

**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
SEDE CUENCA**

CARRERA DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de
INGENIERO ELÉCTRICO

**Proyecto Técnico con Enfoque Investigativo:
“Estimación de Eficiencia en Máquinas de
Inducción en Ambientes Industriales ”**

Autores:

Fabián Ricardo Cevallos Aguirre
Franco Oswaldo Pinos Vergara

Tutor:

Ing. José Manuel Aller Castro, Dr.

Cuenca - Ecuador

2019

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Nosotros Fabián Ricardo Cevallos Aguirre con documento de identificación N° 0105948913, y Franco Oswaldo Pinos Vergara con documento de identificación N° 0106035645, manifestamos de nuestra voluntad y cedemos a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que somos autores del trabajo de titulación: "Estimación de Eficiencia en Máquinas de Inducción en Ambientes Industriales", mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: "Ingeniero Eléctrico", en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en nuestra condición de autores nos reservamos los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribimos este documento en el momento que hacemos entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Cuenca, marzo de 2019



Fabián Ricardo Cevallos Aguirre..

CI: 0105948913



Franco Oswaldo Pinos Vergara.

CI:0106035645

CERTIFICACIÓN

Yo declaro que bajo mi tutoría fue desarrollado el trabajo de titulación: "Estimación de Eficiencia en Máquinas de Inducción en Ambientes Industriales" realizado por: Fabián Ricardo Cevallos Aguirre y Franco Oswaldo Pinos Vergara, obteniendo el Proyecto Técnico con Enfoque Investigativo, que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana.

Cuenca, marzo de 2019

A handwritten signature in blue ink, appearing to read 'José Manuel Aller Castro', with a stylized flourish at the end.

Ing. José Manuel Aller Castro PhD.

CI: 0151561800

DECLARATORIA DE RESPONSABILIDAD

Nosotros Fabián Ricardo Cevallos Aguirre con N° 0105948913 y Franco Oswaldo Pinos Vergara con N° 0106035645, autores del trabajo de titulación "Estimación de Eficiencia en Máquinas de Inducción en Ambientes Industriales" certificamos que el total del contenido del Proyecto Técnico con Enfoque Investigativo es de nuestra exclusiva responsabilidad y autoría.

Cuenca, marzo de 2019



Fabián Ricardo Cevallos Aguirre.

CI: 0105948913



Franco Oswaldo Pinos Vergara.

CI:0106035645

Cuenca, marzo de 2019

DEDICATORIA

Dedicado a Dios, a mis padres, mi hermana, y todas las personas que me acompañaron en este trayecto. A todas aquellas personas que me brindaron su valioso tiempo siendo siempre mi apoyo incondicional para cumplir con una de las metas académicas que marcarán mi futuro personal y profesional. A mis compañeros y amigos que supieron acompañarme y luchar junto a mí, para cumplir el objetivo común de obtener nuestro título para construir nuestra vida profesional.

Fabián

Cuenca, marzo de 2019

DEDICATORIA

Dedicado a Dios y a cada una de las personas que formaron parte de mi carrera universitaria, a cada persona que me brindo un apoyo y fuerza para concluir con esta etapa importante de mi vida, mis padres, hermanos y enamorada, que fueron testigos de este camino, que en un futuro será la semilla para brindar el conocimiento a futuras generaciones, con el objetivo de fortalecer los lazos profesionales y sociales que nos une. A mis amigos y compañeros que día a día luchamos por cumplir nuestra meta en común de conseguir nuestro título, el cual nos forjo de la manera mas correcta para convirtiéndonos en buenas personas y excelentes profesionales.

Franco

Cuenca, marzo de 2019

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos a Dios, a nuestros padres por el apoyo durante toda nuestra carrera y desarrollo profesional, a nuestro tutor Dr. José Manuel Aller que con sus conocimientos, experiencia, y responsabilidad nos ha guiado de la mejor forma al desarrollo y culminación de este trabajo.

Fabián R. Cevallos A.

Franco O. Pinos V.

RESUMEN

En el presente trabajo se propone el desarrollo de un método de estimación de eficiencia de una máquina de inducción en ambientes industriales mediante técnicas no invasivas. Este método de estimación paramétrica se fundamenta en la medición de variables instantáneas en los bornes del convertidor electromecánico y su asociación con el modelo dinámico de la máquina. Para este fin se utilizan indicadores basados en la potencia o impedancia instantánea a la entrada del motor. Los parámetros obtenidos mediante la optimización no lineal con restricciones de una función de costos que compara los indicadores del modelo con las variables medidas, permite la determinación de los parámetros. Conocidos los parámetros de la máquina de inducción, es posible determinar su rendimiento para cualquier punto de operación. Además, se propone la comparación de las normas internacionales frente al método aplicado en este proyecto.

ABSTRACT

The present work develops an estimation method for the efficiency determination of induction motors in industrial environment using non invasive techniques. This parametric estimation method is based in the instantaneous variables measurement at the machine electrical input and its association with the dynamic converter model. For this purpose, instantaneous power and impedance indicators are used. The parameters obtained using a non linear optimization algorithm considering parameter restrictions, uses a cost functions that compares the indicators evaluated with the measured variables and the same indicators evaluates through the machine dynamic model. Once the parameters are known, is possible to determine the machine efficiency for any operation point. More over, a comparison between efficiency calculation using international standards with the proposed method are included.

PREFACIO

Este trabajo de investigación presenta un método de estimación paramétrica del modelo de la máquina de inducción necesario para la determinación de la eficiencia mediante técnicas no invasivas. Se modela la máquina de inducción en base a datos instantáneos obtenidos mediante pruebas de laboratorio para determinar los parámetros de la misma y así evaluar su comportamiento. Se realiza las pruebas tradicionales para la determinación de los parámetros de máquinas de inducción según como establecen las normas internacionales más comunes IEEE 112 Método B y IEC 60034-2-1 en una máquina de inducción de 5 HP. Se realiza la optimización de una función de costo construida con los errores de los indicadores calculados a partir de los datos medidos comparados con estos mismos indicadores obtenidos del modelo dinámico del convertidor. Estos parámetros permiten identificar las pérdidas en la máquina y determinar su eficiencia para un punto de operación determinado. Se puede analizar el comportamiento de la máquina frente a situaciones de desequilibrio de tensiones debido a las distorsión armónica que se puede presentar en la red.

Posteriormente se realiza una comparación de los resultados obtenidos mediante las pruebas tradicionales y los resultados del método de la obtención de parámetros mediante la optimización de valores, con el fin de establecer la precisión del método propuesto en este documento con los procedimientos establecidos en las normas internacionales.

Índice general

INTRODUCCIÓN	1
1 Capítulo 1: Problema de Estudio y Objetivos	2
1.1 Problema de Estudio	2
1.2 Grupo Objetivo	2
1.3 Objetivos	3
1.3.1 Objetivo General	3
1.3.2 Objetivos Específicos	3
1.4 Metodología Aplicada	3
2 Capítulo 2: Fundamentos Teóricos	5
2.1 Las Máquinas Eléctricas	5
2.2 La Máquina de Inducción	5
2.3 Energía y Coenergía en el Campo de una Máquina Eléctrica	6
2.4 Modelo Dinámico de la Máquina de Inducción	9
2.5 Vectores Espaciales	11
2.6 Desequilibrio de Tensión en la Máquina de Inducción	14
2.6.1 Teorema de Apolonio	15
2.7 Análisis de Armónicas	15
2.8 Armónicas en la Máquina de Inducción	17
2.8.1 Modelo de Terceras Armónicas	18
2.8.2 Modelo de Quintas Armónicas	18
2.8.3 Modelo de Séptimas Armónicas	19
2.9 Transformada de Fourier	20
3 Capítulo 3: Normas Internacionales para la Determinación de Eficiencia.	21
3.1 Norma IEEE 112 Método B	21
3.1.1 Procedimiento de la Prueba	21
3.1.2 Cálculos	22
3.1.3 Correcciones	24
3.1.4 Eficiencia Mediante Norma IEEE 112 Método B	25
3.2 Norma IEC 60034-2-1	26
3.2.1 Aspectos Generales	26
3.2.2 Pérdidas Adicionales	28
3.2.3 Corrección de las Pérdidas	30
3.2.4 Eficiencia Mediante Norma IEC 60034-2-1	30
4 Eficiencia Mediante Técnicas no Invasivas	31
4.1 Adquisición de Datos	31

4.2	Procesamiento de Datos	32
4.3	Optimización de parámetros	39
4.4	Estimación de la Eficiencia	45
4.5	Eficiencia Estimada con Desequilibrios de Tensión	46
4.6	Eficiencia considerando armónicas	50
5	Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones	52
5.1	Conclusiones	52
5.2	Recomendaciones	52
	Bibliografía	53

Índice de figuras

2.1. Máquina Eléctrica y sus Posibles Ejes [1]	6
2.2. Energía y Coenergía en el Campo[1]	8
2.3. Diagrama Esquemático de las bobinas de la máquina de inducción [1]	9
2.4. Teorema de la mediana [2].	15
2.5. Distorsión Armónica	16
2.6. Modelo de Terceras Armónicas [1]	18
2.7. Circuito Equivalente de la Máquina Alimentada por un Sistema de Quinta Armónica [1]	19
2.8. Circuito Equivalente de la Máquina Alimentada por un Sistema de Séptima Armónica [1]	20
3.1. Curva para Determinar las Pérdidas Adicionales por Asignación[3]	29
3.2. Esquema de Conexión para el Método por Ensayo de Eh-Star [3]	29
4.1. Esquema de Conexión para Mediciones	31
4.2. Conexión de los Instrumentos para la Adquisición de Datos	32
4.3. Tensiones Línea a Línea de la Máquina de Inducción	32
4.4. Corriente de Línea de la Máquina de Inducción	33
4.5. Vector Espacial de Corriente	35
4.6. Vector Espacial de Tensión	35
4.7. Datos de Placa de la Máquina de Inducción	36
4.8. Vector espacial del enlace de flujo del estator	37
4.9. Par Eléctrico de la Máquina de Inducción	38
4.10. Integración del Par Eléctrico	39
4.11. Velocidad estimada mediante el Método de Euler en rpm	40
4.12. Vector espacial de tensión en pu	41
4.13. Vector espacial de corriente en pu	41
4.14. Vector espacial del enlace de flujo magnético en pu	42
4.15. Par eléctrico en pu	42
4.16. Velocidad angular de la máquina en pu	43
4.17. Primera derivada del vector espacial de la corriente del estator en pu	43
4.18. Modelo obtenido de la máquina de inducción	45
4.19. Eficiencia estimada de la máquina de inducción para diversas tensiones de alimentación	46
4.20. Circuito equivalente de la MI con desequilibrios	47
4.21. Triángulo Desequilibrado de Tensiones Trifásicas	48
4.22. Equivalente de Thèvenin	48
4.23. Eficiencia Estimada con Desequilibrios de Tensión	49
4.24. Modelo Armónico de la Máquina de Inducción [2]	50
4.25. Análisis de Fourier de la Tensión	51
4.26. Eficiencia Estimada con Armónicas	51

Índice de cuadros

2.1. Secuencia Dominante en Cada Componente Armónica	17
2.2. Armónicas Temporales más Frecuentes[1]	17
4.1. Parámetros de la máquina de inducción	36
4.2. Datos de la Prueba en Vacío	37
4.3. Datos de la Prueba a Rotor Bloqueado	37
4.4. Valores extremos de los parámetros para el algoritmo de optimización	44
4.5. Resultados del proceso de optimización	44

INTRODUCCIÓN

En la actualidad la máquina de inducción trifásica se encuentra presente en una gran cantidad de procesos vinculados con el sector industrial y comercial, aportando un rango de potencia comprendido entre los pocos kW y una potencia máxima alrededor de los 20 MW. Entre sus múltiples usos se pueden citar los siguientes: accionamiento de compresores, ventiladores, circuitos de montaje, transporte de materias primas, bombas, etc. Su amplia difusión industrial hace necesaria la evaluación de su eficiencia, lo que representa un reto importante debido a la complejidad que tiene el extraer la máquina de su ambiente de producción para realizar estas pruebas periódicamente. Por este motivo, es necesario el desarrollo de técnicas precisas de evaluación de la eficiencia que sean poco invasivas para realizar procesos de auditoría y mantenimiento. Sin embargo, es imperativo que estos modelos consideren el efecto de las armónicas presentes en la red y los posibles desequilibrios en el sistema que afectan negativamente la eficiencia de estos convertidores.

Por esta razón el presente proyecto técnico de titulación propone comparar técnicas de estimación de eficiencia no invasivas mediante el empleo de métodos tradicionales utilizados en normativas internacionales. Se considera también que las normas internacionales sean el principal referente en la evaluación de la eficiencia de las máquinas de inducción.

El empleo masivo de máquinas de inducción requiere una alternativa de evaluación que sea poco invasiva y que al mismo tiempo sea precisa o con un margen de error aceptable en relación a los métodos tradicionales de estimación de eficiencia. Por este motivo es importante conocer y evaluar los múltiples factores que están involucrados en el modelamiento de estas máquinas. La adquisición de los valores instantáneos medibles en el estátor de la máquina durante el arranque, permiten realizar una estimación aceptable de los parámetros propios del modelo. De esta forma es posible utilizar el modelo de la máquina de inducción para analizar su comportamiento y rendimiento, bajo las condiciones de operación en el medio donde se encuentra [4].

1 Capítulo 1: Problema de Estudio y Objetivos

1.1. Problema de Estudio

En este trabajo se plantea analizar la eficiencia de máquinas de inducción trifásicas en ambientes industriales, donde se presentan armónicas y desequilibrios en la tensión, utilizando técnicas mínimamente invasivas. Este problema es de gran importancia debido a que en cualquier proceso de auditoría energética es necesario evaluar los consumos de energía en las máquinas de una planta, pero esto no es una tarea simple debido a la imposibilidad de sacar de producción a los diferentes convertidores electromecánicos. Esto repercutiría en costos muy elevados por la pérdida de producción. Es por este motivo que se resulta de gran interés comprobar experimentalmente las diferencias que se obtienen al medir rendimientos mediante estimaciones con modelos precisos de las máquinas y mediciones realizadas en el laboratorio utilizando normativas y procedimientos aceptados internacionalmente. Las armónicas temporales y los desequilibrios tienen impactos negativos en la eficiencia de las máquinas y es necesario que los modelos incorporen esta estimación para mejorar la precisión de los resultados de las auditorías energéticas realizadas en las industrias. Por otra parte, una evaluación periódica de las eficiencias de las máquinas es de gran utilidad para la realización de mantenimientos preventivos porque determina la evolución del estado de cada máquina en el tiempo.

1.2. Grupo Objetivo

La importancia de este trabajo radica en la conveniencia de incorporar la determinación de la eficiencia de la máquina de inducción en ambientes industriales mediante métodos que permitan su operación normal en ambientes de producción donde se presenta alto contenido armónico en las fuentes de alimentación y posibles desequilibrios de la red eléctrica. Este tema está en concordancia con los desarrollos y líneas de investigación del Grupo de Investigación en Energías (GIE) de la Universidad Politécnica Salesiana y la propuesta posibilitará el desarrollo de métodos de medición y estimación de eficiencia que podrían ser de gran utilidad tanto para la industria ecuatoriana como para la sociedad en conjunto al permitir ahorros de energía y reducción de costos de mantenimiento.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Evaluación de la eficiencia de máquinas de inducción en ambientes industriales con contaminación armónica y desequilibrios

1.3.2. Objetivos Específicos

1. Revisión de los métodos existentes para determinación de eficiencia de máquinas de inducción con técnicas no invasivas.
2. Desarrollo de modelos vectoriales de máquina de inducción que consideren el incremento de las pérdidas producidas por la presencia de desequilibrios de tensión típicos en los sistemas industriales.
3. Desarrollo de modelos vectoriales de máquinas eléctricas que consideren el incremento de las pérdidas en máquinas de inducción debido a la distorsión armónica en fuentes de tensión, en especial por inversores operados con técnicas de modulación por ancho de pulso.
4. Desarrollo de un método para la estimación de la eficiencia en máquinas de inducción utilizando técnicas no invasivas en ambientes industriales considerando los efectos del desequilibrio y distorsión.
5. Comparación de los métodos de estimación de eficiencia mediante métodos no invasivos con los resultados obtenidos aplicando normativas internacionales en ensayos de laboratorio.

1.4. Metodología Aplicada

Uno de los temas con más interés en el estudio de las máquinas de inducción dentro de los ambientes industriales, siempre ha sido la estimación de la eficiencia de las mismas, donde es importante considerar las diversas situaciones en las cuales se encuentran expuestas estos convertidores electromecánicos. La medición de la eficiencia de las máquinas de inducción desarrollada en laboratorio es precisa en base a las normas internacionales, mediante métodos específicos que se requieren para conseguir los resultados, tales como son las pruebas de vacío a frecuencia nominal y tensión variable, siendo estas las pruebas más comunes para determinar esta medida. Al realizar de esta manera la medición de la eficiencia, es bastante complicado satisfacer los requerimientos para llevar a cabo una auditoria energética dentro de una área o planta industrial [3].

Dentro de este trabajo de investigación se planea utilizar un método propuesto en un trabajo previo del grupo de investigación, donde se han desarrollado estrategias para la estimación de los parámetros en máquinas de inducción a través de medidas instantáneas de tensión y corriente. Estos métodos pueden ser utilizados para la estimación de eficiencia considerando desequilibrio de tensiones y distorsión armónica.

Se planea utilizar un método sistemático deductivo, donde se realizarán comparaciones entre dos herramientas de modelación: una por elementos finitos (precisa y muy detallada desde el punto de vista físico matemático) que permite validar los supuestos de los modelos vectoriales, más simples y rápidos, pero menos precisos, y la otra contrastando con los métodos convencionales, como se establecen en las normas internacionales[5].

Los pasos a seguir metodológica mente serían los siguientes:

1. Caracterización de los efectos del desequilibrio de tensión en máquinas de inducción.

Revisión de los índices internacionales para la caracterización del desequilibrio de tensiones. Estudio del efecto del desequilibrio en el incremento de las pérdidas del convertidor. Revisión de la capacidad de los modelos utilizados en máquinas eléctricas para predecir el comportamiento de las pérdidas. Evaluación experimental del fenómeno.

2. Caracterización de los efectos de la distorsión armónica en máquinas de inducción.

Desarrollo de un modelo computacional en un paquete de elementos finitos de la máquina de inducción. Estudio del efecto de la distorsión armónica en el incremento de las pérdidas del convertidor. Revisión de los modelos vectoriales de máquinas de inducción considerando la distorsión de tensiones y su efecto sobre las pérdidas del convertidor.

