

**FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA  
USANDO EL MÉTODO DEL PUNTO INTERIOR CON CRITERIOS DE  
MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA.**





**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO  
CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA  
USANDO EL MÉTODO DEL PUNTO INTERIOR CON CRITERIOS DE  
MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA.**

Trabajo de titulación previo a la obtención del  
Título de Ingeniero Eléctrico

AUTOR: SILVANA VANESA RENGIFO DÁVILA  
TUTOR: ALEXANDER ÁGUILA TÉLLEZ

Quito -Ecuador  
2022

Silvana Vanesa Rengifo Dávila

**FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA USANDO EL MÉTODO DEL PUNTO INTERIOR CON CRITERIOS DE MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA.**

Universidad Politécnica Salesiana, Quito – Ecuador 2022  
Ingeniería Eléctrica

Breve reseña histórica e información de contacto.



**Silvana Vanesa Rengifo Dávila** (A'1993-M'06). Realizó sus estudios secundarios en el Colegio Experimental “Simón Bolívar” en la especialidad Administración de Sistemas. Egresado de la carrera de Ingeniería Eléctrica de la Universidad Politécnica Salesiana. Su trabajo se basa en el flujo de potencia óptimo en sistemas eléctricos de potencia usando el método del punto interior con criterios de minimización de pérdidas de potencia activa. [srengifo@est.ups.edu.ec](mailto:srengifo@est.ups.edu.ec)

*Dirigido por:*



**MSc. Alexander Aguila Téllez** (A'1981-M'09) recibió el título de Ingeniero Eléctrico y el de Máster en Eficiencia Energética en los años 2005 y 2010 respectivamente. Actualmente se encuentra estudiando para obtener su título de Doctor en Ingeniería en la Universidad Pontificia Bolivariana - Colombia-Medellín, es miembro del Grupo de Investigación GIREI. Sus principales intereses de investigación incluyen la compensación VOLT-VAR en redes de distribución eléctrica, redes inteligentes, minimización de pérdidas de energía, las energías renovables y la eficiencia energética. Es profesor investigador de la Universidad Politécnica Salesiana - Ecuador. [aaguila@ups.edu.ec](mailto:aaguila@ups.edu.ec)

Todos los derechos reservados:

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

DERECHOS RESERVADOS

©2022 Universidad Politécnica Salesiana  
QUITO - ECUADOR

**CERTIFICADO DE RESPONSABILIDAD Y AUTORÍA DEL TRABAJO  
DE TITULACIÓN**

Yo, Silvana Vanesa Rengifo Dávila con documento de identificación N° 1724800899 manifiesto que:

Soy el autor y responsable del presente trabajo; y, autorizo a que sin fines de lucro la Universidad Politécnica Salesiana pueda usar, difundir, reproducir o publicar de manera total o parcial el presente trabajo de titulación.

Quito, 05 de julio del año 2022

Atentamente,



---

Silvana Vanesa Rengifo Dávila  
1724800899

**CERTIFICADO DE CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR DEL TRABAJO  
DE TITULACIÓN A LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**

Yo, Silvana Vanesa Rengifo Dávila con documento de identificación No. 1724800899, expreso mi voluntad y por medio del presente documento cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autor del Artículo Académico : “Flujo de potencia óptimo en sistemas eléctricos de potencia usando el método del punto interior con criterios de minimización de pérdidas de potencia activa”, el cual ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En concordancia con lo manifestado, suscribo este documento en el momento que hago la entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 05 de julio del año 2022

Atentamente,



---

Silvana Vanesa Rengifo Dávila

1724800899

## **CERTIFICADO DE DIRECCIÓN DEL TRABAJO DE TITULACIÓN**

Yo, MSc. Alexander Águila Téllez con documento de identificación N° 1755983184, docente de la Universidad Politécnica Salesiana, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA USANDO EL MÉTODO DEL PUNTO INTERIOR CON CRITERIOS DE MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA, realizado por Silvana Vanesa Rengifo Dávila con documento de identificación N° 1724800899, obteniendo como resultado final el trabajo de titulación bajo la opción Artículo Académico que cumple con todos los requisitos determinados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, 05 de julio del año 2022

Atentamente,



---

Ing. Alexander Águila Téllez, MSc

1755983184

## ÍNDICE GENERAL

1	Introducción .....	2
2	Flujo de Potencia Óptimo (OPF) .....	5
2.1	Reducción de costos de combustible de generación eléctrica .....	6
2.2	Minimización de las pérdidas totales de energía activa (TAPL) .....	6
2.3	Restricciones del problema OPF .....	6
3	Métodos tradicionales para la solución del problema OPF. ....	7
3.1	Programación lineal.....	8
3.2	Métodos de gradiente .....	8
3.3	Programación cuadrática .....	9
3.4	Newton-Raphson .....	9
3.5	Programación no lineal .....	10
3.6	Método del Punto interior .....	10
4	Formulación del problema.....	11
4.1	Formulación del Método del Punto Interior (IPM) primal – dual. ....	12
4.1.1	Condiciones de óptimo de primer orden .....	13
4.1.2	Paso de Newton.....	13
4.2	Procedimiento de resolución .....	14
5	Análisis de resultados .....	15
5.1	Caso 1 .....	16
5.2	Caso 2 .....	17
6	Conclusiones.....	18
6.1	Trabajos futuros .....	18
7	Referencias.....	19
7.1	Matriz de Estado del Arte .....	24
7.2	Resumen de Indicadores .....	31
8	Anexos.....	32

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. OPF en el SEP empleando IPM considerando la reducción de pérdidas de potencia activa. ....	5
Figura 2. Métodos de solución de flujo de potencia óptimos .....	7
Figura 3. Sistema Eléctrico de la IEEE de 6 Nodos. ....	16
Figura 4. Comparación de costos del sistema de 6 nodos. ....	16
Figura 5. Comparación de pérdidas del sistema de 6 nodos.....	17
Figura 6. Sistema Eléctrico de la IEEE de 39 Nodos .....	17
Figura 7. Comparación de costos del sistema de 39 nodos. ....	17
Figura 8. Comparación de pérdidas del sistema de 39 nodos. ....	18
Figura 9. Resumen e indicador de la temática - Estado del arte.....	31
Figura 10. Indicador de formulación del problema - Estado del arte .....	31
Figura 11. Indicador de solución - Estado del arte .....	31

## ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Algoritmo del OPF .....	15
Tabla 2. Método del Punto Interior Dual.....	15
Tabla 3. Método del gradiente. ....	15
Tabla 6. Matriz de estado del arte .....	24
Tabla 7. Datos de barras del sistema de 6 nodos .....	32
Tabla 8. Datos de generadores del sistema de 6 nodos .....	32
Tabla 9. Datos de líneas del sistema de 6 nodos .....	32
Tabla 10. Datos de barras del sistema de 39 nodos .....	33
Tabla 11. Datos de generadores del sistema de 39 nodos.....	33
Tabla 12. Datos de líneas del sistema de 39 nodos.....	34

# FLUJO DE POTENCIA ÓPTIMO EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA USANDO EL MÉTODO DEL PUNTO INTERIOR CON CRITERIOS DE MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA.

## Resumen

El presente trabajo propone una metodología para solventar el problema de flujos óptimos de potencia utilizando el método del punto interior (IPM) en sistemas eléctricos de potencia. El IPM es un algoritmo iterativo que se utiliza para resolver problemas de optimización lineal y no lineal. El IPM para el problema de optimización de flujos óptimos de potencia, considera el modelo clásico, minimizando las pérdidas de potencia activa y reduciendo los costos de operación de un sistema eléctrico de potencia, considerando las limitaciones relacionadas con las características técnicas y operativas del sistema. El algoritmo planteado se lo realizó utilizando el software MATLAB-MATPOWER. En base a los resultados obtenidos, el MPI muestra ser un algoritmo eficiente para sistemas eléctricos pequeños y medianos, y al mismo tiempo refleja una gran exactitud en cuanto a la rapidez de solución. El desarrollo de este tipo de técnicas proporciona la base sobre la cual se pueden implementar aplicaciones de optimización al sistema eléctrico en un futuro próximo de acuerdo con el estado actual del sistema de energía.

**Palabras Clave:** Flujo de potencia óptimo, Método del punto interior, Método del gradiente, Reducción de Pérdidas de Potencia Activa.

## Abstract

This paper proposes a methodology to solve the problem of optimal power flows using the interior point method (IPM) in electrical power systems. The IPM is an iterative algorithm used to solve linear and nonlinear optimization problems. The IPM for the problem of optimization of optimal power flows considers the classical model, minimizing active power losses and reducing the operating costs of an electrical power system, considering the limitations related to the technical and operational characteristics of the system. The proposed algorithm was carried out using the MATLAB-MATPOWER software. Based on the results obtained, the MPI shows to be an efficient algorithm for small and medium-sized electrical systems, and at the same time reflects a high accuracy in terms of the speed of solution. The development of this type of techniques provides the basis on which optimization applications to the electrical system can be implemented soon according to the current state of the energy system.

**Keywords:** Optimal power flow, Interior point method, Gradient method, Active Power Loss Reduction.

# 1 Introducción

El flujo de potencia óptimo (OPF), que fue formulado por primera vez por Carpentier en 1962 [1], es un problema de optimización que se ha estudiado en los sistemas eléctricos de potencia durante muchos años. Las primeras formulaciones del problema OPF partieron de los años sesenta. En ese momento no existía distinción entre el método de solución y la formulación del problema [2]. Por ende, a lo largo de los años, se han utilizado diferentes métodos y algoritmos para resolver el problema de OPF [3]. El primer método para solucionar el problema de OPF fue propuesto por Dommel y Tinney en 1968 [4], [5], y desde entonces se han propuesto varios otros métodos. En [6] se describe un estudio sobre la literatura de las técnicas clásicas de optimización aplicadas a OPF durante los últimos 30 años. En estas investigaciones, se menciona que el OPF, puede lograr mantener un equilibrio balanceado entre la seguridad del sistema eléctrico y la economía. Por lo cual, el OPF se ha convertido en una herramienta primordial en el sistema de energía para la planificación y operación de redes eléctricas. Para dar solución a este problema, se han realizado muchas investigaciones, como lo son las técnicas del gradiente, el método de Newton, el método de descomposición, la programación lineal y la programación cuadrática secuencial [4]. En base a la investigaciones realizadas, se menciona que el OPF tiene como objetivo encontrar un instante en la operación del sistema de estado estacionario donde se reduzca el costo de generación de energía eléctrica y se minimicen las pérdidas del sistema, tomando en consideración el abastecimiento de la demanda y las

restricciones operativas del sistema eléctrico de potencia (SEP) [7].

En la literatura se menciona vasta información sobre los OPF, Karmarkar [8] fue quien inició una nueva era de programación matemática con la presentación y publicación de la técnica de programación lineal polinomial mencionado como el método del punto interior (IPM) en 1984. Este problema corresponde al tipo de programación no lineal (NLP), donde varias restricciones y posiblemente la función objetivo no sean lineales. Como por ejemplo la formulación de coordenadas polares habitual de los OPF, la principal, no linealidad en las restricciones se encuentra en las leyes de voltaje de Kirchhoff (KVL), que da el flujo de energía en una línea de transmisión como una función no lineal de los voltajes del nodo y los ángulos de fase. Esta presencia de restricciones de igualdad no lineales da como resultado que la región factible del problema del OPF no sea convexa [9] y, por lo tanto, se programa la posibilidad de la existencia de soluciones OPF locales. Sin embargo, en el artículo de 1997 [10] uno de los autores afirma que en la práctica las soluciones OPF son únicas, y esta sigue siendo una percepción común.

En base a un estudio reciente en la literatura de los OPF [11], se cubre el campo de los algoritmos evolutivos, así como las técnicas no lineales locales clásicas o deterministas. En el estudio realizado, se dice que los algoritmos evolutivos son técnicas de optimización globales que pretenden buscar óptimos globales. Las técnicas globales, se describen como mucho más lentas que las técnicas locales, por lo que solo deben usarse para problemas de optimización en donde puedan existir óptimos locales. Los autores de [11], [12] discuten el papel de las técnicas metaheurísticas para

resolver el problema de los OPF y dar una posible convergencia a soluciones de locales como un gran inconveniente de las técnicas clásicas de optimización aplicadas a los OPF. Sin embargo, ninguna de estas encuestas hace referencia a ejemplos de óptimos locales de OPF ni estima con qué frecuencia ocurren en la práctica [13].

Además, de los algoritmos evolutivos, se han desarrollado otras técnicas de optimización precisas, rápidas y robustas para la solución de OPF, en donde se tenga que satisfacer los distintos requisitos, en diferentes campos como para los sistemas de gestión de energía o sistemas de planificación, por estas razones, los desarrollos de nuevas técnicas de optimización se convierten en un trabajo importante y necesario para las industrias de sistemas de energía a corto plazo.

Para resolver problemas de optimización en donde el objetivo principal es minimizar los costos, las pérdidas de potencia o maximizar ganancia, la calidad y la eficiencia, se pueden utilizar los métodos tradicionales o convencionales.

