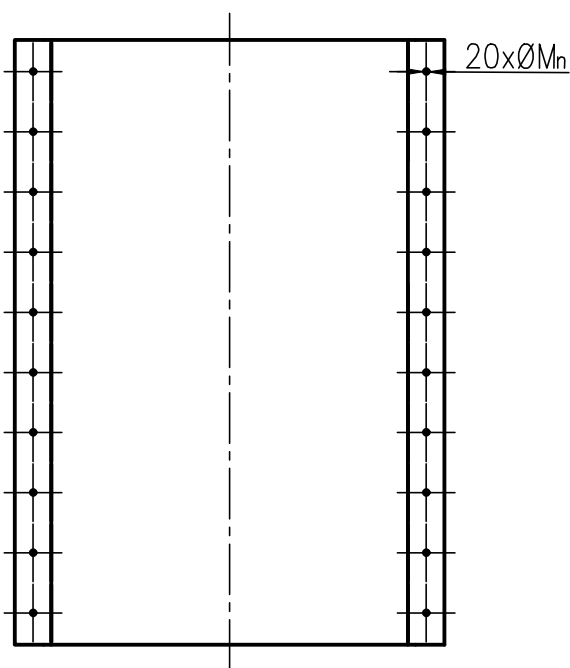
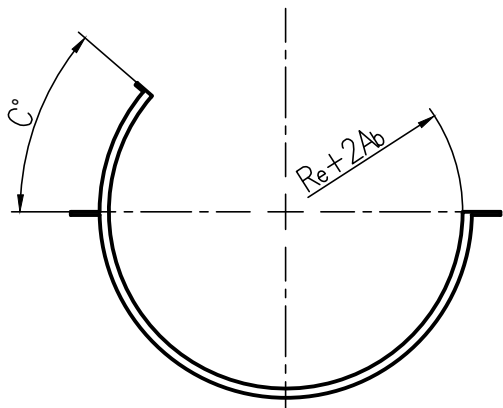
A3
420x297

A2
594x420


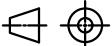
A1
841x594

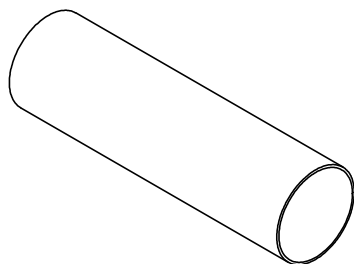
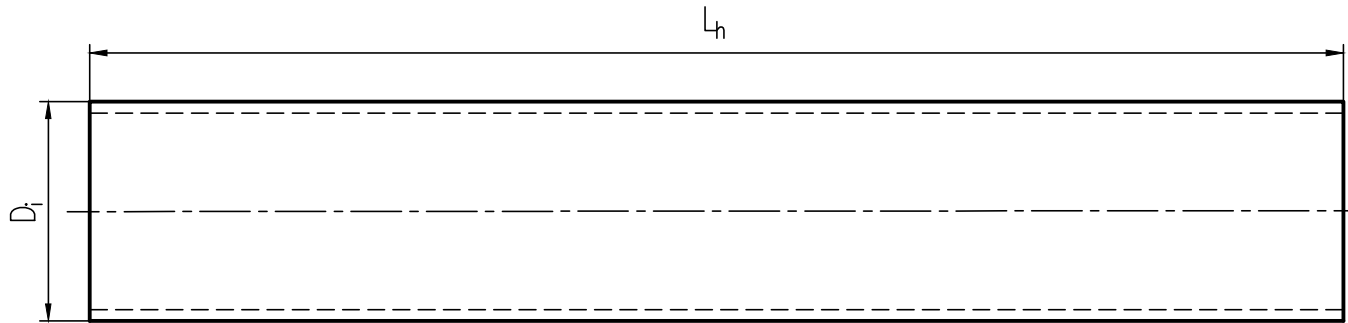
A0
1189x841

Hoja de enseñanza Técnica



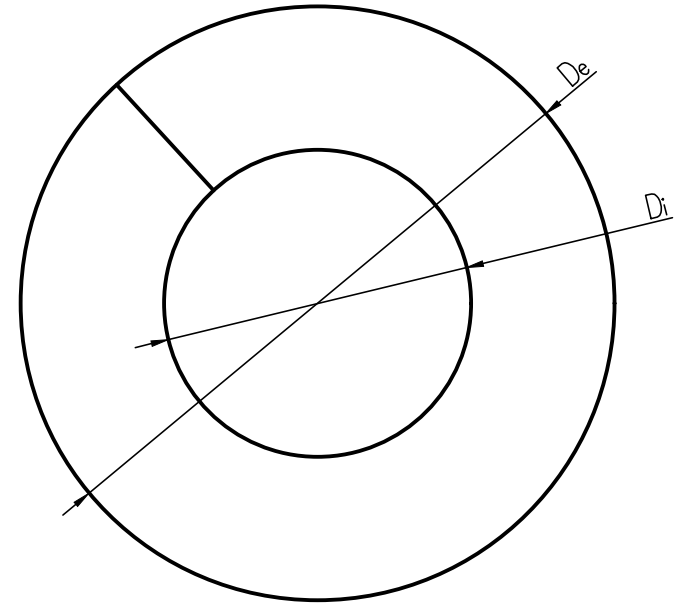
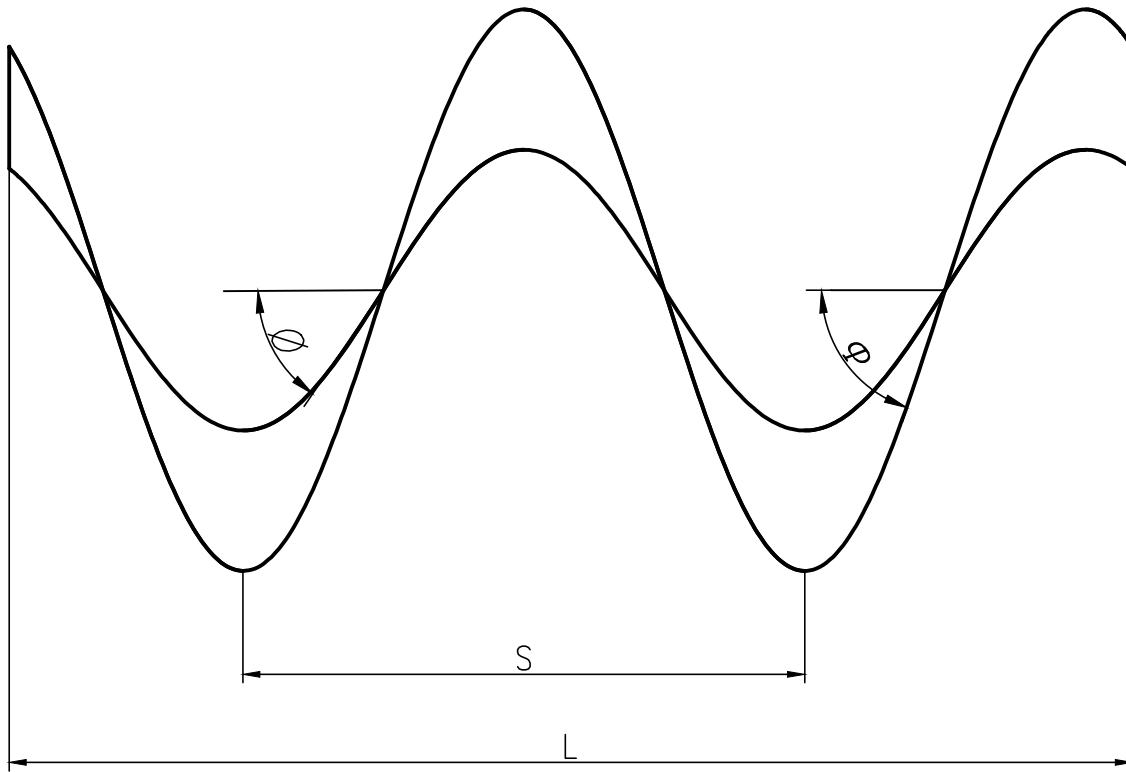
El espesor de la canaleta de retención se denomina E_c

2	1	Canaleta de retención				
Pos.	Cant.	Denominación		Norma	Material	Dim. en bruto
		Nombre	Fecha	Ingeniería Mecánica SEDE MATRIZ CUENCA	 UNIVERSIDAD POLITECNICA SALESIANA	
Dibujado		Benavides-Gordillo	05/08/2022			
Comprobado						
Proyección	TURBINA DE ARQUÍMEDES					Escala: 1:25
						Lámina N° 2/6

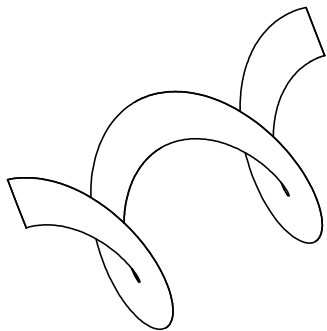




El espesor del eje se denomina e_{eje}

3	1	Eje central				
Pos.	Cant.	Denominación		Norma	Material	Dim. en bruto
		Nombre	Fecha	Ingeniería Mecánica	UNIVERSIDAD POLITECNICA SALESIANA	
Dibujado		Benavides-Gordillo	05/08/2022	SEDE MATRIZ CUENCA		
Comprobado						
Proyección					Escala: 1:5 Lámina N° 3/6	
TURBINA DE ARQUÍMEDES						



El espesor de la canaleta de retención se denomina e_h



4	-	Hélice			
Pos.	Cant.	Denominación		Norma	Material
		Nombre	Fecha	Ingeniería Mecánica	
Dibujado		Benavides-Gordillo	05/08/2022	SEDE MATRIZ CUENCA	 UNIVERSIDAD POLITECNICA SALESIANA
Comprobado					
Proyección	TURBINA DE ARQUÍMEDES				Escala: 1:30
					Lámina N° 4/6

