UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE GUAYAQUIL
CARRERA DE CONTABILIDAD Y AUDITORIA

Trabajo de titulación previo a la
obtención del título de Ingeniera
en Contabilidad y Auditoría

ARTÍCULO ACADÉMICO:

PREDICCION DE PRECIOS DE ACCIONES DE EMPRESAS QUE COTIZAN EN LA BOLSA DE VALORES DE GUAYAQUIL USANDO SERIES DE TIEMPO MULTIVARIANTES

AUTORA:

SILVANA PRISCILA MORA RODRIGUEZ

TUTOR:

ING. OSWALDO VICENTE NAVARRETE CARREÑO

GUAYAQUIL - ECUADOR

2021

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Silvana Priscila Mora Rodríguez, con documento de identificación N° 0924738024, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autora del trabajo de titulación: **“PREDICCION DE PRECIOS DE ACCIONES DE EMPRESAS QUE COTIZAN EN LA BOLSA DE VALORES DE GUAYAQUIL USANDO SERIES DE TIEMPO MULTIVARIANTES”** mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniera en Contabilidad y Auditoría, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Guayaquil, febrero de 2021

Silvana Priscila Mora Rodríguez

C.I. 0924738024

CERTIFICACIÓN

Yo, declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: **"PREDICCION DE PRECIOS DE ACCIONES DE EMPRESAS QUE COTIZAN EN LA BOLSA DE VALORES DE GUAYAQUIL USANDO SERIES DE TIEMPO MULTIVARIANTES"** realizado por Silvana Priscila Mora Rodríguez, obteniendo el *Articulo Académico*, que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Guayaquil, febrero de 2021

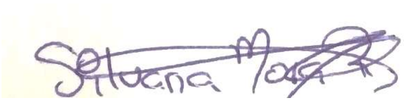
Oswaldo Vicente Navarrete Carreño

C.I. 0924704703

DECLARATORIA DE RESPONSABILIDAD

Yo, Silvana Priscila Mora Rodríguez con documento de identificación N° 0924738024, autora del trabajo de titulación: **“PREDICCION DE PRECIOS DE ACCIONES DE EMPRESAS QUE COTIZAN EN LA BOLSA DE VALORES DE GUAYAQUIL USANDO SERIES DE TIEMPO MULTIVARIANTES”** certifico que el total contenido del *Artículo Académico* es de mi exclusiva responsabilidad y autoría.

Guayaquil, febrero de 2021



Silvana Priscila Mora Rodríguez

C.I. 0924738024

Predicción de precios de acciones de empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Guayaquil usando series de tiempo Multivariantes

Forecasting of share prices of companies listed on the Guayaquil Stock Exchange using Multivariate time series

Resumen

En este artículo se pronostican los precios de acciones de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Guayaquil, utilizando series de tiempo multivariantes. Se trabajó con las 8 empresas que tienen movimiento en todos los meses que corresponden al periodo de enero de 2008 a diciembre de 2018. Los modelos de series de tiempo multivariantes fueron comparados con modelos de series de tiempo univariantes. El ajuste y pronóstico de los datos fue realizado con funciones de paquetes del programa estadístico R. La evaluación del desempeño del pronóstico se realizó con el error cuadrático medio (MSE), el error porcentual absoluto promedio (MAPE) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE). Los resultados de los experimentos demostraron que en un 62.5% de los casos las series de tiempo multivariante tuvieron mejor capacidad de pronóstico que las series de tiempo univariantes.

Códigos JEL: C45, C53, C32

Palabras clave: Series de Tiempo Multivariante. Series de tiempo Univariantes, Bolsa de Valores

Abstract

In this article the company's stock prices are listed in the Guayaquil Stock Exchange using Multivariate Time Series. The models were compared with eight companies' data which had movements all the months in the period from January 2008 to December 2018. The multivariate time series models were compared with univariate time series models. The fitting and forecasting of the data were done with package functions of the statistical software R. The evaluation of the forecast performance was made with the mean square error (MSE), the mean absolute percentage error (MAPE) and the root mean square error (RMSE). The results of the experiments showed that in 62.5% of the cases the multivariate time series had better forecasting capacity than the univariate time series.

