



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**

**SEDE CUENCA**

**CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

“MODELADO Y SIMULACIÓN DE UN GENERADOR  
SÍNCRONO DE IMANES PERMANENTES PARA UN  
SISTEMA DE PICOGENERACIÓN HIDROELÉCTRICA”

Trabajo de titulación previo a la obtención del

título de Ingeniero Eléctrico

AUTORES: JOSÉ OMAR CUZCO ALAO  
JONNATHAN RUBEN LALVAY HERAS

TUTOR: ING. JOSÉ MANUEL ALLER CASTRO, PHD.

Cuenca - Ecuador

2022

## CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

Nosotros, José Omar Cuzco Alao con documento de identificación N° 0302623475 y Jonnathan Ruben Lalvay Heras con documento de identificación N° 0106345598 manifestamos que:

Somos los autores y responsables del presente trabajo; y, autorizamos a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total o parcial el presente trabajo de titulación.

Cuenca, 01 de junio del 2022

Atentamente,



---

José Omar Cuzco Alao  
0302623475



---

Jonnathan Ruben Lalvay Heras  
0106345598

**CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL  
TRABAJO DE TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA  
SALESIANA**

Nosotros, José Omar Cuzco Alao con documento de identificación N° 0302623475 y Jonnathan Ruben Lalvay Heras con documento de identificación N° 0106345598, expresamos nuestra voluntad y por medio del presente documento cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del proyecto técnico con enfoque investigativo: “Modelado y Simulación de un Generador Síncrono de Imanes Permanentes para un Sistema de Picogeneración Hidroeléctrica ”, el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En concordancia con lo manifestado, suscribimos este documento en el momento que hacemos la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Cuenca, 01 de junio del 2022

Atentamente,

---

José Omar Cuzco Alao  
0302623475

---

Jonnathan Ruben Lalvay Heras  
0106345598

**CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

Yo, José Manuel Aller Castro con documento de identificación N° 0151561800, docente de la Universidad Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: “MODELADO Y SIMULACIÓN DE UN GENERADOR SÍNCRONO DE IMANES PERMANENTES PARA UN SISTEMA DE PICOGENERACIÓN HIDROELÉCTRICA”, realizado por José Omar Cuzco Alao con documento de identificación N° 0302623475 y por Jonnathan Ruben Lalvay Heras con documento de identificación N° 0106345598, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción proyecto técnico con enfoque investigativo que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Cuenca, 01 de junio del 2022

Atentamente,



---

José Manuel Aller Castro  
0151561800

## DEDICATORIA

Esta Tesis va dedicada a Dios ya que gracias a él he logrado concluir mi carrera A mis padres Ninfa Heras y Julio Lalvay que con cariño les digo, porque ellos siempre estuvieron a mi lado brindándome su apoyo incondicional y sus consejos para hacer de mí una mejor persona.

A Belén por sus palabras y confianza, por su amor y brindarme el tiempo necesario para realizarme profesionalmente y a todas aquellas personas que de alguna manera han contribuido para el logro de mis objetivos.

A mis hermanos Jimmy, Luis, Alex, Iván, Manuel, que siempre creyeron en mí y fueron un apoyo fundamental con sus consejos y compañía.

A mis tíos Diana, Fanny y Wilmer que de alguna u otra manera con su cariño y afecto también siempre estuvieron donde más los necesitaba.

A mis amigos Diana, Hermelinda y Alberto que de alguna u otra manera con su cariño y afecto también siempre estuvieron donde más los necesitaba.

A mis Abuelitos Rosa, Eudosia, Manuel y Herminio que siempre estuvieron apoyándome y brindándome su cariño y lo más importante inculcándome valores para seguir en adelante también siempre estuvieron cuando más los necesitaba.

Jonnathan Lalvay

## DEDICATORIA

Este trabajo va dedicado primeramente Dios por brindarme la salud y el conocimiento durante estos años de estudio. A mis padres Segundo Cuzco y María Alao por el apoyo incondicional y por ser el pilar fundamental para que yo pueda cumplir con esta meta de mi vida.

A mis hermanos Marco, Martha, Azucena, Fernando, Nube y Juan por estar siempre ahí apoyándome y dándome ánimos en los momentos no tan buenos de mi vida.

A mis amigos Carlos y Edison por su apoyo y ser parte importante en mi etapa de estudios.

Omar Cuzco

## AGRADECIMIENTOS

Agradecemos infinitamente a Dios por brindarnos salud y sabiduría necesaria para llevar a cabo nuestras metas planteadas a lo largo de nuestra vida y carrera universitaria. A nuestro director del trabajo de titulación Dr. José Manuel Aller Castro quien con sus conocimientos y experiencia supo orientarnos satisfactoriamente para la culminación de este proyecto, al igual que todos nuestros compañeros de universidad que nos supieron brindar su mano en todo momento.

## RESUMEN

Este proyecto propone modelar y simular el comportamiento de un generador síncrono de imanes permanentes mediante modelos circuitales en coordenadas de eje directo y cuadratura. Para validar los resultados del modelo se utiliza el programa de elementos finitos (FEMM) [1], y la simulación en Matlab/Simulink. A través del modelo se obtienen los parámetros principales necesarios para la simulación. Estos parámetros son la co-energía del campo magnético y el flujo de campo existente tanto en eje directo como de cuadratura, posteriormente con estos resultados se calcula la inductancia del eje ( $L_d$ ), del eje ( $L_q$ ) y el flujo de campo para la simulación.

## ABSTRACT

This project proposes to model and simulate the behavior of a permanent magnet synchronous generator through circuit models in direct axis and quadrature coordinates. To validate the results of the model, the finite element program (FEMM) [1], and the simulation in Matlab/Simulink are used. Through the model, the main parameters necessary for the simulation are obtained. These parameters are the co-energy of the magnetic field and the existing field flux both in the direct and quadrature axis, later with these results the inductance of the axis ( $L_d$ ), of the axis ( $L_q$ ) and the field flux for the simulation.

## PALABRAS CLAVES TEMÁTICAS

Generador

imanes permanentes

voltaje

corrientes

inductancias

flujo

frecuencia

Femm

Matlab-Simulink

# ÍNDICE

<b>1</b>	<b>PROBLEMA DE ESTUDIO Y OBJETIVOS</b>	<b>2</b>
1.1	Problema de Estudio . . . . .	2
1.2	Grupo Objetivo . . . . .	2
1.3	Objetivos . . . . .	2
1.3.1	Objetivo General . . . . .	2
1.3.2	Objetivos Específicos . . . . .	3
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>4</b>
2.1	Máquinas Eléctricas . . . . .	4
2.2	Máquina Síncrona de imanes permanentes (PMSM) . . . . .	4
2.3	Generalidades y descripción de la máquina síncrona de imanes permanentes . . . . .	5
2.4	Imanes permanentes . . . . .	6
2.4.1	Caracterización de los IP: curva de histéresis. . . . .	6
2.5	Ejes directo y cuadratura . . . . .	7
2.6	Modelo del Generador Síncrono de Imanes Permanentes (PMSM) . . . . .	8
2.7	Potencia y Par Eléctrico . . . . .	12
2.8	Modelo VBR de la PMSM . . . . .	13
<b>3</b>	<b>ANÁLISIS Y MODELO DE LA MÁQUINA SÍNCRONA DE IMANES PERMANENTES</b>	<b>15</b>
3.1	Dimensiones y Cálculos del generador para el modelo en FEMM . . . . .	15
3.1.1	Cálculo del número de vueltas . . . . .	16
3.1.2	Cálculo del área de la ranura . . . . .	17
3.1.3	Cálculo de la densidad de corriente . . . . .	18
3.1.4	Cálculo del área y diámetro del conductor . . . . .	18
3.2	Modelo magnético del generador mediante FEMM . . . . .	19
3.3	Simulación en FEMM . . . . .	21
3.3.1	Importación del dibujo en formato <i>.dxf</i> desde AutoCAD . . . . .	21
3.3.2	Parámetros ingresados a FEMM . . . . .	22
3.3.3	Propiedad de los materiales . . . . .	23
3.3.4	Límite del contorno . . . . .	27

<i>ÍNDICE</i>	vi
3.3.5 Mallado del generador . . . . .	28
3.3.6 Simulación y resultados del Modelo en FEMM . . . . .	30
3.4 Cálculos de inductancias $L_d$ y $L_q$ . . . . .	31
<b>4 SIMULACIÓN DEL GENERADOR DE IMANES PERMANENTES EN MATLAB/SIMULINK</b>	<b>33</b>
4.1 Ecuaciones utilizadas para la simulación del Generador de Imanes Permanentes. . . . .	33
4.1.1 Ecuaciones en coordenadas $dq0$ utilizando la transformada de Park . . . . .	33
4.1.2 Ecuaciones de las reactancias a coordenadas primitivas $ex$ y $ey$	34
4.1.3 Ecuaciones Eléctricas . . . . .	34
4.1.4 Ecuación del Torque Electromagnético . . . . .	35
4.1.5 Velocidad Mecánica . . . . .	35
4.2 Simulación en Matlab/Simulink . . . . .	35
<b>5 RESULTADOS EXPERIMENTALES Y ANÁLISIS COMPAR- ATIVO</b>	<b>40</b>
5.1 Resultados del sistema con variación de la velocidad . . . . .	40
5.2 Análisis comparativo . . . . .	47
<b>6 Conclusiones y Recomendaciones</b>	<b>54</b>
6.1 Conclusiones . . . . .	54
6.2 Recomendaciones para trabajos futuros . . . . .	55

## ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Ciclo de Histéresis de un imán permanente [2]	6
2.2	Ejes directo y en cuadratura [3]	7
2.3	Circuito equivalente del eje d.	10
2.4	Circuito equivalente del eje q.	10
2.5	Modelo VBR resultante para la fase genérica k [4]	14
3.1	Dimensiones del PMSM	15
3.2	Esquema general de la Ranura	17
3.3	Gráfica del generador con 0° eléctricos ( <i>eje d</i> )	20
3.4	Grafica del generador con 90° eléctricos ( <i>eje q</i> )	20
3.5	Creación del nuevo problema magnético	21
3.6	Importación del archivo .dxf desde FEMM	22
3.7	Condiciones iniciales del problema Fuente: los Autores.	23
3.8	Cuadro de materiales del generador	24
3.9	Asignación del material a cada parte del esquema modelado	25
3.10	Asignación de las corrientes en los datos del modelo	25
3.11	División de los circuitos del estator	26
3.12	Ingreso de los datos en la ventana propiedades	27
3.13	Ingreso del limite en el modelo	28
3.14	Mallado del generador elementos finitos (FEMM)	29
3.15	Modelo de Generador en estado ejecución	29
3.16	Simulación del generador en eje directo	30
3.17	Simulación del generador en eje cuadratura	30
3.18	Flujo obtenido mediante la simulación	31
4.1	Parametros Iniciales	36
4.2	Resistencia de carga y velocidad del sistema	36
4.3	Circuito equivalente del modelo VBR	37
4.4	Interpretación de $v_d$ y $v_q$ en Matlab/Simulink	37
4.5	Interpretación de $e_x$ y $e_y$ en Matlab/Simulink	37
4.6	Interpretación de $e_a, e_b$ y $e_c$ en Matlab/Simulink	38
4.7	Interpretación de $i_d$ y $i_q$ en Matlab/Simulink	38
4.8	Interpretación de $T_e$ en matlab/simulink	39

4.9	Interpretación de $W_m$ en Matlab/Simulink . . . . .	39
5.1	Resultados de Voltaje y Frecuencia a 30 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	41
5.2	Resultados de corrientes a 30 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	42
5.3	Resultados de par eléctrico a 30 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	42
5.4	Resultados de Voltaje y Frecuencia a 180 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	43
5.5	Resultados de corrientes a 180 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	43
5.6	Resultados de par eléctrico a 180 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	44
5.7	Resultados de Voltaje y Frecuencia a 300 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	44
5.8	Resultados de corrientes a 300 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	45
5.9	Resultados de par eléctrico a 300 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	45
5.10	Resultados de Voltaje y Frecuencia a 360 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	46
5.11	Resultados de corrientes a 360 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	46
5.12	Resultados de par eléctrico a 360 <i>rpm</i> en Matlab/Simulink . . . . .	47
5.13	Curva de voltaje con datos del fabricante graficado en EXCEL . . . . .	48
5.14	Curva de potencia con datos del fabricante graficado en EXCEL . . . . .	49
5.15	Curva de frecuencia con datos del fabricante graficado en EXCEL . . . . .	49
5.16	Curva de voltaje con datos simulados graficado en EXCEL . . . . .	50
5.17	Curva de potencia con datos simulados graficado en EXCEL . . . . .	50
5.18	Curva de frecuencia con datos simulados graficado en EXCEL . . . . .	51
5.19	comparación de curvas de voltaje entre datos del fabricante- valores simulados, graficados en EXCEL . . . . .	51
5.20	comparación de curvas de potencia entre datos del fabricante- valores simulados, graficados en EXCEL . . . . .	52
5.21	comparación de curvas de frecuencia entre datos del fabricante- valores simulados, graficados en EXCEL . . . . .	53

# Índice de tablas

3.1	Parametros del generador IP . . . . .	19
5.1	Datos del fabricante (GREFF) . . . . .	47
5.2	Valores obtenidos mediante simulación . . . . .	48
5.3	Valores de carga calculados . . . . .	52

## INTRODUCCIÓN

La máquina síncrona de imanes permanentes (PMSM) es un convertidor electromecánico similar a la máquina síncrona clásica con la única diferencia que no poseen devanado de excitación [5]. Hoy en día, estas máquinas tienen múltiples aplicaciones en la industria, se puede encontrar en diversas áreas tales como la ciencia aeroespacial, hibridación de vehículos, transporte, sistemas de energía renovable y en los sistemas de generación eléctrica [6]. Por esta razón, en este trabajo se plantea el modelo y la simulación de un generador síncrono de imanes permanentes para un sistema de pico-generación hidroeléctrica. El modelo se fundamenta en el análisis por elementos finitos mediante el programa FEMM para obtener los valores de co-energía del campo magnético y el flujo de campo necesarios para el cálculo de las inductancias de eje directo y eje cuadratura [1]. Para determinar los valores de potencia, voltaje y frecuencia del generador síncrono de imanes permanentes la simulación se desarrolló en el programa Matlab/Simulink.

# CAPÍTULO 1

## PROBLEMA DE ESTUDIO Y OBJETIVOS

### 1.1 Problema de Estudio

En el sector hidroeléctrico, el generador es uno de los elementos principales en el sistema de generación eléctrica. Hoy en día, la implementación en lugares estratégicos de generadores síncronos de imanes permanentes ha avanzado de manera considerable debido a sus prestaciones y a la disminución de sus costos. Es por ello que se plantea en este proyecto desarrollar el modelo y simulación de un generador síncrono de imanes permanentes para un sistema de pico-generación hidroeléctrica.

### 1.2 Grupo Objetivo

La importancia de este trabajo se orienta a la implementación de un sistema de pico-generación en lugares alejados del sistema de suministro eléctrico. Para ello se plantea, en concordancia con el grupo de investigación de energías (GIE) de la Universidad Politécnica Salesiana, desarrollar un modelo y simulación de un sistema de pico-generación hidroeléctrica.

### 1.3 Objetivos

#### 1.3.1 Objetivo General

Modelar y simular un generador síncrono de imanes permanentes, para un sistema de pico-generación hidroeléctrica, menor o igual a  $5 kW$ , que cumpla con los parámetros

de operación requeridos de potencia, voltaje y frecuencia.

### **1.3.2 Objetivos Específicos**

- Desarrollar el modelo del generador síncrono de imanes permanentes.
- Simular la operación del generador síncrono de imanes permanentes en Matlab y/o Simulink.
- Análisis de los resultados obtenidos en la simulación.

## CAPÍTULO 2

### FUNDAMENTOS TEÓRICOS

#### 2.1 Máquinas Eléctricas

La máquina eléctrica fue desarrollada en un frenético proceso evolutivo que comenzó a mediados del siglo XIX y continúa hasta nuestros días. Innumerables patentes de inventores famosos como Edison y Tesla, entre otros, han realizado contribuciones significativas para lograr la eficiencia y la eficiencia de la conversión de energía electromecánica. Después de todo este proceso, las máquinas suelen tener características en común que permiten generalizar la descripción matemática de su comportamiento. Los modelos de las máquinas eléctricas se pueden simplificar en gran medida cuando se hacen las suposiciones adecuadas y se utilizan transformaciones de coordenadas que independizan los parámetros de la posición angular del rotor [7].

#### 2.2 Máquina Síncrona de imanes permanentes (PMSM)

Una máquina síncrona de imanes permanentes (PMSM, según sus siglas en inglés) es un convertidor de energía que utiliza imanes para producir el campo magnético en el entrehierro, eliminando el uso de una fuente de excitación externa. Debido a sus cualidades, estas máquinas han atraído el interés de muchos investigadores a nivel mundial, para su uso en distintas aplicaciones. La aplicación de máquinas síncronas de imanes permanentes se puede encontrar en varias áreas tales como: la ciencia aeroespacial, hibridación de vehículos, transporte y sistemas de energía renovable [8]. Existen varias configuraciones de la máquina de imanes permanentes, las cuales se clasifican principalmente en dos grupos: de flujo axial y de flujo radial [9]. LA utilización de imanes permanentes en la construcción de máquinas

sincrónicas tiene muchas ventajas, entre las cuales se destacan: su alta potencia por unidad de volumen, mejor desempeño dinámico que las máquinas con excitación externa y principalmente, el hecho de que esta máquina no requiere una fuente externa de alimentación, provee un aumento en la eficiencia, debido a que no hay pérdidas eléctricas en el circuito de excitación. La principal desventaja de la máquina de imanes permanentes es que estos son susceptibles a perder sus características magnéticas en altas temperaturas. [10].

En una máquina síncrona de imanes permanentes donde las inductancias varían en función de la posición del rotor, un modelo de dos ejes ( $dq0$ ) es utilizado comúnmente por simplicidad de cálculo. Este modelo se obtiene mediante la transformación de Park, la cual permite referir a todas las variables a un marco de referencias común. Esta transformación, simplifica la formulación del modelo al independizar las inductancias de la posición angular  $\theta$ , en el marco de referencia  $dq0$  [10].