3. Propuesta de un método para la estimación de eficiencia de máquinas de inducción trifásicas en ambientes industriales con técnicas no invasivas.

Desarrollo de una metodología para la estimación de eficiencia, capaz de producir resultados precisos considerando desequilibrios y distorsión armónica en las tensiones. Validación experimental de la propuesta.

4. Comparación de los resultados.

Realizar una comparación de los resultados obtenidos al establecer el método propuesto y la aplicación de las normas internacionales para la determinación de la eficiencia en máquinas de inducción.

2 Capítulo 2: Fundamentos Teóricos

2.1. Las Máquinas Eléctricas

Desde el siglo XIX el desarrollo de las máquinas eléctricas han tenido un cambio muy notorio en el transcurso del tiempo, el cual continúa avanzando debido al desarrollo de la tecnología. Gracias a los aportes significativos que realizaron diversos inventores como Edison y Tesla, entre otros, siendo estos los más destacados, logrando la eficacia y eficiencia en la conversión electromagnética de la energía. Las máquinas eléctricas poseen características comunes que permiten generalizar la descripción matemática del comportamiento de las mismas a través de diversas herramientas[1].

2.2. La Máquina de Inducción

Las máquinas de inducción en la actualidad se han convertido en los convertidores electromecánicos más utilizados en la industria por sus diversas ventajas constructivas y operativas entre las cuales destacan: robustez de su diseño, prestaciones estáticas y dinámicas, así como su reducido costo.

Las máquinas de inducción pueden tener diferentes números de fases, aun cuando habitualmente utilizan tres devanados en el estátor distribuidos en su periferia, mientras que en el rotor está conformado por un conjunto de barras que se encuentran en cortocircuito y estas son denominadas jaula de ardilla. Existen también máquinas que son utilizadas en algunas aplicaciones prácticas como son los generadores eólicos, grúas o grandes compresores.

Las máquinas de inducción en su principio de funcionamiento producen un campo magnético rotatorio al excitar los devanados estatóricos. Este campo induce fuerzas electromotrices en los conductores del rotor, que al estar en cortocircuito hacen circular corrientes por las barras y se produce un campo magnético inducido, el cual, al interactuar con el aplicado en el estátor, produce par eléctrico a cualquier velocidad[6].

Los motores de inducción además de las importantes ventajas destacadas, también presentan algunos inconvenientes. En especial con su rendimiento y el factor de potencia, debido por un lado a la necesidad de tener corrientes y pérdidas en el rotor para producir par y por el otro a la necesidad de introducir potencia reactiva para mantener el campo magnético inducido en el entre hierro.

Estas desventajas hacen necesarios modelos precisos que permitan la determinación de su comportamiento, la evaluación de sus características y la determinación de su rendimiento en condiciones industriales. Comúnmente se puede determinar el rendimiento de una máquina en condiciones de laboratorio utilizando equipos especiales.

Sin embargo, la gran expansión de esta máquina en la industria, requiere herramientas y modelos que permitan la determinación de sus características y rendimiento de forma no invasiva.

2.3. Energía y Coenergía en el Campo de una Máquina Eléctrica

Las máquinas eléctricas poseen ejes característicos que definen su comportamiento, estos ejes son de dos tipos, ejes eléctricos y ejes mecánicos, esta característica se puede observar en la siguiente figura.2.1

Para el análisis de los ejes eléctricos de la máquina, es indispensable conocer las corrientes y tensiones que posee la misma. Para los ejes mecánicos se involucran las variables de velocidad y fuerza que nos ayudan a describir las condiciones de operación de la máquina, considerando aspectos como: si su movimiento es lineal, el par y velocidad angular o si el movimiento de la máquina es rotativo.

Es necesario contar con al menos con un eje eléctrico o un eje mecánico en la máquina eléctrica por más simple que esta sea. De la misma manera se debe tomar en cuenta que toda la energía introducida en la maquina eléctrica a través de los ejes eléctricos no es transmitida a los ejes mecánicos o de manera viceversa, debido a todos los factores que generan pérdidas en la máquina. Donde parte de la energía eléctrica que se genera en la máquina se almacena dentro del campo de la misma.

A partir de este concepto se puede apreciar que la energía acumulada en el campo no es posible determinarla, pero se puede considerar que la energía acumulada en el campo se puede obtener mediante la diferencia de la energía eléctrica y mecánica de la máquina, por otra instancia esto nos lleva al concepto que mediante la integral de la energía eléctrica se puede determinar la potencia eléctrica en el tiempo, esta energía podría ser determinada en el eje eléctrico de la máquina a partir de valores de tensión y corriente[1], como se muestra en la siguiente expresión 2.1.

$$\Delta W_e = \int_0^t P_e(\tau) d\tau = \int_0^t v(\tau) * i(\tau) d\tau \quad (2.1)$$

Si se presentara un sistema conservativo en donde no existan pérdidas por elementos resistivos, la tensión suministrada a la máquina y la fuerza electromagnética inducida son iguales, con lo cual lo mencionado se expresa de la siguiente manera 2.2.

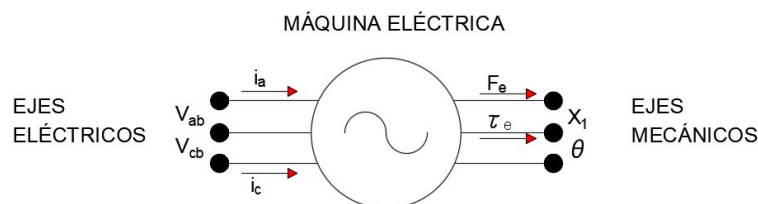


Figura 2.1: Máquina Eléctrica y sus Posibles Ejes [1]

$$v(t) = e(t) = \frac{d\lambda}{dt} \quad (2.2)$$

Para determinar la energía eléctrica dentro de la máquina se debe conocer la relación que tiene la corriente con respecto al flujo y la posición del convertidor. Con respecto a la variación de la energía mecánica en la máquina es indispensable conocer la velocidad y la fuerza en función del tiempo.

Cabe recalcar que en un sistema conservativo la energía de la máquina está reflejada en función del estado, con lo cual podemos determinar que, el incremento de la energía acumulada en el campo no dependen de la trayectoria que se utiliza para alcanzar un estado, si no de los valores iniciales y finales del proceso.

En una máquina, cuando el sistema mecánico se encuentra en reposo no habrá variación en la energía mecánica, la energía eléctrica suministrada a la máquina se convierte en energía acumulada en el campo como se puede ver en las siguientes expresiones 2.3 y 2.4:

$$\Delta W_e = \int_{(\lambda(0))}^{(\lambda(t))} i(x, \lambda) d\lambda = \Delta W_c \quad \text{si } x = cte \quad (2.3)$$

$$\Delta W_c = i(x, \lambda) \lambda \left(\frac{\lambda(t)}{\lambda(0)} \right) - \int_{i(0)}^{i(t)} \lambda(x, i) di \quad (2.4)$$

De la expresión 2.4, en el término integral se define como la coenergía en el campo y podemos expresarla como se muestra en la expresión 2.5:

$$\Delta W_c' = \int_{i(0)}^{i(t)} \lambda(x, i) di \quad (2.5)$$

La coenergía es el área bajo la curva de la característica (λ - i) . En un sistema electromagnético donde la posición x es constante se puede determinar la siguiente relación 2.6:

$$\lambda i = \Delta W_c + \Delta W_c' \quad (2.6)$$

En la figura 2.2 se observa cómo se presenta la energía y coenergía en el campo de una máquina.

Conociendo la relación del enlace de flujo y la corriente que se presenta dentro de la máquina, se puede determinar dos relaciones importantes al momento de determinar la energía y la coenergía en el campo. Para determinar la energía en una máquina

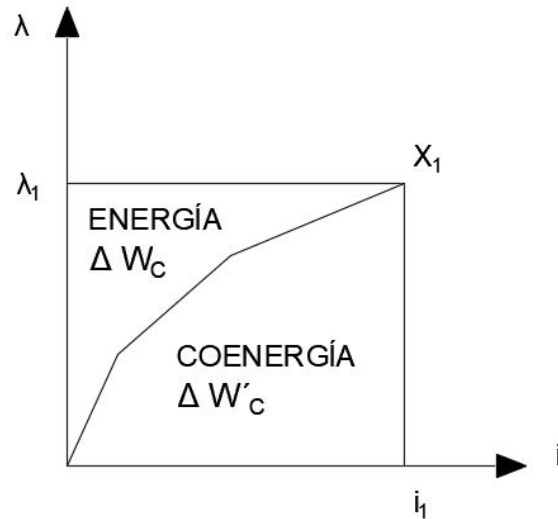


Figura 2.2: Energía y Coenergía en el Campo[1]

el enlace de flujo λ es la variable independiente y la corriente i es la variable dependiente, con respecto a la coenergía la corriente i es la variable independiente y el enlace de flujo λ es la variable dependiente.

Mediante esto se puede establecer que la corriente aumenta de forma exponencial cuando el sistema tiene un comportamiento lineal, con lo cual se puede definir el enlace de flujo mediante la siguiente expresión 2.7:

$$\lambda = L i \quad (2.7)$$

Por lo cual dentro de la máquina se tiene la ecuación característica que define el comportamiento de la misma considerando los aspectos mencionados anteriormente 2.8:

$$v = R i + e \quad (2.8)$$

Y al reemplazar el valor de la fuerza electro motriz 2.2 se obtiene la siguiente expresión que define una de las características de la máquina de inducción 2.9:

$$v = R i + \frac{d\lambda}{dt} \quad (2.9)$$

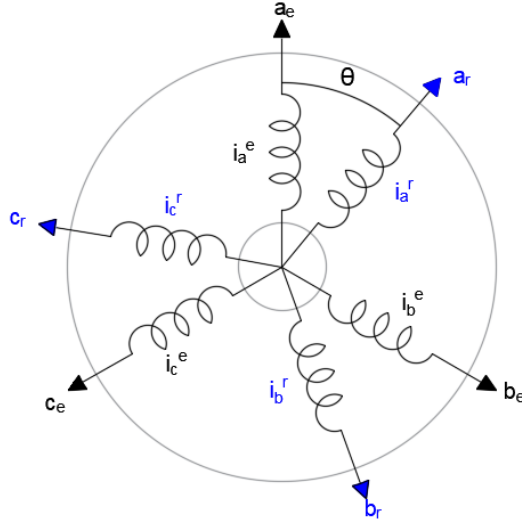


Figura 2.3: Diagrama Esquemático de las bobinas de la máquina de inducción [1]

2.4. Modelo Dinámico de la Máquina de Inducción

Para determinar el comportamiento de la máquina de inducción en régimen dinámico, se plantean las ecuaciones diferenciales de los ejes eléctricos y mecánicos. En los ejes eléctricos se definen las tensiones aplicadas a las bobinas del estátor y rotor, y en el eje mecánico se establece la segunda ecuación de Newton.

En la figura 2.3 se observa el esquema de las bobinas de una máquina de inducción trifásica.

Aplicando la ley de Kirchoff a las bobinas estatóricas y rotóricas de la figura 2.3 se determinan las ecuaciones diferenciales de los ejes eléctricos como se muestran en las expresiones 2.10 y 2.11:

$$[v] = [R][i] + \frac{d[\lambda]}{dt} \quad (2.10)$$

$$[v] = [R][i] + [L(\theta)] \frac{d[\lambda]}{dt} + \dot{\theta}[\tau(\theta)][i] \quad (2.11)$$

donde:

$$[v] = \begin{bmatrix} [v_e] \\ [v_i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^e & v_b^e & v_c^e \end{bmatrix}^t \\ \begin{bmatrix} v_a^r & v_b^r & v_c^r \end{bmatrix}^t \end{bmatrix}$$

$$[i] = \begin{bmatrix} [i_e] \\ [i_i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^e & i_b^e & i_c^e \end{bmatrix}^t \\ \begin{bmatrix} i_a^r & i_b^r & i_c^r \end{bmatrix}^t \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
[\lambda] &= \begin{bmatrix} [\lambda_e] \\ [\lambda_i] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_a^e & \lambda_b^e & \lambda_c^e \end{bmatrix}^t \\ \begin{bmatrix} \lambda_a^r & \lambda_b^r & \lambda_c^r \end{bmatrix}^t \end{bmatrix} \\
[R] &= \begin{bmatrix} [R_{ee}] & [R_{er}] \\ [R_{re}] & [R_{rr}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e [I] & [0] \\ [0] & R_r [I] \end{bmatrix} \\
[L(\theta)] &= \begin{bmatrix} [L_{ee}] & [L_{er}(\theta)] \\ [L_{re}(\theta)] & [L_{rr}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\sigma e} [I] + L_{me} [S] & L_{er} [C(\theta)] \\ L_{er} [C(\theta)]^t & L_{\sigma r} [I] + L_{mr} [S] \end{bmatrix} \\
[\tau(\theta)] &= \begin{bmatrix} \frac{d}{d\theta} [L_{ee}] & \frac{d}{d\theta} [L_{er}(\theta)] \\ \frac{d}{d\theta} [L_{re}(\theta)] & \frac{d}{d\theta} [L_{rr}] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & L_{er} \frac{d}{d\theta} [C(\theta)] \\ L_{er} \frac{d}{d\theta} [C(\theta)]^t & [0] \end{bmatrix} \\
[I] &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
[S] &= \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \\
[0] &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
[C(\theta)] &= \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) & \cos \theta & \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \cos \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) & \cos \theta \end{bmatrix} \\
\frac{d}{d\theta} [C(\theta)] &= \begin{bmatrix} -\sin \theta & -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\sin \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) & -\sin \theta & -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\sin \left(\theta + \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta + \frac{4\pi}{3} \right) & -\sin \theta \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

La expresión que define el par mecánico de la máquina se obtiene a partir del principio de los trabajos virtuales, esto se muestra en la expresión 2.12:

$$T_e - T_m = \frac{\partial W'_c}{\partial \theta} - T_m = \frac{1}{2} [i]^t [\tau(\theta)]^t [i] - T_m = J\ddot{\theta} + p\dot{\theta} \quad (2.12)$$

Los parámetros que definen el comportamiento de la máquina de inducción en el sistema de coordenadas primitivas son:

R_e Resistencia de cada bobina del estátor

R_r Resistencia de cada bobina del rotor

$L_{\sigma e}$ Inductancia de dispersión del estátor

$L_{\sigma r}$ Inductancia de dispersión del rotor

L_{me} Inductancia de magnetización del estátor

L_{mr} Inductancia de magnetización del rotor

L_{er} Inductancia mutua de acoplamiento estátor-rotor

2.5. Vectores Espaciales

Para el estudio de los vectores espaciales, es importante conocer la relación que esto presenta con el concepto de la transformación de componentes simétricas, la cual está definida por las expresiones 2.13 y 2.14. Esta transformación permite convertir un sistema acoplado, en tres sistemas independientes. Estos sistemas independientes se representan como secuencia positiva, secuencia negativa y cero. La secuencia cero solo se puede excitar cuando la sumatoria de las corrientes o tensiones de la máquina es diferente de cero. La secuencia positiva y la secuencia negativa son similares determinando que son el conjugado del otro.

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_+ \\ x_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ 1 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_+ \\ x_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_0 \\ x_+ \\ x_- \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Con la transformación de componentes simétricas se puede representar el modelo primitivo de la máquina de inducción utilizando únicamente la secuencia positiva [2] como se muestra en la expresión 2.15. Denominando a este proceso como transformación a vectores espaciales.

$$x(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a(t) \\ x_b(t) \\ x_c(t) \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

La transformación a vectores espaciales representa un sistema de corrientes y de tensiones o flujos trifásicos a través de un vector en el espacio, donde la posición y la magnitud de este dependen del tiempo.

Las representaciones del modelo primitivo de una máquina de inducción en vectores espaciales se muestra en la siguiente expresión 2.16.

$$\begin{bmatrix} v_e \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} + p \left(\begin{bmatrix} L_e & M_{er}e^{j\theta} \\ M_{er}e^{j\theta} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} \right) \quad (2.16)$$

Donde se tienen las siguientes expresiones:

$$v_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^e & v_b^e & v_c^e \end{bmatrix}^t$$

$$i_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^e & i_b^e & i_c^e \end{bmatrix}^t$$

$$v_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a^r & v_b^r & v_c^r \end{bmatrix}^t$$

$$i_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a^r & i_b^r & i_c^r \end{bmatrix}^t$$

$$L_e = L_{\sigma e} + \frac{3}{2}L_{me}$$

$$L_r = L_{\sigma r} + \frac{3}{2}L_{mr}$$

$$M_{er} = \frac{2}{3}L_{er}$$

Aplicando la transformación a vectores espaciales de la ecuación del par eléctrico en las ecuaciones primitivas de la máquina de inducción tenemos la siguiente expresión 2.17:

$$T_e = \frac{1}{2} [i]^t [\tau] [i] = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix}^t \begin{bmatrix} 0 & L_{er} \frac{d}{d\theta} [C(\theta)] \\ L_{er} \frac{d}{d\theta} [C(\theta)]^t & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix}$$

$$T_e = L_{er} [i_e]^t \frac{d}{d\theta} [C(\theta)] [i_r]$$

$$T_e = L_{er} [i_e]^t \left\{ \frac{e^{-j\theta}}{2j} \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & \alpha \\ \alpha & 1 & \alpha^2 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \end{bmatrix} - \frac{e^{-j\theta}}{2j} \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \\ \alpha^2 & 1 & \alpha \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \right\} [i_r]$$

$$T_e = \sqrt{\frac{2}{3}} L_{er} \left\{ \frac{e^{-j\theta}}{2j} i_e \begin{bmatrix} 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} - \frac{e^{-j\theta}}{2j} i_e^* \begin{bmatrix} 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \right\} [i_r]$$

$$T_e = \frac{2}{3} L_{er} \left\{ \frac{e^{-j\theta}}{2j} i_e i_r^* - \frac{e^{-j\theta}}{2j} i_e^* i_r \right\}$$

$$T_e = M_{er} \Im m i_e i_r^* e^{-j\theta}$$

$$T_e = M_{er} \Im m i_e (i_r e^{-j\theta})^* \quad (2.17)$$

Al sistema de ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento de la máquina de inducción, se aplica la transformación a vectores espaciales obteniendo las expresiones 2.18 y 2.19:

$$\begin{bmatrix} v_e \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} + p \left(\begin{bmatrix} L_e & M_{er} e^{j\theta} \\ M_{er} e^{j\theta} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} \right) \quad (2.18)$$

$$M_{er} \Im m i_e (i_r e^{-j\theta})^* - T_m(\dot{\theta}) = J\ddot{\theta} + p\dot{\theta} \quad (2.19)$$

Estas expresiones simplifican las ecuaciones primitivas del modelo de la máquina de inducción representando magnitudes trifásicas en vectores espaciales, logrando reducir las siete ecuaciones iniciales en tres ecuaciones diferenciales y la dependencia del ángulo θ se ha simplificado a una matriz de 2×2 .