JEL Codes: C45, C53, C32

Keywords: Multivariate Time Series, Univariate Time Series, Stock Exchange

Introducción

En todas las industrias es importante la utilización de pronósticos (Shahbaz, Ahmad, Atani y Moghaddam, 2013), estas predicciones o pronósticos se utilizan para tomar decisiones como la compra de maquinaria, la contratación de personal, inversión en una nueva planta de producción, etc. (Vashisth y Chandra, 2010). Para los inversionistas, es trascendental hacer una estimación de los precios futuros de las acciones de las compañías en las que invierten a fin de poder determinar su rentabilidad esperada a mediano y largo plazo (Sujatha y Sundaram, 2010).

Los mercados accionarios son considerados caóticos, complejos, volátiles y dinámicos (Singh y Srivastava, 2017) por lo que los pronósticos pueden resultar complicados (Wen, Yang, Song, y Jia, 2010). La información de los precios de acciones generalmente proviene de series de tiempo. Las variables económicas, como los precios, generalmente dependen de la interacción con otras variables económicas en el tiempo. La naturaleza de esta dependencia entre las observaciones de una serie temporal es de considerable interés práctico. (Iwok y Okpe, 2016)

Un pronóstico exitoso de series de tiempo depende de un ajuste apropiado del modelo. Los investigadores han realizado muchos esfuerzos durante algunos años para desarrollar modelos eficientes para mejorar la precisión de los pronósticos. Como resultado, varios modelos importantes de predicción de series de tiempo se han desarrollado en la literatura (Maxwell y Adeyinka, 2017).

En muchos problemas de pronóstico, se puede dar el caso que existe más de una variable para ser tomada en cuenta. En ciertas ocasiones puede funcionar trabajar con cada variable por separado, sin embargo, en algunas situaciones estas variables pueden estar correlacionadas y esta estructura puede ser tomada en cuenta para obtener mejores predicciones. (Gabriel, 2015) Las series de tiempo con más de una variable dependiente del tiempo reciben el nombre de series de tiempo multivariantes (Tsay, 2014).

Existe abundante literatura sobre predicciones utilizando series de tiempo univariantes, sin embargo, en los últimos años las predicciones de series de tiempo multivariantes han recibido mucha atención con su amplia aplicación en finanzas, transporte, medio ambiente, etc. Dado que las series de tiempo multivariadas contienen subsecuencias múltiples con fuertes fluctuaciones no lineales, también es difícil obtener resultados de predicción satisfactorios por lo que se hacen mejoras a los modelos con técnicas de aprendizaje de máquina (Liu, y otros, 2019).

En du Preez y Witt, 2003 se hace una comparación del uso de series de tiempo univariantes y multivariantes en la demanda de turismo internacional, obteniendo mejores resultados con las series de tiempo univariantes. Por otro lado, en Du y otros, (2019) utilizan series de tiempo univariantes y multivariantes para predecir precios de acciones, ellos obtuvieron mejores resultados con el uso de las series multivariantes.

Las decisiones sobre temas financieros implican riesgo, por lo que el sustento de estas decisiones debe ser técnico y no solamente empírico. En las decisiones financieras, generalmente a los inversionistas les interesa una sola variable. Sin embargo, esta variable de interés puede interactuar con otras variables por lo que es necesario utilizar modelos que tomen en cuenta esta interacción para lograr mejores predicciones.

El objetivo de este artículo de investigación es pronosticar los precios de las acciones de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Guayaquil utilizando series de tiempo multivariantes. Estos pronósticos serán comparados contra los obtenidos usando series de tiempo univariantes. La hipótesis de este trabajo es: Los modelos para series de tiempo multivariante tienen mejor capacidad de pronóstico que los modelos para series univariantes.

Para comparar se utilizarán las medidas de bondad de ajuste propuestas en la literatura, como el MAPE, el RMSE y el MSE.

Series de tiempo univariantes. Modelos AR, MA, ARMA y ARIMA

El modelo ARMA debe sus siglas a AutoRegressive MovingAverage. Un modelo autorregresivo es aquel en el que la variable de interés depende de sus valores pasados, mientras que en un modelo de media móvil la variable de interés depende del valor actual y varios de los pasados de un término estocástico.

Un modelo autorregresivo de orden p, representado por $AR(p)$, viene dado por la ecuación

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + w_t \qquad (1)$$

Donde Y_t es estacionaria, $\phi_1,\ \phi_2, \ldots, \phi_p$ son fijos y constantes y w_t es ruido blanco independiente e idénticamente distribuido con media 0 y varianza σ^2.