### **2.3 Generalidades y descripción de la máquina síncrona de imanes permanentes**

El desarrollo de motores de imanes permanentes va de la mano con el desarrollo de materiales magnéticos. los materiales conocidos como imanes permanentes son aquellos capaces de almacenar alta energía magnética por largos periodos de tiempo, práctica que ha sido utilizada en las máquinas eléctricas [2].

El motor de imanes permanentes apareció en 1973, aunque predecesores como el motor de corriente continua de mediados del siglo XIX utilizaban magnetismo residual. Estas máquinas surgieron tras el descubrimiento de una nueva aleación, Al-Ni-Co. Aunque es algo limitado para máquinas pequeñas, así como para materiales tipo ferrita porque la magnetización no es demasiado alta [2].

Fue en la década de los 70, cuando se descubrió un nuevo material magnético, las tierras raras, que impulsaron el desarrollo de grandes máquinas. En 1980 se desarrolló una nueva aleación de propiedades magnéticas, Nd-Fe-B. Estos nuevos materiales comenzaron a desarrollarse hasta que los precios se redujeron, lo que les permitió ampliar sus campos de aplicación [2].

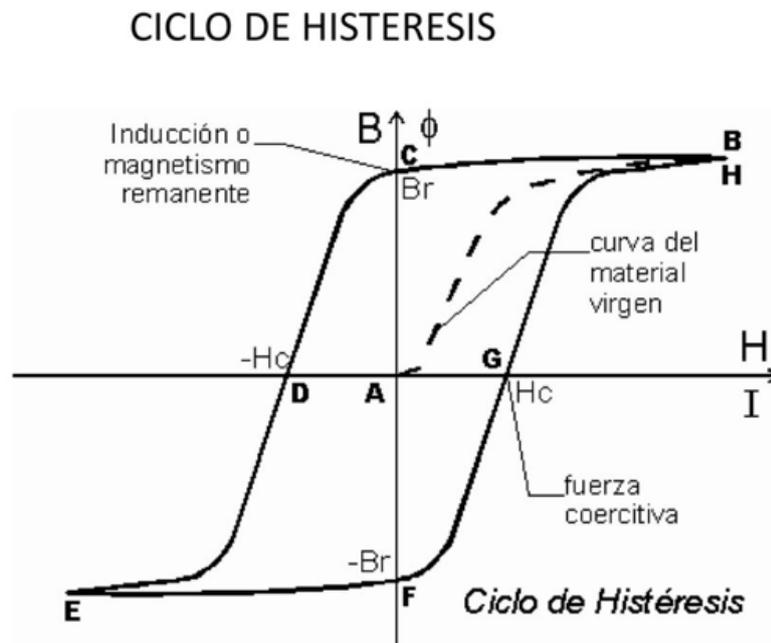
## 2.4 Imanes permanentes

Los imanes permanentes son materiales que no tienen un campo magnético natural y cuando se magnetizan, pueden generar continuamente su propio campo magnético. La diferencia fundamental con un imán convencional, es que estos últimos sólo generan campo mientras la fuerza externa que lo provoca esté actuando [2].

Al igual que los materiales ferromagnéticos, se caracterizan por su curva de histéresis. Esta determina su magnetización, frente a un campo magnético ( $H$ ) y una inducción magnética ( $B$ ) y es específica de cada material. [2].

### 2.4.1 Caracterización de los IP: curva de histéresis.

Se pueden explicar las propiedades de estos materiales a través del estudio de su curva de histéresis tal como se muestra en la Fig. 2.1:



**Figura 2.1:** Ciclo de Histéresis de un imán permanente [2]

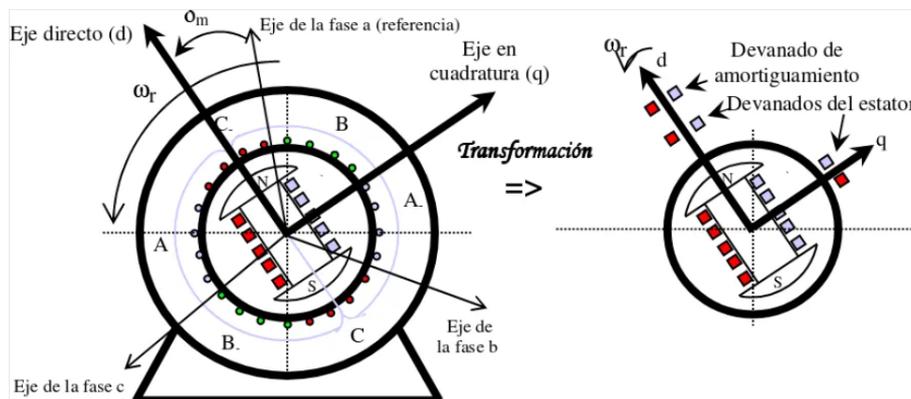
La llamada "curva de material virgen" representa lo que se puede llamar la primera magnetización del material. Cuando el campo magnético  $H$  disminuye, los dominios vuelven a sus posiciones originales, debido a la capacidad de almacenamiento de energía de un material. Cuando se cancela el campo externo, se mantiene en el material un nivel de inducción relativamente alto, llamada inducción

remanente,  $B_r$ . Este efecto se llama histéresis, y los valores altos de inducción magnética hacen que el material sea un imán permanente. La inducción residual representa la máxima densidad de flujo magnético que puede producir el imán [2].

De manera similar, cuando la inducción es cero, se encuentra que existe un valor del campo magnético, llamado campo magnético coercitivo,  $H_c$ . Este campo representa la fuerza del campo externo requerido para cancelar la inducción magnética en el material. En el mejor de los casos, la magnitud de esta variable se suele dar en  $kA/m$  [2].

## 2.5 Ejes directo y cuadratura

Se consideran dos ejes para el análisis del comportamiento de la máquina síncrona, uno denominado eje directo y el otro eje en cuadratura, ortogonal al anterior, los cuales giran solidarios con el rotor tal como se muestra en la Fig.2.2 [3].



**Figura 2.2:** Ejes directo y en cuadratura [3]

La utilización de dos ejes para el modelado del sistema es muy importante porque permite representar las coordenadas  $(abc)$  de los devanados del estator mediante los dos ejes anteriores como directo y cuadratura, esto tiene simplificaciones muy importantes en la modelación del convertidor. Las nuevas coordenadas giran en la misma dirección de la máquina síncrona. Es decir, en lugar de tener tres devanados en el estator, se producen el mismo campo mediante bobinas giratorias que se encuentran siempre en la misma dirección del campo o en cuadratura con este [3].

Este nuevo sistema está representado por dos bobinas, una girando siempre frente al campo magnético de la máquina y otra moviéndose a  $(90^\circ)$  con respecto a la otra, ambas capaces de generar flujo magnético con corriente constantes. El flujo magnético

será igual al flujo producido por la presencia de tres corrientes variables en el tiempo en el devanado original. Dado que los devanados  $L_d$  y  $L_q$  giran con el rotor, el mismo flujo de dos corrientes continuas  $i_d$  e  $i_q$  en el tiempo, se puede producir como un flujo con tres corrientes variables en el tiempo. Entonces, bajo este nuevo concepto, la máquina trabaja en base a corriente continua y de manera constante [3].

## 2.6 Modelo del Generador Síncrono de Imanes Permanentes (PMSM)

El generador síncrono de imanes permanentes ha tenido un creciente uso en pequeños sistemas de generación por la alta confiabilidad, la alta eficiencia y un factor de potencia elevado [11], [12], [13]. Además, no requiere una fuente de tensión de excitación y su momento de inercia es reducido, por tanto, es una buena opción para sistemas de baja potencia [14].

Analizando el comportamiento de los ejes eléctricos de la máquina sincrónica clásica en el sistema de coordenadas primitivas correspondiente a las bobinas reales o físicas [7], se satisface el siguiente sistema de ecuaciones:

$$[v_{abc,f}] = [R_{abc,f}] [i_{abc,f}] + \frac{d}{dt} [\lambda_{abc,f}], \quad (2.1)$$

donde:

$R_{abc}$  Matriz de resistencia de la máquina

$i_{abc}$  Corrientes estáticas

$\frac{d}{dt} [\lambda_{abc}]$  Fuerza electromotriz inducida

$\lambda_{abc}$  Enlaces de flujo en las bobinas

La ecuación 2.1 de voltaje de la máquina sincrónica clásica, despreciando la tensión de excitación, se puede representar en su forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Para referir los voltajes trifásicos  $v_a, v_b, v_c$  al eje de coordenadas  $dq0$ , se utiliza la Transformada de Park [10],

$$\begin{bmatrix} v_d \\ v_q \\ v_D \end{bmatrix} = [T_{dqD}(\theta_q)] \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$[T_{dqD}(\theta_q)] = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.4)$$

donde la expresión  $[T_{dqD}(\theta_q)]$  representa la transformada de Park de la ecuación 2.4. Realizada la transformación se pueden escribir las ecuaciones dinámicas de voltaje del PMSM como [15],

$$v_d = R i_d + \frac{d\lambda_d}{dt} - \omega \lambda_q \quad (2.5)$$

$$v_q = R i_q + \frac{d\lambda_q}{dt} + \omega \lambda_d, \quad (2.6)$$

donde:

$$\lambda_q = L_q i_q \quad (2.7)$$

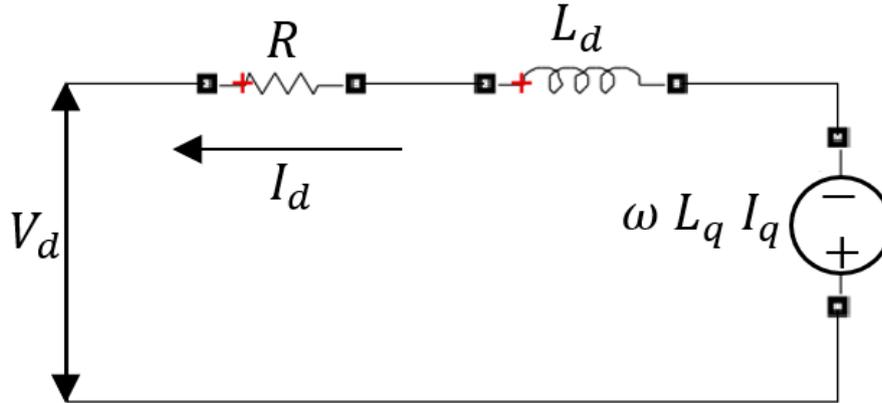
y

$$\lambda_d = L_d i_d + \lambda_f \quad (2.8)$$

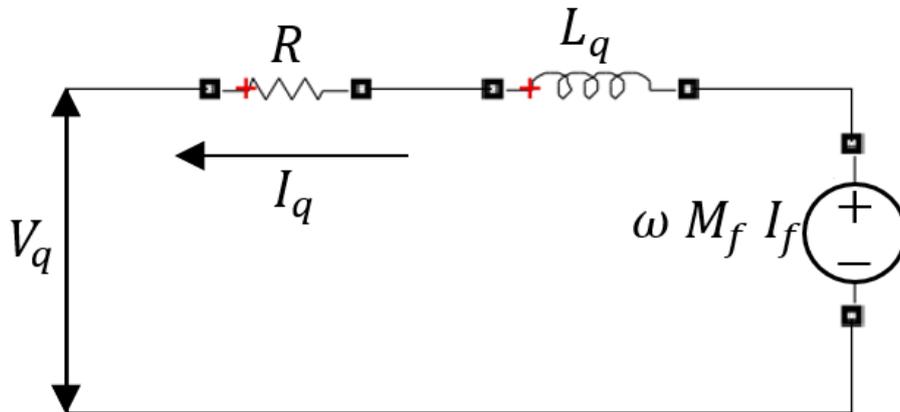
$$v_d = r i_d + L_d \frac{di_d}{dt} - \omega L_q i_q \quad (2.9)$$

$$v_q = r i_q + L_q \frac{di_q}{dt} + \omega L_d i_d + \omega \lambda_f, \quad (2.10)$$

donde  $\lambda_f$  es el flujo debido a los imanes permanentes. Los circuitos equivalentes de la PMSM se muestran en la Fig. 2.3 y en la Fig. 2.4. Tanto para la derivación de las ecuaciones eléctricas y mecánicas, los términos de secuencia cero no serán considerados debido a que se asumen condiciones balanceadas [10].



**Figura 2.3:** Circuito equivalente del eje d.



**Figura 2.4:** Circuito equivalente del eje q.

Despejando  $i_d$  e  $i_q$  de las ecuaciones 2.5 y 2.6, respectivamente se tiene:

$$i_d = \frac{1}{L_d} \int (v_d - R i_d + \omega L_q i_q) dt \quad (2.11)$$

$$i_q = \frac{1}{L_d} \int (v_q - R i_d - \omega L_d i_d - \omega \lambda_{PM}) dt \quad (2.12)$$

La matriz de inductancias de la máquina síncrona se puede expresar como [7],

$$[L_{ee}] = \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & M_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & M_{cc} \end{bmatrix}; [L_{ef}] = [L_{fe}]^t = \begin{bmatrix} M_{af} \\ M_{bf} \\ M_{cf} \end{bmatrix}$$

,

donde:

$e$  Es el subíndice referido a las bobinas del estator.

$f$  Es el subíndice referido a las bobinas del campo.

$a; b; c$  Son los subíndices de las tres bobinas físicas del estator.

Los flujos pueden ser aproximados calculados mediante las siguientes expresiones:

$$\lambda_{af} = \lambda_f \cos \theta + \dots \quad (2.13)$$

$$\lambda_{bf} = \lambda_f \cos \left( \theta - \frac{2\pi}{3} \right) + \dots \quad (2.14)$$

$$\lambda_{cf} = \lambda_f \cos \left( \theta - \frac{4\pi}{3} \right) + \dots \quad (2.15)$$

Relacionando las ecuaciones anteriores, el modelo de la máquina queda representada en la ecuación 2.16.

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_{aa} & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ba} & M_{bb} & M_{bc} \\ M_{ca} & M_{cb} & M_{cc} \end{bmatrix} \rho \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \lambda_a \\ \lambda_b \\ \lambda_c \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

## 2.7 Potencia y Par Eléctrico

Las expresiones del par de la máquina, en el sistema de coordenadas  $dq0$ , se obtienen de la potencia instantánea [16].

$$P = v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c, \quad (2.17)$$

refiriendo los voltajes y corrientes al sistema de coordenadas  $dq0$ , se obtiene la siguiente expresión:

$$P = \frac{3}{2} v_d i_d + \frac{3}{2} v_q i_q + \frac{3}{2} v_D i_D \quad (2.18)$$

Al reemplazar las ecuaciones 2.5 y 2.6 en 2.18 se obtiene:

$$P = -\frac{3}{2} R (i_q^2 + i_d^2) - \frac{3}{2} \left( \frac{d\lambda_q}{dt} i_q + \frac{d\lambda_d}{dt} i_d \right) + \frac{3}{2} \omega (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (2.19)$$

De la ecuación 2.19 se eliminan los términos relacionados con las pérdidas eléctricas y la tasa de cambio en la energía magnética, con lo cual la componente mecánica de la potencia es:

$$T_{em} = \frac{3}{2} \omega (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (2.20)$$

Dividiendo la potencia electromecánica por la velocidad mecánica del rotor, se obtiene la siguiente expresión para el par electromecánico en una máquina de p-polos:

$$T_{em} = \frac{P_{em}}{\omega_m} \times \frac{3}{2} \frac{P}{2} (\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) \quad (2.21)$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.7 en 2.8 el torque se puede escribir de la siguiente manera como se muestra en la ecuacion 2.21.

$$T_{em} = [\lambda_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d] \quad (2.22)$$

## 2.8 Modelo VBR de la PMSM

Para el modelo VBR de la máquina de imanes permanentes, la inductancia en cada bobina se escribe como 2.23,

$$Z_s = R_s + \frac{L_d + l_q}{2} \quad (2.23)$$

La Fig. 2.5, representa el modelo equivalente por fase para una máquina síncrona de polos salientes simétricos de  $k$  fases. La resistencia y la inductancia en cada fase se obtienen de 2.23 y la fuerza electromotriz de la reactancia  $Z_s(s)$  se obtiene de 2.24 y 2.25 [4].

