UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
UNIDAD DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA

Proyecto de investigación y desarrollo previo a la obtención del Grado de Magister en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería.

ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL CONFORMADO EN EL PROCESO DE EMBUTICIÓN CILÍNDRICA DE UNA SOLA FASE, PARA EVALUAR EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE UNA CHAPA BIMETÁLICA

Autores:
Aníbal Armando Pedrosa Astudillo
Carlos Mauricio Sánchez Alvarracín

Dirigido por:
Marco Esteban Amaya Pinos

ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL CONFORMADO EN EL PROCESO DE EMBUTICIÓN CILÍNDRICA DE UNA SOLA FASE, PARA EVALUAR EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE UNA CHAPA BIMETÁLICA

ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL CONFORMADO EN EL PROCESO DE EMBUTICIÓN CILÍNDRICA DE UNA SOLA FASE, PARA EVALUAR EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE UNA CHAPA BIMETÁLICA

AUTORES:

ANÍBAL ARMANDO PEDROSA ASTUDILLO

Ingeniero Electrónico
Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería
Unidad de Posgrados
Universidad Politécnica Salesiana

CARLOS MAURICIO SÁNCHEZ ALVARRACÍN

Ingeniero Mecánico
Magister en Gestión Tecnológica
Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería
Unidad de Posgrados
Universidad Politécnica Salesiana

DIRIGIDO POR:

MARCO ESTEBAN AMAYA PINOS

Ingeniero Mecánico.
Magister en Auditoria de Gestión de la Calidad
Magister en Sistemas Automotrices
Docente de la carrera de Ingeniería Mecánica

Cuenca–Ecuador

Datos de catalogación

ANÍBAL ARMANDO PEDROSA ASTUDILLO Y CARLOS MAURICIO SÁNCHEZ ALVARRACÍN

Análisis matemático del conformado en el proceso de embutición cilíndrica de una sola fase, para evaluar el comportamiento mecánico de una chapa bimetálica

Universidad Politécnica Salesiana, Cuenca–Ecuador, 2018.
MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA
Formato 170x240mm **Páginas:** 75

Breve reseña de los autores e información de contacto:

ANÍBAL ARMANDO PEDROSA ASTUDILLO
Ingeniero Electrónico.
Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería.
anibalp.1502@gmail.com

CARLOS MAURICIO SÁNCHEZ ALVARRACÍN
Ingeniero Mecánico
Magister en Gestión Tecnológica
Maestría en Métodos Matemáticos y Simulación Numérica en Ingeniería
carlos.sancheza@ucuenca.edu.ec

Dirigido por:

MARCO ESTEBAN AMAYA PINOS
Ingeniero Mecánico.
Magister en Auditoria de Gestión de la Calidad.
Magister en Sistemas Automotrices.
mamaya@ups.edu.ec

Todos los derechos reservados.

Queda prohibida, salvo excepción previa en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contactar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos, mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación al autor.

DERECHOS RESERVADOS
©2018 Universidad Politécnica Salesiana.
CUENCA-ECUADOR-SUDAMÉRICA.
ANÍBAL ARMANDO PEDROSA ASTUDILLO Y CARLOS MAURICIO SÁNCHEZ ALBARRACÍN.
Análisis matemático del conformado en el proceso de embutición cilíndrica de una sola fase, para evaluar el comportamiento mecánico de una chapa bimetálica

IMPRESO EN ECUADOR – PRINTED IN ECUADOR

ÍNDICE GENERAL.

CAPÍTULO 1 1
Introducción 1
1. Estado del arte. 2
1.1. Definición de los materiales de la chapa bimetálica. 4
1.1.1. Composición química de los materiales. 5
1.1.2. Propiedades mecánicas y tecnológicas básicas del material. 5
1.1.3. Unión de los materiales de la chapa bimetálica 7
1.2. Conformado de la chapa bimetálica. 8
1.2.1. Propiedades mecánicas y tecnológicas de conformabilidad del material 8
1.2.1.1. Exponente de endurecimiento por deformación "N" para chapas metálicas. 9
1.2.1.2. Módulo anisotrópico plástico "*r*" para chapas metálicas. 10
1.2.2. Proceso de embutición. 12
1.2.3.1. Descripción del proceso de embutición. 12
1.2.3. Tipos de procesos de embutición. 13
1.2.3.2. Embutido de efecto simple. 13
1.2.4. Tipos de esfuerzos que se presentan durante el embutido. 13
1.3. Método de los elementos finitos (fem). 14
1.3.1. Elemento de Placa. 16
CAPÍTULO 2 21
2. Desarrollo del método analítico. 21
2.1. Variables aplicadas al proceso de embutición. 21
2.1.1. Calculo del desarrollo de la chapa. 21
2.1.2. Relación de embutición para objetos cilíndricos. 22
2.1.3. Razón máxima de deformación (LDR). 22
2.1.4. Radios en las aristas (matriz y punzón). 23
2.1.5. Juego de embutición. 23
2.1.6. Velocidad de embutición. 24
2.1.7. Fricción en la embutición 24

2.1.8. Lubrificación durante el embutido. 24
2.2. Desarrollo de las ecuaciones constitutivas. 25
2.2.1. Análisis de la generación de arrugas durante la embutición de chapas bimetálicas de dos capas sin usar pisaplanchas. 27
2.2.2. Análisis de la generación de arrugas durante la embutición de chapas bimetálicas de dos capas usando pisaplanchas. 31
2.2.3. Fuerza de embutición. 34
2.3. Análisis y evaluación de la formabilidad de chapas metálicas en el proceso de embutición. 36
2.3.1. Ensayos de tracción en la chapa bimetálica y CHAPA DE aluminio. 36
2.3.2. Cálculos de las propiedades mecánicas y de conformabilidad del material. 38
2.3.2.1. Exponente de endurecimiento por deformación "N" para chapas metálicas. 38
2.3.2.2. Módulo anisotrópico plástico "r" para chapas metálicas. 40
2.4. Aplicación de las ecuaciones al caso de estudio. 41
CAPÍTULO 3 43
3. Validación del modelo matemático 43
3.1. Desarrollo del proceso de simulación. 43
3.1.1. Geometría de la matriz de embutición. 44
3.1.2. Propiedades de los materiales 45
3.1.3. Definición de las condiciones de frontera. 47
3.1.4. Mallado de la matriz. 48
3.1.5. Resultados de la simulación. 49
3.2. Pruebas físicas de embutición. 56
3.2.1. Embutición sin pisa-plancha. 57
3.2.2. Embutición con dos resortes acoplados al pisa-plancha. 57
3.2.3. Embutición con cuatro resortes acoplados al pisa-plancha. 57
3.2.4. Embutición con ocho resortes acoplados al pisa-plancha. 58
3.3. Análisis de resultados. 58
3.3.1. Embutición del material bicapa con propiedades combinadas de los materiales. 58

3.3.2. Embutición del material bicapa con propiedades por separado de los materiales. 62

CAPÍTULO 4.....65

4. Conclusiones y recomendaciones. 65

4.1. Conclusiones 65

4.2. Recomendaciones.....69

BIBLIOGRAFÍA……71

ANEXO……..……..…75

ÍNDICE DE FIGURAS.

Figura 1.1: *Diagrama esfuerzo-deformación unitaria.* 6
Figura 1.2: *Proceso de unión bimetálico.* 7
Figura 1.3: *Factores que influyen en el conformado de una chapa* 8
Figura 1.4: *Probeta normalizada para la determinación del exponente de endurecimiento.* 10
Figura 1.5: *Probeta de tracción cortada con el ángulo θ (medida desde la dirección de laminado).* 10
Figura 1.6: *Probeta normalizada para la determinación del módulo anisotrópico r.* 11
Figura 1.7: *Proceso de embutición.* 12
Figura 1.8: Proceso de embutido de efecto simple.....13
Figura 1.9: *Representación de las zonas que describen los esfuerzos y deformaciones en la embutición.* 14
Figura 1.10: *Esfuerzos presentes en la chapa durante el embutido.* 14
Figura 1.11: *Estructura y su malla de elementos finitos.* 15
Figura 1.12: *Las fuerzas en el plano actúan en el plano de referencia (izquierda) y los momentos y la fuerza transversal de corte (derecha).* 17
Figura 1.13: *Curvaturas kx, ky y kxy del plano de referencia.* 17

Figura 2.1: *Embutido cilíndrico con borde.* 21
Figura 2.2: *Esquema 2D de la geometría de piezas y herramientas* 25
Figura 2.3: *Estado de la tensión en la zona del reborde.* 27
Figura 2.4: *Distancias del nuevo plano de referencia* 29
Figura 2.5: *Condición de frontera en los bordes exteriores* 33
Figura 2.6: *Elementos del proceso de embutido [10]: a) blanco (Db= diámetro del blanco), b) y c) parámetros de la herramienta en el proceso de embutido (c= claro, dp diámetro del punzón, rpb= radio inferior del punzón, dd= diámetro del dado, rd= radio del dado, Fbh= fuerza del pisador y Fd=fuerza de embutido, V = velocidad del punzón), y d) parte embutida.* 35
Figura 2.7: *Pruebas de tracción en el laboratorio de la Universidad Politécnica Salesiana* 37
Figura 2.8: *Pruebas de tracción en el Laboratorio de Geotecnia y Estructuras de la Universidad de Cuenca.* 38
Figura 2.9: *Diagrama Esfuerzo-Deformación (Verdadera-en Ingeniería).* 39

Figura 3.1: *Geometría matriz de embutición* 44
Figura 3.2: *Condiciones de frontera aplicadas al proceso de embutición.* 48
Figura 3.3: *Modelo del mallado aplicado al proceso de embutición.* 48
Figura 3.4: *Diagrama de convergencia del sistema de embutición.* 49
Figura 3.5: *Deformación direccional en el eje Y con ocho resortes.* 50
Figura 3.6: *Deformación plástica equivalente con ocho resortes.* 50
Figura 3.7: *Esfuerzo cortante con ocho resortes* 50

Figura 3.8: *Deformación en la dirección del eje Y con cuatro resortes.....51*
Figura 3.9: *Deformación plástica equivalente con cuatro resortes. 51*
Figura 3.10: *Esfuerzo cortante con cuatro resortes.....52*
Figura 3.11: *Deformación en la dirección del eje Y con dos resortes. 52*
Figura 3.12: *Deformación plástica equivalente con dos resortes. 52*
Figura 3.13: *Esfuerzo cortante con dos resortes.....53*
Figura 3.14: *Deformación en la dirección del eje Y sin pisa-plancha. 53*
Figura 3.15: *Deformación plástica equivalente sin pisa-plancha.....54*
Figura 3.16: *Esfuerzo cortante sin pisa-plancha.....54*
Figura 3.17: *Deformación en la dirección del eje Y con una fuerza mayor a la calculada. 55*
Figura 3.18 :*Deformación plástica equivalente con una fuerza mayor a la calculada. 55*
Figura 3.19: *Esfuerzo cortante con una fuerza mayor a la calculada. 55*
Figura 3.20: *Montaje experimental de la matriz y piezas embutidas. 56*
Figura 3.21: *Embutición sin pisa-plancha. 57*
Figura 3.22: *Embutición con dos resortes.....57*
Figura 3.23: *Embutición con cuatro resortes.....58*
Figura 3.24: *Embutición con ocho resortes. 58*
Figura 3.25: *Esfuerzo cortante en embutición con propiedades de los materiales por separado 62*
Figura 3.26: *Deformación plástica equivalente en embutición con propiedades de los materiales por separado.....63*

ÍNDICE DE TABLAS.

Tabla 1.1: *Composición química de las láminas de la chapa bimetálica.* 5

Tabla 2.1: *Relaciones de embutido para piezas cilíndricas huecas obtenidas de discos de chapa*.....22
Tabla 2.2: *Velocidades de embutición.*.....24
Tabla 2.3: *Principales propiedades mecánicas del Aluminio 1060 y aluminio 1060 revestido con cobre*.....37
Tabla 2.4: *Propiedades mecánicas del material bicapa Al-Cu obtenidas de ensayos.* 38
Tabla 2.5: *Parámetros previos al cálculo del endurecimiento por deformación n para la probeta cortada a 0° con respecto al sentido del laminado.*.....39
Tabla 2.6: *Exponentes de endurecimiento N.* 40
Tabla 2.7: *Coeficiente anisotrópico calculado.*.....41

Tabla 3.1: *Dimensiones de la matriz.* 45
Tabla 3.2: *Propiedades mecánicas del material bicapa (Aluminio 1060 - Cobre T2).* 45
Tabla 3.3: *Propiedades mecánicas del acero estructural.* 47
Tabla 3.4: *Fuerzas calculadas y experimentales obtenidas en el punzón y pisa-plancha.* 59
Tabla 3.5: *Deformaciones direccionales en el eje "y" simuladas y experimentales obtenidas en el proceso de embutición.*.....60
Tabla 3.6: *Esfuerzos cortantes simulados en el proceso de embutición*.....60
Tabla 3.7: *Deformación plástica equivalente simulada en el proceso de embutición.*61
Tabla 3.8: *Comparación de la deformación plástica equivalente en el proceso de embutición.* 61

Tabla 4.1: *Comparación de la deformación direccional simulada FEM y experimental.* 67

ÍNDICE DE ECUACIONES.

Ecuación 1.1: *Modulo de elasticidad*……..5
Ecuación 1.2: *Tensión verdadera*……..8
Ecuación 1.3: *Promedio ponderado de los valores de r obtenidos en tres direcciones de elasticidad*……..10
Ecuación 1.4: *Tendencia de arrugas o anisotropía planar*……10
Ecuación 1.5: *Vector de las fuerzas nodales equivalentes aplicadas*……..13
Ecuación 1.6: *Vector de desplazamientos*……..14
Ecuación 1.7: *Deformaciones en un punto dentro de los elementos* ……14
Ecuación 1.8: *Tensiones en un punto dentro del elemento*……14
Ecuación 1.9: *Fuerzas que actúan en los puntos nodales del elemento*……15
Ecuación 1.10: *Matriz de rigidez de los elementos*……16
Ecuación 1.11: *Vector de fuerzas en un plano*……17
Ecuación 1.12: *Vector de momentos en un plano*……17
Ecuación 1.13: *Vector de fuerzas y momentos*……18
Ecuación 1.14: *Elementos de las matrices independientes para un laminado isotrópico*……20
Ecuación 1.15: *Elementos no cero de las matrices independientes para capas individuales isotrópicas*……20
Ecuación 1.16: *Elementos de las matrices independientes en función de las características del material*……20

Ecuación 2.1: *Diámetro de la chapa*……..21
Ecuación 2.2: *Radio de redondeo de la matriz*……..21
Ecuación 2.3: *Juego de embutición*……..21
Ecuación 2.4: *Deflexión en el reborde*……26
Ecuación 2.5: *Constante*……26
Ecuación 2.6: *Energía de deformación*……27
Ecuación 2.7: *Energía de deformación*……27
Ecuación 2.8: *Energía de deformación en coordenadas cilíndricas*……27
Ecuación 2.9: *Vector de componentes de deformación*……27
Ecuación 2.10: *Energía de deformación para un aplaca laminada*……28
Ecuación 2.11: *Matriz de acoplamiento B*……28
Ecuación 2.12: *Vector de deformaciones en el centro del plano*……28
Ecuación 2.13: *Energía de deformación*……28
Ecuación 2.14: *Energía de deformación simplificada*……28
Ecuación 2.15: *Fp* función de *n* y *ρ*……28
Ecuación 2.16: *Ecuación de equilibrio para el cobre*……29
Ecuación 2.17: *Ecuación de equilibrio para el aluminio*……29
Ecuación 2.18: *Criterio de rendimiento de Tresca para el cobre*……30
Ecuación 2.19: *Criterio de rendimiento de Tresca para el aluminio*……30
Ecuación 2.20: *Componente de tensión radial para el cobre*……30

Ecuación 2.21: *Componente de tensión tangencial para el cobre……..30*
Ecuación 2.22: *Componente de tensión radial para el aluminio……..30*
Ecuación 2.23: *Componente de tensión tangencial para el aluminio……...30*
Ecuación 2.24: *Trabajo según Timoshenko...……....30*
Ecuación 2.25: *Trabajo realizado por las fuerzas de membrana……30*
Ecuación 2.26: *Trabajo realizado por las fuerzas de membrana simplificado……30*
Ecuación 2.27: *H* función de *n* y *ρ*……..31
Ecuación 2.28: *Condición crítica para la formación de arrugas……31*
Ecuación 2.29: *Condición para la ruptura plástica……..31*
Ecuación 2.30: *Trabajo realizado por el pisa-plancha……..31*
Ecuación 2.31: *Condición critica para la formación de arrugas……31*
Ecuación 2.32: *Condición de equilibrio para r = b……..32*
Ecuación 2.33: *Componente de tensión radial para el cobre (bicapa)……..32*
Ecuación 2.34: *Componente de tensión tangencial para el cobre (bicapa)……..32*
Ecuación 2.35: *Componente de tensión radial para el aluminio (bicapa)……..32*
Ecuación 2.36: *Componente de tensión tangencial para el aluminio (bicapa)……..32*
Ecuación 2.37: *Trabajo realizado por la fuerza de la membrana del bicapa……..33*
Ecuación 2.38: *Deflexión máxima en el reborde……33*
Ecuación 2.39: *Trabajo realizados en el bicapa……33*
Ecuación 2.40: *G* función de *n* y *ρ*……..33
Ecuación 2.41: *H* función de *n* y *ρ*……..34
Ecuación 2.42: *Condición crítica para la formación de arrugas en el bicapa……34*
Ecuación 2.43: *Fuerza en el pisa plancha……...35*
Ecuación 2.44: *J* función de *n* y *ρ*……..35
Ecuación 2.45: *I* función de *n* y *ρ*……..35
Ecuación 2.46: *Fuerza máxima de embutido……..35*
Ecuación 2.47: *Diámetro medio de la pieza embutida……..35*
Ecuación 2.48: *Esfuerzo de fluencia promedio……..35*

Ecuación 3.1: *Modulo cortante……46*
Ecuación 3.2: *Constante de endurecimiento……...46*

NOMENCLATURA.

a	Radio de punzón + radio del borde de matriz.
b	Radio del disco de chapa.
c	Constante de la expresión de la deflexión.
D	Diámetro instantáneo del flanco.
D_b	Diámetro del disco.
D_P	Rigidez a la flexión de la chapa.
d_d	Diámetro de la cavidad de la matriz.
d_m	Diámetro medio de la pieza embutida.
d_p	Diámetro del punzón.
E_0	Módulo de plasticidad.
E	Módulo de Elasticidad.
f	Ancho del reborde.
f_c	Fuerzas que actúan en los puntos nodales del elemento.
$F_{d,max}$	Fuerza máxima de embutido.
h_b	Distancias desde el plano de referencia a la superficie inferior de la chapa.
h_t	Distancias desde el plano de referencia a la superficie superior de la chapa.
j	juego entre matriz y punzón.
K	Constante de plasticidad, llamada también coeficiente de resistencia.
Kr	Curvatura radial.
K_Θ	Curvatura circunferencial.
n	Número de ondulaciones.
N	Exponente de la curva de endurecimiento exponencial.
P	Módulo tangencial.
Q	Fuerza aplicada en el pisa-planchas.
r	Módulo anisotrópico plástico para chapas metálicas.
r_d	Radio del filo de la matriz.
T	Trabajo realizado por las fuerzas de la membrana.
t, t_0	Espesor de la chapa.
t_{Cu}	Espesor de la chapa de cobre.
t_{Al}	Espesor de la chapa de aluminio.
u	Vector que representa los desplazamientos.
U	Energía de deformación sin pisa-planchas.
U_q	Energía de deformación con pisa-planchas.
V	Volumen del elemento.
W	Deflexión en el reborde.
$W_{máx}$	Deflexión máxima del reborde.
Aij	Matriz de rigidez de tensión.
Bij	Matriz de rigidez de acoplamiento.
Dij	Matriz de rigidez de flexión.
A_{ij}^{e}	Matriz de rigidez de tensión para la capa asimétrica.

B_{ij}^{e} Matriz de rigidez de acoplamiento para la capa asimétrica.
D_{ij}^{e} Matriz de rigidez de flexión para la capa asimétrica.
$[B]$ Matriz de acoplamiento deformación-desplazamiento.
$[E]$ Matriz de rigidez para un elemento de placa sin deformación por cizallamiento caracterizada por el material.
$[k]$ Matriz de rigidez de cada elemento.
$[K]$ Matriz de rigidez de la estructura.
$[N]$ Matriz de los vectores de forma.

Letras griegas

ρ Parámetro adimensional, a / b
ζ Parámetro adimensional de la condición crítica de la deformación en el reborde.
η Factor de corrección debido principalmente al efecto de la fricción.
ν Coeficiente de Poisson.
μ Coeficiente de fricción.
δ Desplazamientos de los puntos nodales de un elemento particular.
σ_{fmI} Esfuerzo de fluencia promedio entre los radios interior y exterior del reborde.
φ_1 Deformación verdadera localizada en la orilla del flanco.
φ_2 Deformación verdadera localizada al inicio del radio de la matriz.
σ_{rCu} Tensión radial del cobre.
σ_{rAl} Tensión radial del aluminio.
$\sigma_{\theta Cu}$ Tensión tangencial del cobre.
$\sigma_{\theta Al}$ Tensión tangencial del aluminio.
τ_{Cu} Esfuerzo cortante del cobre.
τ_{Al} Esfuerzo cortante del aluminio.
Y_{Cu} Módulo de Young del cobre.
Y_{Al} Módulo de Young del aluminio.
ε_w Deformación de anchura de la chapa.
ε_t Deformación de espesor de la chapa.

Dedicatoria

A mis padres, hermanos, hermanas, mi querida esposa y mis amados hijos Steven y Nicole, que han sido, son y serán el pilar fundamental en mi vida, quienes con su apoyo incondicional y dulzura me han motivado a avanzar en el entorno profesional y personal.

Aníbal.

Dedicatoria

A mi familia por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, en mi educación, tanto académica, como en la vida, por su apoyo incondicional para alcanzar mis objetivos.

Carlos.

PREFACIO

En este proyecto se realiza un análisis matemático, para evaluar el comportamiento de una chapa bimetálica (Aluminio-Cobre) y definir los parámetros que se deben considerar, al utilizar este material en un proceso de embutición cilíndrica de una sola fase, y que en el reborde no se formen ondulaciones.

El análisis matemático realizado permite determinar la fuerza necesaria en el pisa-plancha, para que, durante el proceso de embutición no se formen arrugas u ondulaciones en el reborde del material embutido.

Para validar los resultados, se procede a modelar la geometría del proceso de embutición en el software de elementos finitos ANSYS; resultados que a su vez son corroborados con pruebas físicas realizadas en una matriz de embutición, cuya geometría se diseña e implementa en función de los procedimientos matemáticos aplicados.

Finalmente, con los resultados de las simulaciones y de las pruebas físicas realizadas, se concluye que el modelo aplicado en el proceso de embutición para un material bicapa es el correcto, debido a que los resultados obtenidos son los esperados y por ende el material utilizado si es embutible.