Dentro de estos métodos convencionales se tiene varias técnicas programación matemática para resolver los flujos de potencia, los cuales son los siguientes: métodos del gradiente, programación lineal (LP), programación cuadrática (QP), método de Newton y método de punto interior (IPM).

Uno de los primeros enfoques de los métodos convencionales es la técnica del gradiente, la cual fue introducida por primera vez por Carpentier [14]. Este se caracteriza por tener una convergencia lenta y el zig-zag cerca de la solución limitante duramente su uso. Existen tres derivaciones del método del gradiente, las cuales son el: el gradiente reducido (GR), el gradiente acoplado (GC) y el

gradiente decreciente general (GRG). La técnica del gradiente se caracteriza por utilizar un vector de primer orden derivado de la función objetivo, para obtener la solución en pasos iterativos en base a una mejora de direcciones.

En [15] se proponen algunas técnicas de optimización, en el cual se intentan solucionar problemas de OPF a una gran escala. Estas técnicas se pueden clasificar como:

- Técnicas basadas en programación lineal (LP).
- Técnicas basadas en programación no lineal (NLP).

Los algoritmos basados en LP se fundamentan solventar el problema de no linealidad del OPF y la función objetivo. Estas metodologías se utilizan principalmente en los problemas de reprogramación de potencia activa. Los algoritmos basados en programación no lineal, por otro lado, se basan en las condiciones de optimalidad de la llamada función lagrangiana, en la que se necesita la identificación de restricciones vinculantes (restricciones activas) [16]. Estas técnicas LP y NLP, forman parte de los métodos tradicionales o convencionales que se han investigado durante varios años.

Otra de las técnicas convencionales para resolver flujos de potencia son la programación lineal y la programación cuadrática, que se utilizaron en [17], que se emplean sobremanera para planificar la operación del SEP considerando una aproximación de flujo de potencia y aproximación de pérdida de potencia en forma de funciones de valor absoluto que son adecuadas para abastecer un rango operativo más extenso.

El método de Newton es otra técnica que forma parte de los métodos tradicionales. En [18], se utiliza este método para experimentar de forma numérica la región de convergencia de cada solución

del flujo de potencia bajo este método OPF [19], insolubilidad de otra de las técnicas empleadas es el Método de Punto Interior (IPM), tema de estudio en el presente trabajo, el cual se ha utilizado en las últimas dos décadas para solventar los inconvenientes de OPF y se ha incrementado la cantidad de indagaciones sobre esta temática [20], [21], este método, para programas lineales (LP) llamaron la atención de investigadores en áreas de sistemas de potencia, y se presentaron varios enfoques basados en IPM para solventar problemas lineales y no lineales del SEP.

Muchos artículos evidencian el potencial de los IPM para LP y sus ventajas sobre el método Simplex, principalmente cuando se resuelven problemas dispersos muy grandes [22]. El enfoque de la barrera logarítmica fue introducido por Frisch en 1955 y desarrollado como una herramienta para la NLP en 1968 por Fiacco y McCormick [23]. Megido [24] sugiere aplicar el método de barrera logarítmica a los problemas primarios y duales simultáneamente. Los métodos de barrera logarítmica dual primario (PDLB) pertenecen a la categoría de métodos de seguimiento de ruta [25] y se encuentran entre los mejores IPM que se conocen hasta ahora. El método PDLB predictor-corrector de [26], [27] es, en la actualidad, aceptado como el IPM más eficaz dado a que otorga excelentes resultados sin una carga computacional considerable. Las aplicaciones de IPM para solventar problemas en sistemas de tamaño considerable comenzaron a aparecer en la literatura de ingeniería de energía en los últimos años, incluyendo OPF [19], insolubilidad de flujo de carga [28] y estimación de estado [29].

Los IPM son una clase de algoritmos iterativos que se utilizan para solventar problemas de linealidad. La principal

característica de los IPM es que llegan a una solución moviéndose a través de puntos interiores del sólido definidos por el problema de optimización en lugar de moverse a través de la superficie del sólido como lo hacen otros métodos [30].

Inicialmente, los IPM se utilizaron en forma de métodos de barrera y luego gracias a las múltiples investigaciones desarrolladas en esta área como el método elipsoide y el método de escala proyectiva [31] estos algoritmos han ganado popularidad debido a su desempeño en problemas de grandes dimensiones [32].

En base a lo descrito anteriormente los IPM se utilizaron en algunos temas de investigación como se detalla a continuación. En [20], se plantea una formulación híbrida para solucionar el problema del Despacho Óptimo de Potencia Reactiva manejando Algoritmos Genéticos combinados con el método no lineal de Punto Interior (IP). En este artículo, el método IP tiene la característica atractiva de tratar con un flujo de potencia no convergente y representa las variables reales, como el voltaje del generador y la derivación del OLTC [33].

En [34], se propone un método de cálculo para el flujo de potencia óptimo estocástico con generador de viento basado en el método de superficie de respuesta estocástica (SRSM) y métodos de punto interior, con el fin de describir la aleatoriedad de la velocidad del viento.

Actualmente, los IPM se están aplicando ampliamente a la optimización de sistemas de energía debido a sus características matemáticas sobre otros métodos, el IPM de barrera logarítmica dual primordial es uno de los IPM que se ha aplicado para solventar problemas eléctricos.

Con lo mencionado brevemente sobre el método del punto interior, se realiza

una investigación en el actual trabajo, el cual será implementado en los sistemas eléctricos de prueba de la IEEE de 6 y 39 nodos con el objetivo de reducir las pérdidas de potencia activa y minimizar los costos operativos del sistema eléctrico.

Por ende, IPM se utiliza para solventar el OPF, en base a un conjunto de restricciones, las cuales tienen el propósito de minimizar las pérdidas de potencia activa del SEP, en la Figura 1, se muestra la implementación de este método en un sistema eléctrico. con lo dicho con anterioridad, se realiza el algoritmo del punto interior y será comparado con el método del gradiente los cuales se desarrollarán en un script de MATLAB para realizar el modelo de

utilizará el toolbox MATPOWER previamente, en el cual se ejecutarán OPF para la extracción de datos, para la resolución de estos métodos.

El presente documento de investigación se divide de la siguiente manera: en la Sección II se trata los flujos óptimos de potencia detallando la matemática que estos emplean, la Sección III se denota los métodos convencionales para la solución de OPF, la Sección IV detalla formulación del algoritmo empleado para minimizar las pérdidas de potencia, en la Sección V se realiza un análisis de resultados, se comenta cada caso de estudio, y por último la Sección VI muestra las conclusiones del trabajo.

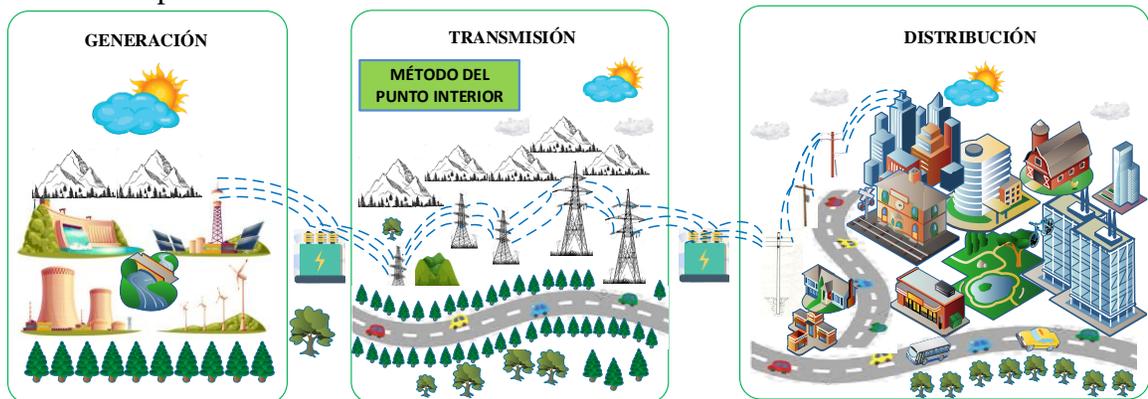


Figura 1. OPF en el SEP empleando IPM considerando la reducción de pérdidas de potencia activa.

## 2 Flujo de Potencia Óptimo (OPF)

El OPF es tema de optimización muy importante en el funcionamiento del sistema de potencia debido a su enorme contribución a la economía y los problemas de funcionamiento estable. Una de las principales tareas en el problema es determinar los valores más apropiados para los parámetros de los componentes eléctricos en las redes de transmisión de energía para que todas las limitaciones de operación del sistema de

energía estén siempre en los rangos permitidos y los objetivos predeterminados también se optimicen [9], [35].

El OPF se expresa en términos de formulaciones matemáticas con la presencia de funciones objetivas y restricciones del problema. Se considera que las dos funciones objetivas son la reducción del costo de generación eléctrica y la minimización de pérdidas. Para darle solución a las funciones objetivo se deben satisfacer todas las restricciones en las redes de transmisión, como los límites operativos de todos los

componentes eléctricos y el equilibrio de energía en todos los nodos de carga. Las funciones objetivas y las limitaciones se presentan en detalle a continuación[35].

### 2.1 Reducción de costos de combustible de generación eléctrica

En el problema OPF, las fuentes de energía son centrales térmicas que utilizan combustibles fósiles para producir electricidad y abastecer a las cargas. Por tanto, el objetivo de reducir el costo del combustible de generación eléctrica es equivalente al objetivo de optimizar la generación de todas las centrales térmicas [36]. Básicamente, las centrales térmicas relacionan la generación de energía y el costo del combustible de generación eléctrica. La eficiencia operativa de estas centrales térmicas se puede evaluar por el costo total de combustible para la energía generada. El objetivo de reducir el costo del combustible se puede formular matemáticamente mediante la siguiente ecuación (1).

$$\min \sum_{i=1}^N a + bPg_i + cPg_i^2 \quad (1)$$

Donde:

- $a, b, c$  Coeficientes de costo de la generación de energía activa en el nodo i.
- $P_{gi}$  Potencia activa de generación en el nodo i.

### 2.2 Minimización de las pérdidas totales de energía activa (TAPL)

La energía total generada por todos los generadores se suministra a la demanda por medio de las líneas de transmisión. Con la presencia de resistencia y reactancia, las de potencia activa y reactiva en las que la pérdida de potencia activa se considera un objetivo principal

en el problema OPF [35]. De hecho, las líneas de transmisión representan una alta tasa en todos los componentes eléctricos en los sistemas de energía. Por tanto, las pérdidas de potencia activa deben optimizarse como objetivo. El objetivo puede expresarse mediante el modelo matemático siguiente [37]–[39]:

$$\min \text{TAPL} \sum_{g=1}^N Pg_i - \sum_{i=1}^N Pd_i \quad (2)$$

Donde:

- $P_{di}$  Potencia activa de demanda en el nodo i.
- $P_{gi}$  Potencia activa de generación en el nodo i.

### 2.3 Restricciones del problema OPF

Las restricciones del problema OPF tienen similitud con las limitaciones de las variables de control y las dependientes junto con la restricción del equilibrio de potencia en todos los nodos [40].

La restricción de las variables son los límites de los componentes eléctricos en la red de transporte considerada como generador de centrales térmicas, compensador de VAR estático [41]–[44], cambiador de tomas de transformadores, cargas y ramales de transmisión. Entre los componentes, el generador de centrales térmicas es el más complicado, ya que, considera la potencia activa, reactiva y voltaje. Con respecto a la formulación matemática, la restricción de los componentes eléctricos se puede expresar en términos de desigualdades, mientras que la restricción del equilibrio de potencia en todos los nodos de carga se puede expresar en términos de igualdades [7].

Todas las restricciones se muestran a continuación.

a. Restricciones de todos los componentes eléctricos

El generador de plantas de energía térmica considera perfiles mínimos y máximos de voltaje, ángulos, potencia activa y reactiva como se indica a continuación:

$$Pg_i^{min} \leq Pg_i \leq Pg_i^{max} \quad (3)$$

$$Qg_i^{min} \leq Qg_i \leq Qg_i^{max} \quad (4)$$

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max} \quad (5)$$

$$\delta_i^{min} \leq \delta_i \leq \delta_i^{max} \quad (6)$$

b. Restricciones de balance de potencia activa y reactiva

Se consideran dos restricciones de igualdad en el problema OPF considerado como el equilibrio de potencia activa y el equilibrio de potencia reactiva en cada nodo. Las dos restricciones se muestran a continuación:

$$P_i(V, \delta) - Pg_i + Pd_i = 0 \quad (7)$$

$$Q_i(V, \delta) - Qg_i + Qd_i = 0 \quad (8)$$

Donde:

$$P_i(V, \delta) = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| (g_{ik} \cos \delta_{ik} + b_{ik} \sin \delta_{ik}) \quad (9)$$

$$Q_i(V, \delta) = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| (g_{ik} \sin \delta_{ik} - b_{ik} \cos \delta_{ik}) \quad (10)$$

Donde:

$P_{di}$  Potencia activa de demanda en el nodo i.

$Q_{di}$  Potencia reactiva de demanda en el nodo i.