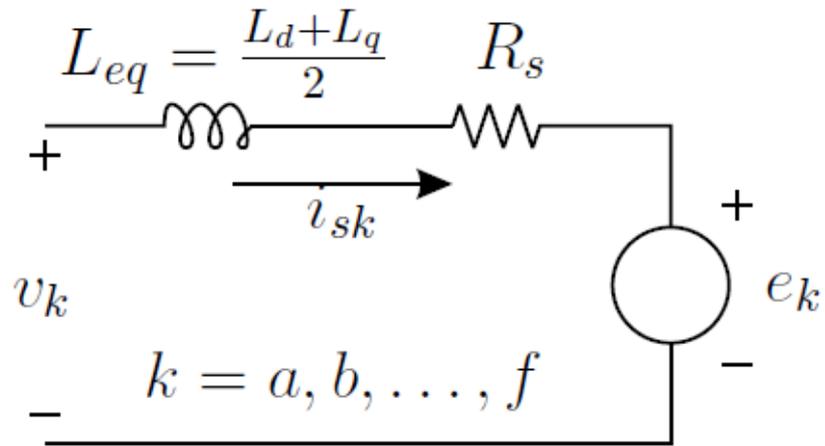
$$e_x = \frac{(L_d - L_q)}{2} \left[ \frac{d i_{sd}}{dt} \cos(\theta) + \frac{d i_{sq}}{dt} \sin(\theta) \right] + \omega_e (L_d - L_q) [i_{sq} \cos(\theta) - i_{sd} \sin(\theta)] - \omega_e \sqrt{3} \lambda_f \sin(\theta) \quad (2.24)$$

$$e_y = \frac{(L_d - L_q)}{2} \left[ \frac{d i_{sd}}{dt} \sin(\theta) + \frac{d i_{sq}}{dt} \cos \theta \right] + \omega_e (L_d - L_q) [i_{sd} \cos(\theta) + i_{sq} \sin(\theta)] + \omega_e \sqrt{3} \lambda_f \cos(\theta) \quad (2.25)$$

donde

$$\frac{d i_{sd}}{dt} = \frac{V_{sd} - R_s i_{sd} W_r}{L_d} \quad (2.26)$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = \frac{V_{sq} - R_s i_{sq} - W_r(L_d i_{sd} + \sqrt{3} \lambda_f)}{L_q} \quad (2.27)$$



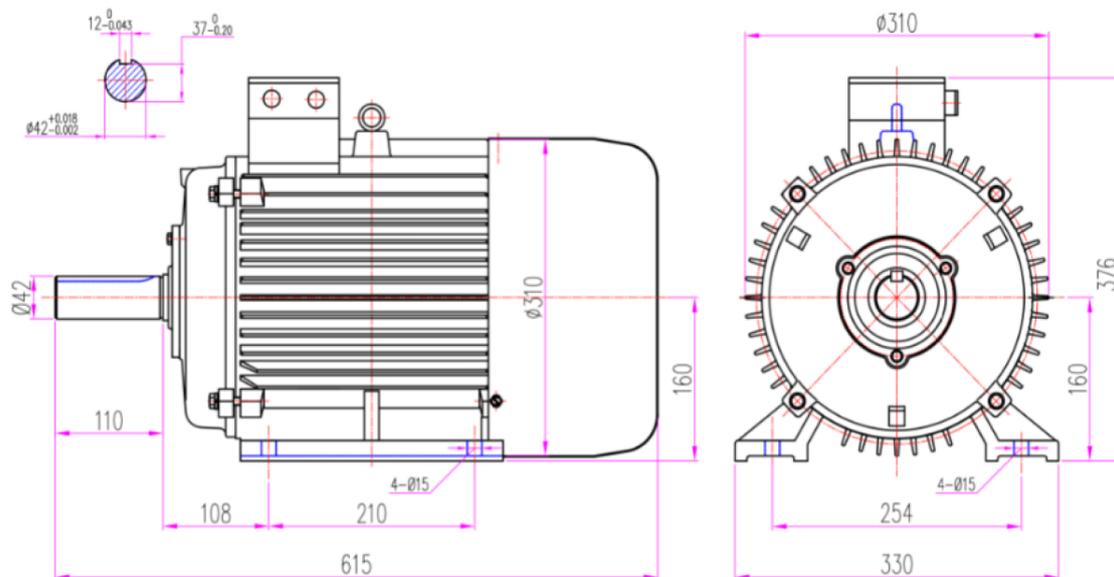
**Figura 2.5:** Modelo VBR resultante para la fase genérica  $k$  [4]

## CAPÍTULO 3

### ANÁLISIS Y MODELO DE LA MÁQUINA SÍNCRONA DE IMANES PERMANENTES

#### 3.1 Dimensiones y Cálculos del generador para el modelo en FEMM

Las dimensiones del generador de imanes permanentes se presentan en la Fig. 3.1. Estas dimensiones son necesarias para calcular el número de vueltas por ranura, el área del estator, el área de la ranura, la densidad de corriente, el área del conductor y el diámetro de sección del conductor.



**Figura 3.1:** Dimensiones del PMSM  
Fuente: Geef Power the world with Green

### 3.1.1 Cálculo del número de vueltas

El número de vueltas por ranura se calcula mediante la expresión:

$$N_v = \frac{\frac{V}{\sqrt{(3)}}}{4.44 \times f \times B \times A_e} \quad (3.1)$$

donde:

$V$  Es el voltaje nominal.

$f$  Es la frecuencia.

$B$  Es la inducción magnética.

$A_e$  Es el área total del estator ( $mm^2$ ).

Los parámetros de voltaje y frecuencia se presentan en la Tabla 3.1. Considerando que la inducción magnética para este caso es de 1 T.

El área total del estator se calcula mediante la ecuación 3.2, donde los parámetros diámetro y profundidad son tomados de la Fig. 3.1.

$$A_e = \frac{\pi \times Diámetro}{2} \times Profundidad \quad (3.2)$$

$$A_e = \frac{\pi \times 254}{2} \times 210$$

$$A_e = 0.083 \text{ mm}^2$$

$$N_v = \frac{\frac{220}{\sqrt{(3)}}}{4.44 \times 60 \times 1 \times 0.083}$$

$$N_v = 5.75 \approx 6$$

### 3.1.2 Cálculo del área de la ranura

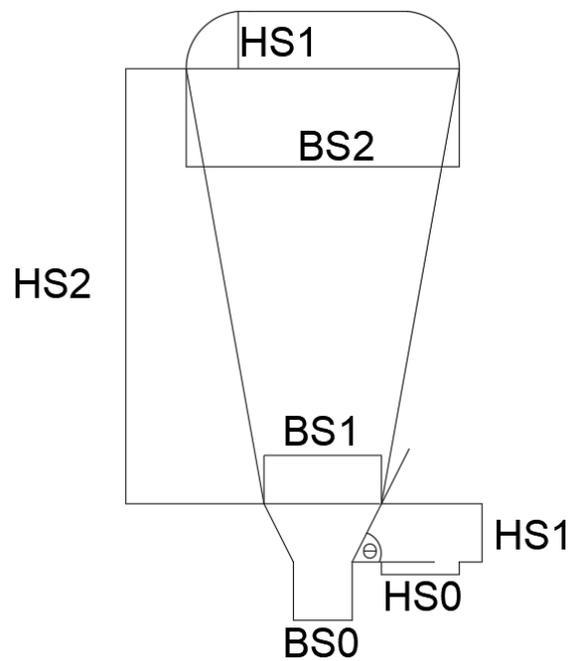
El área depende del dimensionamiento de construcción de la ranura, a continuación se muestra las medidas de construcción en la Fig. 3.2, la relación de las dimensiones está dada por la ecuación 3.3

$$H_{S2} = 7.48$$

$$B_{S1} = 2$$

$$B_{S2} = 24.65$$

$$R_S = 0.98$$



**Figura 3.2:** Esquema general de la Ranura

$$A_r = \left( \frac{B_{S1} + B_{S2}}{2} \right) H_{S2} + (B_{S2} - 2R_S) R_S + \left( \pi \times \frac{R_S^2}{2} \right) \quad (3.3)$$

$$A_r = \left( \frac{2 + 4.65}{2} \right) \times 7.48 + (4.65 - 2 \times 0.98) \times 0.98 + \left( \pi \times \frac{0.98^2}{2} \right)$$

$$A_r = 29.0157 \text{ mm}^2$$

### 3.1.3 Cálculo de la densidad de corriente

El cálculo de la densidad de corriente depende del número de vueltas, del área de la ranura y de la corriente nominal del generador, esta última dada en la Tabla 3.1. Esta relación está dada por la ecuación 3.4.

$$\Delta_c = \frac{N_v I_n}{A_r} \quad (3.4)$$

$$\Delta_c = \frac{6 \times 13.1}{29.0157}$$

$$\Delta_c = 2.7088 \text{ A/mm}^2$$

### 3.1.4 Cálculo del área y diámetro del conductor

El área del conductor está relacionada con el número de vueltas, la corriente nominal y la densidad de corriente como se describe en la ecuación 3.5.

$$A_c = \frac{N_v I_n}{\Delta_c} \quad (3.5)$$

$$A_c = \frac{6 \times 13.1}{2.7088}$$

$$A_c = 4.8360 \text{ mm}^2$$

El cálculo del diámetro de sección del conductor viene dada mediante la ecuación 3.6.

$$D_c = \sqrt{\frac{A_c}{\pi}} \quad (3.6)$$

$$D_c = \sqrt{\frac{4.8360}{\pi}}$$

$$D_c = 1,2407 \text{ mm}^2$$

### 3.2 Modelo magnético del generador mediante FEMM

Para realizar el análisis del comportamiento magnético del generador síncrono de imanes permanentes se utilizan los datos técnicos y sus dimensiones. Los datos se presentan la Tabla 3.1 y las dimensiones en la Fig. 3.1.

**Tabla 3.1:** Parametros del generador IP

Tipo	Motor
Potencia (kW)	5
Voltaje (Vac)	220
Corriente nominal (N.M)	13.1
Frecuencia (Hz)	60
Polos	24
Velocidad (rpm)	300
Profundidad (mm)	210
Diametro del rotor (mm)	253.48
Par de arranque (N.M)	2.4
Par nominal (N.M)	161.6
Tipo de iman	NdFeB

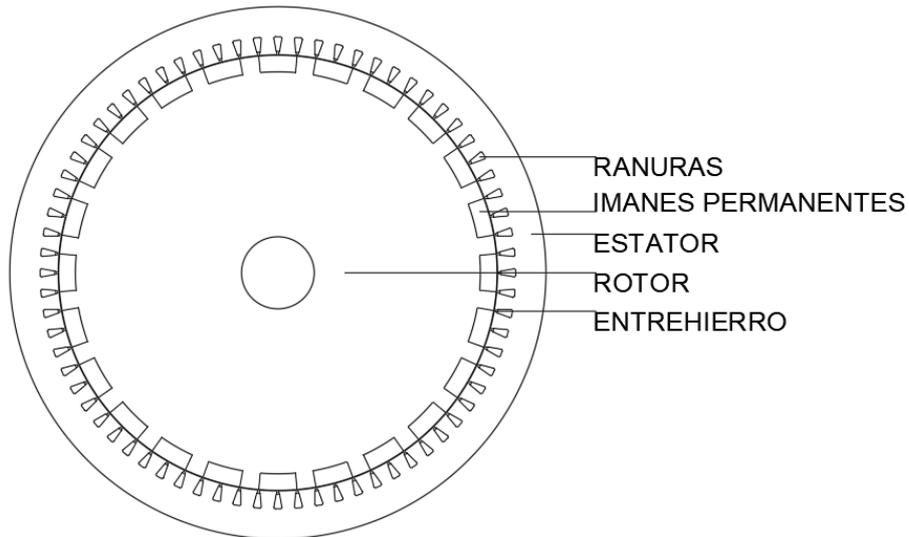
La simulación del modelo del generador síncrono se realizó en el programa de elementos finitos FEMM (Finite Element Method Magnetics) para ello fue necesario contar con los materiales que componen el generador y con las respectivas dimensiones exactas.

Para el modelo se redujo la distancia de separación entre el rotor y el estator, considerando el entrehierro del generador lo más estrecho posible para la mayor captación del campo magnético en las bobinas.

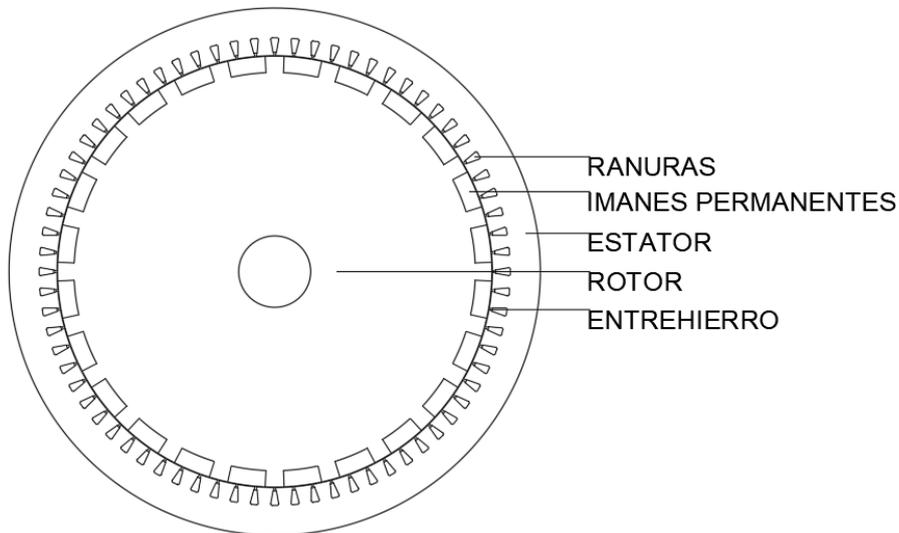
Mediante esta simulación se obtienen la distribución de flujos, intensidades, densidades de corriente, inductancias, energía etc. El programa FEMM es de libre difusión y permite obtener los parámetros que rigen el comportamiento dinámico del generador de imanes permanentes, además de obtener precisiones aceptables en

sus simulaciones.

Para el modelo del generador se realizó un gráfico a escala real (en mm), utilizando el programa AUTOCAD en su versión 2021. Se realizaron las gráficas en dos posiciones a  $0^\circ$  y  $90^\circ$  eléctricos, los cuales simulan el eje directo  $L_d$  y el eje cuadratura  $L_q$ , respectivamente como se muestra en las Fig. 3.3 y 3.4.



**Figura 3.3:** Gráfica del generador con  $0^\circ$  eléctricos (*eje d*)



**Figura 3.4:** Gráfica del generador con  $90^\circ$  eléctricos (*eje q*)

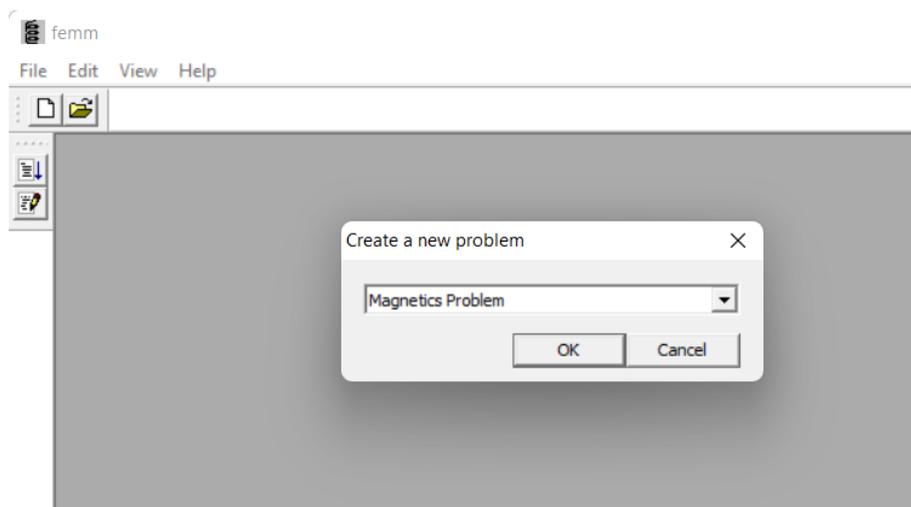
### 3.3 Simulación en FEMM

A continuación, se detallan y se explican puntos importantes a considerar antes de realizar la simulación. También se los puede consultar en el manual de usuario para mayor información [1].

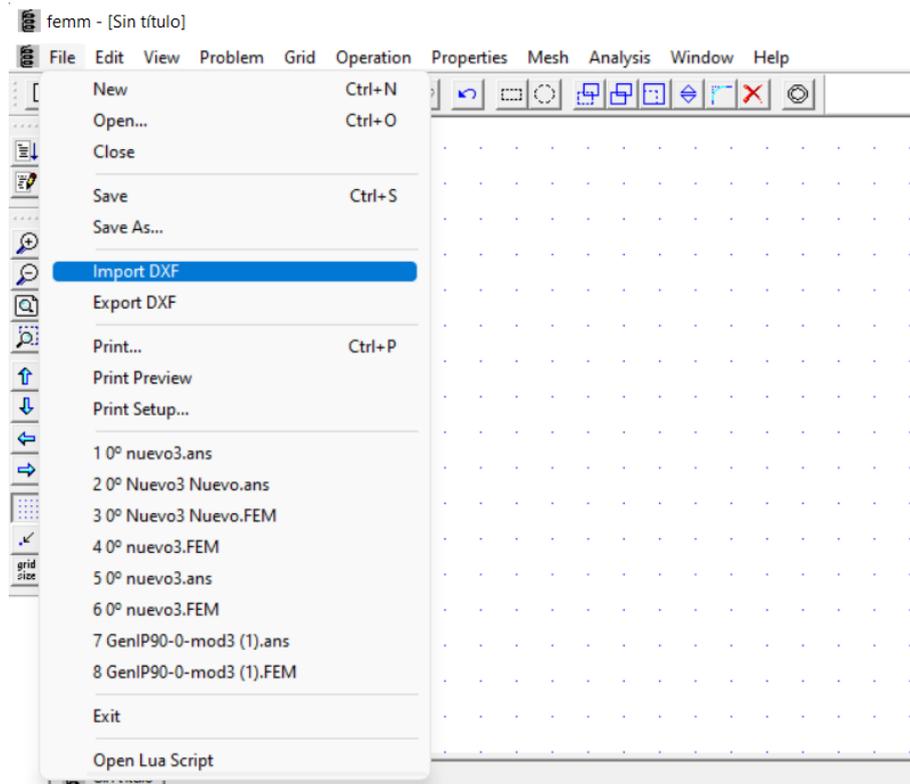
- Importación del dibujo en formato *.dxf*.
- Parámetros ingresados a FEMM
- Propiedad de los materiales
- Límite del contorno
- Mallado del Generador
- Simulación
- Resultados obtenidos

#### 3.3.1 Importación del dibujo en formato *.dxf* desde AutoCAD

Para realizar el análisis en el programa FEMM es necesario importar el dibujo de AutoCAD previamente guardado en formato *dxf*. Para ello primero creamos un nuevo problema magnético como se muestra en la Fig. 3.5 y Fig. 3.6



**Figura 3.5:** Creación del nuevo problema magnético

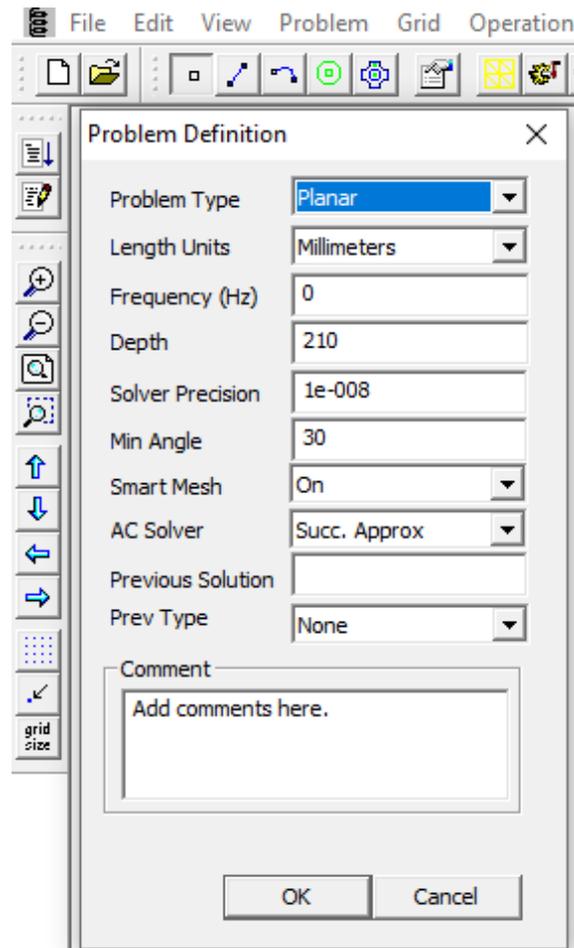


**Figura 3.6:** Importación del archivo .dxf desde FEMM

Una vez creado el problema procedemos a importar el archivo que está en formato *dxf*. Al cargar el archivo nos pide un índice de tolerancia en donde se introduce el número 0.009 que es un número aceptable de error en la simulación.

