

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO**

**CARRERA:  
INGENIERÍA CIVIL**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de Ingeniero Civil**

**TEMA:  
“CORRELACIÓN ENTRE EL ÁNGULO DE FRICCIÓN Y LA  
RELACIÓN DE VACÍOS EN ARENAS UTILIZANDO EL ENSAYO DE  
CORTE DIRECTO”.**

**AUTORES:  
LENIN FERNANDO TENESACA ILLESCAS  
DANIEL FERNANDO CAIZA FLORES**

**DOCENTE TUTOR:  
JOSÉ DOMINGO ALVIAR MALABET**

**Quito, Agosto del 2019**

## CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Nosotros, Lenin Fernando Tenesaca Illescas con documento de identificación N°1718379207, y Daniel Fernando Caiza Flores con documento de identificación N°1720852902, manifestamos nuestra voluntad y cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del trabajo de titulación intitulado: **CORRELACIÓN ENTRE EL ÁNGULO DE FRICCIÓN Y LA RELACIÓN DE VACÍOS EN ARENAS UTILIZANDO EL ENSAYO DE CORTE DIRECTO**, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingenieros Civiles, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en nuestra condición de autores nos reservamos los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribimos este documento en el momento que hacemos entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

.....  
Nombre: Lenin Fernando Tenesaca Illescas  
Cédula: 1718379207

.....  
Nombre: Daniel Fernando Caiza Flores  
Cédula: 1720852902

Fecha: Quito, Agosto del 2019

## **DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR/A**

Yo, José Domingo Alviar Malabet declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el Artículo académico: **CORRELACIÓN ENTRE EL ÁNGULO DE FRICCIÓN Y LA RELACIÓN DE VACÍOS EN ARENAS UTILIZANDO EL ENSAYO DE CORTE DIRECTO**, realizado por Lenin Fernando Tenesaca Illescas y Daniel Fernando Caiza Flores, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana, para ser considerado como trabajo final de titulación.

Quito, Julio del 2019

  
José Domingo Alviar Malabet (PhD)

C.I: 1757837602

# Correlación entre el ángulo de fricción y la relación de vacíos en arenas utilizando el ensayo de corte directo

## Correlation between the friction angle and the void ratio in sands using the direct shear test

*Lenin Fernando Tenesaca Illescas, Daniel Fernando Caiza Flores, Ing. José Domingo Alviar Malavet*

Universidad Politécnica Salesiana  
Ingeniería Civil

Quito Ecuador

*ltenesacai@est.ups.edu.ec*  
*dcaizaf@est.ups.edu.ec*  
*alviar@ups.edu.ec*

**Resumen-** La presente investigación tiene como fin establecer la correlación entre el ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) y la relación de vacíos ( $e$ ) en arenas. Los datos fueron obtenidos en el ensayo de corte directo, realizado en suelos de origen arenoso correspondientes a la provincia de Pichincha entre el sector de Pomasqui hasta San Antonio para cinco grupos de distintos suelos granulares, aplicando la norma ASTM D2487.

Para realizar la correlación, previamente se determinaron otras propiedades de los suelos como son: índice de plasticidad (IP), límite plástico (LP), límite líquido (LL), humedad ( $\omega$ ), gravedad específica de las partículas sólidas ( $G_s$ ), peso específico seco ( $\gamma_d$ ) y (D50).

Las muestras obtenidas en campo son alteradas y fueron caracterizadas siguiendo las prescripciones normativas ASTM correspondientes.

Por último, se realizó dos análisis, en el primero la correlación matemática entre el ángulo de fricción ( $\phi$ ) con la relación de vacíos ( $e$ ), y en el segundo se logró mejorar la correlación mediante la incorporación del tamaño medio de las partículas (D50).

Dicha correlación se comprobó utilizando muestras imperturbadas y sometidas a ensayos de corte directo. Se determinó el ángulo de fricción con la correlación propuesta y se comparó con el ángulo de fricción, medido en el ensayo de corte directo.

**Palabras Clave-** suelos granulares, arenas, gravedad específica de las partículas sólidas, relación de vacíos, peso específico seco, ángulo de fricción.

**Abstract-** The purpose of this research is to establish the correlation between the angle of internal friction ( $\phi$ ) and the void ratio ( $e$ ) in sands. The data was obtained in the direct shear test, carried out on soils of sandy origin corresponding to the province of Pichincha between the sector of Pomasqui to San Antonio for five groups of different granular soils, applying the ASTM D2487 standard.

The perform the correlation, other soils properties were previously determined such as: plasticity indexes (IP), plastic limit (LP), liquid limit (LL), water content ( $\omega$ ), specific gravity of solid particles ( $G_s$ ), dry specific gravity ( $\gamma_d$ ) and (D50).

The samples obtained in the field are altered and were characterized according to the corresponding ASTM regulations requirements.

Finally, two analyzes were performed, in the first one the mathematical correlation between the friction angle ( $\phi$ ) and the relationship of voids ( $e$ ), and in the second one the correlation was improved by incorporating the average particle size (D50).

This correlation was validated using undisturbed samples and subjected to direct cut tests, the friction angle. Was determined with the proposed correlation and compared with the friction angle, measured in the direct cut test.

**Key Words-** granular soils, sands, specific gravity of solid particles, void ratio, dry specific weight, friction angle.

## I. INTRODUCCIÓN

Uno de los parámetros de gran importancia en la Mecánica de Suelos es el ángulo de fricción interna. La importancia radica en que conociendo el mismo y conjuntamente con la cohesión, se puede calcular la capacidad portante del suelo para diseñar las cimentaciones tanto superficiales como profundas, se puede hacer el análisis de estabilidad de taludes, estudiar problemas de licuación de suelos, el diseño de muros de contención, entre otros.

El Presente artículo tiene como fin establecer correlaciones empíricas entre el ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) y la relación de vacíos ( $e$ ) para cinco grupos de distintos suelos granulares que son: arena limos (SM), limo no plástico (ML), arena bien gradada con limo (SW-SM), arena arcillosa limosa (SC-SM), arena pobremente gradada con limo (SP-SM), utilizando la norma ASTM D2487-17.