Con el operador de retardo B, que se define como $BY_t = Y_{t-1}$ el modelo $AR(p)$ puede ser reescrito de la siguiente forma:

$$\left(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p\right) Y_t = w_t \tag{2}$$

La ecuación (2) se puede reescribir como

$$\phi(B) Y_t = w_t \tag{3}$$

Donde $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \cdots - \phi_p B^p$

Un modelo de media móvil de orden q, $MA(q)$ se representa de la forma

$$Y_t = w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + \cdots + \theta_q w_{t-q} \tag{4}$$

Definiendo $Bw_t = w_{t-1}$ la ecuación (4) se puede reescribir como:

$$Y_t = w_t\left(1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_q B^q\right) \tag{5}$$

Finalmente, la ecuación (5) se puede reducir a

$$Y_t = \theta(B) w_t \tag{6}$$

Donde $\theta(B) = \left(1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2 + \cdots + \theta_q B^q\right)$

Una serie de tiempo Y_t, es un modelo autorregresivo de media móvil de orden p y q. Representado por $ARMA(p,q)$ si es estacionaria y además

$$\begin{aligned} Y_t = {} & \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \cdots + \phi_p Y_{t-p} + w_t + \theta_1 w_{t-1} + \theta_2 w_{t-2} + \cdots \\ & + \theta_q w_{t-q} \end{aligned} \tag{7}$$

Con los resultados de las ecuaciones (3) y (6) la ecuación (7) puede ser reescrita como

$$\phi(B) Y_t = \theta(B) w_t \tag{8}$$

Una serie que se convierte en estacionaria después de una diferenciación se dice integrada de orden 1, representado con $I(1)$. Si ΔY_t se puede describir por un modelo $ARMA(p,q)$, decimos que Y_t se describe con un modelo autorregresivo integrado de media móvil (ARIMA por sus siglas en inglés) de orden *p, 1, q*. Dicho de otra forma Y_t es $ARIMA(p,1,q)$. De manera general un modelo $ARIMA(p,d,q)$ puede ser escrito como:

$$\phi(B)(1-B)^d Y_t = \theta(B) w_t \tag{9}$$

La estacionalidad en una serie de tiempo es un patrón regular de cambios que se repite durante S períodos de tiempo, donde S define el número de períodos de tiempo hasta que el patrón se repite nuevamente. El modelo ARIMA estacional incorpora factores estacionales y no estacionales en un modelo multiplicativo. Una notación abreviada para el modelo es:

$$ARIMA(p,d,q) \times (P,D,Q)_S \tag{10}$$

El modelo ARIMA estacional puede ser escrito como:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^S)(1-B)^d(1-B^S)^D Y_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)w_t \tag{11}$$

Donde:

$\phi_p(B)$ es el operador autorregresivo regular de orden p

$\theta_q(B)$ es el operador de media móvil regular de orden q

$\Phi_P(B^S)$ es el operador autorregresivo estacional de orden P

$\Theta_Q(B^S)$ es el operador de media móvil estacional de orden Q

$(1-B)^d$ representa las diferencias regulares

$(1-B^S)^D$ representa las diferencias estacionales

Series de Tiempo multivariantes

Las series de tiempo multivariantes son una extensión de las series de tiempo univariantes. Las series de tiempo multivariantes se pueden representar como vectores de series de tiempo

$\boldsymbol{Y_t} = (y_{1t}, y_{2t}, \dots, y_{kt})$. En series de tiempo multivariantes los modelos más usados son los modelos vectoriales autorregresivos (VAR), su amplio uso se debe a tres razones principales la primera es la facilidad para estimar el modelo ya sea por mínimos cuadrados, máxima verosimilitud o el método Bayesiano. La segunda razón es que los modelos VAR han sido ampliamente estudiados y finalmente los modelos VAR son similares a la regresión múltiple multivariada. Un modelo VAR describe la evolución dinámica de un número de variables cualquiera a partir de su historia en común.