### 3.3.2 Parámetros ingresados a FEMM

Seleccionando *Problem* en la barra de tareas modificamos las unidades a milímetros, la frecuencia a 0 Hz y la profundidad que en este caso es de 210 mm, todos estos datos son las condiciones iniciales del problema Fig. 3.7.



**Figura 3.7:** Condiciones iniciales del problema  
Fuente: los Autores.

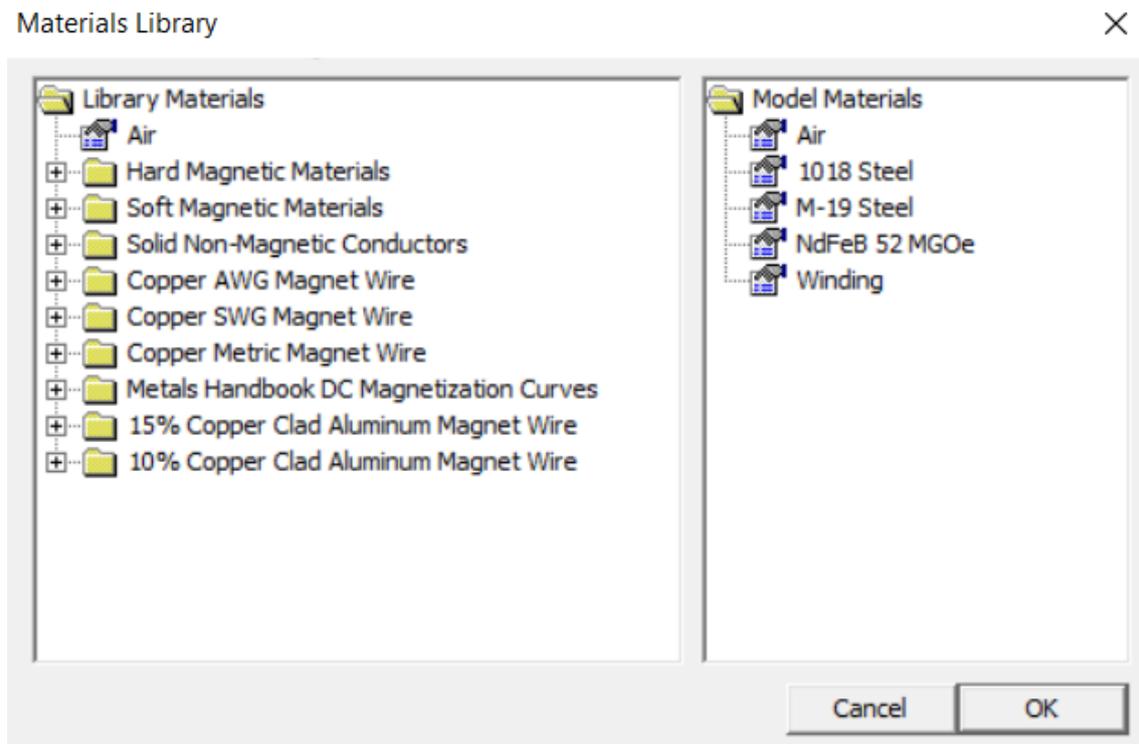
### 3.3.3 Propiedad de los materiales

El generador síncrono de imanes permanentes, como todas las máquinas, está compuesto de diferentes tipos de materiales que poseen características magnéticas y eléctricas propias. Para la simulación se asigna el tipo de material a cada parte del esquema, con sus propiedades específicas. El programa también permite introducir propiedades específicas de los materiales, esto para acercarse aún más a una simulación real. Los materiales utilizados para la simulación del generador son:

- Air (Etrehierro)
- 1018 Steel (Propiedades de acero del rotor)
- M-19 Steel (Propiedades de acero del estator)
- Winding (Devanado)

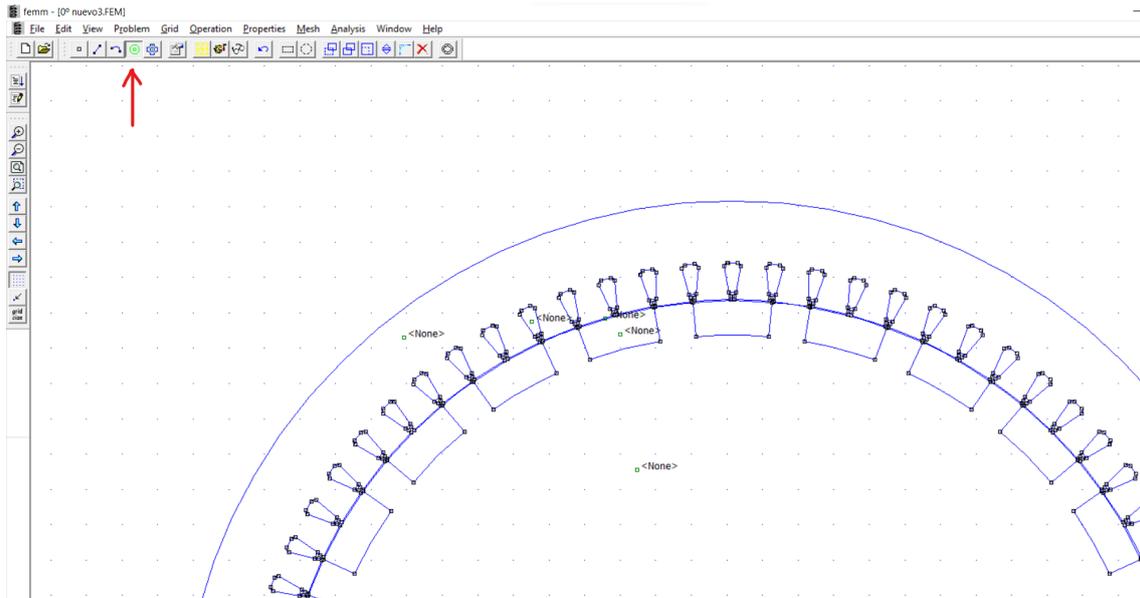
- NdFeB 52 MGOe (Propiedades de los imanes permanentes)

Estos materiales se introducen seleccionando en la barra *Properties–Library Materials* como se indica en la Fig. 3.8. Luego seleccionando el material "Winding" se nos pide introducir el diámetro del conductor en "Strand dia mm", calculado mediante la ecuación 3.6 . Luego debemos eliminar el efecto de campo de los imanes en el entrehierro seleccionando el material *NdFeB* pasando el parámetro "B – H Curve" de "Nonlinear B – H Curve" a "Linear B – H Relationship".



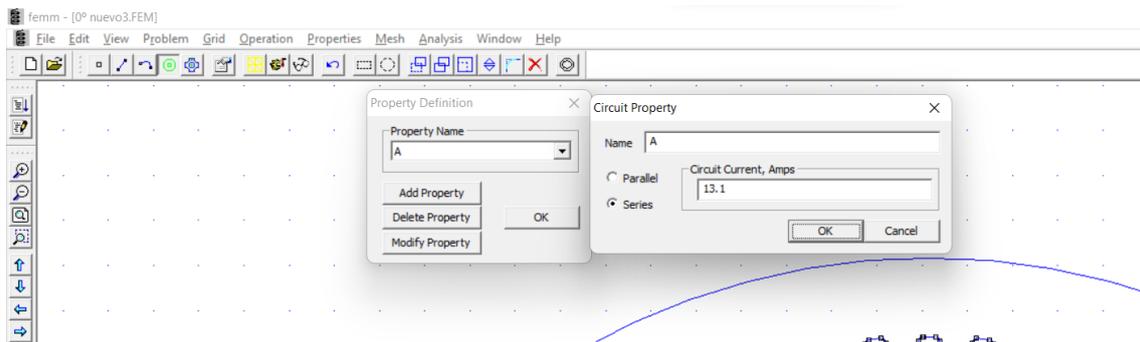
**Figura 3.8:** Cuadro de materiales del generador

Después de elegir o crear los materiales, se selecciona cada región mediante la opción que se encuentra en la barra de herramientas, como se indica en la Fig. 3.9 y después se asigna a cada región el material correspondiente.



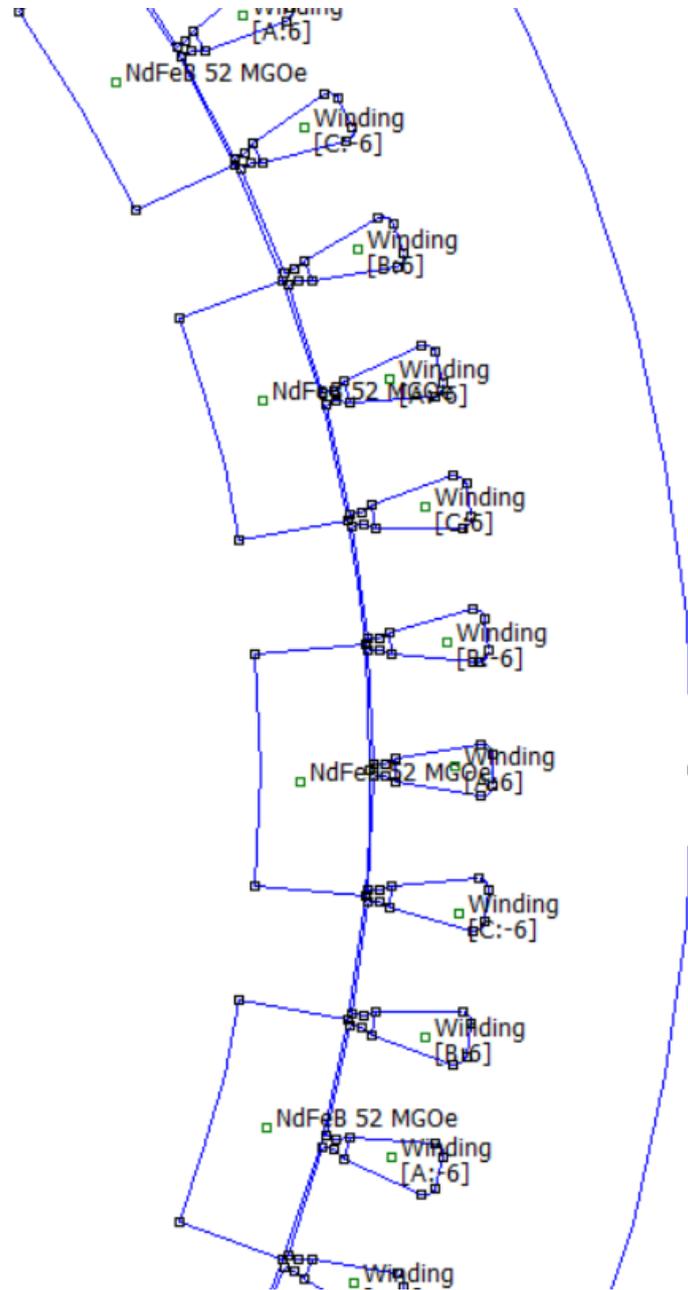
**Figura 3.9:** Asignación del material a cada parte del esquema modelado

Se asignan las corrientes haciendo seleccionando en *Properties – Circuits*, como se muestra en la Fig. 3.10



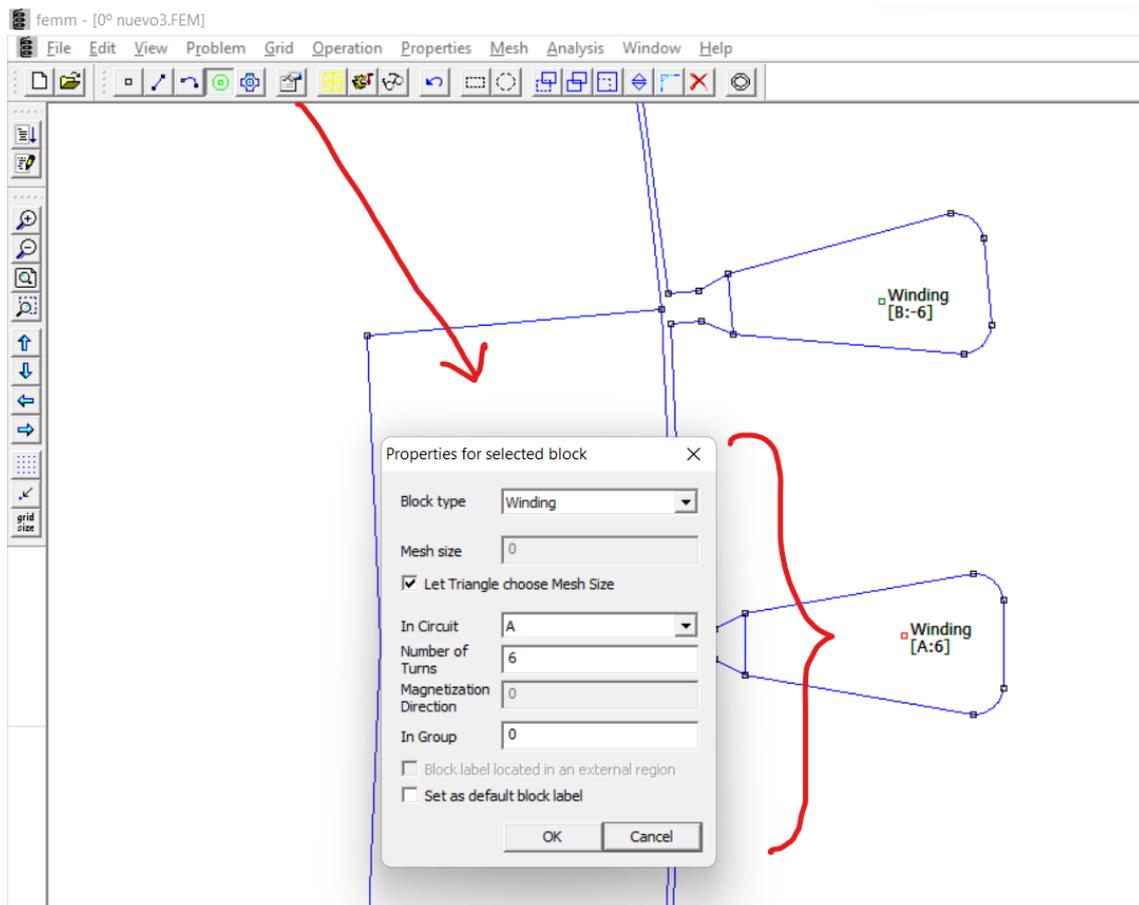
**Figura 3.10:** Asignación de las corrientes en los datos del modelo

El generador se compone de 72 ranuras en el estator. Como es un generador trifásico, se divide en tres circuitos quedando 24 ranuras separadas simétricamente. A cada circuito se le identifica como circuito *A*, *B* y *C*. Para esta simulación, solo se energiza el circuito *A* con la corriente nominal del generador que es de 13.1 A.



**Figura 3.11:** División de los circuitos del estator

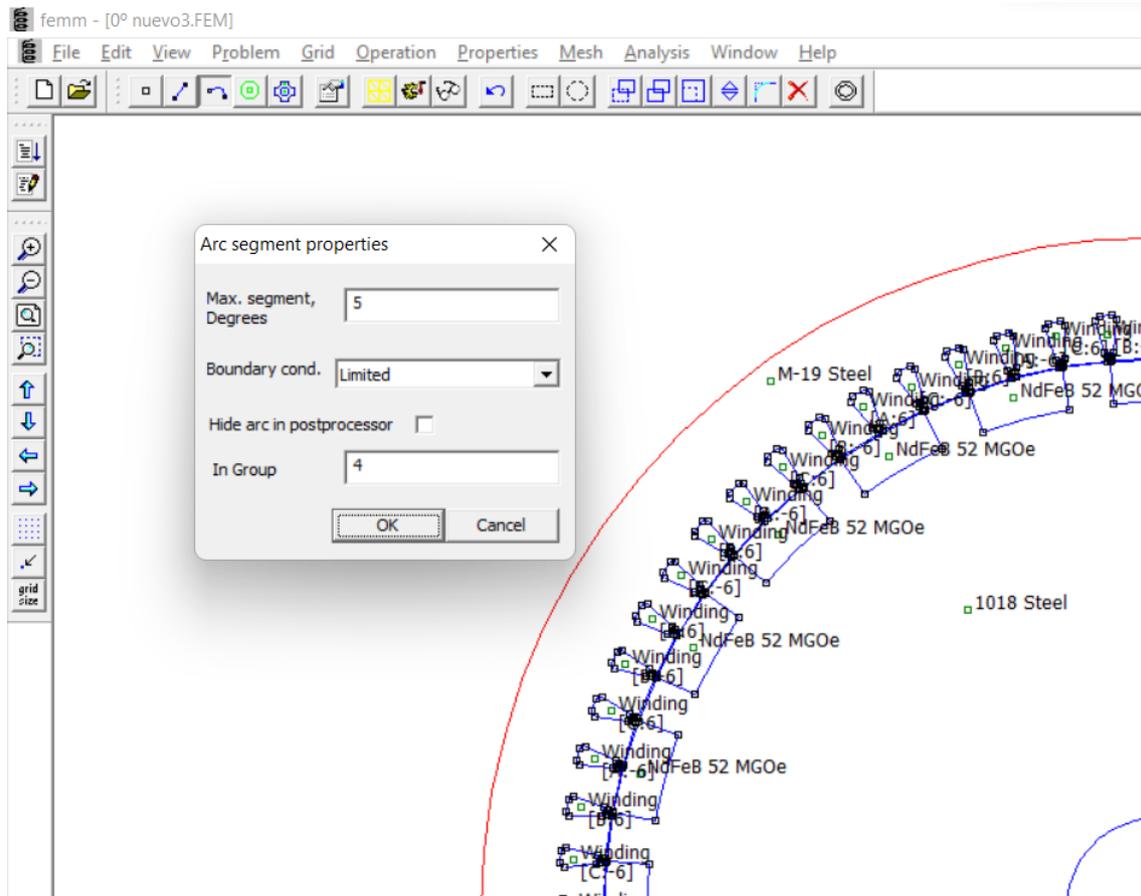
Con el botón derecho sobre la ranura y pulsando la barra espaciadora se despliega un cuadro donde se asigna el número de vueltas por circuito, como se observa en la Fig. 3.12.