A6
148x105

A5
210x148

A4
297x210

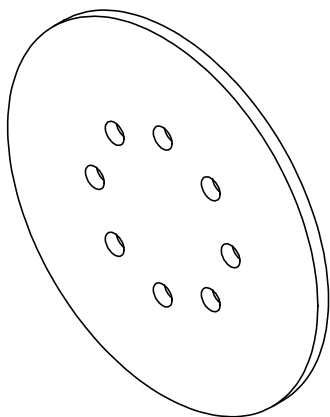
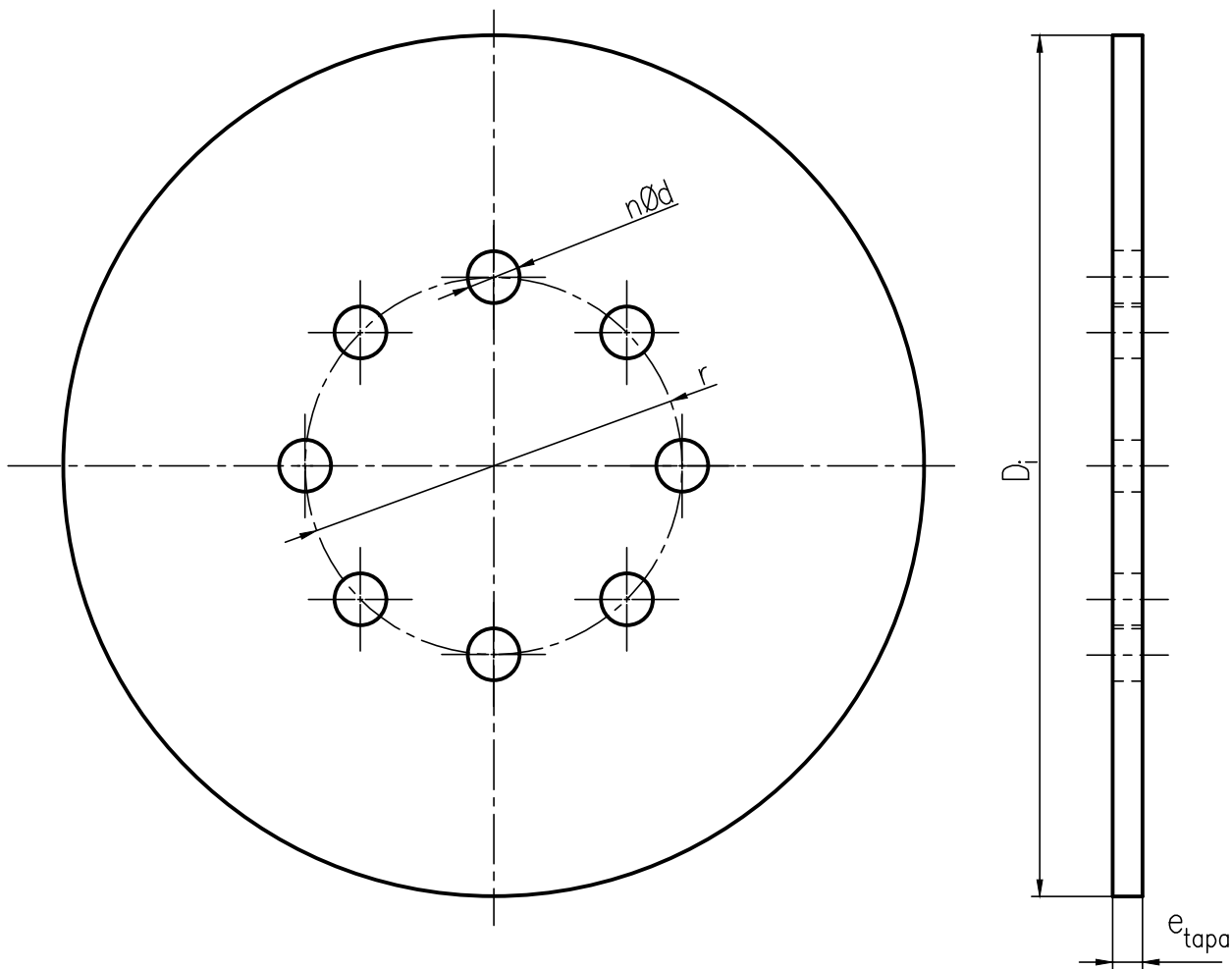
A3
420x297


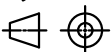
A2
594x420

A1
841x594

A0
1189x841

Hoja de enseñanza Técnica



5	2	Tapa lateral				
Pos.	Cant.	Denominación		Norma	Material	Dim. en bruto
		Nombre	Fecha	Ingeniería Mecánica SEDE MATRIZ CUENCA	 UNIVERSIDAD POLITECNICA SALESIANA	
Dibujado		Benavides-Gordillo	05/08/2022			
Comprobado						
Proyección	TURBINA DE ARQUÍMEDES				Escala: 1:5	
					Lámina N° 5/6	

A6
148x105

A5
210x148

A4
297x210

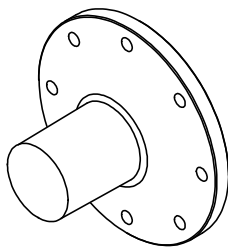
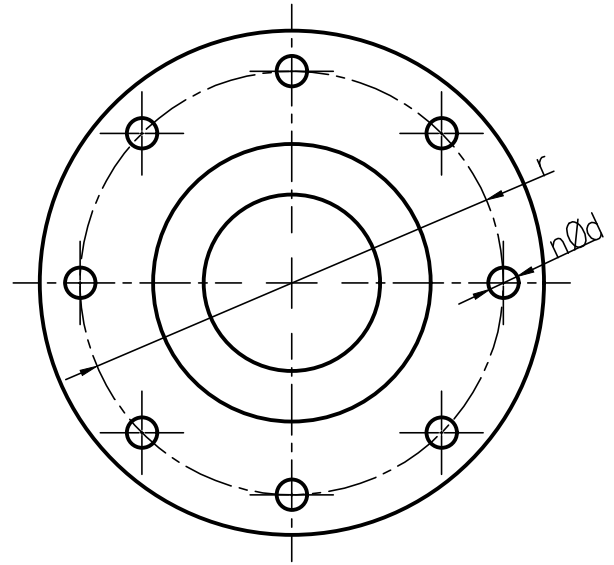
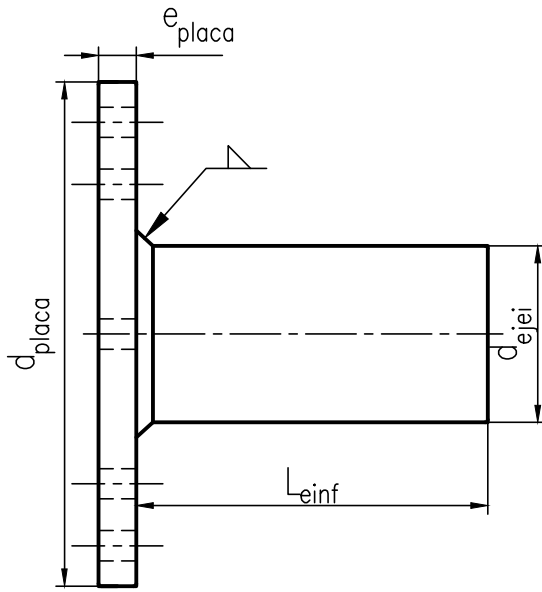
A3
420x297