PRÓLOGO

En la actualidad, los procesos de conformación de chapas metálicas constituyen un grupo significativo de procesos de manufactura de piezas para diversas aplicaciones industriales, entre estos, los procesos de embutición de chapa metálica son ampliamente usados en la industria médico-farmacéutica, biotecnológica, de utensilios, electrodomésticos en general, así como en el sector energético, automovilístico y militar.

Hoy en día, en los procesos de embutición se utiliza metales laminados multicapa (bimetálicos), que al ser combinados permiten obtener las propiedades deseadas, como son: características eléctricas y térmicas, estructuras de recubrimiento ligeras, resistentes a la corrosión y amortiguadoras; logrando también, mejorar la conformabilidad de metales de baja formación.

Con el objetivo de aportar localmente con estos avances, en el estudio planteado, se presenta un análisis matemático para evaluar el comportamiento mecánico de una chapa bimetálica, en un proceso de embutición de una sola fase con reborde.

El desarrollo de las actividades se refleja en los siguientes capítulos:

- En el capítulo 1, se investiga las características y propiedades del material bicapa, el estado de arte del proceso de embutición de la chapa bimetálica y el método de elementos finitos aplicado a proceso de embutición.

- En el capítulo 2, se desarrolla el método analítico, se identifican las variables del proceso de embutición, se determinan las ecuaciones y se aplican al caso de estudio.

- En el capítulo 3, se define la geometría de la matriz de embutición, se realiza la simulación del sistema en el software de elementos finitos ANSYS, se realizan las pruebas físicas del proceso de embutición y se analizan los resultados.

- En el capítulo 4, se detallan las conclusiones y recomendaciones.

AGRADECIMIENTO

A mi Dios que con su infinita bondad me ha bendecido la salud, la vida y la fuerza para ser perseverante en mis metas planteadas.

A mis padres, hermanos, hermanas, mi amada esposa y mis hijos, quienes me han brindado su comprensión y apoyo incondicional.

Al Ing. Marco Amaya, Mgt., quien nos compartió sus conocimientos y un profundo compromiso en la dirección de este trabajo.

A mi compañero y amigo Carlos, por su entrega y comprensión para afrontar y culminar esta investigación.

Aníbal.

AGRADECIMIENTO

A Dios quien es mi guía y mi fortaleza.

A mis padres, hermanos, cuñadas y sobrinos; por siempre haberme dado su fuerza y apoyo incondicional que me han ayudado y llevado hasta donde estoy ahora.

Paola, gracias por tu apoyo en todo momento.

Al Ing. Marco Amaya, Mgt., por su acertada dirección en la realización de este trabajo.

A mi compañero y amigo Aníbal, por formar parte en esta investigación.

Carlos.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN.

Los avances tecnológicos y las exigencias del mercado requieren que los materiales sean mejorados tanto en características físicas como mecánicas, hoy en día, los metales laminados multicapa se utilizan en diversos campos industriales, tales como las industrias aeroespacial, automotriz, química, eléctrica entre otras. En general, las aplicaciones principales de las chapas metálicas laminadas multicapa son: hacer propiedades compuestas con metales disímiles y mejorar la formalidad de metales de baja formación.

Los procesos de embutición están inmersos en la industria a pequeña y gran escala. La embutición permite producir una gran variedad de productos para aplicaciones diversas como: los utillajes domésticos, complementos de cosmética, envases, electrodomésticos, elementos para la industria automovilística, etc. Su alta resistencia mecánica en relación al peso de sus productos terminados, han provocado que el proceso sea estudiado de forma analítica, desde el diseño de su geometría, los parámetros de operación de la prensa y las herramientas para encontrar las condiciones óptimas de los parámetros necesarios en el proceso.

En esta investigación se realiza un análisis matemático para evaluar el comportamiento mecánico de una chapa bimetálica unida por explosión y un posterior laminado (Aluminio 1060 de 2.5 mm y Cobre T2 de 0.5 mm).

La chapa es sometida a un proceso de embutición cilíndrica de una sola fase. Este estudio determina la fuerza necesaria en el pisa-plancha, para descartar posibles deformaciones en el elemento embutido.

En la validación de los resultados se utiliza el Método de Elementos Finitos (FEM) en ANSYS Workbench. Con el FEM se demuestra que la deformación direccional en el eje Y, la deformación plástica equivalente y el esfuerzo cortante en el elemento embutido, garantizan que el modelo aplicado en el proceso de embutición para un material bicapa es el correcto.

Finalmente, los resultados del análisis matemático y los obtenidos en las simulaciones en ANSYS son corroborados un vez más, al realizar las pruebas físicas en el laboratorio.

1. ESTADO DEL ARTE.

Por medio de revisiones documentales tanto de fuentes impresas como digitales se pudo constatar la existencia de investigaciones acerca de diversos análisis matemáticos en procesos de embutición de una chapa metálica, definición de parámetros de materiales para embutición, técnicas de simulación, optimización del proceso, entre otras. Todos estos estudios se han realizado para los tradicionales materiales de embutición, más no se ha realizado un estudio que describa el comportamiento de metales multicapa (aluminio - cobre) unidos por el procedimiento de soldadura explosiva.

De los antecedentes revisados relacionados con la presente investigación, mostrados desde el inicio del proceso de laminado multicapa de la chapa, caracterización del material, estudios matemáticos, simulación, hasta llegar a la experimentación de la embutición, se tienen:

Okui y otros (2014), en su reporte técnico titulado “Development of Metal Clad Sheets and Strips” presentado a “NIPPON STEEL y SUMITOMO METAL” establecen una tecnología de producción en masa de chapa metálica multicapa por el proceso de laminado en caliente y que es utilizada principalmente para utensilios e instrumentos de cocina por inducción. Estas hojas están revestidas en una combinación de dos o de tres capas teniendo al aluminio como material base y el otro material acero inoxidable o titanio como revestimiento, obteniendo así las nuevas características del material multicapa y mejorando la función de los materiales convencionales dependiendo del propósito o uso final.

García, Celentano y Philippe Ponthot (2003), en su artículo científico titulado “Caracterización del comportamiento mecánico de aceros para embutición profunda” y presentado en el Simposio Materia 2003 CONAMET, realizan la caracterización del comportamiento mecánico de los aceros de embutición profunda EK2 y EK4. Para tal fin realizaron ensayos de tracción, de dureza y de ductilidad utilizando probetas planas, a través del ensayo tecnológico de Erichsen. Donde obtuvieron los parámetros que rigen el endurecimiento por deformación y el comportamiento ortótropo del material. A partir de este procedimiento experimental modelaron el comportamiento mecánico de dichos materiales durante el ensayo de tracción. Llegando finalmente a validar los resultados numéricos mediante las correspondientes mediciones de laboratorio.

Yu y Johnson (1982), del Departamento de Ingeniería de la Universidad de Cambridge, presentan su investigación “The buckling of annular plates in relation to the deep-drawing process”, el mismo que está basado en un modelo de pandeo bidimensional de una placa anular elástico-plástica y en el método de energía. Donde, con las condiciones críticas para el pandeo elástico y el pandeo plástico del reborde de

una pieza circular durante el proceso de embutición, consiguen mejorar los resultados de investigaciones previas, principalmente: la influencia de un pisa-planchas en el pandeo de la chapa y que en el número de ondas generadas también puede predecirse cuantitativamente.

Morovvati y otros (2010), presentan un artículo titulado “A theoretical, numerical, and experimental investigation of plastic wrinkling of circular two-layer sheet metal in the deep drawing”, donde muestran los resultados del método analítico mediante el modelo de energía, simulaciones numéricas logradas a través de los elementos finitos y de experimentos para obtener la fuerza mínima requerida en el pisaplanchas para la prevención de la formación de arrugas durante el proceso de embutición de una chapa de dos capas (aluminio-acero inoxidable). Demostrando que se obtienen buenos resultados cuando el aluminio está en la capa superior. Concluyendo que los resultados dependen de la geometría de la chapa metálica y del material de la parte superior en la embutición.

Anarestani, Morovvati y Vaghasloo (2014), con su artículo “Influence of anisotropy and lubrication on wrinkling of circular plates using bifurcation theory”, estudian el arrugamiento de una placa circular en el área del reborde de una pieza embutida. El modelo analítico basado en el método de bifurcación de Hill lo utilizan con respecto al núcleo de una placa anular sometida a tensión de tracción con una suposición de deformación grande. También investigan la fricción entre la placa y pisa-planchas, y los parámetros de endurecimiento por deformación. El resultado de este análisis es la fuerza crítica del pisa-planchas, que está relacionada con la condición crítica de arrugamiento en el área del reborde. Además, usan el Abaqus / Explicit para las simulaciones de elementos finitos y un estudio experimental que valida los resultados de las simulaciones de elementos analíticos y de elementos finitos.

Darendeliler y Kaftanoglu (1991), de Middle East Technical University de Turquía, desarrollan un método de elementos finitos para obtener la información elástico-plástica de los materiales laminares en presencia de grandes deformaciones y grandes desplazamientos. Se basa en la formulación del tipo de Lagrangiano y la teoría de membrana. Para ello suponen que la chapa es isotrópica e insensible a la velocidad, lo que obedece a la teoría del flujo. Incorporan las características de endurecimiento del material y la fricción de Coulomb entre la chapa y las herramientas de conformación. Usando este método para modelar la embutición con las condiciones de frontera apropiadas, comparan las soluciones numéricas con los resultados experimentales, llegando a determinar que la pequeña variación entre estos resultados se debe a las variaciones de condiciones de fricción entre el punzón y la chapa y entre la chapa y la matriz.

Flores (2000), presenta su artículo titulado “Un algoritmo de contacto para el análisis explícito de procesos de embutición” publicado en la Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería, dónde se exponen aspectos algorítmicos para el tratamiento del problema de contacto friccional entre las herramientas y la chapa en la simulación de procesos de embutición de láminas para una búsqueda efectiva y computacionalmente económica de los puntos de contacto. Para ello aplica un esquema explícito de integración que trata las superficies de las herramientas definidas a través de triangulaciones para el tratamiento de mallas.

Garrido y otros (2004), en su investigación titulada “Simulación del proceso de embutición de una tapa embrague de una lavadora semiautomática” y presentada en el CONGRESO CONAMET/SAM 2004, analiza el proceso de embutición profunda de un componente de una lavadora semiautomática de uso doméstico, específicamente la tapa embrague del sistema de transmisión, donde realizan la simulación numérica basada en el método de elementos finitos y los resultados son comparados con valores obtenidos experimentalmente. El elemento contempla el tratamiento de grandes deformaciones elastoplásticas y el comportamiento del material está basado en un modelo hiperelástico que utiliza la integración explícita de las ecuaciones de movimiento a través de un modelo dinámico. Además considera el problema de contacto friccional entre las herramientas y el punzón y los resultados que obtienen del modelo numérico corresponden a desplazamientos, esfuerzos y deformaciones.

Bernal y otros (2013), en su artículo “Planning and programming sheet metal drawing processes” publicado en la revista Centro Azúcar de la Universidad Central “Marta Abreu” de las Villas. Cuba, explica los elementos a considerar en el diseño óptimo multicriterial de los procesos de embutido de chapas y las posibilidades que ofrece esta compleja tarea para el empleo de técnicas de simulación por elementos finitos y de inteligencia artificial. Los resultados demuestran los riesgos y ventajas del empleo de estas modernas herramientas de optimización para un proceso de embutido de chapas. Los autores proponen el sistema de variables a emplear para el análisis multiobjetivo y multicriterial para el empleo de las técnicas de optimización en las operaciones de embutido de chapas, en la misma se consideran elementos propios del diseño del producto (pieza), del desarrollo de la tecnología de elaboración por embutido y los parámetros a optimizar.

1.1. DEFINICIÓN DE LOS MATERIALES DE LA CHAPA BIMETÁLICA.

Los materiales compuestos se han utilizado extensamente en industrias modernas tales como industrias eléctricas, automotrices y utensilios de cocina. Una forma de conseguir las propiedades mecánicas y físicas deseadas es unir metales diferentes como hojas revestidas. Cada capa de la hoja revestida puede tener diferentes propiedades mecánicas, químicas y físicas; por lo tanto, se pueden conseguir

propiedades tales como resistencia a alto rendimiento, alta deformación elástico-plástica, resistencia a la fractura, conductividad eléctrica y resistencia a la corrosión, no disponible en un solo metal, mediante la unión de diferentes metales juntos como hojas revestidas (Farshid y Mahmoud, 2015).

En los procesos de embutición de chapa metálica, todas las operaciones de deformación que ocurren están estrechamente vinculadas con la plasticidad del material y otras propiedades físico-mecánicas-estructurales, como son el exponente de endurecimiento por deformación plástica *N*, el módulo anisótropo plástico *r*, la relación máxima de embutición, entre otras, todas estas constituyen el límite de formabilidad del material.

Las propiedades antes mencionadas de la chapa bimetálica utilizada en el presente trabajo no son proporcionadas por el productor, por lo que es necesario hacer una caracterización de dicho material con el fin de obtener datos reales para su análisis. Para esto, se utilizan los equipos de los laboratorios de ensayo de materiales de la Universidad Politécnica Salesiana y de Geotecnia y Estructuras de la Universidad de Cuenca, siguiendo las Normas ASTM correspondientes.

1.1.1. COMPOSICIÓN QUÍMICA DE LOS MATERIALES.

Por la información proporcionada por el productor del material bimetal este está elaborado de Aluminio 1060 y Cobre T2. La composición química de estos materiales individuales se presenta en la tabla 1.1.

Tabla 1.1 *Composición química de las láminas de la chapa bimetálica.*

NORMA	%Si	%Fe	%Cu	%Mn	%Mg	%Zn	%Ti	%Al	%Bi	%O	%Pb	%Otros
Al 1060	0.25	0.35	0.05	0.03	0.03	0.05	0.03	99.60	-	-	-	0.03
T2(Cu-ETP)	-	-	99.90	-	-	-	-	-	0.0005	0.04	0.005	-

Fuente: *Sanmetal S.A. (2007).*

1.1.2. PROPIEDADES MECÁNICAS Y TECNOLÓGICAS BÁSICAS DEL MATERIAL.

En un material sometido a un ensayo de tracción, la fuerza inicial de tensión es cero y se va incrementando gradualmente hasta que la barra se rompe. En cada cierto tiempo se grafica el esfuerzo aplicado versus la deformación unitaria del material. A esta gráfica se le conoce como diagrama esfuerzo-deformación unitaria que es una propiedad mecánica del material traccionado (Callister, 2007) (Figura 1.1).

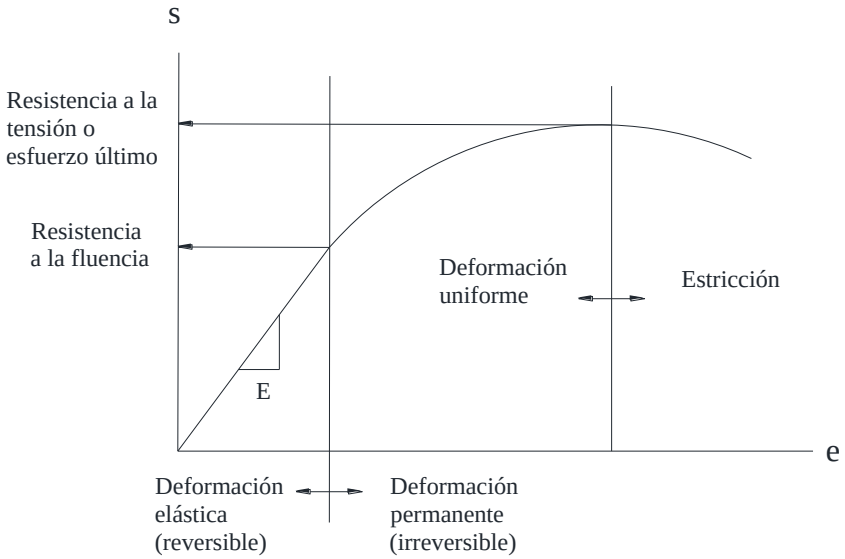


Figura 1.1 *Diagrama esfuerzo-deformación unitaria.*
Fuente: *Autores.*

A partir del diagrama esfuerzo-deformación se describen las siguientes propiedades mecánicas del material:

a. **Módulo de Elasticidad (*E*) o Módulo de Young (*Y*).-** se define como la pendiente de la recta formada en la zona elástica de la curva, donde se cumple que (Callister, 2007):

$$\sigma = E\varepsilon \tag{1.1}$$

Donde:

σ = Tension verdadera (N/mm^2).
ε = Deformación (mm).

El módulo de elasticidad en (*N/mm*^{2} o *MPa*) representa la medida de rigidez del material. El material es más rígido mientras mayor sea su módulo de elasticidad.

b. **Coeficiente de Poisson (*v*).-** se define como la relación entre la deformación unitaria longitudinal y la deformación unitaria lateral (Callister, 2007).

$$v = \frac{\varepsilon_{lateral}}{\varepsilon_{longitudinal}}$$

Donde:

v = Coeficiente de Poisson.
$\varepsilon_{lateral}$ = Es la deformación unitaria lateral (mm).
$\varepsilon_{longitudinal}$ = Es la deformación unitaria longitudinal (mm).

c. **Resistencia a la tensión o esfuerzo último (σ_u).-** medido en (*N/mm²* o *MPa*), representa el valor máximo del esfuerzo de ingeniería que puede ser aplicado al material. Cuando el esfuerzo aplicado al material es igual a la resistencia a la tensión, inicia la estricción y posteriormente la rotura del material (Callister, 2007).

d. **Ductilidad.-** se mide por la cantidad de deformación plástica que se da en el material antes de romperse. La forma de medirla es mediante el porcentaje de elongación (Callister, 2007).

$$\%elongación = (\%EL) = \frac{L_f - L_0}{L_0} \cdot 100$$

Donde:

$\%EL$ = Porcentaje de elongación.
L_f = Es la longitud de la probeta estirada.
L_0 = Es la longitud inicial de la probeta.

1.1.3. UNIÓN DE LOS MATERIALES DE LA CHAPA BIMETÁLICA.

Hay varios métodos para unir metales para hacer un material de revestimiento. Estos métodos incluyen la unión explosiva, la superposición de soldadura y el método de laminación. El método de laminación se prefiere para la producción en masa de bobinas de chapa revestidas (Okui, Yoshida y Yonemitsu, 2014).

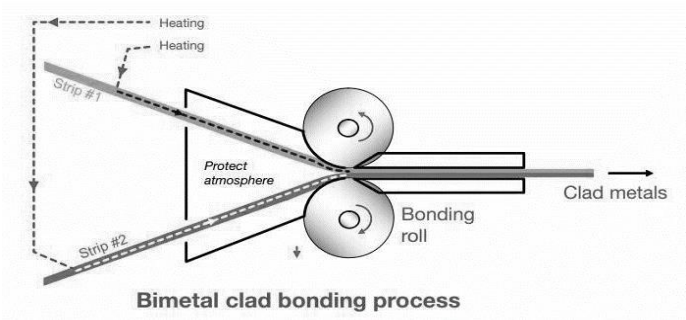


Figura 1.2 *Proceso de unión bimetálico.*
Fuente: *Hejin Metal Material Co.,Ltd. (2017).*

En el presente estudio se trabaja con una chapa bimetálica aluminio-cobre obtenida de Zhengzhou Hejin Metal Material Co.,Ltd. La placa consiste en una base de aluminio puro (Al 1060) revestida de una hoja de cobre (Cu T2), ambos metales que se funden juntos para formar una chapa inseparable por el proceso de unión explosiva y posterior laminado, como se puede observar en la figura 1.2. Su certificado de análisis por parte de los productores se puede ver en el anexo A.

1.2. CONFORMADO DE LA CHAPA BIMETÁLICA.

El conformado de metales, es una operación que permite cambiar la forma de una pieza, sin la remoción de material (Campos, 2004).

Los factores que interactúan en el proceso de conformado se pueden ver en la figura 1.3.

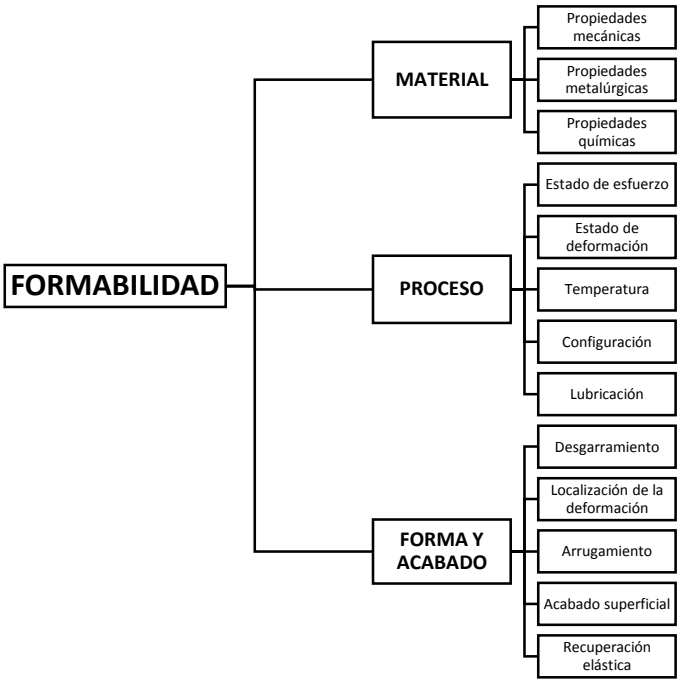


Figura 1.3 *Factores que influyen en el conformado de una chapa*
Fuente: *Campos (2004).*

1.2.1. PROPIEDADES MECÁNICAS Y TECNOLÓGICAS DE CONFORMABILIDAD DEL MATERIAL.

Las características del material influyen de manera importante en su conformabilidad, propiedades mecánicas como: la dureza, módulo anisótropo plástico r, exponente de endurecimiento por deformación N, módulo de elasticidad, ductilidad, propiedades metalográficas como: tamaño, forma y orientación de los granos; también

el uso de agentes externos como: lubricantes para ayudar a la fluencia del material son decisivos en el conformado (Rivas y otros, 2016).

1.2.1.1. EXPONENTE DE ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN "N" PARA CHAPAS METÁLICAS.

El exponente de endurecimiento es una medida del aumento de la resistencia de un material debido a la deformación plástica. Este método de prueba es útil para estimar la deformación al inicio del estrechamiento en un ensayo de tensión uniaxial, proporcionando un parámetro empírico para evaluar el estirado de sistemas metálicos similares (ASTM E646-16, 2016).

La Norma ASTM E646-16, indica el método de prueba estándar para los exponentes de endurecimiento para deformación por tracción (*N*) de materiales de chapa metálicos. Este método utiliza datos obtenidos en una prueba de tensión uniaxial. Los datos de tracción se obtienen de forma continua y controlada mediante control de desplazamiento y de deformación. Los exponentes de endurecimiento por deformación se determinan a partir de una representación empírica sobre el intervalo de interés de la curva de tensión real frente a la curva de deformación verdadera. La representación matemática utilizada en este método es una curva de potencia de la forma (ASTM E646-16, 2016):

$$\sigma = K\varepsilon^N \tag{1.2}$$

Donde:

σ = Tensión verdadera (N/mm^2).
K = Constante de plasticidad, llamada también coeficiente de resistencia (N/mm^2).
N = Exponente de endurecimiento por deformación.