Se puede eliminar dependencia del ángulo θ si las variables del rotor se refieren al estátor utilizando la siguiente expresión 2.20.

$$x_r^e = x_r e^{j\theta} \quad (2.20)$$

Al aplicar la transformación al modelo de la máquina en vectores espaciales, es necesario desarrollar la derivada de esta transformación de la siguiente manera.

$$\begin{aligned} x_r^e &= x_r e^{j\theta} \\ p x_r^e &= p x_r e^{j\theta} + j\dot{\theta} e^{j\theta} x_r \\ p x_r^e &= p x_r e^{j\theta} + j\dot{\theta} x_r^e \\ p x_r e^{j\theta} &= p x_r^e - j\dot{\theta} x_r^e \end{aligned} \quad (2.21)$$

Con la transformación se obtienen las expresiones que definen el modelo de la máquina de inducción en vectores espaciales referidos al estátor, como se muestra en las expresiones 2.22 y 2.23.

$$\begin{bmatrix} v_e \\ v_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_e & 0 \\ 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_e & M_{er} e^{j\theta} \\ M_{er} e^{j\theta} & L_r \end{bmatrix} p \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} - j\dot{\theta} \begin{bmatrix} L_e & M_{er} e^{j\theta} \\ M_{er} e^{j\theta} & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ i_r \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

$$M_{er} \Im m i_e (i_r e^{-j\theta})^* - T_m(\dot{\theta}) = J\ddot{\theta} + p\dot{\theta} \quad (2.23)$$

Este modelo de la máquina de inducción es independiente de la posición angular ϑ , la cual es variable en el tiempo de igual manera que el caso particular de la operación de la máquina en el régimen permanente.

2.6. Desequilibrio de Tensión en la Máquina de Inducción

La tensión de alimentación de una máquina de inducción puede presentar variaciones, es decir no se encuentran balanceadas, lo que provoca que las corrientes que circulan por las bobinas de la máquina tampoco lo sean. Si las corrientes que circulan por las bobinas no son equilibradas, el campo magnético que generan estas corrientes no será rotatorio [1].

Al presentarse este problema en la operación de la máquina, se puede representar un sistema de tensiones trifásicas desequilibradas por tres sistemas equilibrados: secuencia positiva, secuencia negativa y secuencia cero. Para esto se ha empleado la transformación de componentes simétricas. Estas secuencias se analizan de manera independiente utilizando el método de superposición para encontrar las tensiones de línea [1][7].

Para descomponer un sistema trifásico en componentes simétricas se utiliza la expresión 2.24 conservativa en potencia:

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_+ \\ v_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \\ 1 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

La transformación inversa de componentes simétricas a magnitudes fase se obtiene mediante la expresión 2.25:

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & e^{j\frac{4\pi}{3}} & e^{j\frac{2\pi}{3}} \\ 1 & e^{j\frac{2\pi}{3}} & e^{j\frac{4\pi}{3}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ v_+ \\ v_- \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_0 \\ v_+ \\ v_- \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

El campo magnético rotatorio al estar alimentado por un sistema de secuencia negativa equilibrado gira en sentido contrario a las manecillas del reloj, generando que la velocidad de campo sea $-\omega_e$ [1].

Se puede determinar el par eléctrico de secuencia positiva y negativa mediante las tensiones obtenidas de las componentes que fueron aplicadas a la máquina.

Al presentarse desequilibrios en la máquina, el sistema de secuencia cero no produce par, lo que ocasiona que se incrementen las corrientes, las pérdidas, el calentamiento y así reducir el rendimiento de la máquina [2][1].

El cálculo de las componentes simétricas es la herramienta más utilizada para analizar los desequilibrios a los que pueden someterse las máquinas de inducción. Estos cálculos se realizan con un deslizamiento o velocidad determinados de la máquina [1].

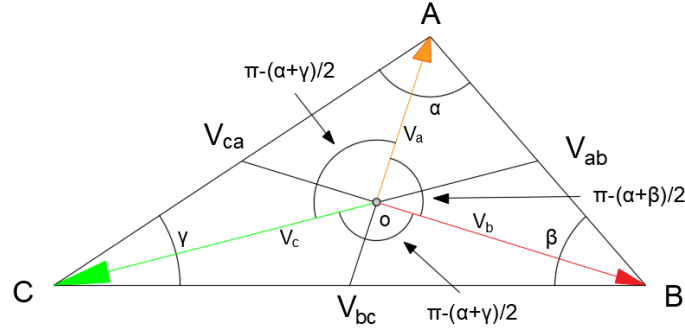


Figura 2.4: Teorema de la mediana [2].

2.6.1. Teorema de Apolonio

El teorema de Apolonio o también denominado teorema de la mediana, es un teorema geométrico basado en la relación de cada uno de los lados de un triángulo con la longitud de su mediana. El teorema dispone que la sumatoria de cualesquiera de los cuadrados de sus dos lados genera como resultado la mitad del tercer lado sumado el doble del cuadrado de su mediana. [2]

Este teorema es un gran apoyo para el cálculo de las tensiones de fase en la máquina de inducción, donde comúnmente al realizar pruebas sobre el convertidor se mide de manera directa las tensiones entre sus fases, con equipos comunes como multímetros u otros instrumentos disponibles en la industria. Mediante las expresiones 2.26 y 2.27 se puede determinar los valores de las tensiones de fase referidas al neutro. En la figura 2.4 se muestra el triángulo que representa las tensiones entre fases y las tensiones al neutro en una máquina de inducción, cuando presenta un desequilibrio en el sistema trifásico de alimentación. Con la ayuda del teorema de senos y cosenos es posible determinar los ángulos interiores que se muestran en el triángulo de tensiones.

$$\begin{aligned}
 \alpha &= \arcsin \left(\frac{v_{bc}}{v_{ab}} \sin(\gamma) \right) \\
 \beta &= \arcsin \left(\frac{v_{ca}}{v_{ab}} \sin(\gamma) \right) \\
 \gamma &= \arccos \left(-\frac{v_{ab}^2 - v_{bc}^2 - v_{ca}^2}{2v_{bc}v_{ca}} \right)
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

$$\begin{aligned}
 v_a &= \frac{1}{3} \sqrt{2(v_{ca}^2 + v_{ab}^2) - v_{bc}^2} \\
 v_b &= \frac{1}{3} \sqrt{2(v_{bc}^2 + v_{ab}^2) - v_{ca}^2} \\
 v_c &= \frac{1}{3} \sqrt{2(v_{bc}^2 + v_{ca}^2) - v_{ab}^2}
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

2.7. Análisis de Armónicas

Uno de los problemas que comúnmente se presentan en los sistemas eléctricos es la presencia de armónicas, debido a las cargas no lineales que se conectan a estos sistemas. Estas anomalías en la red eléctrica puede ocasionar diversos inconvenientes como: aumento de pérdidas de potencia, sobretensiones, mal funcionamiento de las protecciones, que tiene como consecuencia disminuir la vida útil de los equipos.

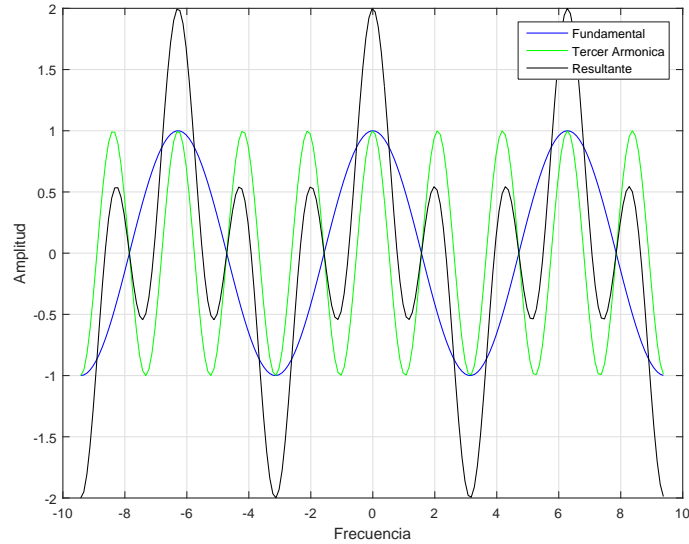


Figura 2.5: Distorsión Armónica

Las armónicas son señales donde su frecuencia es un múltiplo de la frecuencia fundamental que está presente en los sistemas eléctricos [8]. En los sistemas de 60 Hz , las armónicas son señales senoidales. Estas señales al tener una relación con la frecuencia fundamental, se puede determinar la frecuencia de cada una de las armónicas presentes en la red mediante la expresión 2.28.

$$F_h = h \cdot 60[\text{Hz}] \quad (2.28)$$

donde h es un número entero que representa el orden de la armónica.

La magnitud de la armónica, en por unidad se puede determinar mediante la expresión 2.29.

$$I_h = \frac{I_1}{h} \quad (2.29)$$

donde:

I_h Magnitud de la corriente armónica en pu

I_1 Magnitud de la corriente fundamental en pu

h Orden de la armónica

Dependiendo del orden de la armónica, la magnitud y frecuencia de las mismas aumentan o disminuyen, haciendo que las armónicas de menor orden sean las más significativas para este análisis[8].

El efecto de las armónicas en la red es denominado distorsión armónica, esto se debe a que las armónicas se combinan con la frecuencia fundamental. Este efecto produce una desproporción de la corriente con respecto a la tensión aplicada al sistema. En la figura 2.5 se puede apreciar este fenómeno.

La distorsión armónica total o THD expresa la cantidad de distorsión armónica en una señal, mediante la expresión 2.30:

Cuadro 2.1: Secuencia Dominante en Cada Componente Armónica

Secuencia de Fase	Positiva	Negativa	Cero
Orden de la Armónica	1	5	3
Orden de la Armónica	7	11	9
Orden de la Armónica	13	17	15

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^n I_h^2}}{I_1} 100\% \quad (2.30)$$

El THD puede calcularse para la tensión o corriente [8].

Para el análisis de las componentes armónicas en una señal, es necesario descomponer la onda en su componente fundamental y armónicas, mediante un análisis de Fourier. Este método facilitara el análisis por separado de cada una de las componentes de la señal, de manera conjunta con este método se emplea métodos de solución de circuitos y el método de superposición [8].

Otro método de aporte para el análisis de armónicos, es el método de componentes simétricas. Mediante este método de puede determinar la secuencia de cada una se las componentes armónicas. En los sistemas eléctricos solo se presentan armónicas de orden impar, considerando el método de componentes simetrías en la siguiente tabla 2.1 se muestra la secuencia de las armónicas según su orden.

2.8. Armónicas en la Máquina de Inducción

Para el análisis del comportamiento de la máquina, se ha mencionado inconvenientes como el desbalance en sus fuentes de alimentación, donde este análisis es desarrollado únicamente a una sola frecuencia. En la industria se presentan diversos casos al momento de operar una máquina de inducción, la cual nos lleva a emplear equipos adicionales que colaboren el en funcionamiento de la misma. La consecuencia de emplear equipos adicionales en conjunto con la máquina de inducción, es la presencia de componentes armónicas en las fuentes de alimentación. Debido a esto se deben realizar cambios en el modelo de la máquina, para analizar su respuesta [1].

Las armónicas más comunes en los sistemas eléctricos son los que se muestran en la Tabla 2.2:

Es importante desarrollar un modelo de la máquina considerando cada una de las armónicas presentes en esta, además es posible utilizar el principio de superposición, considerando que la máquina es lineal, y así determinar su respuesta frente a este fenómeno [1].

Cuadro 2.2: Armónicas Temporales más Frecuentes[1]

Armónica	1,1	3,1	5,1	7,1	9,1	11,1	13,1
Frecuencia	ω_e	$3\omega_e$	$5\omega_e$	$7\omega_e$	$9\omega_e$	$11\omega_e$	$13\omega_e$

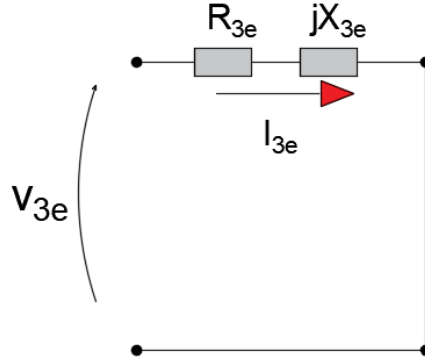


Figura 2.6: Modelo de Terceras Armónicas [1]

2.8.1. Modelo de Terceras Armónicas

Al suministrar una fuente de tensiones trifásicas balanceada en la máquina de inducción, la componente armónica fundamental o primera armónica también lo será y la componente de la tercera armónica se encontraría en fase. Al presentarse esto, el sistema de terceras armónicas se comportaría como un sistema de secuencia cero. Para las armónicas que son múltiplos de tres, su comportamiento será como un sistema de secuencia cero.

Para el modelo de la máquina se debe considerar el incremento de las reactancias en un factor de tres y la resistencia no se modificaría, si es que se desprecia el efecto pelicular en los conductores. En la figura 2.6 se observa el modelo de terceras armónicas [1].

2.8.2. Modelo de Quintas Armónicas

En el modelo de quinta armónica, se considera las expresiones 2.31, 2.32 y 2.33:

$$V_{a5}(\omega_e t) = \sqrt{2}V_5 \sin 5(\omega_e t) = \sqrt{2}V_5 \sin(5\omega_e t) \quad (2.31)$$

$$V_{b5}(\omega_e t) = \sqrt{2}V_5 \sin 5\left(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}\right) = \sqrt{2}V_5 \sin\left(5\omega_e t - \frac{4\pi}{3}\right) \quad (2.32)$$

$$V_{c5}(\omega_e t) = \sqrt{2}V_5 \sin 5\left(\omega_e t - \frac{4\pi}{3}\right) = \sqrt{2}V_5 \sin\left(5\omega_e t - \frac{2\pi}{3}\right) \quad (2.33)$$

En el modelo de la quinta armónica, se considera que la máquina se comporta como un sistema de secuencia negativa. Al alimentar a la máquina con un sistema de secuencia negativa se genera un campo magnético rotatorio en sentido contrario a las manecillas del reloj. Para este modelo se considera el aumento de las reactancias en un factor de cinco, las resistencias se mantendrán constantes si se desprecia el efecto pelicular. Para el cálculo del deslizamiento en el modelo de quinta armónica se considera la expresión 2.34 [1].

$$s_{51} = \frac{-5\omega_e - \omega_r}{-5\omega_e} = \frac{5\omega_e + \omega_r}{5\omega_e} = 1 + \frac{\omega_r}{5\omega_e} = \frac{6 - s_{11}}{5} \quad (2.34)$$

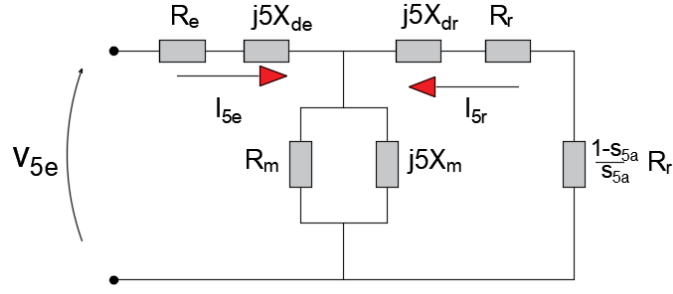


Figura 2.7: Circuito Equivalente de la Máquina Alimentada por un Sistema de Quinta Armónica [1]

El par eléctrico que se genera en este modelo, tiene la misma dirección que el campo magnético. La resistencia de magnetización de la máquina se podría modificar considerando la frecuencia que se emplea, además se debe considerar el aumento de las pérdidas en el hierro causado por el incremento de la frecuencia [1]. En la figura 2.7 se muestra el circuito equivalente de la máquina alimentada por un sistema de quinta armónica.

2.8.3. Modelo de Séptimas Armónicas

En el modelo de quinta armónica, se considera las expresiones 2.35, 2.36 y 2.37:

$$V_{a7}(\omega_e t) = \sqrt{2}V_7 \sin 7(\omega_e t) = \sqrt{2}V_7 \sin(7\omega_e t) \quad (2.35)$$

$$V_{b7}(\omega_e t) = \sqrt{2}V_7 \sin 7(\omega_e t - \frac{2\pi}{3}) = \sqrt{2}V_7 \sin(7\omega_e t - \frac{2\pi}{3}) \quad (2.36)$$

$$V_{c7}(\omega_e t) = \sqrt{2}V_7 \sin 7(\omega_e t - \frac{4\pi}{3}) = \sqrt{2}V_7 \sin(7\omega_e t - \frac{4\pi}{3}) \quad (2.37)$$

En el modelo de la séptima armónica, se considera que la máquina se comporta como un sistema de secuencia positiva. Al alimentar a la máquina con un sistema de secuencia positiva se genera un campo magnético rotatorio en sentido a las manecillas del reloj. Para este modelo se considera el aumento de las reactancias en un factor de siete, las resistencias se mantendrán constantes si se desprecia el efecto pelicular. Para el cálculo del deslizamiento en el modelo de séptima armónica se considera la expresión 2.38 [1].

$$s_{71} = \frac{7\omega_e - \omega_r}{7\omega_e} = \frac{6 + s_{11}}{7} \quad (2.38)$$

El par eléctrico que se genera en este modelo, tiene la misma dirección que el campo magnético. La resistencia de magnetización de la máquina se podría modificar considerando la frecuencia que se emplea, además se debe considerar el aumento de las pérdidas en el hierro causado por el incremento de la frecuencia [1]. En la figura 2.8 se muestra el circuito equivalente de la máquina alimentada por un sistema de séptima armónica.