A2
594x420

A1
841x594

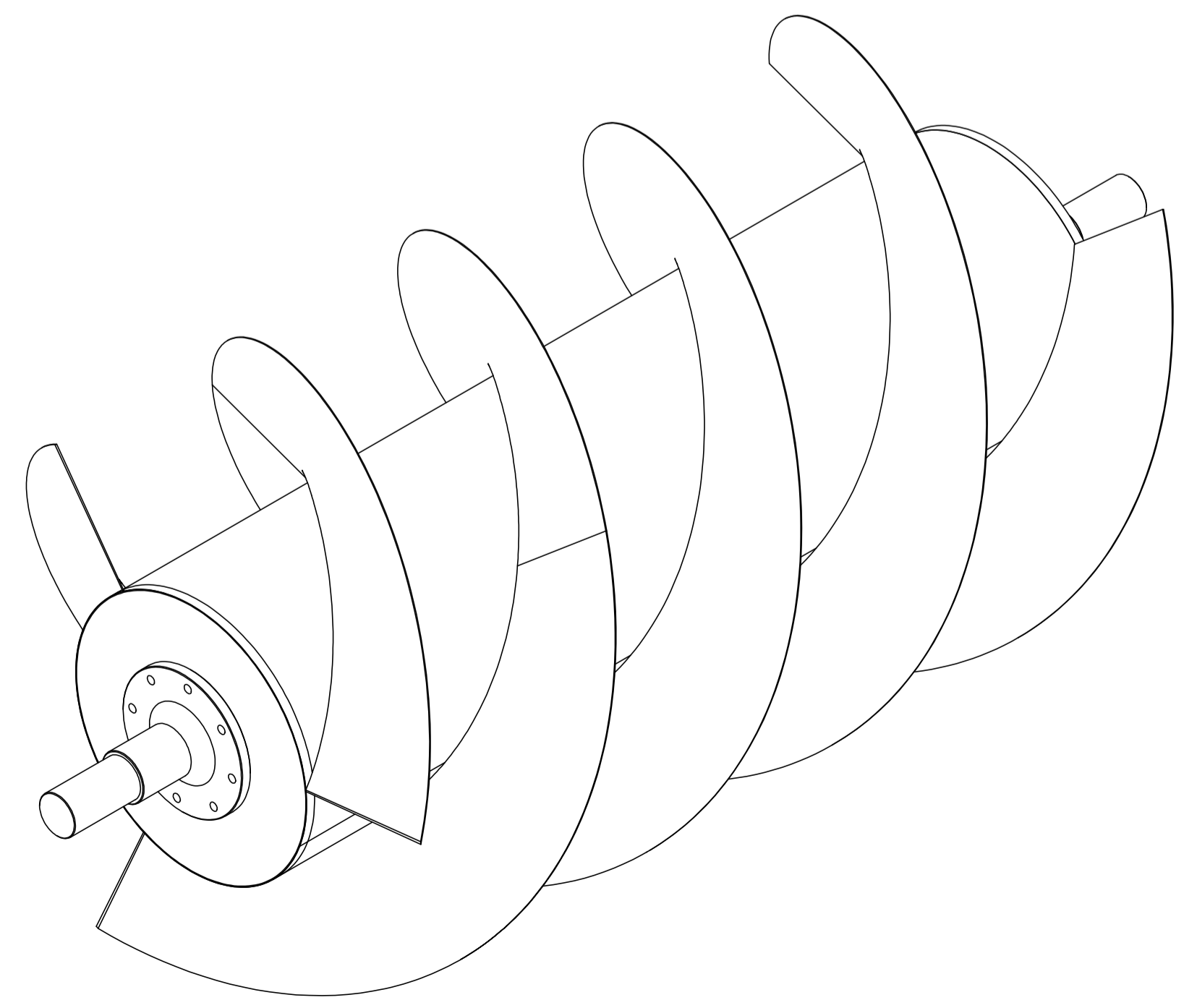
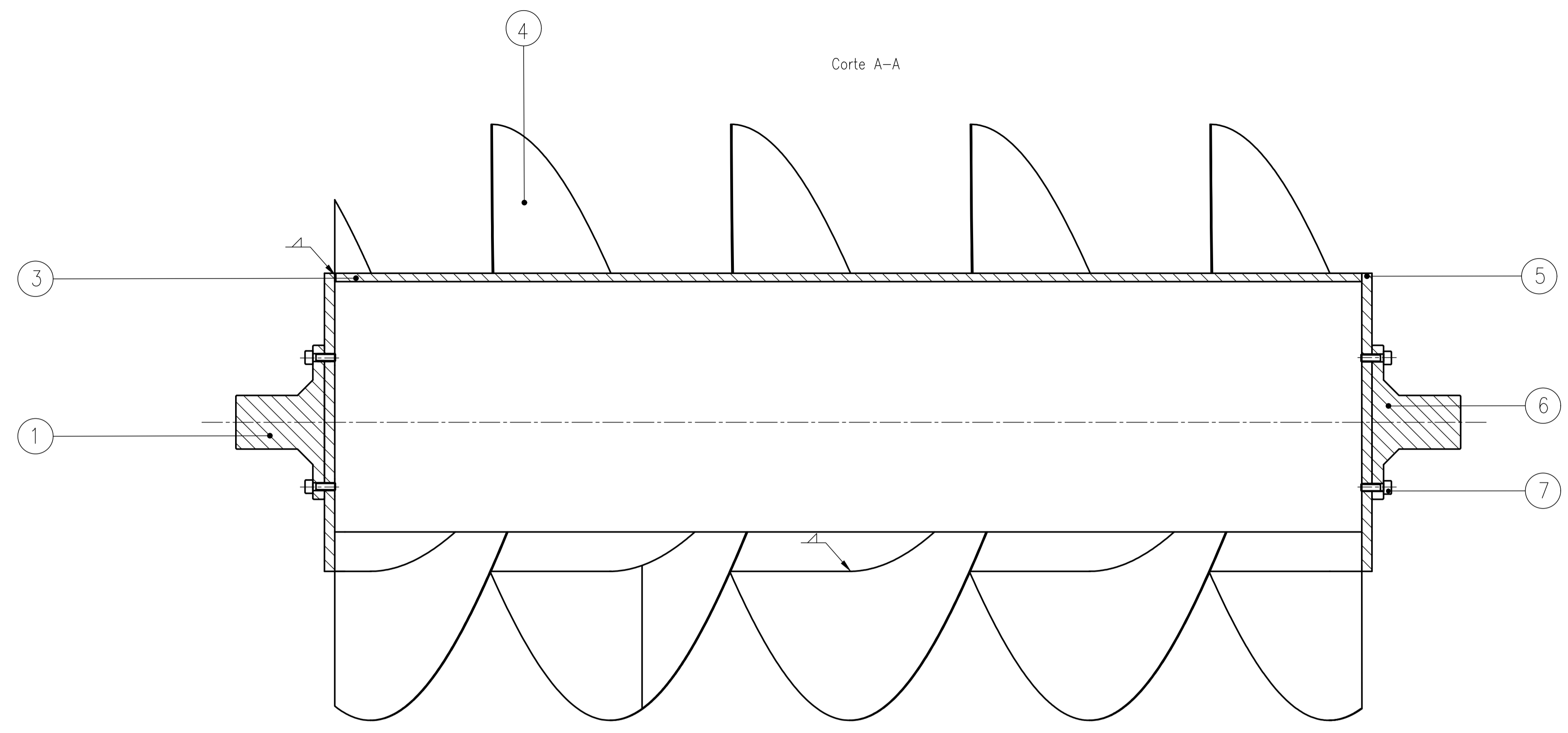
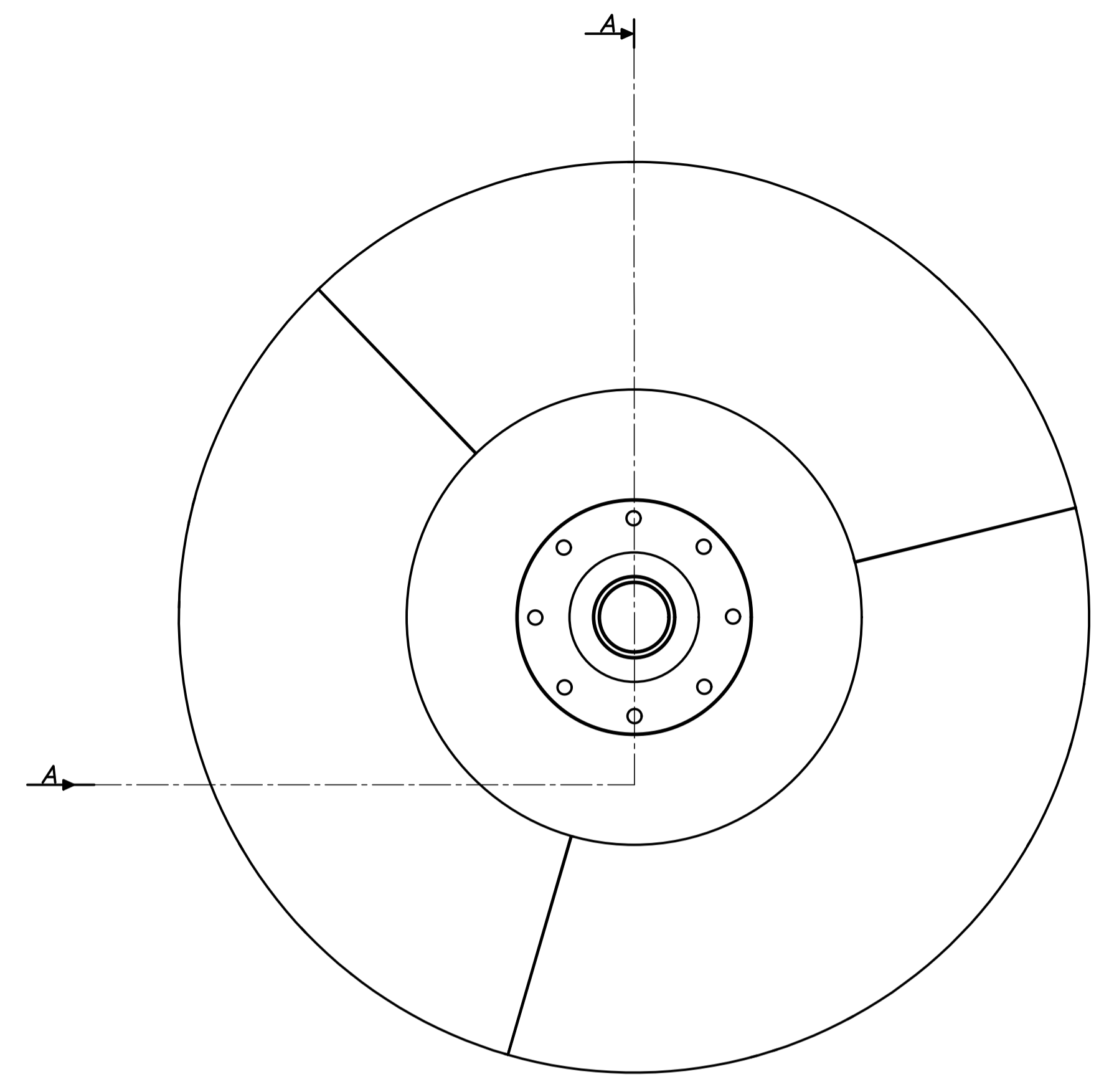
A0
1189x841

Hoja de enseñanza Técnica



6	1	Eje inferior				
Pos.	Cant.	Denominación		Norma	Material	Dim. en bruto
		Nombre	Fecha	Ingeniería Mecánica SEDE MATRIZ CUENCA	 UNIVERSIDAD POLITECNICA SALESIANA	
Dibujado		Benavides-Gordillo	05/08/2022			
Comprobado						
Proyección	TURBINA DE ARQUÍMEDES					Escala: 1:3
						Lámina N° 6/6

A6
148x105
A5
210x148
A4
297x210
A3
420x297
A2
594x420
A1
841x594
A0
1189x841



7	1	Tornillo			
6	1	Eje inferior			
5	2	Tapa lateral			
4	-	Hélice			
3	1	Eje central			
1	1	Eje superior			
Pos. Cant.	Denominación		Norma	Material	Dim. en bruto
	Nombre	Fecha	Ingeniería Mecánica		
Dibujado	Benavides-Gordillo	05/08/2022	SEDE	UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA	
Comprobado			MATRIZ CUENCA		
Proyección	TURBINA DE ARQUÍMEDES				Escala: 1:15
					Lámina N° 7