Este método de ensayo es específicamente para materiales de chapa metálica con espesores de por lo menos 0,005 pulgadas (0,13 mm) pero no superior a 0,25 pulgadas (6,4 mm). El exponente de endurecimiento por deformación se puede determinar en toda la curva plástica de esfuerzo-deformación o cualquier porción de la curva (ASTM E646-16, 2016).

El valor *n* puede variar con la tasa de desplazamiento o velocidad de deformación utilizada, dependiendo del metal y de la temperatura de ensayo. El material de prueba debe ser plano y de espesor uniforme (ASTM E646-16, 2016).

Los factores más influyentes en la determinación del exponente de endurecimiento son: el tipo de carga aplicada durante el proceso de conformado y su velocidad de aplicación, la energía que generan las dislocaciones, el tamaño del grano y la composición química del material (ASTM E646-16, 2016).

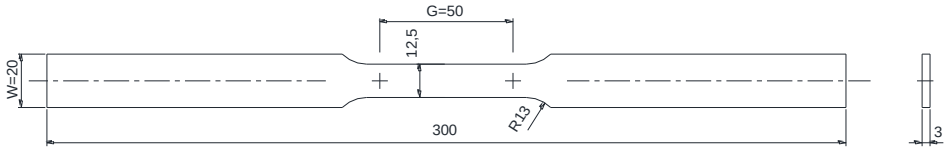


Figura 1.4 *Probeta normalizada para la determinación del exponente de endurecimiento.*
Fuente: *ASTM E646-16 (2016).*

1.2.1.2. MÓDULO ANISOTRÓPICO PLÁSTICO "*r*" PARA CHAPAS METÁLICAS.

La relación de deformación plástica *r* es un parámetro que indica la capacidad de una chapa metálica para resistir el adelgazamiento o engrosamiento cuando se somete a fuerzas de tracción o compresión en el plano de la hoja. Es una medida de anisotropía plástica y está relacionada con las orientaciones cristalográficas preferidas dentro de un metal policristalino. El valor de *r*, por lo tanto, se considera una medida de estiramiento de la chapa metálica (ASTM E517-00, 2010).

Para muchos materiales esta relación permanece esencialmente constante en una gama de tensiones plásticas hasta la fuerza máxima aplicada en una prueba de tensión. Los materiales suelen tener diferentes valores de *r* cuando se prueban en diferentes orientaciones con respecto a la dirección de laminado. El ángulo de muestreo de la probeta individual se indica mediante un subíndice. Por lo tanto, para un espécimen de prueba cuya longitud está alineada paralelamente a la dirección de laminación, el valor de *r* se reportaría como r_0. Si, además, se realizó la medición al 20% de elongación y se consideró necesario anotar el porcentaje de deformación en el que se midió el valor, el valor se notificaría como r_0^{20} (ASTM E517-00, 2010).

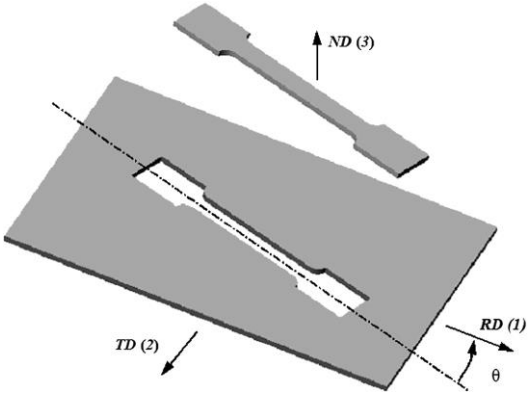


Figura 1.5 *Probeta de tracción cortada con el ángulo θ (medida desde la dirección de laminado).*
Fuente: *Banabic D. (2007).*

La longitud y el ancho de la muestra no son críticos. La probeta deberá tener el mismo espesor de la chapa a embutir. El espesor de la sección de calibre de la probeta debe ser uniforme con tolerancia de 0,013 mm (ASTM E517-00, 2010).

Este método cubre ensayos de tensión especiales para la medición de la relación de deformación plástica *r*, de chapa destinada a aplicaciones de embutición profunda, la Norma ASTM E517-00 indica el método de ensayo estándar (ASTM E517-00, 2010).

La relación de tensión plástica *r* (en chapa metálica que ha sido sometida a tracción por tensión uniaxial suficientemente para inducir flujo plástico) es la relación de la deformación verdadera que ocurre en una dirección de la anchura *w* perpendicular a la dirección de tensión aplicada y en el plano de la chapa, a la deformación real afín en la dirección *t* del grosor. Así, *r* es numéricamente igual a (ASTM E517-00, 2010):

$$r = \varepsilon_w / \varepsilon_t$$

Dónde:
ε_w = deformación de anchura (mm),
ε_t = deformación de espesor (mm).

Debido a la dificultad de medir los cambios de grosor con suficiente precisión, en la práctica se utiliza comúnmente una relación equivalente, basada en las mediciones de longitud y anchura de la deformación (ASTM E517-00, 2010).

Además se usa r_m que es el promedio ponderado de los valores de *r* obtenidos en tres direcciones: 0 ° (paralelo), 45 ° (diagonal) y 90 ° (transversal) a la dirección de laminación.

$$r_m = \frac{r_0 + 2r_{45} + r_{90}}{4} \quad \textbf{(1.3)}$$

Y la tendencia de arrugas conocida como anisotropía planar se calcula como sigue:

$$\Delta r = \frac{r_0 + r_{90} - 2r_{45}}{2} \quad \textbf{(1.4)}$$

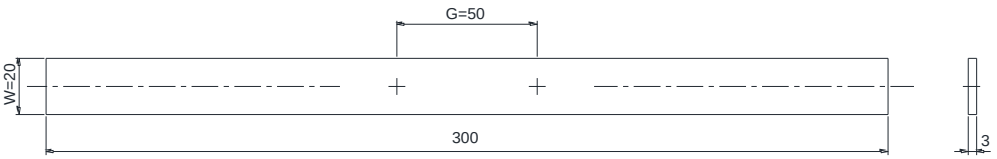
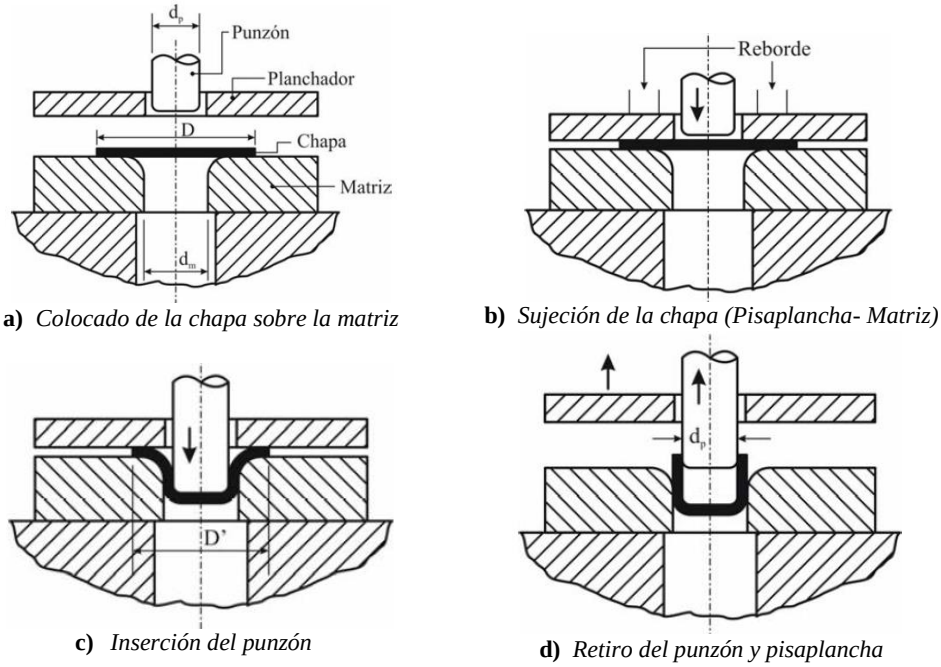


Figura 1.6 *Probeta normalizada para la determinación del módulo anisotrópico r.*
Fuente: *ASTM E517-00 (2010).*

1.2.2. PROCESO DE EMBUTICIÓN.

Es un proceso de conformación plástica, en el que un material originalmente plano, se transforma en un cuerpo hueco por medio de deformaciones controladas. La pieza embutida se obtiene aplicando la fuerza de un punzón sobre una chapa (plana), obligándola a fluir plásticamente, dentro de la cavidad de una matriz, para adquirir la forma de un recipiente hueco; esto es, el material al sobrepasar su límite elástico, alcanza la deformación plástica, obteniendo así la forma deseada (Campos, 2004).

Dependiendo de la profundidad de embutición, la pieza se puede realizar en una o varias etapas.



a) *Colocado de la chapa sobre la matriz*

b) *Sujeción de la chapa (Pisaplancha- Matriz)*

c) *Inserción del punzón*

d) *Retiro del punzón y pisaplancha*

Figura 1.7 *Proceso de embutición.*
Fuente: *Montalvo (2004).*

1.2.3.1. DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE EMBUTICIÓN.

a) Se debe colocar una chapa circular de diámetro *D*, sobre la matriz para embutido, (Montalvo, 2004), (Figura 1.7.a).
b) El pisa-plancha desciende para sostener la chapa ejerciendo presión sobre el contorno exterior, llamado reborde, (Montalvo, 2004), (Figura 1.7.b).
c) El punzón de diámetro d_p hace contacto con la chapa y ejerce una fuerza que la embute a través del agujero de la matriz. En este punto el valor de *D* disminuye a *D'* y el diámetro del reborde va disminuyendo conforme el punzón embute parcial o totalmente la pieza, (Montalvo, 2004), (Figura 1.7.c).

d) Una vez embutida la pieza se sube el punzón y el pisa-plancha. La pieza obtenida tiene una altura *h* y un diámetro cilíndrico *d*, designada como pared lateral, (Montalvo, 2004), (Figura 1.7.d).

1.2.3. TIPOS DE PROCESOS DE EMBUTICIÓN.

Existen numerosos procesos de embutición utilizados en la industria tales como: embutido de efecto simple, de doble efecto, telescópico, inverso, entre otros. En este estudio, considerando la configuración de la pieza se utiliza la embutición de efecto simple, que se describe a continuación:

1.2.3.2. EMBUTIDO DE EFECTO SIMPLE.

En este tipo de herramienta la chapa a embutir se fija en su asiento, al actuar el pisaplancha, el punzón comienza a penetrar el material en la matriz en su totalidad. Seguido se expulsa la pieza embutida por acción de un expulsor (Montalvo, 2004).

El proceso de embutido simple se puede apreciar en la figura 1.8.

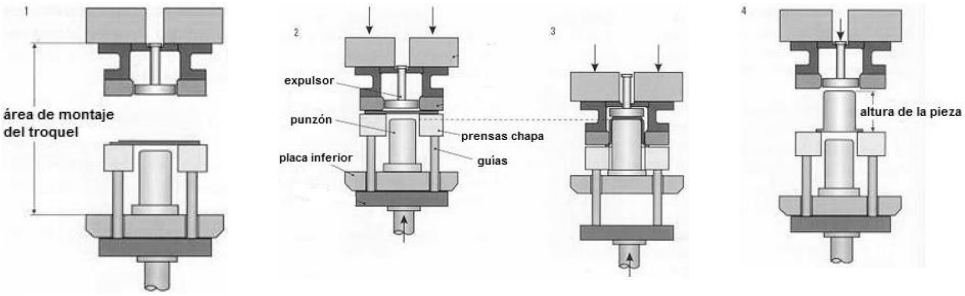


Figura 1.8 Proceso de embutido de efecto simple.
Fuente: *Montalvo (2004).*

1.2.4. TIPOS DE ESFUERZOS QUE SE PRESENTAN DURANTE EL EMBUTIDO.

En el proceso de embutición se consideran dos regiones importantes; el anillo o reborde que es donde se presenta la mayor deformación y la pared que es la que soporta las fuerzas que causan la deformación en el reborde (Campos, 2004).

En la chapa se identifican tres zonas A, B y C, para analizar los esfuerzos y deformaciones del embutido (Figura 1.9).

Según Campos (2004), en la zona anular A, se presenta contacto entre la matriz y pisa-plancha; en la zona anular B, la chapa no presenta contacto ni con el punzón ni con la matriz inicialmente y en la zona circular C, presenta contacto con la parte inferior del punzón.

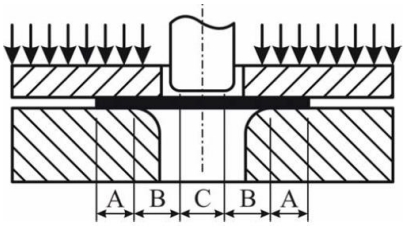


Figura 1.9 *Representación de las zonas que describen los esfuerzos y deformaciones en la embutición*.
Fuente: *Campos (2004).*

La zona anular A esta sometida a un esfuerzo de tensión radial y a un esfuerzo anular de compresión, mientras que la pared está sometida a un esfuerzo de tensión (Campos, 2004), (Figura 1.10).

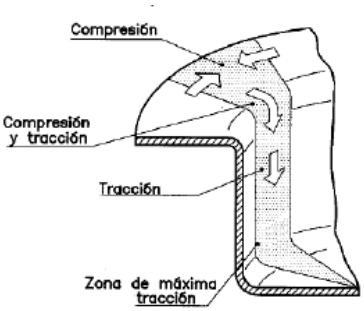


Figura 1.10 *Esfuerzos presentes en la chapa durante el embutido.*
Fuente: *Campos (2004).*

1.3. MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS (FEM).

El análisis de elementos finitos presentado a continuación se utiliza justamente para láminas compuestas.

El FEM ofrece un medio práctico para calcular las deformaciones de estructuras complejas, sus tensiones y deformaciones. El análisis de elementos finitos consta de los siguientes pasos (Kóllar y Springer, 2003):

1. Se genera una malla que abarca la estructura (Figura 1.11).
2. Se determina la matriz de rigidez [*k*] de cada elemento.
3. La matriz de rigidez [*K*] de la estructura se determina montando las matrices de rigidez del elemento.
4. Las cargas aplicadas a la estructura son reemplazadas por un sistema de fuerza equivalente, de manera que las fuerzas actúan en los puntos nodales.
5. Los desplazamientos de los puntos nodales *d* se calculan por:

$$[K]\ d = f, \qquad \textbf{(1.1)}$$

Donde:

f = Es el vector de fuerza que representa las fuerzas nodales equivalentes aplicadas (Figura 1.11).

Figura 1.11 *Estructura y su malla de elementos finitos.*
Fuente: *Kóllar y Springer (2003).*

6. El vector d se subdivide en subvectores δ, cada δ representa los desplazamientos de los puntos nodales de un elemento particular.
7. Entonces los desplazamientos en un punto dentro del elemento se calculan por:

$$\boldsymbol{u} = [N]\ \boldsymbol{\delta}, \tag{1.2}$$

Donde:

u = Es un vector que representa los desplazamientos.
$[N]$ = Es la matriz de los vectores de forma.

8. Las deformaciones en un punto dentro de los elementos se calculan por:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [B]\ \boldsymbol{\delta} \tag{1.3}$$

Donde:

$[B]$ es la matriz de deformación-desplazamiento.

9. Las tensiones en un punto dentro del elemento se calculan mediante:

$$\sigma = [E]\ \varepsilon \tag{1.4}$$

Donde:

$[E]$ = Ees la matriz de rigidez que caracteriza el material.

La matriz de rigidez del elemento descrita en el paso 2, se define como:

$$[k]\ \delta = f_c \tag{1.5}$$

Donde:

f_c = Representa las fuerzas que actúan en los puntos nodales del elemento.
La matriz de rigidez del elemento es:

$$[\boldsymbol{k}] = \int_{(\boldsymbol{V})} [\boldsymbol{B}]^{\boldsymbol{T}}\ [\boldsymbol{E}][\boldsymbol{B}]\boldsymbol{dV} \tag{1.6}$$

Donde:

V = Es el volumen del elemento (m^3).

Los pasos anteriores se aplican a estructuras hechas de materiales ya sea isotrópicos o de materiales compuestos. La única diferencia entre estructuras isotrópicas y compuestas está en la matriz de rigidez del material [E]. A continuación se presentan expresiones para [E] según (Kóllar y Springer, 2003).

1.3.1. ELEMENTO DE PLACA.

En la práctica encontramos frecuentemente placas finas cuyo grosor es pequeño comparado con las otras dimensiones. Una placa de este tipo, sometida a pequeños desplazamientos, puede analizarse tomando en cuenta que, con aproximaciones, las deformaciones varían linealmente a través de la placa, el esfuerzo normal (fuera del plano) y las deformaciones por cizallamiento son despreciables y la tensión normal fuera del plano σ_z y el esfuerzo de cizallamiento τ_{xz}, τ_{yz} son pequeños comparados con la tensión normal σ_x, σ_y en el plano y el esfuerzo cortante τ_{xy} (Kóllar y Springer, 2003).

Bajo ciertas condiciones, se pueden obtener soluciones para placas delgadas a través de la solución de ecuaciones diferenciales representadas por ecuaciones de equilibrio o por el método de energía y se pueden usar para placas ortotrópicas o isotrópicas (Kóllar y Springer, 2003).

Para el desarrollo del método de los elementos finitos, se toman las ecuaciones gobernantes para placas delgadas y se acoplan las fuerzas en el plano, los momentos que actúan sobre un elemento pequeño y las relaciones deformación-desplazamiento, obteniendo las siguientes relaciones:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = [A] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad \textbf{(1.11)}$$

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [B] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + [D] \begin{Bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix} \quad \textbf{(1.12)}$$

Dónde:

N y *M* = Son las fuerzas y momentos en un plano (por unidad de longitud) (Figura 1.12).

$\epsilon_x^0, \epsilon_y^0, \gamma_{xy}^0$ = Son las deformaciones en el plano de referencia.

k_x, k_y y k_{xy} = son las curvaturas de la superficie de la placa con respecto al plano de referencia (Figura 1.13).

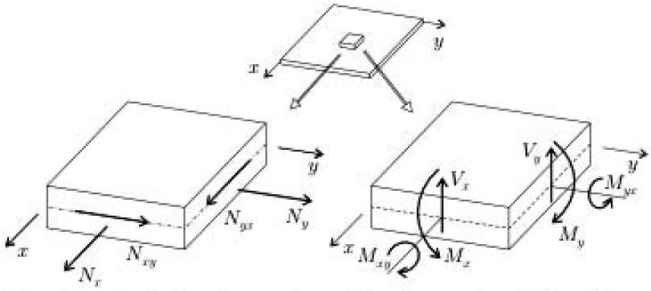


Figura 1.12 *Las fuerzas en el plano actúan en el plano de referencia (izquierda) y los momentos y la fuerza transversal de corte (derecha).*
Fuente: *Kóllar y Springer (2003).*

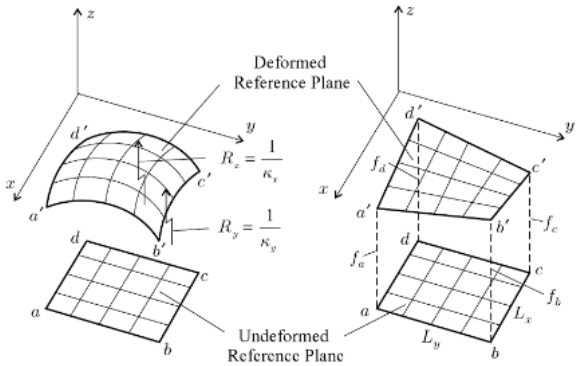


Figura 1.13 *Curvaturas kx, ky y kxy del plano de referencia.*
Fuente: *Kóllar y Springer (2003).*

En ausencia de deformación por cizallamiento, la relación fuerza-deformación para un elemento de placa delgada es:

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix}}_{[E]} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ K_x \\ K_y \\ K_{xy} \end{Bmatrix}, \qquad \textbf{(1.13)}$$

Donde:

[E] = Es la matriz de rigidez para un elemento de placa sin deformación por cizallamiento. Los vectores de lado derecho e izquierdo representan las fuerzas y deformaciones generalizadas, llamadas simplemente fuerzas y deformaciones (Kóllar y Springer, 2003).

Las matrices [A], [B] y [D], representan la rigidez de un laminado y describen las respuestas de fuerzas y momentos del laminado en el plano (Kóllar y Springer, 2003).

Los elementos A_{ij} son las rigideces en el plano que relacionan las fuerzas N_x, N_y, N_{xy} con las deformaciones ϵ_x^0, ϵ_y^0, ϵ_{xy}^0 en el plano (Kóllar y Springer, 2003).

Los elementos D_{ij} son las rigideces de doblado que relacionan los momentos M_x, M_y, M_{xy} con las curvaturas k_x, k_y, k_{xy} (Kóllar y Springer, 2003).

Las figuras 1.14 y 1.15 muestran las reacciones de los elementos sometidos a diferentes solicitaciones cuando se encuentran acoplados y cuando no lo están.