$P_{gi}$	Potencia activa de generación en el nodo i.
$Q_{gi}$	Potencia reactiva de generación en el nodo i.
$V_i, V_k$	Voltaje en el nodo i y en el nodo k.
$\delta_i, \delta_k$	Ángulo de fase en el nodo i y en el nodo k.
$n$	Número total de nodos del sistema.
$g_{ik}$	ii-ésimo elemento de la matriz mutua de conductancia nodal
$b_{ik}$	ii-ésimo elemento de la matriz mutua de susceptancia nodal

Los OPF pueden ser resueltos mediante ciertos métodos de solución los cuales se clasifican en dos categorías: métodos tradicionales y métodos basados en inteligencia artificial como se aprecia en la Figura 2:

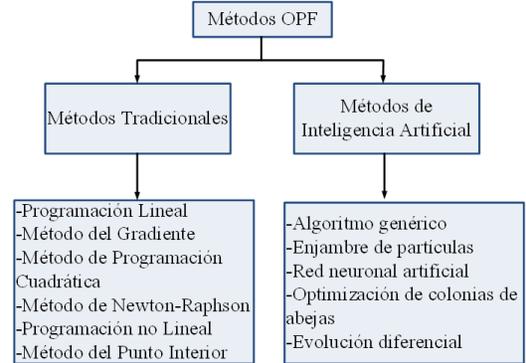


Figura 2. Métodos de solución de flujo de potencia óptimos

### 3 Métodos tradicionales para la solución del problema OPF.

Los métodos tradicionales son conocidos o denominados como métodos de optimización convencionales o deterministas [1].

La utilización de estos métodos ha sido evidente en la actualidad. Las metodologías tradicionales tienen sus cimientos en la programación matemática y son empleados para solventar problemas de OPF. Para

solventar las problemáticas multiobjetivo, los métodos tradicionales pueden emplear [7]:

1. Programación lineal
2. Métodos de degradado
3. Programación cuadrática
4. Newton-Raphson
5. Programación no lineal
6. Punto interior

Si bien los métodos tradicionales solventan el problema, presentan ciertas desventajas que se mencionan a continuación:

1. Algunos requirieron linealización.
2. Algunos requerían diferenciación.
3. Puede atascarse en el óptimo local.
4. Pobre convergencia.
5. Débil en el manejo de restricciones cualitativas.
6. Se vuelve demasiado lento si la cantidad de variables es grande.
7. Descubren una solución óptima en una sola iteración.

### 3.1 Programación lineal

La programación lineal tiene como objetivo la linealización de una función objetivo, así como restricciones con variables no negativas.

Mukherjee, S.K. [45] presentó un método de optimización que emplea la programación lineal para un OPF. Los resultados representan que se logró una convergencia del sistema de cinco nodos de 220 kV en una sola iteración con una reducción considerada de tiempo de CPU. La técnica ha sido recomendada a la División de Control de Sistemas de Energía de Florida Power and Light Company y ha demostrado ser exitosa para un sistema de 15 nodos que usa datos en tiempo real.

T.S. Chung en [46] indicó un algoritmo de programación lineal para minimizar la pérdida de potencia y encontrar la localización eficaz para el condensador en un sistema de

distribución. El cálculo se realiza en un sistema de 14 buses y este método no requiere ninguna inversión de matriz, por lo que ahorra tiempo de cálculo y espacio de memoria.

Rau, N. [47] enseñó una formulación de flujo de potencia de CC que implica la reducción de supuestos y la linealización con una función objetivo lineal. Dado que el conjunto de limitaciones de flujo de potencia de CC es completamente lineal, no se necesita una linealización adicional de restricciones. A diferencia de otras técnicas de linealización, DC-OPF no es iterativo; solo se requiere una única solución para producir la solución óptima. Debido a su simplicidad, velocidad y naturaleza robusta, DC-OPF se usa ampliamente en la industria.

### 3.2 Métodos de gradiente

Para solventar los problemas prácticos de OPF el método de gradiente fue empleado sobremedida en los años sesenta. Este método emplea el vector derivado de primer orden de una función objetivo para solventar su no linealidad y así determinar una optimización mediante una serie de iteraciones, su funcionamiento es sencillo al igual que su aplicación, además, los resultados que otorgan son confiables, no obstante, requieren demasiado tiempo computacional.

Dommel y Tinney [48] presentaron un método de gradiente para el problema de OPF, utilizando técnicas de penalización para hacer cumplir las restricciones de las variables dependientes y los límites funcionales. Este trabajo se basó en información de primer orden del objetivo (no lineal) y las restricciones derivadas de la matriz jacobiana calculada a partir de un flujo de potencia convencional.

Alsac y Stott [49] extendieron el trabajo realizado por Dommel y Tinney

sobre OPF con restricciones de seguridad (SCOPF) agregando casos de contingencia predeterminados a las ecuaciones de flujo de energía y penalizando las violaciones de seguridad de estos casos en la función objetivo. Peschon [50] presentó una aplicación del método de Gradiente Reducido Generalizado (GRC) a OPF, presentando los beneficios del método GRC. Estos beneficios incluyen evitar términos de penalización y el cálculo sencillo de sensibilidades.

### 3.3 Programación cuadrática

La programación cuadrática (QP) representa una programación no lineal que presenta una función objetivo cuadrática con restricciones lineales.

J.A. Momoh [51] presentó un modelo cuadrático generalizado para OPF. La construcción del algoritmo OPF incluye las condiciones de viabilidad, convergencia y optimalidad. También es capaz de utilizar estructuras jerárquicas para incluir múltiples funciones objetivas. El algoritmo que utiliza la sensibilidad de las funciones objetivas con ajustes óptimos en las restricciones produce una solución óptima global. Se han reducido la memoria computacional y el tiempo de ejecución necesarios.

N. Grudinín [52] presentó un modelo de optimización de potencia reactiva que utiliza métodos de programación cuadrática sucesiva (SQP). Se utilizaron otros seis métodos de optimización para probar los sistemas IEEE de 30 y 278 nodos. Se encuentra que los métodos SQP proporcionan una optimización más rápida y confiable en comparación con otros métodos clásicos.

Reid y Hasdorff [53] presentaron QP OPF utilizando el método del multiplicador de Lagrange y la expansión de Taylor. El problema de despacho económico se formula como un

inconveniente de tipo cuadrático y se resuelve utilizando el algoritmo de Wolfe. El método es capaz de manejar ciertas restricciones en  $p$ ,  $q$  y puede resolver el flujo de potencia, así como el problema de despacho económico. La convergencia se obtuvo en tres iteraciones para todos los sistemas de prueba considerados y el tiempo de solución es lo suficientemente pequeño como para permitir que el método se utilice para el envío en línea a intervalos de tiempo prácticos.

### 3.4 Newton-Raphson

El método de Newton-Raphson (NR) es de segundo orden para la optimización sin restricciones basado en la aplicación de una extensión de la serie de Taylor de segundo orden sobre la solución candidata actual.

S. Chen [54] presentó el método de NR para solventar el despacho de emisiones en tiempo real con factores de sensibilidad incorporados. La matriz jacobiana y los coeficientes se han desarrollado en términos del factor de distribución de desplazamiento de generación generalizado. El factor de penalización y las pérdidas incrementales se obtienen fácilmente. El tiempo de ejecución es menor que el del convencional.

K.L. Lo [55] presentó dos métodos de flujo de carga similares a Newton, el método de Newton fijo y la modificación del método del vector del lado derecho para la simulación de interrupciones de línea que es parte del análisis de contingencia. Estos dos métodos se comparan con el método de flujo de carga de AC total basado en Newton y el flujo de carga desacoplado rápido para mostrar sus mejores características de convergencia.

### 3.5 Programación no lineal

La programación no lineal (NLP) se ocupa de problemas que involucran funciones objetivas y / o de restricción no lineales. La principal ventaja de las formulaciones de PNL para OPF es que capturan con precisión el comportamiento del sistema de energía.

Sin embargo, los desafíos computacionales y teóricos asociados con la PNL motivaron el desarrollo de formulaciones simplificadas, como se analiza a continuación. Además, ciertas formulaciones de PNL redefinen las variables del problema para reducir el grado de no linealidad.

J.A. Momoh [56] presentó un nuevo modelo de programación de flujo de red convexa no lineal (NLCNFP) para solventar el despacho económico restringido de seguridad de múltiples áreas (MAED). Un método combinado de programación cuadrática y programación de flujo de red utilizado para resolver el problema MAED. Las restricciones de transferencia y seguridad de la línea de enlace se consideran en cada área. El método se prueba en cuatro sistemas de energía interconectados.

D. Pudjianto [57] presentó LP y NLP para OPF reactivo para la asignación de potencia reactiva entre generadores en un entorno desregulado. Se encontró que el costo total asociado con el requisito reactivo del sistema calculado por el método LP era razonablemente preciso, pero el compromiso individual del generador puede variar considerablemente. Considerando que, NLP ofrece una velocidad de cálculo más rápida y precisión para la solución, pero la convergencia no se puede garantizar para todas las condiciones.

### 3.6 Método del Punto interior

Los métodos de puntos interiores (IPM) son una familia de algoritmos de

escalado proyectivo para solventar problemas de optimización lineales y no lineales que limitan la búsqueda a la región factible mediante la introducción de términos de barrera a la función objetivo. En general, los IPM intentan determinar y seguir un camino central a través de la región probable hasta la solución óptima.

Sergio Granville [58] presentó IPM al problema de despacho de potencia reactiva óptima. Se basa en el logarítmico dual primario. Este método se aplicó en grandes sistemas de energía y convergió en 40 iteraciones en un tiempo de CPU de 398,9 segundos. Las ventajas de IPM son: el número de iteraciones no es muy sensible al tamaño de la red o al número de variables de control, robustez numérica, capacidad de arranque en caliente, ausencia de dificultades de identificación de conjuntos activos y eficacia en el tratamiento de la asignación reactiva óptima.

Torres, G.L. [59] presentó la solución de un problema de OPF en forma rectangular mediante un IPM para programación no lineal. El problema de OPF se resuelve mediante un IPM dual primario para PNL. La función objetivo y las restricciones son cuadráticas. Las propiedades deseables de una función cuadrática son: (a) su hessiana es constante, (b) su expansión de Taylor termina en el segundo orden sin error y (c) el término de orden superior se evalúa fácilmente. Dichas características cuadráticas permiten una fácil configuración de la matriz y la incorporación económica de información de orden superior en un procedimiento predictor-corrector que reduce el número de iteraciones de IPM a la convergencia.

Edgardo D. Castronuovo [60] presentó nuevas versiones de métodos de puntos interiores aplicados al problema

del OPF. La búsqueda del óptimo se basa en la combinación de dos direcciones: el escalado afín y la centralización, se demuestra que la combinación adecuada de estas direcciones puede incrementar el potencial del algoritmo de optimización en términos de velocidad y confiabilidad.

Para resolver problemas de optimización a través del IPM para Programación No Lineal (NLP) se introduce un parámetro de perturbación en la condición complementaria de Karush-Kuhn-Tucker (KKT).

Hua Wei [61] presentó un nuevo algoritmo de programación no lineal de punto interior para problemas de flujo de potencia óptimos (OPF) basado en las condiciones KKT perturbadas del problema primario. A través del concepto de dirección de centrado, los autores extienden este algoritmo al flujo de potencia clásico (PF) y a problemas de OPF aproximados.

En comparación con la estructura de datos convencional de Newton OPF, el número de rellenos del esquema propuesto se minimiza aproximadamente a la mitad y el tiempo de CPU se aminora en aproximadamente un 15% para sistemas a gran escala. El algoritmo propuesto incluye cuatro tipos de funciones objetivas y dos estructuras de datos diferentes. Extensas simulaciones numéricas en sistemas de prueba que varían en tamaño de 14 a 1047 buses han demostrado que el método propuesto es muy prometedor para aplicaciones a gran escala debido a su robustez y rápido tiempo de ejecución.

## 4 Formulación del problema

El OPF se formula como un inconveniente de optimización matemática, donde la función objetivo es el costo total de generación del sistema.