A6
148x105

A5
210x148

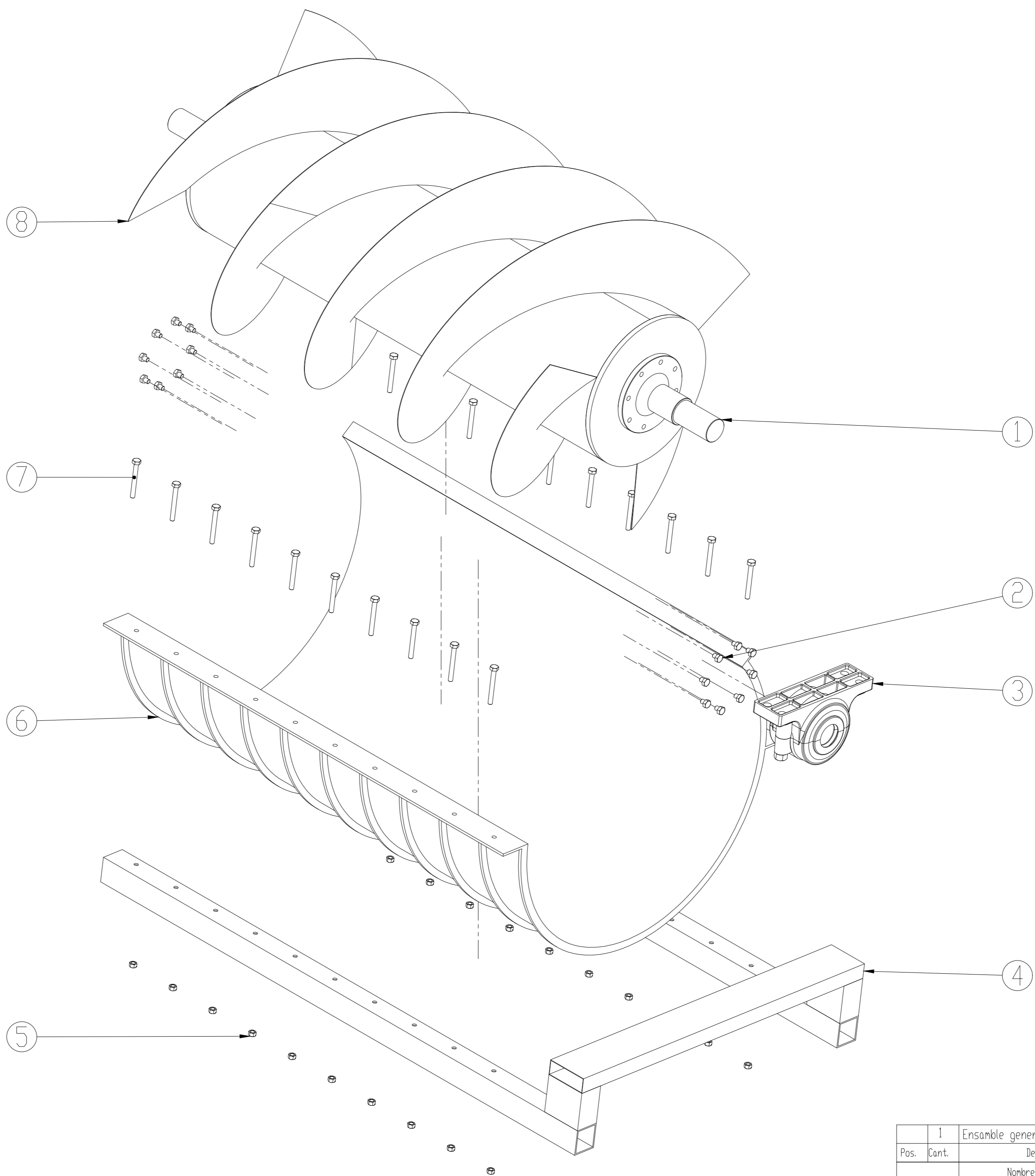
A4
297x210

A3
420x297

A2
594x420

A1
841x594

A0
1189x841



ITEM NO.	DESCRIPCIÓN	CANTIDAD
8	Ensamble hélices-eje central	1
7	Pernos canaleta	
6	Canaleta de contención	1
5	Turecas canaleta	
4	Soporte canaleta	1
3	Chumacera	2
2	Pernos de ejes laterales	
1	Eje lateral	2

1	Ensamble general				
Pos.	Cont.	Denominación	Norma	Material	Dim. en bruto
Dibujado		Nombre	Fecha	Ingeniería Mecánica	
Comprobado		Benavides-Gordillo	23/05/2022	SEDE MATRIZ CUENCA	
Proyección	TURBINA TIPO TORNILLO DE ARQUIMEDES				Escala: 1:11
					Lámina N°



UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA

A.3. Ejemplo de cálculo

Condiciones iniciales

-Caudal $Q := 2.8 \text{ m}^3/\text{s}$

-Salto de agua $H := 2.1 \text{ m}$

-Angulo de inclinación $\beta := 25^\circ$

-Numero de hélices $N := 3$

Propiedades

-Densidad del agua $\rho_{\text{agua}} := 1000 \text{ kg/m}^3$

-Gravedad $g := 9.81 \text{ m}^2/\text{s}$

DISEÑO Y CALCULOS HIDRAULICOS

1. Geometría del tornillo de Arquímedes

-Diametro exterior

Se selecciona el diametro D_e de la figura 32. $D_e := 2.75 \text{ m}$

$$R_e := \frac{D_e}{2} = 1.375 \text{ m}$$

-Paso del tornillo

$$S := 2 \cdot R_e = 2.75 \text{ m}$$

-Radio interior del tornillo

$$R_i := R_e \cdot 0.5 = 0.688 \text{ m}$$

$$D_i := R_i \cdot 2 = 1.375 \text{ m}$$

-Longitud del tornillo

$$L := \frac{H}{\sin(\beta)} = 4.969 \text{ m}$$

2. Velocidad de rotacion

$$n := \frac{50}{\frac{2}{(2 \cdot R_e)^3}} = 25.473 \text{ rpm}$$

3. Fuga entre canal y hélices

$$\mu := 1 \quad A_b := 0.0045 \sqrt{2 \cdot R_e} = 0.007 \text{ m} \quad \alpha_1 := 0.3732 \quad \alpha_2 := 2.6789 \quad \alpha_3 := 0.2822$$

$$Q_f := \mu \cdot A_b \cdot R_e \cdot \left(1 + \frac{A_b}{2 R_e}\right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2 \cdot \pi \cdot R_e}\right)^2} \cdot \left(\frac{2}{3} \alpha_1 + \alpha_2 + \frac{2}{3} \alpha_3\right) \cdot \sqrt{2g \cdot dh} = 0.093 \text{ m}$$

$$P_f := g \cdot \rho_{\text{agua}} \cdot H \cdot Q_f = 1.911 \cdot 10^3 \text{ W}$$

4. Volumen

Nivel optimo de llenado $l := 1$

$$V_c := \frac{(Q - Q_f) \cdot 60}{l \cdot n \cdot N} = 2.126 \text{ m}^3$$

5. Fricción del agua sobre la canaleta de retencion

$$\lambda_c := 0.035 \quad k := 100 \quad Cax := \frac{S \cdot n}{60} = 1.168 \quad A_c := V_c \cdot \frac{N}{S} = 2.319$$

$$\tau_c := \frac{\lambda_c}{8} \cdot \rho_{\text{agua}} \cdot Cax^2 = 5.964$$

$$F_c := \tau_c \cdot A_c \cdot \frac{L \cdot N}{S} = 74.96$$

$$W_c := F_c \cdot L = 372.477$$

$$h_f := \frac{L \cdot Cax^2}{k^2} \left(\frac{A_c}{V_c} \right)^3 = 7.606 \cdot 10^{-4}$$

$$P_{al} := \rho_{\text{agua}} \cdot g \cdot (Q) \cdot h_f = 20.893 \text{ W}$$

6. Fricción en el núcleo del tornillo

$$\tau_n := \frac{\lambda_c}{8} \cdot \rho_{\text{agua}} \cdot \left(\frac{2 \pi \cdot R_i \cdot n}{60} \right)^2 = 14.714 \quad A_n := \frac{2 \cdot \pi \cdot L \cdot R_i}{2} = 10.732$$

$$F_n := \tau_n \cdot A_n = 157.92$$

$$T_{fn} := F_n \cdot R_i = 108.57$$

$$P_{fn} := T_{fn} \cdot \frac{2 \pi \cdot n}{60} = 289.614 \text{ W}$$

$$a := 2.6343$$

$$b := 6.0848$$

$$c := 3.1779$$

$$d := 5.7147$$

7. Fricción del agua en la superficie de las palas

$$T_f := \int_{R_i}^{R_e} \left(\int_a^b r^4 \cdot \cos \left(\text{atan} \left(\frac{S}{2 \pi \cdot r} \right) \right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2 \pi \cdot r} \right)^2} d\varphi \right) dr + \int_{R_i}^{R_e} \left(\int_c^d r^4 \cdot \cos \left(\text{atan} \left(\frac{S}{2 \pi \cdot r} \right) \right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2 \pi \cdot r} \right)^2} d\varphi \right) dr$$

$$T_h := \frac{\lambda_c}{8} \cdot 1000 \cdot \left(\frac{2 \pi \cdot n}{60} \right)^2 \cdot (T_f)$$

$$T_{fp} := \frac{L \cdot N}{S} \cdot T_h = 962.153 \text{ N m}$$

$$P_{fp} := T_{fp} \cdot \frac{2 \pi \cdot n}{60} = 2.567 \cdot 10^3 \text{ W}$$

8. Rendimiento hidraulico

$$\eta_h := 1 - \frac{P_{fp} + P_{fn} + P_{fp} + P_{al}}{Q \cdot H \cdot g \cdot \rho_{agua}} = 0.906$$

9. Altura del agua en la entrada y salida del torillo

$$v_c := \frac{V_c}{2 \cdot R_e^2 \cdot S} = 0.204$$

$$v_t := v_c + \frac{Q_f}{\pi \cdot R_e^2 \cdot Cax} = 0.218$$

$$h3 := 0.6387$$

$$h2 := h3 \cos(\beta) = 0.579$$

$$\zeta := \left(\frac{v_t \cdot \pi \cdot R_e}{\frac{h3}{R_e} \cos(\beta) \cdot 2 R_e} - 1 \right)^2 = 0.035$$

$$hin := h2 + \frac{1}{2 \cdot 9.81} \left(\frac{Q}{h2 \cdot 2 R_e} \right)^2 \cdot \left(1 + \zeta - \left(\frac{h2}{R_e} \right)^2 \right) = 0.714 \text{ m}$$

$$hot := (R_e + R_i) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\tan(\beta) \cdot S}{2 \cdot \pi \cdot R_i^2} \right)^2} \cdot \cos(\beta) - \frac{S}{N} \cdot \sin(\beta) = 1.299 \text{ m}$$

$$I := \frac{hot}{2 \cdot R_e \cdot \cos(\beta)} = 0.521$$

DISEÑO DE DETALLE Y CALCULOS MECANICOS

9. Torque teórico del tornillo

$$\varphi_0 := \arccos \left(\frac{S \cdot \tan(\beta)}{2 \pi \cdot R_i} \right) = 1.872$$

$$y_0 := R_i \cdot \sin(\varphi_0) = 0.657$$

$$z_0 := \varphi_0 \cdot \frac{S}{2 \pi} = 0.819$$

$$T1 := \int_{R_i}^{R_e} \left(\int_a^b 1000 \cdot 9.81 \left((r \cdot \sin(\varphi)) - \left(-\tan(\beta) \left(\left(\varphi \cdot \frac{S}{2 \pi} \right) - z_0 \right) + y_0 \right) \right) \cdot r^2 \cdot \sin \left(\operatorname{atan} \left(\frac{S}{2 \pi \cdot r} \right) \right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2 \pi \cdot r} \right)^2} d\varphi \right) dr$$