**Figura 3.12:** Ingreso de los datos en la ventana propiedades

### 3.3.4 Límite del contorno

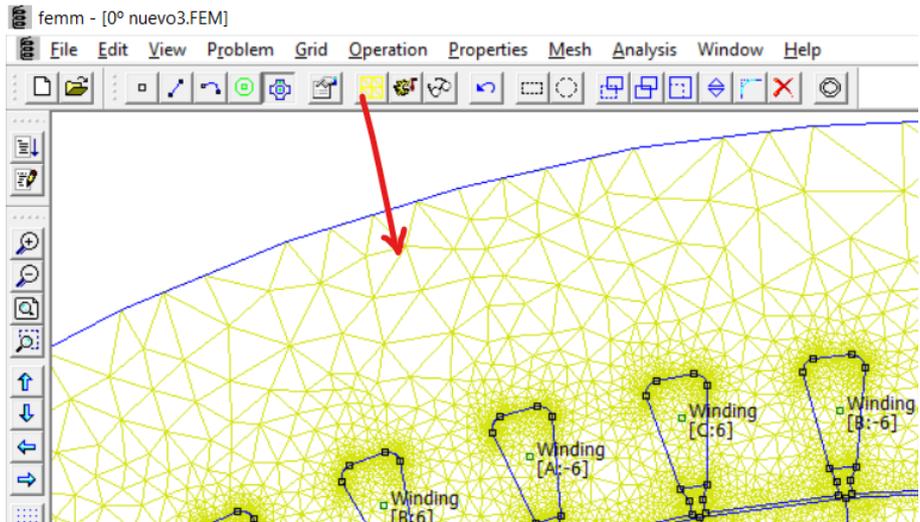
Al asignar un límite de contorno, se delimita al programa para que realice la simulación solo sobre el área que contempla al generador. Para ello se selecciona sobre *Properties – Boundary* y se añade una propiedad a la cual se denomina Límite. Posteriormente se asigna esta propiedad a los arcos superior e inferior que conforman el círculo externo del generador, como se observa en la Fig. 3.13



**Figura 3.13:** Ingreso del limite en el modelo

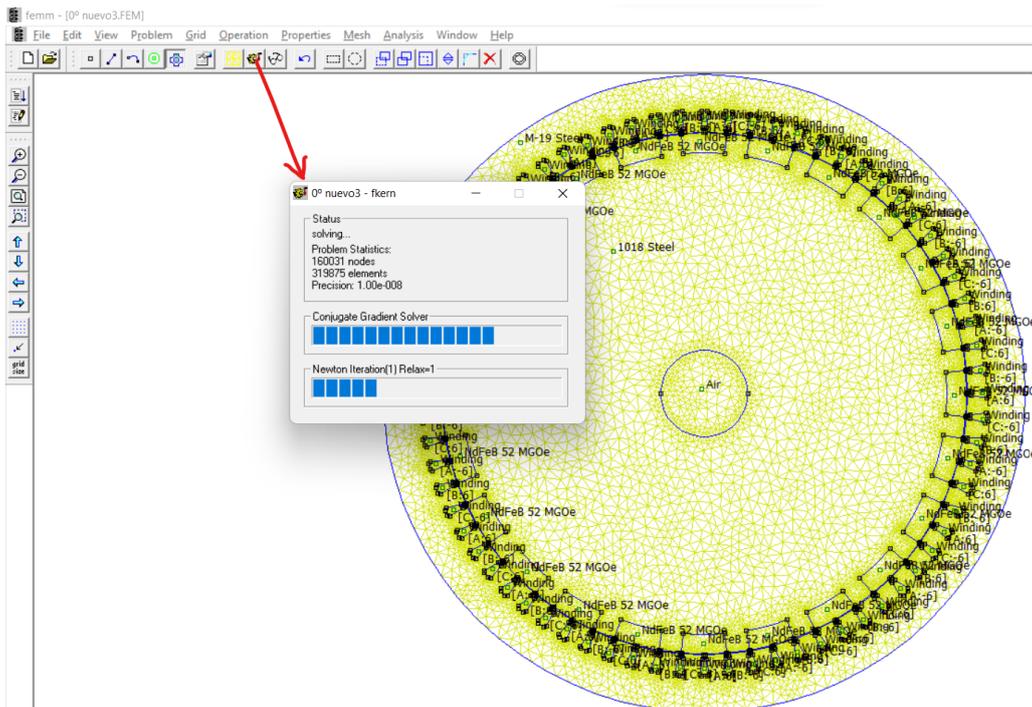
### 3.3.5 Mallado del generador

Para realizar la simulación, primero se crea una malla de elementos simples. FEMM cambia la dimensión de estos compendios simples y aumenta la precisión del cálculo con mayores periodos de tiempo. FEMM permite un solo tipo de malla y un tipo de elemento de cálculo. Este elemento será de forma triangular y variará siempre de tamaño. En la Fig. 3.14 se muestra la opción para calcular el mallado.



**Figura 3.14:** Mallado del generador elementos finitos (FEMM)

En la Fig. 3.15 se presenta todo el mallado y se ejecuta el programa con una precisión de  $1.0e-8$ , mostrado en el status de la ejecución.



**Figura 3.15:** Modelo de Generador en estado ejecución

### 3.3.6 Simulación y resultados del Modelo en FEMM

Una vez terminada la ejecución y seleccionando todo el contorno, se selecciona el icono que tiene forma de lentes para observar y analizar la gráfica simulada. En la Fig. 3.16 se encuentran los valores de inductancia, flujo y co-energía producidas por el campo magnético para el *eje d*, y en la Fig. 3.17 se observan los mismos valores en este caso para el *eje q*. En la parte inferior del valor de cada inductancia también se puede observar el parámetro *Voltage/Current*, que para los dos casos es el mismo e indica la resistencia de campo del modelo del generador de  $0.4310 \Omega$ .

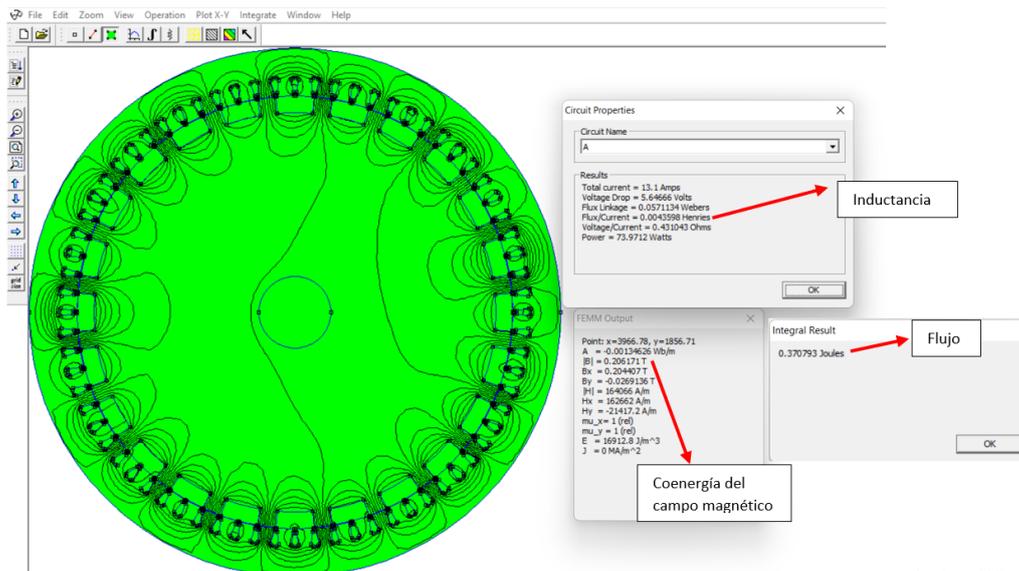


Figura 3.16: Simulación del generador en eje directo

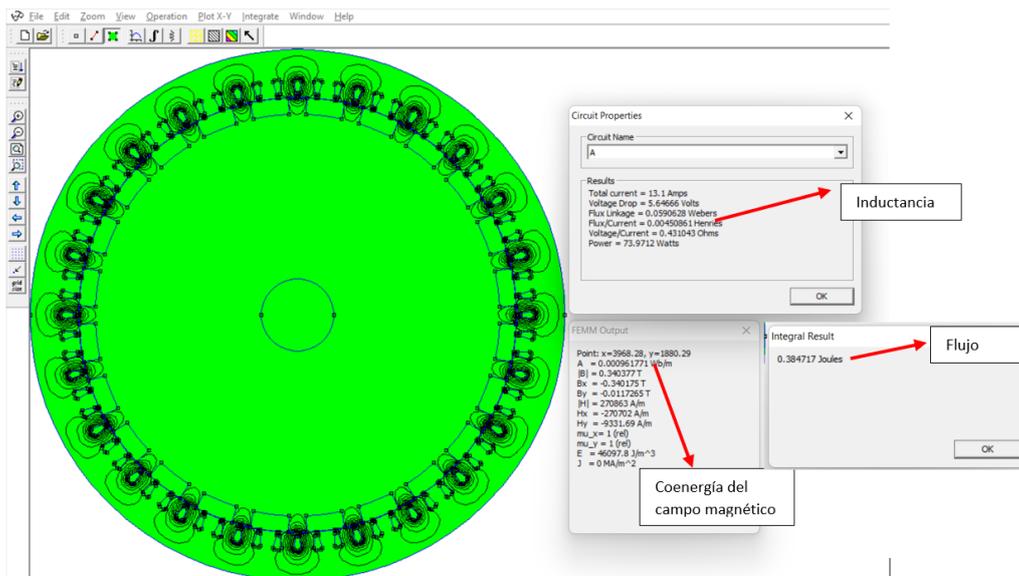
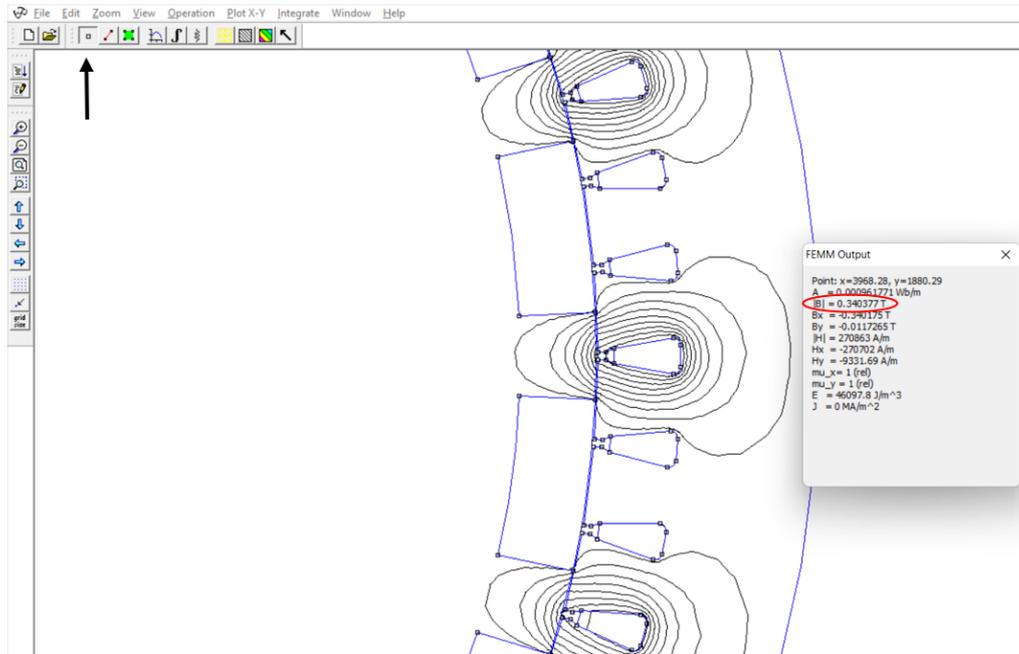


Figura 3.17: Simulación del generador en eje cuadratura

En la Fig. 3.18 se puede observar el flujo calculado mediante la simulación. Este valor se obtiene seleccionando en la barra de tareas el icono que tiene forma de punto y ubicándolo en una de las ranuras que presentan flujo. Este valor es aproximadamente de  $0.34 T$ .



**Figura 3.18:** Flujo obtenido mediante la simulación

### 3.4 Cálculos de inductancias $L_d$ y $L_q$ .

La inductancia de eje directo y cuadratura se obtienen a partir de la simulación realizada anteriormente, como se observa en la Fig. 3.16 y en la Fig. 3.17. La inductancia  $L_d$  obtenida directamente del flujo de corriente es de  $4.35 mH$ , y la inductancia  $L_q$  es de  $4.5 mH$ . Estos valores también se pueden obtener mediante el cálculo de las inductancias propias, utilizando la ecuación 3.7. Para ello es necesario utilizar los valores de co-energía de la simulación ( $W$ ) y considerar la corriente nominal del generador de  $13.1 A$ .

$$L = 2 \times \frac{W}{i^2} \tag{3.7}$$

$$L_d = 2 \times \frac{0.3707}{13.1^2}$$

$$L_d = 4.32 \text{ mH}$$

$$L_q = 2 \times \frac{0.3847}{13.1^2}$$

$$L_q = 4.48 \text{ mH}$$

Como se observa en los dos casos, tanto para el eje directo como para el eje de cuadratura, los valores obtenidos mediante el flujo de corriente son muy aproximados a los obtenidos mediante el cálculo de las inductancias propias. De esta forma se valida el modelo del generador simulado en FEMM.

Los parámetros obtenidos mediante FEMM, de inductancias, resistencia y el valor del flujo, se utilizarán en el capítulo 4 para la simulación del generador de imanes permanentes en Matlab/Simulink.

## CAPÍTULO 4

### SIMULACIÓN DEL GENERADOR DE IMANES PERMANENTES EN MATLAB/SIMULINK

En este capítulo se describe el procedimiento para simular el generador síncrono de imanes permanentes utilizando el programa de simulación Matlab/Simulink. Para ello se aplican las ecuaciones descritas en el capítulo 4.

#### 4.1 Ecuaciones utilizadas para la simulación del Generador de Imanes Permanentes.

A continuación, se describen las ecuaciones necesarias para simular el modelo del generador de imanes permanentes.

##### 4.1.1 Ecuaciones en coordenadas $dq0$ utilizando la transformada de Park

Resolviendo la ecuación 2.3 y 2.4 obtenemos el voltaje de eje directo  $V_d$  y eje de cuadratura  $V_q$ . Posteriormente estas ecuaciones serán ingresadas en Matlab/Simulink.

$$V_d = \frac{2}{3} \left( V_a \cos(\theta) + V_b \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) + V_c \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right) \quad (4.1)$$

$$V_q = \frac{2}{3} \left( -V_a \sin(\theta) - V_b \sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) - V_c \sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \right) \quad (4.2)$$

#### 4.1.2 Ecuaciones de las reactancias a coordenadas primitivas $ex$ y $ey$

Se presentan las ecuaciones de las tensiones tras la reactancia a coordenadas primitivas

$$ex = \frac{(L_d - L_q)}{2} \left[ \frac{di_{sd}}{dt} \cos(\theta) + \frac{di_{sq}}{dt} \sin(\theta) \right] + \omega_e (L_d - L_q) [i_{sq} \cos(\theta) - i_{sd} \sin(\theta)] - \omega_e \sqrt{3} \lambda_f \sin(\theta)$$

$$ey = \frac{(L_d - L_q)}{2} \left[ \frac{di_{sd}}{dt} \sin(\theta) + \frac{di_{sq}}{dt} \cos(\theta) \right] + \omega_e (L_d - L_q) [i_{sd} \cos(\theta) + i_{sq} \sin(\theta)] + \omega_e \sqrt{3} \lambda_f \cos(\theta),$$

donde

$$\frac{di_{sd}}{dt} = \frac{V_{sd} - R_s i_{sd} - W_r}{L_d}$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = \frac{V_{sq} - R_s i_{sq} - W_r (L_d i_{sd} + \sqrt{3} \lambda_f)}{L_q}$$

y si no hay retorno por neutro:

$$e_a = \sqrt{\frac{2}{3}} e_x \tag{4.3}$$

$$e_b = -\frac{1}{\sqrt{6}} e_x + \frac{1}{\sqrt{2}} e_y \tag{4.4}$$

$$e_c = -\frac{1}{\sqrt{6}} e_x - \frac{1}{\sqrt{2}} e_y \tag{4.5}$$

#### 4.1.3 Ecuaciones Eléctricas

Resolviendo la ecuación 2.5 y 2.5 obtenemos la corriente de eje directo  $I_d$  y eje de cuadratura  $I_q$ . Posteriormente estas ecuaciones serán ingresadas en Matlab/Simulink.

$$id = \frac{1}{L_d} \int (v_d - R i_d + \omega L_q i_q) dt$$

$$i_q = \frac{1}{L_q} \int (v_q - R i_d - \omega L_d i_d - \omega \lambda_{PM}) dt$$

#### 4.1.4 Ecuación del Torque Electromagnético

En la siguiente ecuación se presenta del torque electromagnético, para la simular la fuerza con la que opera el generador a diferentes velocidades.

$$T_{em} = [\lambda_f i_q + (L_d - L_q) i_q i_d]$$

#### 4.1.5 Velocidad Mecánica

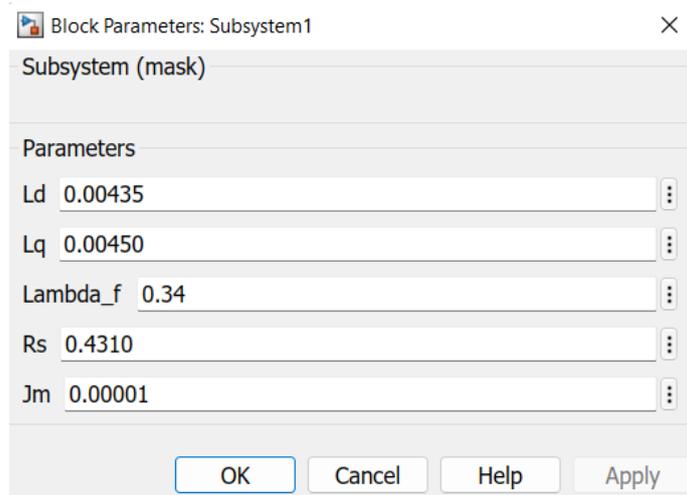
Al ser un generador síncrono, se asume que la velocidad mecánica del rotor se mantiene constante. Se introduce este parámetro en revoluciones por minuto (*rpm*). Internamente este valor se transforma en radianes por segundo (*rad/s*) para ingresar al sistema, como se muestra en la ecuación:

$$W_m = cte \text{ [rad]}$$

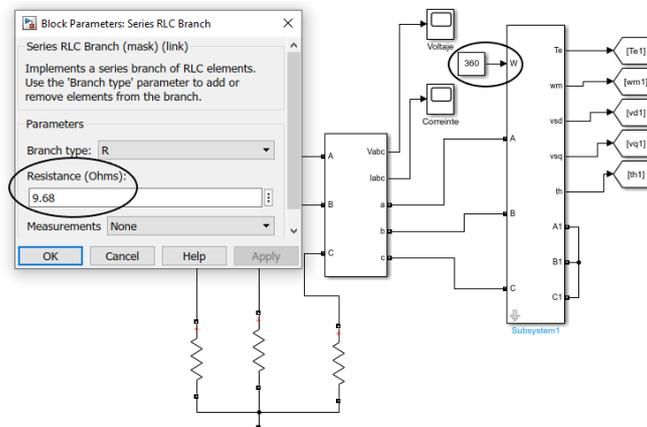
$$W_m = \frac{W_m}{f} \times 2\pi \text{ [rad/s]} \quad (4.6)$$

## 4.2 Simulación en Matlab/Simulink

La siguiente simulación representa el comportamiento de todo el sistema de generación de la máquina síncrona de imanes permanentes. Como parámetros iniciales se introducen los valores de la resistencia de campo, inductancia de eje directo y de cuadratura, así como el flujo, tal como se observa en la Fig.4.1. También se introduce la velocidad mecánica del sistema ( $\omega_m$ ) y el valor de la carga, dependiendo de la potencia y el voltaje de salida del sistema, tal como se observa en la Fig.4.2.