El sistema tiene  $n_b$  nodos y  $n_g$  generadores.

$$\min f(x) = \sum_{i=1}^{n_g} f_{pi}(P_{gi}) \quad (11)$$

Sujeto a:

$$g(x) = 0 \quad (12)$$

$$h(x) \leq 0 \quad (13)$$

$$x_{min} \leq x \leq x_{max} \quad (14)$$

### Variables

En la formulación del OPF, los ángulos y perfiles de voltaje, la potencia activa y la potencia reactiva en cada nodo del sistema se fusionan en (15), el vector de variables. Donde  $\theta$  y  $v$  son vectores de tamaño  $n_b \times 1$  que representan los ángulos y magnitudes de la tensión en cada bus,  $P_g$  y  $Q_g$  son vectores de tamaño  $n_g \times 1$  que representan las inyecciones de potencia activa y reactiva en cada generador.

$$x = \begin{bmatrix} \theta \\ v \\ P_g \\ Q_g \end{bmatrix} \quad (15)$$

### Función Objetivo

En este modelo, la función objetivo es el costo global de la producción de energía activa o la suma de cada función de costo del generador (16) y la otra función objetivo es aminorar las pérdidas de potencia activa del SEP (18). La función de costo del generador puede ser una función polinomial o una función por partes, en este trabajo usamos modelos basados en funciones objetivo-polinomiales en la forma de (17):

$$f(\theta, v, P_g, Q_g) = \sum_{i=1}^{n_g} f_{pi}(P_{gi}) \quad (16)$$

$$f_{pi}(P_{gi}) = \sum_{k=1}^j f_{pi}(P_{gi})^k \quad (17)$$

$$\min \sum_{g=1}^N P_{gi} + \sum_{i=1}^N P_{di} \quad (18)$$

### Restricciones de igualdad

Son las ecuaciones de balance de potencia en cada nodo como se observa en la ecuación (19). Y las inyecciones de nodo P (potencia activa) y nodo Q (potencia reactiva) se calculan mediante las ecuaciones de flujo de potencia.

$$g(x) = 0$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_p(\theta, v, P_g) \\ g_q(\theta, v, Q_g) \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$= \begin{bmatrix} P_{bus} \\ Q_{bus} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_d \\ Q_d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_g \\ Q_g \end{bmatrix}$$

### Límites variables

Las variables tienen límites superior e inferior determinados por (20) que representan los límites operacionales del sistema, considerando voltaje de los nodos y potencia de las máquinas generadoras [62]–[64].

$$P_{gi}^{min} \leq P_{gi} \leq P_{gi}^{max}, i = 1, \dots \quad (20)$$

$$Q_{gi}^{min} \leq Q_{gi} \leq Q_{gi}^{max}$$

$$V_i^{min} \leq V_i \leq V_i^{max}$$

$$\delta_{ref}^{min} \leq \delta_i \leq \delta_{ref}^{max}, i = i_{ref}$$

## 4.1 Formulación del Método del Punto Interior (IPM) primal – dual.

Es un algoritmo para solventar problemas de optimización no lineales restringidos. Este modelo de optimización con restricciones de desigualdad se soluciona transformándolo en una función objetivo no restringida cuyo mínimo valor se pretende buscar de manera eficiente.

El IPM primal-dual utilizado, resuelve un problema de optimización de la siguiente forma:

$$\min_x f(x) \quad (21)$$

sujeto a

$$g(x) = 0 \quad (22)$$

$$h(x) \leq 0 \quad (23)$$

donde las restricciones lineales y los límites de variables (22) y (23) se han incorporado en  $g(x)$  y  $h(x)$ . El enfoque adoptado implica transformar las limitaciones de desigualdad en limitaciones de igualdad utilizando una función de barrera y un vector de variables de holgura positivas  $Z$ .

$$\min_x [f(x) - \gamma \sum_{m=1}^{n_i} \ln(Zm)] \quad (24)$$

sujeto a:

$$g(x) = 0 \quad (25)$$

$$h(x) + Z = 0 \quad (26)$$

$$Z \geq 0 \quad (27)$$

A medida que el parámetro de perturbación  $\gamma$  se acerca a cero, la solución a este problema se acerca a la del problema original. Para un valor dado de  $\gamma$ , el lagrangiano para este problema restringido por igualdad es:

$$L^Y(x, Z, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T g(x) + \mu^T (h(x) + Z) - \gamma \sum_{m=1}^{n_i} \ln(Zm) \quad (28)$$

Tomando las derivadas parciales de cada variable se obtiene:

$$L_x^Y(x, Z, \lambda, \mu) = f(x) + \lambda^T + \mu^T h(x) \quad (29)$$

$$L_Z^Y(x, Z, \lambda, \mu) = \mu^T - \gamma e^T [Z]^{-1} \quad (30)$$

$$L_\lambda^Y(x, Z, \lambda, \mu) = g^T(x) \quad (31)$$

$$L_\mu^Y(x, Z, \lambda, \mu) = h^T(x) + Z^T \quad (32)$$

Y el lagrangiano con respecto a  $x$  viene dado por la siguiente ecuación:

$$L_{xx}^Y(x, Z, \lambda, \mu) = f_{xx} + g_{xx}(\lambda) + h_{xx}(\mu) \quad (33)$$

#### 4.1.1 Condiciones de óptimo de primer orden

Estas condiciones son conocidas como las condiciones de Karush-Kuhn-Tucker para este problema se satisfacen cuando las derivadas parciales del Lagrangiano anterior se establecen todas en cero:

$$f(x, Z, \lambda, \mu) = 0 \quad (34)$$

$$Z \geq 0 \quad (35)$$

$$\mu \geq 0 \quad (36)$$

Dónde:

$$f(x, Z, \lambda, \mu) = \begin{bmatrix} L_x^Y \\ [\mu]Z - \gamma e \\ g(x) \\ h(x) + Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f x^T + g x^T \lambda + h x^T \mu \\ [\mu]Z - \gamma e \\ g(x) \\ h(x) + Z \end{bmatrix} \quad (37)$$

#### 4.1.2 Paso de Newton

La naturaleza de optimalidad de primer orden se resuelve utilizando el método de Newton. El paso de actualización de Newton se puede escribir de la siguiente manera:

$$[f_x \quad f_z \quad f_\lambda \quad f_\mu] = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta Z \\ \Delta \lambda \\ \Delta \mu \end{bmatrix} = f(x, Z, \lambda, \mu) \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} L_{xx}^Y & 0 & 0 & h x^T \\ 0 & [\mu] & 0 & [Z] \\ g x & 0 & 0 & 0 \\ h x & I & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta Z \\ \Delta \lambda \\ \Delta \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_x^Y \\ [\mu]Z - \gamma e \\ g(x) \\ h(x) + Z \end{bmatrix} \quad (39)$$

Este conjunto de ecuaciones se puede simplificar y reducir a un conjunto más pequeño de ecuaciones resolviendo explícitamente para  $\Delta \mu$  en términos de  $\Delta Z$  y en términos de  $\Delta x$ . Al despejar  $\Delta \mu$  obtenemos:

$$[\mu]\Delta Z + [Z]\Delta \mu = [\mu]Z + \gamma e \quad (40)$$

$$[Z]\Delta \mu = [\mu]Z + \gamma e$$

$$\Delta \mu = \mu + [Z]^{-1}(\gamma e)[\mu]\Delta Z$$

Resolviendo la cuarta fila para obtener  $\Delta Z$ .

$$h x \Delta x + \Delta Z = -h(x) - Z \quad (41)$$

$$\Delta Z = -h(x) - Z - h x \Delta x$$

Al sustituir las ecuaciones (39) y (40) en la primera fila de (41), da como resultado:

$$\begin{aligned}
L_{xx}^Y \Delta x + gx^T \Delta \lambda + hx^T \Delta \mu & \quad (42) \\
& = -L_x^{Y^T} \\
L_{xx}^Y \Delta x + gx^T \Delta \lambda + hx^T (-\mu & \\
+ [Z]^{-1} (\gamma e & \\
- [\mu] \Delta Z) & = -L_x^{Y^T}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{xx}^Y \Delta x + gx^T \Delta \lambda + hx^T (-\mu & \\
+ [Z]^{-1} (\gamma e & \\
- [\mu] (-h(x) - Z & \\
- hx \Delta x))) & \\
= -L_x^{Y^T} &
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(L_{xx}^Y + hx^T [Z]^{-1} [\mu] hx) \Delta x & \\
+ gx^T \Delta \lambda & \\
+ hx^T [Z]^{-1} (\lambda & \\
+ [\mu] hx) & = -L_x^{Y^T}
\end{aligned}$$

$$M \Delta x + gx^T \Delta \lambda = -N$$

Luego sustituyendo, las ecuaciones mencionadas anteriormente, obtenemos:

$$\begin{aligned}
M & = L_{xx}^Y + hx^T [Z]^{-1} [\mu] hx \quad (43) \\
& = f_{xx} + g_{xx}(\lambda) + h_{xx}(\mu) \\
& + hx^T [Z]^{-1} [\mu] hx
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N & = L_x^{Y^T} + hx^T [Z]^{-1} (\gamma e + [\mu] hx) \quad (44) \\
& = f_x^T + g_x^T(\lambda) \\
& + hx^T(\mu) \\
& + hx^T [Z]^{-1} (\lambda \\
& + [\mu] hx)
\end{aligned}$$

Combinando (43) y la tercera fila de (44) da como resultado un conjunto de ecuaciones de tamaño reducido:

$$\begin{bmatrix} M & gx^T \\ gx & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N \\ -g(x) \end{bmatrix} \quad (45)$$

La actualización de Newton se puede calcular en los siguientes 3 pasos:

1. Calcule  $\Delta x$  y  $\Delta \lambda$  de (45).
2. Calcule  $\Delta Z$  a partir de (41).
3. Calcule  $\Delta \mu$  a partir de (39).

Para mantener la viabilidad estricta de la solución de prueba, el algoritmo trunca el paso de Newton escalando las variables primarias y duales por  $\alpha_p$  y  $\alpha_d$  respectivamente, donde estos factores de escala se calculan de la siguiente manera:

$$\alpha_p \quad (46)$$

$$= \min \left( \xi \min_{\Delta z \mu_m < 0} \left( -\frac{z_m}{\Delta z_m} \right), 1 \right)$$

$$\alpha_d \quad (47)$$

$$= \min \left( \xi \min_{\Delta \mu_m < 0} \left( -\frac{\mu_m}{\Delta \mu_m} \right), 1 \right)$$

resultando en las actualizaciones de variables a continuación.

$$x \leftarrow x + \alpha_p \Delta x \quad (48)$$

$$Z \leftarrow Z + \alpha_p \Delta Z \quad (49)$$

$$\lambda \leftarrow \lambda + \alpha_d \Delta \lambda \quad (50)$$

$$\mu \leftarrow \mu + \alpha_d \Delta \mu \quad (51)$$

El parámetro  $\xi$ , es un escalar constante con un valor ligeramente menor que uno y se lo puede establecer con un valor de 0.99995.

En este método, durante las iteraciones tipo Newton, el parámetro de perturbación  $\gamma$  debe converger a cero para satisfacer la situación de optimalidad. IPM primal - dual usa la siguiente regla para actualizar  $\gamma$  en cada iteración, después de la actualización  $Z$  y  $\mu$ .

$$\gamma \leftarrow \sigma \frac{Z^T \mu}{n_i} \quad (52)$$

Donde  $\sigma$  es una constante escalar entre 0 y 1. En IPM  $\sigma$ , se establece con un valor cercano a 0,1.

## 4.2 Procedimiento de resolución

El algoritmo del OPF se muestra en la Tabla 1, mientras que el algoritmo para el método del punto interior primal - dual se muestra en la

Tabla 2 y el algoritmo del método de la gradiente se muestra en la Tabla 3.

Tabla 1. Algoritmo del OPF

Paso 1	Ingreso de datos del sistema eléctrico.
Paso 2	Valores iniciales de las variables eléctricas. Determinación de la Y de bus $Y_{ij} =  Y_{ij}  \cos \delta_{ij} + j Y_{ij}  \sin \delta_{ij}$ $= G_{ij} + jB_{ij}$ Donde: $G_{ij} = \frac{X}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}$ $B_{ij} = \frac{R}{R_{ij}^2 + X_{ij}^2}$
Paso 3	Matriz de Admitancia Mutua $[Y_{in}] = -Y_{in} \angle \delta_{in}$ Matriz de Admitancia Propia $[Y_{ii}] = \sum_{j=1}^N -Y_{in} \angle \delta_{in}$
Paso 4	Problema de Optimización MATLAB Minimización de la Función Objetivo $F(Pg) = \sum_{i=1}^N a + bPg_i + cPg_i^2$ Set Restricciones de igualdad $P_{gi} - P_{di}$ $= V_i^2 G_{ii} + \sum_{j=1}^N V_i V_j [G_{ij} \cos \delta_{ij} + B_{ij} \sin \delta_{ij}]$ $Q_{gi} - Q_{di} + Q_{svci}$ $= V_i^2 B_{ii} + \sum_{j=1}^N V_i V_j [G_{ij} \sin \delta_{ij} - B_{ij} \cos \delta_{ij}]$ Set Restricciones de desigualdad $V_{i,min} \leq V_i \leq V_{i,max}$ $\delta_{i,min} \leq \delta_i \leq \delta_{i,max}$ $P_{g,min} \leq P_g \leq P_{g,max}$ $Q_{g,min} \leq Q_g \leq Q_{g,max}$
Paso 5	Análisis de resultados
Paso 6	Fin

Tabla 2. Método del Punto Interior Dual

Paso 1	Inicio
Paso 2	Ingreso de datos del Sistema Eléctrico.
Paso 3	Selección del punto inicial y los parámetros. Cálculo del método de Newton
Paso 4	$\begin{bmatrix} M & gx^T \\ gx & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -N \\ -g(x) \end{bmatrix}$
Paso 5	Solución del método de Newton.

Paso 6	Actualización de variables.
Paso 7	Visualización de resultados.
Paso 8	Fin

Tabla 3. Método del gradiente.