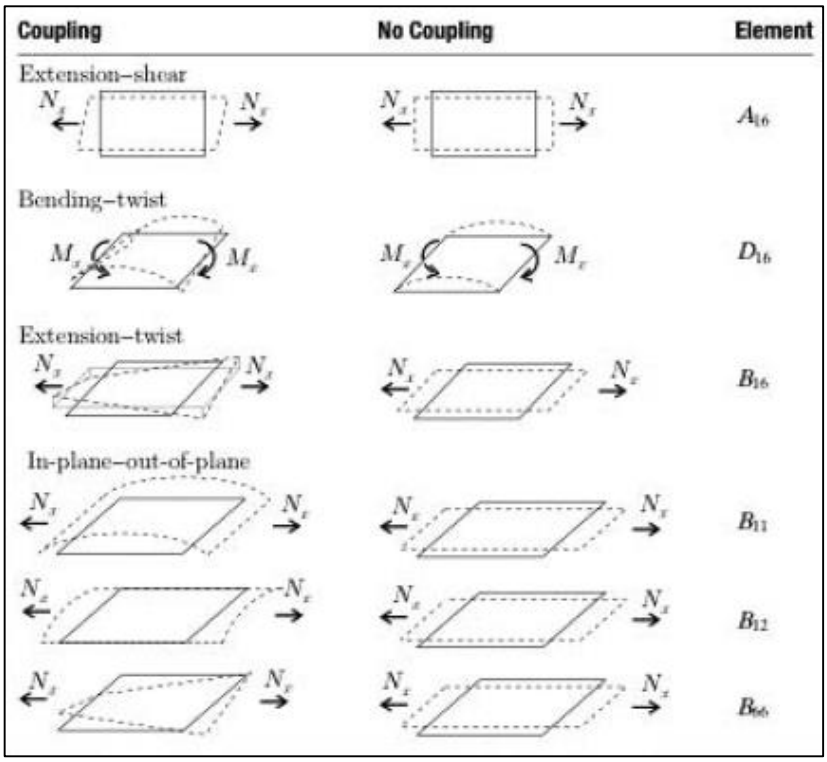


Figura 1.14 *Términos de acoplamiento de los elementos para materiales compuestos.*
Fuente: *Kóllar y Springer (2003).*

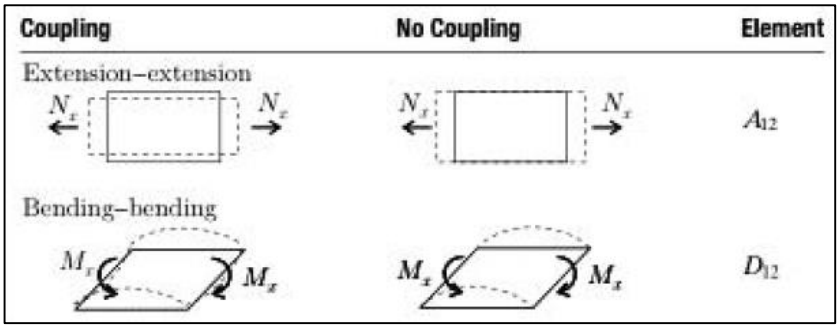


Figura 1.15 *Términos de acoplamiento de los elementos para materiales compuestos e isotrópicos.*
Fuente: *Kóllar y Springer (2003).*

Si se considera un laminado isotrópico, las matrices [*A*], [*B*] y [*D*], son independientes de las coordenadas, así sus elementos son (Kóllar y Springer, 2003):

$$A_{11} \qquad A_{22} = A_{11} \qquad A_{12}$$

$$A_{66} = \frac{A_{11} - A_{12}}{2} \qquad A_{16} = 0 \qquad A_{26} = 0$$

$$B_{11} \qquad B_{22} = B_{11} \qquad B_{12}$$

$$B_{66} = \frac{B_{11} - B_{12}}{2} \qquad B_{16} = 0 \qquad B_{26} = 0$$

$$D_{11} \qquad D_{22} = D_{11} \qquad D_{12}$$

$$D_{66} = \frac{B_{11} - B_{12}}{2} \qquad D_{16} = 0 \qquad D_{26} = 0 \qquad \textbf{(1.14)}$$

Para capas individuales isotrópicas, los elementos no cero de las matrices [A], [B] y [D] son:

$$A_{11} = A_{22} = A^{iso} \qquad A_{12} = vA^{iso} \qquad A_{66} = \frac{1-v}{2} A^{iso}$$

$$D_{11} = D_{22} = D^{iso} \qquad D_{12} = vD^{iso} \qquad D_{66} = \frac{1-v}{2} D^{iso} \quad \textbf{(1.15)}$$

Tal que:

$$A^{iso} = \frac{Et}{1-v^2} \qquad D^{iso} = \frac{Et^3}{12(1-v^2)} \qquad \textbf{(1.16)}$$

Donde:

v = Coeficiente de Poisson.
E = Módulo de Young o de Elasticidad (kN/mm^2 ≈ MPa).
t = espesor de la chapa (mm).

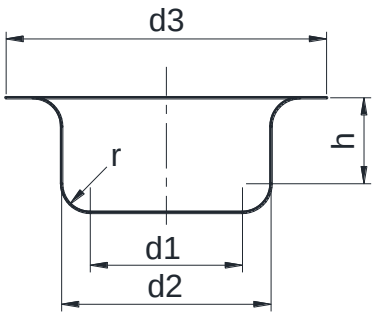
CAPÍTULO 2

2. DESARROLLO DEL MÉTODO ANALÍTICO.

2.1. VARIABLES APLICADAS AL PROCESO DE EMBUTICIÓN.

2.1.1. CÁLCULO DEL DESARROLLO DE LA CHAPA.

Este procedimiento permite determinar las dimensiones del disco desarrollado, empleando la menor cantidad de material. Este cálculo se aplica a los cuerpos huecos que tienen forma geométrica regular de líneas rectas o con sección circular según Rossi (1979). En este estudio la forma del recipiente a embutir se muestra en la Figura 2.1.



d1 = 26,6 mm
d2 = 42,6 mm
d3 = 54 mm
h = 10 mm
r = 5 mm

Figura 2.1 *Embutido cilíndrico con borde.*
Fuente: *Rossi (1979).*

Según Rossi (1979), el diámetro del disco desarrollado para el recipiente de la Figura 2.1 se obtiene aplicando la ecuación 2.1.

$$D = \sqrt{d_3^2 + 4d_2(0{,}57r + h) - 0{,}56r^2} \tag{2.1}$$

Donde

D_d = diámetro del disco desarrollado (mm)

Las dimensiones *d1*, *d2*, *d3*, *r* y *h* (todas en mm) se muestran en la figura 2.1.

Usando la ecuación 2.1 y las dimensiones de la figura 2.1, se determina que el diámetro del disco para embutir es de 71 mm.

2.1.2. RELACIÓN DE EMBUTICIÓN PARA OBJETOS CILÍNDRICOS.

Para Rossi (1979), es complicado determinar con exactitud la profundidad máxima que se puede alcanzar con una sola operación de embutido; las dificultades surgen al tener que establecer, la relación exacta entre el diámetro y la profundidad del recipiente a obtener, sin embargo se puede llegar a conseguir de un modo aproximado y en una sola operación.

Rossi (1979), en su libro presenta una tabla donde se puede consultar rápidamente si un disco de diámetro *D* puede embutirse hasta una pieza de diámetro *d* y una profundidad *h* en un solo paso, mediante las relaciones *d/D* o *h/d* y en función del material trabajado. En la Tabla 2.1, se muestran solamente los materiales de interés para el presente estudio.

Tabla 2.1 *Relaciones de embutido para piezas cilíndricas huecas obtenidas de discos de chapa.*

Material	Primera pasada		Pasadas siguientes
	$\frac{d}{D} = u$	$\frac{h}{d}$	$\frac{d_1}{d} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{d_3}{d_2}$
Chapa de aluminio dulce	0,53÷0,60	0,44÷0,65	0,80
Chapa de cobre	0,55÷0,60	0,44÷0,57	0,85

Fuente: *Rossi (1979).*

Los valores de esta tabla son válidos solamente cuando el pisaplanchas está provisto de dispositivos elásticos, resortes o aire comprimido (Rossi, 1979).

Utilizando la relación $\frac{h}{d} = \frac{10mm}{36.6mm} = 0.27$,se puede ver que su valor se encuentra por debajo de los rangos establecidos en la tabla 2.1 para los dos materiales, por lo que con las dimensiones definidas para la pieza si se pueden embutir en un solo paso que es el objetivo de este estudio.

2.1.3. RAZÓN MÁXIMA DE DEFORMACIÓN (LDR).

La razón máxima de deformación para formas cilíndricas establece una relación entre el radio del disco inicial R_o y el radio del punzón R_i que es la máxima a embutir sin producir errores. Marciniak, Duncan y Hu (2002), utilizan el criterio de fallo de Tresca se establece un valor para dicha razón:

$$\frac{R_0}{R_i} = e \approx 2.72$$

Para este trabajo, la razón máxima de deformación calculada es de 2.52 que está por debajo del valor máximo, por lo que los diámetros descritos en la figura 2.1 son correctos.

2.1.4. RADIOS EN LAS ARISTAS (MATRIZ Y PUNZÓN).

Si los bordes del punzón y la matriz no estuviesen redondeados, la chapa se engancharía fuertemente en dichos bordes produciéndose la rotura del fondo del recipiente embutido.

Por otra parte, si se hace un radio muy grande en la matriz, a poco que la pieza sea embutida, la acción del pisa-planchas será nula y se producirán ondulaciones y arrugas en el disco (Escribano y Abascal, s.f.).

Kaiser (1977), presenta la ecuación para el cálculo de radios en matriz y punzón:

$$r_M = \frac{0.04D_d}{D_p \cdot \beta}\left[50 + \left(D_d - D_p\right)\right]\sqrt{t} \qquad \textbf{(2.2)}$$

Donde:

r_M = Radio de redondeo de la matriz, (mm)
β = Relación de embutición máxima admisible o relación de gradación (calculada en el punto 2.1.2).

Para el presente trabajo, el radio de la matriz y el punzón es de 5mm.

2.1.5. JUEGO DE EMBUTICIÓN.

Por juego de embutición "*u*" se entiende la separación entre el punzón y el aro de embutición o matriz. Al existir un juego grande puede producir la deformación, formación de ondulaciones y plieges en la pieza, por el contrario, si el juego es pequeño produce un adelgazamiento en la pared de la pieza. Un juego aceptable experimentalmente está entre 1.1 y 1,4 veces el espesor de la chapa. Esto se puede comprobar en la siguiente ecuación empírica (Kaiser, 1977):

Chapa de aluminio blanda:

$$u = t + 0.02a\sqrt{10t} \qquad \textbf{(2.3)}$$

Donde:
u = Es el juego de embutición (mm).
t = Es el espesor de la chapa (mm).
$a = \beta \frac{D_p}{D_d})$
β = Es la relación máxima de embutición admisible.
D_p = Es el diámetro del punzón (mm).
D_d = Es el diámetro del disco (mm).

Para este trabajo se ha calculado un juego de 0,3 mm.

2.1.6. VELOCIDAD DE EMBUTICIÓN.

Por velocidad de embutición (mm/s) se entiende la velocidad que tiene el carro de la prensa en el momento de entrar el punzón en contacto con el material, es decir, cuando empieza la operación de embutición (Escribano y Abascal, s.f.).

Las experiencias y pruebas realizadas con velocidades de embutición bajas, medias y altas, demuestran que la influencia de la velocidad de embutición de cuerpos cilíndricos es pequeña. Existe una velocidad óptima para cada metal, a fin de permitirle el tiempo necesario para pasar al estado plástico sin que se produzcan roturas o adelgazamientos superlativos en su espesor (Escribano y Abascal, s.f.).

Escribano y Abascal, s.f., presentan una tabla con las velocidades de embutición recomendada para piezas embutidas cilíndricas, según el material.

Tabla 2.2 *Velocidades de embutición.*

Material	Velocidad (mm/s)	Velocidad (m/min)
Zinc y acero inoxidable	200	12
Acero dulce	280	18
Aluminio:	500	30
Latón	750	45

Fuente: *Escribano y Abascal, s.f.*

En el presente trabajo se utiliza la velocidad de embutición establecida para el aluminio que es de 30 m/min.

2.1.7. FRICCIÓN EN LA EMBUTICIÓN.

Aumenta la presión superficial entre la herramienta y el material de la chapa, lo cual resulta en la deformación de ambos, con la degradación posterior de la calidad de la superficie y el desgaste de las herramientas. Esto aumenta la demanda de fuerza de la prensa, a menudo escalada considerablemente sus niveles. (Suchy I, 2006 y Salazar, 2017).

Según Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani (2010), el coeficiente de fricción de Coulomb es de 0.1 para el aluminio con lubricación de aceite.

Del Prete, Primo y Strano (2010), también usan en su investigación un coeficiente de fricción de 0.1 para aluminio 1050.

En este trabajo, el coeficiente de fricción usado será de 0.1.

2.1.8. LUBRIFICACIÓN DURANTE EL EMBUTIDO.

La transformación de una chapa plana en un cuerpo hueco mediante el proceso de embutición es ocasionada por una fuerza axial, los esfuerzos generados por el trabajo entre el punzón y la matriz con la chapa metálica originan fuerzas de fricción

importantes entre sus paredes que modifican la orientación de las fibras internas del material. Para facilitar el trabajo y disminuir la posibilidad de que las fibras del material se rompan, es necesario que dicho material sea Lubrificado abundantemente con sustancias fluidas donde harán contacto. Esto también ayudará a la prolongación de la vida útil de las herramientas (Rossi, 1979).

Según el material que se trabaje, el lubricante puede ser de varias clases. Para embuticiones poco profundas de aluminio y cobre, Rossi (1979), recomienda usar "aceite graso sulfurado, soluble en aceite lubrificante o aceite mineral" (CC-2 o DO-6A), sin embargo, sugiere probar con mezclas, en la que produzca el menor estiramiento será la ideal.

2.2. DESARROLLO DE LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS.

El arrugado es uno de los principales modos de fallo en la embutición de chapas metálicas. En los últimos años, debido al gran uso de chapas finas de alta resistencia, este modo de falla se está volviendo más frecuente en el estampado de varias partes motrices automáticas. Por lo tanto, el énfasis principal se ha dado en la predicción, prevención y evaluación de las arrugas, especialmente en las partes finales de chapa metálica. El arrugamiento es una especie de pandeo local de chapa metálica que se forma por tensiones excesivas de compresión. El único método factible capaz de predecir tales defectos, antes de que se realice la operación de estampado real, es el método de elementos finitos (FEM) (Kumar y Choudhary, 2014).

El uso de fuerza insuficiente en el pisa-plancha provoca la generación de arrugas principalmente en el reborde de la pieza embutida, mientras que el exceso de fuerza provoca la ruptura o desgarro en el fondo de la embutición. En el presente trabajo, se busca la fuerza correcta del pisa-plancha para evitar la formación de arrugas producidas en una pieza cilíndrica embutida en una sola fase partiendo de un disco bimetálico de dos capas (aluminio y cobre). La fuerza mínima en el pisa-plancha se calcula teóricamente por el método de la energía.

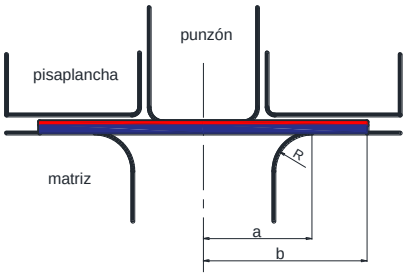


Figura 2.2 *Esquema 2D de la geometría de piezas y herramientas*
Fuente: *Kóllar y Springer (2003).*

El desarrollo del siguiente modelo analítico en 2D, para una lámina bimetálica de dos capas, se basa en el método de energía para láminas metálicas de un solo material como lo realiza (Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani, 2010).

A continuación se analiza un disco bimetálico con dos capas de diferentes espesores, las cuales están unidas por el método de soldadura explosiva y un posterior laminado. El modelo elastoplástico se considera para cada capa, además, por ser dos materiales soldados, se asume que la adhesión de las dos capas es perfecta y por esta razón, la tensión entre las superficies de contacto de las dos capas es uniforme. Por la forma en que se presentan las arrugas en el reborde, según Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani (2010), éstas se pueden aproximar por una curva sinusoidal a lo largo de la dirección circunferencial y lineal a lo largo de la dirección radial, tal como se indica en la ecuación 2.4:

$$W(r,\theta,n) = c(r-a)(1+\cos n\theta) \tag{2.4}$$

Dónde:

W = Es la deflexión en el reborde.

c = Es una constante determinada por:

$$c = \frac{2\sqrt{b(b_0-b)}}{n(b-a)} \tag{2.5}$$

n = Es el número de ondulaciones obtenido mediante: $n = 1{,}65\frac{r_m}{f}$.

Donde:

r_m = Radio medio del reborde (mm).
f = Distancia del reborde (mm).

En la figura 2.2 se pueden ver los parámetros geométricos del proceso de embutición.

En la figura 2.3 se muestra el estado de tensión. El borde interior está sometido a esfuerzos de tracción (σ_r), mientras que a lo largo de la circunferencia se produce una tensión de compresión (σ_θ) y la tensión en el espesor es despreciable (Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani, 2010).

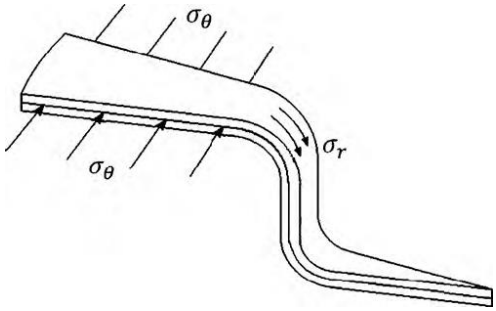


Figura 2.3 *Estado de la tensión en la zona del reborde.*
Fuente: *Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani (2010).*

2.2.1. ANÁLISIS DE LA GENERACIÓN DE ARRUGAS DURANTE LA EMBUTICIÓN DE CHAPAS BIMETÁLICAS DE DOS CAPAS SIN USAR PISAPLANCHAS.

Según Kóllar y Springer (2003), para obtener la solución a problemas de placas, se puede emplear las ecuaciones de equilibrio o de energía de deformación. En el presente trabajo se emplea el método de energía mediante el uso de la energía de deformación, la misma que para un sistema linealmente elástico de volumen *V* está dada por la ecuación 2.6:

$$U = \frac{1}{2}\int\int\int\left(\epsilon_x\sigma_x + \epsilon_y\sigma_y + \epsilon_z\sigma_z + \gamma_{yz}\tau_{yz} + \gamma_{xz}\tau_{xz} + \gamma_{xy}\tau_{xy}\right) dV \qquad \textbf{(2.6)}$$

Para un análisis de placas, el espesor es muy pequeño comparado con las otras dimensiones, por lo que las componentes de tensión σ_z, y los esfuerzos cortantes τ_{xz} y τ_{yz} son despreciables y la expresión para la energía de deformación se simplifica a la ecuación 2.7 (Kóllar y Springer, 2003).

$$U = \frac{1}{2}\int_0^{L_x}\int_0^{L_y}\int_{-h_b}^{h_t}\left(\sigma_x\epsilon_x + \sigma_y\epsilon_y + \tau_{xy}\gamma_{xy}\right)dz\, dy\, dx \qquad \textbf{(2.7)}$$

Dónde:

h_t y h_b = Son las distancias desde un plano de referencia a las superficies de la placa (Figura 2.4).

Expresándola en coordenadas cilíndricas tenemos:

$$U = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_a^b\int_{-h_b}^{h_t}(\sigma_r\varepsilon_r + \sigma_r\varepsilon_r + \tau_{r\theta}\gamma_{r\theta})r\, dr\, d\theta\, dz \qquad \textbf{(2.8)}$$

Y las componentes de la deformación de la placa son:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r \\ \varepsilon_\theta \\ \epsilon_{r\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{r\theta}^0 \end{bmatrix} + Z \begin{bmatrix} k_r \\ k_\theta \\ k_{r\theta} \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.9)}$$

Dónde:

$\epsilon_r^0, \epsilon_\theta^0, \epsilon_{r\theta}^0$ = Son las deformaciones en el plano de referencia y k_r, k_θ y $k_{r\theta}$ son las curvaturas de la superficie de la placa con respecto al plano de referencia (Figura 1.3).

Con la sustitución de las componentes de la deformación de la placa (ecuación 2.9) en la ecuación 2.8, Kóllar y Springer (2003), obtienen una expresión para la energía de deformación de una placa laminada (ecuación 2.10).

$$U = \frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_a^b \begin{bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{r\theta}^0 \\ k_r \\ k_\theta \\ k_{r\theta} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{r\theta}^0 \\ k_r \\ k_\theta \\ k_{r\theta} \end{bmatrix} r\, dr\, d\theta \quad \textbf{(2.10)}$$

Las matrices [A], [B] y [D] representan la rigidez de un laminado y describen la respuesta del laminado de las fuerzas y momentos en el plano.

Según Kóllar y Springer (2003), la expresión para la energía de deformación de una placa laminada se reduce bajo las siguientes condiciones:

- Debido a la simetría de las placas, la matriz de acoplamiento [B] es cero.

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} = 0 \quad \textbf{(2.11)}$$

- Además, por simetría se suponen que las deformaciones en el centro del plano son cero ([ε]=0).

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_r^0 \\ \varepsilon_\theta^0 \\ \varepsilon_{r\theta}^0 \end{bmatrix} = 0 \quad \textbf{(2.12)}$$

- Y teniendo en cuenta las condiciones para el laminado (ecuaciones 1.14). $D_{11} = D_{22},\ D_{16} = D_{26} = 0$; se llega a la expresión de la energía de deformación (ecuación 2.13).

$$U = \frac{\pi C^2}{2} D_{11} \left[(2 + (n^2 - 1)^2)(-\ln \rho) + n^2(1 - \rho) \left((1 + \rho) \left(\frac{n^2}{2} + 2 \frac{D_{66}}{D_{11}} \right) - 2(n^2 - 1) \right) \right] \quad \textbf{(2.13)}$$

Según Kóllar y Springer (2003), la energía de deformación puede ser reducida a la siguiente expresión:

$$U = \frac{\pi C^2}{2} D_{11} F_p(n, \rho) \quad \textbf{(2.14)}$$

Donde:

a = Es el radio de la matriz más el radio del borde (mm).
b = Es el radio de la chapa (mm).

$$F_p(n, \rho) = (2 + (n^2 - 1)^2)(-\ln \rho) + n^2(1 - \rho) \left[(1 + \rho) \left(\frac{n^2}{2} + 2 \frac{D_{66}}{D_{11}} \right) - 2(n^2 - 1) \right] \quad \textbf{(2.15)}$$

$\rho = a/b$.

Esta energía de deformación es utilizada para el análisis de placas laminadas simétricas de acuerdo a las condiciones anteriores. Sin embargo, según Kóllar y Springer (2003), esta expresión se puede aplicar a placas laminadas asimétricas con un cambio en el plano de referencia a una distancia ϱ desde el plano medio (Figura 2.4).

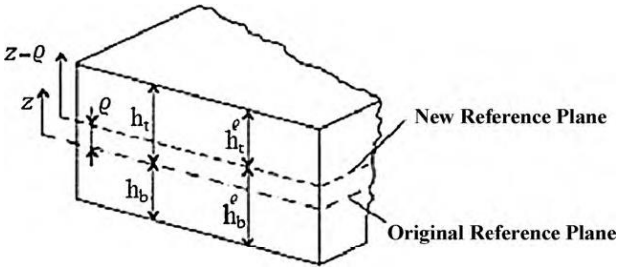


Figura 2.4 *Distancias del nuevo plano de referencia.*
Fuente: *Kóllar y Springer (2003).*

El trabajo realizado por las fuerzas de la membrana puede ser determinado por las tensiones críticas en la zona del reborde. Las tensiones plásticas se pueden determinar mediante el uso de las ecuaciones de equilibrio y el criterio de rendimiento de Tresca para las capas superior e inferior (Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani, 2010).

En estados de tensión, la flexibilidad se produce a valores de tensión inferiores, según las condiciones de Tresca; con condiciones de carga equivalentes, el criterio de Tresca permite predecir una deformación plástica mayor que el criterio de Von Mises (Solidworks, 2012).

Para este caso, la capa de cobre se coloca sobre la capa de aluminio, Por lo tanto, las ecuaciones de equilibrio son:

$$\frac{d\sigma_{rCu}}{dr} + \frac{\sigma_{rCu} - \sigma_{\theta Cu}}{r} - \frac{\tau_{Cu}}{\tau_{Cu}} = 0 \quad \textbf{(2.16)}$$

$$\frac{d\sigma_{rAl}}{dr} + \frac{\sigma_{rAl} - \sigma_{\theta Al}}{r} - \frac{\tau_{Al}}{\tau_{Al}} = 0 \quad \textbf{(2.17)}$$

Donde:

σ_{rCu} y σ_{rAl}= Son las tensión radiales del cobre y aluminio respectivamente.
$\sigma_{\theta Cu}$ y $\sigma_{\theta Al}$ = Son las tensiones tangencial del cobre y aluminio respectivamente.
τ_{Cu} = Es el esfuerzo cortante del cobre.
τ_{Al} = Es el esfuerzo cortante del aluminio.