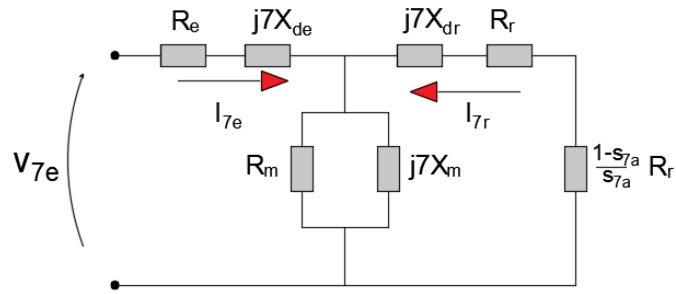


Figura 2.8: Circuito Equivalente de la Máquina Alimentada por un Sistema de Séptima Armónica [1]

2.9. Transformada de Fourier

La transformada de Fourier es una herramienta que permite la transformación de señales en función del tiempo en otras en función de la frecuencia. Esta transformada es una extensión de la serie de Fourier, que permite la representación de señales periódicas y no periódicas en todo instante de tiempo [9]. La transformada de Fourier está definida por la expresión 2.39, esta expresión se escribe en términos de la frecuencia cíclica f con la ventaja de ser simétrica.

$$X(f) = F(x(t)) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j2\pi ft} dt \quad (2.39)$$

La transformada inversa de Fourier está definida por la expresión 2.40, esta expresión se escribe en términos de la variable de frecuencia en radianes ω . La frecuencia en radianes tiene una relación más directa con las constantes de tiempo y las frecuencias resonantes de los sistemas reales, haciendo que la transformada de las funciones de los sistemas sea más simples utilizando esta expresión [9].

$$x(t) = F^{-1}(X(f)) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f)e^{j2\pi ft} df \quad (2.40)$$

La transformada de Fourier es una herramienta muy útil para el estudio de ecuaciones en derivadas parciales lineales constantes, para emplear esta transformada existen diversas propiedades importantes, que en varios casos evitan aplicar directamente el concepto de integral de la transformada de Fourier de manera independiente de las formas de las señales. En [9] se ilustra tablas de las propiedades de la transformada de Fourier, de igual manera el uso de las mismas con diversos ejemplos donde se aplican estas propiedades.

3 Capítulo 3: Normas Internacionales para la Determinación de Eficiencia.

Para determinar la eficiencia en una máquina de inducción se tomara en cuenta dos estándares internacionales que son los claves para el objetivo de este trabajo. Estos estándares son empleados por diversos fabricantes, por lo que representan un punto importante en el diseño y construcción. Dichos métodos son los siguientes:

1. IEEE 112 – Método B
2. IEC 60034-2-1

Las metodologías de estos estándares internacionales tienen cierta similitud entre ellos, con pequeñas diferencias en la obtención de sus resultados. Por ello se analizará los dos métodos, con el objetivo de conocer su metodología y relacionarla con el desarrollo del método propuesto en este trabajo.

3.1. Norma IEEE 112 Método B

Esta norma se puede aplicar a las máquinas de inducción, tanto en generadores como en motores de eje horizontal, con rotor de tipo jaula de ardilla y sin considerar su tamaño. Cuenta con diferentes métodos para la estimación de la eficiencia, estos métodos consideran la capacidad nominal de la máquina. El procedimiento se centra en cómo determinar las pérdidas adicionales, ya sea de forma directa o indirecta.

Todos los datos se toman con la máquina operando como un motor o como un generador, dependiendo de la región de operación para la cual se requiere los datos de eficiencia [10, 11].

3.1.1. Procedimiento de la Prueba

Las pruebas individuales que conforman el método *B* se realizan en el orden que se indicará a continuación, las pruebas se pueden realizar individualmente si la temperatura de funcionamiento de la máquina se establece cerca de su temperatura de funcionamiento normal para el tipo de prueba antes de obtener los datos [11].

3.1.1.1. Resistencia en Frio

Con la máquina a temperatura ambiente, se realiza la medida y registro del valor de las resistencias de cada una de las bobinas y el registro de la temperatura ambiente.

3.1.1.2. Prueba de Temperatura de Carga Nominal

Esta prueba consiste en que la máquina se carga como un motor o generador en la condición deseada o a valores nominales, de la cual se registra el valor de la temperatura de la máquina durante esta prueba[12].

3.1.1.3. Prueba Bajo Carga

La temperatura del devanado del estátor debe estar dentro de los $10^{\circ}C$ de la lectura de temperatura más alta registrada durante la temperatura de carga nominal, la prueba se debe realizar lo más rápido posible para evitar daños en la máquina durante la prueba.

3.1.1.4. Prueba sin Carga

Esta prueba se realiza conectando la máquina como un motor a la tensión y frecuencia nominal sin carga. Durante esta prueba se debe registrar la temperatura, voltaje, corriente y potencia de entrada a la frecuencia nominal [10].

3.1.2. Cálculos

3.1.2.1. Pérdidas por Fricción

Para determinar las pérdidas por fricción, restamos la pérdida del estátor ($i^2 R$) (a la temperatura de la prueba) de las pérdidas totales, es decir potencia de entrada.

Otra alternativa para determinar estas pérdidas es trazar una curva resultante de cada punto de tensión de la prueba contra la potencia, extendiendo la curva a voltaje cero. La intersección con el eje de voltaje cero es la pérdida por fricción, esta intersección puede determinarse con mayor precisión si la potencia de entrada menos la pérdida ($i^2 R$) del estátor se traza frente a la tensión al cuadrado para valores en el rango de voltaje más bajo[13].

3.1.2.2. Pérdidas en el Núcleo

Estas pérdidas se obtienen al restar el valor de las pérdidas por fricción de la potencia de entrada menos la pérdida ($i^2 R$) del estátor.

3.1.2.3. Pérdidas en el Estátor

Para una máquina trifásica, las pérdidas en el estátor se definen por la expresión 3.1.

$$P_e = 1,5(i^2 R) = 3(i^2 R_1) \quad (3.1)$$

donde:

i Es la corriente medida del estátor, en amperios.

R Es la resistencia, en ohmios, entre dos fases de la máquina, corregida a la temperatura adecuada, si es necesario.

R_1 Es la resistencia por fase, en ohmios.

3.1.2.4. Pérdidas en el Rotor

Estas pérdidas se basa en la velocidad real o la medición de deslizamiento para cada punto y no se requieren ajustes [10].

La pérdida del rotor ($i^2 \cdot R_1$), incluida las pérdidas en el núcleo, se determina en base al deslizamiento con las expresiones 3.2 y 3.3:

La máquina en configuración como motor

$$P_r = (P_{in} - P_e - P_{fe}) s \quad (3.2)$$

La máquina en configuración como generador

$$P_r = (P_{out} - P_e - P_{fe}) s \quad (3.3)$$

donde s es el deslizamiento, en por unidad (p.u), con la velocidad síncrona como base, todos estos cálculos están en vatios (W).

La velocidad de deslizamiento, en r/min , se puede medir directamente por medios estroboscópicos o se puede calcular a partir de la velocidad medida. Este valor luego se debe convertir a un valor numérico o por unidad para usar en los análisis. La velocidad de deslizamiento es la diferencia entre la velocidad síncrona y la velocidad medida, en r/min

$$s = n_s + n_t \quad (3.4)$$

$$n_s = 120 \frac{f}{p} \quad (3.5)$$

donde:

n_s Es la velocidad síncrona en r/min .

n_t Es la velocidad medida en r/min .

f Es la frecuencia de la línea, en H .

p Es el número de pares de polos.

El deslizamiento expresado en por unidad es:

$$s = \frac{s \left(\frac{r}{min} \right)}{n_s \left(\frac{r}{min} \right)} \quad (3.6)$$

3.1.2.5. Pérdida Total Aparente

La pérdida total aparente se calculará por separado para cada punto de carga restando la salida medida en vatios de la entrada medida en vatios.

3.1.2.6. Determinación de Pérdida de Carga (Método Indirecto)

Esto se calculará por separado para cada punto de carga restando de la pérdida total aparente, la pérdida del estátor a la temperatura de la prueba, la pérdida del núcleo, la pérdida por fricción, y la pérdida del rotor correspondiente a la medida valor de deslizamiento.

3.1.3. Correcciones

3.1.3.1. Corrección de Temperatura de la Pérdida en el Estátor

Para la corrección de la pérdida en el estátor, se debe analizar para cada punto de carga, utilizando la resistencia promedio del estátor considerando la temperatura especificada.

$$R_b = \frac{R_a (t_b + k_1)}{t_a + k_1} \quad (3.7)$$

donde:

R_a Es el valor conocido de la resistencia del devanado, en ohmios, a la temperatura t_a

t_a Es la temperatura, en °C, del bobinado cuando se midió la resistencia R_a

t_b Es la temperatura, en °C, a la que se debe corregir la resistencia.

R_b Es la resistencia del devanado, en ohmios, corregida a la temperatura t_b

k_1 Es una constante con un valor de 234,5 para cobre de conductividad 100 IACS, o un valor de 225 para aluminio, basado en una conductividad de volumen de 62.

3.1.3.2. Corrección de Temperatura de la Pérdida en el Rotor

La corrección de la pérdida del rotor se puede realizar mediante las ecuaciones de pérdida del rotor en configuración de motor o generador, utilizando el valor de deslizamiento a la temperatura especificada, utilizando la expresión 3.8 para el deslizamiento[10].

$$s_s = \frac{s_t (t_s + k_1)}{t_t + k_1} \quad (3.8)$$

donde:

s_s Es el deslizamiento, en p.u., corregido a la temperatura del estátor especificada,
 t_s

s_t Es el deslizamiento, en p.u., medido a la temperatura del bobinado del estátor, t_t

t_s Es la temperatura especificada para la corrección de resistencia, en $^{\circ}C$

t_t Es la temperatura de bobinado del estátor observada durante la prueba de carga, en $^{\circ}C$.

k_1 Es 234.5 para cobre de conductividad 100 % IACS, o 225 para aluminio, basado en una conductividad de volumen de 62 %.

3.1.3.3. Pérdida Total Corregida

Una pérdida total corregida para cada uno de los puntos de carga se determina, como la suma de la pérdida por fricción, la pérdida del núcleo, la pérdida corregida de carga, la pérdida del estátor corregida y la pérdida corregida del rotor.

3.1.3.4. Potencia Mecánica Corregida

La potencia mecánica (salida) corregida para cada uno de los puntos de carga para un motor es igual a la diferencia entre la potencia eléctrica (entrada) medida y la pérdida total corregida.

3.1.4. Eficiencia Mediante Norma IEEE 112 Método B

La eficiencia es la relación entre la potencia de salida y la potencia de entrada total. Se usa la potencia eléctrica medida y la potencia mecánica corregida para calcular la eficiencia. La potencia de salida es igual a la potencia de entrada menos las pérdidas. Por lo tanto, si se conocen dos de las tres variables (salida, entrada o pérdidas), la eficiencia puede determinarse usando las expresiones 3.9 y 3.10:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (3.9)$$

$$\eta = \frac{P_{in} - P_{\text{pérdidas}}}{P_{in}} \quad (3.10)$$

3.1.4.1. Factor de Potencia

El factor de potencia de la máquina se determinará para cada punto de carga utilizando la siguiente expresión 3.11:

$$PF = \frac{P}{\sqrt{3}VI} \quad (3.11)$$

donde:

P Es la potencia eléctrica de la máquina, en W , la potencia de entrada para un motor.

PF Es el factor de potencia de la máquina.

V Es el voltaje de línea a línea de entrada, en voltios.

I Es la corriente de entrada, en A .

Cuando se usa el método de dos vatímetros para medir la potencia de entrada de las máquinas trifásica, el factor de potencia, PF , en porcentaje, puede verificarse mediante la expresión 3.12:

$$PF = \frac{100}{\sqrt{1 + 3 \left(\frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2} \right)^2}} \quad (3.12)$$

donde:

P_1 Es el registro de medida más alto.

P_2 Es el registro de medida más bajo.

Si el vatímetro P_2 da una lectura negativa, se considerará una cantidad negativa.

3.2. Norma IEC 60034-2-1

Esta norma permite determinar las pérdidas en el rendimiento de las máquinas, a excepción de las máquinas destinadas a la tracción de vehículos [12].

La norma presenta una gran similitud con la norma IEEE 112. Las principales diferencias entre estas dos normas se enfocan en como determinar la estimación de las pérdidas en el hierro, el tratamiento del efecto de la temperatura sobre la resistencia en la prueba de carga, y la consideración de dos nuevos métodos para estimar las pérdidas adicionales [14].

3.2.1. Aspectos Generales

El procedimiento para la aplicación parte de la realización de las mismas pruebas ya realizadas con el método IEEE 112-B. Se realiza una prueba de temperatura, prueba de carga y prueba de vacío, a partir de las que se estimarán las pérdidas presentes en la máquina. Las pérdidas por fricción, las pérdidas en el estátor y las del rotor se calculan mediante las siguientes formulas:

$$P_{0Total} = P_0 - P_j = P_f + P_{fe} \quad (3.13)$$

donde:

P_{0Total} Es las pérdidas totales en vacío

P_0 Es la potencia en vacío

P_j Es las pérdidas de joule en vacío

P_f Es las pérdidas por fricción

P_{fe} Es las pérdidas en el hierro

$$P_e = 1,5Ri^2 \quad (3.14)$$

P_e Es las pérdidas en el estátor

R Es la resistencia del estátor

i Es la corriente del estátor bajo carga

$$P_r = (P_{in} - P_e - P_{fe})s \quad (3.15)$$

P_r Es las perdidas en el rotor

P_{in} Es la potencia de entrada

P_e Es las pérdidas en el estátor

s Es el deslizamiento

P_{fe} Es las pérdidas en el hierro

A comparación de la norma IEEE 112 que considera, las pérdidas en el hierro son contantes para cualquier punto de carga del motor, la norma IEC 600034-2-1 corrige estas pérdidas en función del cuadrado de la tensión aplicada sobre la rama de magnetización del circuito equivalente de la máquina de inducción, el cálculo de esta tensión se puede estimar mediante la siguiente expresión 3.16:

$$V_r = \sqrt{\left(V - \frac{\sqrt{3}}{2}i R \cos(\varphi)\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}i R \sin(\varphi)\right)^2} \quad (3.16)$$

donde:

V_r Es la tensión en la rama de magnetización para el ajuste de las pérdidas de fricción P_f

V Es la tensión en bornes de la máquina en cada punto de carga

φ Es el ángulo que determina el factor de potencia

Se debe registra el valor da la resistencia del devanado del estátor antes del punto de carga máxima, cuando la maquina esta energizada y luego realizar otro registro de la resistencia cuando la máquina esta apagada. No es necesario considerar la temperatura promedio [13].

3.2.2. Pérdidas Adicionales

La norma actual sustituye a su antigua versión del año de 1972, donde sus versiones anteriores tiene modificaciones en la manera de obtener las perdidas adicionales. Las versiones anteriores de esta norma estimaban estas pérdidas en un 0.5 % de la potencia nominal absorbida, la norma menciona diversos métodos para estimar estas pérdidas, estos métodos son:

- A partir de las pérdidas totales aparentes
- Asignación de pérdidas
- Ensayo Eh-Star

3.2.2.1. Método a Partir de las Pérdidas Totales Aparentes

Este método es similar al que se explica en la norma IEEE 112 método B, mediante la prueba de vacío y la de carga se pueden determinar diversas pérdidas adicionales al aplicar la siguiente expresión 3.17.

$$P_{SLL} = P_e - P_r - (P_{je} + P_{jr} + P_{fe} + P_f) \quad (3.17)$$

donde:

P_f Pérdidas por fricción

P_{SLL} Pérdidas adicionales

P_{fe} Pérdidas en el hierro

P_{je} Pérdidas de joule en el estátor

P_{jr} Pérdidas de joule en el rotor

3.2.2.2. Método de Asignación de Pérdidas

Los valores de las pérdidas adicionales en el punto de carga nominal se pueden asignar como un porcentaje de la potencia de entrada de la máquina, mediante la utilización de la figura 3.1:

Los valores de la curva pueden expresarse mediante las siguientes ecuaciones:

$$P_{SLL} = 0,025 P_e \quad P_r \leq 1 kW$$

$$P_{SLL} = P_e \left(0,025 - 0,005 \log_{10} \left(\frac{P_r}{1 kW} \right) \right) \quad 1 kW \leq P_r \leq 10000 kW$$

$$P_{SLL} = 0,005 P_e \quad P_r \geq 10000 kW$$

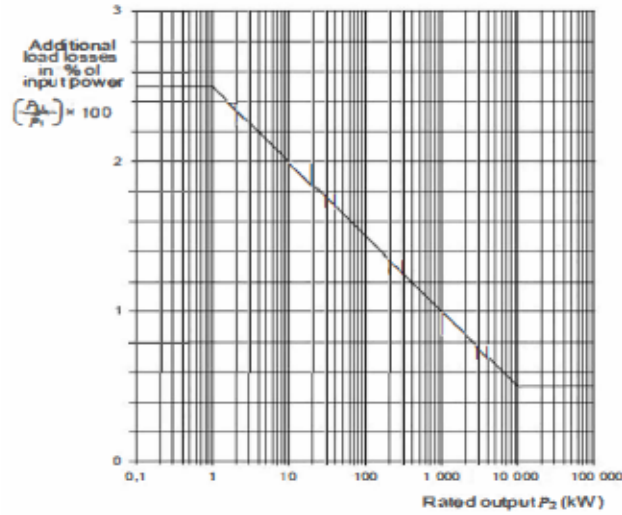


Figura 3.1: Curva para Determinar las Pérdidas Adicionales por Asignación[3]

Cuando se consideran cargas diferentes a la carga nominal de la máquina, las pérdidas adicionales varían cuadráticamente con la corriente absorbida en el estátor, para cada punto de carga, menos la corriente de vacío al cuadrado como se muestra en la expresión 3.18:

$$P_{SLL} = C (i - i_0)^2 \quad (3.18)$$

La pendiente C se determina mediante la asignación de pérdidas en el punto nominal.

3.2.2.3. Método por Ensayo de Eh-Star

Este método presenta una metodología distinta a lo mencionado anteriormente, con lo cual su objetivo es lograr un desequilibrio de las fases del motor, primero se conecta dos de las tres fases del motor a la misma línea de alimentación, y una de estas fases conectarla a través de una resistencia, de esta manera se consigue que por una de las fases del equipo circule una corriente superior a la de las otras fases. En la figura 4.1 se observa la configuración descrita previamente para este método.