Paso 1	Inicio
Paso 2	Asumir un conjunto de variables de control
Paso 3	Resolución factible del algoritmo del OPF y obtener el Jacobiano. Resolución de la siguiente ecuación.
Paso 4	$\lambda = \begin{bmatrix} \delta f \\ \delta x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta g \\ \delta x \end{bmatrix}^{T^{-1}}$ Calcular la gradiente
Paso 5	$[\nabla f] = \begin{bmatrix} \delta f \\ \delta u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta g \\ \delta u \end{bmatrix}^T \lambda$ Verificar la convergencia $  [\nabla f]   \leq \varepsilon$ ; ó $=  f^{k+1} - f^k  \leq \varepsilon$ ; ó $ u^{k+1} - u^k  \leq \varepsilon$
Paso 6	Encontrar un nuevo valor para u
Paso 7	$\nabla u = -c \nabla f$ $u^{nuevo} = u^{anterior} + \nabla u$
Paso 8	Volver al paso 3.
Paso 9	Fin si
Paso 10	Repetir
Paso 11	Fin

## 5 Análisis de resultados

Para validar el modelo matemático planteado se utilizará los modelos de prueba de la IEEE de 6 y 39 nodos. La programación del modelo se lo realizó en el software Matlab y es completamente genérico. En este programa se simulará flujos de potencia normales y flujos de potencia óptimos, en cada uno se encontrará los resultados de costos y pérdidas por los métodos de punto medio interior (IPM) y gradiente.

Para la modelación de los sistemas eléctricos se considera como restricción un límite de voltaje que se encuentre dentro de un rango de 0.9 y 1.1, mientras tanto que para la restricción de los ángulos de voltaje tiene un límite que se está dentro del rango [-40,40], estos límites tanto para voltaje como para

ángulos son normativas establecidas por cada ente regulador de cada país, para el algoritmo realizado se consideró la información del ARCONEL

### 5.1 Caso 1

Este caso corresponde al sistema IEEE de 6 nodos, su diagrama unifilar se aprecia en la Figura 3, mientras que sus características de barras, generadores y líneas de transmisión se encuentran en la parte de anexos en la Tabla 5, Tabla 6 y Tabla 7, respectivamente.

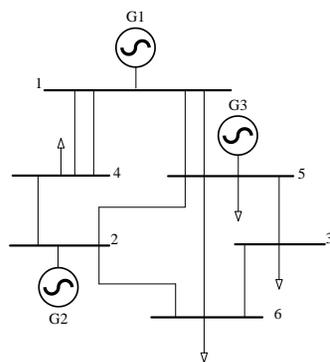


Figura 3. Sistema Eléctrico de la IEEE de 6 Nodos.

En la Figura 4, se aprecia la comparación de costos del sistema de 6 nodos, se comparan costos de los métodos de IPM y gradiente para flujos normales y flujos óptimos de potencia. En flujos normales se evidencia que los costos difieren considerablemente, por el método de la gradiente se tiene un costo de \$1257.47 mientras que por el método IPM el costo total es de \$23.76. Esto se debe a la cantidad de iteraciones que cada método emplea para la convergencia del sistema, mediante el método de IPM el sistema converge a la tercera iteración, mientras, que por el método de la gradiente el sistema llega a converger en la décima iteración.

En cuanto a los flujos óptimos de potencia se aprecia que ambos métodos, IPM y gradiente, tiene el mismo costo, \$1271.6, esto se debe a que en flujos óptimos de potencia se simula el sistema

hasta que este deja de converger, es decir ambos métodos en este caso en particular dejaron de converger en el mismo número de iteraciones, 12 iteraciones.

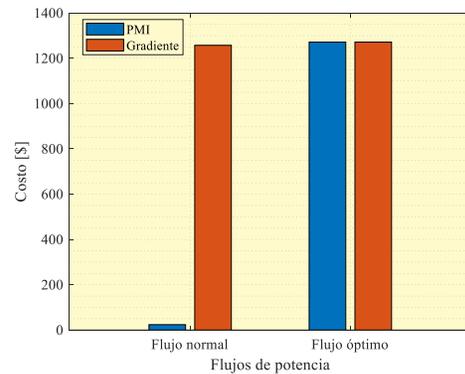


Figura 4. Comparación de costos del sistema de 6 nodos.

En la Figura 5, se evidencia la comparación de pérdidas del sistema de 6 nodos, se comparan pérdidas de los métodos de IPM y gradiente para flujos normales y flujos óptimos de potencia. En flujos normales se aprecia que las pérdidas mediante el método de la gradiente tienen un valor de 29.23 W, mientras que por el método de IPM las pérdidas son de 12.89 W, esta diferencia notable también se debe al número de iteraciones con las que el sistema llega a converger.

En flujos óptimos de potencia se aprecia que ambos métodos, IPM y gradiente, poseen la misma cantidad de pérdidas, 22.42 W, esto se debe a que en flujos óptimos de potencia se simula el sistema hasta que este deja de converger, es decir ambos métodos en este caso en particular dejaron de converger en el mismo número de iteraciones, 12 iteraciones.

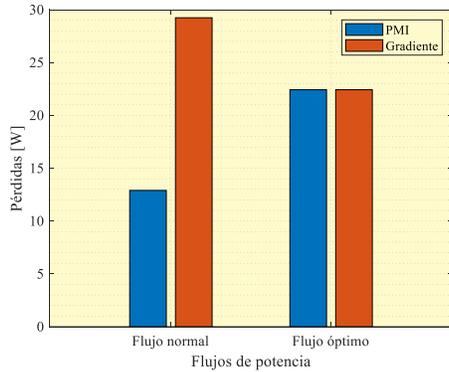


Figura 5. Comparación de pérdidas del sistema de 6 nodos.

## 5.2 Caso 2

Este caso corresponde al sistema IEEE de 39 nodos, su diagrama unifilar se aprecia en la Figura 6, mientras que sus características de barras, generadores y líneas de transmisión se encuentran en la parte de anexos en la Tabla 8, Tabla 9 y Tabla 10, respectivamente.

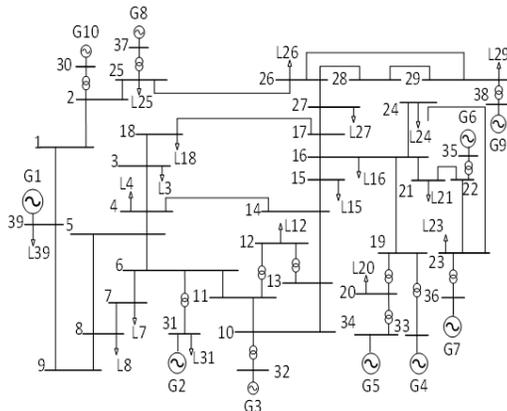


Figura 6. Sistema Eléctrico de la IEEE de 39 Nodos

En la Figura 7, se aprecia la comparación de costos del sistema de 39 nodos, se comparan costos de los métodos de IPM y gradiente para flujos normales y flujos óptimos de potencia.

En flujos normales se evidencia que los costos se mantienen iguales con un valor de \$12.57. Esta similitud de los resultados indica que el flujo de potencia mediante ambos métodos llego a

converger en el mismo número de iteraciones, se requirieron 6 iteraciones.

Por otro lado, los flujos óptimos de potencia también presentan costos iguales, con un valor de \$90.41, esta similitud en los valores se debe a que el sistema deo de converger en el mismo número de iteraciones, se registraron 12 iteraciones realizadas en el flujo óptimo de potencia para este sistema en particular.

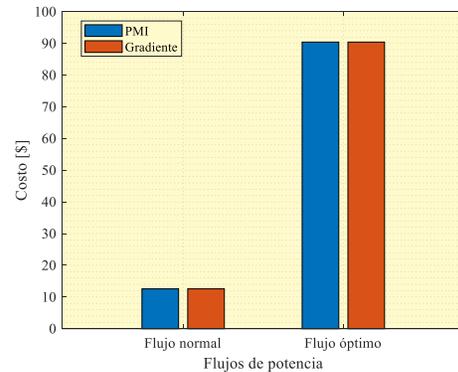


Figura 7. Comparación de costos del sistema de 39 nodos.

En la Figura 8, se evidencia la comparación de pérdidas del sistema de 39 nodos, se comparan pérdidas de los métodos de IPM y gradiente para flujos normales y flujos óptimo de potencia.

En flujos normales se evidencia que las pérdidas se mantienen iguales con un valor de 1003.43 W. Esta similitud de los resultados indica que el flujo de potencia mediante ambos métodos llego a converger en el mismo número de iteraciones, se requirieron 6 iteraciones.

Por otro lado, los flujos óptimos de potencia también presentan pérdidas iguales, con un valor de 1092.16 W, esta similitud en los valores se debe a que el sistema deo de converger en el mismo número de iteraciones, se registraron 12 iteraciones realizadas en el flujo óptimo de potencia para este sistema en particular.

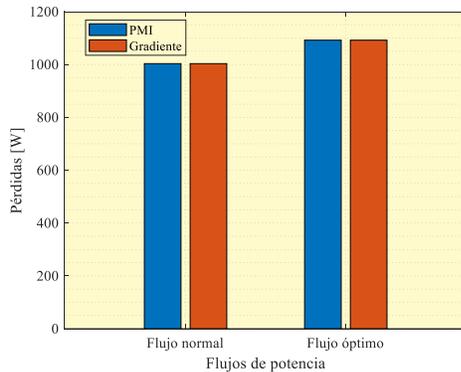


Figura 8. Comparación de pérdidas del sistema de 39 nodos.

## 6 Conclusiones

Según los resultados del presente documento y en base al análisis realizado, se concluye lo siguiente:

- El modelo realizado indica una metodología para la solución de flujos óptimos de potencia mediante IPM, con el propósito de aminorar las pérdidas de potencia activa en sistemas de distribución e incrementar las características operativas, económicas y técnicas, que garanticen a los sistemas eléctricos una mayor estabilidad y robustez.
- El modelo de optimización planteado en base al método del punto interior es muy eficaz porque al comparar con el método del gradiente, se pueden observar resultados similares tanto en la disminución de pérdidas de potencia activa como para la reducción de costos operativos en los sistemas eléctricos.
- En base a los resultados obtenidos, se refleja una gran importancia que al minimizar las pérdidas de potencia activa se reducen los costos de generación,

lo que conlleva a obtener grandes beneficios económicos al aplicar flujos óptimos de potencia mediante el método IPM.

- El algoritmo del flujo de potencia óptimo mediante el método del punto interior fue utilizado con el fin de aminorar las pérdidas de potencia activa y los costos operativos de generación en el sistema eléctrico. De ello, se concluye, que la implementación de este método ayuda a obtener a los sistemas eléctricos una mayor flexibilidad y operación.
- Los resultados y desempeño del modelo implementado en el presente trabajo se compararon con programas comerciales de simulación y software de código abierto que gozan de gran reconocimiento en las comunidades profesionales y académicas, obteniendo resultados de manera excelente, en términos de precisión de solución y comparabilidad en términos de velocidad.

### 6.1 Trabajos futuros

En base al trabajo realizado, se puede principiar nuevas indagaciones con respecto a las siguientes temáticas:

- OPF en forma rectangular mediante un método IPM
- Un método IPM para un OPF no lineal utilizando coordenadas rectangulares de voltaje
- Un algoritmo híbrido para OPF utilizando la optimización del caos y el algoritmo de punto interior lineal.