Los datos de la investigación que son el ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) y la relación de vacíos ( $e$ ), se obtuvieron del ensayo de corte directo realizado en suelos de origen arenoso correspondientes a la provincia de Pichincha entre el sector de Pomasqui hasta San Antonio de Pichincha.

Este ensayo consiste en inducir una falla en una muestra de suelo, a través de la imposición de dos esfuerzos. El primero de ellos es un esfuerzo normal, que se da mediante la aplicación de una carga vertical, y que está direccionado a inducir las condiciones de carga a las que está sometido el suelo en su entorno natural. Otro es el esfuerzo cortante, que se da mediante la aplicación de una carga horizontal. De los valores de esfuerzos obtenidos, se determinan los valores de cohesión y ángulo de fricción [1].

Con los datos encontrados se procedió a elaborar gráficas de correlación entre el ángulo de fricción y la relación de vacíos.

## II. ANTECEDENTES

Se han propuesto varias fórmulas empíricas a través de ensayos de laboratorio en los cuales se relaciona  $\phi = f(e)$ . Cabe citar la de Giraudet [2], quien ha propuesto la siguiente ecuación:

$$\phi = 0,25 + 0,3/e \quad (1)$$

En 1969 Caquot A. y Kérisel J [3], propusieron la fórmula:

$$\text{tg}\phi = K/e \quad (2)$$

En la ecuación (2) el valor de K depende de la forma de los granos, de la rugosidad y de la uniformidad de la granulometría. Estos autores indicaron que K varía entre 0,40 - 0,60 y establecen que un valor de 0,55 se ajusta bastante bien en arenas de grano rugoso uniforme.

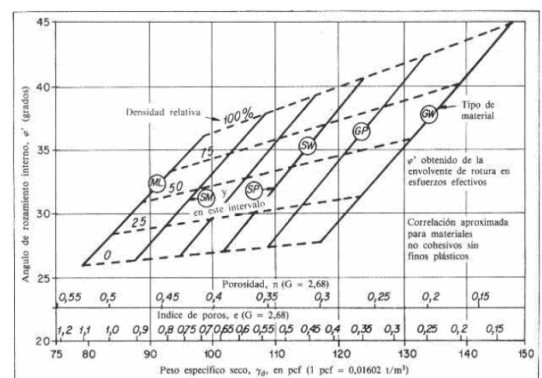
La influencia de la compacidad sobre el ángulo de fricción interna en una arena origina incertidumbre sobre el interés en los ensayos de corte en el laboratorio, debido a que es muy difícil tomar arenas in situ sin alterar su compacidad y es, además, igualmente difícil reproducir la compacidad exacta de una capa relativamente profunda.

Los valores de ( $\phi$ ) en las arenas secas pueden variar entre 29° y 48°, comprobándose que los más habituales están comprendidos entre 30° y 40° de acuerdo con la referencia [2].

**TABLA I**  
TABLA DE VALORES ( $\phi$ )=F(E) (SEGÚN CAQUOT A. Y KÉRISEL J, 1969)

e.....	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5
$\phi$ .....	29°	32°	35°	38°	43°	48°

Otra correlación de utilidad dada por la NAVFAC, 1971 a partir de la densidad seca de la clasificación de suelos granulares, utilizando el Sistema Único de Clasificación, y la densidad relativa, permite estimar el ángulo de fricción del suelo como se observa en la figura 1. Según este estudio, si el material no posee finos plásticos, el ángulo de fricción interna puede variar entre 26° y 45° [3].



**Fig. 1.** Relación entre el ángulo de fricción y el peso unitario seco para suelos granulares. Según (NAVFAC, 1971).

Sin embargo, son correlaciones establecidas en otros países y no se sabe que tan aplicables son a los suelos ecuatorianos porque no se ha realizado una comparación con ese método en el país. En ese sentido se plantea establecer una correlación entre el ángulo de fricción de los suelos granulares, su relación de vacíos y el D50 o el tamaño medio de las partículas, para algunos suelos granulares de la parte norte de Quito.

## III. MATERIALES Y MÉTODOS

La presente investigación se llevó a cabo en la provincia de Pichincha entre el sector de Pomasqui hasta San Antonio, donde se obtuvieron muestras como se indica en la figura 2 y 3.

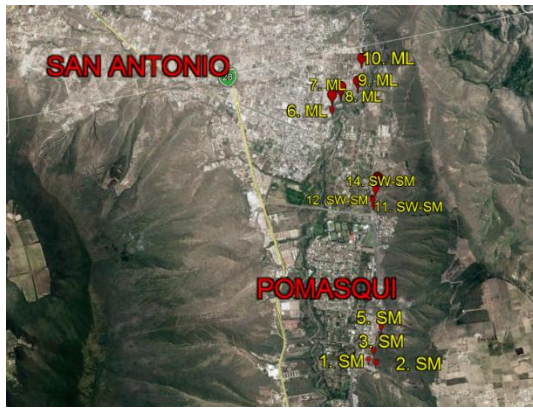


Fig. 2. Ubicación de las muestras en Pomasqui.

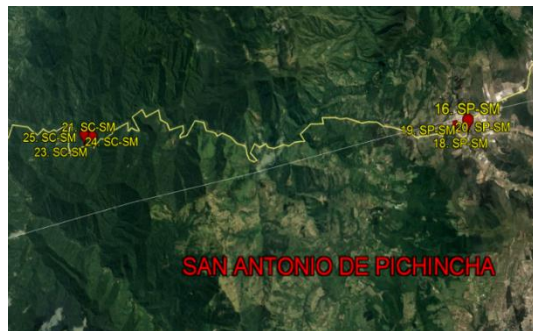


Fig. 3. Ubicación de las muestras en Pomasqui.