Según Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani (2010), el criterio de rendimiento de Tresca para cada capa es:

$$\sigma_{rCu} - \sigma_{\theta Cu} = Y_{Cu} \quad \textbf{(2.18)}$$

$$\sigma_{rAl} - \sigma_{\theta Al} = Y_{Al} \quad \textbf{(2.19)}$$

Donde la distribución de las componentes de tensión en cada capa está dada por las ecuaciones 2.20 y 2.23.

$$\sigma_{rCu} = Y_{Cu} \ln\frac{b}{r} - \frac{\tau_{Cu}}{t_{Cu}}(b - r) \quad \textbf{(2.20)}$$

$$\sigma_{\theta Cu} = Y_{Cu}\left[\ln\frac{b}{r} - 1\right] - \frac{\tau_{Cu}}{t_{Cu}}(b - r) \quad \textbf{(2.21)}$$

$$\sigma_{rAl} = Y_{Al} \ln\frac{b}{r} + \frac{\tau_{Al}}{t_{Al}}(b - r) \quad \textbf{(2.22)}$$

$$\sigma_{\theta Al} = Y_{Al}\left[\ln\frac{b}{r} - 1\right] + \frac{\tau_{Al}}{t_{Al}}(b - r) \quad \textbf{(2.23)}$$

Donde:

Y_{Cu} y Y_{Al} = Son el módulo de Yong del cobre y aluminio respectivamente.
b = Es el radio de la chapa.
t_{Cu} y t_{Al} = Son el espesor del cobre y aluminio respectivamente.

Que al ser sustituidas en la ecuación de Timoshenko (ecuación 2.24), con la condición de que $\tau_{Cu} = \tau_{Al} = \tau$, se obtiene el trabajo realizado por las fuerzas de membrana (ecuación 2.25) que es igual a la energía de deformación U en el conformado.

$$T = -\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}\int_a^b \left[\sigma_r t\left(\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2 + \sigma_\theta t\left(\frac{1}{r}\frac{\partial W}{\partial r}\right)^2\right] r\, dr\, d\theta \quad \textbf{(2.24)}$$

$$T_p = \frac{C^2\pi(t_{Cu}Y_{Cu}+t_{Al}Y_{Al})}{2}\left\{3\left[-\frac{1}{4}\left(b^2-a^2\right)-\frac{a^2}{2}ln\frac{a}{b}\right]+n^2\left[\frac{1}{4}\left(b^2-a^2\right)-\frac{a^2}{2}\left(ln\frac{a}{b}\right)^2-\frac{a^2}{2}ln\frac{a}{b}\right]\right\} \quad \textbf{(2.25)}$$

El trabajo realizado por las fuerzas de membrana se puede reducir a la siguiente expresión según (Kóllar y Springer, 2003).

$$T = \frac{\pi(t_{Cu}Y_{Cu}+t_{Al}Y_{Al})C^2b^2}{8}H(n,\rho) \quad \textbf{(2.26)}$$

Donde:

T = Es el trabajo realizado por las fuerzas de membrana según Timoshenko (J).
C = Es un contante definida por la ecuación 2.5.
n = Es el número de ondulaciones en el reborde.

$$H(n,\rho) = (n^2-3)(1-\rho^2+2\rho^2\ln\rho) - 2n^2\rho^2\left(\ln\frac{1}{\rho}\right)^2 \quad \textbf{(2.27)}$$

Según Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani (2010), las condiciones críticas donde comienzan las arrugas plásticas se dan cuando:

$$\zeta = \sqrt{\frac{D_{11}^e}{(t_{Cu}Y_{Cu}+t_{Al}Y_{Al})}} \times \frac{1}{b} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{H(n,\rho)}{F_\rho^e(n,\rho)}} \quad \textbf{(2.28)}$$

Por lo tanto, cuando

$$\zeta < 1/2\sqrt{H(n,\rho)/F_\rho^e(n,\rho)} \quad \textbf{(2.29)}$$

Se producirá la rotura plástica.

Donde:

ζ = Es la condición crítica de la deformación plástica en el reborde.

2.2.2. ANÁLISIS DE LA GENERACIÓN DE ARRUGAS DURANTE LA EMBUTICIÓN DE CHAPAS BIMETÁLICAS DE DOS CAPAS USANDO PISAPLANCHAS.

Cuando se utiliza un pisa-planchas fijo, éste proporciona una fuerza adicional y el trabajo que debe ser realizado por el pisa-plancha es:

$$U_q = \frac{1}{2}QW_{max} \quad \textbf{(2.30)}$$

Dónde:

Q = Es la fuerza aplicada en el pisa-plancha (N).
$W_{máx}$ = Es la deflexión máxima del reborde.

Para este caso, la condición crítica para la formación de arrugas plásticas es:

$$T = U + U_q \tag{2.31}$$

Donde:

U = Es la energía de deformación sin pisa-plancha (J).
U_q = Es la energía de deformación con pisa-plancha (J).

Para determinar el trabajo que realizan las fuerzas de membrana, Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani (2010), parten de la ecuación de Timoshenko (ecuación 2.24), dónde las componentes de la tensión se pueden obtener mediante ecuaciones de equilibrio. En la Figura 2.5 se pueden ver las condiciones de frontera para una lámina de dos capas y para los bordes de cada capa por separado. La fuerza de fricción, μQ, actúa sobre la parte superior e inferior de la lámina de dos capas debido al roce con el pisaplanchas y matriz por acción de la fuerza Q y la componente de tensión radial en cada capa actúa sobre el borde exterior de la lámina. El esfuerzo cortante actúa en la junta de las superficies de las dos capas (Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani, 2010). Para este caso, la capa de aluminio se coloca sobre la capa de cobre, para la capa superior, la condición de equilibrio en $r = b$ es:

$$\sigma_{rAl}(2\pi b t_{Al}) = \mu Q + \tau_{Al} A \tag{2.32}$$

Dónde:

μ = Es el coeficiente de fricción.
A = Es el área de la junta entre las superficies (mm^2).

Introduciendo la condición de contorno para la ecuación de equilibrio (ecuación 2.32) y utilizando el criterio de rendimiento de Tresca (ecuaciones 2.22 y 2.23), la distribución de tensiones tanto para la capa superior como para la inferior está dada por:

$$\sigma_{rAl} = Y_{Al} \ln\frac{b}{r} + \frac{\tau_{Al}}{t_{Al}}(b - r) + \frac{\mu Q + \tau_{Al} A}{2\pi b t_{Al}} \tag{2.33}$$

$$\sigma_{\theta Al} = Y_{Al}\left[\ln\frac{b}{r} - 1\right] - \frac{\tau_{Al}}{t_{Al}}(b - r) + \frac{\mu Q + \tau_{Al} A}{2\pi b t_{Al}} \tag{2.34}$$

$$\sigma_{rCu} = Y_{Cu} \ln\frac{b}{r} + \frac{\tau_{Cu}}{t_{Cu}}(b - r) + \frac{\mu Q + \tau_{Cu} A}{2\pi b t_{Cu}} \tag{2.35}$$

$$\sigma_{\theta Cu} = Y_{Cu}\left[\ln\frac{b}{r} - 1\right] + \frac{\tau_{Cu}}{t_{Cu}}(b-r) + \frac{\mu Q + \tau_{Cu}A}{2\pi b t_{Cu}} \tag{2.36}$$

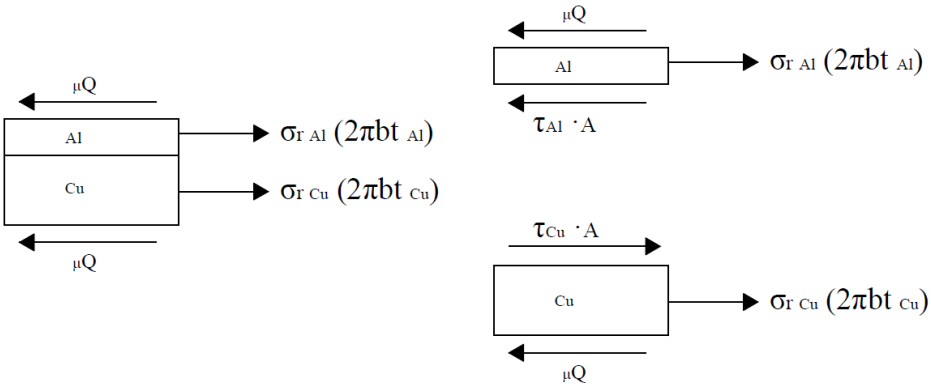


Figura 2.5 *Condición de frontera en los bordes exteriores.*
Fuente: *Morovvati, Mollaei-Dariani, y Asadian-Ardakani (2010).*

Al igual que el caso de la generación de arrugas sin el uso de pisa-plancha, al sustituir las ecuaciones 2.33-2.36 y las derivadas de la función deflexión W en la ecuación 2.24 junto con el parámetro adimensional ρ y nuevamente suponiendo que $\tau_{Cu} = \tau_{Al} = \tau$ se obtiene el trabajo realizado por la fuerza de membrana (Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani, 2010).

$$T = \frac{C^2\mu Q b}{2}\left(-\frac{n^2}{2}(1+3\rho^2) - \frac{3}{2}(1-\rho^2) + 2n^2\left(\rho + \frac{1}{2}\rho^2 \ln\rho\right)\right) + \frac{\pi}{4}\frac{C^2(t_{Cu}Y_{Cu}+t_{Al}Y_{Al})^2}{2}(-3+3\rho^2+n^2-n^2\rho^2+2n^2\rho^2\ln\rho - 6\rho^2\ln\rho - 2n^2\rho^2(\ln\rho)^2) \tag{2.37}$$

De la ecuación (2.1), se deduce que la deformación máxima del reborde se va a dar cuando se cumpla que el radio del disco a embutir b sea igual a r y θ sea igual a cero. Por lo tanto, la deflexión máxima en el reborde es:

$$W_{max} = W|_{r=b,\theta=0} = 2C(b-a) \tag{2.38}$$

Despejando la constante C y sustituyendo en la ecuación (2.37) queda de la siguiente forma:

$$T = \frac{W_{max}^2\mu Q b}{8(b-a)^2}G(n,\rho) + \frac{\pi}{8}\frac{W_{max}^2(t_{Cu}Y_{Cu}+t_{Al}Y_{Al})b^2}{4(b-a)^2}H(n,\rho) \tag{2.39}$$

Dónde:

$$G(n,\rho) = -\frac{1}{2}n^2(1+3\rho^2) - \frac{3}{2}(1-\rho^2) + 2n^2\left(\rho + \frac{1}{2}\rho^2 \ln\rho\right) \quad \textbf{(2.40)}$$

$$H(n,\rho) = (n^2-3)(1-\rho^2+2\rho^2\ln\rho) - 2n^2\rho^2(\ln\rho)^2 \quad \textbf{(2.41)}$$

Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani (2010), determinan que el estado crítico para la formación de arrugas plásticas se puede obtener como sigue:

$$\frac{\pi}{8}\frac{W_{max}^2(t_{Cu}Y_{Cu}+t_{Al}Y_{Al})b^2}{4(b-a)^2}H(n,\rho) + \frac{W_{max}^2\mu Q b}{8(b-a)^2}G(n,\rho) = \frac{\pi}{2}\frac{D_{11}^e W_{max}^2}{4(b-a)^2}F_\rho^e(n,\rho) + \frac{QW_{max}}{2} \quad \textbf{(2.42)}$$

La ecuación 2.42 se puede reorganizar para determinar el valor de la fuerza necesaria en el pisa-planchas, quedando:

$$F_{P-P} = Q = \frac{J}{4I} \quad \textbf{(2.43)}$$

$$J = \frac{4D_{11}^e}{(t_{Cu}Y_{Cu}+t_{Al}Y_{Al})^2} - \frac{H(n,\rho)}{F_p^e(n,\rho)} \quad \textbf{(2.44)}$$

$$I = \frac{\mu W_{max}G(n,\rho) - 4(1-\rho)^2 b}{\pi(t_{Cu}Y_{Cu}+t_{Al}Y_{Al})bW_{max}F_\rho^e(n,\rho)} \quad \textbf{(2.45)}$$

El valor de $W_{máx}$ puede ser calculado a partir de la tensión circunferencial σ_θ. La fuerza mínima requerida en el pisa-plancha puede obtenerse de las ecuaciones 2.43-2.45. Se utiliza el valor promedio del rendimiento de Tresca en el análisis con el fin de disminuir el error de suposición perfectamente plástico (Morovvati, Mollaei-Dariani y Asadian-Ardakani, 2010).

2.2.3. FUERZA DE EMBUTICIÓN.

También conocida como fuerza de deformación, es la fuerza ejercida sobre la chapa mediante el punzón hasta obtener la forma deseada de la pieza embutida. Existen varios criterios para su cálculo establecidos por varios autores. En el presente estudio utilizamos el planteamiento basado en la teoría de plasticidad de Siebel – Beisswanger ya que según Aarón y otros (2016), en su investigación “Error de predicción de diversas expresiones para el cálculo de la fuerza de embutido profundo” tiene el menor error comparado con otros seis planteamientos.

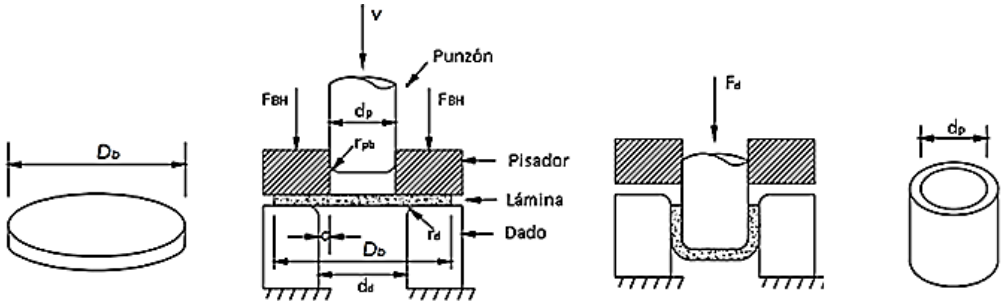


Figura 2.6 *Elementos del proceso de embutido: a) chpa (Db= diámetro de la chapa), b) y c) parámetros de la herramienta en el proceso de embutido (c=j= juego, dp diámetro del punzón, rpb= radio del filo del punzón, dd= diámetro de la matriz, rd= radio de la matriz, Q (Fbh)= fuerza del pisa-planchas y Fd=fuerza de embutido, y d) parte embutida.*
Fuente: *Aarón y otros (2016).*

$$F_{d,max} = \pi \cdot d_m \cdot t_0 \left[1.1 \frac{\sigma_{fmI}}{\eta} \left(ln \frac{D_b}{d_p} - 0.25 \right)\right] \quad \textbf{(2.46)}$$

Dónde:

$F_{d,max}$ = Fuerza máxima de embutido (N).
d_m = Diámetro medio de la pieza embutida (mm) y se determina por:

$$d_m = d_p + t_0 \quad \textbf{(2.47)}$$

d_p = Diámetro del punzón (mm).
D_b = Diámetro del disco (mm).
t_0 = Espesor de la chapa (mm).
η = Representa un factor de corrección debido principalmente al efecto de la fricción que según Aarón y otros (2016), es de 0.75.
σ_{fmI} = Esfuerzo de fluencia promedio correspondiente a la deformación entre los radios interior y exterior del flanco (N/mm^2) y es determinado por:

$$\sigma_{fmI} = 0.5 \cdot K(\varphi_1^n + \varphi_2^n) \quad \textbf{(2.48)}$$

φ_1 = Deformación verdadera localizada en la orilla del flanco y obtenida por:

$$\varphi_1 = ln \frac{D_b}{D}$$

φ_2 = Deformación verdadera localizada al final del flanco o al inicio del radio de la matriz y es obtenida por:

$$\varphi_2 = ln \frac{\sqrt{D_b^2 - D^2 + (d_d + 2r_d)^2}}{d_d + 2r_d}$$

d_d = Diámetro de la cavidad de la matriz (mm).
D = Diámetro del flanco instantáneo (mm) donde ocurrirá la fuerza máxima cuando cumpla que D = 0.77D_b según (Aarón y otros, 2016).
r_d = Radio del filo de la matriz (mm).

N = Exponente de la curva de endurecimiento exponencial aplicado en la lámina, calculado en el punto 2.3.2.1.
K = Coeficiente de resistencia o coeficiente de la curva de endurecimiento exponencial aplicado en la lámina, representado por la expresión:

$$\sigma_v = K(\varepsilon_v)^N \quad \textbf{(2.49)}$$

K se puede obtener mediante una regresión lineal de la curva esfuerzo-deformación verdadera de la figura 2.7, donde se obtiene la ecuación de una recta de la forma $y=a+bx$, con ordenada al origen $a = \ln(K)$ y pendiente b.

Para el presente estudio se obtuvo un coeficiente de endurecimiento *K* de 160,2 MPa.

2.3. ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LA FORMABILIDAD DE CHAPAS METÁLICAS EN EL PROCESO DE EMBUTICIÓN.

La "Formabilidad" de una chapa se define como su capacidad para deformarse por un proceso específico de conformado, desde su forma original plana hasta la pieza final, sin que se presente falla en el metal, ya sea por fractura o estricción; es decir, la facilidad de un material para sufrir deformación plástica sin defectos (Campos, 2004).

Las propiedades mencionadas en la sección 1.2, necesarias para determinar la formabilidad de la chapa bimetálica utilizada en el presente trabajo, no todas son proporcionadas por el productor, por lo que es necesario hacer una caracterización de dicho material con el fin de obtener datos reales y completos para su análisis. Para esto, se realizaron ensayos de tracción a probetas del material bimetálico en los laboratorios de Ensayo de Materiales de la Universidad Politécnica Salesiana y en el Laboratorio de Geotecnia y Estructuras de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Cuenca, siguiendo las Normas ASTM correspondientes.

2.3.1. ENSAYOS DE TRACCIÓN EN LA CHAPA BIMETÁLICA Y CHAPA DE ALUMINIO.

Con el fin de comprobar la mejora de las propiedades mecánicas del aluminio 1060 al ser revestido de una capa de cobre (bicapa) se realizan pruebas de tracción a tres probetas de aluminio 1060 e igual número de probetas bicapa siguiendo las normas anteriormente descritas y se puede notar que el material con revestimiento mejora mucho sus propiedades mecánicas con respecto al que no lo tiene. Los resultados se pueden ver en la tabla 2.3.

Posteriormente se ensayó con un número total de 21 probetas, las cuales fueron cortadas y mecanizadas como indica la Norma ASTM E517-00, en tres grupos de siete cada uno, con cortes a 0°, 45° y 90° con respecto al laminado, de estas probetas ocho

fueron desechadas por presentar roturas fuera de la longitud calibrada. El material de las probetas es el mismo a utilizar en la embutición.

Tabla 2.3 *Principales propiedades mecánicas del Aluminio 1060 y aluminio 1060 revestido con cobre*

Material	Alargamiento a %	Carga max. Fm kN	Carga de rotura Rm N/mm²	Carga de ruptura Fu kN
Bicapa (Al 1060-Cu T2)	19.22	4.51	74.42	0.832
Aluminio (Al 1060)	4.28	3.65	58.9	0.406

Fuente: *Autores.*

Figura 2.7 *Pruebas de tracción en el laboratorio de la Universidad Politécnica Salesiana.*
Fuente: *Autores.*

Los resultados directos de las pruebas de tracción realizadas en los laboratorios tanto de la Universidad Politécnica Salesiana, como en la Universidad de Cuenca, son comparados con las propiedades del material proporcionadas por el productor (Anexo A), datos que serán utilizados para el presente estudio.

Figura 2.8 *Pruebas de tracción en el Laboratorio de Geotecnia y Estructuras de la Universidad de Cuenca.*
Fuente: *Autores.*

2.3.2. CÁLCULOS DE LAS PROPIEDADES MECÁNICAS Y DE CONFORMABILIDAD DEL MATERIAL.

Con los resultados de los ensayos de tracción realizados a las probetas y utilizando las ecuaciones de la sección 1.2.4 se determinan las propiedades mecánicas básicas del material necesarias para calcular los parámetros de conformabilidad de la chapa; exponente de endurecimiento por deformación (sección 1.2.5) y el módulo anisotrópico plástico (sección 1.2.6).

Tabla 2.4 *Propiedades mecánicas del material bicapa Al-Cu obtenidas de ensayos.*

Propiedad	Unidad	Magnitud
Módulo de elasticidad o Módulo de Young (E)	kN/mm^2	81
Coeficiente de Poisson (v)		0.34
Resistencia a la tensión (σ_u)	N/mm^2	134,96
Ductilidad (% Elongación)	%	30,95
Densidad	kg/cm^3	3289

Fuente: *Autores.*

2.3.2.1. EXPONENTE DE ENDURECIMIENTO POR DEFORMACIÓN “N” PARA CHAPAS METÁLICAS.

El endurecimiento por deformación "N" citado en la ecuación 1.8 de la tensión de flujo, aproxima las relaciones tensión-deformación verdaderas y en ingeniería durante la deformación plástica de un metal, la cual juega un papel decisivo en la

conformabilidad de la chapa. El endurecimiento por deformación establece un refuerzo en un metal, este se produce por la deformación que sufre durante el laminado o temple en su proceso de elaboración. En el presente estudio, el material tiene una dureza inicial H14 (dato otorgado por el fabricante). Sin embargo, el endurecimiento por deformación se produce en cualquier momento mientras el metal se deforma permanentemente en un troquel.

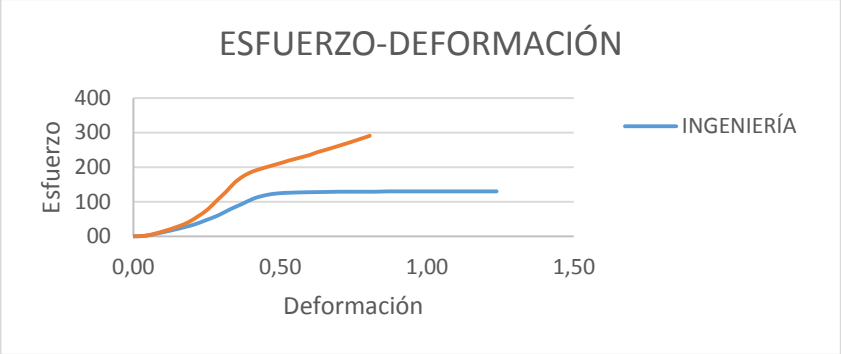


Figura 2.9 *Diagrama Esfuerzo-Deformación (Verdadera-en Ingeniería).*
Fuente: *Autores.*

Para el cálculo del exponente de endurecimiento por deformación "N" para chapas metálicas, se toman los resultados de los esfuerzos y deformaciones en ingeniería "S" y "e" respectivamente. Luego se calculan los esfuerzos y deformaciones reales con la ecuación 1.9 y se completan los datos de la tabla 2.5.