La serie de tiempo multivariante $\boldsymbol{Y_t}$ sigue un modelo VAR de orden p, $VAR(p)$, si

$$\boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{\phi_0} + \sum_{i=!}^{p} \boldsymbol{\phi_i Y_{t-1}} + \boldsymbol{a_t} \tag{12}$$

Donde $\boldsymbol{\phi_0}$ es un vector de constantes de dimensión k. $\boldsymbol{\phi_i}$ son matrices de dimensión k y además $\boldsymbol{\phi_p} \neq \boldsymbol{0}$, y $\boldsymbol{a_t}$ es una secuencia de vectores independientes e idénticamente distribuidos con media cero y matriz de covarianzas $\boldsymbol{\Sigma_a}$. Como en los modelos unidimensionales se define el operador de retroceso:

$$B\boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{Y_{t-1}} \tag{13}$$

La ecuación (11) puede ser reescrita como:

$$\boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{\phi_0} + \sum_{i=!}^{p} \boldsymbol{\phi_i} B^i \boldsymbol{Y_t} + \boldsymbol{a_t} \tag{14}$$

Convenientemente, la ecuación (12) puede ser reescrita como:

$$\boldsymbol{Y_t} - \sum_{i=!}^{p} \boldsymbol{\phi_i} B^i \boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{\phi_0} + \boldsymbol{a_t} \tag{15}$$

Finalmente se puede definir el modelo de la forma

$$\boldsymbol{\phi}(B)\boldsymbol{Y_t} = \boldsymbol{\phi_0} + \boldsymbol{a_t} \tag{16}$$

Donde $\boldsymbol{\phi}(B) = \boldsymbol{I}_k - \sum_{i=!}^{p} \boldsymbol{\phi_i} B^i$

Cuando se realizan pronósticos es importante escoger el orden del modelo autorregresivo vectorial porque se puede demostrar que la matriz del error cuadrático medio (MSE) aumenta con el orden p. En otras palabras: si el orden de retraso elegido, o el supuesto, es innecesariamente grande, la precisión de pronóstico del modelo $VAR\ (p)$ correspondiente se reducirá. Por lo tanto, es útil tener ciertos procedimientos o criterios para elegir el orden de retardo adecuado p (Dufour y Jouini, 2005).

Se pueden utilizar algunos enfoques para seleccionar p. El primer enfoque puede ser inspeccionar visualmente los correlogramas como en el caso univariante para determinar p. Sin embargo, este método no parece ser útil en el caso multivariado (Lütkepohl, 2005). Una alternativa sería realizar las llamadas pruebas de diagnóstico, lo que significa que se debe elegir un retraso tal que los residuos del proceso superen los diagnósticos. Pero este empíricamente resulta ser el enfoque menos confiable. (Lütkepohl y Saikkonen, 1997).

Otra forma recomendada es ejecutar pruebas estadísticas con la hipótesis de que cierto rezago es igual a cero. Algunos ejemplos para este tipo de pruebas de hipótesis serían los estadísticos de razón de verosimilitud o aproximaciones de este, como el estadístico Wald F o el estadístico LM. La última y quizás la forma más elaborada de hacer frente al problema de elegir el orden de retraso correcto es utilizar criterios de información. El principio subyacente común de estos es que cada uno de ellos minimiza el MSE. Los predictores que minimizan el MSE son predictores óptimos en caso de que la pérdida de los pronosticadores pueda ser aproximado por cuadrados (Ivanov y Kilian, 2005).

Existen cuatro criterios de información más usados que son AIC (criterio de información de Akaike), BIC (criterio de información Bayesiano) que es el criterio más usado, HQ (criterio de información de Hannan-Quinn) y FPE (criterio del error de la predicción final) en Lütkepohl, (2005) y en Hyndman y Athanasopoulos, (2018) se describen en detalle la forma del cálculo de estos criterios de información.