- Método de IPM descompuesto para un flujo de potencia óptimo dinámico

## 7 Referencias

- [1] K. S. Pandya and S. K. Joshi, “A survey of Optimal Power Flow methods,” *J. Appl. Inf. Technol.*, vol. 4, no. 5, pp. 450–458, 2005.
- [2] H. S. Oh, “A unified and efficient approach to power flow analysis,” *Energies*, vol. 12, no. 12, 2019.
- [3] L. Held, F. Mueller, S. Steinle, M. Barakat, M. R. Suriyah, and T. Leibfried, “An optimal power flow algorithm for the simulation of energy storage systems in unbalanced three-phase distribution grids,” *Energies*, vol. 14, no. 6, 2021.
- [4] M. Huneault and F. D. Galiana, “A survey of the optimal power flow literature,” *Power Syst. IEEE Trans.*, vol. 6, pp. 762–770, Jun. 1991.
- [5] S. Shaoqun, G. Ruipeng, C. Feng, and H. Wenying, “A Real-Time Power Flow Optimal Control Method for Hybrid AC/DC Power Systems with VSC-HVDC,” in *2016 International Conference on Smart Grid and Electrical Automation (ICSGEA)*, 2016, pp. 26–30.
- [6] J. Rahul, Y. Sharma, and D. Birla, “A new attempt to optimize optimal power flow based transmission losses using genetic algorithm,” *Proc. - 4th Int. Conf. Comput. Intell. Commun. Networks, CICN 2012*, pp. 566–570, 2012.
- [7] A. Khamees, N. Badra, and A. Abdelaziz, “Optimal Power Flow Methods: A Comprehensive Survey,” *Ieejournal.Com*, vol. 7, no. 4, pp. 2228–2239, 2016.
- [8] N. Karmarkar, “A new polynomial-time algorithm for linear programming,” *Combinatorica*, vol. 4, no. 4, pp. 373–395, 1984.
- [9] S. Frank, I. Steponavice, and S. Rebennack, “Optimal power flow: A bibliographic survey I Formulations and deterministic methods,” *Energy Syst.*, vol. 3, no. 3, pp. 221–258, 2012.
- [10] A. Goudarzi and A. Swanson, “DC Optimal Power Flow through the Linear Programming – in Context of Smart Grid,” *24th South. African Univ. Power Eng. Conf.*, no. January, pp. 1–7, 2016.
- [11] W. A. Bukhsh, A. Grothey, K. I. M. McKinnon, and P. A. Trodden, “Local solutions of the optimal power flow problem,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 28, no. 4, pp. 4780–4788, 2013.
- [12] P. Systems and U. F. De Pernambuco, “Optimal Flow Using Voltage Rectangular,” vol. 13, no. 4, 1998.
- [13] S. S. Reddy and P. R. Bijwe, “Multi-Objective Optimal Power Flow Using Efficient Evolutionary Algorithm,” *Int. J. Emerg. Electr. Power Syst.*, vol. 18, no. 2, 2017.
- [14] G. L. T. Torres, V. H. Quintana, and G. Lambert, “Optimal power flow in rectangular form via an interior point method,” no. November, p. 8, 1996.
- [15] S. Park, E. Glista, J. Lavaei, and S. Sojoudi, “Homotopy Method for Finding the Global Solution of Post-contingency Optimal Power Flow,” *Proc. Am. Control*

- Conf.*, vol. 2020–July, pp. 3126–3133, 2020.
- [16] H. Lange, B. Chen, M. Berges, and S. Kar, “Learning to Solve AC Optimal Power Flow by Differentiating through Holomorphic Embeddings,” pp. 1–10, 2020.
- [17] P. Fortenbacher and T. Demiray, “Linear/Quadratic Programming-Based Optimal Power Flow using Linear Power Flow and Absolute Loss Approximations,” *Int. J. Electr. Power Energy Syst.*, vol. 107, pp. 680–689, May 2019.
- [18] H.-D. Jiao-Jiao Deng, “Convergence Region of Newton Iterative Power Flow Methods: Numerical Studies.” China, p. 8.
- [19] X. Q. Xia and H. Wei, “A reduced-space interior point method for transient stability constrained optimal power flow in polar coordinate,” *Dianli Xitong Baohu yu Kongzhi/Power Syst. Prot. Control*, vol. 40, no. 4, pp. 1232–1240, 2012.
- [20] J. R. O. Soto, C. R. R. Dornellas, and D. M. Falcão, “Optimal Reactive Power Dispatch using a hybrid formulation: Genetic algorithms and interior point,” *2001 IEEE Porto Power Tech Proc.*, vol. 3, no. 1, pp. 197–201, 2001.
- [21] A. F. Picanco and A. P. Oliveira, “Reactive optimal power flow in the temperature-dependent power flow using interior point method with artificial neural network,” *IET Conf. Publ.*, vol. 2018, no. CP759, pp. 21–26, 2018.
- [22] B. Li, L. Yin, Y. Wang, and Y. Ma, “Robust economic optimal dispatch method of wind power system considering AC power flow constraints,” *2020 IEEE 4th Conf. Energy Internet Energy Syst. Integr. Connect. Grids Towar. a Low-Carbon High-Efficiency Energy Syst. EI2 2020*, pp. 1578–1584, 2020.
- [23] M. Glavic and L. Wehenkel, “Interior Point Methods : A Survey , Short Survey of Applications to Power Systems , and Research Opportunities,” *Electr. Eng.*, no. February 2004, pp. 1–40, 2004.
- [24] P. E. Gill, V. Kungurtsev, and D. P. Robinson, “A shifted primal-dual penalty-barrier method for nonlinear optimization,” *SIAM J. Optim.*, vol. 30, no. 2, pp. 1067–1093, 2020.
- [25] Y. Tan and R. Ma, “Stochastic optimal power flow with wind generator based on stochastic response surface method (SRSM) and interior point methods,” in *2015 5th International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies (DRPT)*, 2015, pp. 2079–2083.
- [26] Y. C. Wu, A. S. Debs, and R. E. Marsten, “A Nonlinear programming approach based on an interior point method for optimal power flows,” *Jt. Int. Power Conf. &quot;Athens Power Tech&quot; Planning, Oper. Control Today’s Electr. Power Syst. APT 1993 - Proc.*, vol. 1, no. c, pp. 196–200, 1993.
- [27] Q. Jiang, G. Geng, C. Guo, and Y. Cao, “An efficient implementation of automatic differentiation in interior point optimal power flow,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 25, no. 1, pp. 147–155, 2010.
- [28] B. Singh, R. Mahanty, and S. P. Singh, “A decentralized

- congestion management using interior point method,” *IEEE Power Energy Soc. Gen. Meet.*, pp. 1–7, 2011.
- [29] W. Yan, J. Yu, D. C. Yu, and K. Bhattarai, “A new optimal reactive power flow model in rectangular form and its solution by predictor corrector primal dual interior point method,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 21, no. 1, pp. 61–67, 2006.
- [30] X. Guo, H. Bao, and J. Li, “Interval Optimal Power Flow Model and Its Monte Carlo Method for AC/DC Hybrid Power System with Wind Power,” in *2019 14th IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA)*, 2019, pp. 873–876.
- [31] S. Liu, Z. Hou, and M. Wang, “A hybrid algorithm for optimal power flow using the chaos optimization and the linear interior point algorithm,” *PowerCon 2002 - 2002 Int. Conf. Power Syst. Technol. Proc.*, vol. 2, pp. 793–797, 2002.
- [32] L. Lin, W. Xifan, D. Xiaoying, L. Furong, and F. Min, “An extended optimal power flow measure for unsolvable cases based on interior point method,” *2009 IEEE Power Energy Soc. Gen. Meet. PES '09*, pp. 1–9, 2009.
- [33] W. Lu, M. Liu, S. Lin, and L. Li, “Fully decentralized optimal power flow of multi-area interconnected power systems based on distributed interior point method,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 33, no. 1, pp. 901–910, 2018.
- [34] Y. Tan and R. Ma, “Stochastic optimal power flow with wind generator based on stochastic response surface method (SRSM) and interior point methods,” *Proc. 5th IEEE Int. Conf. Electr. Util. Deregulation, Restruct. Power Technol. DRPT 2015*, pp. 2079–2083, 2016.
- [35] S. Frank, I. Steponavice, and S. Rebennack, “Optimal power flow: A bibliographic survey II Non-deterministic and hybrid methods,” *Energy Syst.*, vol. 3, no. 3, pp. 259–289, 2012.
- [36] Y. Tang, K. Dvijotham, and S. Low, “Real-Time Optimal Power Flow,” *IEEE Trans. Smart Grid*, vol. 8, no. 6, pp. 2963–2973, 2017.
- [37] A. A. Tellez, D. F. C. Galarza, and L. O. Matos, “Analysis of power losses in the asymmetric construction of electric distribution systems,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 13, no. 7, pp. 2190–2194, 2015.
- [38] A. Aguila and J. Wilson, “Technical and Economic Assessment of the Implementation of Measures for Reducing Energy Losses in Distribution Systems,” *IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci.*, vol. 73, no. 1, p. 12018, Jul. 2017.
- [39] A. Águila Téllez, G. López, I. Isaac, and J. W. González, “Optimal reactive power compensation in electrical distribution systems with distributed resources. Review,” *Heliyon*, vol. 4, no. 8, p. e00746, Aug. 2018.
- [40] R. C. Burchett, H. H. Happ, D. R. Vierath, and K. A. Wirgau, “Developments in Optimal Power Flow,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-101, no. 2, pp. 406–414, 1982.

- [41] A. Águila, L. Ortiz, R. Orizondo, and G. López, “Optimal location and dimensioning of capacitors in microgrids using a multicriteria decision algorithm,” *Heliyon*, vol. 7, no. 9, p. e08061, 2021.
- [42] A. Aguila Téllez, “OPTIMIZACIÓN MULTICRITERIO DE FLUJOS DE POTENCIA REACTIVA EN SISTEMAS ELÉCTRICOS DE DISTRIBUCIÓN,” *Tesis Dr.*, vol. 2021-06–15, p. 105 páginas, 2021.
- [43] G. Gutierrez, A. Aguila, D. González, and L. Ortiz, “Optimum location and sizing of capacitor banks using VOLT VAR compensation in microgrids,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 18, no. 3, pp. 465–472, 2020.
- [44] S. M. Medina and A. Aguila, “Óptima Compensación de Potencia Reactiva en Redes de Distribución Radiales considerando periodo de diseño Optimal Compensation of Reactive Power in Radial Distribution Networks considering design period,” *2019 Int. Conf. Inf. Syst. Comput. Sci.*, pp. 108–115, 2019.
- [45] M. Dahab and E. Zakaria, “Linear Programming Based Optimal Power Flow,” no. May 2017, 2020.
- [46] T. S. Chung and G. Shaoyun, “A recursive LP-based approach for optimal capacitor allocation with cost-benefit consideration,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 39, no. 2, pp. 129–136, 1996.
- [47] N. S. Rau, “Issues in the path toward an RTO and standard markets,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 18, no. 2, pp. 435–443, 2003.
- [48] H. W. Dommel and W. F. Tinney, “Optimal Power Flow Solutions,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-87, no. 10, pp. 1866–1876, 1968.
- [49] S. Triwijaya, N. Sugiantoro, Y. Prasetyo, Firdaus, R. S. Wibowo, and O. Penangsang, “Security Constrained Optimal Power Flow Considering Dynamic Line Rating,” in *2018 10th International Conference on Information Technology and Electrical Engineering (ICITEE)*, 2018, pp. 46–51.
- [50] J. Peschon, D. W. Bree, and L. P. Hajdu, “Optimal power-flow solutions for power system planning,” *Proc. IEEE*, vol. 60, no. 1, pp. 64–70, 1972.
- [51] J. A. Momoh, “A generalized quadratic-based model for optimal power flow,” in *Conference Proceedings., IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*, 1989, pp. 261–271 vol.1.
- [52] N. Grudinin, “Reactive power optimization using successive quadratic programming method,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 13, no. 4, pp. 1219–1225, 1998.
- [53] G. F. Reid and L. Hasdorff, “Economic Dispatch Using Quadratic Programming,” *IEEE Trans. Power Appar. Syst.*, vol. PAS-92, no. 6, pp. 2015–2023, 1973.
- [54] C.-M. Huang and Y.-C. Huang, “A Novel Approach to Real-Time Economic Emission Power Dispatch,” *Power Syst. IEEE Trans.*, vol. 18, pp. 288–294, Mar. 2003.
- [55] R. Mahanty and P. Gupta, “Voltage stability analysis in unbalanced power systems by

- optimal power flow,” *IEE Proceedings-Generation, Transm. ...*, vol. 151, no. 3, pp. 201–212, 2004.
- [56] J. Zhu and J. A. Momoh, “Multi-area power systems economic dispatch using nonlinear convex network flow programming,” *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 59, pp. 13–20, Aug. 2001.
- [57] D. Pudjianto, S. Ahmed, and G. Strbac, “Allocation of VAR support using LP and NLP based optimal power flows,” *Gener. Transm. Distrib. IEE Proceedings-*, vol. 149, pp. 377–383, Aug. 2002.
- [58] S. Granville, “Optimal reactive dispatch through interior point methods,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 9, no. 1, pp. 136–146, 1994.
- [59] G. L. Torres and V. H. Quintana, “An interior-point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates,” *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 13, no. 4, pp. 1211–1218, 1998.
- [60] E. Castronuovo, J. Campagnolo, and R. Salgado, “New Versions of Interior Point Methods Applied to the Optimal Power Flow Problem,” Jan. 2001.
- [61] H. Wei, H. Sasaki, J. Kubokawa, and R. Yokoyama, “An interior point nonlinear programming for optimal power flow problems with a novel data structure,” in *Proceedings of the 20th International Conference on Power Industry Computer Applications*, 1997, pp. 134–141.
- [62] A. A. Téllez, A. Robayo, I. Isaac, G. López, and J. González, “Optimal sizing of distribution transformers using exhaustive search algorithm,” *2019 FISE-IEEE/CIGRE Conf. - Living energy Transit.*, 2019.
- [63] E. M. García Torres, A. Águila, I. Isaac, J. W. González, and G. López, “Analysis of Voltage Profile to determine Energy Demand using Monte Carlo algorithms and Markov Chains (MCMC),” in *Power Engineering Conference (UPEC), 2016 51st International Universities*, 2016, no. Mcmc, pp. 1–6.
- [64] F. A. Castillo Munoz, A. Aguila Tellez, and J. W. Gonzalez Sanchez, “Analysis of Stability of Tension and Losses of Electric Power in Distribution Networks with Distributed Generation,” *IEEE Lat. Am. Trans.*, vol. 14, no. 11, pp. 4491–4498, 2016.