$$T_2 := \int_{R_i}^{R_e} \left(\int_c^d 1000 \cdot 9.81 \left(r \cdot \sin(\varphi) - \left(-\tan(\beta) \left(\left(\varphi \cdot \frac{S}{2\pi} \right) - z_0 + \frac{S}{N} \right) + y_0 \right) \right) \cdot r^2 \cdot \sin \left(\operatorname{atan} \left(\frac{S}{2\pi \cdot r} \right) \right) \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2\pi \cdot r} \right)^2} d\varphi \right) dr$$

$$T_t := (-T_1 + T_2) \cdot L \cdot \frac{N}{S} = 2.11 \cdot 10^4 \text{ Nm}$$

$$T_{total} := T_t - T_{fn} - T_{fp} = 2.003 \cdot 10^4 \text{ Nm}$$

$$P_{th} := T_{total} \cdot \frac{2\pi \cdot n}{60} = 5.342 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$P_{hyd} := Q \cdot H \cdot g \cdot \rho_{agua} = 5.768 \cdot 10^4 \text{ W}$$

$$\eta_{th} := \frac{P_{th}}{Q \cdot H \cdot g \cdot \rho_{agua}} = 0.926$$

9. Diseño de las helices

$$e_h := 0.004 \text{ m}$$

$$base := R_e - R_i = 0.688 \text{ M} := 5.6480 \cdot 10^4 \text{ m}$$

$$I := e_h \cdot \frac{base^3}{12} = 1.083 \cdot 10^{-4}$$

$$\sigma_{max} := \frac{M \cdot \frac{base}{2}}{I} = 1.792 \cdot 10^8 \text{ Pa}$$

$$A := \int_{R_i}^{R_e} \left(\int_c^d r \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{S}{2\pi \cdot r} \right)^2} d\varphi \right) dr = 1.959 \text{ m}^2$$

10. Diseño eje central

Fuerza ejercida por el agua

$$\Sigma F_x := \rho_{agua} \cdot g \cdot L \cdot A \cdot \sin(\beta) = 4.035 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\Phi := \operatorname{atan} \left(\frac{\pi \cdot R_i \cdot 2}{S} \right) = 1.004$$

$$\Sigma F_y := \rho_{agua} \cdot g \cdot L \cdot A = 9.548 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\Sigma F_z := \rho_{agua} \cdot g \cdot L \cdot A \cdot \sin(\beta) \tan(\Phi) = 6.338 \cdot 10^4 \text{ N}$$

Peso ejercido por el eje hueco

$$e_{eje} := 0.004 \text{ m}$$

$$\rho_{MAT} := 7930$$

$$L_h := L + 0.5 \text{ m}$$

$$W_e := \pi \cdot \left(\left(\frac{D_i}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_i}{2} - e_{eje} \right)^2 \right) \cdot L_h \cdot \rho_{MAT} \cdot g = 7.33 \cdot 10^3 \text{ g}$$

$$W_{ep} := \pi \cdot \left(\left(\frac{D_i}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_i}{2} - e_{eje} \right)^2 \right) \cdot L_h \cdot \rho_{MAT} = 747.189 \text{ g}$$

Peso ejercido por la hélice

$$W_h := \pi \cdot \left(\left(\frac{D_e}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_i}{2} \right)^2 \right) \cdot \frac{L}{S} \cdot \rho_{MAT} \cdot g \cdot N \cdot e_h = 7.514 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$W_{hp} := \pi \cdot \left(\left(\frac{D_e}{2} \right)^2 - \left(\frac{D_i}{2} \right)^2 \right) \cdot \frac{L}{S} \cdot \rho_{MAT} \cdot N \cdot e = 5.205 \cdot 10^5 \text{ N}$$

$-\Sigma F_x$

$$A_x := \Sigma F_x + (W_e + W_h) \cdot \sin(\beta) = 4.663 \cdot 10^4 \text{ N}$$

"Eje x"

$$ct := \frac{D_i}{2}$$

$\Sigma M_x := 0$

$$M_t := \Sigma F_z \cdot ct = 4.358 \cdot 10^4$$

"Eje y, punto A"

$\Sigma M_y := 0$

$$B_z := \frac{-\Sigma F_z \cdot \frac{L}{2}}{L_h} = -2.879 \cdot 10^4 \text{ N}$$

"Eje z, punto A"

$\Sigma M_z := 0$

$$B_y := \frac{(W_e \cdot \cos(\beta)) \cdot \frac{L_h}{2} + (W_h \cdot \cos(\beta)) \cdot \frac{L}{2} + M_t}{L_h} = 1.438 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$-\Sigma F_y$

$$A_y := -B_y + (W_e + W_h) \cdot \cos(\beta) = -930.014 \text{ N}$$

$$S1 := \frac{\pi \cdot ((D_i)^4 - (D_i - 2 \cdot e_{eje})^4)}{32 \cdot D_i} = 0.006$$

$-\Sigma F_z$

$$A_z := \Sigma F_z + B_z = 3.459 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$J1 := \frac{\pi \cdot ((D_i)^4 - (D_i - 2 \cdot e_{eje})^4)}{32} = 0.008$$

$$M_{max_z} := B_y \cdot \frac{L_h}{2} = 3.933 \cdot 10^4 \text{ N m}$$

$$M_{max_y} := \Sigma F_z \cdot \frac{L_h}{2} = 1.733 \cdot 10^5 \text{ N m}$$

"Esfuerzo normal"

$$\sigma_{max} := \frac{4 \cdot A_x}{\pi \cdot ((D_i)^2 - (D_i - 2 \cdot e_{eje})^2)} + \frac{M_{max_z}}{S1} + \frac{M_{max_y}}{S1} = 38.824 \cdot 10^6$$

"Esfuerzo cortante torsional"

$$\tau_{max} := \frac{(T_{total}) \cdot R_i}{J1} = 1.701 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

"Teoría de falla por esfuerzo cortante máximo"

$$\tau_{max} := \sqrt{\left(\frac{\sigma_{max}}{2}\right)^2 + \tau_{max}^2} = 1.949 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

Factor_de_seguridad

$$f_s := \frac{588.399 \cdot 10^6}{\tau_{max} \cdot 2} = 15.098$$

11. Diseño eje inferior

$$d_{inf} := 0.125$$

$$S2 := \frac{\pi \cdot (d_{inf})^4}{32 \cdot D_i} = 1.743 \cdot 10^{-5}$$

"Esfuerzo normal"

$$\sigma_{max} := \frac{4 \cdot A_x}{\pi \cdot (d_{inf})^2} = 3.799 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$J2 := \frac{\pi \cdot (d_{inf})^4}{32} = 2.397 \cdot 10^{-5}$$

"Esfuerzo cortante torsional"

$$\tau_{max} := \frac{(T_{total})}{\pi \cdot \frac{d_{inf}^3}{16}} = 5.222 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

“Teoría de falla por esfuerzo cortante máximo”

$$\tau_{max} := \left(\frac{\sigma_{max}}{2} \right)^2 + (\tau_{max})^2 = 5.226 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

$$f_s := \frac{343.23275 \cdot 10^6}{\tau_{max} \cdot 2} = 3.284$$

12. Diseño eje superior

$$d_{sup} := 0.125$$

$$S3 := \frac{\pi \cdot (d_{sup})^4}{32 \cdot D_i} = 1.743 \cdot 10^{-5}$$

$$J3 := \frac{\pi \cdot (d_{sup})^4}{32} = 2.397 \cdot 10^{-5}$$

“Esfuerzo cortante torsional”

$$\tau_{max} := \frac{(T_{total})}{d_{sup}^3} = 5.222 \cdot 10^7 \text{ Pa}$$

Factor de seguridad

$$f_s := \frac{343.23275 \cdot 10^6}{\tau_{max} \cdot 2} = 3.286$$

13. Uniones Atornilladas

Se selecciona tornillos M16

$n := 8$ Numero de tornillos

$r := 0.50$

$E := 270000000000$

$$F_{ri} := \frac{T_{total}}{n \cdot r} = 5.007 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$F_{ext} := \frac{Ax}{n} = 5.828 \cdot 10^3 \text{ N}$$

$$ct := \frac{E \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 0.016^2 \cdot 0.000157}{\frac{\pi}{4} \cdot 0.016^2 (0.038) + 157 \cdot 10^{-6} \cdot 0.031} = 6.814 \cdot 10^8$$

$$cp := \frac{\pi \cdot E \cdot 0.016 \cdot 0.5774}{2 \cdot \ln \left(5 \cdot \frac{0.5774 \cdot 0.038 + 0.5 \cdot 0.016}{0.5774 \cdot 0.038 + 2.5 \cdot 0.016} \right)} = 4.44 \cdot 10^9$$

$$\phi := \frac{ct}{ct + cp} = 0.133$$

$$Fextt := \phi \cdot Fext = 775.491 \text{ N}$$

$$Frit := 157 \cdot 10^{-6} \cdot 380000000 \cdot 0.75 = 4.475 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$\sigma_{eq} := \frac{Fextt}{157} + \frac{\frac{Frit}{n}}{157} = 40.564 \text{ Pa}$$

$$\tau := \frac{Frit}{144} \text{ Pa}$$

$$\tau := \sqrt{(\sigma_{eq})^2 + 3 \cdot (\tau)^2} = 72.609 \text{ Pa}$$

$$f_s := \frac{380 \cdot 0.9}{\tau} = 4.71$$

Factor_de_seguridad $f_s = 4.71$

-Union de tapas con ejes laterales

Sistema_ingles

$$d_{inf} = 0.125$$

$$d_{infp} := 4.92$$

$$V_{inf} := \sqrt{Ay^2 + Az^2} = 3.46 \cdot 10^4$$

$$V_{infp} := 7778.39$$

$$Ax = 4.663 \cdot 10^4$$

$$Axp := 10482.84$$

$$T_{total} = 2.003 \cdot 10^4$$

$$T_{totalp} := 177280.43$$

-Cortante

$$f_c := \frac{V_{infp}}{\pi \cdot d_{infp}} = 503.24$$

-Traccion

$$f_{tr} := \frac{Axp}{\pi \cdot d_{infp}} = 678.21$$

-Torsion

$$j_{tor} := \frac{\pi \cdot d_{infp}^3}{4}$$

$$f_{tor} := \frac{T_{totalp} \cdot d_{infp}}{2 \cdot j_{tor}} = 4.662 \cdot 10^3$$