Las coordenadas de los sitios donde se obtuvieron las muestras están georeferenciadas en el sistema UTM WGS-84 y se detallan a continuación:

**TABLA II**  
**TABLA DE COORDENADAS DE LOS PUNTOS DE EXTRACCIÓN DE LAS MUESTRAS**

MUESTRA		UTM WGS 84	
		SUR	OESTE
1	SM	9995157.18	784604.07
2	SM	9995096.54	784702.15
3	SM	9995277.00	784709.00
4	SM	9995466.00	784873.25
5	ML	9999039.30	784916.01
6	ML	9999172.65	784949.86
7	ML	9999238.00	785104.00
8	ML	9999300.16	785392.86
9	SW-SM	9997463.00	785213.00
10	SW-SM	9997535.00	785218.00
11	SW-SM	9997600.82	785226.91
12	SW-SM	9997662.07	785294.17
13	SP-SM	9999308.22	776764.45
14	SP-SM	9999266.10	776584.75
15	SP-SM	9999367.15	776463.83
16	SP-SM	9999458.42	776410.77
17	SC-SM	2539.72	761944.29
18	SC-SM	2660.73	761871.48
19	SC-SM	2740.53	761725.68
20	SC-SM	2749.95	761641.89

### A. Materiales-Muestreo

Las muestras fueron obtenidas a una profundidad de 1,50m excavadas a cielo abierto de acuerdo a lo establecido en la norma ASTM D4700.

### B. Metodología

1) **Ensayo de Caracterización:** cuando se obtuvo quince muestras de suelos, se procedió a llevar al laboratorio para realizar los respectivos ensayos de límites de Atterberg (límite líquido, límite plástico), contenido de humedad y gravedad específica, de acuerdo con las normas ASTM detalladas a continuación:

**TABLA III**  
**ENSAYOS / NORMAS**

Descripción	Norma
Excavación a cielo abierto	ASTM D 4700
Toma de muestra en campo	ASTM D 4700
Contenido de humedad en suelo	ASTM D 2216
Límite Líquido	ASTM D 4318
Límite Plástico	ASTM D 4318
Gravedad Específica	ASTM D 854
Ensayo Granulométrico	ASTM D 422
Ensayo de corte	ASTM D 3080

La relación de vacíos ( $e$ ) se calculó utilizando la expresión  $e = \frac{\gamma_s}{\gamma_d} - 1$  [5], una vez obtenido el peso específico de las partículas solidas ( $\gamma_s$ ) y el peso unitario seco del suelo in situ ( $\gamma_d$ ).

2) **Ensayo de Corte Directo:** En el ensayo de corte directo se aplica una carga sobre el suelo, que inducen a la falla a través de un plano horizontal predeterminado. Sobre este plano actúan dos esfuerzos, un esfuerzo normal debido a una carga vertical ( $P_v$ ) y un esfuerzo cortante debido a la aplicación de una carga horizontal ( $P_h$ ).

$$\sigma_v = \frac{P_v}{A} \quad (3)$$

$$\tau = \frac{P_h}{A} \quad (4)$$

Donde A es el área nominal de la muestra (o de la caja de corte); se corrige la misma para tener en cuenta el cambio de área causada por el desplazamiento lateral de la muestra. Estos esfuerzos satisfacen la ecuación de Coulomb.

$$\tau = \sigma_N * \tan\phi + C \quad (5)$$

En el presente ensayo de corte, cada muestra se encuentra en estado seco, sin presencia de agua, reconstituida y colocada en la caja de corte a fin de ser ensayada con tres densidades distintas: en estado suelto, medianamente denso y en estado denso, para cargas normales correspondientes: 100KPa, 200KPa y 400KPa, obteniéndose el ángulo de fricción efectivo respectivo.

3) **Resultados obtenidos:** Los resultados de los ensayos obtenidos en laboratorio fueron clasificados y analizados. Estos se detallan en las tablas A1 hasta A5 que se muestran en los anexos.

De la totalidad de muestras analizadas entre los sectores de Pomasqui hasta San Antonio de Pichincha se obtuvo la distribución porcentual por tipo de suelo que se detalla a continuación: el 20% es (SM), el 20% es (ML), el 20% es (SW-SM), 20% (SP-SM) y el 20% es (SC-SM). Se puede evidenciar de acuerdo al Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS) que en el sector predomina el material arenoso.

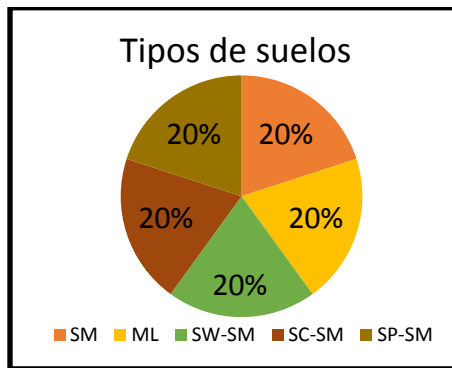


Fig. 4. Distribución porcentual por tipo de suelos.

#### IV. ANALISIS DE RESULTADOS

El ángulo de fricción y la relación de vacíos son los parámetros importantes del suelo granular, para evaluar la resistencia al corte y la compresibilidad. Los datos obtenidos de esta investigación permiten establecer una relación entre estos dos parámetros, utilizando líneas de ajuste por el método de los mínimos cuadrados.

Para el grupo de suelos SM, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,852$  con la siguiente ecuación:

$$\phi = -14.158 * e + 45.829 \quad (6)$$

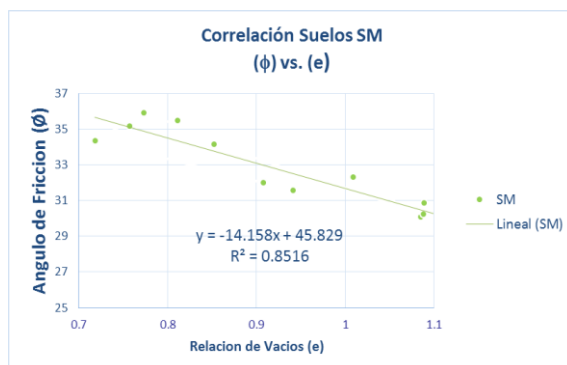


Fig. 5. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ) para SM

Para el grupo de suelos ML, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,701$  con la siguiente ecuación:

$$\phi = -14.709 * e + 46.793 \quad (7)$$

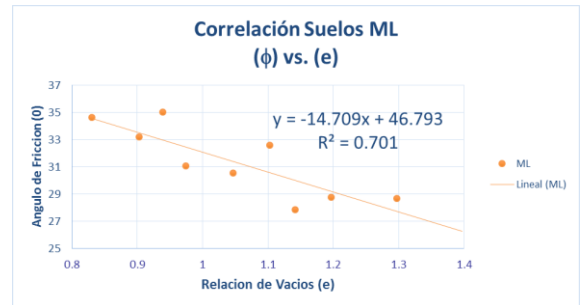


Fig. 6. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ) para ML

Para el grupo de suelos SW-SM, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,80$  con la siguiente ecuación:

$$\phi = -27.001 * e + 64.0172 \quad (8)$$

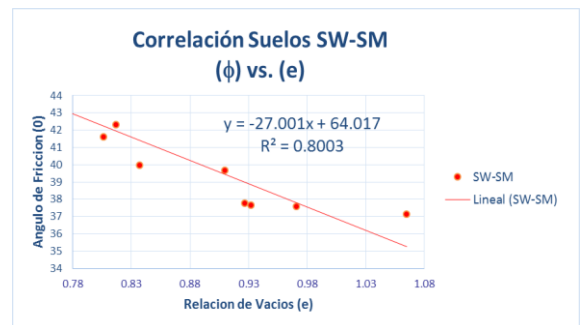


Fig. 7. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ) para SW-SM

Para el grupo de suelos SP-SM, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,78$  con la siguiente ecuación:

$$\phi = -19.514 * e + 54.157 \quad (9)$$

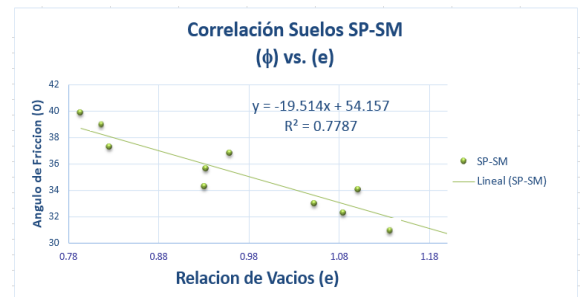


Fig. 8. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ) para SP-SM

Tenasaca - Caiza / Correlación entre el Angulo de Fricción y la relación de vacíos en arenas utilizando el ensayo de corte Directo

Para el grupo de suelos SC-SM, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,85$  con la siguiente ecuación:

$$\phi = -38.832 * e + 66.293 \quad (10)$$

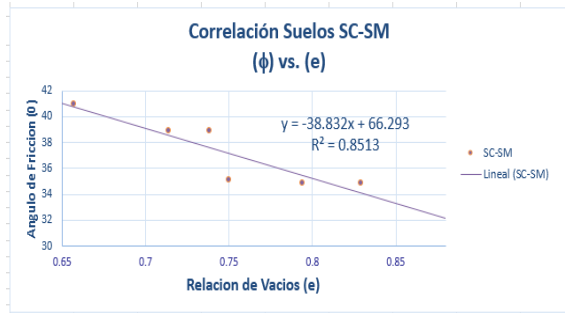


Fig. 9. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ) para SC-SM

En la figura 10 se muestran las líneas de ajuste y los puntos medidos en todas las muestras estudiadas.

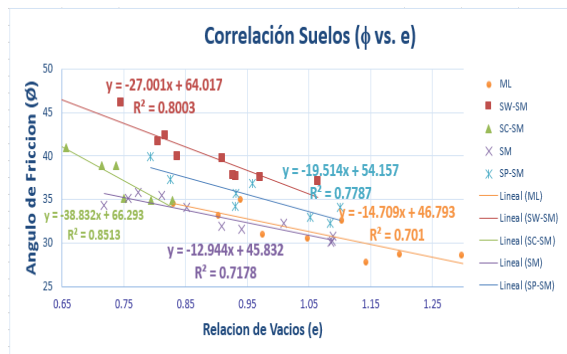


Fig. 10. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ) para todos los grupos de suelos

De la figura 10 se destaca que, las arenas limpias con poco contenido de finos se encuentran en la parte superior de la gráfica y tienen un alto ángulo de fricción, y suelos con alto contenido de fino se ubican en la parte inferior de la gráfica y tienen un menor ángulo de fricción.

De acuerdo a las referencia [4] consultada se considera los siguientes valores de coeficientes de correlación:

TABLA IV  
SIGNIFICADO DE LAS CORRELACIONES

$R^2$ valor	Significado
1	Perfecta
0,9 - 1,0	Excelente
0,8 - 0,9	Buena
0,5 - 0,8	Regular
< 0,5	Mala

Una vez analizadas las anteriores correlaciones, en algunos grupos de suelos el coeficiente de correlación resultó regular (inferior a 0.8). Por tal motivo se procedió a realizar una nueva correlación entre el ángulo de fricción ( $\phi$ ), relación de vacíos ( $e$ ) y el tamaño medio de las partículas  $D_{50}$  (mm), para cada grupo de suelos utilizando el programa STATGRAPHICS. Con lo cual se obtuvo los siguientes resultados.

Para el grupo de suelos SM, se determinó un coeficiente de correlación  $R^2=0,928$  con la siguiente ecuación:

$$\phi = 48.3425 - 0.969781 * D_{50} - 15.3565 * e \quad (11)$$

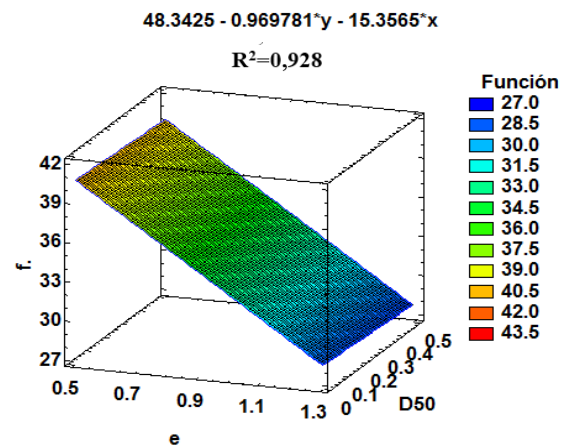


Fig. 11. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D_{50}$ ) para SM

Para el grupo de suelos ML, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,77$  y dio como ecuación:

$$\phi = 39.4877 - 14.839 * e + 113.431 * D_{50} \quad (12)$$

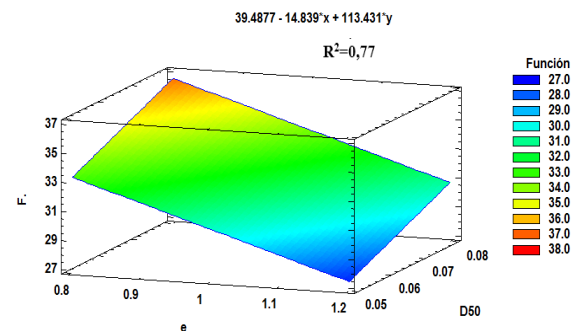


Fig. 12. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D_{50}$ ) para ML



*Tenesaca - Caiza / Correlación entre el Ángulo de Fricción y la relación de vacíos en arenas utilizando el ensayo de corte Directo*

Para el grupo de suelos SW-SM, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,866$  y dio como ecuación:

$$\phi = 65.5211 - 25.7138 * e - 3.38821 * D50 \quad (13)$$

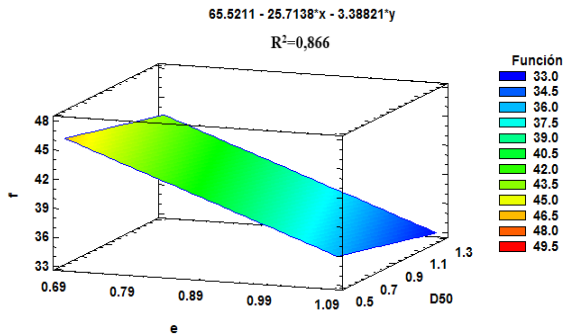


Fig. 13. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D50$ ) para SW-SM

Para el grupo de suelos SP-SM, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,816$  con la siguiente ecuación:

$$\phi = 49.1386 - 19.6971 * e + 6.77754 * D50 \quad (14)$$

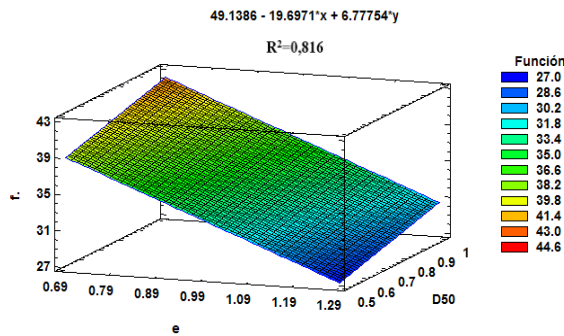


Fig. 14. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D50$ ) para SP-SM

Para el grupo de suelos SC-SM, se obtuvo un coeficiente de correlación  $R^2=0,791$  con la siguiente ecuación:

$$\phi = 48.5295 - 28.092 * e + 9.56877 * D50 \quad (15)$$

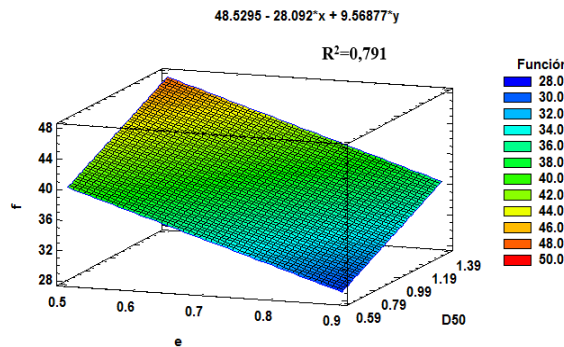


Fig. 15. Correlación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D50$ ) para SC-SM

**A. Comparación entre el ángulo de fricción obtenido del ensayo de corte ( $\phi$ ) con ángulo de fricción calculado ( $\phi$  cal) de las correlaciones ( $\phi$  Vs.  $e$ ,  $D50$ ).**

Como se puede observar en las figuras 16 hasta la 20, se realizó una comparación entre ángulo de fricción medido del ensayo de corte y el obtenido mediante uso de las correlaciones calculada a partir de la relación de vacíos ( $e$ ) y el diámetro medio de las partículas ( $D50$ ) por cada grupo de suelos

El grupo de suelos: SM, ML presentan un coeficiente de ajuste  $R^2=0,942$  promedio, el cual según la tabla 4 es una correlación excelente, el grupo de suelos SP-SM y SC-SM presentan un coeficiente de ajuste  $R^2=0,82$  promedio, es una correlación buena; en cambio para los suelos SW-SM el coeficiente de ajuste  $R^2=0,73$ ; resulta una correlación regular.

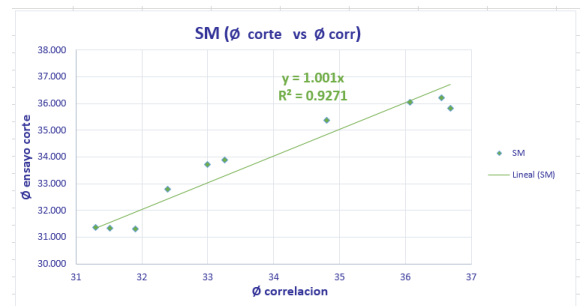


Fig. 16. Correlación SM ( $\phi$  corte vs.  $\phi$  corr)

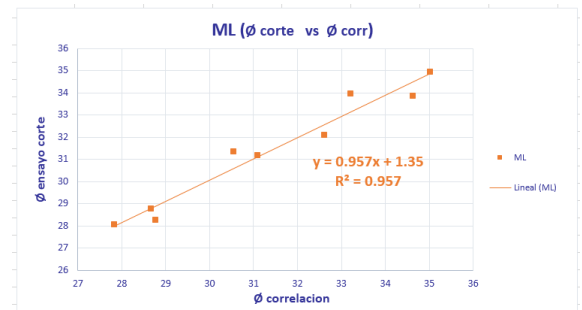


Fig. 17. Correlación ML ( $\phi$  corte vs.  $\phi$  corr)