Medición de la precisión del pronóstico

El error de pronóstico se define como la diferencia entre el valor observado y el valor pronosticado. La precisión del pronóstico se la puede medir resumiendo los errores de pronóstico de diferentes formas. En este trabajo se utilizarán las siguientes medidas de desempeño:

Error absoluto medio definido como

$$MAE = \frac{1}{n}\sum_{I=1}^{n}\left|Y_i - \widehat{Y_\iota}\right| \tag{17}$$

Donde

- n representa el número de observaciones
- Y_i representa la observación real
- $\widehat{Y_\iota}$ representa el valor pronosticado de la observación

Error cuadrático medio: se define como

$$MSE = \frac{1}{n}\sum_{I=1}^{n}\left(Y_i - \widehat{Y_\iota}\right)^2 \tag{18}$$

Donde

- n representa el número de observaciones
- Y_i representa la observación real
- $\widehat{Y_\iota}$ representa el valor pronosticado de la observación

Error porcentual absoluto medio:

$$MAPE = \frac{100}{n}\sum_{I=1}^{n}\left|\frac{Y_i - \widehat{Y_\iota}}{Y_i}\right| \tag{19}$$

Donde:

- n representa el número de observaciones
- Y_i representa la observación real
- $\widehat{Y_\iota}$ representa el valor pronosticado de la observación

Raíz del error cuadrático medio:

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{I=1}^{n}\left(Y_i - \widehat{Y}_i\right)^2} \qquad (20)$$

Donde

- n representa el número de observaciones
- Y_i representa la observación real
- $\widehat{Y}_i$ representa el valor pronosticado de la observación

Las medidas basadas en errores porcentuales tienen la desventaja de ser infinitas o indefinidas si $y_t = 0$ para cualquier t en el período de interés, y tener valores extremos si algún y_t es cercano a cero. Otro problema con los errores porcentuales que a menudo se pasa por alto es que asumen que la unidad de medida tiene un cero significativo (Hyndman & Koehler, 2006). Los errores de pronóstico son de la misma escala que los datos, por lo tanto, las medidas que se basan solo en los errores de pronóstico son dependientes de la escala, el MAE, el MSE y el RMSE son un ejemplo. Un método de pronóstico que minimiza el MAE lleva a pronósticos de la mediana, mientras que los métodos de pronósticos que minimizan el MSE o el RMSE llevan a pronósticos de la media. Por esta razón el RMSE es ampliamente usado, sin importar la dificultad de su interpretación (Hyndman y Athanasopoulos, 2018).

Metodología

En este trabajo fueron implementados modelos de series de tiempo univariantes y de series de tiempo multivariantes para pronosticar los precios de las acciones de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Guayaquil (BVG), el enfoque de la investigación es cuantitativo con un alcance explicativo.

Para este trabajo se tomaron en cuenta las 8 empresas que tienen más movimiento en la Bolsa de Valores de Guayaquil, estas empresas además se encuentran en el ranking de las 500 mejores empresas de Ecuador. En total se tomaron 132 observaciones que corresponden a los valores promedio mensuales desde enero de 2008 a diciembre de 2018. Se trabajó con las 120 observaciones desde enero de 2008 a diciembre de 2017 para construir los modelos y se pronosticó los precios de las acciones para el año 2018 por lo que el conjunto de las últimas 12 observaciones fue usado para evaluar los pronósticos obtenidos.

Los modelos de series de tiempo univariantes fueron estimados con la función ***auto.arima*** del paquete ***forecast*** y los modelos de series de tiempo multivariante se estimaron con la función ***VAR*** del paquete ***MTS***.

Resultados

Tabla 1
Orden de los Modelos de Series de Tiempo Univariantes

Empresa	Modelo Ajustado
Empresa 1	$ARIMA(0,1,2)$
Empresa 2	$ARIMA(1,1,1)$
Empresa 3	$ARIMA(0,1,1)$
Empresa 4	$ARIMA(0,2,1)$
Empresa 5	$ARIMA(0,1,0)(2,0,0)_{12}$
Empresa 6	$ARIMA(0,1,0)$
Empresa 7	$ARIMA(0,1,1)$
Empresa 8	$ARIMA(0,1,0)$

Fuente
Elaboración propia

En la tabla 1 se muestran los modelos de series de tiempo univariantes que fue ajustado para cada empresa. En el caso de la serie de tiempo multivariante el ajuste se realizó con un modelo $VAR(1)$.