-Calculo de la fuerza resultante

$$f_{real} := \sqrt{f_c^2 + f_{tr}^2 + f_{tor}^2} = 4.738 \cdot 10^3$$

$$h := \frac{f_{real}}{\frac{2}{3} \cdot 50000 \cdot 0.7071} = 0.201$$

$$h \cdot 0.0254 = 0.005$$

-Union de tapas con eje hueco

Sistema_ingles

$$D_i = 1.375$$

$$D_{ie} := 54.133858$$

$$V_{inf} := \sqrt{Ay^2 + Az^2} = 3.46 \cdot 10^4$$

$$V_{infe} := 7778.39$$

$$Ax = 4.663 \cdot 10^4$$

$$Axe := 10482.84$$

$$T_{total} = 2.003 \cdot 10^4$$

$$T_{totale} := 177280.43$$

-Cortante

$$f_c := \frac{V_{infe}}{\pi \cdot D_i} = 1.801 \cdot 10^3$$

-Traccion

$$f_{tr} := \frac{Axp}{\pi \cdot D_{ie}} = 61.64$$

-Torsion

$$j_{tor} := \frac{\pi \cdot D_{ie}^3}{4}$$

$$f_{tor} := \frac{T_{totalp} \cdot D_{ie}}{2 \cdot j_{tor}} = 38.513$$

-Calculo de la fuerza resultante

$$f_{real} := \sqrt{f_c^2 + f_{tr}^2 + f_{tor}^2} = 1.802 \cdot 10^3$$

$$h := \frac{f_{real}}{\frac{2}{3} \cdot 50000 \cdot 0.7071} = 0.076$$

$$h \cdot 0.0254 = 0.0019$$

-Union de las helices con el eje hueco

$$F_{xh} := \rho_{agua} \cdot g \cdot \frac{S}{N} \cdot A \cdot \sin(\beta) = 7.444 \cdot 10^3$$

$$F_{yh} := \rho_{agua} \cdot g \cdot \frac{S}{N} \cdot A = 1.761 \cdot 10^4$$

$$F_{zh} := \rho_{agua} \cdot g \cdot \frac{S}{N} \cdot A \cdot \sin(\beta) \tan(\Phi) = 1.169 \cdot 10^4$$

$$T_h := -T1 + T2 = 3.892 \cdot 10^3$$

$$D_i = 1.375 \quad V_{inf} := \sqrt{F_{yh}^2 + F_{zh}^2} = 2.114 \cdot 10^4$$

Sistema_ingles

$$D_{ip} := 54.133858$$

$$V_{infp} := 4725.24$$

$$Axp := 1673.48$$

$$T_{totalp} := 34447.101$$

-Cortante

$$f_c := \frac{V_{infp}}{\pi \cdot D_i} = 1.094 \cdot 10^3$$

-Traccion

$$f_{tr} := \frac{Axp}{\pi \cdot D_{ip}} = 9.84$$

-Torsion

$$j_{tor} := \frac{\pi \cdot D_{ip}^3}{4}$$

$$f_{tor} := \frac{T_{totalp} \cdot D_{ip}}{2 \cdot j_{tor}} = 7.483$$

-Calculo de la fuerza resultante

$$f_{real} := \sqrt{f_c^2 + f_{tr}^2 + f_{tor}^2} = 1.094 \cdot 10^3$$

$$h := \frac{f_{real}}{\frac{2}{3} \cdot 50000 \cdot 0.7071} = 0.046$$

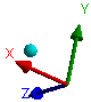
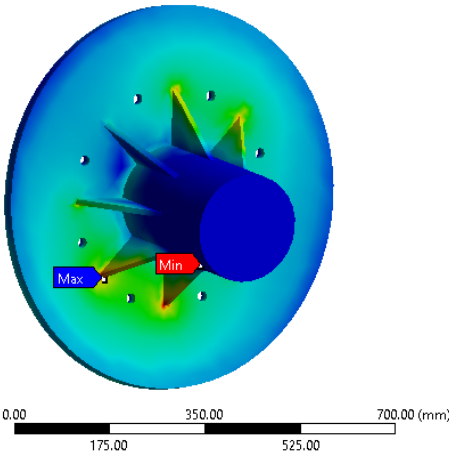
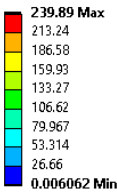
$$h \cdot 0.0254 = 0.0012$$

A.4. Análisis de esfuerzos por el método de elementos finitos

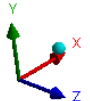
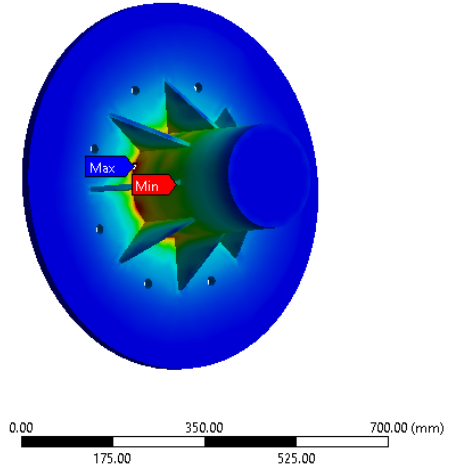
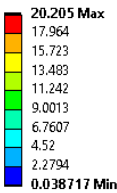
Turbina TA10 3-1310

Esfuerzos resultantes en ejes laterales

C: Static Structural
Esfuerzos eje inferior
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



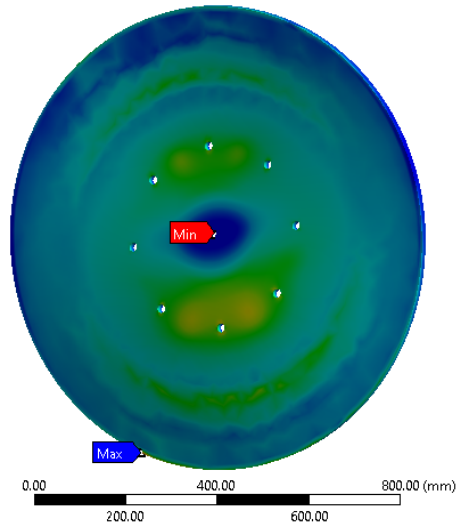
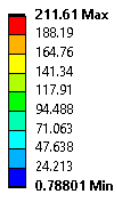
C: Static Structural
Esfuerzos eje superior
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



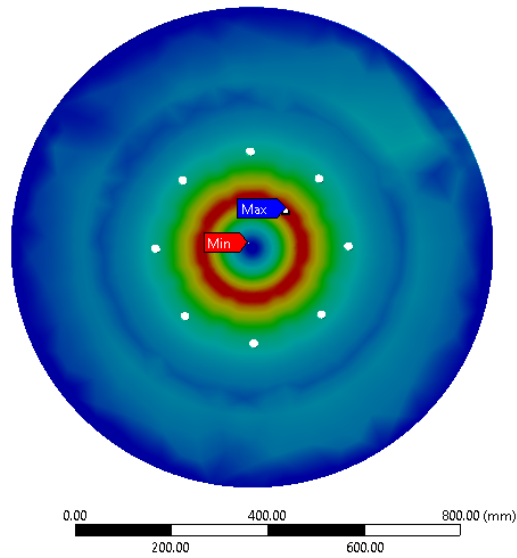
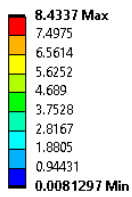
Turbina TA10 3-1310

Esfuerzos resultantes en tapas laterales

C: Static Structural
Esfuerzos tapa inferior
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s

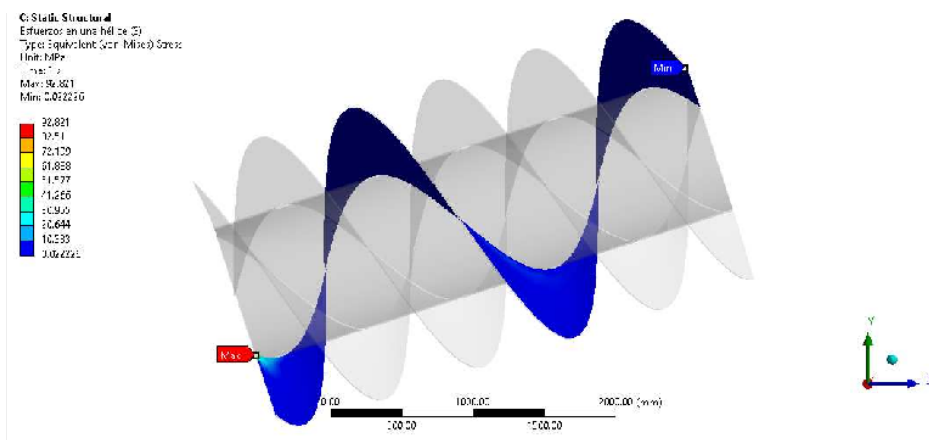
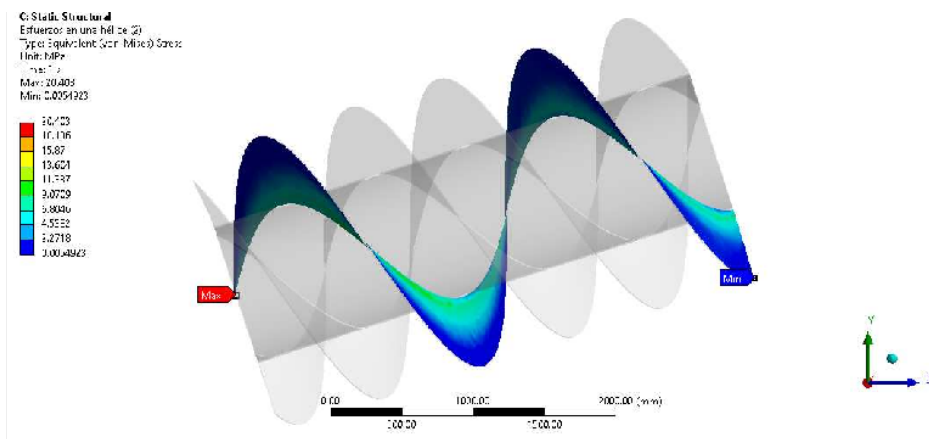
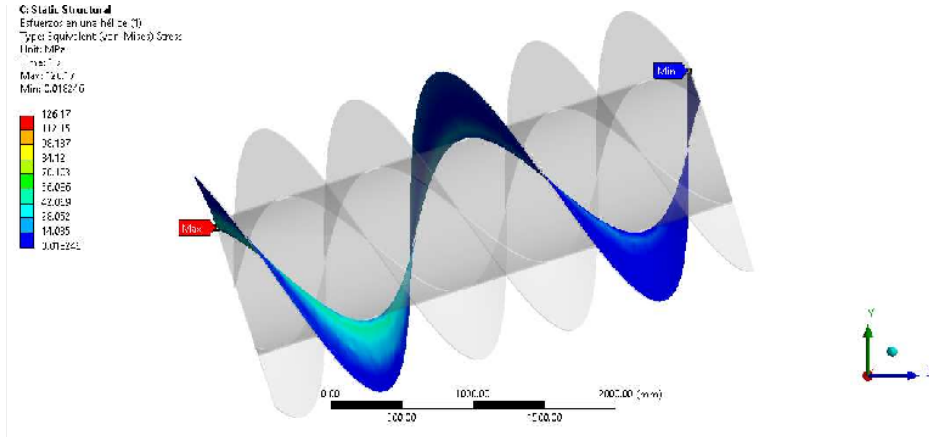