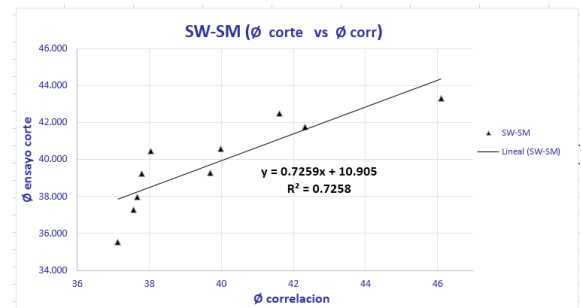


Fig. 18. Correlación SW-SM ( $\phi$  corte vs.  $\phi$  corr)

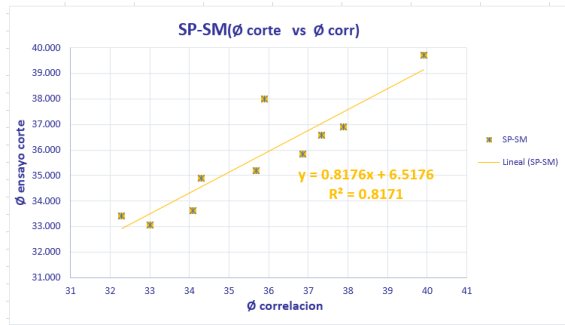


Fig. 19. Correlación SP-SM ( $\phi$  corte vs.  $\phi$  corr)

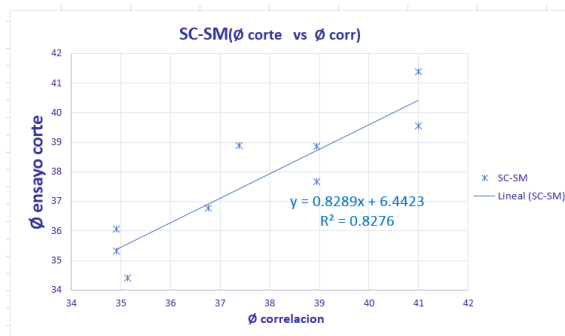


Fig. 20. Correlación SC-SM ( $\phi$  corte vs.  $\phi$  corr)

## V. COMPROBACIÓN DEL MÉTODO

Para comprobar la aplicación de la correlación propuesta en este método se procedió a la recuperación en los sitios estudiados, de tres muestras de tipo SM, ML, SW-ML.

De estos tres suelos se hizo la clasificación y se determinaron los parámetros tales como la gravedad específica, relación de vacíos ( $e$ ), el diámetro medio de las partículas ( $D_{50}$ ), a fin de determinar el ángulo de fricción calculado ( $\phi_{cal.}$ ) con la ecuación determinada en el presente estudio.

Además, se realizó el ensayo de cono de arena en estos suelos para obtener la densidad en campo y determinar el peso unitario seco

Adicionalmente las muestras recuperadas fueron ensayadas en la caja de corte obteniéndose el ángulo de fricción respectivo ( $\phi$  corte).

La comparación entre el ángulo de fricción obtenido del ensayo de corte ( $\phi$  corte) y el ángulo de fricción calculado ( $\phi_{cal.}$ ), tal como se detalla en la tabla 5, indica que los ángulos de fricción obtenidos con la correlación están comprendidos entre el 95 - 104% de los valores medidos en la caja de corte, variabilidad que se considera aceptables en los problemas geotécnicos.

TABLA V  
COMPARACION ( $\phi$  corte vs.  $\phi$  calculado)

Suelos	$\phi$ ( $^\circ$ ) ensayo de corte	$\phi$ ( $^\circ$ ) calculado	$\left(\frac{\phi_{corte}}{\phi_{cal.}}\right)$ % comparación
SM	35.45	34.21	103.61%
ML	29.07	27.64	105.16%
SW-SM	38.26	39.65	96.49%

## VI. CONCLUSIONES

Después de haber realizado el análisis de las muestras de los suelos, en este caso de las arenas, se obtuvieron las siguientes conclusiones:

Se pudo comprobar que el ángulo de fricción en suelos arenosos ( $\phi$ ), aumenta cuando la relación de vacíos ( $e$ ) disminuye y que al aumentar el porcentaje de finos, el ángulo de fricción interna ( $\phi$ ) disminuye.

De acuerdo a las correlaciones obtenidas, se clasifica como excelente en la arena limosa (SM) tanto para ( $\phi$  vs.  $e$ ) con un  $R^2=0,85$ ; como para la relación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D_{50}$ ) con un  $R^2=0,92$

Para el limo no plástico (ML) la correlación fue regular tanto en la relación ( $\phi$  vs.  $e$ ) con un  $R^2=0,70$ ; como para ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D_{50}$ ) con un  $R^2=0,77$

Para la arena bien gradada con limo (SW-SM), la correlación es buena tanto en la relación ( $\phi$  vs.  $e$ ) con un  $R^2=0,80$ ; como para la relación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D_{50}$ ) con un  $R^2=0,87$

Para la arena pobremente gradada con limo (SP-SM), la correlación fue buena para la relación ( $\phi$  vs.  $e$ ) con un  $R^2=0,78$ ; y para la relación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D_{50}$ ) fue con un  $R^2=0,82$

Y finalmente, para la arena arcillosa limosa (SC-SM), la correlación fue buena para la relación ( $\phi$  vs.  $e$ ) con un  $R^2=0,85$ , y no para la relación ( $\phi$  vs.  $e$ ,  $D_{50}$ ) con un  $R^2=0,79$ .

Con el resultado de esta investigación se obtuvieron ecuaciones que serían útiles para el estudio de suelos granulares en lo referente al cálculo de ángulo de fricción, solo conociendo el tipo de suelo, la relación de vacíos ( $e$ ), y el tamaño medio de las partículas ( $D_{50}$ ), sin recurrir al ensayo de corte directo.

Se recomienda ampliar la investigación con mayor número de datos, obtenidos de diferentes sectores de la ciudad para corroborar los resultados de este estudio.

## **AGRADECIMIENTOS**

Mi mayor agradecimiento a Dios por la fortaleza para seguir siempre adelante. A mis padres por todo el apoyo incondicional brindado día tras día, que no me permitieron derrotarme en los momentos más difíciles de esta carrera y así poder culminar con esta meta.