Tabla 2
Medidas de Bondad de Ajuste de los modelos estimados para cada empresa

Modelo	Media	Emp. 1	Emp. 2	Emp. 3	Emp. 4	Emp. 5	Emp. 6	Emp. 7	Emp. 8
Univariante	MSE	0,007	0,195	4668,400	197,949	0,242	6,827	0,000	0,002
	MAPE	9,118	52,572	77,472	14,535	17,898	3,733	0,432	2,105
	RMSE	0,083	0,442	68,326	14,069	0,492	2,613	0,014	0,043
Multivariante	MSE	0,006	0,111	4655,043	9,698	0,918	2,218	0,001	0,006
	MAPE	8,008	37,416	75,498	3,172	37,522	2,024	1,563	6,567
	RMSE	0,078	0,333	68,228	3,114	0,958	1,489	0,024	0,074

Fuente
Elaboración propia

En la tabla 2 se muestran las medidas de bondad de ajuste de los modelos estimados para cada empresa.

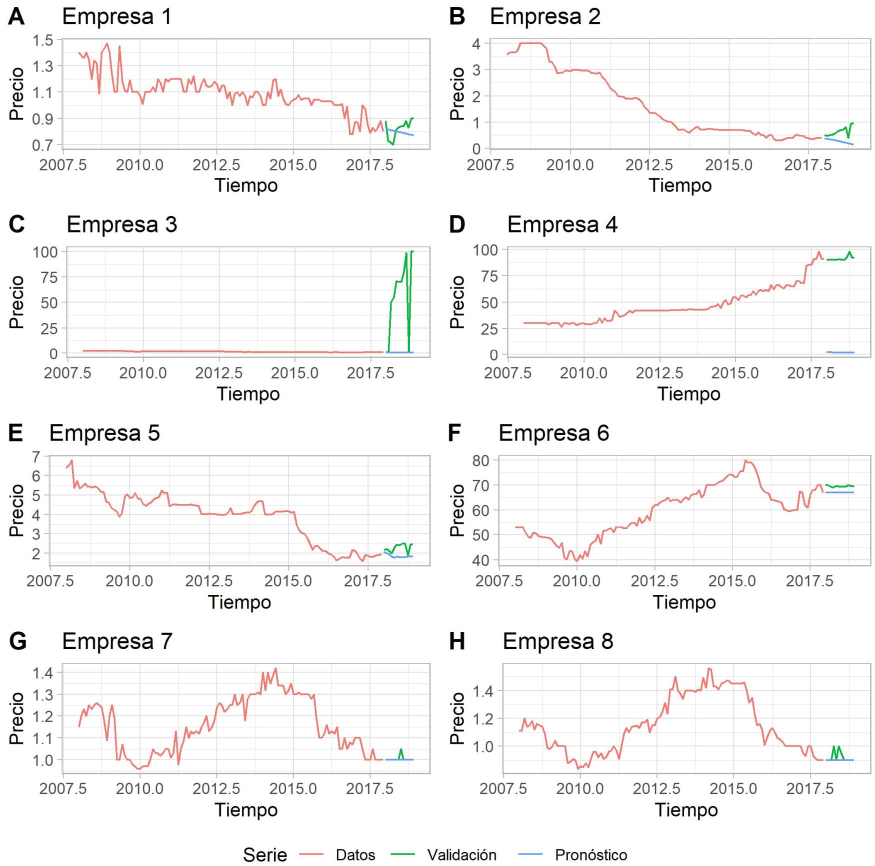


Figura 1. Series de todas las empresas con los modelos de series de tiempo univariantes
Fuente: Elaboración Propia

En la figura 1 se muestran las series de todas las empresas con los modelos de series de tiempo univariantes junto con los datos de pronóstico y validación