C: Static Structural
Esfuerzos tapa superior
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



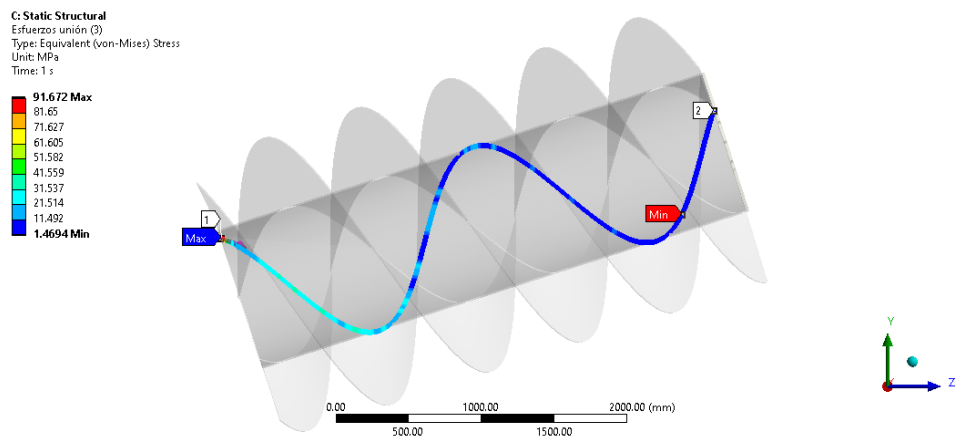
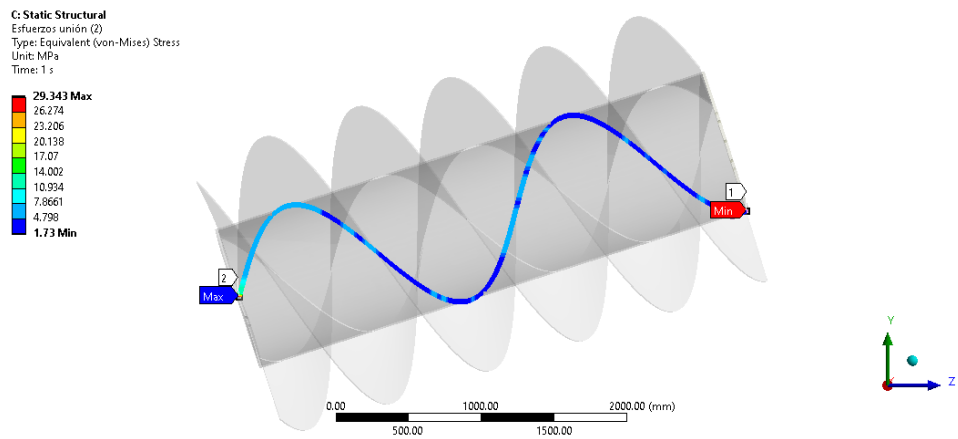
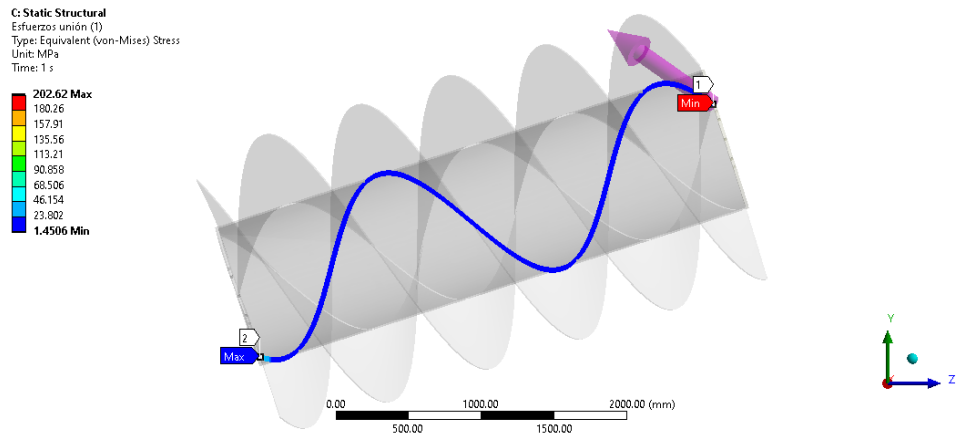
Turbina TA10 3-1310

Esfuerzos resultantes en hélices



Turbina TA10 3-1310

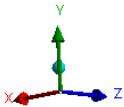
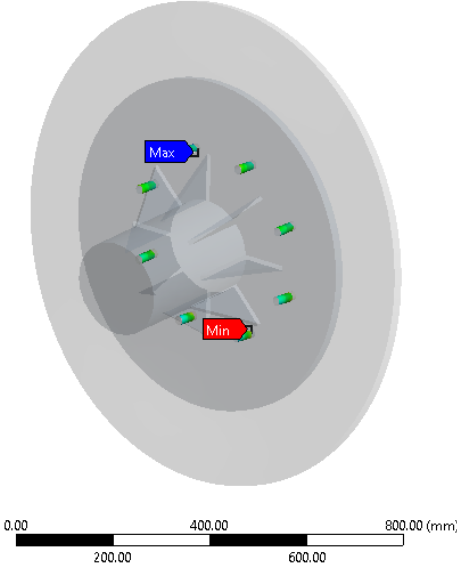
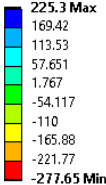
Esfuerzos resultantes en el conjunto *hélice-eje central*



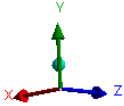
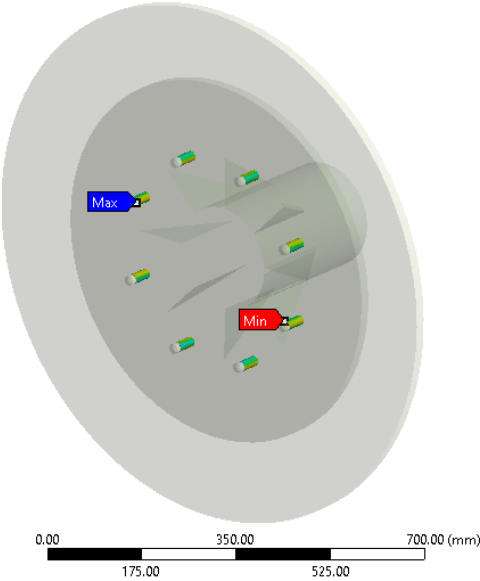
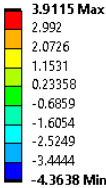
Turbina TA10 3-1310

Esfuerzos resultantes en uniones atornilladas

C: Static Structural
Pressure
Type: Pressure
Unit: MPa
Time: 1 s
Custom Obsolete



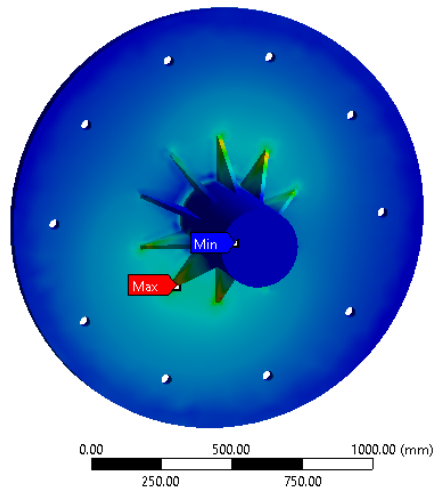
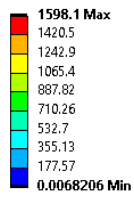
C: Static Structural
Pressure
Type: Pressure
Unit: MPa
Time: 1 s



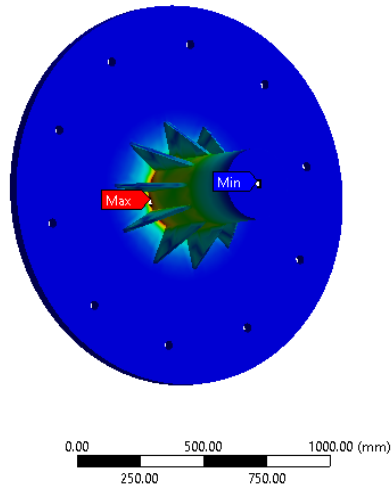
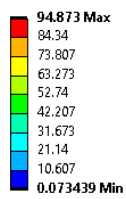
Turbina TA10 3-2300

Esfuerzos resultantes en ejes laterales

C: Static Structural
Esfuerzon en el eje lateral inferior
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



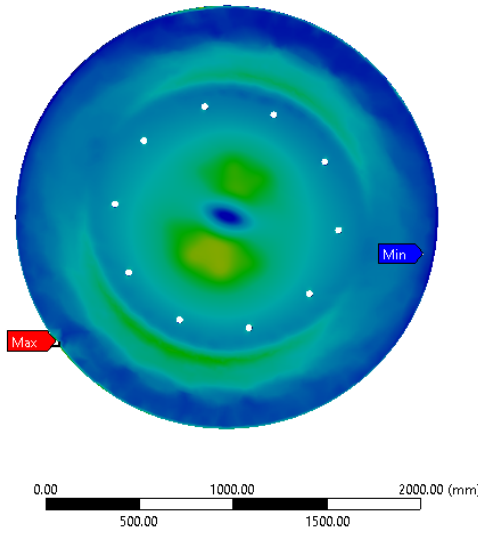
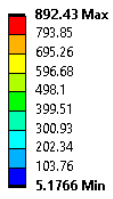
C: Static Structural
Esfuerzon en el eje lateral superior
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