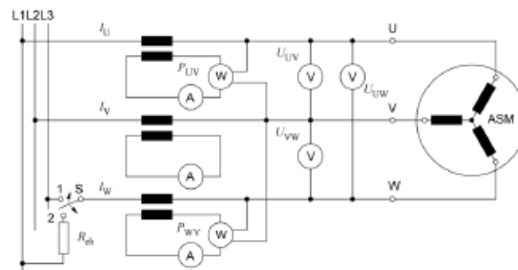


Figura 3.2: Esquema de Conexión para el Método por Ensayo de Eh-Star [3]

Para la obtención de las pérdidas adicionales se aplica un proceso matemático a los datos obtenidos durante el ensayo, este proceso esta descrito en el apéndice B de la norma, dando como resultado una recta de pérdidas residuales. Esto también se puede determinar con el cuadrado la corriente absorbida, y la corriente de prueba como se indica en la expresión 3.19:

$$P_{LR} = A \left(\frac{I_{i(2)}}{I_t} \right)^2 \quad (3.19)$$

$I_{i(2)}$ Corriente adsorbida

I_t Corriente de prueba

3.2.3. Corrección de las Pérdidas

Esto se realiza mediante una corrección por temperatura a las pérdidas de los devanados del estátor y del rotor, tomando la temperatura específica de la máquina, adquirida en la prueba de carga nominal.

Se realiza la corrección de las pérdidas adicionales usando la pendiente (A) conseguida en el método de las pérdidas totales aparentes y Eh-Star, desplazando la curva que cruza con el origen como se muestra en la expresión 3.20:

$$P_{SLL} = AT_{eje}^2 \quad (3.20)$$

El método por asignación de pérdidas obtiene el valor a emplear en la estimación final de eficiencia sin necesidad de realizar alguna corrección[14].

3.2.4. Eficiencia Mediante Norma IEC 60034-2-1

Finalmente se estima la eficiencia mediante la expresión 3.21.

$$\eta = \frac{P_e - P_{perd}}{P_e} \quad (3.21)$$

donde:

$$P_{perd} = P_f + P_{fe} + P_{SLL} + P_{je} + P_{jr}$$

4 Eficiencia Mediante Técnicas no Invasivas

Este trabajo propone un método basado en el modelo de la máquina de inducción en cuál se estima cada uno de sus parámetros con el fin de determinar su eficiencia. Para lograrlo es necesario utilizar la impedancia instantánea definida como $\vec{z}_{in} = \vec{v}_e / \vec{i}_e$ o la potencia instantánea $\vec{s}_{in} = \vec{v}_e \vec{i}_e$ obtenidas en el marco de referencia fijo del estátor durante el arranque de la máquina. Por otra parte, la aplicación del método propuesto requiere adquirir los valores de corriente, tensión, calcular los enlaces de flujo magnético, obtener el par eléctrico de la máquina y su velocidad, con el objetivo de modelar la máquina de inducción en estudio y así, realizar una estimación de su eficiencia. [2].

4.1. Adquisición de Datos

Para la adquisición de datos se utilizó sondas diferenciales de tensión y corriente conectadas a un dispositivo DAQ. Los datos obtenidos son almacenados en una computadora mediante el software Matlab para ser procesados y posteriormente realizar la estimación de parámetros.

En la figura 4.1 se muestra el esquema de conexiones que se utilizó. La máquina de inducción es alimentada a través de una red equilibrada de 220V entre fase y fase, con una frecuencia de 60Hz.

Durante la adquisición de los datos de tensión y corriente de la máquina de inducción se obtuvieron cerca de 240,000 muestras durante un tiempo aproximado de 10 s. El tiempo de muestreo debe garantizar que se realice una captura de información desde el arranque hasta la estabilización de la máquina en sus valores nominales.

En la figura 4.2 se muestra el montaje de todos los equipos necesarios para la adquisición de datos de la máquina de inducción.

En cuanto al código utilizado para la adquisición de los datos fue necesario realizar varias modificaciones para evitar la saturación de información y un procesamiento erróneo.

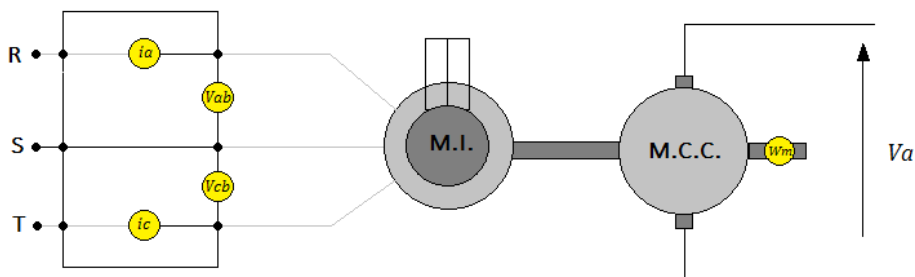


Figura 4.1: Esquema de Conexión para Mediciones



Figura 4.2: Conexión de los Instrumentos para la Adquisición de Datos

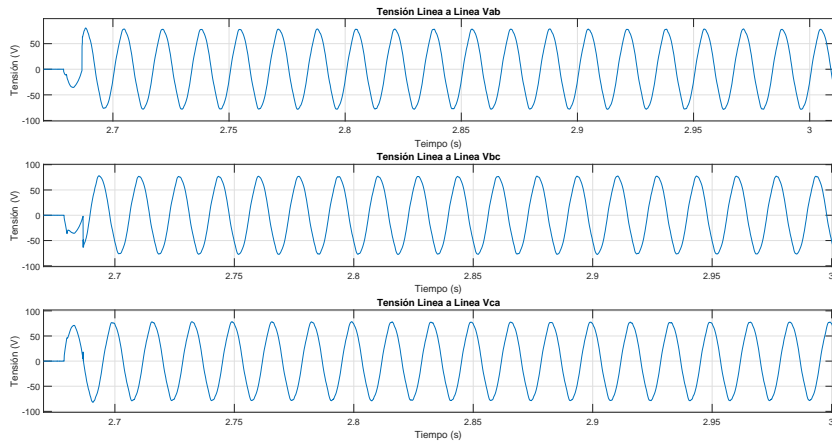


Figura 4.3: Tensiones Línea a Línea de la Máquina de Inducción

En las figuras 4.3 y 4.4 se muestran los datos obtenidos en la adquisición. Se pueden verificar las magnitudes de tensiones y corrientes, teniendo en cuenta que esa información aún requiere ser escalada en función de los valores de atenuación de las sondas diferenciales. Los valores instantaneos obtenidos fueron entre fase y fase para las tensiones, y de línea para las corrientes.

Se puede observar que los valores obtenidos requieren un ajuste antes de ser utilizados en el proceso. Las gráficas muestran un desplazamiento en el eje de las ordenadas que debe ser eliminado, así como un rango de valores previos al arranque que son innecesarios y que pueden generar errores.

4.2. Procesamiento de Datos

Una vez adquirido los datos de tensión y corriente de la máquina de inducción, estos son ajustados para obtener los valores reales según las modificaciones realizadas para poder ser almacenados.

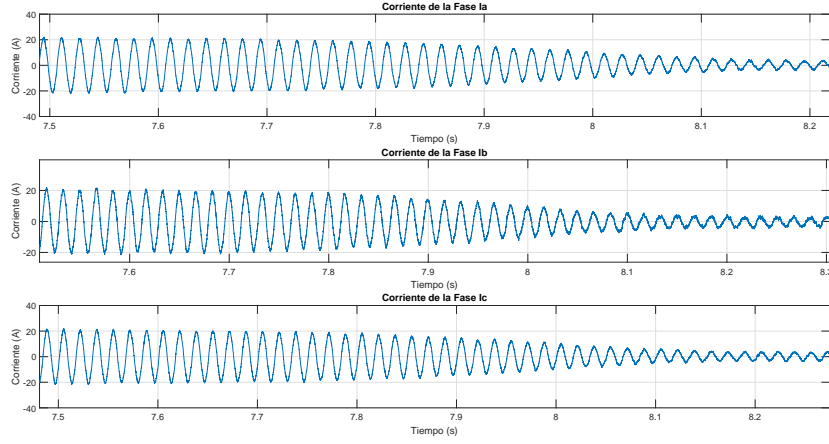


Figura 4.4: Corriente de Línea de la Máquina de Inducción

En primera instancia los datos al ser adquiridos mediante sondas diferenciales presentan un desplazamiento con respecto al eje de las ordenadas. Para eliminar este desplazamiento con respecto al cero, se calcula el valor medio de las tensiones y corrientes, restarlo este valor medio del vector de datos adquiridos. De esta manera se obtiene los valores de tensión y corriente centrados en el eje de las ordenadas. [15][16]

En el proceso de adquisición se capturó las tensiones v_{ab} y v_{cb} como se muestra en la figura 4.1. Con estas dos tensiones se puede obtener la tercera tensión entre fases v_{ca} mediante la expresión 4.1:

$$v_{ab} + v_{bc} + v_{ca} = 0 \quad (4.1)$$

Sin embargo, la obtención de información la tensión v_{cb} fue capturada en sentido contrario a la tensión v_{ab} , por lo que:

$$v_{cb} = -v_{bc} \quad (4.2)$$

Entonces, reemplazando los datos en la ecuación 4.2 y al despejar la tensión v_{ca} se tiene que:

$$v_{ca} = v_{ab} - v_{bc} \quad (4.3)$$

Posteriormente, se realiza un proceso similar para obtener la corriente i_b por medio de los valores obtenidos de i_a e i_c .

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (4.4)$$

en donde,

$$i_b = -i_c - i_a \quad (4.5)$$

Luego de calcular los valores de tensión y corriente faltantes, se procede a ajustar la escala de las mediciones, multiplicando por el factor de atenuación de las sondas diferenciales utilizadas en la medición. En el caso de las sondas diferenciales de tensión se tiene un factor de atenuación de $\times 100$, mientras que en las sondas diferenciales de corriente el factor es de $\times 10$. Un factor de escalamiento adicional es necesario en los valores de corriente, debido a que el conductor que pasa por la sonda de medición hace 5 vueltas en el equipo, generando una atenuación extra con un factor de $\times 5$.

El siguiente paso luego de ajustar los valores medidos consiste en generar los vectores espaciales tanto de tensión como de corriente. Para ello se utiliza las expresiones de transformación 4.6 y 4.7:

$$\vec{i}_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_a + i_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + i_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(i_a + i_b \alpha + i_c \alpha^2 \right) \quad (4.6)$$

$$\vec{v}_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(v_a + v_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + v_c e^{j\frac{4\pi}{3}} \right) = \sqrt{\frac{2}{3}} \left(v_a + v_b \alpha + v_c \alpha^2 \right) \quad (4.7)$$

La transformación de corrientes y tensiones a vectores espaciales presentada en las definiciones 4.6 y 4.7, permiten simplificar el procesamiento de los datos al representar las variables trifásicas como un vector de magnitud y ángulo variable con el tiempo. Al realizar la transformación a vectores espaciales se puede observar una representación gráfica con valores complejos. En la figura 4.5 se representa el vector espacial de la corriente del estátor durante el proceso de arranque de la máquina de inducción.

Debido a que las tensiones adquiridas son valores instantáneos de línea a línea, y la definición del vector espacial de tensión definida en la expresión 4.7, utiliza los valores instantáneos de las tensiones trifásicas medios al neutro, se utiliza la siguiente expresión para determinar el vector espacial al neutro [15, 17]:

$$\vec{v}_e = \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{1}{1 - \alpha^2} \left(v_{ab} + v_{bc} \alpha + v_{ca} \alpha^2 \right) \quad (4.8)$$

En la Fig. 4.6 se presenta el vector espacial de la tensión en la máquina durante el proceso de arranque.

La determinación de los parámetros de la máquina de inducción requiere el cálculo del vector espacial del enlace de flujo que se determina como función del vector espacial de tensión y el vector espacial de corriente. Además se requiere el valor de resistencia del estátor R_e que debe ser obtenido midiendo directamente la resistencia de las bobinas estáticas.

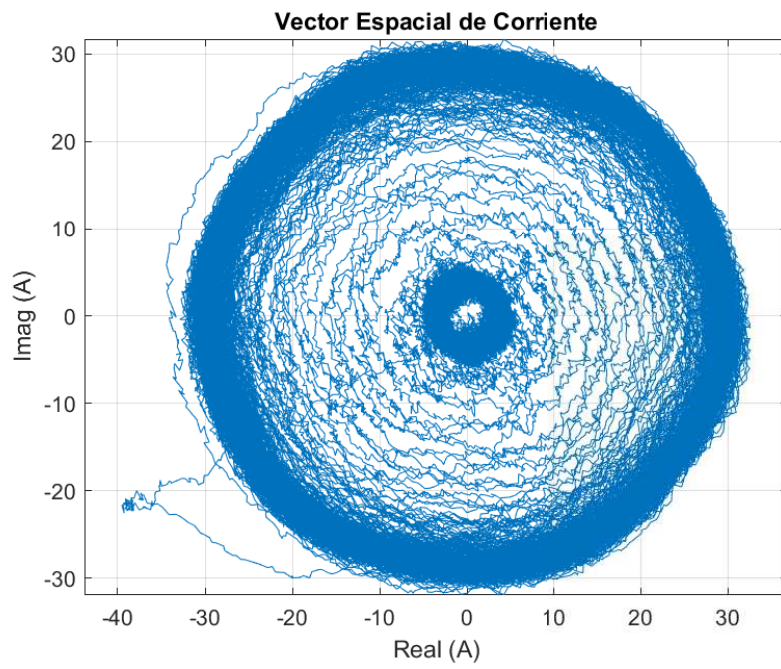


Figura 4.5: Vector Espacial de Corriente

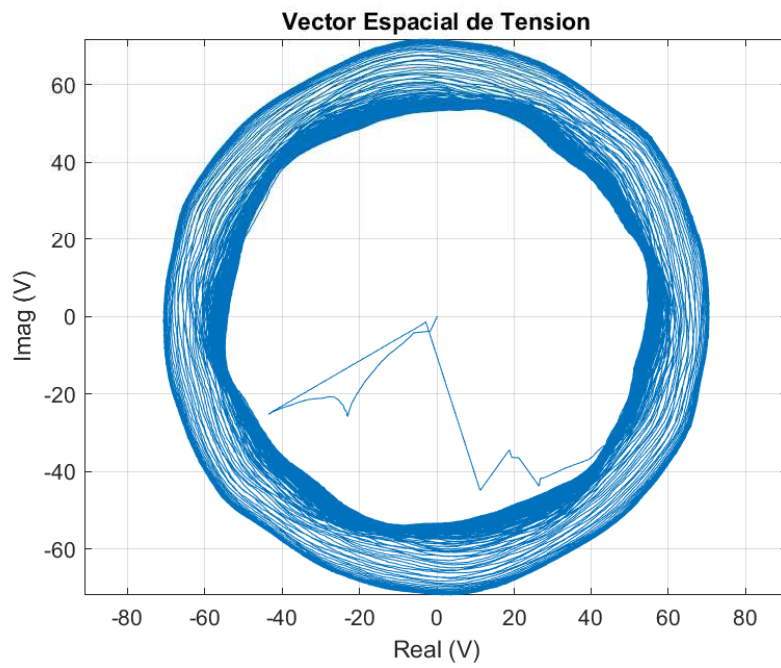


Figura 4.6: Vector Espacial de Tensión

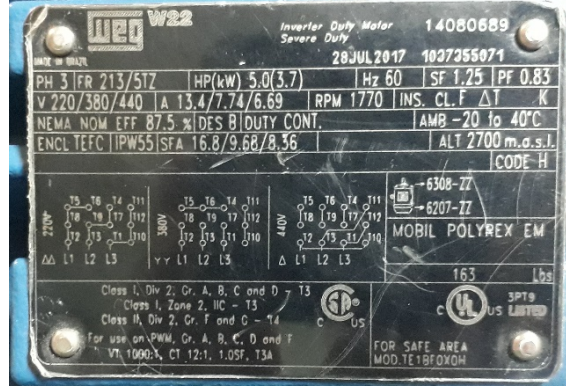


Figura 4.7: Datos de Placa de la Máquina de Inducción

Cuadro 4.1: Parámetros de la máquina de inducción

Parámetro	V_{base}	S_{base}	I_{base}	$\omega_{base e}$	$\omega_{base m}$	Z_{base}
Valor Real	220	3730	9,79	377,0	188,5	12,98
Unidad	[V]	[W]	[A]	$\left[\frac{rad}{s}\right]$	$\left[\frac{rad}{s}\right]$	$[\Omega]$

Los datos nominales de la máquina de inducción tales como tensión nominal V_n , corriente nominal I_n , potencia nominal en el eje P_n , velocidad nominal n_n y factor de potencia nominal fp_n , pueden conseguirse directamente de la placa del motor como se observa en la Fig. 4.7. Para determinar las bases del sistema adimensional, se utiliza la tensión base y la potencia base:

$$I_{base} = \frac{S_{base}}{\sqrt{3}V_{base}} ; Z_{base} = \frac{V_{base}^2}{S_{base}} ; \omega_{base} = 2\pi \frac{n_{base}}{60} \quad (4.9)$$

El tiempo base se obtiene considerando un ángulo base de $1 rad$ como:

$$t_{base} = \frac{1 rad}{\omega_{base ele}} \quad (4.10)$$

Para obtener un vector inicial de los parámetros de la máquina de inducción, se realizan ensayos tradicionales de vacío y rotor bloqueado. En el ensayo de vacío se arranca el motor sin carga hasta que alcanza una velocidad muy cercana a la velocidad sincrónica. En este punto de operación se miden las tensiones, corrientes y potencias a la entrada de la máquina y se determina mediante el modelo de régimen permanente los parámetros de la rama de magnetización. De forma similar, se realiza el ensayo de rotor bloqueado a tensión reducida para limitar la corriente del estátor, con la finalidad de obtener una aproximación a las resistencias y reactancias de la rama serie del modelo equivalente de la máquina de inducción. Los resultados obtenidos de las mediciones realizadas se muestran en los cuadros 4.2 y 4.3.