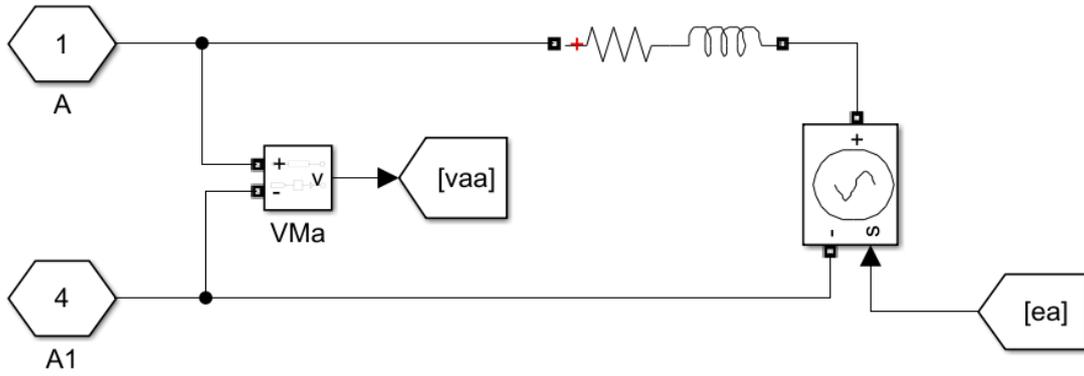
**Figura 4.1:** Parametros Iniciales



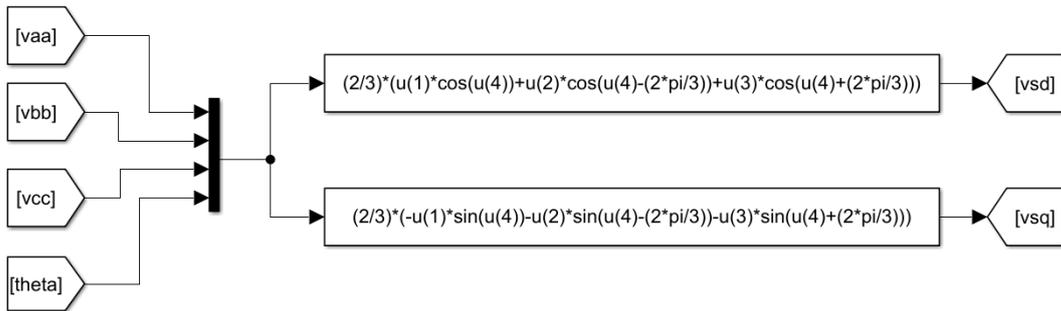
**Figura 4.2:** Resistencia de carga y velocidad del sistema

La Fig.4.3 representa el circuito equivalente del modelo *VBR* en la fase *A* del generador. A través de este circuito se obtienen los valores medidos de voltaje en cada una de las fases.

La Fig.4.4 representa las ecuaciones 4.1 y 4.2 para el cálculo de los voltajes de eje directo y eje cuadratura introducidos en Matlab/Smulink.

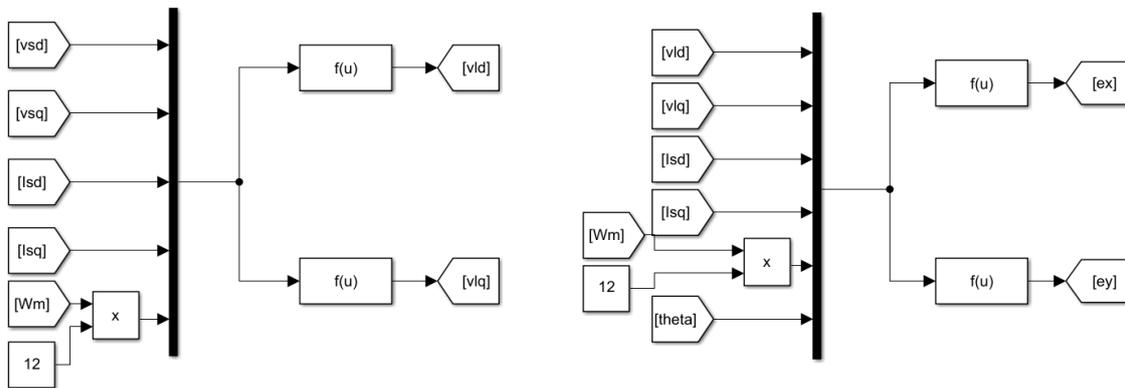


**Figura 4.3:** Circuito equivalente del modelo VBR



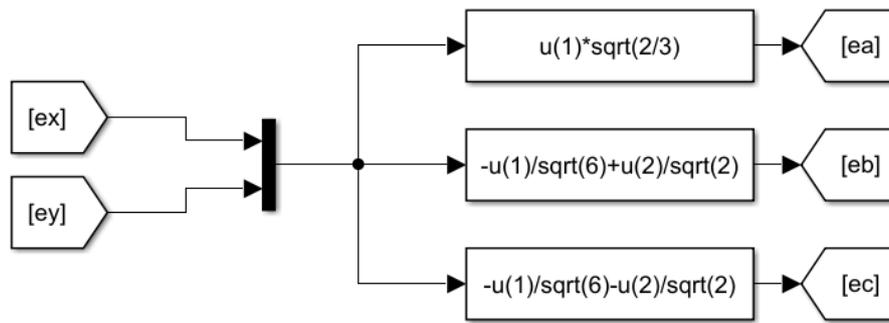
**Figura 4.4:** Interpretación de  $v_d$  y  $v_q$  en Matlab/Simulink

La Fig. 4.5 representa las ecuaciones 2.24 y 2.25, de las reactancias en coordenadas primitivas introducidas en Matlab/Simulink.



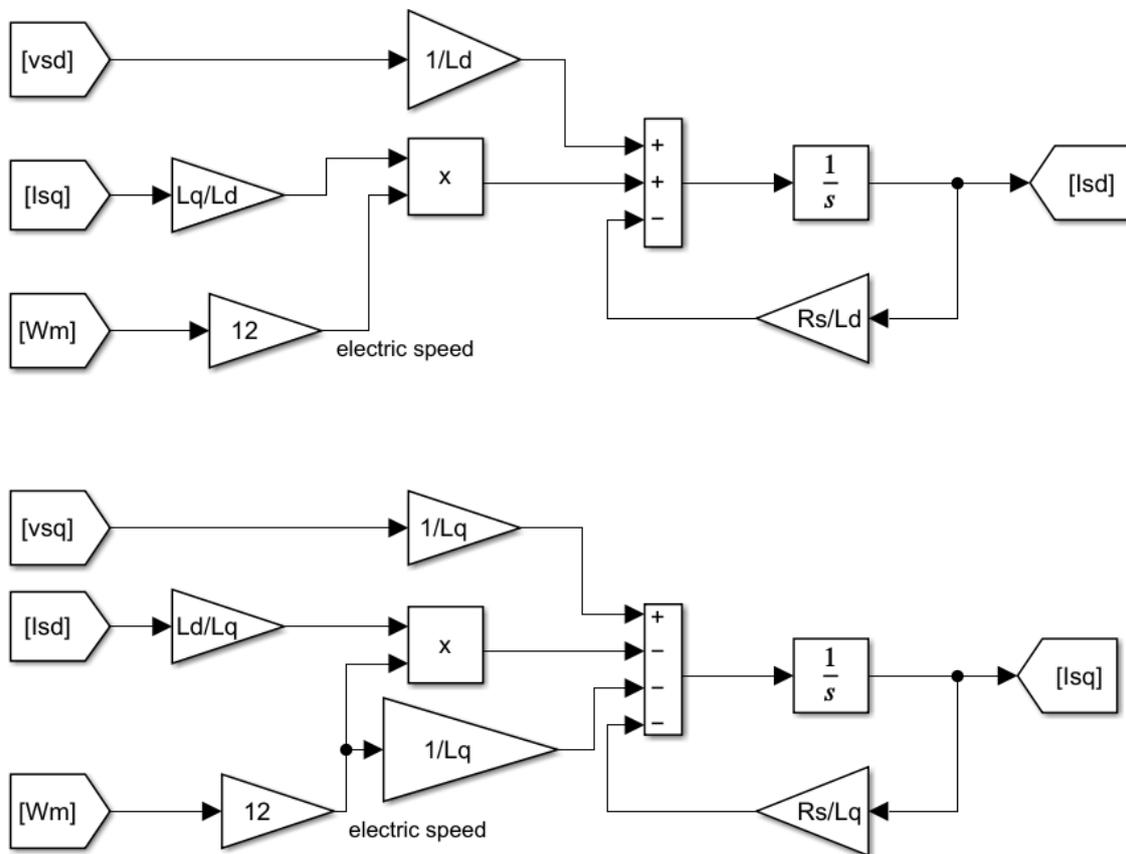
**Figura 4.5:** Interpretación de  $e_x$  y  $e_y$  en Matlab/Simulink

La Fig. 4.6 representa las ecuaciones 4.3, 4.4 y 4.5, de las reactancias en coordenadas primitivas, si no hay retorno a neutro introducidas en Matlab/Simulink.



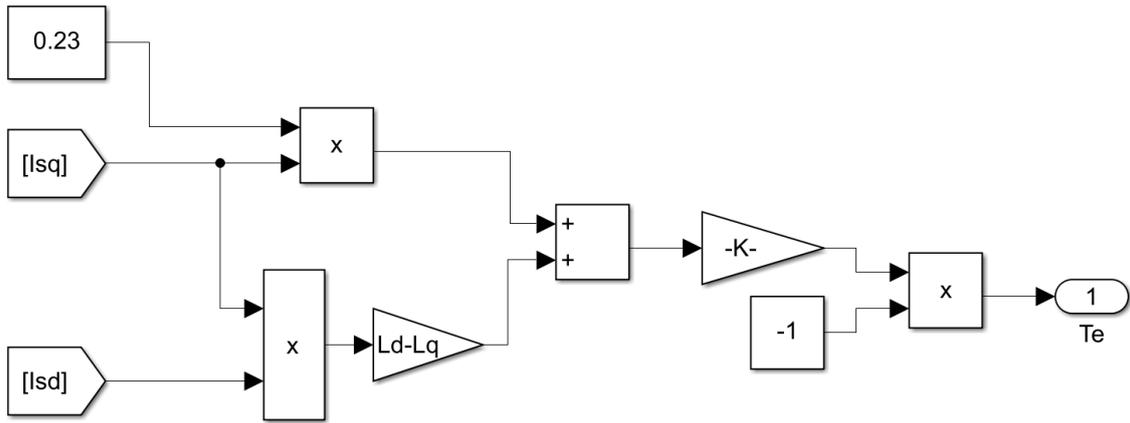
**Figura 4.6:** Interpretación de  $e_a, e_b$  y  $e_c$  en Matlab/Simulink

La Fig.4.7 representa las ecuaciones 2.11 y 2.12, para el cálculo de las corrientes de eje directo y eje cuadratura introducidos en Matlab/Simulink.



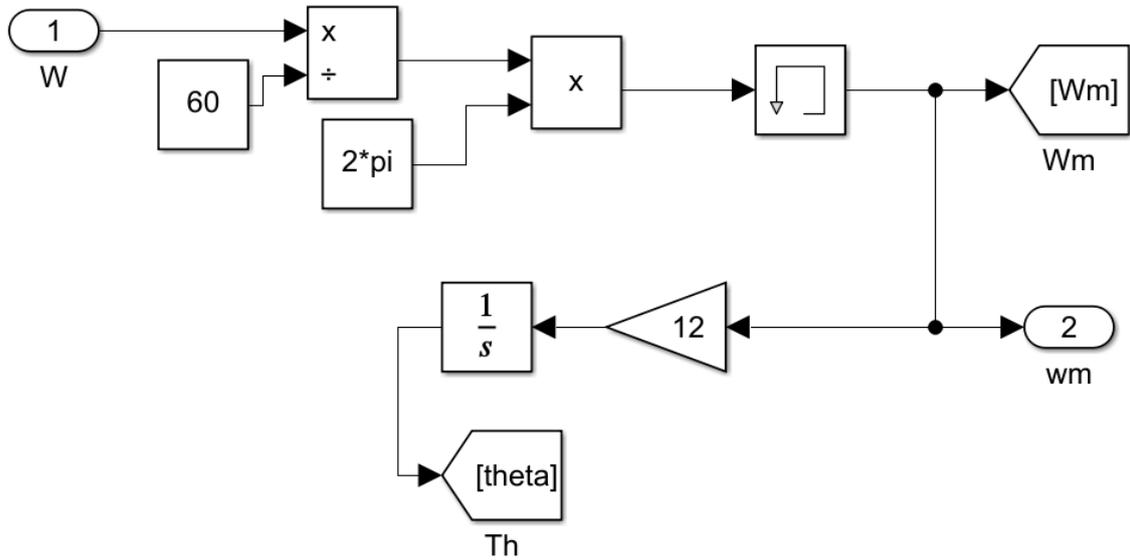
**Figura 4.7:** Interpretación de  $i_d$  y  $i_q$  en Matlab/Simulink

La Fig. 4.8 representa la ecuación 2.22 del par eléctrico introducido en Matlab/Simulink



**Figura 4.8:** Interpretación de  $T_e$  en matlab/simulink

La Fig. 4.9 representa la ecuación 4.6 de la velocidad mecánica introducidos en Matlab/Simulink.



**Figura 4.9:** Interpretación de  $W_m$  en Matlab/Simulink

## CAPÍTULO 5

### RESULTADOS EXPERIMENTALES Y ANÁLISIS COMPARATIVO

En este capítulo se presenta el análisis de los resultados obtenidos de la simulación en Matlab/Simulink del modelo del generador síncrono de imanes permanentes, se analiza cada uno de los casos variando la velocidad mecánica entrante del sistema para observar el comportamiento del voltaje, corriente, par y velocidad. Inicialmente se realiza la simulación para una carga específica de  $9.68 \Omega$ , la cual se calculó para una potencia de salida de  $5 \text{ kW}$  a  $220 \text{ V}$  y con la corriente nominal del sistema, correspondiente a  $13.1 \text{ A}$ .

#### 5.1 Resultados del sistema con variación de la velocidad

La Fig.5.1 presenta un voltaje pico  $22.59 \text{ V}$ , del cual se procedió a calcular el voltaje eficaz presentando un voltaje de  $15.97$ , con una frecuencia de  $6.01 \text{ Hz}$ . La Fig. 5.2 presenta las corrientes pico  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ , de  $13.44 \text{ A}$  del cual se procedió a calcular la corriente eficaz presentando una corriente de  $9.63$  y la Fig. 5.3 muestra un par de  $325 \text{ Nm}$ . Estos resultados se obtienen con una velocidad entrante de  $30 \text{ rpm}$ .

La Fig.5.4 presenta un voltaje pico  $186.9 \text{ V}$ , del cual se procedió a calcular el voltaje eficaz presentando un voltaje de  $132.15 \text{ V}$ , con una frecuencia de  $36 \text{ Hz}$ . La Fig. 5.5 presenta las corrientes pico  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ , de  $16.57 \text{ A}$  del cual se procedió a calcular la corriente eficaz presentando una corriente de  $11.72 \text{ A}$  y la Fig. 5.6 presenta un par de  $375 \text{ Nm}$ . Estos resultados se obtienen con una velocidad entrante de  $180 \text{ rpm}$ .