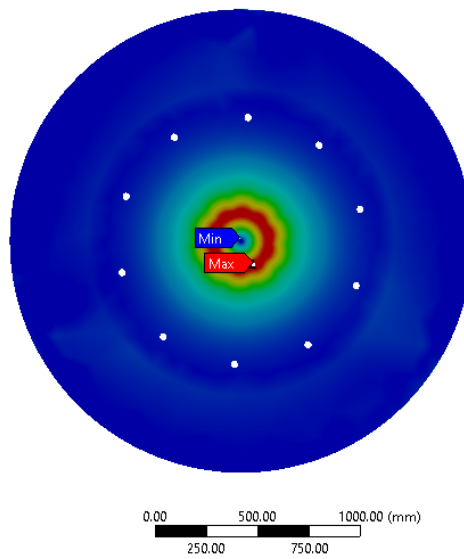
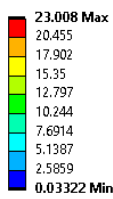
Turbina TA10 3-2300

Esfuerzos resultantes en tapas laterales

C: Static Structural
Esfuerzos tapa lateral inferior
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



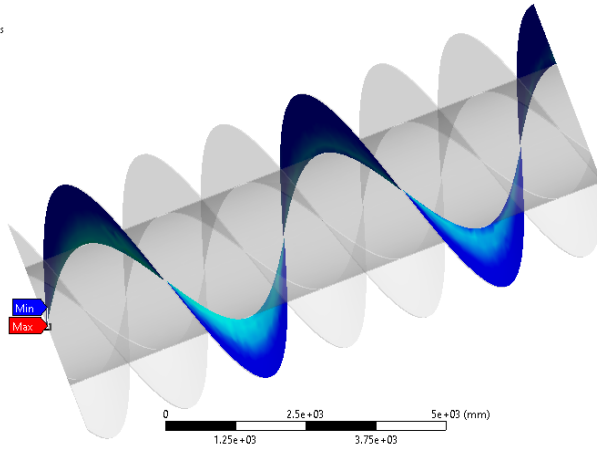
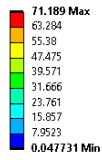
C: Static Structural
Esfuerzos tapa lateral superior
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



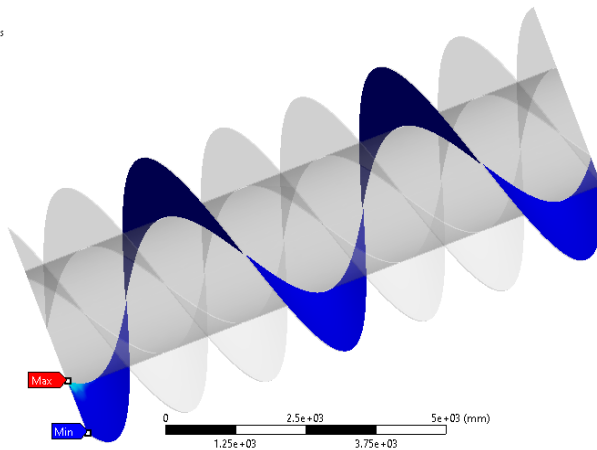
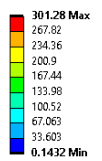
Turbina TA10 3-2300

Esfuerzos resultantes en hélices

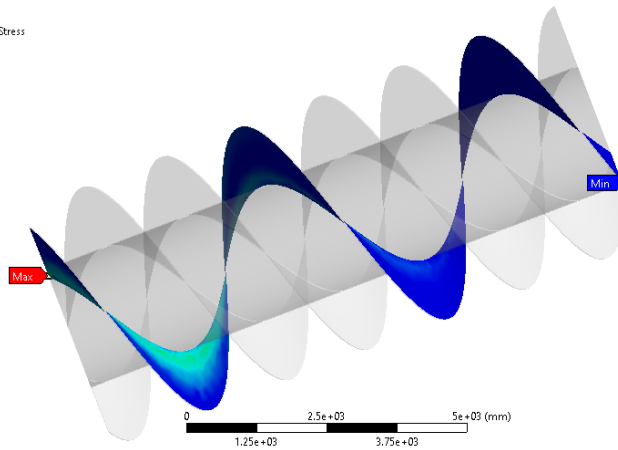
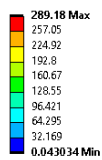
C:Static Structural
Esfuerzo en una hélice (h1)
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



C:Static Structural
Esfuerzo en una hélice (h2)
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s

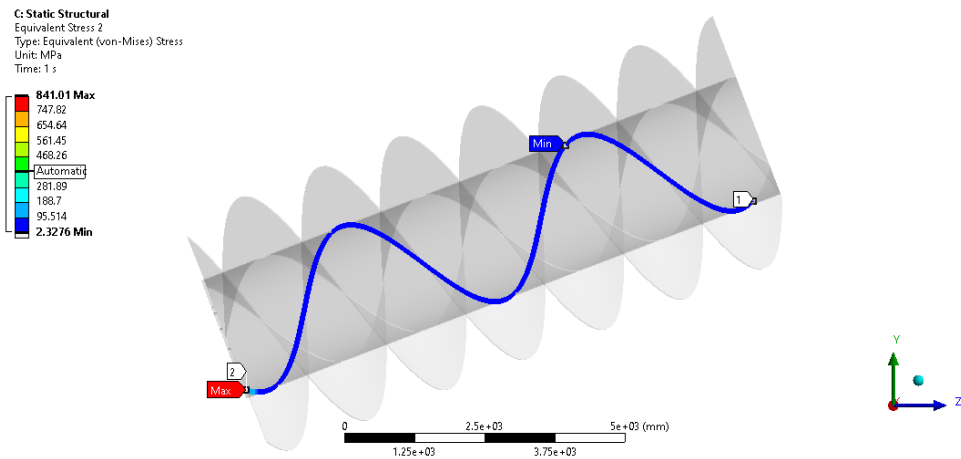
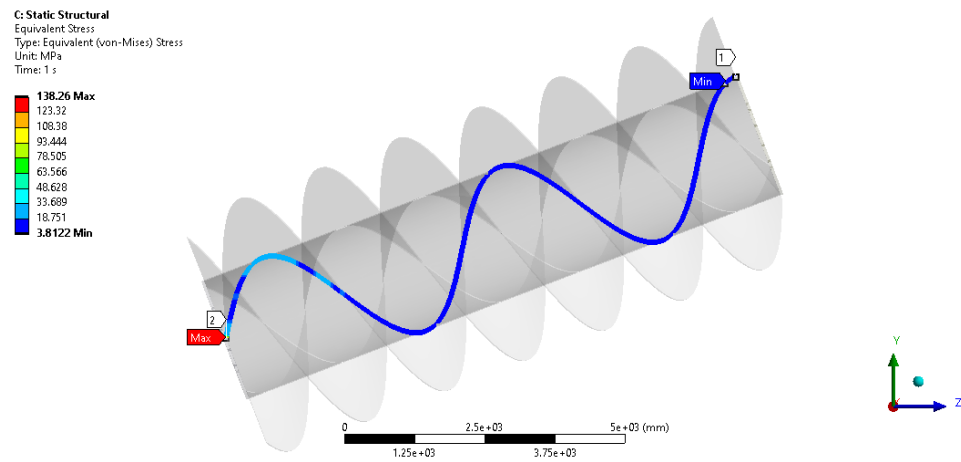
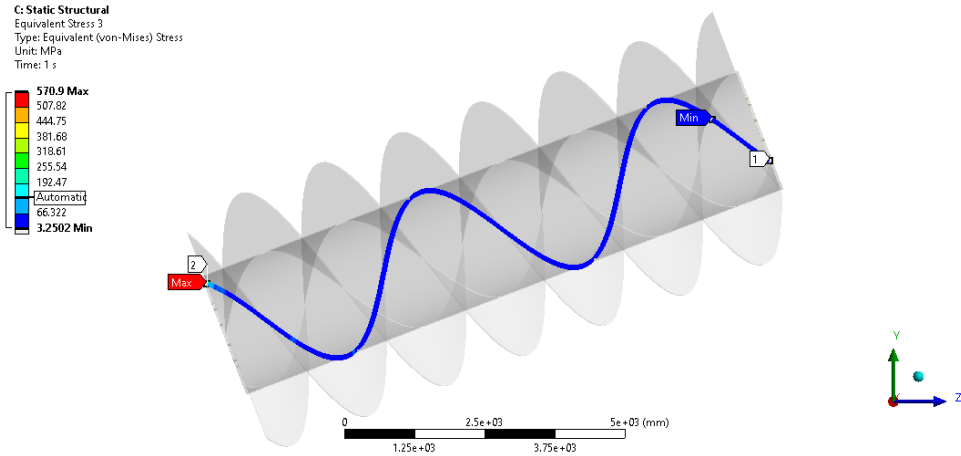


C:Static Structural
Esfuerzo en una hélice (h3)
Type: Equivalent (von-Mises) Stress
Unit: MPa
Time: 1 s



Turbina TA10 3-2300

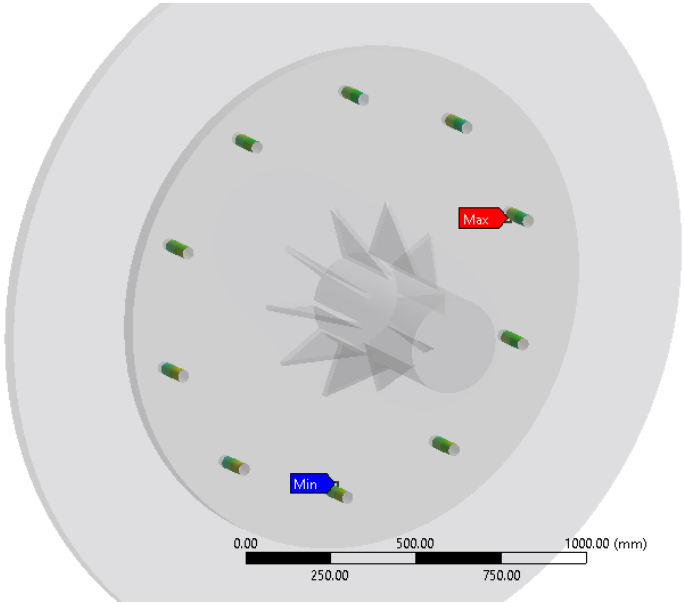
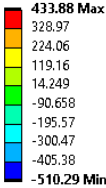
Esfuerzos resultantes en el conjunto *hélice-eje central*



Turbina TA10 3-2300

Esfuerzos resultantes en uniones atornilladas

C: Static Structural
Pressure
Type: Pressure
Unit: MPa
Time: 1 s



C: Static Structural
Pressure
Type: Pressure
Unit: MPa
Time: 1 s