La determinación del vector espacial del enlace de flujo del estátor se obtiene directamente integrando la fuerza electromotriz resultante:

$$\vec{\lambda}(t) = \int_0^{t_0} \vec{e}_e(\tau) d\tau = \int_0^{t_0} [\vec{v}_e(\tau) - R_e \vec{i}_e(\tau)] d\tau \quad (4.11)$$

Cuadro 4.2: Datos de la Prueba en Vacío

Parámetro	V_0 [V]	I_0 [A]	P_0 [W]	S_0 [VA]	Q_0 [VAR]	X_m [Ω]	R_m [Ω]	R_e [Ω]
Valor Real	213,5	6,15	104	2274,18	2271,8	20,06	438,33	0,7
Valor Por Unidad	0,9705	0,6282	0,0279	0,6097	0,6091	1,5459	33,77	0,018

Cuadro 4.3: Datos de la Prueba a Rotor Bloqueado

Parámetro	V_{rb} [V]	I_{rb} [A]	P_{rb} [W]	S_{rb} [VA]	Q_{rb} [VAR]	$X_{\sigma T}$ [Ω]	R_T [Ω]	R_r [Ω]	$L_{\sigma r}$ [Ω]	$L_{\sigma e}$ [Ω]
Valor Real	25,98	13,91	375,8	625,95	500,58	1,7523	0,6477	0,414	0,8761	0,8761
Valor Por Unidad	0,2045	1,42	0,1	0,2907	0,2726	0,135	0,049	0,0319	0,0675	0,0675

Donde \vec{v}_e y \vec{i}_e son los vectores espaciales obtenidos previamente mediante las expresiones 4.8 y 4.6. Como se puede observar en la Fig. 4.8 el vector del enlace flujo magnético de la máquina de inducción presenta un desplazamiento debido a las condiciones iniciales de la integración [18]. Para solucionar este inconveniente se calculó el total de periodos completos que existían en el muestreo de las variables y se integró uno a uno, suprimiendo el desplazamiento correspondiente a cada ciclo. Para esto se determinó el valor medio de la integración encada periodo y se restó dicho valor del resultado de integración anterior. De esta manera se logró un centrado de la forma circular que representa el vector espacial del enlace de flujo tal como se aprecia en la figura 4.8.

Con los valores del enlace del flujo magnético del estátor obtenidos mediante la expresión 4.11 y el valor del vector de corriente \vec{i}_e determinado previamente, se puede obtener el par eléctrico de la máquina, mediante la expresión 4.12:

$$T_e = p (\vec{\lambda}_e \cdot \vec{i}_e) \quad (4.12)$$

donde p es el número de pares de polos de la máquina de inducción.

En la figura 4.9 se muestra el par eléctrico obtenido mediante la expresión 4.12. Se observa el par de arranque al inicio, el par máximo, el par en vacío y las oscilacio-

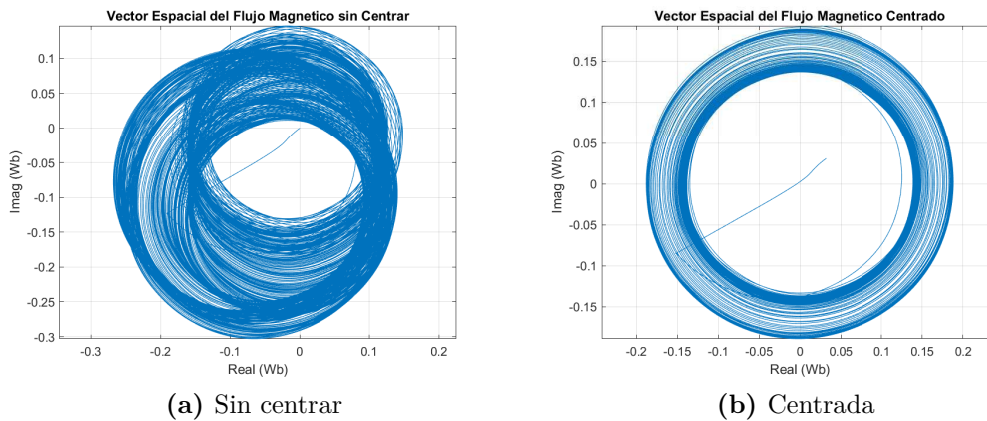


Figura 4.8: Vector espacial del enlace de flujo del estator

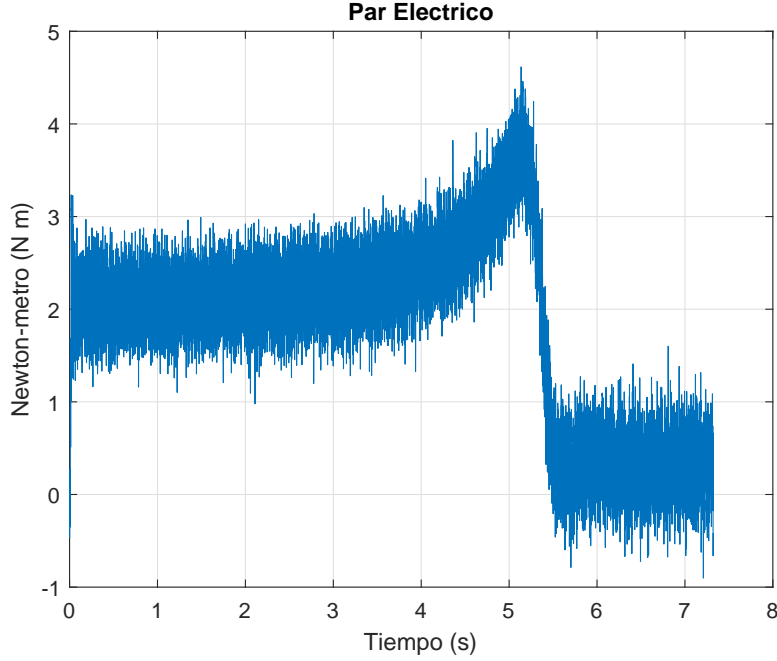


Figura 4.9: Par Eléctrico de la Máquina de Inducción

nes de alta frecuencia originadas por el ruido de alta frecuencia en las corrientes estáticas [19].

Durante el arranque del motor, la aceleración depende, por una parte de la diferencia entre el par eléctrico y el par mecánico, y por otra de la inercia del sistema rotativo. La determinación del par eléctrico se puede realizar mediante el valor de la corriente del estátor y el enlace de flujo magnético de la máquina determinado mediante la expresión 4.12. El arranque de la máquina en vacío tiene como par mecánico las pérdidas por fricción, las cuales se pueden representar aproximadamente mediante una función lineal de la velocidad angular ω_m

$$T_m = k \omega_m \quad (4.13)$$

$$T_e - T_m = J p \omega_m \implies T_e = J p \omega_m + k \omega_m \quad (4.14)$$

La velocidad angular se puede estimar mediante la integración del par de aceleración $(T_e - T_m)$ durante el arranque de la máquina en la expresión 4.14, que para la condición de vacío corresponde al par eléctrico T_e . Cuando el proceso de arranque de la máquina alcanza un estado estable, la máquina alcanza una velocidad angular constante, por lo que el par neto es cero [20, 21]. En ese punto el par eléctrico y el par de pérdidas son iguales. Mediante esta condición se puede determinar el par de aceleración, para cualquier instante $(t \geq t_0)$. La integración del par eléctrico da como resultado una función rampa en el tiempo, con una pendiente constante $k \omega_s$, y el complemento es la velocidad angular síncrona $J \omega_s$, donde J es la inercia y k es la fricción. Este procedimiento se puede observar en la Fig. 4.10.

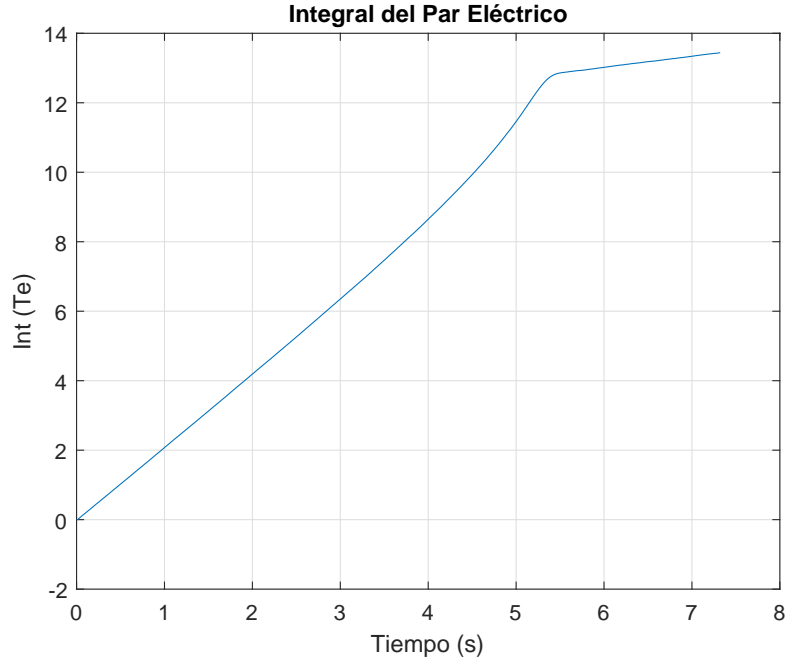


Figura 4.10: Integración del Par Eléctrico

Mediante la condición de arranque de la máquina de inducción en vacío, se considera la velocidad de estado estacionario ω_m muy cercana a la velocidad síncrona ω_s , $\omega_m \approx \omega_s$.

Uno de los problemas que se presentan al momento de determinar la velocidad angular de la máquina mediante los parámetros calculados anteriormente, es la función rampa que se obtiene al momento de integrar el par eléctrico. Esta determinación requiere obtener los coeficientes de fricción y la inercia de la máquina.

Caracterizando la rampa que se obtiene a partir de la integración del par eléctrico se puede encontrar la constante de fricción k , que determina dicha función. Para obtener el valor del coeficiente de fricción k se parte de la linealización de la rampa con el fin de obtener dos valores de esta función para determinar el modelo de la carga debida a la fricción. Una vez obtenido el modelo de la carga de fricción se resta al par integrado para poder obtener mediante integración numérica el valor instantáneo de la velocidad angular de la máquina durante el arranque. En la Fig. 4.11, se puede observar la estimación de la velocidad de la máquina obtenida mediante el método de Euler, la cual se representó en valores de revoluciones por minuto .

Una vez determinadas las variables antes mencionadas se puede realizar la optimización de la función de costos de impedancia o potencia instantánea para determinar los valores de los parámetros que minimicen estas funciones de costo.

4.3. Optimización de parámetros

Para determinar los parámetros del modelo de la máquina de inducción es conveniente utilizar el sistema adimensional de unidades, para lo cual se escalan las

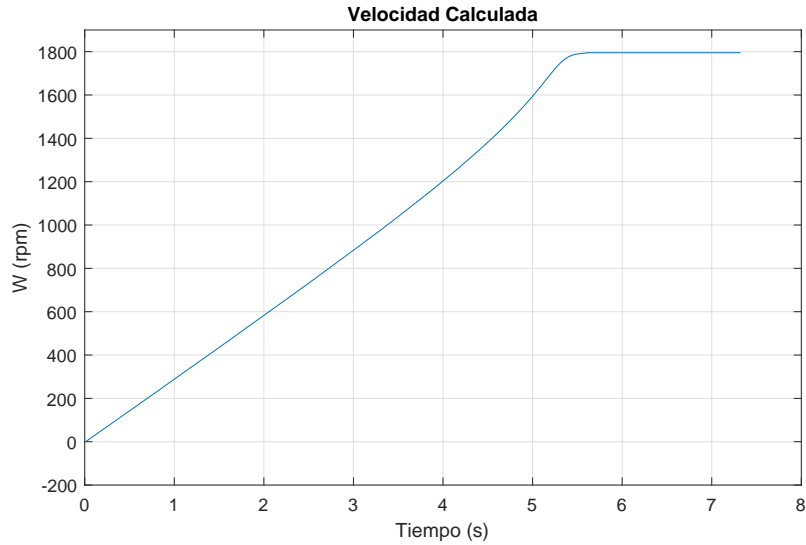


Figura 4.11: Velocidad estimada mediante el Método de Euler en rpm

diferentes variables vectoriales utilizando las bases definidas en la Tabla 4.1. Los vectores escalados son:

- Vector espacial de tensión
- Vector espacial de corriente del estátor
- Vector espacial del enlace de flujo magnético del estátor
- Par eléctrico de la máquina
- Velocidad angular de la máquina
- Primera derivada del vector espacial de la corriente del estátor
- Vector tiempo

La conveniencia de utilizar el sistema en por unidad para la determinación de la función de costos reside en que los parámetros en este sistema se encuentran en valores muy cercanos unos a otros y se pueden comparar los errores debidos a cada uno de ellos [22]. Las bases utilizadas en este sistema se han reflejado en la Tabla 4.1.

En las Figuras 4.12 a 4.16 se han representado los vectores espaciales escalados con las bases correspondientes de la máquina de inducción.

Otro de los parámetros necesarios para la optimización de valores, es la primera derivada del vector espacial de la corriente del estátor. Para obtener este vector, se empleó un filtro denominado (Savitzky-Golay) [23], que es un filtro con capacidades derivativas muy eficientes. Este filtro dependiendo de los parámetros de orden del filtro y el tamaño de la ventana que se le asignen, obtiene los coeficientes necesarios para filtrar la función y sus n derivadas.

En este trabajo se seleccionó un filtro (Savitzky-Golay) de orden 5, con un tamaño de ventana de 501 muestras, debido a que el vector espacial de corriente tiene 240,001 valores. El vector espacial de la corriente tiene parte real e imaginaria, el filtrado y la determinación de la derivada se realiza tanto para la parte real como para la parte imaginaria de esta señal.