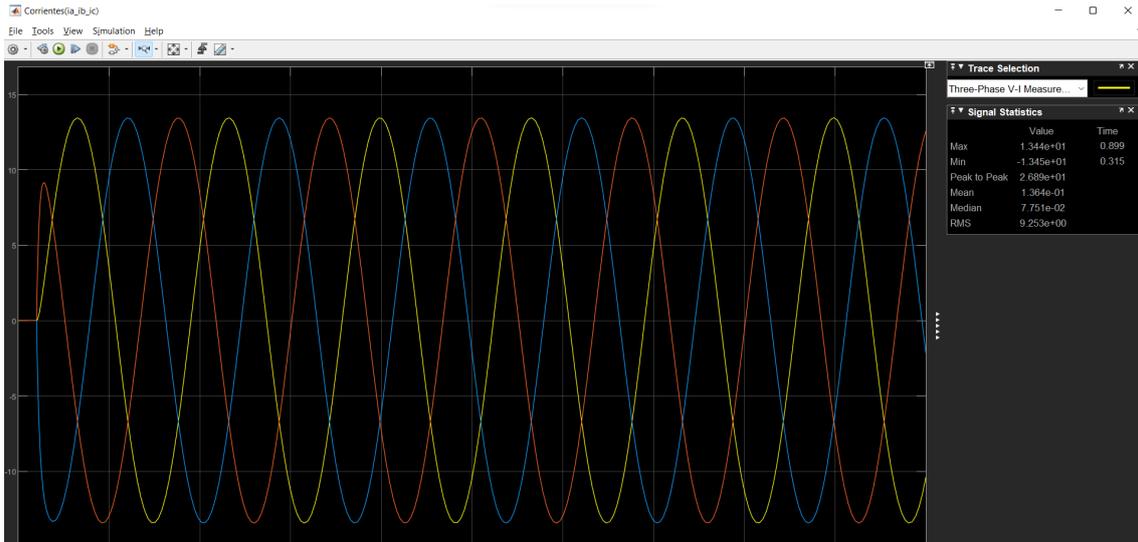
La Fig.5.7 presenta un voltaje pico  $319.8 \text{ V}$ , del cual se procedió a calcular el voltaje eficaz presentando un voltaje de  $226.13 \text{ V}$ , con una frecuencia de  $60 \text{ Hz}$ . La Fig.

5.8 presenta las corrientes pico  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ , de 18.93 A del cual se procedió a calcular la corriente eficaz presentando una corriente de 13.39 A y la Fig. 5.9 ilustra un par de 310 Nm. Estos resultados se obtienen con una velocidad entrante de 300 rpm.

La Fig.5.10 presenta un voltaje pico 388.5 V, del cual se procedió a calcular el voltaje eficaz presentando un voltaje de 274.71 V, con una frecuencia de 72 Hz. La Fig. 5.11 presenta las corrientes pico  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ , de 18.17 A del cual se procedió a calcular la corriente eficaz presentando una corriente de 13.43 A y la Fig. 5.12 presenta un par de 275 Nm. Estos resultados se obtienen con una velocidad entrante de 360 rpm.



**Figura 5.1:** Resultados de Voltaje y Frecuencia a 30 rpm en Matlab/Simulink



**Figura 5.2:** Resultados de corrientes a 30 rpm en Matlab/Simulink



**Figura 5.3:** Resultados de par eléctrico a 30 rpm en Matlab/Simulink



**Figura 5.4:** Resultados de Voltaje y Frecuencia a 180 rpm en Matlab/Simulink



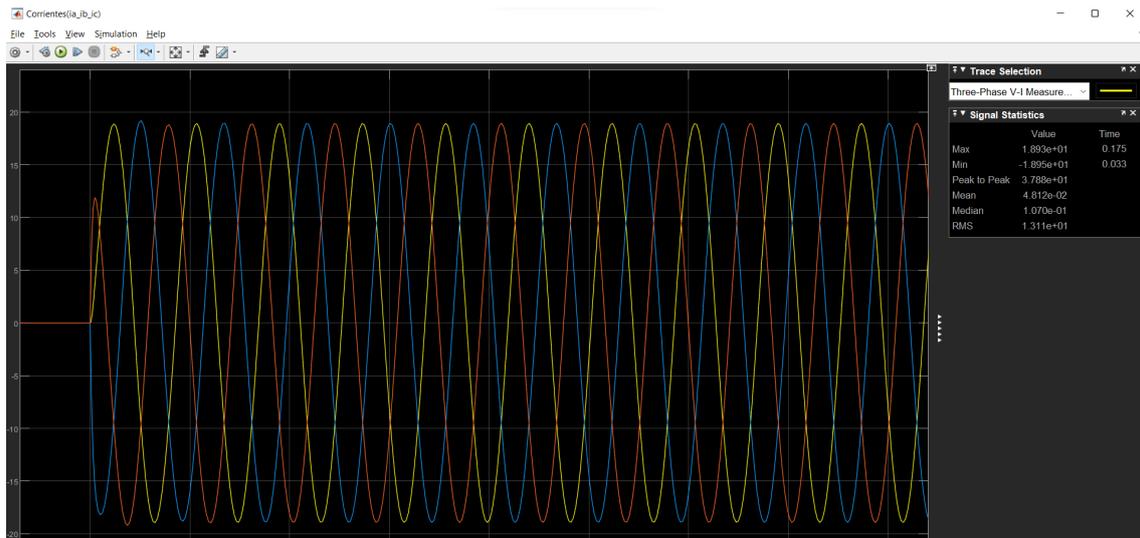
**Figura 5.5:** Resultados de corrientes a 180 rpm en Matlab/Simulink



**Figura 5.6:** Resultados de par eléctrico a 180 *rpm* en Matlab/Simulink



**Figura 5.7:** Resultados de Voltaje y Frecuencia a 300 *rpm* en Matlab/Simulink



**Figura 5.8:** Resultados de corrientes a 300 rpm en Matlab/Simulink



**Figura 5.9:** Resultados de par eléctrico a 300 rpm en Matlab/Simulink



Figura 5.10: Resultados de Voltaje y Frecuencia a 360 rpm en Matlab/Simulink

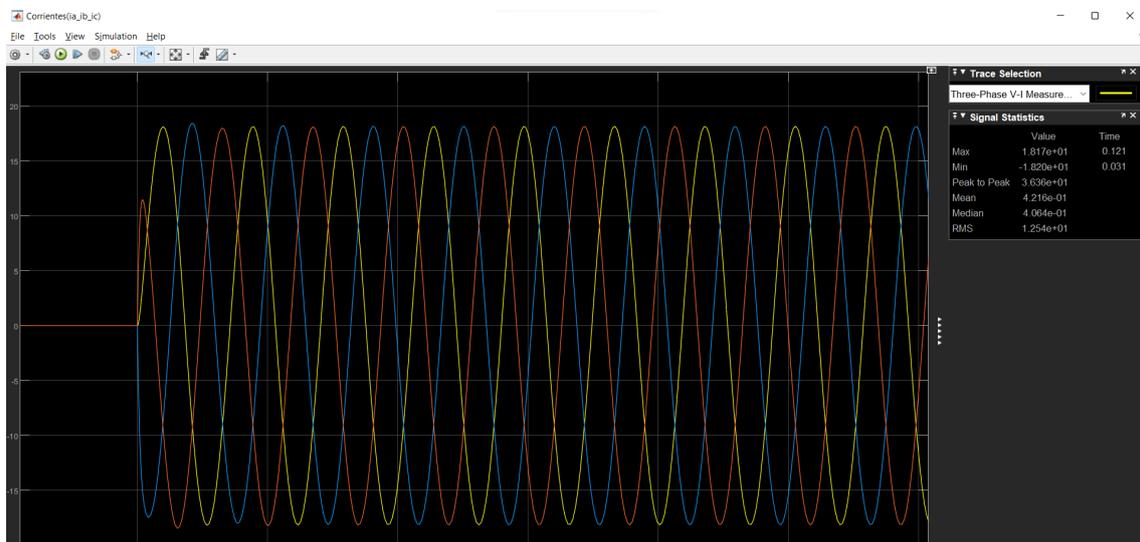
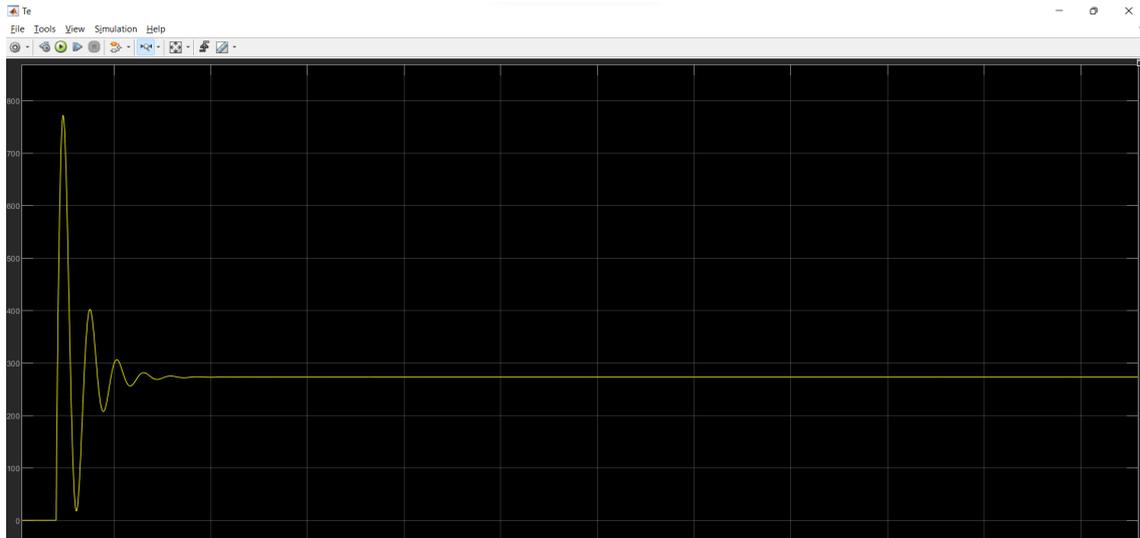


Figura 5.11: Resultados de corrientes a 360 rpm en Matlab/Simulink



**Figura 5.12:** Resultados de par eléctrico a 360 rpm en Matlab/Simulink

La Tabla 5.1 presenta los valores de voltaje, frecuencia y potencia del generador de imanes permanentes dados por el fabricante y la Tabla 5.2 presenta los mismos parámetros, pero obtenidos mediante la simulación en Matlab/Simulink. Estos datos se utilizan para realizar el gráfico de las curvas de voltaje, potencia y frecuencia con relación a la velocidad, estos resultados se compararán más adelante.

**Tabla 5.1:** Datos del fabricante (GREFF)

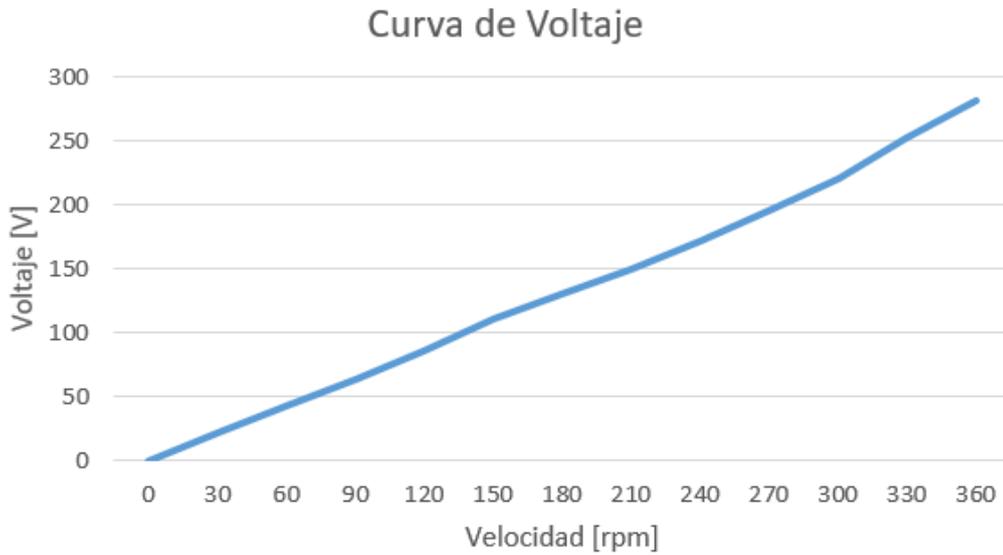
Nº	Velocidad (rpm)	Frecuencia (Hz)	Voltaje (V)	Potencia (kW)
1	0	0	0	0
2	30	6	22	0.5
3	60	12	42	0.9
4	90	18	64	1.3
5	120	24	86	1.7
6	150	30	110	2.1
7	180	36	130	2.6
8	210	42	150	3.1
9	240	48	172	3.8
10	270	54	196	4.3
11	300	60	220	5
12	330	66	253	5.8
13	360	72	282	6.5

## 5.2 Análisis comparativo

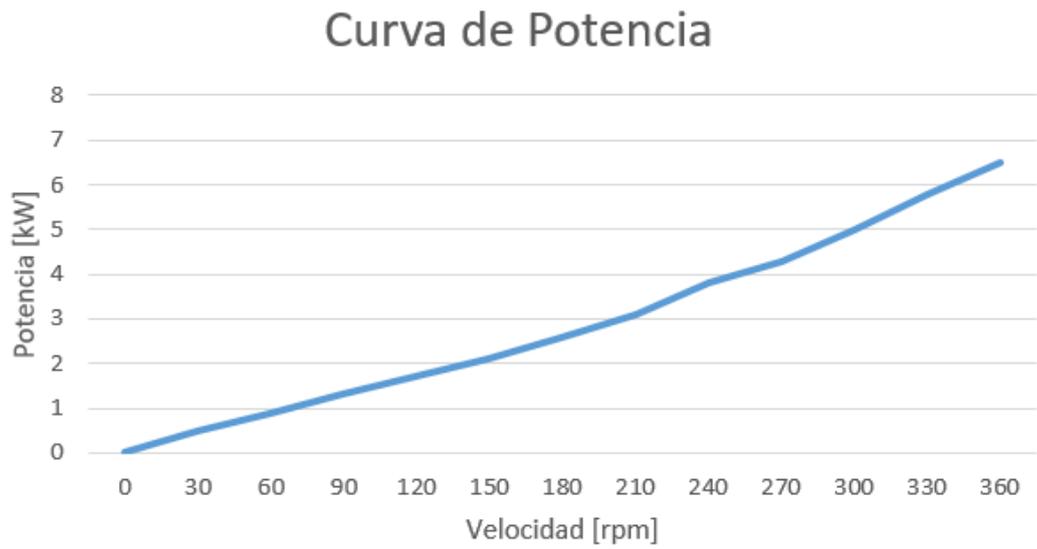
Las Fig. 5.13, 5.14 y 5.15 muestran las curvas de potencia, voltaje y frecuencia respectivamente con los valores dados por el fabricante como se indicó en la Tabla 5.1 mientras que en las Fig. 5.16, 5.17 y 5.18 muestran las mismas curvas, pero con los resultados de la simulación vistos en la Tabla 5.2.

**Tabla 5.2:** Valores obtenidos mediante simulación

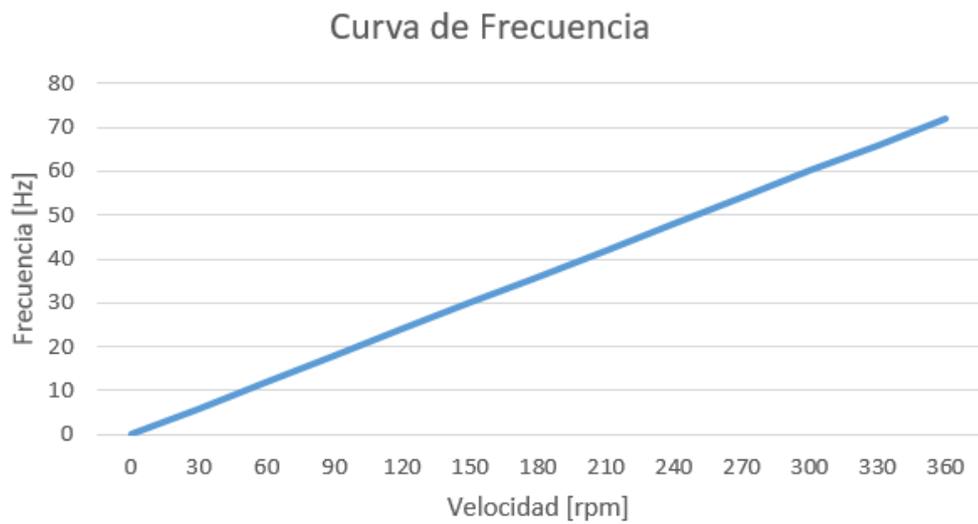
Nº	Velocidad(rpm)	Corriente(A)	Voltaje(V)	Frecuencia(Hz)	Potencia(kW)
1	0	0	0	0	0
2	30	9.63	15.97	6.01	0.27
3	60	11.19	37.99	12.09	0.74
4	90	11.27	61.48	18.1	1.20
5	120	11.29	85.06	24.1	1.66
6	150	11.54	109.31	30	2.19
7	180	11.75	132.15	36	2.68
8	210	12.34	155.21	42	3.32
9	240	13.18	178.19	48.1	4.07
10	270	13.94	202.37	54	4.64
11	300	13.39	226.13	60	5.24
12	330	13.02	2250.52	66	5.65
13	360	12.85	274.71	72	6.11