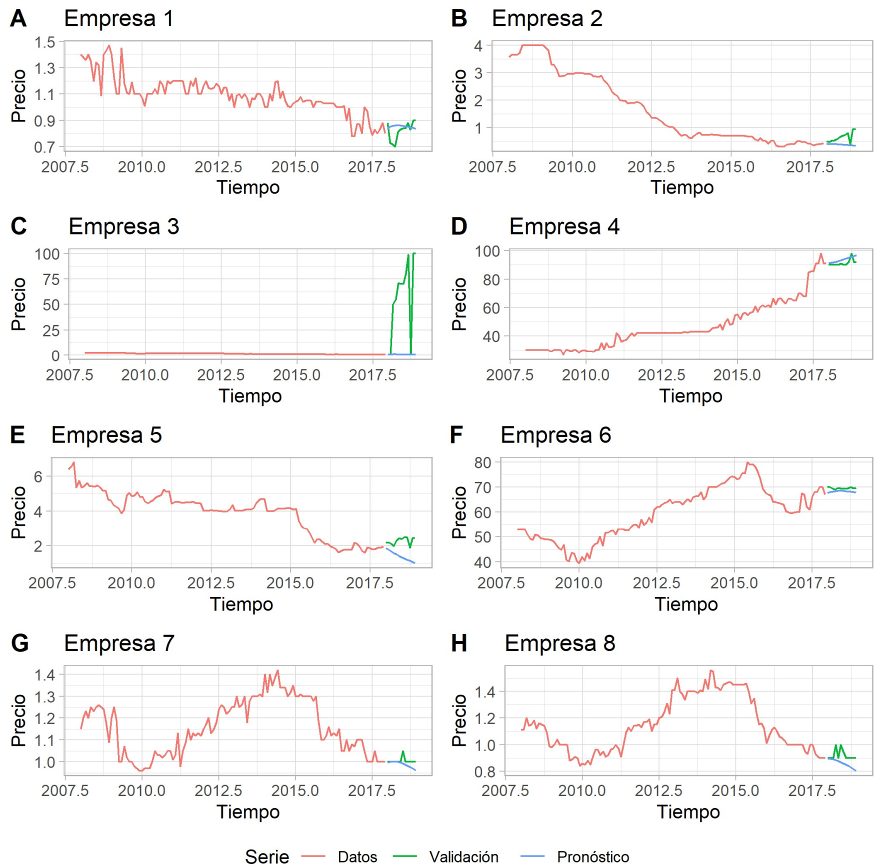


Figura 2. Series de todas las empresas con los modelos de series de tiempo multivariantes
Fuente: Elaboración Propia

En la figura 2 se muestran las series de todas las empresas con los modelos de series de tiempo multivariantes junto con los datos de pronóstico y validación

Discusión y futuras líneas de investigación

Se estimaron los modelos de series de tiempo univariantes y multivariantes, para poder comprobar la precisión de los pronósticos en cada caso. La hipótesis de este trabajo es que los modelos para series de tiempo multivariante tienen mejor capacidad de pronóstico que los modelos para series univariantes.

En el caso de los modelos univariantes se escogió el mejor modelo ARIMA para los datos utilizando la función ***auto.arima*** del paquete ***forecast*** de R. Esta función usa una variación del algoritmo Hyndman – Khandakar (Hyndman y Khandakar, 2008) que combina pruebas de raíz unitaria, minimización del AICc y MLE para obtener un modelo ARIMA.

Para escoger el orden del modelo $VAR(p)$ se utilizó la función ***VARorder*** del paquete MTS, esta función usa los datos desde $t = P + 1$ a T para evaluar las funciones de verosimilitud donde P es el máximo orden del modelo autorregresivo.

Para las empresas 1, 2, 3, y 6 los valores del MSE, MAPE y RMSE para las series de tiempo multivariantes son ligeramente menores que para las series de tiempo univariantes. Para la empresa 4 los tres valores son significativamente menores para las series de tiempo multivariantes con respecto a las series de tiempo univariantes. Es decir que para estas 5 empresas los modelos de series de tiempo multivariantes tuvieron mejor capacidad de pronóstico que las series de tiempo univariantes.

Para las empresas 5, 7 y 8 los modelos de series de tiempo univariantes tuvieron mejor capacidad de pronóstico que las series de tiempo multivariantes. En el caso de la empresa 5 se debe destacar que el modelo de series de tiempo univariante usado fue un modelo estacional

Aunque el RMSE es el criterio ampliamente usado para la evaluación del desempeño de los pronósticos en este caso las otras dos medidas nos llevan a las mimas conclusiones.

En este artículo para estimar los modelos han sido métodos de estimación tradicionales, sin embargo, los modelos de series de tiempo multivariantes pueden ser mejorados usando técnicas de aprendizaje de máquina como en el artículo de Kanchymalay y otros, 2017 en el que se predice el precio del aciete de palma utilizando series de tiempo multivariantes con técnicas de aprendizaje de máquina.

Adicionalmente, los modelos de series de tiempo multivariantes fueron ajustados con modelos $VAR(p)$. Sin embargo, el modelo multivariante pueda ser ajustado con modelos $VARMA(p, q)$ como en el trabajo de He, Yuan y Liu, 2018 en el que se predicen la calidad de los servicios web utilizando series de tiempo multivariantes.