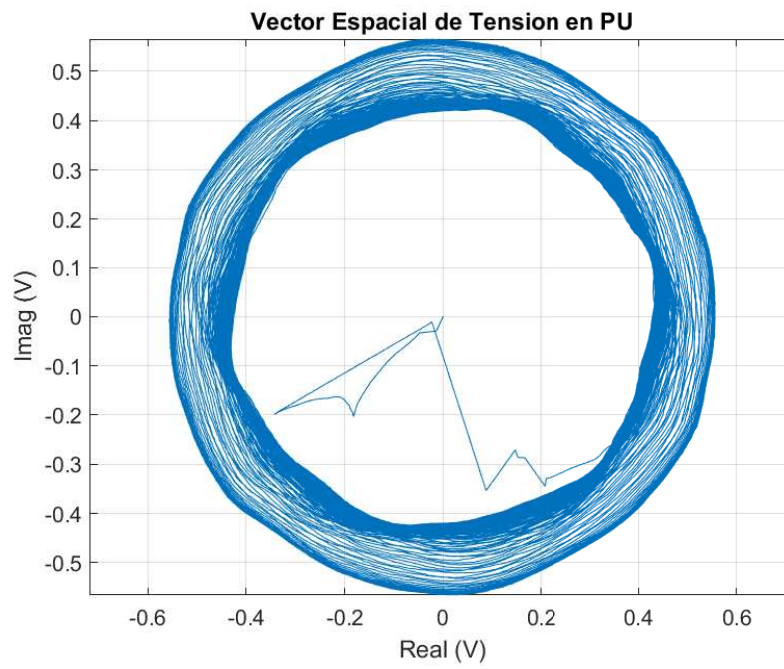


Figura 4.12: Vector espacial de tensión en pu

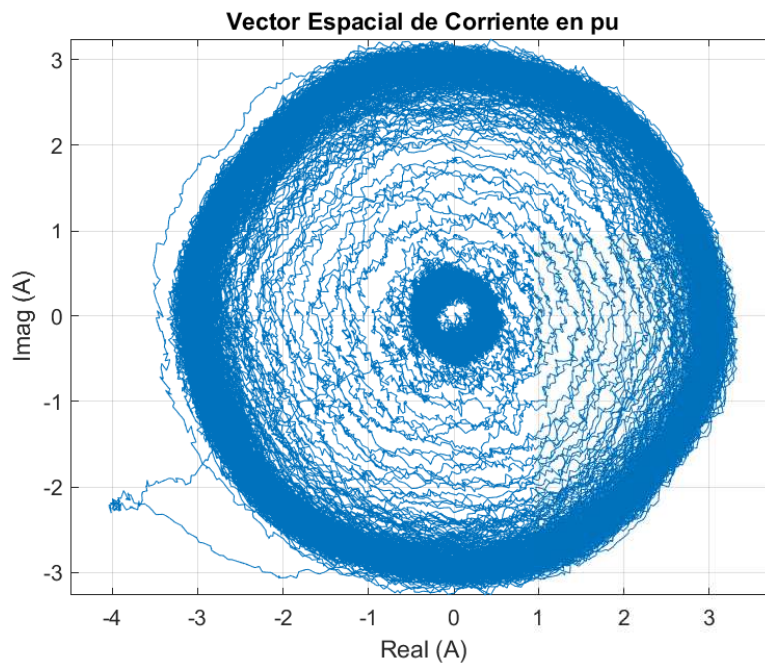


Figura 4.13: Vector espacial de corriente en pu

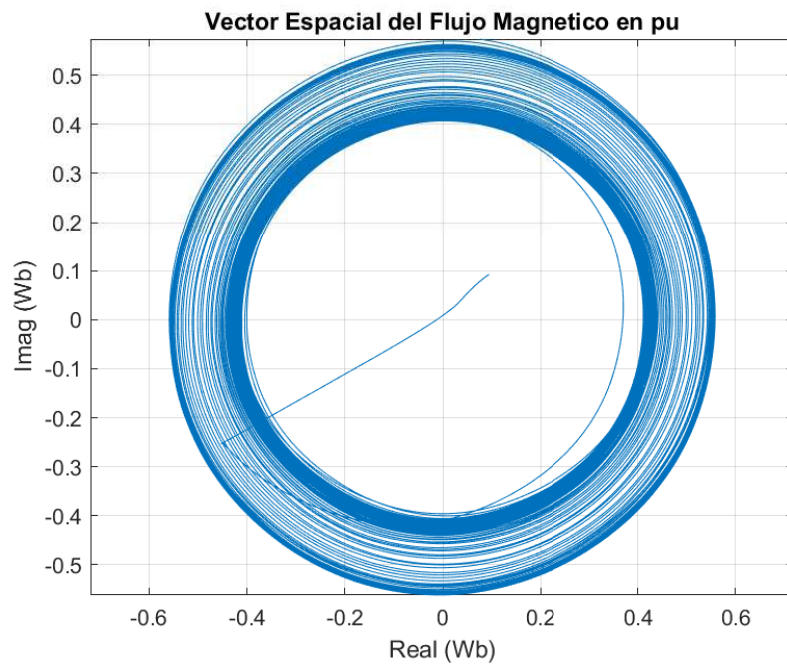


Figura 4.14: Vector espacial del enlace de flujo magnético en pu

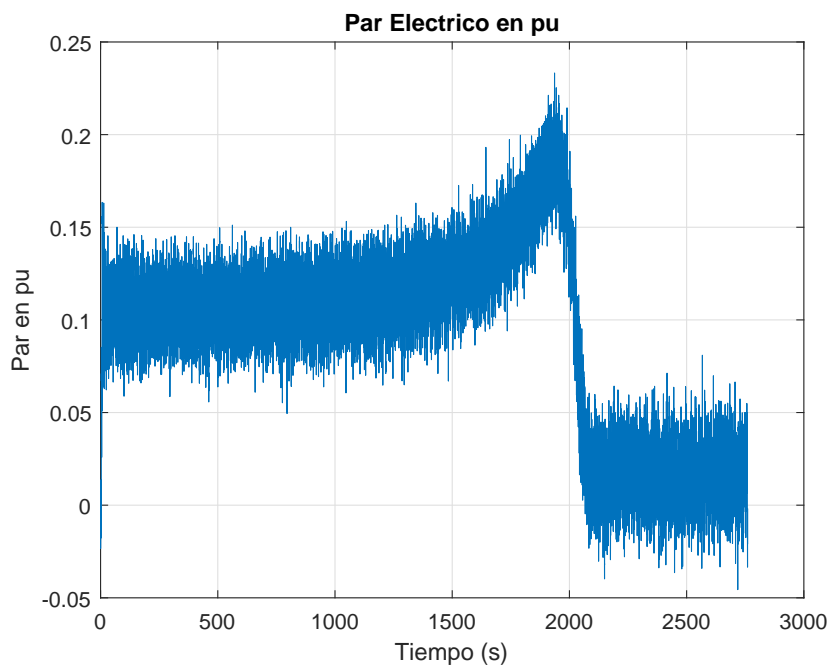


Figura 4.15: Par eléctrico en pu

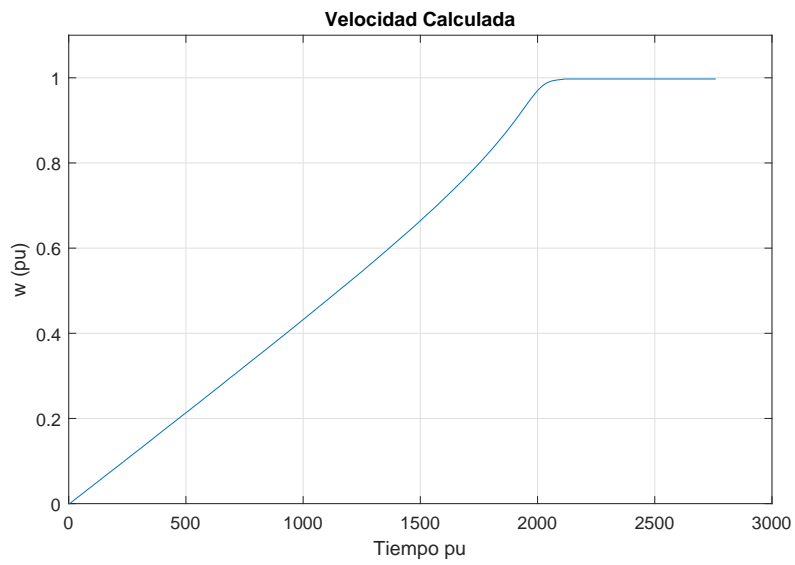


Figura 4.16: Velocidad angular de la máquina en pu

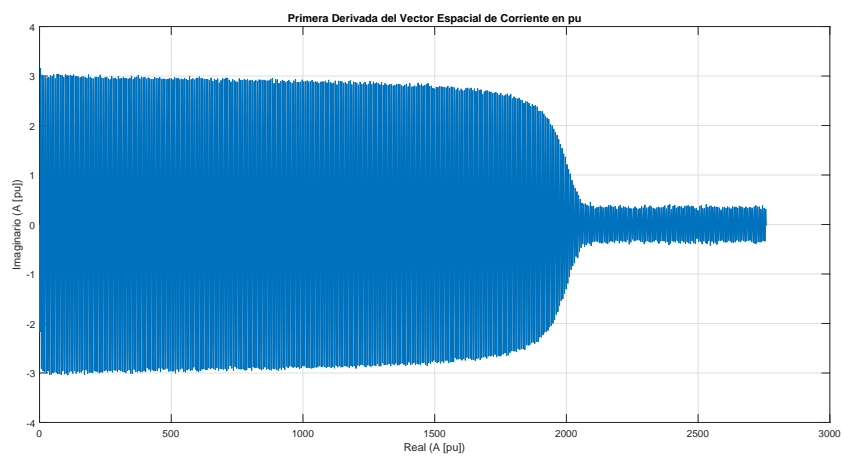


Figura 4.17: Primera derivada del vector espacial de la corriente del estator en pu

Cuadro 4.4: Valores extremos de los parámetros para el algoritmo de optimización

Parámetros pu	R_e	R_r	$L_{dis e}$	$L_{dis r}$	L_m
Límite inferior	0,018	0,01	0,01	0,01	1,4
Límite superior	0,018	0,05	0,1	0,1	1,8

Cuadro 4.5: Resultados del proceso de optimización

Parámetro	L_e	L_r	L_m	R_r	Ψ (costo)
\vec{Z}_{ent}	0,081185	0,010529	1,4034	0,049968	0,4 %
\vec{S}_{ent}	0,081185	0,010529	1,4034	0,049968	0,4 %

El método propuesto para la optimización de parámetros de la máquina de inducción que definen el circuito equivalente, se fundamenta en los indicadores de impedancia o potencia instantánea a la entrada del convertidor electromecánico. Para determinar los indicadores de la impedancia de entrada se reducen las corrientes del rotor a variables medibles desde el estátor mediante la formulación siguiente [15, 24]:

$$\vec{Z}_{ent} = \frac{\vec{V}_e}{\vec{i}_e} = R_e + R_r \frac{L_e}{L_r} - jn_p w_m \widehat{L}_e + \widehat{L}_e \frac{p \vec{i}_e}{\vec{i}_e} - \left(\frac{R_e}{L_r} - jn_p w_m \right) \frac{\vec{\lambda}}{\vec{i}_e} \quad (4.15)$$

$$\vec{S}_{ent} = \vec{V}_e \vec{i}_e^* = \left(R_e + R_r \frac{L_e}{L_r} - jn_p w_m \widehat{L}_e \right) |\vec{i}_e|^2 + \widehat{L}_e p \vec{i}_e \vec{i}_e^* - \left(\frac{R_e}{L_r} - jn_p w_m \right) \vec{\lambda} \vec{i}_e^* \quad (4.16)$$

donde $\widehat{L}_e \equiv L_e - \frac{M^2}{L_r}$.

De esta manera se podrán determinar los parámetros de la máquina de inducción, mediante un algoritmo de optimización con restricciones, disponible en Matlab, que utiliza el método del punto interior [4]. A este algoritmo se lo alimenta con condiciones iniciales de los parámetros obtenidos mediante la prueba de vacío y de rotor bloqueado. El rango de valores define restricciones en los parámetros para obtener modelos que se acerquen a las representaciones clásicas de la máquina de inducción. Estos valores límite superior e inferior se especifican en el cuadro 4.4.

Los valores obtenidos mediante la prueba de vacío y de rotor bloqueado, que se muestran en los cuadros 4.2 y 4.3 se utilizaron como semilla en el proceso de optimización.

Luego del proceso de optimización se obtuvieron los parámetros que se muestran en el cuadro 4.5.

Con los valores obtenidos en la optimización se modela la máquina de inducción, para posteriormente estimar la eficiencia. En la figura 4.18 se muestra el modelo obtenido con los parámetros resultantes de la optimización.

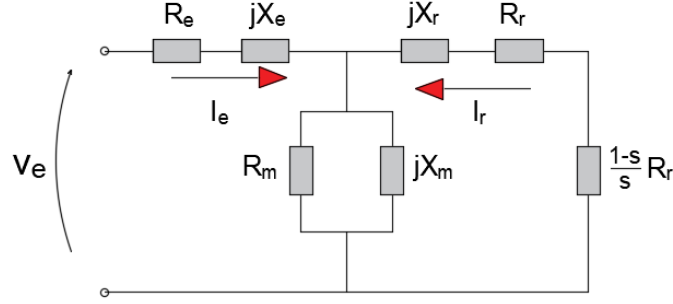


Figura 4.18: Modelo obtenido de la máquina de inducción

4.4. Estimación de la Eficiencia

Para obtener una estimación de la eficiencia se requiere utilizar un método de análisis de circuitos que consiste en calcular un equivalente de Thévenin para calcular las corrientes de rotor y estátor. Estas corrientes a su vez se encuentran en función de la impedancia del rotor $Z_r(s)$, que depende del deslizamiento, y de la impedancia de magnetización Z_m .

Para poder evaluar la eficiencia del convertidor, es conveniente transformar el modelo de la máquina mediante equivalentes de Thévenin. La tensión de Thévenin y la impedancia de Thévenin, vista desde el rotor, se determinan mediante las siguientes expresiones 4.17 y 4.18:

$$V_{th} = \frac{Z_m}{Z_e + Z_m} V_e \quad (4.17)$$

$$Z_{th} = \frac{Z_e Z_m}{Z_e + Z_m} + Z_r = R_{th} + jX_{th} \quad (4.18)$$

Para el cálculo de la eficiencia debe evaluarse la potencia de entrada y la potencia de salida del convertidor electromecánico. La potencia se encuentra en función de la corriente del rotor, la resistencia del rotor y el deslizamiento, mientras que la potencia de entrada se calcula superponiendo la potencia de salida con la totalidad de las pérdidas en la máquina. Las pérdidas de la máquina se dividen en: pérdidas del rotor, pérdidas mecánicas y pérdidas en el estátor. Estas pérdidas se pueden calcular mediante las expresiones 4.19 y 4.20, si se considera que las pérdidas mecánicas están incluidas en las pérdidas de vacío:

$$P_{Rr} = I_r^2 R_r \quad (4.19)$$

$$P_e = I_e^2 + \frac{V_m^2}{R_m} \quad (4.20)$$

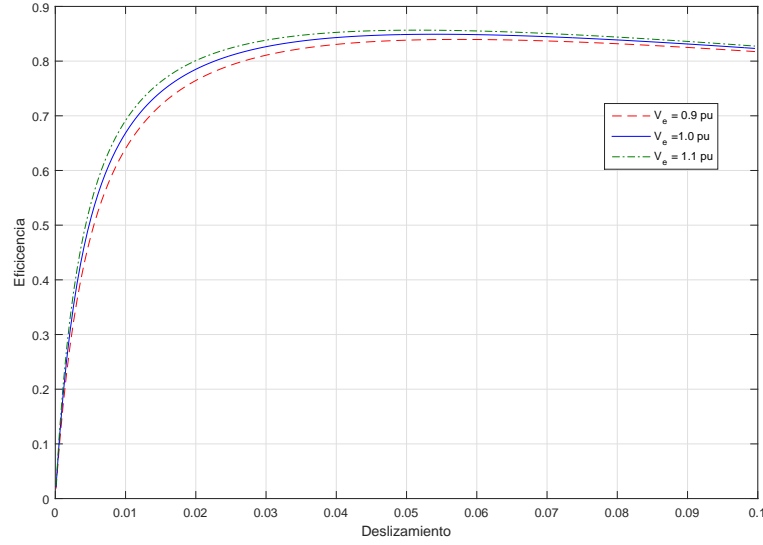


Figura 4.19: Eficiencia estimada de la máquina de inducción para diversas tensiones de alimentación

En el cálculo de las pérdidas en el estátor, el valor de V_m es la tensión en la rama de magnetización y se puede calcular mediante la expresión 4.21:

$$V_m = V_e - Z_e I_e \quad (4.21)$$

Finalmente, la eficiencia se calcula utilizando la expresión 4.22:

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} = \frac{P_{sal}}{P_{sal} + P_{Rr} + P_e} \frac{1}{1 + \frac{P_{Rr} + P_e}{P_{sal}}} \quad (4.22)$$

donde:

$$P_{sal} = \frac{I_r^2 R_r}{s} (1 - s) \quad (4.23)$$

En la figura 4.19 se puede observar la eficiencia en función del deslizamiento s de la máquina de inducción para diferentes tensiones de entrada, considerando pérdidas mecánicas de 5%.

4.5. Eficiencia Estimada con Desequilibrios de Tensión

Un fenómeno habitual en los sistemas industriales es el desequilibrio en las tensiones. Este fenómeno afecta considerablemente la eficiencia de la máquina de inducción porque al descomponer el desequilibrios en sus componentes de secuencia positiva y negativa, se observa que esta última produce corrientes elevadas en el rotor y en el estator de la máquina que reducen su rendimiento [2].

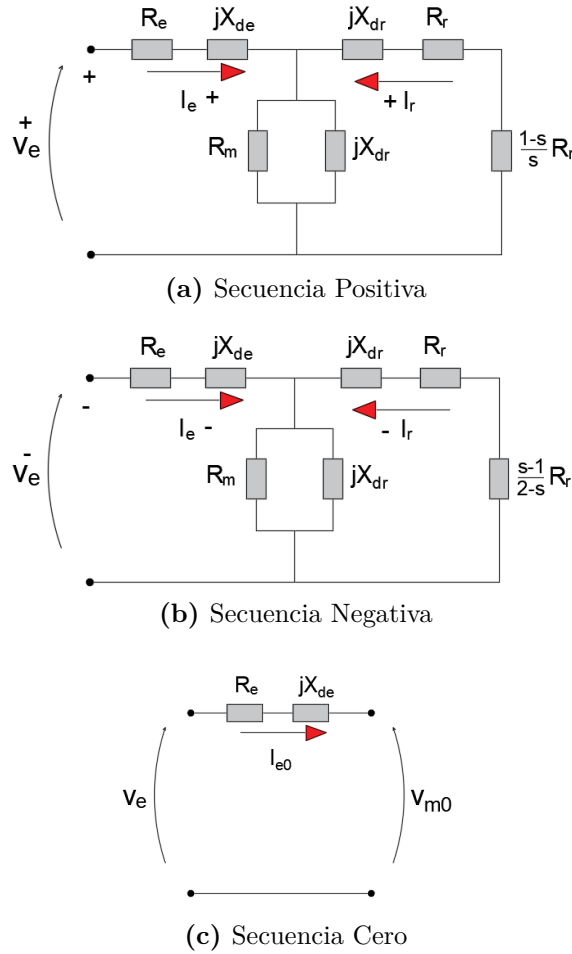


Figura 4.20: Circuito equivalente de la MI con desequilibrios

El modelo de la máquina de inducción considerando desequilibrios de tensión se estudia en [25], y se resume en la superposición del circuito equivalente que se muestra en la Fig. 4.20. La determinación de las tensiones de secuencia, requiere de la aplicación de las componentes simétricas para, considerar el comportamiento de la máquina durante este fenómeno.

Para la máquina de inducción que se utilizó en este trabajo, es posible medir las magnitudes de sus tensiones entre fases (v_{ab} , v_{bc} , v_{ca}). Considerando los fundamentos del teorema de Apolonio, es posible determinar los valores de las tensiones de cada una de sus fases al neutro (v_a , v_b , v_c). Además, con el teorema de senos y cosenos se determina los ángulos internos del triángulo (α , β , γ), que se muestra en la figura 4.21. Estos ángulos son los desfases de las tensiones referidas al neutro [26].

Mediante las expresiones 2.26 y 2.27, es posible encontrar las expresiones fasoriales de línea a neutro.

Cuando existen desequilibrios en las tensiones aplicadas a la máquina, es necesario utilizar modelos de secuencia y componentes simetrías. Al aplicar la transformación de componentes simétricas conservativa en potencia, de las expresiones 2.27 y 2.26 de tensiones referidas al neutro y ángulos dentro del triángulo, se obtiene los valores de tensión de secuencia positiva, negativa y cero, como se muestra en la expresión 4.24:

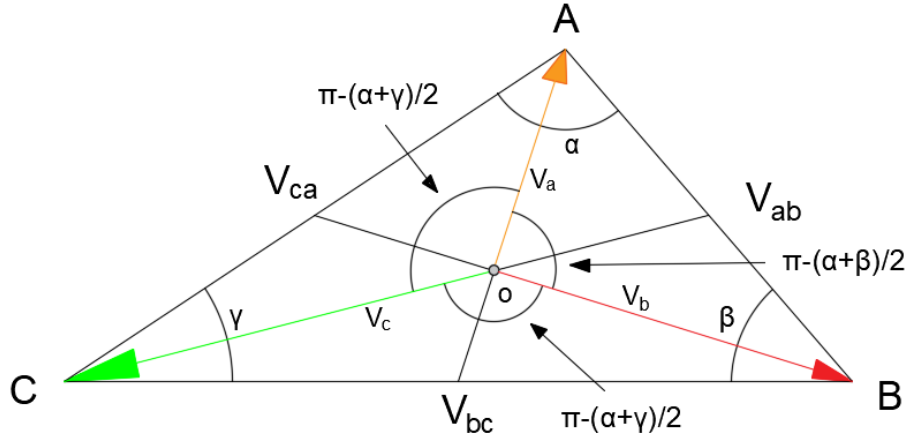


Figura 4.21: Triángulo Desequilibrado de Tensiones Trifásicas

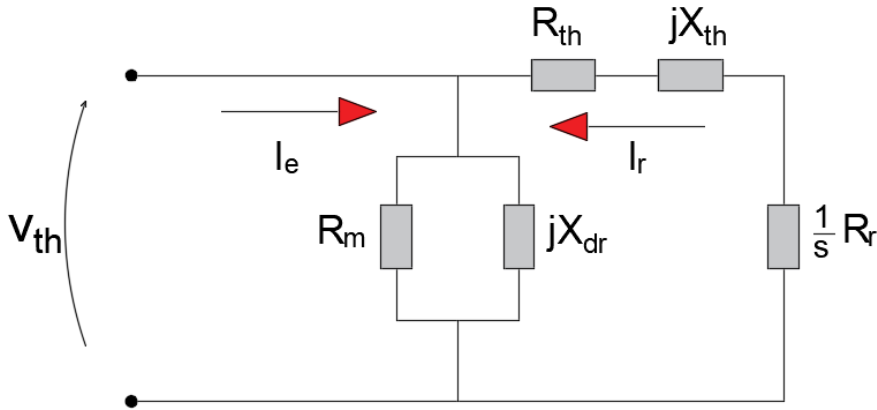


Figura 4.22: Equivalente de Thèvenin

$$\begin{bmatrix} v_0 \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_a \\ v_b e^{j(\frac{\alpha+\beta}{2}-\pi)} \\ v_c e^{j(\alpha+\frac{\beta+\gamma}{2}-2\pi)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ v_1 e^{j\varphi_1} \\ v_2 e^{j\varphi_2} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

En la figura 4.22 se observa el circuito equivalente Thèvenin del modelo clásico de la máquina, donde es posible determinar directamente la corriente del rotor, esta corriente es necesaria para poder evaluar el par eléctrico entregado al eje de la máquina.