Tabla 2.5 *Parámetros previos al cálculo del endurecimiento por deformación n para la probeta cortada a 0° con respecto al sentido del laminado.*

#	Carga, F, (Newton)	Tensión de ingeniería, S (Mpa)	Tensión real, σ, (Mpa)	Y = log σ	Y^2 = $(\log \sigma)^2$	Extensión δ (mm)	Deformación de ingeniería, e=ΔL/Lo	Deformación real, ε real	X = log ε	X^2 = $(\log \varepsilon)^2$	X*Y = log σ X log ε
1	7671,42	127,86	134,06	2,13	4,53	7,62	0,05	0,05	-1,32	1,75	-2,82
2	7740,09	129,00	136,83	2,14	4,56	9,53	0,06	0,06	-1,23	1,51	-2,63
3	7838,19	130,64	140,15	2,15	4,61	11,43	0,07	0,07	-1,15	1,33	-2,48
4	7867,62	131,13	142,27	2,15	4,64	13,34	0,08	0,08	-1,09	1,18	-2,34
5	7965,72	132,76	145,65	2,16	4,68	15,24	0,10	0,09	-1,03	1,07	-2,24
SUMATORIA				10,73	23,01				-5,83	6,85	-12,5

Fuente: *Autores.*

Con los parámetros obtenidos en la tabla 2.5 se calcula el exponente de endurecimiento por deformación *N* siguiendo los pasos citados en la Norma ASTM E646-16 (2016). Se realiza el mismo procedimiento para cada una de las probetas cortadas a 0° (sentido de laminación), 90° (perpendicular al sentido de laminación) y

45° con respecto al sentido de laminado del material, los resultados se muestran en la Tabla 2.6.

Tabla 2.6 *Exponentes de endurecimiento N.*

Ángulo	Exponente de endurecimiento "*n*"
0°	0,122
45°	0,176
90°	0,171
Promedio	**0,156**

Fuente: *Autores.*

Según Callister (2007), el exponente de endurecimiento por deformación "N" tiene valores menores que la unidad. Para un cobre recocido, el valor de *N* es de 0.44 y para una aleación de aluminio 2024 térmicamente tratado T3, el valor de N es de 0.17. Para la chapa bimetálica aluminio-cobre del presente estudio, se determinó un valor de N igual a 0.156, valor muy cercano a la aleación de aluminio antes mencionada.

El endurecimiento por deformación "N" es la medida del aumento de la dureza y de la resistencia causada por la deformación plástica durante el conformado. Los materiales que tienen valores de N más altos tienen mejor formabilidad que aquellos con bajos valores de *N* (Materion Brush Performance Alloys, 2013).

2.3.2.2. MÓDULO ANISOTRÓPICO PLÁSTICO "r" PARA CHAPAS METÁLICAS.

Con las pruebas de tensión uniaxial realizadas en las probetas cortadas a lo largo de tres direcciones en el plano de la chapa (0◦, 45◦, 90◦) tal como especifica la norma, se mide las deformaciones producidas tanto en el largo calibrado de la probeta antes del ensayo, como la reducción en el ancho para ser comparado con sus dimensiones iniciales.

Usando el procedimiento de la Norma ASTM E517-00 (2010), se calcula el valor del módulo anisotrópico plástico *r* como una dependencia de la inclinación de corte para cada dirección. El promedio de los valores de *r* obtenidos para las diferentes direcciones en el plano de la chapa representa el coeficiente de anisotropía normal r_m y se determina mediante la ecuación 1.3. Sus valores se pueden observar en la tabla 2.7.

Un valor de r_m grande corresponde a un material fácilmente deformable en su plano con poca reducción en su espesor.

Tabla 2.7 *Coeficiente anisotrópico calculado.*

Dirección de corte según laminado	G_0 (mm) largo inicial calibrado de la probeta	G_f (mm) largo final calibrado de la probeta	W_0 (mm) ancho inicial de la probeta	W_f (mm) ancho final de la probeta	Valor de "*r*"
r_0	152	191	20,08	17,41	1,665
r_{45}	158	175	20,08	18,81	1,773
r_{90}	154	170	20,06	18,79	1,956
				r_m	**1,837**

Fuente: *Autores.*

Según Banabic D. (2010), si el valor del coeficiente de anisotropía es el mismo a lo largo de todas las direcciones en el plano de la chapa metálica, no se observará el fenómeno de arrugas, por lo que se presume que para el presente estudio, el proceso de embutición no presentará arrugas considerables en el reborde.

2.4. APLICACIÓN DE LAS ECUACIONES AL CASO DE ESTUDIO.

El diámetro desarrollado *D* de la chapa bimetálica se obtiene evaluando la ecuación 2.1.

D = 71 mm.

La resistencia máxima a la tracción de la chapa bimetálica es:

σ_{Max} = 134,4 N/mm^2.

La fuerza máxima de embutición ejercida sobre la chapa se obtiene evaluando la ecuación 2.46.

$F_{d,max}$ = 9382,8 N.

La fuerza en el punzón es:

F_p = 4207 N.

La fuerza ejercida por el pisa plancha se obtiene evaluando la ecuación 2.43.

$F_{p\text{-}p}$ = 4334,4 N.

CAPITULO 3

3. VALIDACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO.

Luego del análisis matemático y cálculo de los parámetros necesarios para el proceso de embutición, se procede a validar el modelo analizado mediante una simulación con el método de FEM y de forma experimental.

Existe una variedad de software especializados para la simulación de estos procesos de embutición. Para este estudio se tiene a disposición el software ANSYS y LSDYNA.

ANSYS y LS-DYNA proporcionan soluciones a procesos de muy distinta naturaleza y con métodos de resolución diferentes (García N., 2009).

ANSYS: Es un programa de elementos finitos que da solución a procesos implícitos, es decir, resuelve sistemas estáticos/cuasi-estáticos (fuerzas aplicadas en grandes lapsos de tiempo) en los que el sistema se comporta de forma lineal. Se resuelve en una sola iteración, definida a partir de intervalos grandes de tiempo, ya que la soluciones convergen fácilmente mostrando una gran estabilidad. De manera que utiliza pocos recursos computacionales (García N., 2009).

LS-DYNA: Resuelve procesos explícitos, es decir, problemas dinámicos en los que se producen problemas de impactos, de contactos entre superficies, grandes deformaciones y múltiples no-linealidades. Como la solución explícita depende del tiempo (el tiempo total del transcurso del proceso se divide en intervalos muy pequeños), el sistema debe resolverse completamente (campos de tensión y de deformación) para cada intervalo de tiempo hasta llegar a completar el tiempo total de la simulación. Exige, por lo tanto, muchos recursos y tiempo de CPU para llegar a una solución, cuyo grado de convergencia depende del número de intervalos en que se haya dividido el tiempo total (García N., 2009).

ANSYS Workbench contiene un módulo de Dinámica Explícita, en el cual se pueden simular problemas dinámicos de impacto, a corto tiempo y con uso de pocos recursos computacionales, razón por la cual se escogió dicho módulo para simular el problema del presente trabajo.

3.1. DESARROLLO DEL PROCESO DE SIMULACIÓN.

Utilizando el método del elemento finito se procede a la simulación del proceso de embutición mediante el software ANSYS Workbench con su módulo Explicit Dynamics (Dinámica Explicita).

El término “Explícita” se refiere a un tipo de integración de tiempo que se utiliza para realizar simulaciones dinámicas. Este método calcula la respuesta en el momento actual utilizando información explícita.

La integración temporal explícita es más precisa y eficiente para simulaciones que involucran grandes deformaciones, comportamiento no lineal del material, fragmentación, entre otras; y sus aplicaciones típicas son las pruebas de caída, impacto y penetración (ANSYS, Explicit_Dynamics_Chapter 9_Material_Models, 2009).

El proceso de embutición es un problema altamente no lineal en el que se produce impacto entre el punzón y la chapa metálica ya que el punzón se mueve hacia abajo con una cierta velocidad ejerciendo una fuerza sobre dicha chapa.

3.1.1. GEOMETRÍA DE LA MATRIZ DE EMBUTICIÓN.

La geometría del elemento estudiado se ha modelado utilizando el software Autodesk Inventor Profesional 2017, como se puede apreciar en la figura 3.1. La matriz de embutición consta de un punzón, pisa plancha, la chapa y la matriz (dado). Todas las partes que conforman la matriz de embutición han sido modeladas como cuerpos sólidos. Con respecto al material, se utiliza una chapa bicapa de materiales Aluminio 1060 y cobre T2 y para el resto de elementos acero estructural.

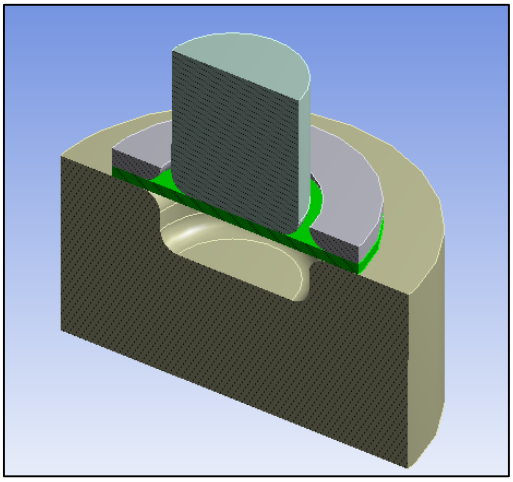


Figura 3.1 *Geometría matriz de embutición.*
Fuente: *Autores.*

La geometría esta modelada en base a las dimensiones especificadas en la tabla 3.1.

Tabla 3.1 *Dimensiones de la matriz.*

Denominación	Unidades (mm)
Radio del punzón	18,3
Radio de la esquina del punzón	5
Radio de la matriz	21,45
Radio de la esquina de la matriz	5
Radio de la chapa	35,1
Espesor de la chapa	3

Fuente: *Autores.*

3.1.2. PROPIEDADES DE LOS MATERIALES.

En la tabla 3.2 se especifican las propiedades mecánicas del material bicapa, calculadas en función de los parámetros obtenidos de los ensayos de laboratorio que se muestran en la tabla 2.4. En la tabla 3.3 se especifican las propiedades mecánicas del acero estructural, las cuales fueron tomadas de la base de datos de materiales explícitos del software ANSYS 2017.

Tabla 3.2 *Propiedades mecánicas del material bicapa (Aluminio 1060 - Cobre T2).*

Properties of Outline Row 3: AlCu

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Density	3289	kg m^-3		
3	Multilinear Isotropic Hardening	Tabular			
4	Scale	1			
5	Offset	0	Pa		
6	Specific Heat	800	J kg^-1 C^-1		
7	Shear Modulus	3,02E+10	Pa		
8	Shock EOS Linear				
9	Gruneisen Coefficient	2,06			
10	Parameter C1	480	m s^-1		
11	Parameter S1	1,837			
12	Parameter Quadratic S2	0	s m^-1		

Fuente: *Autores.*

La densidad del material fue calculada con el peso y volumen de una muestra de material.

Los valores del Endurecimiento Isotrópico Multilineal al igual que el Calor Específico fueron obtenidos por interpolación de las mismas propiedades del aluminio y cobre de la base de datos de materiales explícitos de ANSYS con respecto a la resistencia a la tracción de los materiales individuales y bicapa.

El módulo cortante (Shear Modulus) fue calculado con la fórmula.

$$G = \frac{E}{2(1+v)} \quad \textbf{(3.1)}$$

Donde:

E = *E*s el módulo de elasticidad o coeficiente de Young.

V = es el coeficiente de Poisson.

Shock EOS Linear utiliza las ecuaciones de Rankine-Hugoniot para las condiciones de choque y se pueden considerar como la definición de una relación entre cualquier par de las variables ρ (densidad), *P* (presión), *e* (energía), *vp* (velocidad de la partícula) y *U* (velocidad de choque), (ANSYS, 2009).

El coeficiente de Gruneisen fue tomado de las tablas de Harris y Avrami (1972).

Según Anarestani, Morovvati y Vaghasloo (2014), la constante C1 corresponde a un parámetro de endurecimiento de la velocidad de deformación del material y se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$C_1 = \frac{\pi t^3 b(b_0-b)\left[\left(n^4-2n^2+3\right)r^2+2n^2\left(1-n^2\right)ar+n^4a^2\right]}{3n^4(b-a)^2r^3} \quad \textbf{(3.2)}$$

El parámetro cuadrático *S*2 es cero para materiales lineales y puede tener un valor distinto a cero para materiales altamente no lineales (ANSYS, Shock EOS Linear, s.f.).

Tabla 3.3 *Propiedades mecánicas del acero estructural.*

Properties of Outline Row 7: Structural Steel

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Density	7850	kg m^-3		
3	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion				
6	Isotropic Elasticity				
7	Derive from	Young's Modulus an...			
8	Young's Modulus	2E+11	Pa		
9	Poisson's Ratio	0,3			
10	Bulk Modulus	1,6667E+11	Pa		
11	Shear Modulus	7,6923E+10	Pa		
12	Field Variables				
13	Temperature	7,6923E+10			
14	Shear Angle	No			
15	Degradation Factor	No			
16	Alternating Stress Mean Stress	Tabular			
17	Interpolation	Log-Log			
18	Scale	1			
19	Offset	0	Pa		
20	Strain-Life Parameters				
21	Display Curve Type	Strain-Life			
22	Strength Coefficient	9,2E+08	Pa		
23	Strength Exponent	-0,106			
24	Ductility Coefficient	0,213			
25	Ductility Exponent	-0,47			
26	Cyclic Strength Coefficient	1E+09	Pa		
27	Cyclic Strain Hardening Exponent	0,2			
28	Tensile Yield Strength	2,5E+08	Pa		
29	Compressive Yield Strength	2,5E+08	Pa		
30	Tensile Ultimate Strength	4,6E+08	Pa		
31	Compressive Ultimate Strength	0	Pa		
32	Isotropic Thermal Conductivity	60,5	W m^-1 C^-1		
33	Specific Heat	434	J kg^-1 C^-1		
34	Isotropic Relative Permeability	10000			
35	Isotropic Resistivity	1,7E-07	ohm m		

Fuente: *Autores.*

3.1.3. DEFINICIÓN DE LAS CONDICIONES DE FRONTERA.

En el presente estudio se consideraron pertinentes las siguientes condiciones de frontera, figura 3.2 y otras suposiciones.

- La matriz se considerada rígida y como un soporte fijo.
- El desplazamiento del punzón es de 15 mm en el eje *Y* negativo y está restringido en las direcciones de los ejes X y Z.
- El punzón es rígido y sobre este se aplica una fuerza de 4207 *N*.
- La fuerza aplicada sobre el pisaplanchas es de forma tabular, es decir que al tiempo cero la presión también es cero y a un tiempo de $1e^{-3}$ s la fuerza es de 4334N.
- La velocidad del punzón está aplicada en la dirección Y negativa y por cuestiones gasto computacional en la simulación, se ha establecido en -200 m/s.
- El tiempo fue seleccionado solamente por suposición y es de $1e^{-3}$ s.
- En las superficies de contacto entre chapa – pisa-plancha (acero - aluminio), se ha establecido un coeficiente de fricción estático y dinámico de 0,1 y 0,05

respectivamente. Mientras que en la superficie de contacto chapa – matriz (cobre - acero) se ha establecido un coeficiente de fricción estático y dinámico de 0,1 y 0,08 respectivamente, tomando en consideración que estas superficies están lubricadas como se indica en los numerales 2.1.8 y 2.1.9.

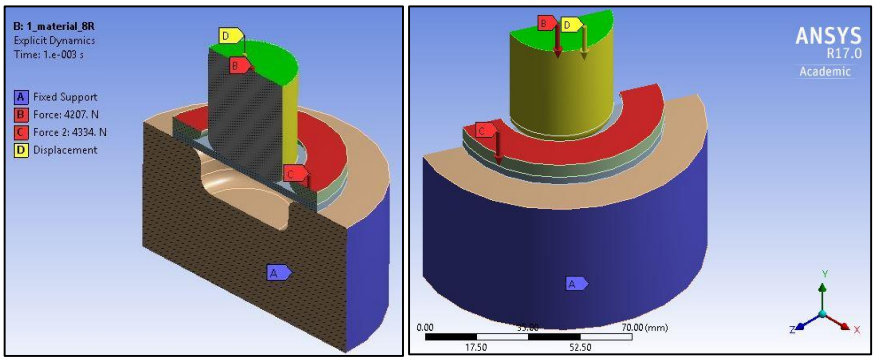


Figura 3.2 *Condiciones de frontera aplicadas al proceso de embutición.*
Fuente: *Autores.*

3.1.4. MALLADO DE LA MATRIZ.

En la figura 3.3, se puede observar el mallado que se ha aplicado al sistema, para su respectivo análisis, del cual, se recalcan los siguientes parámetros.

El tamaño de cada elemento para el disco a embutir es de 1mm, mientras que para los demás elementos es el que ANSYS asigna por defecto, además se aplica un mallado medio y de curvatura a todos los elementos.

El número de nodos obtenidos es de 32868, mientras que el número de elementos es 41743.

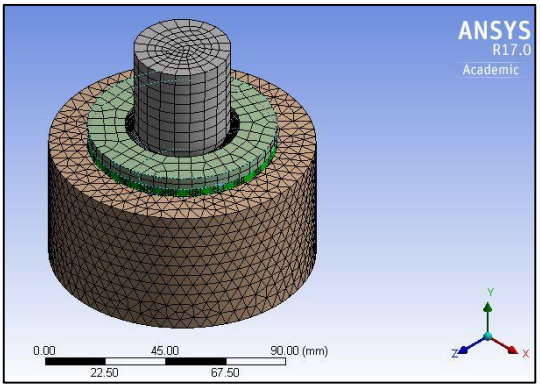


Figura 3.3 *Modelo del mallado aplicado al proceso de embutición.*
Fuente: *Autores.*

En la figura 3.4, se puede apreciar la gráfica de convergencia del sistema de embutición, la cual, proporciona un porcentaje de convergencia del 86,65 % que garantiza que la investigación planteada tiene solución.

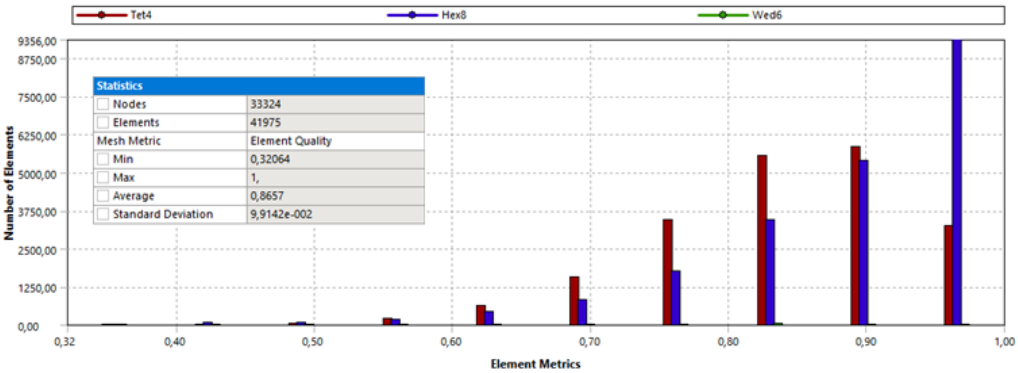


Figura 3.4 *Diagrama de convergencia del sistema de embutición.*
Fuente: *Autores.*

3.1.5. RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN.

La simulación se ha realizado con la fuerza calculada para el pisa-planchas de 4334 N, la misma que no ocasiona arrugas en el reborde de la pieza embutida, además para comprobar la formación de arrugas, también se han realizado pruebas con fuerzas de 2167N y 1083N que corresponden a la mitad y cuarta parte de la fuerza calculada para el pisa-plancha. Para completar las simulaciones se realizó sin pisa-planchas, donde se observan las arrugas a su máxima deformación, además otra prueba con una fuerza de 5416 N, superior a la calculada para comprobar que bajo estas condiciones no se forman arrugas en el reborde de la pieza embutida, pero sufre cizallamiento en el fondo de esta.

1) Embutición con ocho resortes acoplados al pisa-plancha.

a) Deformación direccional en el eje Y.

La deformación total, es la suma de la deformación del reborde y la embutición; como se puede observar en la figura 3.5 los valores obtenidos son 0,320 mm y 14,804 mm respectivamente. La deformación total obtenida en la simulación es 15,124 mm.

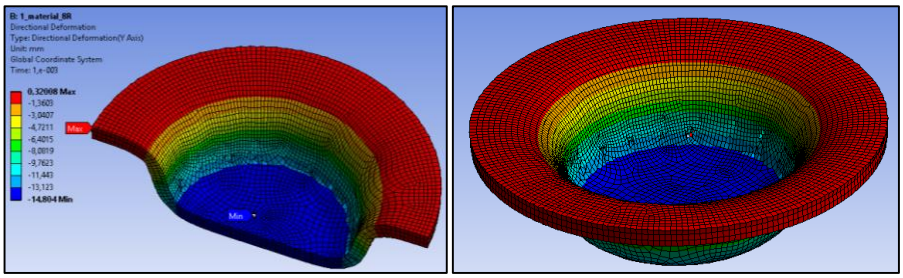


Figura 3.5 *Deformación direccional en el eje Y con ocho resortes.*
Fuente: *Autores.*

b) Deformación plástica equivalente.

En la figura 3.6, se puede observar la máxima deformación presente en el proceso de embutición. Esta se encuentra en el radio inferior del elemento y su valor es de 0,610 mm.

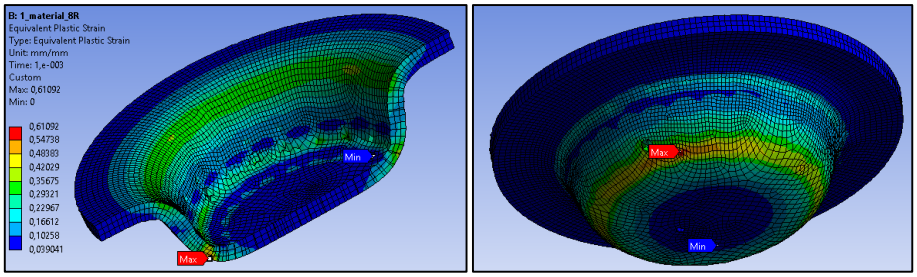


Figura 3.6 *Deformación plástica equivalente con ocho resortes.*
Fuente: *Autores.*

c) Esfuerzo cortante.

Como se observa en la figura 3.7, el máximo esfuerzo cortante es de 112,08 MPa, que es igual al esfuerzo cortante admisible del material bicapa que es 112 MPa.