## 7.1 Matriz de Estado del Arte

Tabla 4. Matriz de estado del arte

ITEM	DATOS			TEMÁTICA						FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA			PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA			SOLUCIÓN PROPUESTA									
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	PAÍS	CITAS	OPF	SISTEMAS DE TRANSMISIÓN	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	RESTRICCIONES	COSTOS	PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS	DISTRIBUCIÓN	ESTABILIDAD DE VOLTAJE	VARIACIÓN DE VOLTAJE	LIMITES DE POTENCIA DE GENERACION ACTIVA Y REACTIVA	BALANCE DE POTENCIA	LIMITES DE LA MAGNITUD DE VOLTAJES EN LAS NODOS	LIMITES DE LOS ÁNGULO DE FASE EN LOS NODOS	TÉCNICAS CONVENCIONALES	VARIACIÓN DE VOLTAJE Y MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MÉTODO DEL GRADIENTE	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MPI	MODELO DE FOP MEDIANTE EL MÉTODO DEL MIP	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DEL MIP	EVALUACIÓN DE LA MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	ALGORITMO DE MÉTODO DEL GRADIENTE	ALGORITMO DE MPI	
1	2005	A survey of Optimal Power Flow methods	India	212	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒							
2	2016	Optimal Power Flow Methods: A Comprehensive Survey	India	18	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒		☒	☒				☒	☒		
3	2012	Optimal power flow: A bibliographic survey I Formulations and deterministic methods	Australia	363	☒	☒		☒	☒	☒		☒	☒			☒	☒			☒			☒						
4	2016	DC Optimal Power Flow through the Linear Programming – in Context of Smart Grid	India	6	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒								
5	2016	A Real-Time Power Flow Optimal Control Method for Hybrid AC/DC Power Systems with VSC-HVDC	China	3	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒				☒		
6	2012	A new attempt to optimize optimal power flow based transmission losses using genetic algorithm	India	21	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒			☒	☒
7	2013	Local solutions of the optimal power flow problem,	Escocia	180		☒	☒			☒			☒	☒	☒	☒	☒			☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒

ITEM	DATOS				TEMÁTICA					FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA			PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA			SOLUCIÓN PROPUESTA									
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	PAÍS	CITAS	OPF	SISTEMAS DE TRANSMISIÓN	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	RESTRICCIONES	COSTOS	PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS	DISTRIBUCIÓN	ESTABILIDAD DE VOLTAJE	VARIACIÓN DE VOLTAJE	LIMITES DE POTENCIA DE GENERACIÓN ACTIVA Y REACTIVA	BALANCE DE POTENCIA	LIMITES DE LA MAGNITUD DE VOLTAJES EN LAS NODOS	LIMITES DE LOS ÁNGULO DE FASE EN LOS NODOS	TÉCNICAS CONVENCIONALES	VARIACIÓN DE VOLTAJE Y MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MÉTODO DEL GRADIENTE	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MPI	MODELO DE FOP MEDIANTE EL MÉTODO DEL MIP	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DEL MIP	EVALUACIÓN DE LA MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	ALGORITMO DE MÉTODO DEL GRADIENTE	ALGORITMO DE MPI	
8	1998	Optimal Flow Using Voltage Rectangular	Brasil	21	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒				☒			☒	☒	☒	☒			☒
9	2017	Multi-Objective Optimal Power Flow Using Efficient Evolutionary Algorithm	China	21	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒			☒
10	2020	Homotopy Method for Finding the Global Solution of Post-contingency Optimal Power Flow	USA	1	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒
11	2020	Learning to Solve AC Optimal Power Flow by Differentiating through Holomorphic Embeddings	USA	34	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒			☒	☒
12	2019	A unified and efficient approach to power flow analysis	Canadá	82	☒				☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒	☒	☒	☒		☒						☒	
13	2021	An optimal power flow algorithm for the simulation of energy storage systems in unbalanced three-phase distribution grids	Alemania	82	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒			☒			☒	☒	☒	☒			☒
14	1996	Optimal power flow in rectangular form via an interior point method	USA	21	☒				☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒			☒	☒		☒	☒	☒	☒			☒

ITEM	DATOS				TEMÁTICA					FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA			PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA			SOLUCIÓN PROPUESTA									
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	PAÍS	CITAS	OPF	SISTEMAS DE TRANSMISIÓN	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	RESTRICCIONES	COSTOS	PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS	DISTRIBUCIÓN	ESTABILIDAD DE VOLTAJE	VARIACIÓN DE VOLTAJE	LIMITES DE POTENCIA DE GENERACIÓN ACTIVA Y REACTIVA	BALANCE DE POTENCIA	LIMITES DE LA MAGNITUD DE VOLTAJES EN LAS NODOS	LIMITES DE LOS ÁNGULO DE FASE EN LOS NODOS	TÉCNICAS CONVENCIONALES	VARIACIÓN DE VOLTAJE Y MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MÉTODO DEL GRADIENTE	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MPI	MODELO DE FOP MEDIANTE EL MÉTODO DEL MIP	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DEL MIP	EVALUACIÓN DE LA MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	ALGORITMO DE MÉTODO DEL GRADIENTE	ALGORITMO DE MPI	
15	2001	Optimal Reactive Power Dispatch using a hybrid formulation: Genetic algorithms and interior point	Brasil	6	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒				☒	☒	☒	☒			☒	☒	☒	☒	☒			☒
16	2018	Reactive optimal power flow in the temperature-dependent power flow using interior point method with artificial neural network	Brasil	1			☒		☒	☒	☒			☒			☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒			☒
17	2020	Robust economic optimal dispatch method of wind power system considering AC power flow constraints	China	27	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒			☒
18	2004	Interior Point Methods : A Survey , Short Survey of Applications to Power Systems , and Research Opportunities	Bélgica	18			☒			☒	☒				☒		☒			☒		☒	☒	☒	☒	☒			☒
19	2020	A shifted primal-dual penalty-barrier method for nonlinear optimization	USA	7	☒		☒				☒	☒	☒			☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒	☒	☒			☒
20	2015	Stochastic optimal power flow with wind generator based on stochastic response surface method (SRS) and interior point methods	China	1	☒		☒			☒		☒				☒	☒						☒	☒	☒	☒			☒
21	1993	A Nonlinear programming approach based on an interior point method for optimal power flows	Grecia	3			☒				☒	☒				☒		☒	☒				☒	☒	☒	☒			☒

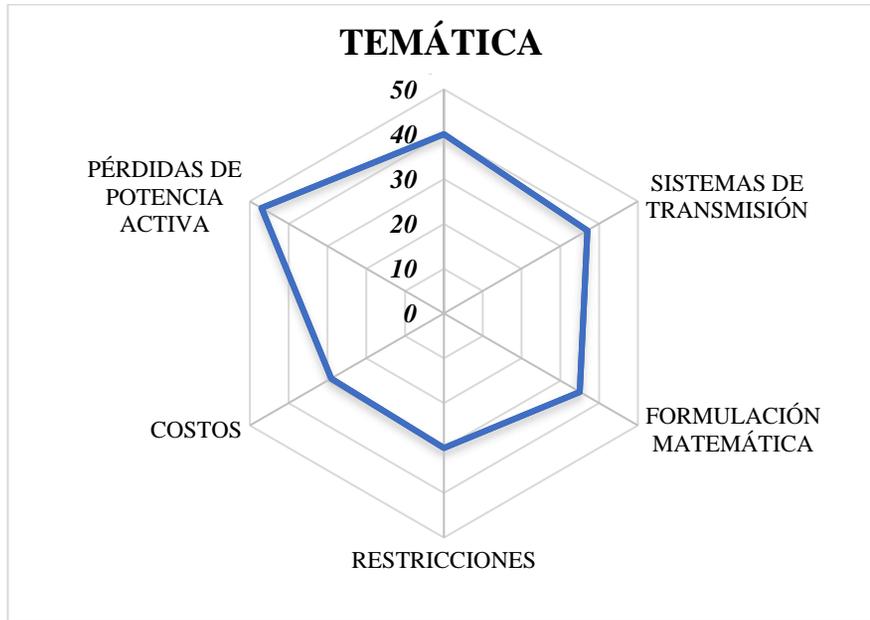
ITEM	DATOS			TEMÁTICA					FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA			PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA			SOLUCIÓN PROPUESTA										
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	PAÍS	CITAS	OPF	SISTEMAS DE TRANSMISIÓN	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	RESTRICCIONES	COSTOS	PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS	DISTRIBUCIÓN	ESTABILIDAD DE VOLTAJE	VARIACIÓN DE VOLTAJE	LIMITES DE POTENCIA DE GENERACIÓN ACTIVA Y REACTIVA	BALANCE DE POTENCIA	LIMITES DE LA MAGNITUD DE VOLTAJES EN LAS NODOS	LIMITES DE LOS ÁNGULO DE FASE EN LOS NODOS	TÉCNICAS CONVENCIONALES	VARIACIÓN DE VOLTAJE Y MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MÉTODO DEL GRADIENTE	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MPI	MODELO DE FOP MEDIANTE EL MÉTODO DEL MIP	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DEL MIP	EVALUACIÓN DE LA MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	ALGORITMO DE MÉTODO DEL GRADIENTE	ALGORITMO DE MPI	
22	2010	An efficient implementation of automatic differentiation in interior point optimal power flow	China	35		☒	☒			☒		☒			☒					☒		☒		☒		☒			☒
23	2012	A reduced-space interior point method for transient stability constrained optimal power flow in polar coordinate	China	4			☒			☒					☒	☒	☒					☒		☒	☒	☒	☒		☒
24	2011	A decentralized congestion management using interior point method	India	2	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒			☒		☒	☒	☒		☒	
25	2006	A new optimal reactive power flow model in rectangular form and its solution by predictor corrector primal dual interior point method	USA	88	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒	☒					☒		☒	☒	☒		☒	
26	2019	Interval Optimal Power Flow Model and Its Monte Carlo Method for AC/DC Hybrid Power System with Wind Power	China	12	☒	☒			☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒					☒		☒	☒	☒		☒	
27	2002	A hybrid algorithm for optimal power flow using the chaos optimization and the linear interior point algorithm	China	10	☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒	☒	☒	☒	☒			☒		☒	☒	☒		☒
28	2009	An extended optimal power flow measure for unsolvable cases based on interior point method	China	3	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒			☒	☒	☒		☒		☒		☒	☒	☒		☒

ITEM	DATOS			TEMÁTICA					FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO			RESTRICCIONES DEL PROBLEMA			PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA			SOLUCIÓN PROPUESTA											
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	PAÍS	CITAS	OPF	SISTEMAS DE TRANSMISIÓN	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	RESTRICCIONES	COSTOS	PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS	DISTRIBUCIÓN	ESTABILIDAD DE VOLTAJE	VARIACIÓN DE VOLTAJE	LIMITES DE POTENCIA DE GENERACIÓN ACTIVA Y REACTIVA	BALANCE DE POTENCIA	LIMITES DE LA MAGNITUD DE VOLTAJES EN LAS NODOS	LIMITES DE LOS ÁNGULO DE FASE EN LOS NODOS	TÉCNICAS CONVENCIONALES	VARIACIÓN DE VOLTAJE Y MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MÉTODO DEL GRADIENTE	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MPI	MODELO DE FOP MEDIANTE EL MÉTODO DEL MIP	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DEL MIP	EVALUACIÓN DE LA MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	ALGORITMO DE MÉTODO DEL GRADIENTE	ALGORITMO DE MPI	
29	2018	Fully decentralized optimal power flow of multi-area interconnected power systems based on distributed interior point method	China	28		☒				☒		☒		☒		☒	☒	☒				☒	☒	☒	☒				☒
30	2012	Optimal power flow: A bibliographic survey II Non-deterministic and hybrid methods	Australia	198	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒		☒				☒	☒	☒	☒				☒
31	2017	Real-Time Optimal Power Flow	USA	61		☒	☒			☒				☒	☒	☒						☒					☒		
32	1982	Developments in Optimal Power Flow	USA	62		☒				☒				☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒					☒	☒	
33	2017	Linear Programming Based Optimal Power Flow	India	14	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒					☒	☒	☒
34	1996	A recursive LP-based approach for optimal capacitor allocation with cost-benefit consideration	China	32	☒			☒	☒	☒	☒		☒	☒		☒	☒			☒		☒							
35	2003	Issues in the path toward an RTO and standard markets	USA	24	☒				☒	☒	☒	☒		☒	☒		☒	☒	☒	☒		☒					☒		☒