La resistencia del rotor es el parámetro más importante del modelo, porque determina la característica par-deslizamiento en todas las velocidades cercanas a la velocidad síncrona, dentro del fenómeno de desequilibrio de tensión. Es importante considerar que en secuencia negativa la resistencia e inductancia del rotor debe ajustarse debido al efecto pelicular, como indica las expresiones [4.25, 4.26, 4.27].

$$\frac{R_r(s_2)}{R_r(s_1)} = \xi \frac{\sinh(2\xi) + \sin(2\xi)}{\cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \quad (4.25)$$

$$\frac{L_{\sigma r}(s_2)}{L_{\sigma r}(s_1)} = \frac{3 \sinh(2\xi) - \sin(2\xi)}{2\xi \cosh(2\xi) - \cos(2\xi)} \quad (4.26)$$

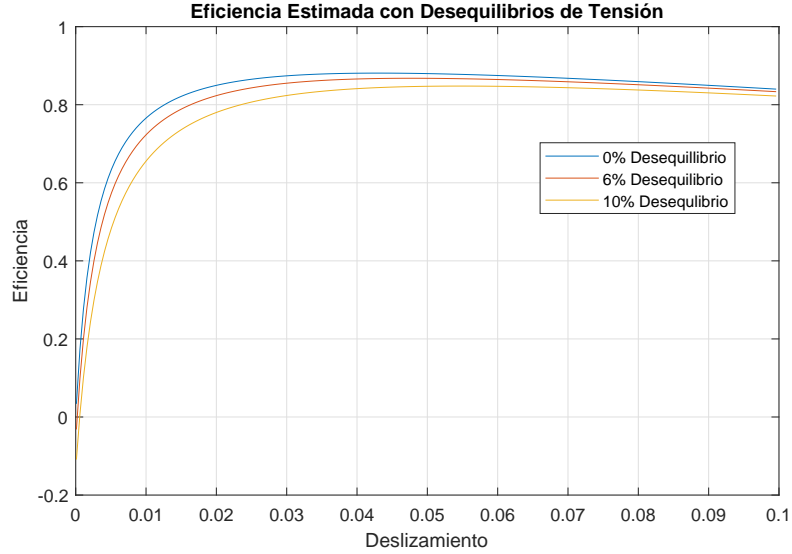


Figura 4.23: Eficiencia Estimada con Desequilibrios de Tensión

$$\xi \approx h_{ranura} \sqrt{\frac{s_2 \omega_e \mu_0 \sigma_r}{2}} \quad (4.27)$$

donde

h_{ranura} Es la profundidad de la ranura del rotor

σ_r Es la conductividad de las barras del rotor

Según la norma [27], el desequilibrio de tensión ocurre cuando los voltajes de línea, los voltajes entre fases o los ángulos de desfase de un sistema trifásico no son iguales. Para determinar el porcentaje de desequilibrio que presente un sistema trifásico es necesario aplicar la expresión 4.28:

$$V_{desequilibrio} = \frac{|V_2|}{|V_1|} \quad (4.28)$$

donde

V_1 Voltaje de secuencia positiva

V_2 Voltaje de secuencia negativa

Para este trabajo se realiza un análisis de desequilibrio de tensión con (0, 6 % y 10 %) de desequilibrio en el sistema trifásico suministrado, con la finalidad de obtener el comportamiento de la eficiencia de la máquina frente a este fenómeno.

En la figura 4.23 se observa el comportamiento de la máquina de inducción en tres situaciones distintas de desbalances de tensión. Se observa que la disminución en la eficiencia de la máquina es significativa cuando existen desequilibrios en la red de alimentación. De manera analítica se puede decir que la eficiencia de la máquina disminuye debido al par negativo que se obtiene del circuito de secuencia negativa, provocando que la eficiencia total estimada disminuya significativamente en función del nivel de desequilibrio de tensión que se presente en la red de alimentación de la máquina.

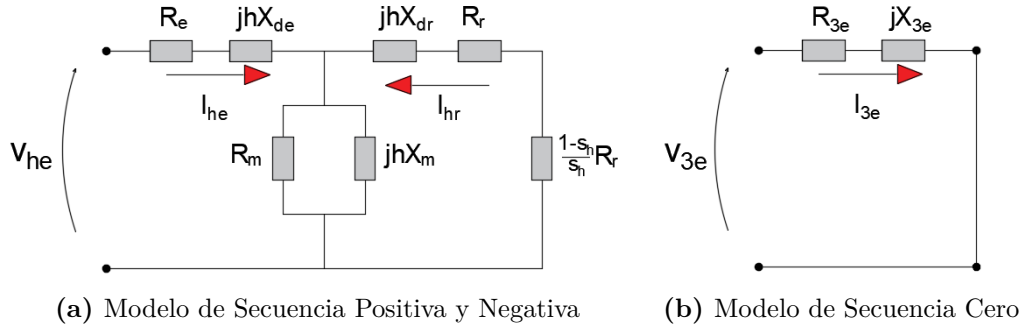


Figura 4.24: Modelo Armónico de la Máquina de Inducción [2]

4.6. Eficiencia considerando armónicas

En el análisis de la eficiencia de la máquina de inducción, considerando el suministro de tensiones no sinusoidales, que se aplican al convertidor. Es importante descomponer esta señal suministrada, mediante la transformada de Fourier [28]. En la figura 4.24 se muestra el modelo de la máquina de inducción sometida a este fenómeno.

En el cálculo del par eléctrico se considera la superposición de los pares armónicos. Los armónicos en la red son de secuencia positiva, negativa como se indica en la expresión 4.29 [1]:

$$s_{h\pm} = \frac{h_{\pm}\omega_e - \omega_r}{h_{\pm}\omega_e} = \frac{h_{\pm} \mp (1 - s_1)}{h_{\pm}} \quad (4.29)$$

donde $\begin{cases} h_+ = 6m + 1, m = 0, 1, 2, \dots \\ h_- = 6m - 1, m = 0, 1, 2, \dots \end{cases}$

$$T_e = \sum_{h=0}^n \pm T_{eh\pm} = T_1 - T_5 + T_7 - T_{11} + T_{13} - \dots \quad (4.30)$$

$$I_e = \sqrt{\sum_{h=0}^n I_{2h-1}^2} = \sqrt{I_1^2 + I_3^2 + I_5^2 + I_7^2 + I_9^2 + I_{11}^2 + I_{13}^2 + \dots} \quad (4.31)$$

Las armónicas múltiplos de tres son de secuencia cero, con lo cual no magnetizan la máquina, y no producen par eléctrico en la misma. Estos afectan en la determinación de la corriente efectiva, y su modelo solo se representa con la reactancia de dispersión y la resistencia del rotor. En la figura 4.24b, se indica el modelo para las armónicas múltiplos de tres.

Al realizar la transformada de Fourier de los valores obtenidos de la tensión con la que se alimentó la máquina de inducción se puede apreciar en la imagen 4.25 la contaminación armónica de dicha en red. En el caso estudiado, se puede observar la frecuencia fundamental, el tercer, quinto y séptico armónico.

En la imagen 4.26 se puede apreciar que la eficiencia obtenida luego de realizado el análisis con armónicos es prácticamente la misma que se obtuvo sin considerar los armónicos. El efecto que causan en la eficiencia de la máquina de inducción la consideración de las armónicas contenidas en la tensión de alimentación es mínimo.

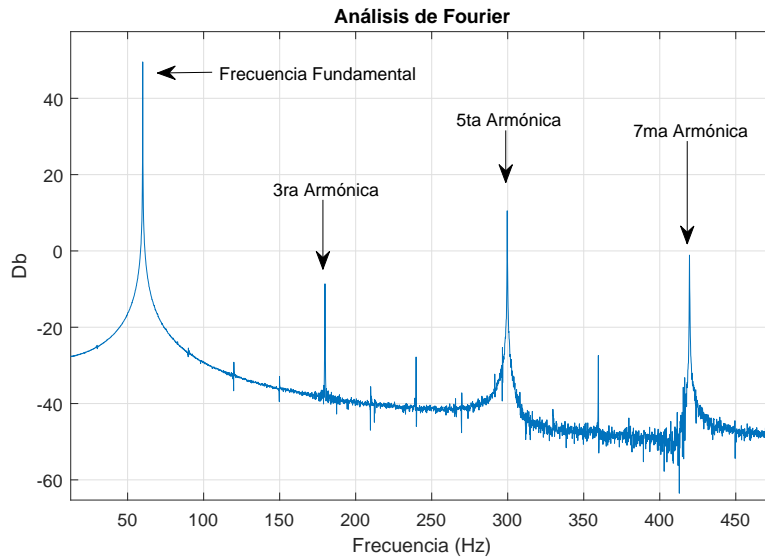


Figura 4.25: Análisis de Fourier de la Tensión

Las pérdidas causadas por los armónicos son muy pequeñas debido a que cada armónico analizado tiene una amplitud de tensión muy reducida. Por esta razón las corrientes en el circuito equivalente de tercero, quinto y séptimo armónico no generan pérdidas significativas que repercutan en la eficiencia total estimada de la máquina. La escala derecha de la Figura 4.26 permite observar las diferencias en el rendimiento al considerar el contenido armónico de la fuente de alimentación.

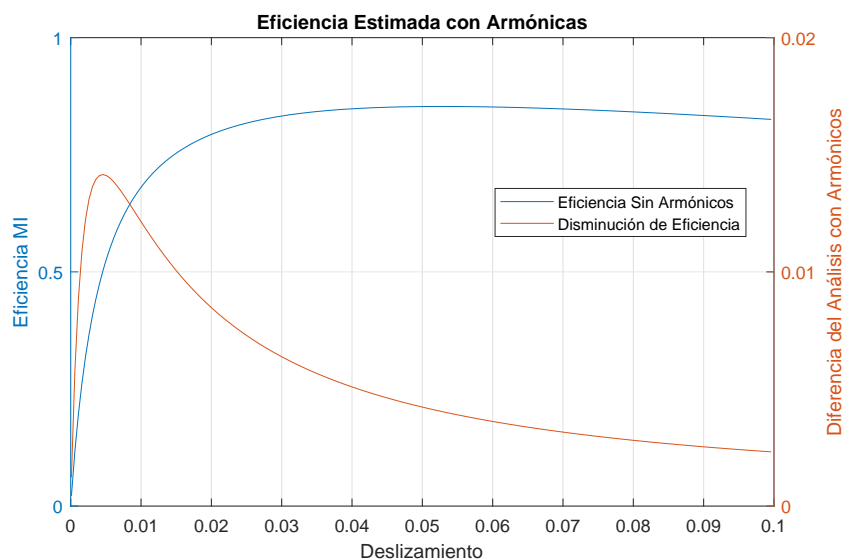


Figura 4.26: Eficiencia Estimada con Armónicas

5 Capitulo 5: Conclusiones y Recomendaciones

5.1. Conclusiones

La modelación realizada de la máquina de inducción es un método bastante preciso y poco invasivo para determinar la eficiencia al compararlo con los métodos tradicionales. Esta técnica requiere la adquisición de datos de arranque de la máquina sin el requerimiento de suspensión del servicio de este equipo. La estimación de eficiencia mediante este método permite ser una alternativa para realizar un análisis de un gran número de motores en una industria de una forma precisa y rápida, sin interrumpir los procesos de producción.

La optimización que permite estimar el valor de los parámetros al utilizar la función de costo presenta un error comparable con métodos tradicionales normalizados internacionalmente y es posible obtener con ellos la curva de eficiencia y el estado actual de operación de la máquina.

El método de estimación de eficiencia propuesto no requiere varias mediciones para el modelado de la máquina de inducción. Con una sola captura de información durante el arranque en vacío se puede realizar una estimación precisa.

El método permite de forma directa considerar tanto el efecto de los desequilibrios y las armónicas en las tensiones de la red.

5.2. Recomendaciones

Es recomendable verificar los valores obtenidos durante la adquisición para ajustar de manera adecuada los equipos que realizan este proceso, con la finalidad de evitar errores en el modelamiento, producidos por un valor de medición incorrecto. Además, es importante tener en cuenta la precisión de los equipos utilizados, así como la configuración y características individuales que requieran.

Bibliografía

- [1] J. M. Aller, “Máquinas eléctricas rotativas: Introducción a la teoría general,” *Editorial Equinoccio*, 2006.
- [2] J. Aller, A. Bueno, G. Machado, L. Salazar, and T. de Energía, “Evaluación energética de motores de inducción sub cargados, en presencia de armónicas y desequilibrios de tensión,” 2012.
- [3] A. T. de Almeida, F. T. E. Ferreira, J. F. Busch, and P. Angers, “Comparative analysis of iee 112-b and iec 34-2 efficiency testing standards using stray load losses in low voltage three-phase, cage induction motors,” in *2001 IEEE Industrial and Commercial Power Systems Technical Conference. Conference Record (Cat. No.01CH37226)*, pp. 13–19, May 2001.
- [4] R. H. Byrd, M. E. Hribar, and J. Nocedal, “An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming,” *SIAM Journal on Optimization*, vol. 9, no. 4, pp. 877–900, 1999.
- [5] J. Benzaquen, J. Rengifo, E. AlbÁñez, and J. M. Aller, “Parameter estimation for deep-bar induction machines using instantaneous stator measurements from a direct startup,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 32, pp. 516–524, June 2017.
- [6] G. X. Peñaloza Guillén, U. Minchala, and J. Patricio, “Modelos dinámicos de máquinas de inducción saturadas,” B.S. thesis, 2017.
- [7] J. Romero, “Evaluación de las pérdidas en máquinas de inducción por la utilización de variadores de velocidad,” 2017.
- [8] D. Cuevas Bravo, “Calidad de la energía en los sistemas eléctricos de potencia,” B.S. thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2012.
- [9] M. J. Roberts, *Señales y sistemas: análisis mediante métodos de transformada y Matlab*. No. TK5102. 9. R63 2005., 2005.
- [10] W. Cao, “Comparison of iee 112 and new iec standard 60034-2-1,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, pp. 802–808, Sep. 2009.
- [11] IEEE, “Iee standard test procedure for polyphase induction motors and generators,” 2004.
- [12] B. Renier, K. Hameyer, and R. Belmans, “Comparison of standards for determining efficiency of three phase induction motors,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, pp. 512–517, Sep. 1999.
- [13] C. Verucchi, C. Ruschetti, and F. Benger, “Efficiency measurements in induction motors: Comparison of standards,” *IEEE Latin America Transactions*, vol. 13, pp. 2602–2607, Aug 2015.

- [14] R. Antonello, F. Tinazzi, and M. Zigliotto, “Energy efficiency measurements in im: The non-trivial application of the norm iec 60034-2-3:2013,” in *2015 IEEE Workshop on Electrical Machines Design, Control and Diagnosis (WEMDCD)*, pp. 248–253, March 2015.
- [15] J. Rengifo, J. M. Aller, A. Bueno, J. Viola, and J. Restrepo, “Parameter estimation method for induction machines using the instantaneous impedance during a dynamic start-up,” in *Andean Region International Conference (ANDESCON), 2012 VI*, pp. 11–14, IEEE, 2012.
- [16] Y. Wenqiang, J. Zhengchun, and X. Qiang, “A new algorithm for flux and speed estimation in induction machine,” in *ICEMS’2001. Proceedings of the Fifth International Conference on Electrical Machines and Systems (IEEE Cat. No.01EX501)*, vol. 2, pp. 698–701 vol.2, Aug 2001.
- [17] J. Rengifo, E. Albáñez, J. Benzaquen, A. Bueno, and J. M. Aller, “Full-load range in-situ efficiency estimation method for induction motors using only a direct start-up,” in *2018 XIII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pp. 1213–1219, Sep. 2018.
- [18] D. Seyoum, C. Grantham, and M. F. Rahman, “Simplified flux estimation for control application in induction machines,” in *IEEE International Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC’03.*, vol. 2, pp. 691–695 vol.2, June 2003.
- [19] L. A. Pereira, M. Perin, and L. F. Pereira, “A new method to estimate induction machine parameters from the no-load startup transient,” *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, vol. 30, no. 1, pp. 41–53, 2019.
- [20] J. M. Aller, J. A. Restrepo, A. Bueno, M. I. Gimenez, and G. Pesse, “Squirrel cage induction machine model for the analysis of sensorless speed measurement methods,” in *Proceedings of the 1998 Second IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems. ICCDCS 98. On the 70th Anniversary of the MOSFET and 50th of the BJT. (Cat. No.98TH8350)*, pp. 243–248, March 1998.
- [21] J. M. Aller, T. G. Habetler, R. G. Harley, R. M. Tallam, and S. B. Lee, “Sensorless speed measurement of ac machines using analytic wavelet transform,” in *APEC 2001. Sixteenth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (Cat. No.01CH37181)*, vol. 1, pp. 40–46 vol.1, March 2001.
- [22] C. B. Jacobina, J. E. Chaves, and A. M. N. Lima, “Estimating the parameters of induction machines at standstill,” in *IEEE International Electric Machines and Drives Conference. IEMDC’99. Proceedings (Cat. No.99EX272)*, pp. 380–382, May 1999.
- [23] R. W. Schafer, “What is a savitzky-golay filter? [lecture notes],” *IEEE Signal Processing Magazine*, vol. 28, pp. 111–117, July 2011.
- [24] J. W. Rengifo-Santana, J. Benzaquen-Suñe, J. M. Aller-Castro, A. A. Bueno-Montilla, and J. A. Restrepo-Zambrano, “Parameter estimation method for induction machines using instantaneous voltage and current measurements,” *Revista Facultad de Ingeniería Universidad de Antioquia*, no. 75, pp. 57–66, 2015.

- [25] I. Boldea and S. A. Nasar, *The induction machine handbook*. CRC press, 2010.
- [26] H. A. Toliyat, E. Levi, and M. Raina, “A review of rfo induction motor parameter estimation techniques,” *IEEE transactions on Energy conversion*, vol. 18, no. 2, pp. 271–283, 2003.
- [27] D. Standards, “Q4-medium-voltage customer emission limits es55 q power quality,” 2016.
- [28] E. O. Brigham and E. O. Brigham, *The fast Fourier transform and its applications*, vol. 448. prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1988.
- [29] J. J. R. Suárez, “Evaluación de las pérdidas en máquinas de inducción por la utilización de variadores de velocidad,” Master’s thesis, Universidad Simón Bolívar Decanato de Estudios Pprofesionales Coordinación de Tecnología e Ingeniería Eléctrica, 2017.