De manera especial le agradezco al Ing. José Domingo Alviar, tutor de tesis, quien con su conocimiento y apoyo ayudaron al desarrollo y culminación de la presente investigación.

**Lenin Fernando Tenesaca Illescas**

Agradezco a mis padres y familiares por todo el apoyo dado. A mis compañeros, amigos que de alguna manera me apoyaron para terminar con éxito este trabajo.

También agradezco Ing. José Domingo Alviar, tutor de tesis por aportar con ideas a la realización y ejecución de la presente investigación.

**Daniel Fernando Caiza Flores**

## **REFERENCIAS**

- [1] J. Bowles. (1981), Manual de Laboratorio de Suelos En Ingeniería Civil (Pág. 175-183). (México): Mc GRAW-HILL.
- [2] González de Celis, Gioconda, de Barcia, Esmeralda, Sulbaran, Yosmar, Ucar Navarro, Roberto Departamento de Vías, Facultad de Ingeniería, ULA. Mérida 5101, Venezuela (2014), Artículo de Investigación, Revista Ciencia e Ingeniería., pp. 135-146.
- [3] NAVFAC (2007), Department of the Navy, Naval Facilities Engineering Command, página 19.
- [4] Martínez R., Pérez A., Tuya L. y Cánovas A., (2009). El Coeficiente de Correlación de los Rangos de Spearman. Caracterización., Rev haban cienc méd v.8 n.2. Recuperado de: [http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1729-519X2009000200017&fbclid=IwAR3tyvaGEcLg54BeR7DmzUEDLxfFOW-lszyxzHoaJZ\\_hECNG1SCi5z9GTgg](http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1729-519X2009000200017&fbclid=IwAR3tyvaGEcLg54BeR7DmzUEDLxfFOW-lszyxzHoaJZ_hECNG1SCi5z9GTgg).
- [5] Joseph E. Bowles, (1981). Manual de laboratorio de suelos en ingeniería civil, México, Juárez , pág. 5.
- [6] Ludeña P., Balladares J., 1990, Sectorización de los suelos de Quito y recomendaciones preliminares de diseño de cimentaciones, España, Barcelona, junio de 2007.
- [7] Tesis Arroyo Andy, PUCE 2016, Determinación de ángulo de fricción y cohesión del suelo mediante correlaciones obtenidas en los ensayos de plasticidad, módulo de elasticidad y spt de suelos de tres sectores de la ciudad de Quito, pág. 72.

ANEXOS

**TABLA VI**  
**TABLA GENERAL DE CLASIFICACIÓN DE LAS MUESTRAS**

GRUPOS DE SUELOS	SUELOS	GRAVA % G	ARENA % S	FINOS % F	LL	LP	IP	% $\omega$ nat.	D10 (mm)	D30 (mm)	D50 (mm)	D60 (mm)	SUCS
I	1	2	57	41	0	0	0	4.67	-	-	0.140	-	SM
	2	3	81	16	0	0	0	5.22	-	-	0.240	-	SM
	3	8	75	17	0	0	0	1.76	-	-	0.500	-	SM
	4	5	52	43	0	0	0	2.21	-	-	0.150	-	SM
II	1	2	41	57	0	0	0	1.28	-	-	0.062	-	ML
	2	5	41	54	0	0	0	1.59	-	-	0.063	-	ML
	3	6	42	52	0	0	0	2.31	-	-	0.065	-	ML
	4	5	42	53	0	0	0	2.66	-	-	0.068	-	ML
III	1	9	82	9	0	0	0	3.02	0.080	0.297	0.780	1.080	SW - SM
	2	11	79	10	0	0	0	3.73	0.078	0.275	0.820	0.900	SW - SM
	3	10	83	7	0	0	0	3.26	0.096	0.460	0.800	1.420	SW - SM
	4	10	81	9	0	0	0	3.90	0.084	0.450	1.150	1.200	SW - SM
IV	1	10	82	8	0	0	0	2.75	0.080	0.310	0.700	1.150	SP - SM
	2	9	84	7	0	0	0	3.93	0.130	0.520	0.550	1.450	SP - SM
	3	8	85	7	0	0	0	3.66	0.100	0.450	0.900	1.550	SP - SM
	4	9	82	9	0	0	0	2.89	0.085	0.310	0.830	1.100	SP - SM
V	1	14	69	17	28	21	7	5.40	-	-	0.720	-	SC-SM
	2	15	70	15	17	13	4	5.39	-	-	0.960	-	SC-SM
	3	13	70	17	29	22	7	5.57	-	-	1.150	-	SC-SM
	4	20	62	18	28	21	7	4.83	-	-	0.710	-	SC-SM

**TABLA VII**  
**TABLA GENERAL DE PROPIEDADES DE LAS MUESTRAS**

GRUPOS DE SUELOS	SUELOS	SUCS	Gs	$\gamma$ suelto (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma$ semi Denso (kN/m <sup>3</sup> )	$\gamma$ Denso (kN/m <sup>3</sup> )	e suelto	e semi Denso	e Denso
I	1	SM	2.54	12.402	13.453	14.504	1.011	0.865	0.720
	2	SM	2.66	12.518	13.616	14.714	1.088	0.932	0.777
	3	SM	2.56	12.024	13.159	14.294	1.089	0.923	0.757
	4	SM	2.62	12.297	13.243	14.189	1.088	0.949	0.810
II	1	ML	2.61	11.561	12.507	13.453	1.215	1.058	0.901
	2	ML	2.57	11.477	12.413	13.348	1.197	1.043	0.889
	3	ML	2.68	11.446	12.502	13.558	1.298	1.119	0.940
	4	ML	2.52	11.540	12.523	13.506	1.145	0.989	0.833
III	1	SW - SM	2.45	12.192	12.980	13.768	0.973	0.860	0.747
	2	SW - SM	2.53	12.328	12.996	13.663	1.013	0.913	0.813
	3	SW - SM	2.54	12.066	12.933	13.800	1.065	0.935	0.806
	4	SW - SM	2.42	12.286	12.922	13.558	0.932	0.841	0.751
IV	1	SP - SM	2.66	12.717	13.506	14.294	1.052	0.938	0.823
	2	SP - SM	2.64	12.644	13.416	14.189	1.049	0.937	0.826
	3	SP - SM	2.69	12.560	13.637	14.714	1.101	0.946	0.790
	4	SP - SM	2.71	12.759	13.579	14.399	1.084	0.964	0.844
V	1	SC-SM	2.69	14.189	15.082	15.975	0.917	0.783	0.649
	2	SC-SM	2.65	14.494	15.129	15.765	0.794	0.720	0.647
	3	SC-SM	2.68	14.378	15.124	15.870	0.829	0.743	0.657
	4	SC-SM	2.54	14.241	15.030	15.818	0.750	0.663	0.575