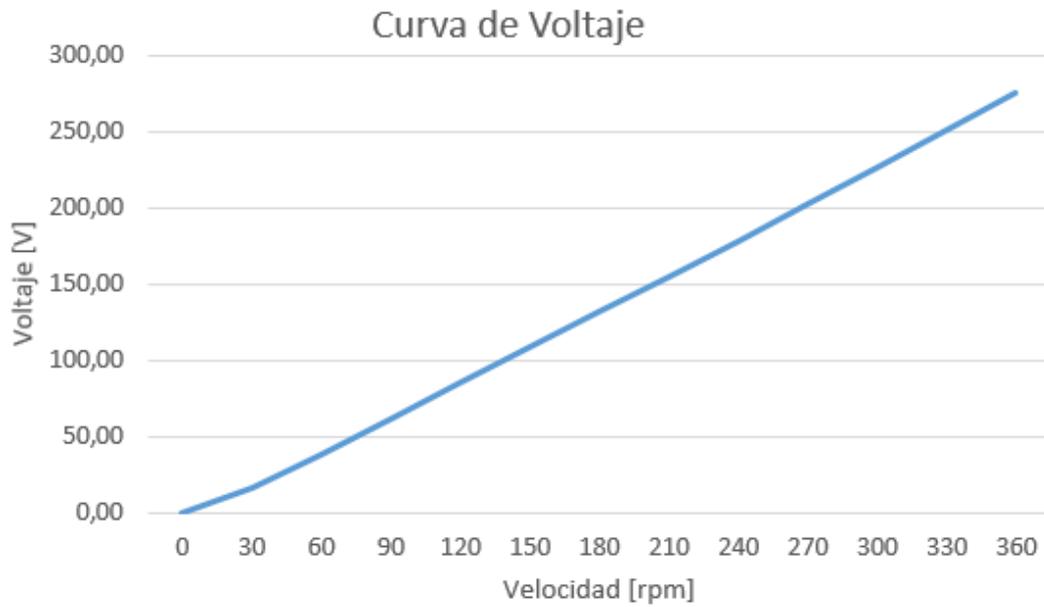
**Figura 5.13:** Curva de voltaje con datos del fabricante graficado en EXCEL



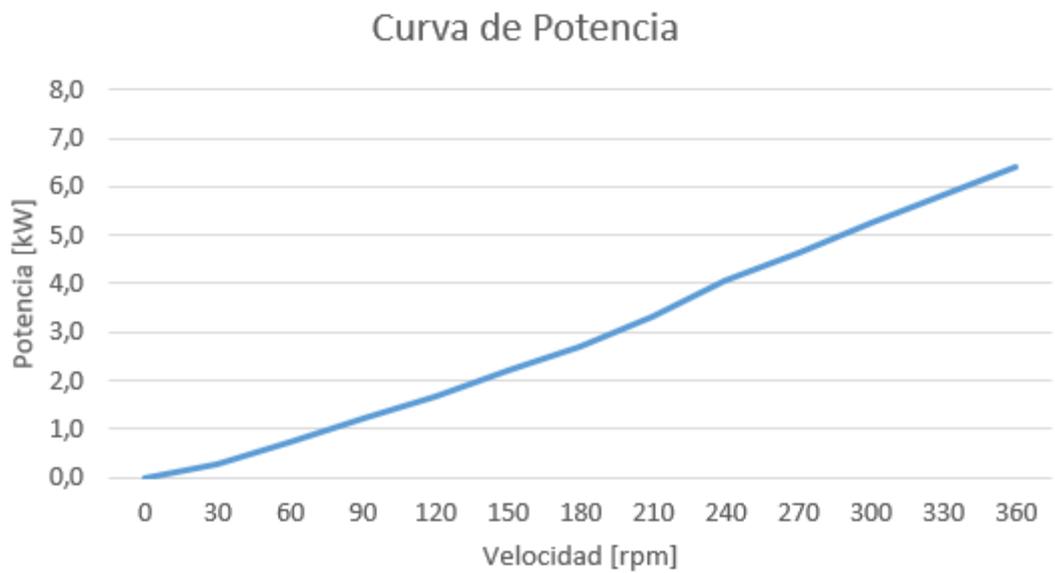
**Figura 5.14:** Curva de potencia con datos del fabricante graficado en EXCEL



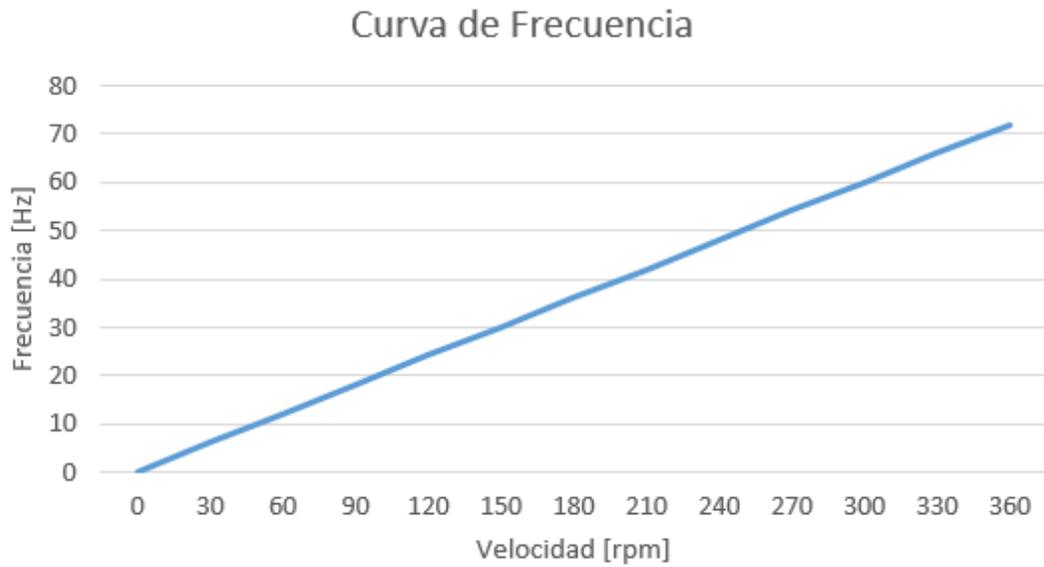
**Figura 5.15:** Curva de frecuencia con datos del fabricante graficado en EXCEL



**Figura 5.16:** Curva de voltaje con datos simulados graficado en EXCEL

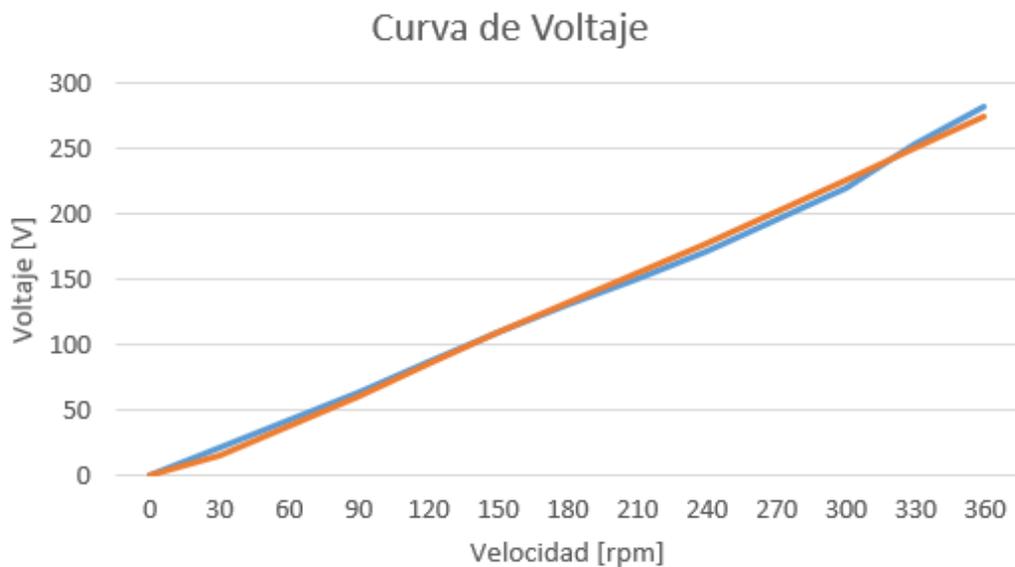


**Figura 5.17:** Curva de potencia con datos simulados graficado en EXCEL

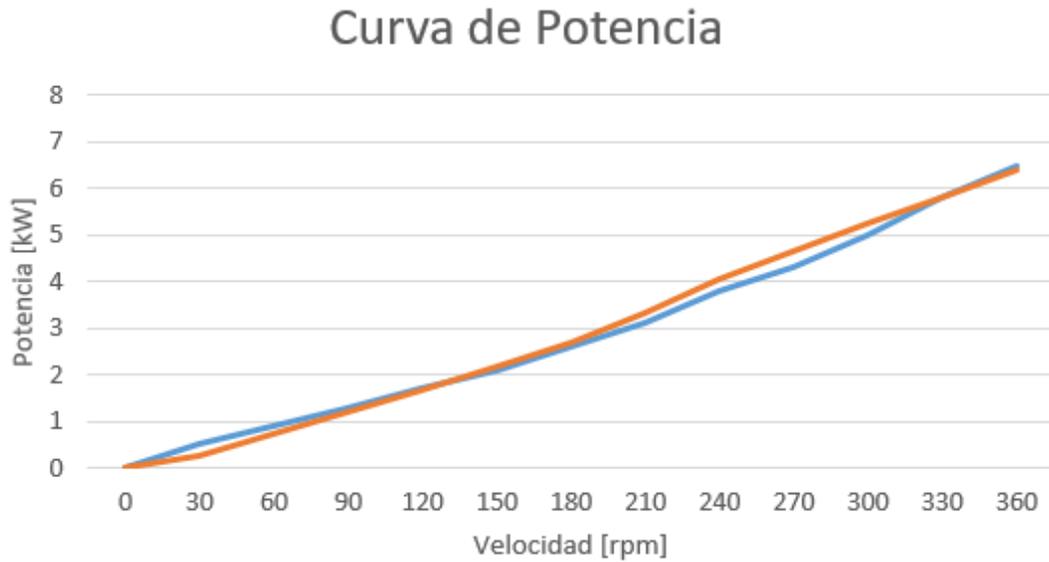


**Figura 5.18:** Curva de frecuencia con datos simulados graficado en EXCEL

Las Fig. 5.19, 5.20 y 5.21 presentan una comparación de resultados entre los datos del fabricante versus los resultados de la simulación. Como se puede observar las curvas de voltaje, potencia y frecuencia son muy aproximados garantizando el buen funcionamiento del sistema de generación. Para obtener estos datos se tuvo que realizar las simulaciones con cada una de las cargas para las diferentes velocidades Tab. 5.3.



**Figura 5.19:** comparación de curvas de voltaje entre datos del fabricante- valores simulados, graficados en EXCEL



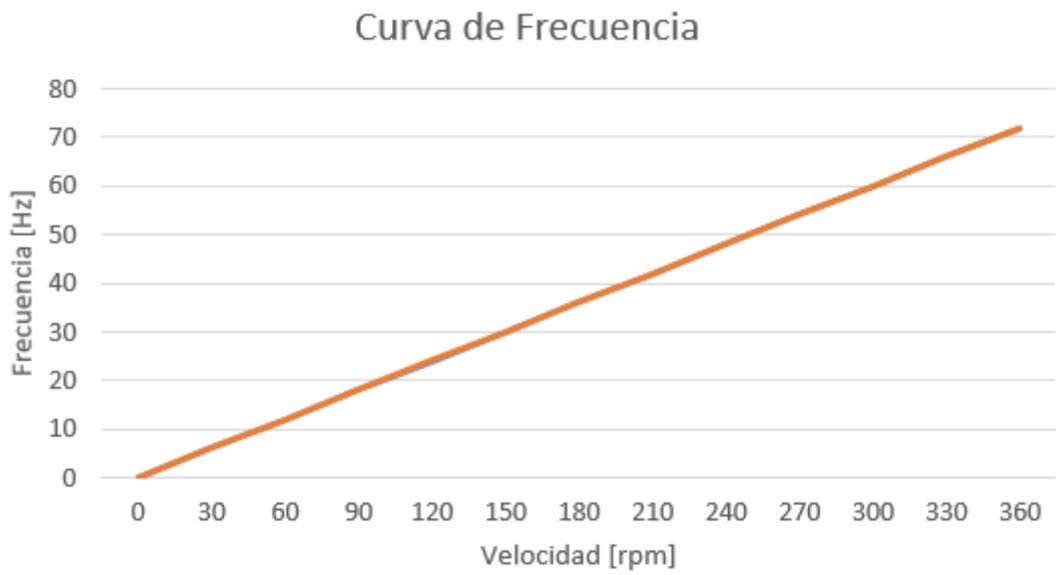
**Figura 5.20:** comparación de curvas de potencia entre datos del fabricante- valores simulados, graficados en EXCEL

El cálculo para determinar la carga se realiza mediante la ley de Ohm expresada en la ecuación 5.1 y los resultados se presentan en el parámetro carga (ohm) de la Tabla 5.3.

$$R = \frac{V^2}{P} \quad (5.1)$$

**Tabla 5.3:** Valores de carga calculados

Nº	Velocidad(rpm)	Carga(ohm)
1	0	0
2	30	0.97
3	60	1.96
4	90	3.15
5	120	4.35
6	150	5.76
7	180	6.5
8	210	7.25
9	240	7.78
10	270	8.96
11	300	9.68
12	330	11.04
13	360	12.23



**Figura 5.21:** comparación de curvas de frecuencia entre datos del fabricante- valores simulados, graficados en EXCEL

## CAPÍTULO 6

### Conclusiones y Recomendaciones

#### 6.1 Conclusiones

- Como se observa a la salida del sistema los valores del voltaje, la frecuencia y la potencia varían dependiendo de la velocidad entrante del sistema. Estos resultados validan la simulación realizada en comparación con los datos dados por el fabricante, garantizando así que la simulación realizada pueda ser utilizada para pruebas antes de la implementación del sistema de pico-generación.
- Al momento de realizar la simulación se debe calcular la carga, considerando los valores de salida de voltaje y potencia, para balancear el sistema y evitar que opere de forma inestable, tal como se puede observar en la Fig. 5.20.
- Se realizaron diversas pruebas que permiten observar el comportamiento del generador de imanes permanentes con diferentes tipos de cargas. Estas pruebas se efectuaron de manera experimental debido a que al momento de aplicarlos en las aplicaciones reales no se pueden operar con todas estas cargas. En el caso de esta investigación, el generador opera específicamente con corriente y voltaje nominal.
- La simulación realizada en este trabajo final de grado presenta una predicción del comportamiento del generador de imanes permanentes ante variaciones de caudal, debido a que de esto depende la velocidad de entrada al sistema haciendo que trabaje de forma estable o inestable.
- Este trabajo, además de cumplir con los objetivos propuestos, tiene la finalidad de colaborar con la institución en temas de ámbito investigativo para poder implementar este tipo de sistemas de pico-generación en sectores o comunidades donde carecen de líneas de servicio eléctrico pero que tienen a disposición flujo o reservas de agua donde pueda ser aprovechada para la instalación de este tipo de sistemas.

## 6.2 Recomendaciones para trabajos futuros

- Esta investigación fundamenta posibles trabajos investigativos que la Universidad Politécnica Salesiana esté promoviendo. Uno de ellos será controlar electrónicamente la potencia y voltaje de salida cuando exista variación en la velocidad de entrada del generador.
- De acuerdo a los resultados obtenidos al momento de realizar el modelo del generador de imanes permanentes, se debe tener en cuenta el acoplamiento de los datos entre el rotor y estator, debido a que al variar o no calcular correctamente el entrehierro existirá variación en el flujo magnético, las inductancias, etc. Esto debido al movimiento relativo del rotor.
- Para obtener resultados precisos, al momento de modelar el generador, es recomendable desmagnetizar los imanes permanentes y trabajar en forma no lineal para evitar que interfiera en el entrehierro al momento de calcular el flujo magnético.

## BIBLIOGRAFÍA

- [1] D Meeker. Finit element method magnetics. <http://www.femm.info/Archives/doc/manual42.pdf>, 4.2:161, Octubre, 2015.
- [2] Laura Blanco Rubio. Diseño electromagnético de un motor síncrono de imanes permanentes para el accionamiento directo de la hélice de un barco. 2017.
- [3] Carlos Xavier Méndez Marcillo and Juan Patricio Segarra Vélez. Modelación de un aerogenerador de imán permanente y su controlador. B.S. thesis, 2015.
- [4] JM Aller, JA Restrepo, JC Viola, and JR Mayor. Simplified voltage behind reactance model for the six-phase open-end salient pole pmsm. In *2020 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, volume 1, pages 2216–2221. IEEE, 2020.
- [5] Bhim Singh, BP Singh, and S Dwivedi. A state of art on different configurations of permanent magnet brushless machines. *JOURNAL-INSTITUTION OF ENGINEERS INDIA PART EL ELECTRICAL ENGINEERING DIVISION*, 87:63, 2006.
- [6] Jacek F Gieras. *Permanent magnet motor technology: design and applications*. CRC press, 2009.
- [7] Jose Manuel Aller. *Maquinas Eléctricas Rotativas: Introducción a la teoría general*. Venezuela: Equinoccio, Universidad Simón Bolívar., 2006.
- [8] Colonel Wm T McLyman. *High Reliability Magnetic Devices: Design & Fabrication*. CRC Press, 2002.
- [9] Bhim Singh, BP Singh, and S Dwivedi. A state of art on different configurations of permanent magnet brushless machines. *JOURNAL-INSTITUTION OF ENGINEERS INDIA PART EL ELECTRICAL ENGINEERING DIVISION*, 87:63, 2006.

- [10] Isaac. Castillo. Modelado y simulación dinámica de máquinas sincrónicas de imanes permanentes para aplicaciones eólicas. *Universidad Tecnológica de Panamá, sede tocumen, vía domingo díaz*, 2009.
- [11] Jacob Hostettler and Xin Wang. Sliding mode control of a permanent magnet synchronous generator for variable speed wind energy conversion systems. *Systems Science & Control Engineering*, 3(1):453–459, 2015.
- [12] Shailendra Sharma and Bhim Singh. Control of permanent magnet synchronous generator-based stand-alone wind energy conversion system. *IET Power Electronics*, 5(8):1519–1526, 2012.
- [13] Hemant Ahuja, Arika Singh, and Arvind Sharma. Large scale wind energy conversion system using permanent magnet synchronous generator. In *2014 Innovative Applications of Computational Intelligence on Power, Energy and Controls with their impact on Humanity (CIPECH)*, pages 279–284. IEEE, 2014.
- [14] Muhammad Ali, Feng Guo, and Bei Gou. Nonlinear control design using exact linearization for permanent magnet synchronous generator. In *IEEE International Conference on Electro-Information Technology, EIT 2013*, pages 1–5. IEEE, 2013.
- [15] Pragasan Pillay and Ramu Krishnan. Modeling of permanent magnet motor drives. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 35(4):537–541, 1988.
- [16] Tomy Sebastian, G Slemon, and M Rahman. Modelling of permanent magnet synchronous motors. *IEEE transactions on magnetics*, 22(5):1069–1071, 1986.