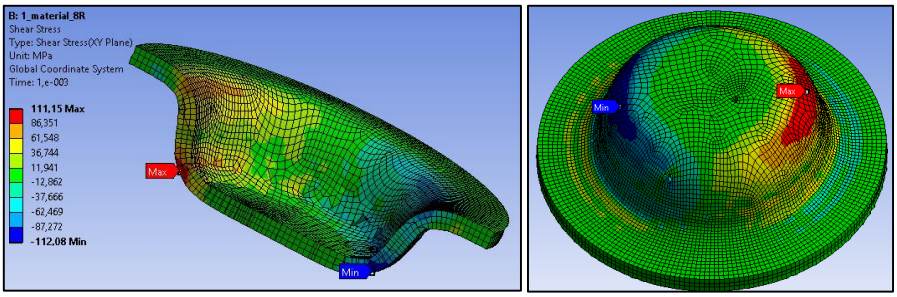


Figura 3.7 *Esfuerzo cortante con ocho resortes.*
Fuente: *Autores.*

2) Embutición con cuatro resortes acoplados al pisa-plancha.

a) Deformación direccional en el eje Y.

La deformación total de la chapa es la suma de la deformación del reborde y la embutición, sus valores son 1,141 mm y 14,803 mm respectivamente. La deformación total es 15,944 mm.

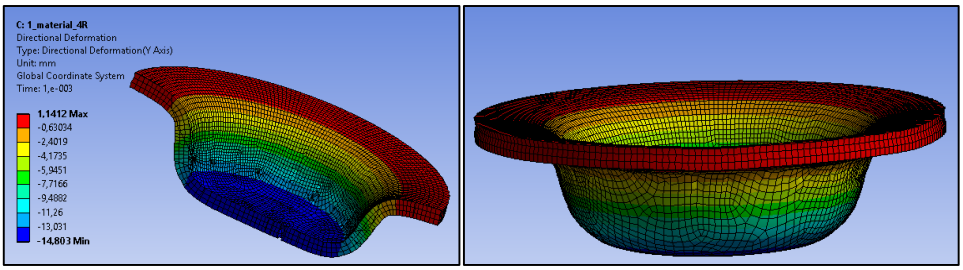


Figura 3.8 *Deformación en la dirección del eje Y con cuatro resortes.*
Fuente: *Autores.*

b) Deformación plástica equivalente.

La figura 3.9, muestra la máxima deformación presente en el proceso de embutición. Esta se encuentra en el radio inferior del elemento y su valor es de 0,574 mm.

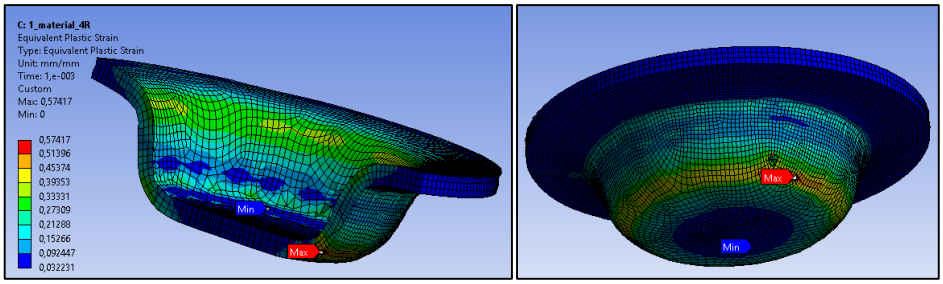


Figura 3.9 *Deformación plástica equivalente con cuatro resortes.*
Fuente: *Autores.*

c) Esfuerzo cortante.

Como se observa en la figura 3.10, el máximo esfuerzo cortante es de 111,16 MPa, lo cual, está por debajo del valor del esfuerzo cortante del material bicapa que es 112 MPa.

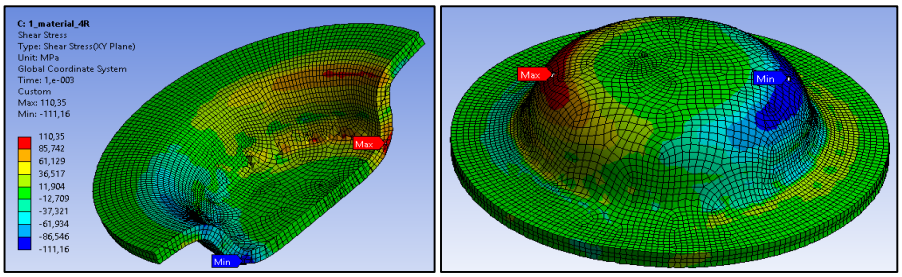


Figura 3.10 *Esfuerzo cortante con cuatro resortes.*
Fuente: *Autores.*

3) Embutición con dos resortes acoplados al pisa-plancha.

a) Deformación direccional en el eje Y.

La deformación total de la chapa es la suma de la deformación del reborde y la embutición, sus valores son 1,4281 mm y 14,804 mm respectivamente. La deformación total es 16.232 mm.

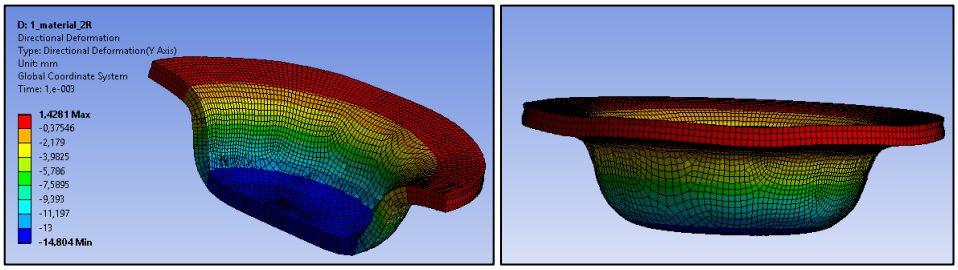


Figura 3.11 *Deformación en la dirección del eje Y con dos resortes.*
Fuente: *Autores.*

b) Deformación plástica equivalente.

En la figura 3.12, se puede observar la máxima deformación presente en el proceso de embutición. Esta se encuentra en el radio inferior del elemento y su valor es de 0,576 mm.

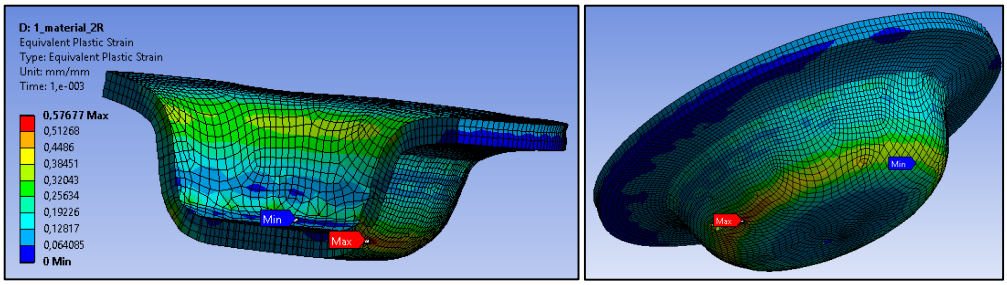


Figura 3.12 *Deformación plástica equivalente con dos resortes.*
Fuente: *Autores.*

c) Esfuerzo cortante.

Como se observa en la figura 3.13, el máximo esfuerzo cortante es de 111,11 MPa, lo cual, está por debajo del valor del esfuerzo cortante del material bicapa que es 112 Mpa.

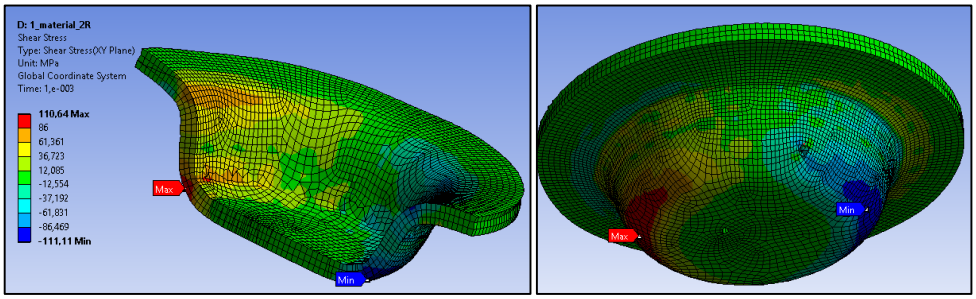


Figura 3.13 *Esfuerzo cortante con dos resortes.*
Fuente: *Autores.*

4) Embutición sin pisa-plancha.

a) Deformación direccional en el eje Y.

La deformación total de la chapa es la suma de la deformación del reborde y la embutición, sus valores son 4.1637 mm y 14.752 mm respectivamente. La deformación total es 18.9157 mm.

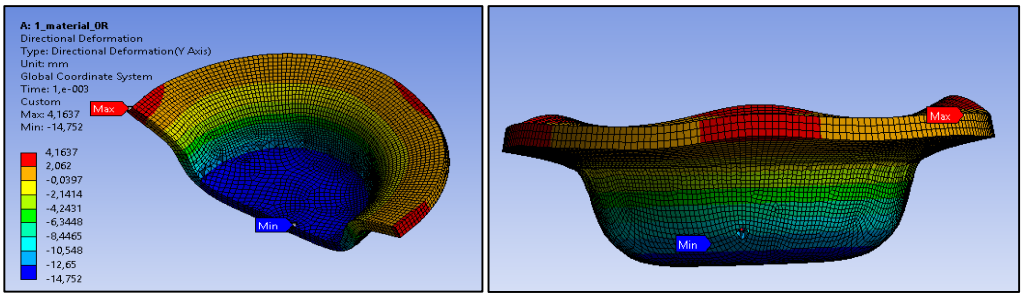


Figura 3.14 *Deformación en la dirección del eje Y sin pisa-plancha.*
Fuente: *Autores.*

b) Deformación plástica equivalente.

En la figura 3.12, se puede observar la máxima deformación presente en el proceso de embutición. Esta se encuentra en el radio inferior del elemento y su valor es de 0,5634 mm.

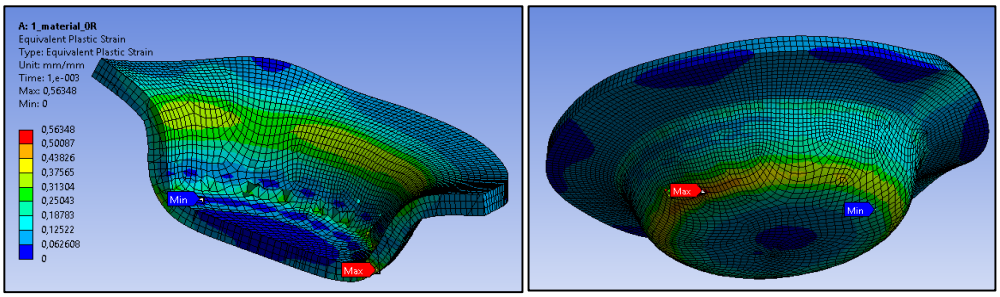


Figura 3.15 *Deformación plástica equivalente sin pisa-plancha.*
Fuente: *Autores.*

c) Esfuerzo cortante.

Como se observa en la figura 3.13, el máximo esfuerzo cortante es de 110,67 MPa, lo cual, está por debajo del valor del esfuerzo cortante del material bicapa que es 112 MPa.

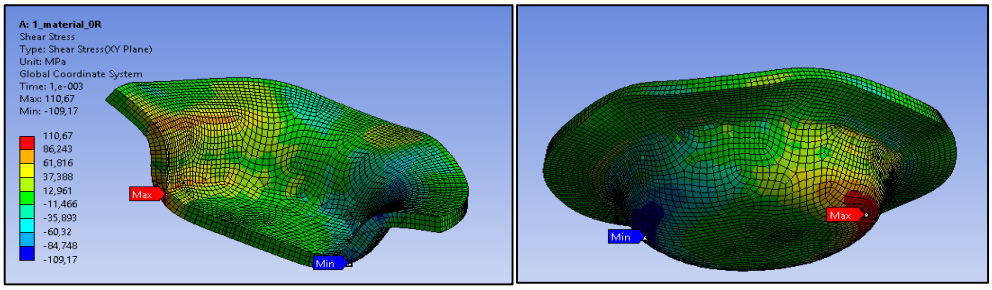


Figura 3.16 *Esfuerzo cortante sin pisa-plancha.*
Fuente: *Autores.*

5) Embutición con una fuerza mayor a la calculada.

a) Deformación direccional en el eje Y.

La deformación total de la chapa es la suma de la deformación del reborde y la embutición, sus valores son 0,0816 mm y 14,814 mm respectivamente. La deformación total es 14,89 mm.

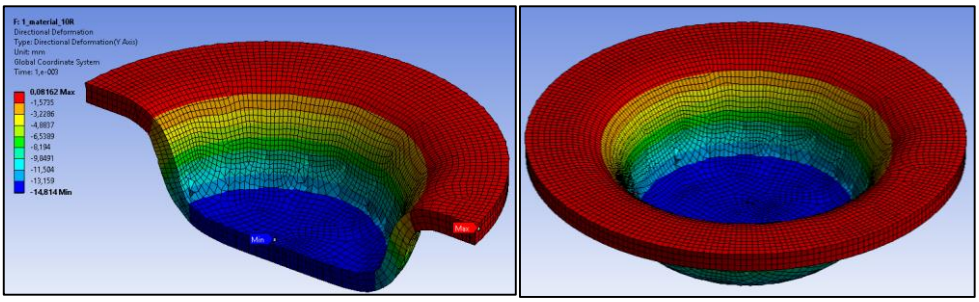


Figura 3.17 *Deformación en la dirección del eje Y con una fuerza mayor a la calculada.*
Fuente: *Autores.*

b) Deformación plástica equivalente.

En la figura 3.18, se puede observar la máxima deformación presente en el proceso de embutición. Esta se encuentra en el radio inferior del elemento y su valor es de 0,6782 mm.

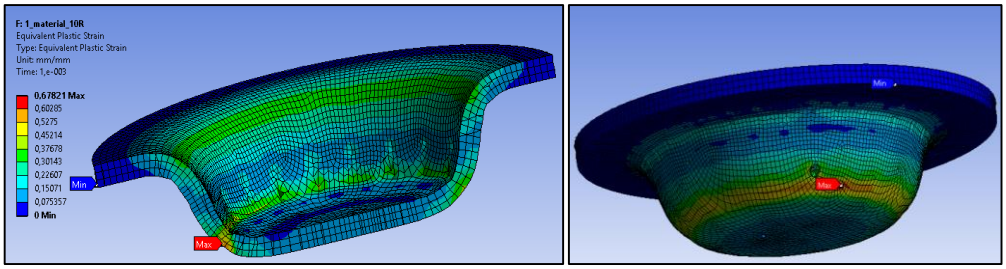


Figura 3.18 *Deformación plástica equivalente con una fuerza mayor a la calculada.*
Fuente: *Autores.*

c) Esfuerzo cortante.

Como se observa en la figura 3.19, el máximo esfuerzo cortante es de 112,68 MPa, el mismo que sobrepasa el valor del esfuerzo cortante admisible del material bicapa que es 112 MPa.

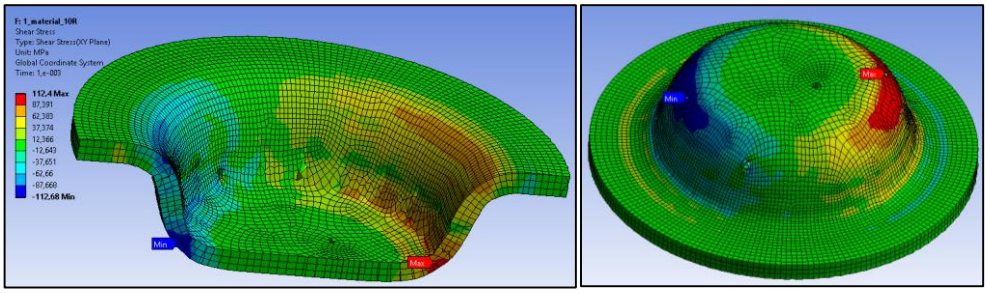


Figura 3.19 *Esfuerzo cortante con una fuerza mayor a la calculada.*
Fuente: *Autores.*

3.2. PRUEBAS FÍSICAS DE EMBUTICIÓN.

Las pruebas de laboratorio fueron realizadas con la matriz sin pisa-planchas y también con pisa-planchas, en el cual la fuerza fue variable, para esto se utilizaron dos, cuatro y ocho resortes, los mismos que cumplen la norma ISO-10243 serie G16-076 con una compresión del 20% que corresponde a 15.2 mm, lo cual genera una fuerza de 518 N, siendo el valor más aproximado al calculado 541 N para el presente estudio.

La matriz diseñada para las pruebas de embutición se puede apreciar en la figura 3.20; el accionamiento de esta se lo realizó mediante una prensa hidráulica de doce toneladas, la cual, permite medir la presión en cada proceso y se utilizó un tope en la matriz, para que el desplazamiento del punzón sea de 15 mm exactamente en todas las pruebas.

Figura 3.20 *Montaje experimental de la matriz y piezas embutidas.*
Fuente: *Autores.*

3.2.1. EMBUTICIÓN SIN PISA-PLANCHA.

Como se observa en la figura 3.21 la chapa embutida no presenta errores en el cuerpo, no obstante, en el reborde se puede apreciar arrugas u ondulaciones de tamaño considerable debido a la ausencia del pisa-plancha y la deformación plástica en la dirección de *y* es de 18,15 mm.

Figura 3.21 *Embutición sin pisa-plancha.*
Fuente: *Autores.*

3.2.2. EMBUTICIÓN CON DOS RESORTES ACOPLADOS AL PISA-PLANCHA.

En la figura 3.22 se observa que el elemento embutido no presenta errores, sin embargo, en el reborde se observan ondulaciones de tamaño reducido y en menor cantidad, mientras que, la deformación plástica en la dirección de *y* ha disminuido a 16,45 mm.

Figura 3.22 *Embutición con dos resortes.*
Fuente: *Autores.*

3.2.3. EMBUTICIÓN CON CUATRO RESORTES ACOPLADOS AL PISA-PLANCHA.

En este paso el elemento embutido no ha cambiado (Figura 3.23), sin embargo, en el reborde se aprecia una mínima deformación y la deformación plástica en la dirección de *y* ha disminuido a 16,08 mm.

Figura 3.23 *Embutición con cuatro resortes.*
Fuente: *Autores.*

3.2.4. EMBUTICIÓN CON OCHO RESORTES ACOPLADOS AL PISA-PLANCHA.

Finalmente en la figura 3.24 se observa que el elemento embutido no presenta deformaciones en el reborde y la deformación plástica en la dirección de *y* alcanzada es 15,5 mm.

Figura 3.24 *Embutición con ocho resortes.*
Fuente*: Autores.*

3.3. ANÁLISIS DE RESULTADOS.

3.3.1. EMBUTICIÓN DEL MATERIAL BICAPA CON PROPIEDADES COMBINADAS DE LOS MATERIALES.

La fuerza de embutición o fuerza total calculada para obtener una pieza embutida sin ondulaciones en el reborde es de 8541 N y esta tiene sus componentes como son la fuerza en el pisa-planchas, la fuerza aplicada al punzón, la fuerza de fricción y otras pequeñas fuerzas que se producen por efecto del proceso. La fuerza calculada en el pisa-planchas es de 4334 N, por lo que la suma de las fuerzas restantes es de 4207 N, valores que han sido utilizados en el proceso de simulación.

En la parte práctica, no se pudo aplicar el valor exacto de la fuerza calculada de 4334,4 N en el pisa-planchas, debido al uso de resortes normalizados, los cuales al ser colocados ocho, proporcionan una fuerza de 4144 N, teniendo un error de 4,39 % en la fuerza aplicada al pisa-planchas.

Las fuerzas restantes son ocasionadas por la fuerza aplicada al punzón, por lo que se consideraron como una sola fuerza aplicada a dicho punzón en el proceso de la simulación, siendo de 4207 N la fuerza calculada, mientras que la fuerza experimental es de 4000 N, generando un error de 4,92 % en la fuerza aplicada al punzón, pudiendo aumentar o disminuir en pequeños porcentajes el error por la apreciación visual en el manómetro.

Con estos resultados, en la fuerza de embutición (fuerza total), se obtiene un error de 4,65 %. En las demás pruebas se fue disminuyendo gradualmente el número de resortes, para demostrar que la fuerza aplicada al pisa-plancha ocasiona la formación de arrugas en el reborde; los resultados se pueden ver en la tabla 3.4; además de una prueba con una fuerza mayor a la calculada (diez resortes) para causar una fractura en la pieza embutida.

Tabla 3.4 *Fuerzas calculadas y experimentales obtenidas en el punzón y pisa-plancha.*

N° resortes	Fuerza del punzón (N)			Fuerza en el pisa-planchas (N)			Fuerza de embutición (N)		
	calculada	experimental	% error	calculada	experimental	% error	calculada	experimental	% error
10	4207	4000	4,92	5416	5180	4,36	9623	9180	4,60
8				4334	4144	4,38	8541	8144	4,65
4				2167	2072	4,38	6374	6072	4,74
2				1083	1036	4,34	5290	5036	4,80
0				0	0	0	4207	4000	4,92

Fuente: *Autores.*

A medida que va disminuyendo el número de resortes en la matriz de embutición, también lo hace la fuerza aplicada al pisa-planchas, se puede notar que el error porcentual en la fuerza de embutición va aumentando, aunque no en forma significativa.

La deformación direccional en la simulación de FEM fue realizada solamente en el eje *y*, es decir en la altura de la pieza, con este análisis se puede determinar cuánto se ha deformado el reborde de la pieza y se compara midiendo la deformación de las piezas embutidas en el mismo eje. El mayor porcentaje de error es de 6,51 % y se da en la embutición con la fuerza en el pisa-planchas mayor a la calculada, esto se debe a que en la práctica la pieza embutida se cizalla antes de llegar a la profundidad necesaria. Las deformaciones en las demás pruebas están por debajo del 4 %, estos se pueden ver en la tabla 3.5.

Tabla 3.5 *Deformaciones direccionales en el eje "y" simuladas y experimentales obtenidas en el proceso de embutición.*

N° resortes	Deformación direccional (mm)		
	Simulada	Experimental	% error
10	14,89	13,92	6,51
8	15,12	15,5	2,51
4	15,94	16,08	0,88
2	16,23	16,45	1,36
0	18,91	18,15	4,02

Fuente: *Autores.*

Como se puede ver en la tabla 3.6, los esfuerzos cortantes cuando se trabaja sin pisa-planchas y con pisa-planchas con 2 y 4 resortes, no sobrepasan el valor del esfuerzo cortante admisible del material bicapa que es de 112 MPa, por lo que el material no presentará ruptura por cizallamiento, mientras que en una embutición con 8 resortes en el pisa-planchas que es producen la fuerza que no genera arrugas en el reborde, se genera un esfuerzo cortante de 112,08 MPa que es similar al esfuerzo cortante admisible de 112 MPa, siendo la fuerza ideal o admisible para el presente estudio. Al sobrepasar la fuerza calculada colocando 10 resortes en la matriz, esta produce un esfuerzo cortante de 112,68 MPa, mayor al esfuerzo cortante admisible de 112 MPa, por lo que habrá una falla en la embutición.