Tenasaca - Caiza / Correlación entre el Angulo de Fricción y la relación de vacíos en arenas utilizando el ensayo de corte Directo

**TABLA VIII**  
**ENSAYOS DE CORTE ESTADO SUELTO**

S U E L T O	SUCS	SUELTO			Angulo de Fricción $\theta$ (°)	Relación de Vacíos (e)
		$\sigma$ 100 (Kpa)	$\sigma$ 200 (Kpa)	$\sigma$ 400 (Kpa)		
		Esfuerzos Cortantes (Kpa)				
1	SM	64.8	131.1	251.3	32.30	1.01
2	SM	66.6	124.2	240.5	30.10	1.09
3	SM	67.6	129.2	245.3	30.85	1.09
4	SM	67.3	126.9	241.6	30.24	1.09
1	ML	54.9	109.0	218.9	28.66	1.22
2	ML	59.7	112.0	217.5	28.09	1.20
3	ML	54.6	109.5	218.7	28.64	1.30
4	ML	56.0	103.1	211.7	27.74	1.14
1	SW-SM	79.7	151.4	308.2	37.48	0.97
2	SW-SM	88.4	170.8	322.5	38.60	1.01
3	SW-SM	87.0	158.9	296.1	35.13	1.07
4	SW-SM	89.1	158.6	303.8	36.16	0.93
1	SP-SM	63.2	131.3	259.6	33.00	1.05
2	SP-SM	78.4	143.0	282.9	34.24	1.05
3	SP-SM	66.4	135.1	271.0	34.08	1.10
4	SP-SM	71.7	126.5	250.6	30.99	1.08
1	SC-SM	45.8	97.6	187.6	25.41	0.92
2	SC-SM	71.2	143.4	276.7	34.94	0.79
3	SC-SM	69.6	132.8	259.6	32.70	0.83
4	SC-SM	70.2	134.3	284.8	35.07	0.75

**TABLA X**  
**ENSAYOS DE CORTE ESTADO SUELTO**

S U E L T O	SUCS	DENSO			Angulo de Fricción $\theta$ (°)	Relación de Vacíos (e)
		$\sigma$ 100 (Kpa)	$\sigma$ 200 (Kpa)	$\sigma$ 400 (Kpa)		
		Esfuerzos Cortantes (Kpa)				
1	SM	71.9	137.7	275.0	34.36	0.72
2	SM	79.7	154.1	292.2	35.89	0.77
3	SM	78.1	151.1	287.4	35.16	0.76
4	SM	81.5	154.1	293.8	35.49	0.81
1	ML	76.9	136.0	256.6	31.78	0.90
2	ML	68.3	120.3	238.8	29.90	0.89
3	ML	80.4	145.2	275.2	33.90	0.94
4	ML	79.7	142.0	271.6	33.35	0.83
1	SW-SM	92.6	209.8	417.5	46.07	0.75
2	SW-SM	99.8	191.4	357.3	41.38	0.82
3	SW-SM	98.5	183.2	350.2	40.16	0.81
4	SW-SM	97.1	174.7	324.6	37.61	0.75
1	SP-SM	87.0	152.3	276.4	32.80	0.83
2	SP-SM	84.4	153.4	302.8	36.33	0.83
3	SP-SM	94.8	172.9	329.1	38.41	0.79
4	SP-SM	88.4	153.1	281.3	32.92	0.85
1	SC-SM	74.0	134.8	277.9	34.57	0.65
2	SC-SM	91.9	178.4	344.0	40.01	0.65
3	SC-SM	86.1	162.1	306.3	37.17	0.66
4	SC-SM	73.3	149.8	307.8	37.31	0.58

**TABLA IX**  
**ENSAYOS DE CORTE ESTADO SUELTO**

S U E L T O	SUCS	SEMI DENSO			Angulo de Fricción $\theta$ (°)	Relación de Vacíos (e)
		$\sigma$ 100 (Kpa)	$\sigma$ 200 (Kpa)	$\sigma$ 400 (Kpa)		
		Esfuerzos Cortantes (Kpa)				
1	SM	75.1	139.3	276.4	34.13	0.85
2	SM	81.1	152.1	288.5	34.76	0.92
3	SM	71.9	136.3	258.3	32.01	0.91
4	SM	72.4	133.7	255.9	31.57	0.94
1	ML	65.3	120.9	232.9	29.25	1.05
2	ML	57.5	113.4	217.1	28.34	1.03
3	ML	66.2	126.2	256.3	32.02	1.10
4	ML	62.2	124.8	238.7	30.78	0.97
1	SW-SM	76.7	162.8	310.3	38.34	0.85
2	SW-SM	95.5	170.4	326.6	38.34	0.91
3	SW-SM	86.8	159.2	305.7	36.42	0.93
4	SW-SM	102.6	176.3	326.5	37.04	0.84
1	SP-SM	68.3	144.0	88.0	35.80	0.93
2	SP-SM	71.9	136.1	272.0	33.97	0.93
3	SP-SM	76.7	157.9	310.3	37.75	0.94
4	SP-SM	80.4	153.7	296.6	36.00	0.96
1	SC-SM	69.0	131.2	232.0	31.24	0.75
2	SC-SM	86.9	168.3	318.4	38.77	0.71
3	SC-SM	76.9	143.2	279.4	34.50	0.74
4	SC-SM	83.4	157.9	292.3	35.87	0.66