Para futuras investigaciones se recomienda probar con modelos VARMA o con técnicas de aprendizaje de máquina para mejorar los pronósticos de los precios de las acciones de las empresas que cotizan en la Bolsa de Valores de Guayaquil.

Referencias

du Preez, J., Witt, S. (2003). U nivariate versus multivariate time series forecasting: an application to international tourism demand. *International Journal of Forecasting*, 435 - 451.

Du, J., Liu, Q., Chen, K., Wang, J. (2019). Forecasting stock prices in two ways based on LSTM neural network. *3rd Information Technology,Networking,Electronic and Automation Control Conference*, 1083 -1086.

Dufour, J.-M., Jouini, T. (2005). Finite-Sample Simulation-Based Inference in VAR Models with Applications to Order Selection and Causality Testing. *Center for Interuniversity Research in Quantitative Economics*(16), 1 - 32.

Gabriel, P. K. (2015). On the application of multivariate times series models. *Journal of Physical Science and Technology, 8*(10), 51 - 62.

He, P., Yuan, Y., Liu, G. (2018). Web Services Quality Prediction based on Multivariate Time Series Analysis. *IEEE 9th International Conference on Software Engineering and Service Science*, 881-884. doi:doi: 10.1109/ICSESS.2018.8663771.

Hyndman, R. J., Khandakar, Y. (2008). Automatic time series forecasting: The forecast package for R. *ournal of Statistical Software, 27*(1), 1 - 22. doi:https://doi.org/10.18637/jss.v027.i03

Hyndman, R. J., Koehler, A. B. (2006). Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting, 22*, 679–688.

Hyndman, R., Athanasopoulos, G. (2018). *Forecasting: principles and practice* (Segunda ed.). Melbourne: O Texts. Obtenido de https://otexts.com/fpp2/

Ivanov, V., Kilian, L. (2005). A Practitioner's Guide to Lag Order Selection For VAR Impulse Response Analysis. *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics, 9*(1).

Iwok, I., Okpe, S. (2016). A Comparative Study between Univariate and Multivariate Linear Stationary Time Series Models. *American Journal of Mathematics and Statistics, 6*(5), 203 - 212.

Kanchymalay, K., Salim, N., Sukprasert, A., Krishnan, R. (2017). Multivariate Time Series Forecasting of Crude Palm Oil Price Using Machine Learning Techniques. *IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*. doi:10.1088/1757-899X/226/1/012117

Liu, F., Cai, M., Wang, L., Lu, Y. (2019). An Ensemble Model Based on Adaptive Noise Reducer and Over-Fitting Prevention LSTM for Multivariate Time Series Forecasting. *IEEE Access, 7*, 26102-26115.

Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis.* Berlin: Springer.

Lütkepohl, H., Saikkonen, P. (1997). Order selection in testing for the cointegrating rank of a VAR process. *Quantification and Simulation of Economic Processes*, 1 - 36.

Maxwell, I., Adeyinka, O. (2017). A Comparison of Univariate and Multivariate Time Series Approaches to Modeling Currency Exchange Rate. *British Journal of Mathematics & Computer Science*, 1 - 17.

Shahbaz, P., Ahmad, B., Atani, E., Moghaddam, J. (2013). Stock Market Forecasting Using Artificial Neural Networks. *European Online Journal of Natural and Social Sciences*, 2404 - 2411. Obtenido de http://european-science.com/eojnss/article/view/1368/pdf

Singh, R., Srivastava, S. (2017). Stock prediction using deep learning. *Multimedia Tools and Applications, 76*(18), 18569–18584.

Sujatha, K. V., Sundaram, S. M. (2010). Stock index prediction using regression and neural network models under non normal conditions. *INTERACT*, 59 - 63. doi:doi:10.1109/INTERACT.2010.5706195

Tsay, R. (2014). *Multivariate time series analysis: with R and financial applications.* Chicago, Illinois: John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey.

Vashisth, R., Chandra, A. (2010). Predicting stock returns in Nifty index: An application of artificial neural network. *International Research Journal of Finance and Economics, 49*, 15 - 24.

Wen, Q., Yang, Z. S., Jia, P. (2010). Automatic stock decision support system based on box theory and SVM algorithmm. *Expert Systems with Applications, 37*, 1015 - 1022.