Tabla 3.6 *Esfuerzos cortantes simulados en el proceso de embutición.*

N° resortes	Fuerza calculada en el punzón (N)	Fuerza calculada en el pisa-planchas (N)	Fuerza de embutición calculada (total) (N)	Esfuerzo cortante (MPa)
10	4207	5416	9623	112,68
8		4334	8541	112,08
4		2167	6374	111,16
2		1083	5290	110,64
0		0	4207	109,17

Fuente: *Autores.*

La deformación plástica equivalente indica un valor máximo de deformación en la pieza. En la tabla 3.7 se puede ver los valores de la deformación plástica máxima que se produce para las diferentes fuerzas aplicadas en el proceso, siendo la menor deformación en la pieza de 0,56 mm cuando se trabaja sin pisa-planchas y de 0,61 mm cuando se trabaja con la fuerza calculada de 4334 N sobre el pisa-planchas. Mientras que cuando se trabaja con la fuerza sobre el pisa-planchas mayor a la calculada, la

simulación nos arroja un valor de 0,67 mm de deformación plástica siendo esta cuando se produce el fallo.

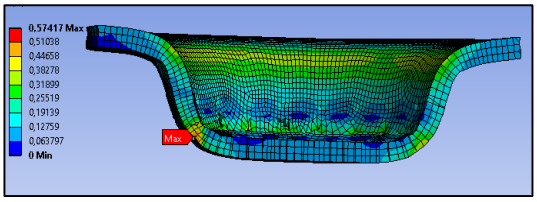
Tabla 3.7 *Deformación plástica equivalente simulada en el proceso de embutición.*

N° resortes	Fuerza calculada en el punzón (N)	Fuerza calculada en el pisa-planchas (N)	Fuerza de embutición calculada (total) (N)	Deformación plástica equivalente (mm/mm)	% de deformación máxima
10	4207	5416	9623	0,678	22,6
8		4334	8541	0,611	20,3
4		2167	6374	0,574	19,1
2		1083	5290	0,576	19,2
0		0	4207	0,563	18,7

Fuente: *Autores.*

A continuación, se presenta el resultado para una embutición del material bicapa simulada con cuatro resortes sobre el pisa-planchas, es decir, con una fuerza calculada de 2167 N y su deformación de 0,57 mm, además los resultados prácticos con una fuerza de 2072 N y una deformación de 0,52 mm, lo cual da un error de 8,77 % que se puede reducir debido a la diferencia de las fuerzas aplicadas al pisa-planchas. En las imágenes de la tabla 3.8 también se puede observar que la deformación ocurre en el lugar esperado.

Tabla 3.8 *Comparación de la deformación plástica equivalente en el proceso de embutición.*

Deformación plástica equivalente	
Elementos finitos	Experimental
0,57 mm	0,52 mm
Error = 8,77 %	
2167 N	2072 N
	

Fuente: *Autores.*

3.3.2. EMBUTICIÓN DEL MATERIAL BICAPA CON PROPIEDADES POR SEPARADO DE LOS MATERIALES.

Las simulaciones anteriormente presentadas han sido realizadas tomando a la chapa bimetálica como un solo material y analizadas con los resultados de los ensayos como un material combinado, esta es la consideración que se hizo inicialmente que el material está perfectamente unido.

Ahora se hace la consideración con los materiales pegados, pero con sus propiedades por separado.

Para esto se han tomado las mismas condiciones de frontera y fuerzas calculadas para que no se produzcan arrugas en el reborde de la pieza y poder comparar sus resultados.

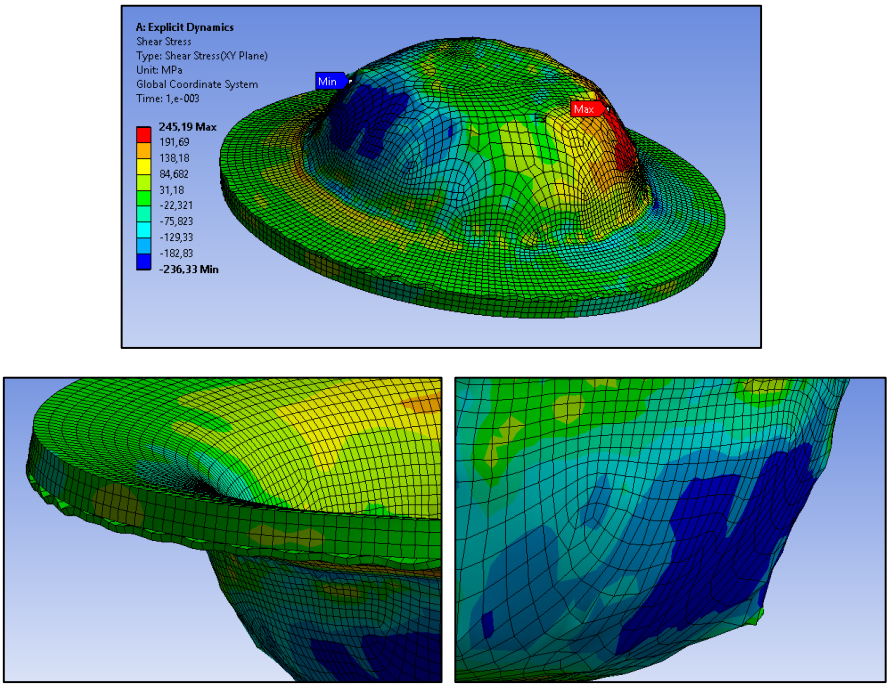


Figura 3.25 *Esfuerzo cortante en embutición con propiedades de los materiales por separado*
Fuente: *Autores.*

En la figura 3.25 se puede ver una pieza embutida trabajada con ocho resortes, es decir con una fuerza de 4334 N en el pisa-planchas, donde el esfuerzo cortante máximo es de 245,19 MPa, mucho mayor al esfuerzo cortante admisible de 112 MPa. Esto indica que el material va a fallar, como se ve en la figura anterior. Además, se observan las deformaciones y separación de los materiales, dichas deformaciones u ondulaciones ocurren en el cobre por tener el espesor menor y principalmente por ser

un material mucho más dúctil que el aluminio. El aluminio por ser más rígido impide fluir con libertad al cobre y tomar la forma deseada.

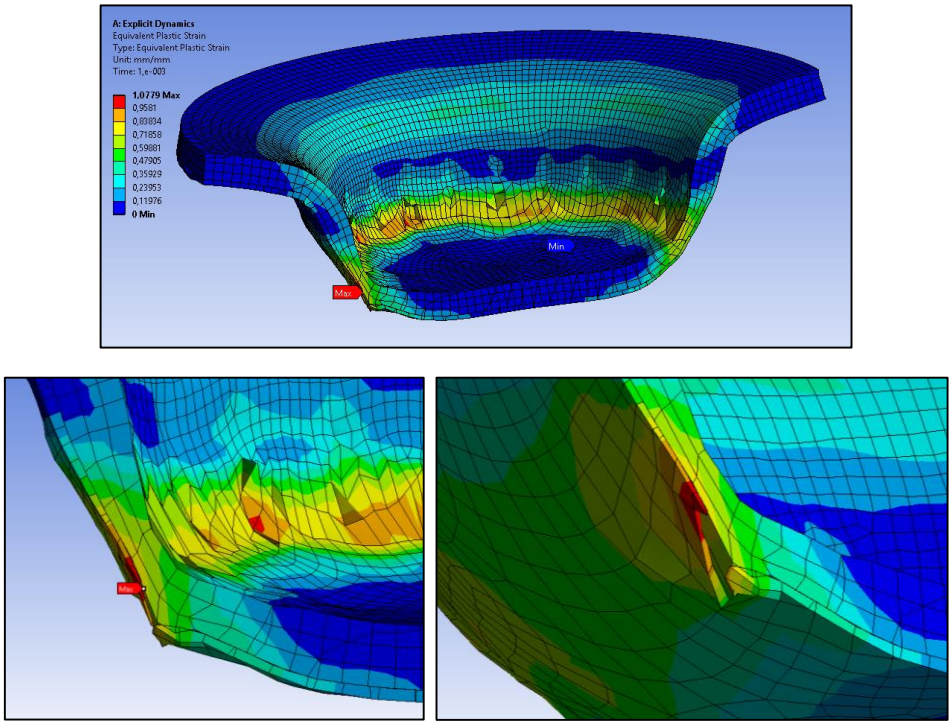


Figura 3.26 *Deformación plástica equivalente en embutición con propiedades de los materiales por separado*
Fuente: *Autores.*

En la figura 3.26 se presenta la deformación plástica equivalente de la pieza embutida, donde su valor máximo es de 1,07 mm que corresponde al 36 % de su espesor y ya se puede notar la ruptura de la capa de cobre.

Con los resultados obtenidos en la simulación tomando la consideración de los metales por separado, se puede ver que no son reales, ya que en la práctica esto no sucede.

CAPÍTULO 4

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

4.1. CONCLUSIONES.

La matriz de rigidez de un elemento de placa consta a su vez de 36 elementos. Cuando una placa cuyo grosor es pequeño comparado con las otras dimensiones y está sometida a pequeños desplazamientos, puede considerarse que algunos esfuerzos normales y deformaciones por cizallamiento son muy pequeñas, por lo tanto, despreciables. Consecuentemente, sólo seis elementos con sus respectivas ecuaciones constitutivas intervienen en el análisis de elementos finitos de este estudio. Dichas ecuaciones relacionan las propiedades del material como son el módulo de Young, el coeficiente de Poisson y el espesor de la chapa.

Las pruebas de laboratorio realizadas a probetas de aluminio 1060 y probetas bicapa (Al 1060-Cu T2), determinaron que el material con revestimiento mejora su alargamiento en un 14,94 % y que la resistencia a la tracción también mejora en 14,33 MPa con respecto al material sin revestimiento de cobre. Además, con los resultados se determinaron las propiedades del material necesarias tanto para los cálculos, como para la simulación por elementos finitos como se muestran a continuación:

Propiedad	**Unidad**	**Magnitud**
Módulo de elasticidad o Módulo de Young (E)	kN/mm^2	81
Coeficiente de Poisson (v)		0,34
Resistencia a la tensión (σ_u)	N/mm^2	134,96
Ductilidad (% Elongación)	%	30,95
Densidad	kg/cm^3	3289
Exponente de endurecimiento por deformación		0,156
Módulo anisotrópico plástico		1,837

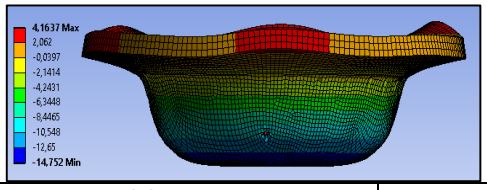
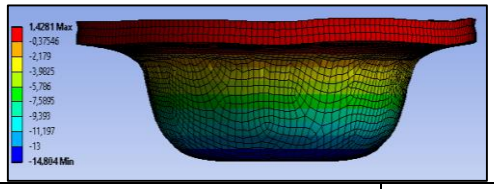
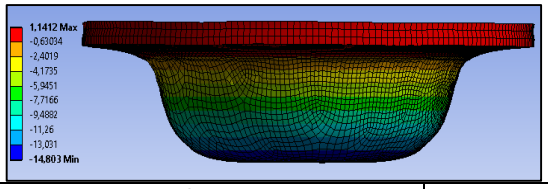
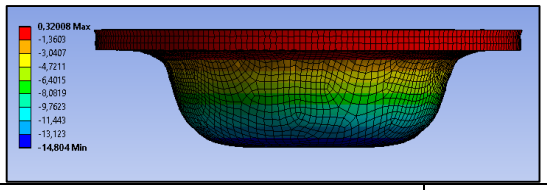
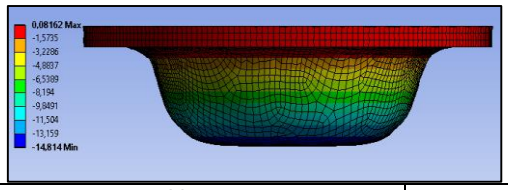
Con la simulación de deformación plástica equivalente se comprobó que la mayor deformación ocurre en el radio del fondo de la pieza, lo cual se esperaba ya que es el lugar donde el material sufre mayor deformación, por lo tanto, mayor es la estricción. En la simulación realizada a la pieza embutida como dos cuerpos pegados de diferentes materiales se puede observar que estos se separan y sus deformaciones son diferentes, mientras que en el material considerado como un solo cuerpo los resultados son los esperados debido a que en los ensayos de tracción realizados en las probetas en un solo cuerpo tampoco se separan. El módulo de dinámica explícita del software ANSYS es factible utilizarlo para esta aplicación, ya que la embutición no es

profunda, por lo tanto, no existe una gran deformación y la velocidad de desplazamiento del punzón tampoco se considera elevada.

Con las pruebas prácticas de embutición, se comprueba que, la deformación longitudinal de la pieza con respecto a la simulación, el error está por debajo del 4 % para diferentes fuerzas de embutición, excepto en la prueba cuando la fuerza del pisa-plancha sobrepasa el valor calculado debido a que en la simulación de dinámica explícita no se muestra una ruptura del material, más bien esto se puede apreciar cuando el esfuerzo cortante del material sobrepasa el esfuerzo cortante admisible del mismo que es lo que ha ocurrido en esta prueba. Para los demás casos, la fuerza calculada en el pisa-plancha genera esfuerzos cortantes igual y menores al esfuerzo cortante admisible del material, ratificando que el material no fallará con fuerzas menores a la calculada. Estos resultados se pueden ver en la tabla 4.1.

Finalmente se puede concluir que el modelo matemático escogido lleva a determinar la fuerza correcta necesaria en el pisa-plancha para que no se produzcan arrugas en el reborde ni se ocasione la ruptura del fondo de la pieza embutida por cizallamiento, validando el modelo por medio de FEM y con las pruebas prácticas.

Tabla 4.1 *Comparación de la deformación direccional simulada FEM y experimental.*

Deformación direccional		
Elementos finitos		Experimental
0 N		0 N
		
18.91 mm	Error = 4.01 %	18.15 mm
1083 N		1036 N
		
16.23 mm	Error = 1.35 %	16.45 mm
2167 N		2072 N
		
15.94 mm	Error = 0.88 %	16.08 mm
4334 N		4144 N
		
15.12 mm	Error = 2.51 %	15.50 mm
5416 N		5180 N
		
14.89 mm	Error = 6.51 %	13.92 mm

Fuente: *Autores.*

4.2. RECOMENDACIONES.

Con la experiencia de haber realizado este trabajo, se sugiere que se amplíe la investigación en conformado de este tipo de materiales con revestimiento mediante la técnica de soldadura explosiva, por ser un material nuevo en el mercado y presentar una gran cantidad de alternativas para mejorar propiedades de otros materiales, pudiendo así ampliar también sus aplicaciones.

Además, en futuras investigaciones de procesos de conformado se sugiere utilizar un software especializado, ya que cuentan con más opciones para el desarrollo de la simulación, los resultados son mucho más confiables y sobre todo disminuyen notablemente el gasto computacional y el tiempo de ejecución.

Estudiar la eficiencia de un utensilio de cocina elaborado por el proceso de embutición en un material bicapa de aluminio y acero inoxidable que hoy en día se está ampliando su uso en la cocción por inducción.

BIBLIOGRAFÍA.

Aarón, R., Hugo, M., Dirk, L., y Pedro, G. (2016). Error de predicción de diversas expresiones para el cálculo de la fuerza de embutido. *Memorias del XXII Congreso de la Somim y XIV Congreso Iberomat*, 34-43.

Anarestani, S., Morovvati, M., y Vaghasloo, A. (2014). Influence of anisotropy and lubrication on wrinkling of circular plates using bifurcation theory. *Springer-Verlag* .

ANSYS, I. (27 de Febrero de 2009). *Explicit_Dynamics_Chapter 9_Material_Models*. [Disponible en: https://wenku.baidu.com/view/6dc41160ddccda38376bafe2.html] [Accedido el 15-08-2017].

ANSYS, I. (s.f.). *Shock EOS Linear*. [Disponible en: https://www.sharcnet.ca/Software/Ansys/16.2.3/en-us/help/wb_sim/ds_ex_mat_shockeos.html] [Accedido el 15-08-2017].

Artigas, A., Páez, M., Celentano, D., y Monsalve, A. (2002). *Determinación del diagrama de deformación límite en aceros de bajo contenido en carbono.* Santiago de Chile: CONAMET/SAM-SIMPOSIO MATERIA.

ASTM E517-00. (2010). *Standard Test Method for Plastic Strain Ratio r for Sheet Metal.* United States: Annual Book of ASTM.

ASTM E646-16. (2016). *Standard Test Method for Tensile Strain-Hardening Exponents (n -Values) of Metallic Sheet Materials.* United States: Annual Book of ASTM.

Banabic, D. (2007). *Advanced Methods in Material Forming.* Berlin: Springer.

Banabic, D. (2010). Plastic Behaviour of Sheet Metal. En D. Banabic, *Sheet Metal Forming Processes* (pág. 107). Berlin : Springer.

Bernal, Y., Marty, J., Valdéz, E., Rivero, M., Sánchez, J., y Flaquet, L. (2013). Planeación de procesos de embutido de chapas mediante herramientas numéricas. *Centro Azúcar*, 29-38.

Callister, W. (2007). *Materials Science and Engineering An Introduction.* New York: John Wiley y Sons.

Campos, A. (2004). *Análisis del conformado plástico del embutido de una abrazadera para tubo por medio del método de Elementos Finitos (Tesis de Maestría).* México, D.F.: Instituto Politécnico Nacional.

Darendeliler, H., y Kaftanoglu, B. (1991). Deformation Analysis of Deep-Drawing by a Finite Element Method . *Annals of the CIRP*, 281-284.

Farshid, D., y Mahmoud, S. (2015). Analytical and experimental analysis of the formability of copper-stainless-steel 304L clad metal sheets in deep drawing. *Int J Adv Manuf Technol*.

Flores, f. (2000). Planning and programming sheet metal drawing processes. *Planning and programming sheet metal drawing processes*, 421-432.

García, C., Celentano, D., y Philippe Ponthot, J. (2003). Caracterización del Comportamiento Mecánico de Aceros para Embutición Profunda. *Jornadas Sam/ Conamet/ Simposio*, 294-297.

García, N. (2009). *Simulación de un Proceso de Embutición Mediante ANSYS LS-DYNA.* Madrid: Universidad Carlos III.

Garrido, C., Celentano, D., Castillo, J., y Guerra, J. (2004). Simulacion del Proceso de Embuticion de una Tapa Embrague de una Lavadora Semiautomatica . *Congreso Cona*.

Harris, P., y Avrami, L. (1972). *Some physics of the Gruneisen parameter.* New Jersey: U. S. ARMY PICATINNY ARSENAL.

Hejin Metal Material Co.,Ltd. (2017). *Copper aluminum cu/al bimetal plate Explosive Welding Clad Metal.* Zhengzhou.

Kóllar, L., y Springer, G. (2003). *Mechanics of Composite Structures.* New York: Cambridge University Press.

Morovvati, M., Mollaei-Dariani, B., y Asadian-Ardakani, M. (2010). A theoretical, numerical andexperimental investigation of plastic wrinkling of circular two-layer sheet metal in the deep drawing. *Journal of Materials Processing Technology*, 1738-1747.

Okui, T., Yoshida, K., y Yonemitsu, Y. (2014). *Development of Metal Clad Sheets and Strips.* Joetsu City: Nippon Steel y Sumitomo Metal.

Rivas, A., Medellín, H., de Langeb, D., y García, P. (2016). Error de predicción de diversas expresiones para el cálculo de la fuerza de embutido profundo. *Memorias del XXII Congreso de la Somim y XIV Congreso Iberomat* (págs. 34-43). Mérida, Yucatán: SOMIM.

Rossi, M. (1979). *Estampado en frio de la chapa* . Madrid: Dossat, S.A.

SOLIDWORKS. (2012). *Ayuda de solidworks.[Disponible en:* http://help.solidworks.com/2012/spanish/SolidWorks/cworks/Comparison_of_Tresca_and_von_Mises_Criteria_for_Plasticity.htm?id=7901bf6b30b141818c1315833c8b898a] [Accedido el 20-08-2017].

Vallellano, C. (2005). Predicción del fallo en el conformado plástico de chapa mediante criterios de fractura dúctil. *Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica. Vol. 9, N.º 2*, 101-111.

Yu, T. X., y Johnson, W. (1982). The Buckling of Annular Plates in Relation to the Deep-Drawing Process. *Int. J. Mech. Sci. Vol. 24, No. 3,* , 175-188.

Zill, D., y Cullen, M. (2008). *Matemáticas Avanzadas para Ingeniería, Vol. 1: Ecuaciones Diferenciales.* México, D. F.: McGraw-Hill/Interamenricana.

ANEXO

Certificado de análisis del material bicapa, otorgado por productor del material.

ZHENGZHOU HEJIN METAL MATERIAL CO.,LTD

Zhengang Mansion, No. 11 Zhengshang Road, Zhengzhou, China

TEL:+86-371-60339002 FAX: +86-371-55397386

CERTIFICATE OF ANALYSIS

工厂质检报告

Product: Cu Al Bimetal plate 3mm*100mm*100mm

From: Factory sample room

Test Date: 2017/05/11 **Report Date:** 2017/05/12

Item	Standard	Test Results
Hardness	H14	H14
Tensile Strength(N/mm2)	130max	128
Resistivity(Ωmm2/m)	0.019 Max	0.018
Elongation (%)	27-38	31
Copper Layer %	99.5% min	99.6%
Aluminum Layer %	99.6%min	99.6%
Others%	0.2%max	0.1%
CONCLUSION	**Qualified**	

郑州合进金属材料有限公司

ZHENGZHOU HEJIN METAL MATERIAL CO.,LTD

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA
UNIDAD DE POSGRADOS

MAESTRÍA EN MÉTODOS MATEMÁTICOS Y SIMULACIÓN NUMÉRICA EN INGENIERÍA

Autores:
Aníbal Armando Pedrosa Astudillo
Carlos Mauricio Sánchez Alvarracín

Dirigido por:
Marco Esteban Amaya Pinos

ANÁLISIS MATEMÁTICO DEL CONFORMADO EN EL PROCESO DE EMBUTICIÓN CILÍNDRICA DE UNA SOLA FASE, PARA EVALUAR EL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE UNA CHAPA BIMETÁLICA

En este proyecto se realiza un análisis matemático, para evaluar el comportamiento de una chapa bimetálica (Aluminio-Cobre) y definir los parámetros que se deben considerar, al utilizar este material en un proceso de embutición cilíndrica de una sola fase, y que en el reborde no se formen ondulaciones.

El análisis matemático realizado permite determinar la fuerza necesaria en el pisa-plancha, para que, durante el proceso de embutición no se formen arrugas u ondulaciones en el reborde del material embutido.

Para validar los resultados, se procede a modelar la geometría del proceso de embutición en el software de elementos finitos ANSYS; resultados que a su vez son corroborados con pruebas físicas realizadas en una matriz de embutición, cuya geometría se diseña e implementa en función de los procedimientos matemáticos aplicados.

Finalmente, con los resultados de las simulaciones y de las pruebas físicas realizadas, se concluye que el modelo aplicado en el proceso de embutición para un material bicapa es el correcto, debido a que los resultados obtenidos son los esperados y por ende el material utilizado si es embutible.