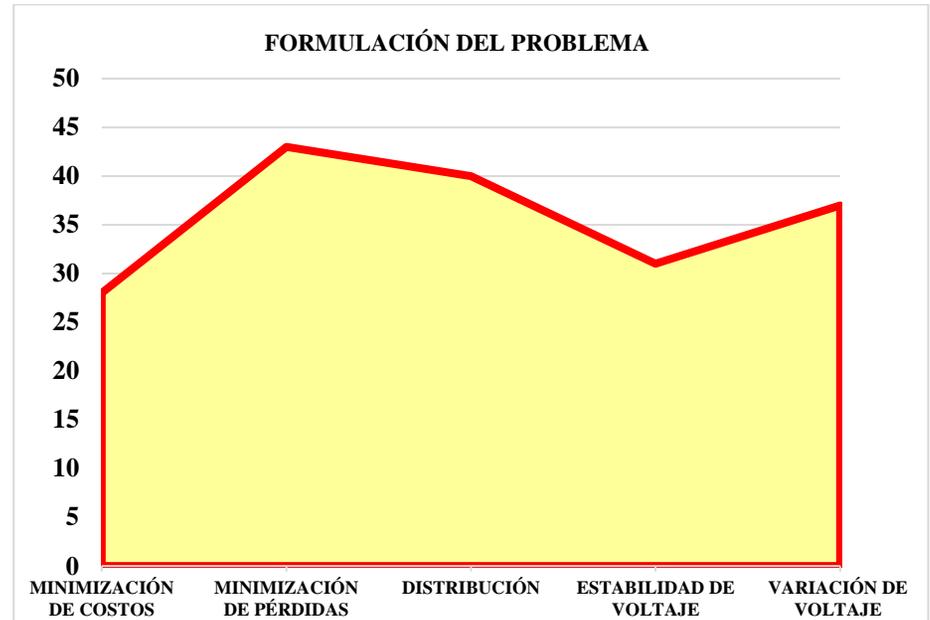
ITEM	DATOS			TEMÁTICA						FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA			PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA				SOLUCIÓN PROPUESTA								
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	PAÍS	CITAS	OPF	SISTEMAS DE TRANSMISIÓN	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	RESTRICCIONES	COSTOS	PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS	DISTRIBUCIÓN	ESTABILIDAD DE VOLTAJE	VARIACIÓN DE VOLTAJE	LIMITES DE POTENCIA DE GENERACIÓN ACTIVA Y REACTIVA	BALANCE DE POTENCIA	LIMITES DE LA MAGNITUD DE VOLTAJES EN LAS NODOS	LIMITES DE LOS ÁNGULO DE FASE EN LOS NODOS	TÉCNICAS CONVENCIONALES	VARIACIÓN DE VOLTAJE Y MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MÉTODO DEL GRADIENTE	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MPI	MODELO DE FOP MEDIANTE EL MÉTODO DEL MIP	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DEL MIP	EVALUACIÓN DE LA MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	ALGORITMO DE MÉTODO DEL GRADIENTE	ALGORITMO DE MPI	
36	1968	Optimal Power Flow Solutions	USA	82	☒	☒	☒		☒	☒	☒		☒	☒	☒											☒	☒	☒	
37	2018	Security Constrained Optimal Power Flow Considering Dynamic Line Rating	Indonesia	4	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒								☒	☒	☒
38	1972	Optimal power-flow solutions for power system planning	USA	42	☒	☒		☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒								☒	☒	
39	1989	A generalized quadratic-based model for optimal power flow	USA	25	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒			☒					☒	☒	
40	1998	Reactive power optimization using successive quadratic programming method	USA	180	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	
41	2015	Economic Dispatch Using Quadratic Programming	USA	102	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	
42	2003	A Novel Approach to Real-Time Economic Emission Power Dispatch	Taiwan	35	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		

ITEM	DATOS				TEMÁTICA					FORMULACIÓN DEL PROBLEMA FUNCIONES OBJETIVO				RESTRICCIONES DEL PROBLEMA			PROPUESTAS PARA RESOLVER EL PROBLEMA				SOLUCIÓN PROPUESTA								
	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	PAÍS	CITAS	OPF	SISTEMAS DE TRANSMISIÓN	FORMULACIÓN MATEMÁTICA	RESTRICCIONES	COSTOS	PÉRDIDAS DE POTENCIA ACTIVA	MINIMIZACIÓN DE COSTOS	MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS	DISTRIBUCIÓN	ESTABILIDAD DE VOLTAJE	VARIACIÓN DE VOLTAJE	LIMITES DE POTENCIA DE GENERACIÓN ACTIVA Y REACTIVA	BALANCE DE POTENCIA	LIMITES DE LA MAGNITUD DE VOLTAJES EN LAS NODOS	LIMITES DE LOS ÁNGULO DE FASE EN LOS NODOS	TÉCNICAS CONVENCIONALES	VARIACIÓN DE VOLTAJE Y MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MÉTODO DEL GRADIENTE	DETERMINACIÓN DE LAS VARIABLES ELÉCTRICAS POR EL MPI	MODELO DE FOP MEDIANTE EL MÉTODO DEL MIP	IMPLEMENTACIÓN DEL ALGORITMO DEL MIP	EVALUACIÓN DE LA MINIMIZACIÓN DE PÉRDIDAS DE POTENCIA	ALGORITMO DE MÉTODO DEL GRADIENTE	ALGORITMO DE MPI	
43	2012	Voltage stability analysis in unbalanced power systems by optimal power flow	USA	5	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒			
44	2001	Multi-area power systems economic dispatch using nonlinear convex network flow programming	USA	49	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒			
45	2002	Allocation of VAR support using LP and NLP based optimal power flows	Ingalaterra	86	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		
46	1994	Optimal reactive dispatch through interior point methods	Brasil	562	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒		
47	1998	An interior-point method for nonlinear optimal power flow using voltage rectangular coordinates	Canadá	252	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒			
48	2001	New Versions of Interior Point Methods Applied to the Optimal Power Flow Problem	España	19	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒			
49	1997	An interior point nonlinear programming for optimal power flow problems with a novel data structure	Japón	5	☒	☒	☒	☒		☒		☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒	☒		☒	☒	☒	☒	☒		
CANTIDAD:					40	37	35	30	29	47	28	43	40	31	37	40	45	35	35	#	19	16	38	34	33	42	17	28	

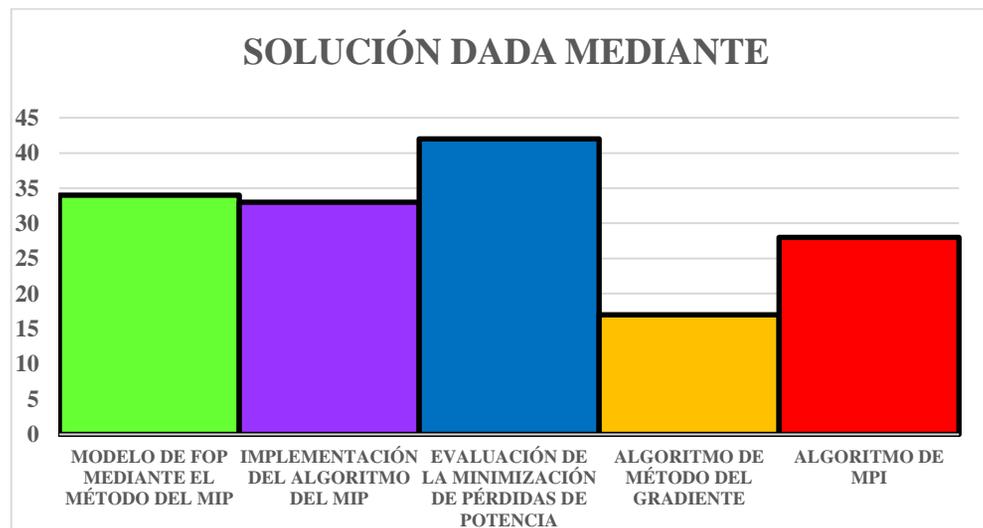
## 7.2 Resumen de Indicadores



**Figura 9.** Resumen e indicador de la temática - Estado del arte



**Figura 10.** Indicador de formulación del problema - Estado del arte



**Figura 11.** Indicador de solución - Estado del arte

## 8 Anexos

Tabla 5. Datos de barras del sistema de 6 nodos

	Pd	Qd	Vm	Va
1	0	0	1	1.05
2	0	0	1	1.05
3	0	0	1	1.07
4	70	70	1	1
5	70	70	1	1
6	70	70	1	1

Tabla 6. Datos de generadores del sistema de 6 nodos

	Pg	Qg	Qmax	Qmin	A	B	C
1	0	0	1	1.05	0.00533	11.669	213.1
2	50	0	1	1.05	0.00889	10.333	200
3	60	0	1	1.07	0.00741	10.833	240

Tabla 7. Datos de líneas del sistema de 6 nodos

Fbarra	Tbarra	r	x	b
1	2	0.1	0.2	0.04
1	4	0.05	0.2	0.04
1	5	0.08	0.3	0.06
2	3	0.05	0.25	0.06
2	4	0.05	0.1	0.02
2	5	0.1	0.3	0.04
2	6	0.07	0.2	0.05
3	5	0.12	0.26	0.05
3	6	0.02	0.1	0.02
4	5	0.2	0.4	0.08
5	6	0.1	0.3	0.06

Tabla 8. Datos de barras del sistema de 39 nodos

	Pd	Qd	Vm	Va
1	97.6	44.2	1.04	-13.54
2	0	0	1.05	-9.79
3	322	2.4	1.03	-12.28
4	500	184	1.00	-12.63
5	0	0	1.01	-11.19
6	0	0	1.01	-10.41
7	233.8	84	1.00	-12.76
8	522	176.6	1.00	-13.34
9	6.5	-66.6	1.04	-14.18
10	0	0	1.02	-8.17
11	0	0	1.01	-8.94
12	8.53	88	1.00	-9.00
13	0	0	1.01	-8.93
14	0	0	1.01	-10.72
15	320	153	1.02	-11.35
16	329	32.3	1.03	-10.03
17	0	0	1.03	-11.12
18	158	30	1.03	-11.99
19	0	0	1.05	-5.41
20	680	103	0.99	-6.82
21	274	115	1.03	-7.63
22	0	0	1.05	-3.18
23	247.5	84.6	1.05	-3.38
24	308.6	-92.2	1.04	-9.91
25	224	47.2	1.06	-8.37
26	139	17	1.05	-9.44
27	281	75.5	1.04	-11.36
28	206	27.6	1.05	-5.93
29	283.5	26.9	1.05	-3.17
30	0	0	1.05	-7.37
31	9.2	4.6	0.98	0.00
32	0	0	0.98	-0.19
33	0	0	1.00	-0.19
34	0	0	1.01	-1.63
35	0	0	1.05	1.78
36	0	0	1.06	4.47
37	0	0	1.03	-1.58
38	0	0	1.03	3.89
39	1104	250	1.03	-14.54

Tabla 9. Datos de generadores del sistema de 39 nodos

	Pg	Qg	Qmax	Qmin	A	B	C
30	250	161.762	400	140	0.01	0.3	0.2
31	677.871	221.574	300	-100	0.01	0.3	0.2
32	650	206.965	300	150	0.01	0.3	0.2
33	632	108.293	250	0	0.01	0.3	0.2
34	508	166.688	167	0	0.01	0.3	0.2
35	650	210.661	300	-100	0.01	0.3	0.2
36	560	100.165	240	0	0.01	0.3	0.2
37	540	-	250	0	0.01	0.3	0.2
		1.36945					
38	830	21.7327	300	-150	0.01	0.3	0.2
39	1000	78.4674	300	-100	0.01	0.3	0.2

Tabla 10. Datos de líneas del sistema de 39 nodos

Fbarra	Tbarra	r	x	b
1	2	0.0035	0.0411	0.6987
1	39	0.001	0.025	0.75
2	3	0.0013	0.0151	0.2572
2	25	0.007	0.0086	0.146
2	30	0	0.0181	0
3	4	0.0013	0.0213	0.2214
3	18	0.0011	0.0133	0.2138
4	5	0.0008	0.0128	0.1342
4	14	0.0008	0.0129	0.1382
5	6	0.0002	0.0026	0.0434
5	8	0.0008	0.0112	0.1476
6	7	0.0006	0.0092	0.113
6	11	0.0007	0.0082	0.1389
6	31	0	0.025	0
7	8	0.0004	0.0046	0.078
8	9	0.0023	0.0363	0.3804
9	39	0.001	0.025	1.2
10	11	0.0004	0.0043	0.0729
10	13	0.0004	0.0043	0.0729
10	32	0	0.02	0
12	11	0.0016	0.0435	0
12	13	0.0016	0.0435	0
13	14	0.0009	0.0101	0.1723
14	15	0.0018	0.0217	0.366
15	16	0.0009	0.0094	0.171
16	17	0.0007	0.0089	0.1342
16	19	0.0016	0.0195	0.304
16	21	0.0008	0.0135	0.2548
16	24	0.0003	0.0059	0.068
17	18	0.0007	0.0082	0.1319
17	27	0.0013	0.0173	0.3216
19	20	0.0007	0.0138	0
19	33	0.0007	0.0142	0
20	34	0.0009	0.018	0
21	22	0.0008	0.014	0.2565
22	23	0.0006	0.0096	0.1846
22	35	0	0.0143	0
23	24	0.0022	0.035	0.361
23	36	0.0005	0.0272	0
25	26	0.0032	0.0323	0.531
25	37	0.0006	0.0232	0
26	27	0.0014	0.0147	0.2396

26	28	0.0043	0.0474	0.7802
26	29	0.0057	0.0625	1.029
28	29	0.0014	0.0151	0.249
29	38	0.0008	0.0156	0

---